

ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В МАГНИТОКОМПЕНСИРОВАННОМ ФЕРРОНЕМАТИЧЕСКОМ ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ

Д. И. Батраков, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В рамках континуальной теории [1] в работе рассмотрены возможные ориентационные фазы, индуцированные внешним магнитным полем в высокодисперсной суспензии однодоменных игольчатых феррочастиц на основе нематического жидкого кристалла – ферронематике. Ферронематик предполагался компенсированным, т.е. в отсутствие магнитного поля магнитные моменты примесных феррочастиц равновероятно направлены параллельно и антипараллельно директору.

Рассматривался плоский слой ферронематика, заключенный между двумя параллельными пластинами. Сцепление директора \mathbf{n} с границами слоя предполагалось жестким и планарным, а с феррочастицами мягким и планарным. Постоянное магнитное поле прикладывалось поперек слоя, перпендикулярно оси легкого ориентирования (см. рис. 1). Также предполагалось, что анизотропия диамагнитной восприимчивости жидкого кристалла отрицательна, в связи с чем директор стремился ориентироваться перпендикулярно внешнему полю.

Известно, что состоянию термодинамического равновесия отвечает минимум свободной энергии

$$F = \iiint F_V dV.$$

Объемная плотность свободной энергии компенсированного ФН имеет вид [1–3]:

$$F_V = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5,$$

$$F_1 = \frac{1}{2} [K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_3(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2],$$

$$F_2 = \frac{1}{2} |\chi_a| (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_3 = -M_s (f_+ - f_-) (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}),$$

$$F_4 = -\frac{w_p}{d} (f_+ + f_-) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2, \quad F_5 = \frac{k_B T}{v} (f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-), \quad (1)$$

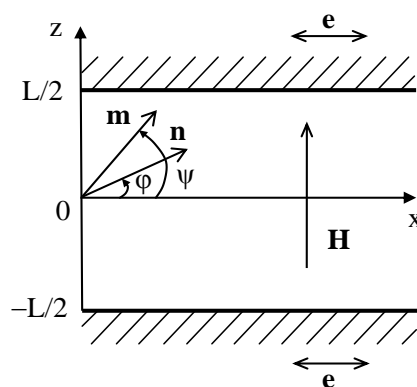


Рис. 1. Слой ферронематика во внешнем магнитном поле. Выбор системы координат

где K_1 , K_2 , K_3 – модули ориентационной упругости; \mathbf{n} – директор жидкого кристалла; \mathbf{m} – единичный вектор намагниченности; M_s – намагниченность насыщения материала феррочастиц; f_+ и f_- – объемные доли частиц с магнитными моментами $\boldsymbol{\mu}_+ = M_s \nu \mathbf{m}_+$ и $\boldsymbol{\mu}_- = M_s \nu \mathbf{m}_-$, направленными параллельно и антипараллельно директору; $\chi_a < 0$ – анизотропия диамагнитной восприимчивости; w_p – плотность энергии сцепления магнитных частиц с ЖК-матрицей (будем считать, что $w_p > 0$, в этом случае в отсутствии магнитного поля свободная энергия минимальна при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$, что соответствует планарному сцеплению директора и магнитных частиц); d – поперечный диаметр частицы; ν – объем частицы; k_B – постоянная Больцмана и T – температура.

Будем считать, что в отсутствие магнитного поля ФН находится в компенсированном состоянии, то есть он имеет равные доли примесных частиц с магнитными моментами, направленными параллельно $\boldsymbol{\mu}_+$ и антипараллельно $\boldsymbol{\mu}_-$ директору соответственно ($f_{+|H=0} = f_{-|H=0} \equiv \bar{f}/2$, где $\bar{f} = N\nu/V$, N – число магнитных частиц, и V – объем ФН), поэтому макроскопическая намагниченность ФН равна нулю. Также будем считать, что средняя объемная доля примесных частиц много меньше единицы ($\bar{f} \ll 1$), в связи с чем межчастичным магнитным диполь-дипольным взаимодействием пренебрегаем.

Выберем толщину слоя L в качестве единицы длины и определим следующие безразмерные величины: координату $\zeta = z/L$, напряженность магнитного поля $h = HL \sqrt{|\chi_a|/K_1}$, приведенные объемные доли феррочастиц $g_{\pm} = f_{\pm}/\bar{f}$, коэффициент анизотропии ориентационной упругости $K = K_3/K_1$, а также безразмерные материальные параметры

$$b = \frac{M_s \bar{f} L}{\sqrt{K_1 |\chi_a|}}, \quad \kappa = \frac{k_B T \bar{f} L^2}{K_1 \nu}, \quad \sigma = \frac{2w_p \bar{f} L^2}{K_1 d}.$$

Параметр b определяет какой из двух механизмов ориентации ФН преобладает. При $b \gg 1$ ориентационные искажения обусловлены дипольным механизмом, и в случае, когда $b \ll 1$ – квадрупольным механизмом. Параметр сегрегации κ характеризует интенсивность концентрационного расслоения частиц в слое ФН [1], при $\kappa \gg 1$ сегрегационные эффекты слабы. Кроме того мы определили безразмерную энергию сцепления σ феррочастиц с ЖК-матрицей.

В рассматриваемой геометрии решение для директора и намагниченности можно искать в виде

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)), \quad \mathbf{m} = (\cos \psi(z), 0, \sin \psi(z)).$$

Путем минимизации свободной энергии (1) была получена система дифференциальных уравнений ориентационного и магнитного равновесия для углов отклонения директора и намагниченности от оси легкого ориентирования \mathbf{e} (см. рис. 1) и пространственного распределения двух сортов примесных феррочастиц, направленных параллельно и антипараллельно директору.

$$\begin{aligned}
K(\varphi)\varphi'' + \frac{1}{2} \frac{\partial K(\varphi)}{\partial \varphi} (\varphi')^2 - \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi - \sigma(g_+ + g_-) \sin 2(\varphi - \psi) &= 0, \\
bh \cdot \text{th} \left(\frac{bh}{\kappa} \sin \psi \right) \cos \psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi) &= 0, \\
g_{\pm} = Q \exp \left\{ \pm \frac{bh}{\kappa} \sin \psi(\zeta) + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2 (\varphi(\zeta) - \psi(\zeta)) \right\}, \\
Q^{-1} = \int_{-1/2}^{1/2} \exp \left\{ \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2 (\varphi - \psi) \right\} 2 \text{ch} \left(\frac{bh}{\kappa} \sin \psi \right) d\zeta. & \quad (2)
\end{aligned}$$

Система уравнений (2) с условием жесткого планарного сцепления директора с границами слоя $\varphi(-1/2) = \varphi(1/2) = 0$ допускает однородное решение

$$\varphi(\zeta) = \psi(\zeta) = 0, \quad g_+(\zeta) = g_-(\zeta) = 1/2,$$

соответствующее компенсированной фазе ФН, в которой директор и намагниченность направлены вдоль оси легкого ориентирования перпендикулярно полю ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{e} \perp \mathbf{H}$). Это состояние является устойчивым, пока внешнее магнитное поле не превосходит некоторое пороговое значение h_c , известное как поле Фредерикса [4], выше которого появляются искажения ориентационной структуры. Вблизи h_c углы отклонения директора $\varphi(\zeta)$ и намагниченности $\psi(\zeta)$ от оси легкого ориентирования малы, поэтому в низшем порядке разложения системы (2) получим уравнения, которые с граничными условиями имеют нетривиальное решение $\varphi = \varphi_0 \cos(\pi\zeta)$, из условия существования которого находим выражение для порогового поля h_c

$$\pi^2 = h_c^2 \left(-1 + \frac{2b^2\sigma}{2\sigma\kappa - b^2 h_c^2} \right).$$

Также система (2) допускает еще одно однородное решение, которое соответствует другой планарной текстуре ФН ($\mathbf{n} \parallel \mathbf{e} \perp \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$), называемой фазой насыщения

$$\varphi(\zeta) = 0, \quad \psi(\zeta) = \frac{\pi}{2}, \quad g_{\pm} = Q \exp \left(\pm \frac{bh}{\kappa} \right), \quad Q = \frac{1}{2} \text{ch}^{-1} \left(\frac{bh}{\kappa} \right).$$

Аналогичным образом получаем уравнение для порогового поля перехода h_r из неоднородного состояния в фазу насыщения

$$\pi^2 = -h_r^2 + \frac{2\sigma b h_r}{b h_r - 2\sigma \operatorname{cth}(b h_r / \kappa)}.$$

Полная картина ориентационных фаз ФН представлена на рис. 2. Область, ограниченная прямой $h=0$ снизу и сверху кривой $h=h_c$, отвечает невозмущенной компенсированной фазе ФН, для которой директор и намагниченность параллельны оси легкого ориентирования. Область ограниченная снизу кривой $h=h_c$ и сверху – $h=h_r$ отвечает неоднородной фазе ФН, при которой директор и намагниченность отклонены от оси легкого ориентирования в направлении поля и где происходит перераспределение примесных частиц между магнитными подсистемами согласно (2). Область, находящаяся выше кривой h_r отвечает фазе насыщения, в которой директор ориентирован вдоль оси легкого ориентирования, а намагниченность по полю.

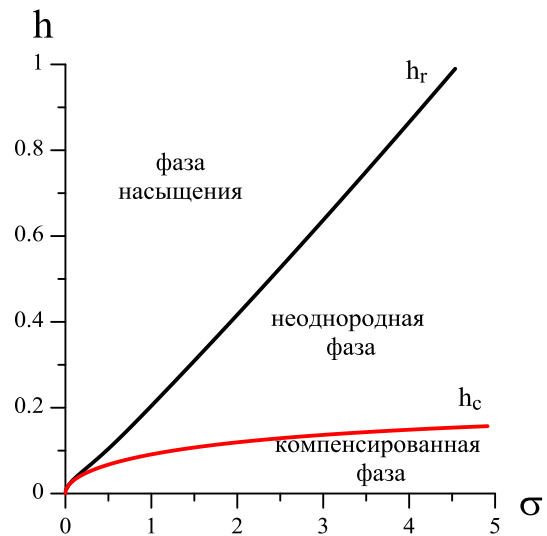


Рис. 2. Пороговые поля h_c и h_r как функции энергии сцепления σ магнитных частиц с ЖК-матрицей для $b=10$ и $\kappa=0.5$

Список литературы

1. Brochard F., Gennes P. G. de. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // J. Phys. (France). 1970. Vol. 31. P. 691–708.
2. Захлевных А. Н., Петров Д. А. Магнитный ориентационный отклик ферро-нематика с мягким сцеплением коллоидных частиц с матрицей // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2012. Вып. 2(20). С. 55–63.
3. Burylov S. V., Raikher Y. L. Macroscopic properties of ferronematics caused by orientational interactions on the particle surfaces. I. Extended continuum model // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1995. Vol. 258. P. 107–122.
4. Stewart I. W. The static and dynamic continuum theory of liquid crystals. Taylor & Francis, 2004. P 360.