СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ КРИТИЧЕСКОГО ЧИСЛА РЕЛЕЯ В УЗКИХ ПОЛОСТЯХ

А.Ф.ГЛУХОВ, Н.А.ТУКТАМЫШЕВА
Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, Букирева, 15

В узких полостях – прямоугольных ячейках размерами $2d \times l \times h$ и каналах сечением $2d \times 2d$ и высотой h, число Релея, определяющее интенсивность конвекции, разумно выражать через самый маленький размер полости – полутолщину ячейки или канала d

$$Ra = \frac{g\beta}{\nu\chi} d^4 \nabla T.$$

При этом, конечно, и другие геометрические параметры полости тоже влияют на конвективные течения жидкостей. В известной работе [1] получен спектр критических чисел Релея для конвекции жидкости в узкой прямоугольной ячейке при подогреве снизу. В случае одновихревого течения критическое число выглядит следующим образом

$$Ra_c = \frac{\pi^4}{16}\left(1+\frac{L^2}{H^2}\right)\left(\frac{4}{L^2}+\frac{4}{H^2}+1\right)^2,$$

здесь использована безразмерная высота $H = h/d$ и длина ячейки $L = l/d$. При этом предполагалось, что широкие грани ячейки обладают высокой теплопроводностью, т.е. на них поддерживается постоянный вертикальный градиент температуры, а возмущения температуры затухают. Профиль температуры T и скорости поперек узкой ячейки при этом определяется функцией пропорциональной $\cos(\pi z/2)$, здесь z – координата поперек ячейки в единицах d.

В узких связанных каналах квадратного сечения с теплопроводными стенками аналогичный расчет с аналогичным профилем температуры и скорости поперек каналов дает нижнее критическое число Релея [2].

$$Ra_c = \frac{\pi^4}{4} / \left(1-\frac{2\sqrt{2}}{\pi H} th\left(\frac{\pi H}{2\sqrt{2}}\right)\right).$$

Однако в экспериментах часто одна из металлических стенок каналов [3] или ячейки [4] заменяется стенкой из оргстекла для проведения визуальных наблюдений. Это немедленно сказывается на критическом числе Релея и затрудняет количественное сравнение теории с экспериментом.

Рассчитаем критическое число Релея для ячейки по методике [1], но предполагая одну из широких граней теплоизолированной $dT/dz = 0$, а другую теплопроводной $T = 0$. В этом случае профиль температуры, удовлетворяющий условиям на обоих широких границах можно выбрать в виде $\cos(\pi(z\text{-}1)/4)$. Поскольку профиль скорости остается прежним пропорциональнsv $\cos(\pi z/2)$, то критическое число Релея для одновихревого течения пришлось получать осреднением линейных уравнений поперек ячейки методом Галеркина с соответствующими весами. Результат расчетов таков

$$Ra_c = \frac{\pi^4}{16}\left(1+\frac{L^2}{H^2}\right)\left(\frac{4}{L^2}+\frac{4}{H^2}+1\right)\left(\frac{4}{L^2}+\frac{4}{H^2}+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{3\pi}{8\sqrt{2}}\right)^2.$$

При отношении длины к высоте $L/H = 1/2$ и $L, H \gg 1$ имеем в ячейке с одной теплоизолированной широкой гранью критическое число Релея меньше классического варианта [1] почти в шесть раз:

$Ra_c = (5\pi^4/64)\cdot(3\pi/16\sqrt{2})^2 = 1.33$ против $Ra_c = 5\pi^4/64 = 7.61$.

Проведя аналогичные рассуждения для связанных каналов квадратного сечения можно увидеть, что замена одной металлической стенки из четырех на теплоизолированную из оргстекла [2] также должна уменьшить критическое число Релея. При $H \gg 1, Ra_c = (\pi^4/4)\cdot(3\pi/8\sqrt{2})^2 = 16.9$ против $Ra_c = \pi^4/4 = 24.3$. При использовании связанных каналов прямоугольного сечения, когда стенка, разделяющая встречные потоки-каналы сделана из оргстекла [3] следует ожидать еще меньших критических чисел Релея. В этом случае в пределе $L, H \gg 1$ получатся $Ra_c = (\pi^4/16)\cdot(3\pi/16\sqrt{2})^2 = 1.06$.

Для проверки правильности сделанных выводов авторами изготовлена прямоугольная ячейка размерами $2d = 2.2$ мм, $l = 16$ мм, $h = 30$ мм максимально соответствующая классической схеме (Любимов и др. [1]). Обе широкие грани сделаны из алюминия, т.е. являются высокотеплопроводными. На узких гранях условия также соответствуют теоретической модели: вверху и внизу теплопроводные алюминиевые границы, а боковые грани теплоизолированные из оргстекла. Эксперимент с водой показал, что критическая разность температур для возникновения конвекции воды в такой ячейке равна 8 °C, а критическое Ra_c = 9. Теория [1] предсказывает значение Ra_c = 8.2.

В следующей таблице систематизированы результаты настоящего и прошлых экспериментов. Проведено сопоставление с результатами теоретического анализа, учитывающего разнородные условия на границах узких ячеек и узких каналов. Учет реальных условий на границах полостей резко сблизил теорию и эксперимент. Из таблицы видно, что соответствующие теоретические и экспериментальные значения Ra_c отличаются друг от друга не более чем на 10%.

Таблица. *Экспериментальные и теоретические критические числа Релея в узких полостях с различными тепловыми условиями на границах*

Параметры	Ячейка обе грани металл	Ячейка [4] грани: 1 металл, 1 оргстекло	Каналы [2] квадрат. сечение 3 металл 1 оргстекло	Каналы [3] прямо-уголь-ное сечение 1 металл 1 орг-стекло
$d \times h \times l$, *см*	0.11×3×1.6	0.075×3.2×1.7	0.16×5×0.16	0.065×2×1.1
L	15	23	-	17
H	27	43	31	31
Теория, $\boldsymbol{Ra_c}$	**8.19** [1]	**1.43**	**17.4**	**1.09**
Эксперимент, $\boldsymbol{Ra_c}$	**9**	**1.4**	**19**	**1.1**
ΔT_c °C, вода при 25° $\dfrac{g\beta}{\nu\chi} = 2.3 \cdot 10^4 K^{-1} см^{-3}$	8	6	6.2	5.5

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Любимов Д.В., Путин Г.Ф, Чернатынский В.Н.* Конвекция в ячейке Хеле-Шоу при подогреве снизу // Гидродинамика. ПГУ. 1977. С 3–14.
2. *Глухов А.Ф., Зорин С.В., Путин Г.Ф., Петухова Е.С.* Тепловая конвекция в связанных вертикальных каналах конечной высоты // Конвективные течения. Пермский педагогический институт. Пермь. 1985. С. 24–31.
3. *Понизовская К.В.* Экспериментальное исследование конвекции бинарной смеси с термодиффузией в узких полостях: дис. магистр физики, ПГУ. Пермь, 2010.
4. *Demin V.A., Glukhov A.F.* Thermal convection of binary mixes in thin channels // Lecture Notes of VIII International Meeting on Thermodiffusion. Julich, Germany. 2008. P. 187–195.