СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ И ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Д. В. Ветрова[a] , И. А. Мизева[b],

[a]Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, Букирева, 15

[b]Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

Во многих областях науки возникают задачи, требующие помасштабного анализа сигналов различной природы. Традиционным методом для такого рода исследований является спектральный анализ.

Спектральный анализ – это один из инструментов обработки экспериментальных данных. В частности, он используется для анализа данных, выявления характерных частот, в целях подавления шума и т.д.

Спектральный анализ основан на разложении исследуемых полей в ряды (интегралы) Фурье. Распределение энергии по частотам называется спектральной плотностью энергии, которая корректно определяется при разложении Фурье для периодических или затухающих сигналов. Также Фурье-анализ применяется для хаотических, но стационарных сигналов.

В 1980 году был разработан метод вейвлет-анализа для обработки нестационарных сигналов. Вейвлет-анализ использует самоподобные функции, локализованные как в физическом, так и в Фурье-пространстве вместо гармонических функций. Вейвлет-анализ зарекомедовал себя как эффективный инструмент для получения спектральной плотности энергии, особенно для нестационарных, коротких и зашумленных данных.

Фурье- и вейвлет-преобразования внедрены в большое количество современных пакетов (Maple, Mathematica и др.), но использование этих пакетов требует дополнительных навыков и понимания работы методов. Кроме того, существует сложность настройки этих методов.

Функцию $f(t)$ можно представить интегралом Фурье, если для нее существует интеграл:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|dt,$$

тогда преобразование Фурье имеет вид:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}\, dt.$$

Распределение энергии по частотам записывается в виде:

$$E(\omega) = |F(\omega)|^2.$$

Спектр энергии связан с автокорреляционной функцией:

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (f(t) - < f >)(f(t+\tau) - < f >)dt$$

Применив к автокорреляционной функции теорему Хинчина [1], также получится спектральная плотность энергии как в преобразовании Фурье.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) e^{-i\omega\tau}\, d\tau \qquad (1)$$

Вейвлет-преобразование применяется для анализа нестационарных сигналов и оказывается более эффективным, чем преобразование Фурье. Вейвлет-образ функции *f(t)*, для которой существует преобразование Фурье определяется как:

$$w(a,b) = a^k \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

где $\psi(t)$ – вещественная или комплексная функция, называемая анализирующим вейвлетом, a – параметр, имеющий размерность длины и характеризующий масштаб, b – параметр, имеющий размерность длины и характеризующий сдвиг, относительно первоначального положения переменной t.

По аналогии со спектральной плотностью энергии для преобразования Фурье вводится величина, характеризующая интенсивность всех пульсаций заданного масштаба – интегральный вейвлет спектр:

$$M(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |w(a,b)|^2\, db$$

Целью данной работы является создание набора программ в пакете аналитических вычислений Mathematica 9.0, который включает в себя: фурье-анализ, автокорреляционную функцию, вейвлет-анализ.

Была модифицирована лабораторная работа для студентов ПГНИУ, физического факультета, 4 курса по дисциплине турбулентность и создан набор тестовых изображений.

Список литературы

1. *Фрик П. Г.* Турбулентность: подходы и модели. М. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2010. С. 273–284.