ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРОВ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ПЕРЕХОДОВ В КОМПЕНСИРОВАННЫХ ФЕРРОНЕМАТИКАХ

Д. А. Петров, Д. И. Батраков
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Одним из актуальных направлений современных исследований является физика мягких конденсированных материалов, к которым относятся расплавы и растворы полимеров, жидкие кристаллы (ЖК) и коллоиды. Исследование таких систем является одним из актуальных направлений современной науки. Наличие разнообразных межмолекулярных и межчастичных взаимодействий, а также внутренних степеней свободы таких систем приводят к большому разнообразию интересных физических явлений. Мы будем рассматривать ферронематики (ФН) – суспензии анизометричных частиц ферромагнетика на основе нематического жидкого кисталла [1]. Интересная физика ФН обусловлена наличием двух разных механизмов ориентационного отклика суспензии на приложенное магнитное поле. Первый из механизмов связан с дисперсионной средой – жидким кристаллом, а второй – с наличием дисперсной фазой (феррочастицы). Благодаря наличию сил поверхностного сцепления между примесными частицами и ЖК-матрицей оба механизма взаимосвязаны между собой и тем самым определяет ориентационную и магнитную структуру ФН во внешнем магнитном поле. Благодаря двум механизмам ориентационного отклика на приложенное магнитное поле магнитная восприимчивость ФН на несколько порядков выше, чем у чистых ЖК и они могут управляться меньшими магнитными полями.

Рассмотрим ориентационные переходы в слое ФН толщиной L, находящегося между двумя параллельными пластинами. Ось x системы координат направлена параллельно пластинам ячейки, а ось z перпендикулярно им, начало координат находится в середине слоя. Сцепление директора $\boldsymbol{n}$ с границами слоя будем полагать жестким и планарным, а сцепление феррочастиц с ЖК-матрицей – мягким и планарным. Постоянное магнитное поле $\boldsymbol{H}$ направим поперек слоя вдоль оси z. Будем рассматривать ФН на основе ЖК с отрицательной анизотропией диамагнитной восприимчивости ($\chi_a < 0$), поэтому директор стремился ориентироваться перпендикулярно внешнему полю (см. рис. 1). Предполагается, что в отсутствии магнитного поля ФН является компенсированным, то есть в нем имеются равные объемные доли примесных частиц с магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно директору, и в целом ФН не намагничен.

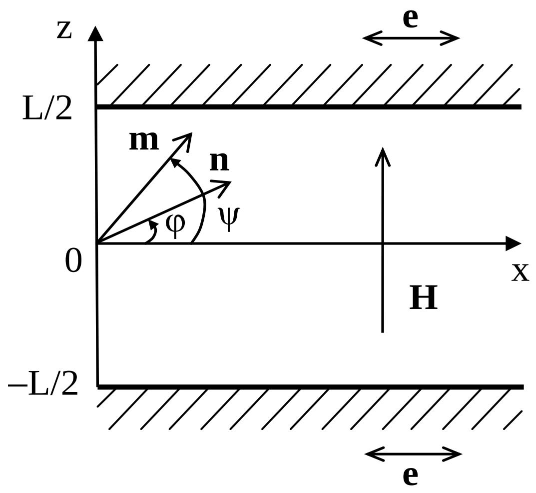

Рис. 1. *Слой ферронематика во внешнем магнитном поле. Выбор системы координат*

Задача решалась в рамках континуальной теории, нами рассматривались следующие вклады в плотность свободной энергии

$$F_v = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5,$$

$$F_1 = \frac{1}{2}[K_1(\nabla \cdot \boldsymbol{n})^2 + K_2(\boldsymbol{n} \cdot \nabla \times \boldsymbol{n})^2 + K_3(\boldsymbol{n} \times \nabla \times \boldsymbol{n})^2],$$

$$F_2 = \frac{1}{2}|\chi_a|(\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{H})^2, \qquad F_3 = -M_s(f_+ - f_-)(\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{H}),$$

$$F_4 = -\frac{w_p}{d}(f_+ + f_-)(\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{m})^2, \quad F_5 = \frac{k_b T}{v}(f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-),$$

где K_1, K_2, K_3 – модули ориентационной упругости; $\boldsymbol{m}$ – единичный вектор намагниченности; M_s – намагниченность насыщения материала феррочастиц; f_+ и f_- – объемные доли частиц с магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно директору соответственно; w_p – плотность энергии сцепления магнитных частиц с ЖК-матрицей; d – поперечный диаметр частицы; v – объем частицы; k_b – постоянная Больцмана и T – температура.

В рассматриваемой геометрии компоненты директора и намагниченности можно представить в следующем виде

$$\boldsymbol{n} = (\cos\varphi(z),\ 0,\ \sin\varphi(z)), \ \boldsymbol{m} = (\cos\psi(z),\ 0,\ \sin\psi(z)).$$

Здесь $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ – углы отклонения директора и намагниченности от оси легкого ориентирования соответственно (см. рис.1).

Задача решалась в безразмерном виде и мы использовали следующие безразмерные параметры: координату $\zeta = z/L$, напряженность магнитного поля $h = HL\sqrt{|\chi_a|/K_1}$, приведенные объемные доли феррочастиц $g_\pm = f_\pm/\overline{f}$ ($\overline{f} = Nv/V$ – средняя объемная доля дисперсной фазы ФН, N – число частиц в системе, V – объем образца), $k = K_3/K_1$ – коэффициент, определяющий анизотропию ориентационной упругости, а также безразмерные материальные параметры $b = M_s \overline{f} L/\sqrt{K_1|\chi_a|}$, $\kappa = k_b T \overline{f} L^2/K_1 v$, $\sigma = 2w_p \overline{f} L^2/K_1 d$ [2].

Минимизация свободной энергии по углам φ и ψ, а также приведенным долям магнитных частиц $g_\pm$ позволяет получить систему уравнений ориентационного и магнитного равновесия

$$K(\varphi)\frac{d^2\varphi}{dz^2} + \frac{1}{2}\frac{dK(\varphi)}{d\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2 - \frac{1}{2}h^2 \sin 2\varphi - \sigma(g_+ + g_-)\sin 2(\varphi - \psi) = 0,$$

$$bh \cdot \mathrm{th}\left(\frac{bh}{\kappa}\sin\psi\right)\cos\psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi) = 0,$$

$$g_\pm = Q\exp\left\{\pm\frac{bh}{\kappa}\sin\psi(\zeta) + \frac{\sigma}{\kappa}\cos^2\big(\varphi(\zeta) - \psi(\zeta)\big)\right\},$$

$$Q^{-1} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{\sigma}{\varkappa}\cos^2(\varphi - \psi)\right\} 2\,\mathrm{ch}\frac{bH}{\varkappa}\sin\psi\, dz. \qquad (1)$$

Система уравнений равновесия (1) с условием жесткого планарного сцепления директора с границами слоя

$$\varphi(-1/2) = \varphi(1/2) = 0 \qquad (2)$$

допускает несколько тривиальных решений. Первое из них отвечает компенсированной фазе $\varphi(\zeta) = \psi(\zeta) = 0$, $g_+(\zeta) = g_-(\zeta) = 1/2$, соответствующей однородной планарной текстуре ФН ($\boldsymbol{n} \parallel \boldsymbol{m} \parallel \boldsymbol{e} \perp \boldsymbol{H}$), в которой директор и феррочастицы направлены вдоль оси легкого ориентирования $\boldsymbol{e}$. Компенсированная фаза теряет устойчивость, когда внешнее магнитное поле превосходит некоторое пороговое значение h_c, известное как поле Фредерикса [3]. Вблизи h_c углы отклонения директора $\varphi(\zeta)$ и намагниченности $\psi(\zeta)$ от оси легкого ориентирования малы, поэтому в низшем порядке разложения системы (1) получим уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2} + \left(\frac{2\sigma b^2 h_c^2}{2\sigma\kappa - b^2 h_c^2} - h_c^2\right)\varphi = 0,$$

которые с граничными условиями (2) имеет решение $\varphi = \varphi_0 \cos(\pi\zeta)$, где φ_0 – значение угла отклонения директора от оси легкого ориентирования, отвечающее середине слоя ФН. Из условия существования решения находим уравнение для порогового поля h_c

$$\pi^2 = \frac{2\sigma b^2 h_c^2}{2\sigma\kappa - b^2 h_c^2} - h_c^2. \qquad (3)$$

Исследуем характер перехода Фредерикса, для этого представим выражение для свободной энергии в виде разложения Ландау вблизи порогового поля h_c. Это можно сделать, учитывая, что распределения директора, намагниченности и концентрации магнитных частиц близки к однородному $\varphi(\zeta) \ll 1, \psi(\zeta) \ll 1, g_+(\zeta) = g_-(\zeta) = 1/2$, тогда получим

$$\tilde{F} = \tilde{F}_{0c} + \frac{\alpha_c}{2}(h_c + h)\varphi_c^2 + \frac{\beta_c}{2}\varphi_0^4. \qquad (4)$$

Коэффициенты разложения имеют вид

$$\tilde{F}_{0c} = -\kappa\ln(2) - \sigma, \qquad \alpha_c = h_c(1 - b^2 s_c^2/\kappa),$$

$$\beta_c = \frac{1}{4\kappa}\left(4k\kappa\pi^2 + (h_c^2 + \pi^2)^2 + (h_c^2 + \pi^2)\frac{4\sigma b^2 h_c^2(6\kappa^2 + b^2 h_c^2)}{(2\sigma\kappa - b^2 h_c^2)^2} + \frac{4(h_c^2 + \pi^2)^2 b^2 h_c^2 \kappa\sigma}{(2\sigma\kappa - b^2 h_c^2)^2}\right), \qquad s_c = \frac{2\sigma\kappa}{(2\sigma\kappa - b^2 h_c^2)}.$$

Минимизация разложения (13) по φ_0 дает выражение для угла ориентации директора в середине слоя вблизи порогового поля h_c

$$\varphi_0 = \pm\sqrt{\frac{\alpha_c}{\beta_c}(h - h_c)}. \qquad (5)$$

Анализ коэффициентов α_c и β_c показал, что они являются положительными. Из выражения (5) видно, что φ_0 принимает действительные значения только при $h \geq h_c$, следовательно, переход Фредерикса может быть только переходом второго рода.

Кроме компенсированной фазы система уравнений равновесия (1) допускает еще одно однородное решение, которое соответствует планарной текстуре ФН ($\boldsymbol{n} \parallel \boldsymbol{e} \perp \boldsymbol{m} \parallel \boldsymbol{H}$) с директором, направленным вдоль оси легкого ориентирования $\boldsymbol{e}$ и с намагниченностью, ориентированной в направлении поля (фаза насыщения) $\varphi(\zeta) = 0$, $\psi(\zeta) = \pi/2$, $g_\pm = Q\exp(\pm bh/\kappa)$, $Q = \mathrm{ch}^{-1}(bh/\kappa)/2$. Аналогично процедуре определения поля перехода Фредерикса можно получить уравнение для порогового поля перехода из неоднородного состояния в фазу насыщения h_r

$$\pi^2 = \frac{2\sigma b h_r}{bh_r - 2\sigma\,\mathrm{cth}(bh_r/\kappa)} - h_r^2\,. \qquad (6)$$

Для определения характера ориентационного перехода между неоднородной фазой и состоянием насыщения представим выражение для свободной энергии ФН в виде разложения Ландау вблизи порогового поля перехода h_r, учитывая, что $\varphi(\zeta) \ll 1$, $\psi(\zeta) = \pi/2 - \delta\psi(\zeta)$, $\delta\psi \ll 1$ и $g_\pm(\zeta) = Q\exp\{\pm bh/\kappa\}$, где $Q^{-1} = 2\mathrm{ch}(bh/\kappa)$. Тогда получим

$$\tilde{F} = \tilde{F}_{0r} + \frac{\alpha_r}{2}(h_r - h)\varphi_0^2 + \frac{\beta_r}{4}\varphi_0^4. \qquad (7)$$

Поле перехода h_r определяется уравнением (6), а коэффициенты разложения имеют вид

$$\tilde{F}_{0r} = -\kappa \ln\left(2\mathrm{ch}\left(\frac{bh}{\kappa}\right)\right), \qquad \alpha_r = -h_r - \frac{2b^2 h_r s_r^2 + b\kappa\,\mathrm{sh}(2bh_r/\kappa)}{4\kappa\,\mathrm{ch}(2bh_r/\kappa)^2},$$

$$\beta_r = \frac{1}{4\kappa}\left(4k\pi^2 + 3bh_r\,\mathrm{th}\left(\frac{bh_r}{\kappa}\right)\cdot s_r^2\,(2+s_r)^2\right)(\kappa-\rho).$$

Здесь введены обозначения

$$\rho = \frac{(\pi^2 - h_r^2)^2 + 3s_r^4 b^2 h_r^2\,\mathrm{ch}(bh_r/\kappa)^{-2}}{4K\pi^2 + 3bh_r\,\mathrm{th}(bh_r/\kappa)\cdot s_r^2\,(2+s_r)^2}, \quad s_r = \frac{2\sigma}{bh_r\,\mathrm{th}(bh_r/\kappa) - 2\sigma}.$$

Минимизация свободной энергии (7) по φ_0 позволяет получить выражение для угла отклонения директора в центре слоя вблизи поля перехода в состояние насыщения h_r

$$\varphi_0 = \pm\sqrt{\frac{|\alpha_r|}{\beta_r}(\,h_r - h)}. \tag{8}$$

Характер перехода неоднородная фаза – фаза насыщения определяется знаком коэффициента β_r, т.к. α_r принимает только отрицательные значения. Таким образом если $\beta_r < 0$ $(\kappa - \rho < 0)$, то переход из неоднородного состояния в состояние насыщения является переходом первого рода, когда φ_0 принимает действительные значения в полях $h > h_r$, а для $\beta_r > 0$ $(\kappa - \rho > 0)$ – второго рода, когда φ_0 принимает действительные значения при $h \le h_r$.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-02-96001).

Список литературы

1. *Garbovskiy Y. A., Glushchenko A. V.* Liquid crystalline colloids of nanoparticles: preparation, properties, and applications // Solid State Physics. 2010. Vol. 62. P. 1–74.
2. *Zakhlevnykh A. N., Petrov D. A.* Magnetic field induced orientational transitions in soft compensated ferronematics // Phase Transitions. 2014. Vol. 87, No. 1. P. 1–18.
3. *Stewart I. W.* The static and dynamic continuum theory of liquid crystals. Taylor & Francis, 2004. P 360.