

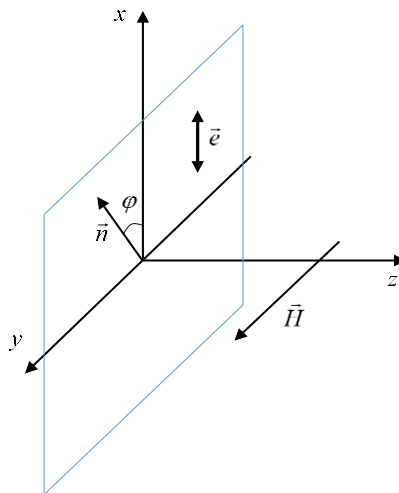
# О КРУТИЗНЕ ПОТЕНЦИАЛА МЯГКОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СЦЕПЛЕНИЯ В ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

А. Д. Вотякова, Д. В. Макаров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Жидкие кристаллы (ЖК) представляют собой агрегатное состояние вещества, в котором свойства обычных жидкостей уникально сочетаются с макроскопической анизотропией, присущей твёрдым телам. Они обладают подвижной структурой, что приводит к возможности изменения макроскопического состояния ЖК под влиянием сравнительно слабых внешних воздействий. По этой причине ЖК относят к материалам с легко управляемыми физическими свойствами [1].

В настоящей работе в рамках континуальной теории теоретически изучено ориентационное поведение нематического жидкого кристалла (НЖК), находящегося в контакте с плоской стенкой и помещенного в однородное магнитное поле  $\mathbf{H} = (0, H, 0)$  (рис.1).



**Рис. 1.** Ориентация директора  $\mathbf{n}$  НЖК в магнитном поле  $\mathbf{H}$

Равновесная ориентация поля директора определяется из условия минимума полной свободной энергии НЖК, содержащей объемную и поверхностную части:

$$F = \int_V f dV + \oint_S f_s dS. \quad (1)$$

Объемный вклад дается выражением [1, 2]

$$f = \frac{1}{2} \left[ K_{11} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_{22} (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + K_{33} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 \right] - \frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad (2)$$

где  $K_{ii}$  – модули деформации,  $\mathbf{n}$  – директор нематического жидкого кристалла,  $\chi_a > 0$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости,  $\mathbf{H}$  – внешнее однородное магнитное поле.

Будем считать, что на поверхности стенки задано мягкое планарное сцепление. Традиционно его описывают с помощью потенциала [3]

$$f_s = -\frac{w}{2}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{e})^2, \quad (3)$$

называемого потенциалом Рапини, где  $w$  – поверхностная плотность энергии сцепления молекул НЖК с поверхностью. Однако ряд экспериментальных данных по угловой зависимости поверхностной энергии  $f_s$  лучше аппроксимируется квадратом эллиптического косинуса Якоби [4]:

$$f_s^{ell} = -\frac{w}{2}\text{cn}^2(\alpha\varphi, k), \quad (4)$$

где  $\text{cn}(\alpha\varphi, k)$  – косинус амплитуды,  $0 < k < 1$  – модуль эллиптической функции,  $\varphi$  – угол отклонения директора от оси легкого ориентирования на

поверхности. Параметр  $\alpha = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 x}}$  определяется через полный

эллиптический интеграл I рода. Поверхностный потенциал (4) содержит два параметра: поверхностную плотность энергии сцепления  $w$  и модуль эллиптического косинуса  $k$ . Для простоты этот поверхностный потенциал будем называть двухпараметрическим потенциалом. Теоретически изучим поведение НЖК для обоих указанных выше потенциалов.

Ориентационные искажения поля  $\mathbf{n}$  можно представить следующим образом:

$$\mathbf{n} = [\cos\varphi(z), \sin\varphi(z), 0], \quad (5)$$

где  $\varphi(z)$  – угол поворота директора от оси легкого ориентирования  $\mathbf{e}$ .

Сначала рассмотрим поведение ориентационной структуры НЖК в магнитном поле с учетом мягкого поверхностного сцепления директора со стенкой в форме Рапини (3).

Минимизация полной свободной энергии (1) приводит к безразмерному уравнению ориентационного равновесия ЖК [1, 2]

$$\frac{d^2\varphi}{d\zeta^2} + \sin\varphi \cos\varphi = 0, \quad (6)$$

с граничным условием

$$-\rho \frac{d\varphi}{d\zeta} + \sin\varphi \cos\varphi = 0 \text{ при } \zeta = 0. \quad (7)$$

Здесь  $\zeta = z/\xi$  – безразмерная координата,  $\xi = \sqrt{\frac{K_{22}}{\chi_a H^2}}$  – магнитная длина

когерентности и  $\rho = \frac{\sqrt{K_{22}\chi_a}H}{w} = \frac{H}{H_0}$  – безразмерный параметр, играющий роль безразмерного магнитного поля.

Уравнение ориентационного равновесия (6) с граничным условием (7) имеет точное аналитическое решение

$$\sin \varphi = \frac{\text{th}\zeta + \rho}{1 + \rho \text{th}\zeta}. \quad (8)$$

На рис. 2 предоставлена зависимость угла  $\varphi$  ориентации директора, как функция безразмерной координаты  $\zeta$  для различных значений безразмерной напряженности магнитного поля  $\rho$ , построенная по формуле (8). Видно, что с ростом параметра  $\rho$  угол  $\varphi$  на границе и во всем объеме монотонно возрастает. При  $\rho = 1$  ориентационная структура НЖК однородна, а директор  $\mathbf{n}$  во всем образце ориентирован вдоль магнитного поля. Дальнейшие увеличения безразмерной напряженности магнитного поля  $\rho$  не меняют ориентационную структуру нематика.

Проанализируем теперь поведение ориентационной структуры ЖК с учетом двухпараметрического потенциала  $f_s^{ell}$  (4), аппроксимирующего энергию сцепления директора со стенкой квадратом эллиптического косинуса Якоби. Минимизация полной свободной энергии приводит к безразмерному уравнению ориентационного равновесия (6) с граничным условием при  $z = 0$

$$-\xi^2 \frac{d\varphi}{dz} + \omega \alpha \text{cn}(\alpha \varphi, k) \text{sn}(\alpha \varphi, k) \sqrt{1 - k^2 \text{sn}^2(\alpha \varphi, k)} = 0. \quad (9)$$

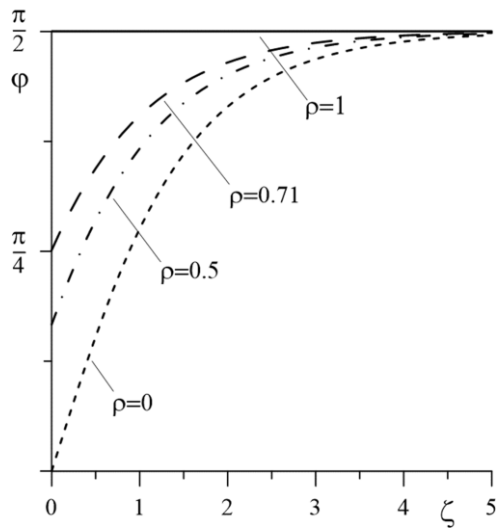
Решение уравнения (6) с учетом (9) запишется следующим образом:

$$\sin \varphi = \frac{\text{th}\zeta + \sin \varphi_0}{1 + \sin \varphi_0 \text{th}\zeta}, \quad (10)$$

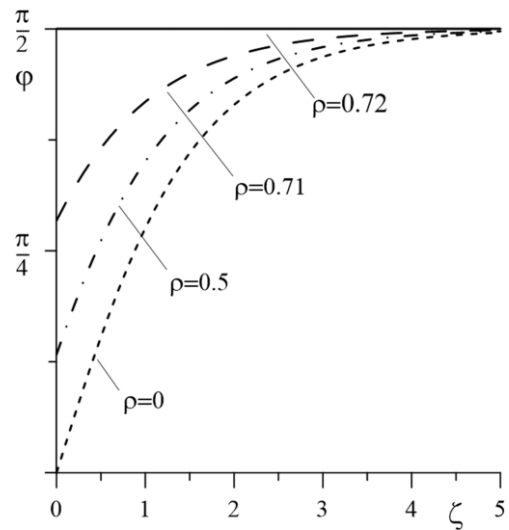
где угол  $\varphi_0 = \varphi(0)$  определяется условием

$$\rho \cos \varphi_0 + \alpha \text{cn}(\alpha \varphi_0, k) \text{sn}(\alpha \varphi_0, k) \sqrt{1 - k^2 \text{sn}^2(\alpha \varphi_0, k)} = 0. \quad (11)$$

На рис. 3 представлена зависимость угла  $\varphi$  отклонения директора от направления оси легкого ориентирования как функция безразмерной координаты  $\zeta$  при различных значениях параметра  $\rho$ , построенная по формулам (10) и (11) для двухпараметрического потенциала  $f_s^{ell}$  (4).



**Рис. 2.** Зависимость угла  $\varphi$  как функция координаты  $\zeta$  для поверхностного потенциала Рапини



**Рис. 3.** Зависимость угла  $\varphi$  как функция координаты  $\zeta$  для двухпараметрического потенциала  $f_s^{ell}$  при  $k = 0.7$

Видно, что при малых значениях параметра  $\rho$  угол отклонения  $\varphi$  директора от направления оси легкого ориентирования для двухпараметрического потенциала  $f_s^{ell}$  при  $k > 0$  меньше, чем угол  $\varphi$  для потенциала Рапини при тех же значениях  $\rho$ . При увеличении  $\rho$  угол отклонения директора для двухпараметрического потенциала при некотором значении  $\rho$  превосходит угол  $\varphi$  для потенциала Рапини. При последующем росте  $\rho$  ориентационная структура нематика для двухпараметрического потенциала становится однородной при меньших значениях  $\rho$ , чем в случае с потенциалом Рапини.

### Список литературы

1. Блинов Л. М. Жидкие кристаллы: структура и свойства. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 480 с.
2. Жен де П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 400 с.
3. Rapini A., Papoular M. Distortion d'une lamelle nematique sous champ magnetique conditions d'ancrage aux parois. // J. de Phys. (Colloque C4). Vol. 30. C4-54 – 4-56.
4. Блинов Л. М., Кац Е. И., Сонин А. А. Физика поверхности термотропных жидких кристаллов. // Усп. физ. наук. 1987. Т. 152, вып. 2. С. 449–474.