

# ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

К. М. Лопатина, К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Изучение параметрического резонанса в тепловой и вибрационной конвекции имеет богатую историю. Наиболее активно исследуется поведение жидкости при нестационарном нагреве стенок и воздействии вибраций конечных частот [1]. Рассматривались задачи с наклоном слоя [2], асимметричными вибрациями [3].

В работе [4] исследуются течения, возникающие во вращающемся цилиндрическом сосуде, заполненном тепловыделяющей жидкостью. В данных экспериментах применяются растворы сульфата меди концентрацией 3–5%, что делает жидкость слабопроводящей. В то же время, проводимость раствора достаточно велика, чтобы предотвратить локальное накопление зарядов и пренебречь эффектами электроконвекции [5].

Внутреннее тепловыделение обеспечивается пропусканием через неё переменного электрического тока частотой 50 Гц. Использование переменного тока приводит к установлению в жидкости осциллирующего градиента температуры, однако в материалах работы [4] возбуждение конвективных течений происходит только за счёт вращения полости с жидкостью.

В настоящей работе изучена возможность возникновения течений в горизонтальном плоском слое слабопроводящей жидкости, через которую пропускается переменный электрический ток различной амплитуды и частоты, что обеспечивает разогрев жидкости с объёмной мощностью  $Q$

$$Q(t) = \sigma E_0^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} \sigma E_0^2 (1 + \cos 2\omega t),$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость раствора,  $E_0$ ,  $\omega$  – амплитуда напряженности поля в жидкости и его частота.

Температуры в состоянии механического равновесия жидкости с высокой точностью описывается слабо осциллирующим параболическим профилем

$$T_0(t, z) \approx \frac{\sigma E_0^2}{4\kappa} \left( 1 + \left( \frac{\chi \pi^2}{2\omega H^2} \right)^2 \cos 2\omega t \right) z(H - z),$$

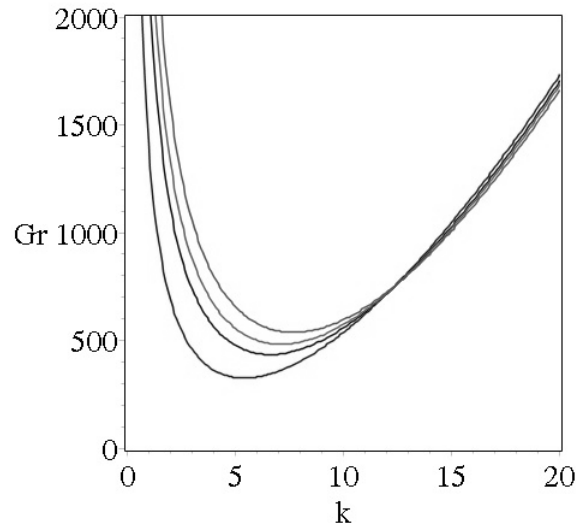
где  $\kappa, \chi$  – теплопроводность и температуропроводность жидкости,  $H$  – толщина слоя. Амплитуда колебаний имеет значение порядка  $10^{-3}$ .

Применение метода малых возмущений и метод Галёркина–Канторовича с полиномиальным базисом к системе для возмущений механического равновесия [1] приводит в первом порядке к уравнению Матьё, коэффициенты которого определяются волновыми числами возмущений, числом Прандтля и числом Грасгофа:

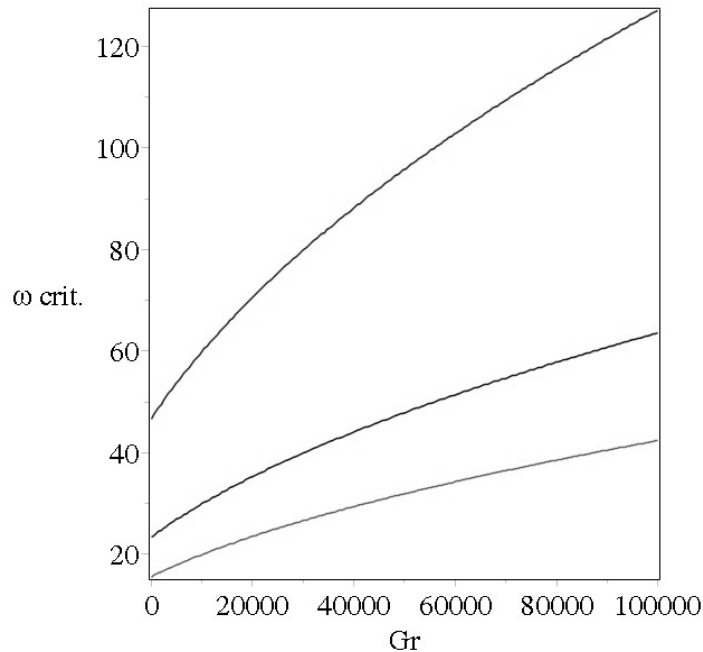
$$\ddot{a} + \left(12 + k^2 + \frac{720}{k^2} \text{Pr}\right) \dot{a} + \left(720 + \frac{8640}{k^2} \text{Pr} + \frac{1}{7}(1 - 2\delta)\text{Gr} + \frac{4}{7}\delta\text{Gr} \cos^2 \omega t\right) a = -(k^2 + 12)k^2 \text{Pr},$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \quad \text{Gr} = \frac{g\beta\sigma E_0^2 H^4}{4\kappa\chi^2}, \quad \delta = \frac{1}{2} \left(\frac{\chi\pi^2}{2\omega H^2}\right)^2.$$

Неоднородность в уравнении не вносит вклада в неустойчивость.



**Рис. 1.** Нейтральные кривые системы. Порог устойчивости возрастает с ростом  $Pr$



**Рис. 2.** Зависимость трёх критических частот от  $Gr$ . Основная частота – наибольшая

Используя общую теорию параметрического резонанса [1, 6], можно выразить критические частоты и мощности объёмного тепловыделения, при которых реализуется неустойчивость механического равновесия жидкости, через параметры моделируемой системы. Получены нейтральные кривые системы при различных значениях числа Прандтля (рис. 1), а также зависимость критических частот воздействия от числа Грасгофа (рис. 2).

Существует некоторое критическое волновое число, отвечающее наиболее опасным возмущениям. В частности, при  $Pr=10$  критическое волновое число  $k=7.7$ , и ему соответствует число Грасгофа  $Gr=537$ .

Также получены оценки физических параметров воздействия, при которых развивается неустойчивость. При  $Pr=10$ , критическая мощность нагрева составляет  $1.0 \text{ мВт/см}^3$ , при этом резонансная частота равна  $0.01 \text{ Гц}$  для основного резонанса и ещё меньше – для высших порядков. Данные значения мощности и частоты допускают проведение соответствующих экспериментальных исследований. В частности, в работе [4] мощность тепловыделения варьируется в пределах  $0.01\text{--}0.20 \text{ Вт}$ .

### Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Смородин Б. Л. Об устойчивости термовибрационного течения в наклонном слое жидкости при конечных частотах вибрации // Прикладная математика и техническая физика. 2003. Т. 44, № 1, с. 53–61.
3. Мелентьев А. Б., Тарунин Е. Л. Асимметричная модуляция гравитации в задаче Рэлея // Вестник Пермского университета. Серия: Математика, механика, информатика. 2012. Т. 9, № 1, с. 55–61.
4. Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р. Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Известия РАН: Механика жидкости и газа, 2014. № 1, с. 21–31.
5. Ильин В. А. Электроконвекция слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле // Журнал технической физики, 2013. Т. 83, № 1, с. 64–73.
6. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М. Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2002. 292 с.