

КОНВЕКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАГРЕВЕ СБОКУ

А. А. Шаниязов, Т. П. Любимова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Рассматривается двумерное конвективное движение вязкопластической жидкости в вытянутой по вертикали прямоугольной области при нагреве сбоку. Границы области считаются твердыми, на них задавались условия прилипания. На вертикальных границах задаются постоянные разные температуры, горизонтальные границы – считались теплоизолированными. Для описания свободной тепловой конвекции жидкости используется приближение Буссинеска. Для описания вязкопластического поведения жидкости используется модель Хершеля-Балкли [1]. Реологическая кривая для этой жидкости приведена на рис. 1.

Реологическое уравнение жидкости

Хершеля-Балкли имеет вид:

$$\bar{\tau} = \mu_0 \dot{\bar{\gamma}} \quad \text{для } \dot{\bar{\gamma}} < \frac{\tau_0}{\mu_0}$$

$$\bar{\tau} = \tau_0 + \mu \left[\dot{\bar{\gamma}} - \frac{\tau_0}{\mu_0} \right] \quad \text{для } \dot{\bar{\gamma}} > \frac{\tau_0}{\mu_0}$$

Здесь:

$$\tau = \left[\frac{1}{2} \bar{\tau} : \bar{\tau} \right]^{1/2} \quad \dot{\gamma} = \left[\frac{1}{2} \dot{\bar{\gamma}} : \dot{\bar{\gamma}} \right]^{1/2}$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

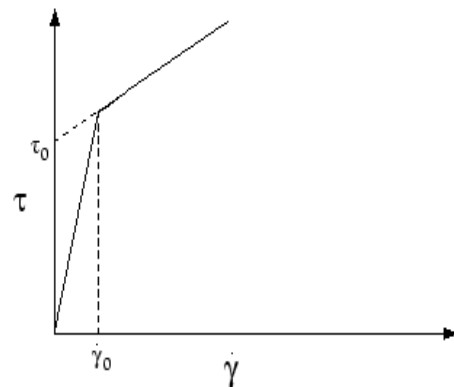


Рис. 1. Реологическая кривая

Задача решалась с помощью коммерческого пакета Ansys Fluent 6.3.26, основанного на применении метода конечных объемов. Расчетная сетка строилась с помощью пакета Gambit 2.4. Основные расчеты проводились на равномерной сетке с квадратными ячейками, с размером ячейки $h=0.0002$. Все расчеты проводились для отношения высоты полости к ширине, равного 4.

Вначале проводились расчеты для ньютоновской жидкости ($\tau_0 = 0$). На рис. 2 приведены профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении, проходящем через середину полости $y = H/2$, для установившегося режима течения при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$. Как видно, профиль температуры значительно отличается от линейного профиля, соответствующего теплопроводному распределению, а профиль вертикальной компоненты скорости от кубического профиля; имеются

температурный и гидродинамический пограничные слои вблизи вертикальных границ.

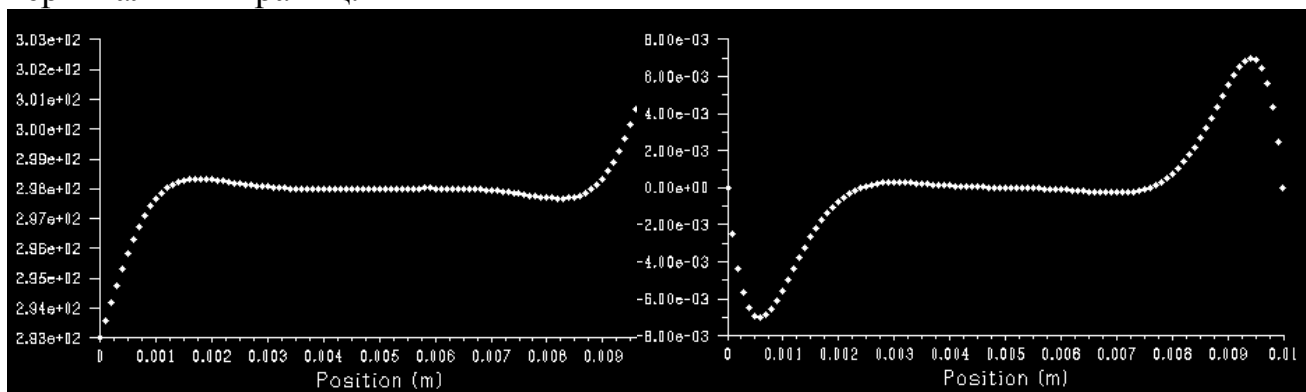


Рис. 2. Профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении $y = H/2$ для ньютоновской жидкости при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$

Вязкопластическое поведение жидкости можно характеризовать так называемым числом Бингама: $Bn = (\tau_0 / \mu) \sqrt{L / (g \beta \Delta T)}$. Известно, что при малых напряжениях сдвига вязкопластическая жидкость не течет. Конвективное течение в замкнутой области при нагреве сбоку возникает, если число Бингама меньше некоторого критического значения, зависящего от геометрии области и условий нагрева [2-3].

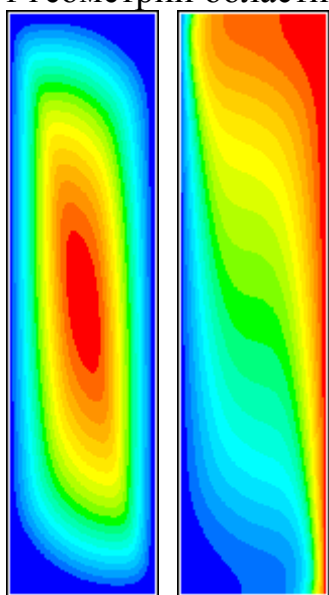


Рис. 3 Поля функции тока и температуры для ньютоновской жидкости при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$

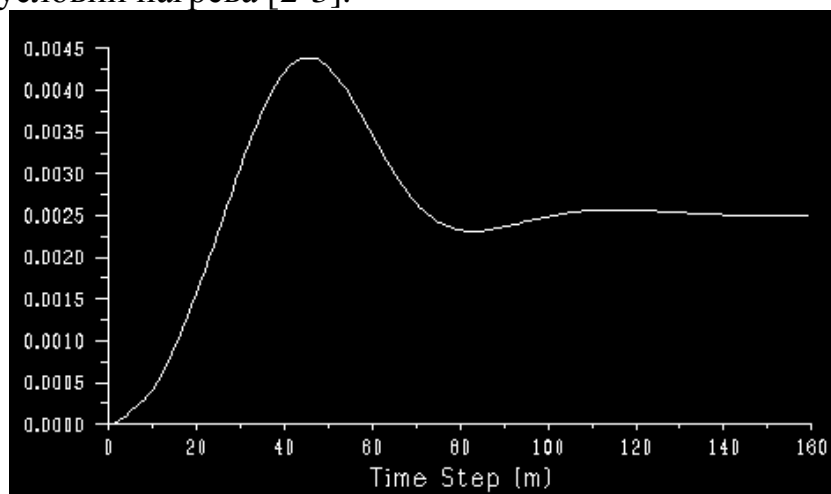


Рис. 4. Зависимость максимального значения функции тока в полости от времени для ньютоновской жидкости при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$

Численные расчеты для вязкопластической жидкости проводились при фиксированном значении отношения μ_0 / μ , равном 1000, и значениях числа Бингама, равных 10, 12, 15, 16, 17, 20, 30. На рисунках 3-5 представлены результаты численных расчетов для $Bn = 10$. Видно, что поле температуры ближе к теплопроводному распределению, чем в случае ньютоновской жидкости; температурный пограничный слой вблизи вертикальных границ отсутствует; гидродинамический пограничный слой имеется.

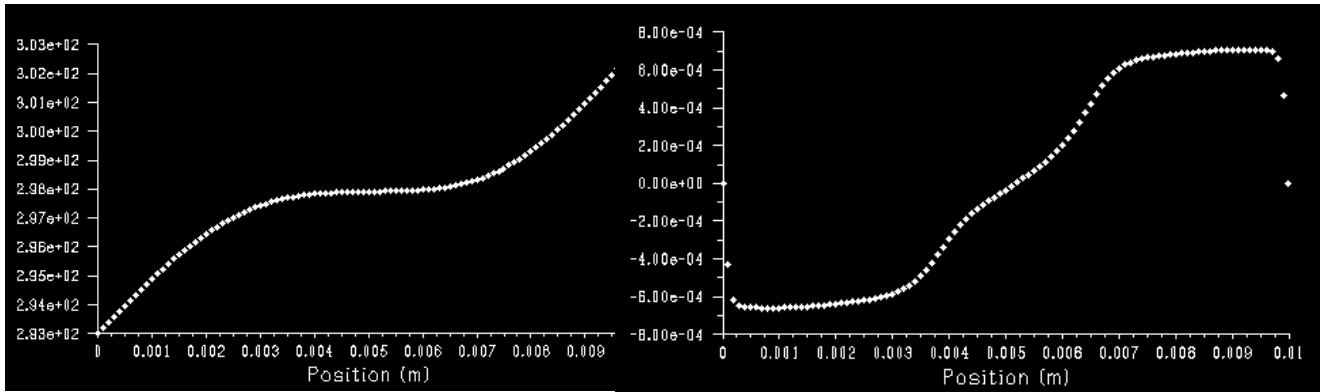


Рис. 5. Профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении $y = H/2$ для жидкости Хершеля-Балкли при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$, $Vn = 10$

На рисунках 6–8 представлены результаты численных расчетов для $Vn = 20$. Для жидкости Бингама при Vn , превышающих некоторое значение, течение должно отсутствовать. Модель Хершеля-Балкли является регулизацией моделей Бингама, при $\tau < \tau_0$ движение в такой жидкости не может полностью отсутствовать, но оно должно быть очень слабым. Как видно, из рис. 7, интенсивность движения действительно мала: она почти на порядок меньше чем при том же числе Грасгофа для $Vn = 10$. Поле температуры почти не искажено конвекцией, оно близко к теплопроводному распределению. Рис. 8 подтверждает, что распределение температур близко к линейному, а профиль вертикальной компоненты скорости близок к кубическому профилю.

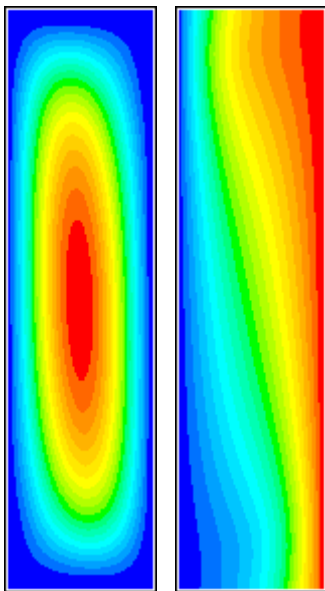


Рис. 6. Поля функции тока и температуры для жидкости Хершеля-Балкли при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$, $Vn = 10$

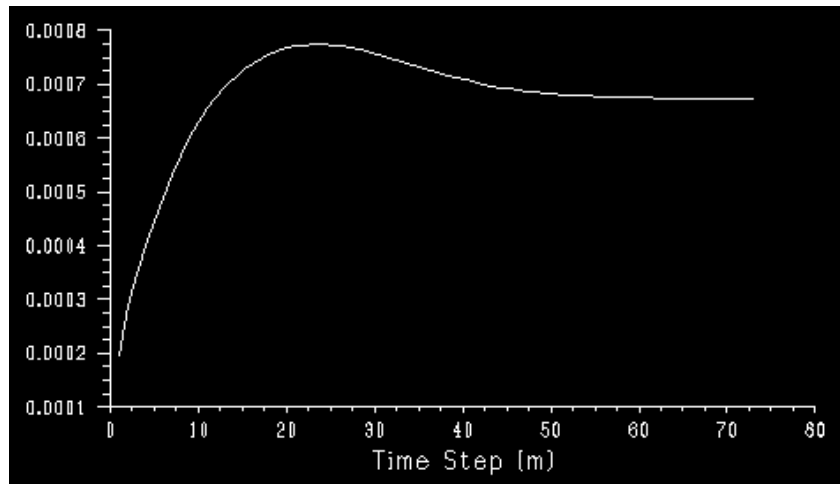


Рис. 7. Зависимость максимального значения функции тока в полости от времени для жидкости Хершеля-Балкли при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$, $Vn = 10$

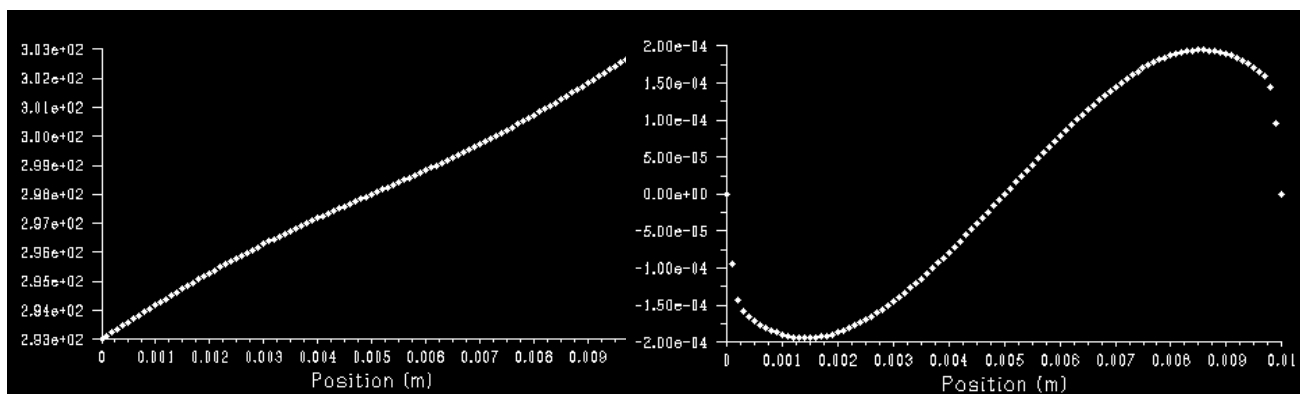


Рис. 8. Профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении $y = H/2$ для жидкости Хершеля-Балкли при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$, $Bn = 20$

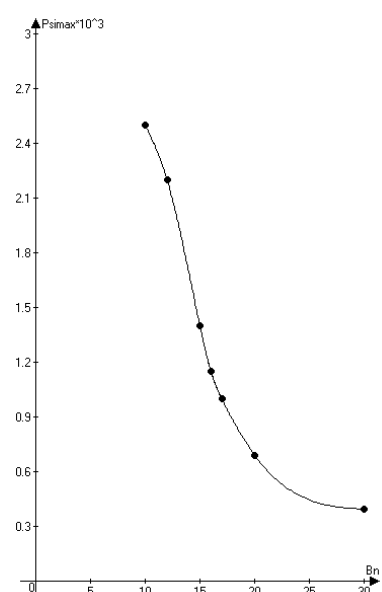


Рис. 9. Зависимость максимального значения функции тока в полости от числа Бингама для жидкости Хершеля-Балкли при $Pr = 7$, $Ra = 10^6$

На рис. 9 приведена зависимость максимального значения функции тока в полости от числа Бингама для установившихся режимов течения при фиксированном числе Грасгофа, равном $10^6/Pr$. Как видно в области $Bn \approx 16$ наблюдается резкое уменьшение интенсивности движения. В случае жидкости Бингама при $Bn \approx 16$ наблюдался бы спад интенсивности течения до нуля.

Список литературы

1. *Herschel W. H., Bulkley R.* Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollosungen // *Kolloid Zeitschrift*. 1926. V. 39. P. 291–300.
2. *Любимова Т. П.* Численное исследование конвекции вязкопластичной жидкости в замкнутой области // *МЖГ*. 1977. № 1. С. 3–8.
3. *Vikhansky A.* On the onset of Bingham liquid in rectangular enclosures // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2010. V. 165. P. 901–913.