

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ

М. И. Кайсина^a, А. А. Алабужев^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

Нестационарное движение линии контакта трех несмешивающихся фаз встречается во многих природных и технологических процессах и привлекает внимание многочисленных исследователей, благодаря разнообразным эффектам. Одно из наиболее часто используемых эффективных граничных условий, описывающих динамику контактной линии, было впервые применено в [1]. В этой работе изучалось затухание стоячих волн между двумя вертикальными стенками. Указанное условие предполагает линейную связь между скоростью движения контактной линии и отклонением краевого угла от равновесного значения:

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} = \Lambda^* \vec{k} \cdot \nabla \zeta^* \quad (1)$$

где ζ^* – отклонение поверхности от равновесного положения, Λ^* – феноменологическая постоянная (постоянная Хокинга), \vec{k} – вектор нормали к твердой поверхности. В данном случае, условие (1) приведено для прямого равновесного краевого угла, но аналогичное условие можно написать и для произвольного значения равновесного краевого угла. Отметим, что условия фиксированной контактной линии и постоянного краевого угла являются частными случаями граничного условия (1): $\zeta^* = 0$ и $\vec{k} \cdot \nabla \zeta^* = 0$, соответственно. В [1] было показано, что граничное условие (1) приводит к затуханию колебаний, за исключением двух указанных выше предельных значений Λ . Затухание связано, в первую очередь, с взаимодействием движущейся контактной линии с неровностями (шероховатостями) твердой поверхности. Полученные в [1] теоретические результаты качественно совпадали с результатами экспериментов. Кроме того, шлифовка поверхности увеличивала параметр Λ^* в несколько раз. То есть, параметр Λ^* характеризует еще и степень обработки поверхности подложки.

В данной работе рассматриваются собственные колебания газового пузырька, зажато между двумя плоскими параллельными пластинами (рис. 1), расстояние между которыми равно h . В состоянии равновесия пузырек имеет форму цилиндра круглого сечения радиуса r_0 . Краевой угол между боковой поверхностью пузырька и твердыми плоскостями в равновесии равен $\pi/2$. Газ в пузырьке считаем невесомым. Состояние газа описывается политропным процессом. Пузырек окружен несжимаемой жидкостью, которая ограничена свободной поверхностью на расстоянии R_0 от оси симмет-

рии. Предполагаем, что поверхностное натяжение на внешней поверхности жидкости достаточно мало и им можно пренебречь.

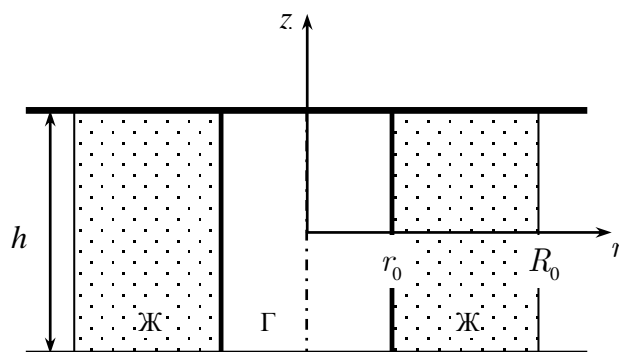


Рис. 1. Геометрия задачи.
Г – газ, Ж – жидкость

Движение жидкости будем рассматривать как потенциальное. Скорость движения контактной линии пропорциональна отклонению контактного угла от равновесного значения [1].

Для частот собственных колебаний получаем спектрально-амплитудную задачу, которая решалась методом двумерных секущих. Отметим, что без учета сжимаемости, полученные комплексные алгебраические уравнения спектрально-амплитудной задачи качественно похожи на аналогичные уравнения для нахождения частот собственных колебаний цилиндрической капли несжимаемой жидкости [3].

Полученные уравнения для нахождения частот собственных колебаний имеют комплексные решения, что приводит к затуханию колебаний, которое вызвано диссипацией на линии контакта. Максимальное затухание достигается при конечных значениях параметра λ – постоянной Хокинга (см. (1)). За исключением радиальной моды собственных колебаний, все остальные моды описывают изменение формы пузырька, и в дальнейшем будем называть их поверхностными. Частоты этих мод слабо зависят от параметров сжимаемости.

Показано, что увеличение значения геометрического параметра $b = r_0 / h$ приводит к росту частоты собственных колебаний. С увеличением объема внешней жидкости частота и декремент затухания радиальной моды уменьшается. С увеличением же давления газа в пузырьке частота растет, а декремент затухания уменьшается.

Кроме колебательного (периодического) режима существует еще и монотонный (апериодический) режим. Эти два режима не взаимодействуют до тех пор, пока частота колебательного режима не обращается в ноль. При колебательном режиме частота монотонно уменьшается с увеличением λ , а декремент затухания имеет максимум при конечном капиллярном параметре, стремясь к нулю при $\lambda \rightarrow 0$ и $\lambda \rightarrow \infty$. Для монотонного режима инкремент затухания нарастает с увеличением λ .

Первая частота осесимметричной нечетной моды собственных колебаний может обращаться в ноль на некотором интервале значений параметра λ в зависимости от значения геометрического параметра b . Для $b \leq 1/\pi$ при некотором характерном значении λ частота обращается в ноль и инкремент становится отрицательным, что соответствует возникновению неустойчивости Релея. С увеличением b длина этого интервала уменьшается.

Начиная с некоторого значения b , возникает интервал значений параметра λ , на котором частота радиальной моды обращается в ноль. Этот интервал увеличивается с ростом значений b , в отличие от случая осесимметричной моды. Декремент затухания на этом интервале имеет три значения. Аналогичный результат получается и для основных частот мод с азимутальным числом $m \geq 2$.

Основная частота трансляционной моды ($m = 1$) обращается в ноль начиная с некоторого значения параметра λ . Подобный эффект был обнаружен для полусферической капли на подложке [2] и цилиндрической капли [3].

Вынужденные колебания рассматриваемого газового пузырька в однородном пульсационном поле давления рассматривались в работе [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ (грант № 12-01-31366_мол-а).

Список литературы

1. *Hocking L.M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 179. P. 253-266.
2. *Любимов Д.В., Любимова Т.П., Шкляев С.В.* Неосесимметричные колебания полусферической капли // *Изв. РАН. МЖГ.* 2004. № 6. С. 8-20.
3. *Алабужев А.А., Любимов Д.В.* Влияние динамики контактной линии на собственные колебания цилиндрической капли // *ПМТФ.* 2007. Т. 48, № 5. С. 78-86.
4. *Алабужев А.А.* Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций // *Вычисл. мех. сплош. сред.* 2014. Т. 7, № 2 (направлена в печать).