

## ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В НЕМАТИКЕ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

А. В. Поштаренко

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Переход Фредерикса представляет собой деформацию однородной структуры слоя жидкого кристалла под действием внешнего силового поля. Этот ориентационный переход характеризуется конкуренцией поверхностных сил, ориентирующих жидкий кристалл на границах слоя, внешних силовых полей (магнитного или электрического) и сил ориентационной упругости, стремящихся сохранить основное однородное состояние системы [1–3].

В данной работе теоретически изучен электрический переход Фредерикса в слое нематического жидкого кристалла (НЖК) с учетом эффекта поляризации его неоднородной структуры. Задача заключается в том, чтобы понять, какие изменения происходят в этом переходе при учете эффектов электрической поляризации среды, приводящей к неоднородности электрического поля внутри слоя НЖК.

Рассмотрим нематический жидкий кристалл, заключенный между двумя плоскими пластинами. Введем декартову систему координат с центром в середине слоя жидкого кристалла толщиной  $L$  (рис. 1).

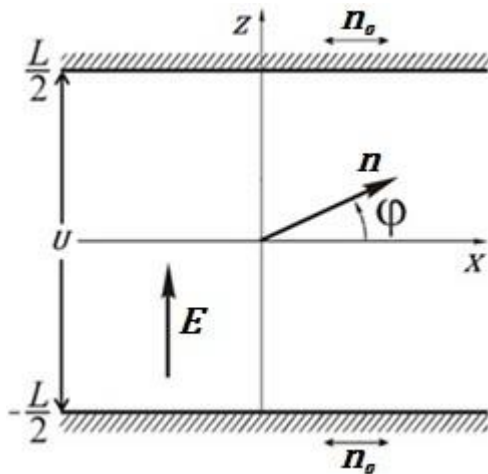


Рис.1. Слой нематического жидкого кристалла в электрическом поле

Внешнее электрическое поле, создаваемое пластинами плоского конденсатора, приложим вдоль оси  $z$ :  $\mathbf{E} = [0, 0, E(z)]$ . В качестве управляющего параметра выберем напряжение на обкладках этого конденсатора  $U = \int_{-L/2}^{L/2} E(z) dz$ . Будем анализировать ориентационную структуру НЖК в рамках континуальной теории, где направление преимущественной ориентации длинных осей молекул жидкого кристалла, описывается с помощью единичного вектора  $\mathbf{n}$ , называемого директором. Основу континуальной теории составляет функционал свободной энергии [1–3]

$$F = \int_V f dV, \quad f = f_d + f_{el}. \quad (1)$$

Первый вклад,  $f_d$ , представляет собой объемную плотность энергии ориентационно-упругих деформаций поля директора (потенциал Озеена-Франка):

$$f_d = \frac{K_{11}}{2} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{22}}{2} (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{33}}{2} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2, \quad (2)$$

где  $K_{ii}$  – константы Франка,  $\mathbf{n}$  – директор.

Вид поля директора в объеме НЖК определяется геометрией задачи, его сцеплением с ограничивающими жидкий кристалл поверхностями и видом внешних силовых полей, приложенных к образцу НЖК. Будем считать, что на поверхности пластин задано жесткое планарное сцепление, то есть заданное положение директора на границе вдоль оси  $x$  не меняется под действием внешнего поля. Анизотропия диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_a$  НЖК положительная. В этом случае при включении электрического поля директор жидкого кристалла будет стремиться ориентироваться вдоль поля  $\mathbf{E}$ . Возникающие при этом искажения ориентационной структуры ЖК лежат в плоскости  $xoz$  (рис. 1.). Это позволяет далее искать поле директора в следующем виде:  $\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)]$ .

Второй вклад в (1),  $f_{el}$ , учитывает энергию взаимодействия НЖК с электрическим полем:

$$f_{el} = -\frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}}{8\pi} \quad (3)$$

где  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции. Жидкий кристалл является анизотропной средой, поэтому связь векторов электрической индукции и напряженности определяется с помощью тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ik}$ :

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad \varepsilon_{ik} = \varepsilon_{\perp} \delta_{ik} + \varepsilon_a n_i n_k, \quad (4)$$

здесь  $\delta_{ik}$  – дельта-символ Кронекера,  $\varepsilon_a > 0$ .

Векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  должны удовлетворять уравнениям Максвелла для электромагнитного поля в среде с учетом того, что свободных зарядов в нашем образце нет [6]:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (5)$$

Для дальнейших вычислений удобно записать функционал  $F$  (1) в безразмерном виде, введя следующие параметры:  $\zeta = z/L$  – безразмерную координату,  $K = K_{33}/K_{11}$  – параметр анизотропии ориентационной упругости,  $\gamma = \varepsilon_a/\varepsilon_{\perp}$  – параметр анизотропии диэлектрической проницаемости,  $\mathcal{U} = U/U_c$  – безразмерное напряжение, где  $U_c = \pi\sqrt{4\pi K_{11}/\varepsilon_a}$ . С учетом соотношений (2)–(5) безразмерная полная свободная энергия  $\tilde{F}$  слоя НЖК во внешнем электрическом поле примет вид:

$$\tilde{F} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{2} (\cos^2 \varphi + K \sin^2 \varphi) \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 d\zeta - \frac{\pi^2 \mathcal{U}^2}{2\gamma} \frac{1}{\int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\zeta}{1 + \gamma \sin^2 \varphi}}. \quad (6)$$

Минимизируя функционал  $\tilde{F}$  (6), получаем уравнение ориентационного равновесия:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{K}(\varphi)}{\partial \varphi} \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 + \mathcal{K}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} + \frac{\pi^2 \mathcal{U}^2}{2 \left[ \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\zeta}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^2} \frac{\sin 2\varphi}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)^2} = 0, \quad (7)$$

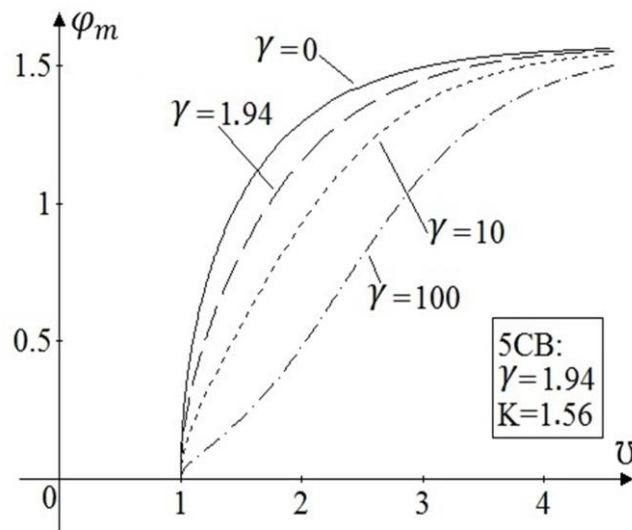
где  $\mathcal{K}(\varphi) = \cos^2 \varphi + K \sin^2 \varphi$ . Уравнение (7) можно проинтегрировать. Константа интегрирования находится из условий симметрии, накладываемых на функцию  $\varphi(\zeta)$ . Поскольку сцепление директора на обеих границах считается жестким и планарным, то пространственное распределение директора в слое должно быть симметричным относительно центра, где достигается максимальное значение угла поворота директора:

$$\varphi_m \equiv \varphi(0), \quad \varphi'(0) = 0. \quad (8)$$

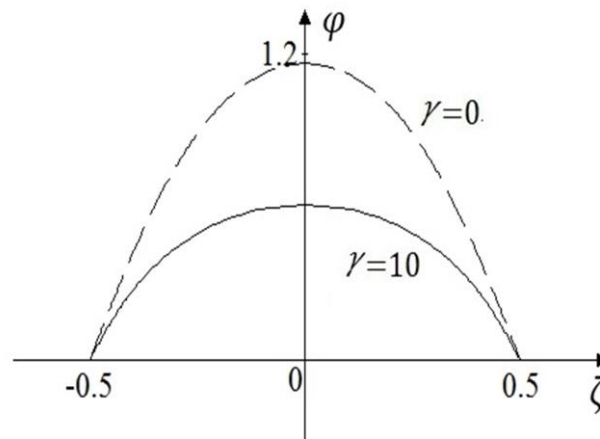
После нахождения константы интегрирования получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, откуда приходим к следующей системе интегральных уравнений:

$$\mathcal{U} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 + \gamma \sin^2 \varphi_m} \int_0^{\varphi_m} \sqrt{\frac{\mathcal{K}(\varphi)}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)(\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi)}} d\varphi, \\ \int_0^{\varphi(\zeta)} \sqrt{\frac{\mathcal{K}(\varphi)(1 + \gamma \sin^2 \varphi)}{\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi}} d\varphi = (2\zeta + 1) \int_0^{\varphi_m} \sqrt{\frac{\mathcal{K}(\varphi)(1 + \gamma \sin^2 \varphi)}{\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi}} d\varphi, \quad (7)$$

которая определяет угол ориентации директора НЖК внутри слоя с учетом эффекта электрической поляризации в зависимости от приложенного напряжения  $\mathcal{U}$ , анизотропии упругости  $K$  и параметра анизотропии диэлектрической проницаемости  $\gamma$ . Результаты численного решения системы уравнений (7) изображены на рис. 2 и 3. На рис. 2 представлена зависимость максимального угла отклонения директора  $\varphi_m$  в центре слоя от напряжения на обкладках конденсатора, выраженного в единицах критического напряжения. Переход Фредерикса имеет пороговый характер при любых значениях анизотропии диэлектрической проницаемости  $\gamma$ . Параметр анизотропии  $K$  одинаков для всех кривых и равен значению параметра для жидкого кристалла 5CB [1–2]. Из рис. 2 и 3 видно, что эффект поляризации среды важно учитывать при описании ориентационной структуры жидкого кристалла.



**Рис. 2.** Зависимость угла отклонения директора в центре слоя  $\varphi_m$  от напряжения  $\bar{U}$  при различных значениях параметра диэлектрической анизотропии  $\gamma$



**Рис. 3.** Пространственное распределение директора внутри слоя нематика в электрическом поле ( $K = 1$ ,  $\bar{U} = 1.15$ )

Увеличение параметра анизотропии диэлектрической проницаемости  $\gamma$  приводит к уменьшению угла отклонения директора в центре слоя для заданной величины безразмерного напряжения  $\bar{U}$ . Важно отметить, что напряжение  $\bar{U}$  измеряется в единицах критического напряжения  $U_c = \pi\sqrt{4\pi K_{11}/\epsilon_a}$ , которое с ростом  $\gamma$  (т.е. ростом  $\epsilon_a$ ) уменьшается.

### Список литературы

1. Жен де П. Ж. Физика жидких кристаллов / Пер. с англ. Под ред. А. С. Сони́на. М.: Мир, 1977. 400 с.
2. Блинов Л. М. Жидкие кристаллы: структура и свойства. М.: Книжный дом «Либроком», 2013. 480 с.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М.: Физматлит, 2004. 656 с.