

5. Построить ход лучей в идеальной линзе в случаях, когда изображение будет:
 1) увеличенным; 2) уменьшенным; 3) прямым; 4) перевернутым; 5) действительным; 6) мнимым.
6. Оцените углы между оптической осью и лучами в вашем эксперименте. Можно ли считать такие лучи параксиальными?
7. Какой примерно величины радиусы кривизны исследованной вами линзы?
8. Как изменится изображение предмета, если половину линзы закрыть непрозрачной преградой?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976.
2. Матвеев А.Н. Оптика. М.: Высшая школа, 1985.
3. Саевельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1985. Т. 3.
4. Физический практикум/ Под ред. В.И.Ивероновой. М.:Физматгиз, 1968

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
Экспериментальная часть	11
Контрольные вопросы	15
Библиографический список	16

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Пермский государственный университет



Кафедра общей физики

ИЗМЕРЕНИЕ ФОКУСНОГО РАССТОЯНИЯ ТОНКОЙ ЛИНЗЫ

Методические указания к лабораторной работе № 3

Пермь 1997

ВВЕДЕНИЕ

Составители: доцент В.Г.Гилёв, ассистент В.Н.Сдобнов
УДК 535

Измерение фокусного расстояния тонкой линзы: Методические указания к лабораторной работе № 3/ Перм. ун-т; Сост. В.Г.Гилёв, В.Н.Сдобнов. — Пермь, 1997. - 16 с.

Издание подготовлено в соответствии с программой курса “Общая физика” и программой физического практикума по оптике для естественных факультетов университетов.

Содержит основные теоретические положения тем “Преломление света сферической поверхностью” и “Построение изображений в линзе”, подробное описание опытов, методику выполнения и обработки результатов измерений, а также контрольные вопросы.

Может быть рекомендовано студентам дневного и вечернего отделений естественных факультетов всех направлений и специальностей.

Ил. 6. Библиогр. 4 назв.

Печатается по решению методической комиссии физического факультета Пермского университета

Редактор Г.А.Гусман
Технический редактор Г.А.Ковальчук
Корректор К.Н.Бобкова

Подписано в печать 03.01.97. Формат 60x84 1/16.

Бум. офс. № 1. Печать офсетная. Усл.печ.л. 1,0.

Уч.-изд. л. 0,9. Тираж 100 экз. Заказ 232.

Редакционно-издательский отдел Пермского университета.
614600, ул. Букирева, 15

Типография Пермского университета.
614600, г. Пермь, ул. Букирева, 15

Многие оптические явления можно рассматривать на основе представлений о свете как о совокупности *световых лучей* - линий, вдоль которых распространяется световая энергия. В оптически однородной среде световые лучи прямолинейны. На границе раздела двух сред они подчиняются законам отражения и преломления. Световые пучки могут пересекаться, не интерферируя, и распространяются после пересечения независимо друг от друга. Раздел оптики, основывающийся на этих представлениях, называется *геометрической* или *лучевой* оптикой. Одной из основных задач геометрической оптики является расчет хода лучей в оптических приборах, предназначенных для получения изображений.

ПРЕЛОМЛЕНИЕ ЛУЧЕЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Любой оптический прибор представляет собой совокупность отражающих и преломляющих поверхностей, отделяющих друг от друга оптически однородные среды. Обычно эти поверхности бывают сферическими или плоскими. Впрочем, плоскость всегда можно представить как сферическую поверхность бесконечно большого радиуса кривизны. Поэтому сферические поверхности являются теми простейшими элементами, из которых строится любая оптическая система.

Рассмотрим сферическую поверхность Σ с центром в точке C , разделяющую две прозрачные среды с показателями преломления n и n' (рис.1). Положим для определенности, что $n' > n$, а свет будем считать монохроматическим, так что зависимость n и n' от длины волны (дисперсия) не существенна. Можно предполагать (хотя это и не обязательно), что преломляющая поверхность обладает симметрией вращения относительно одной из прямых OC , проходящих через центр кривизны. Такая прямая называется *главной оптической осью*.

Пусть точечный источник P находится на главной оптической оси системы. Возьмем какой-либо луч из этого пучка, например PM , падающий на Σ под углом i , построим преломленный луч MP' (угол преломления i') и найдем положение точки, в которой преломленный луч пересечет ось системы. В дальнейшем все отрезки вдоль оси будем отсчитывать от точки O (точки пересечения поверхности Σ с осью PC), считая положительными отрезки, откладываемые от O *вправо* (в направлении распространения света), и отрицательными - отрезки, откладываемые *влево* (против направления распространения света). Координаты точек P, P' и C обозначим через S, S' и r , соответственно. Таким образом, $PO = -S, OP' = +S', OC = +r$.

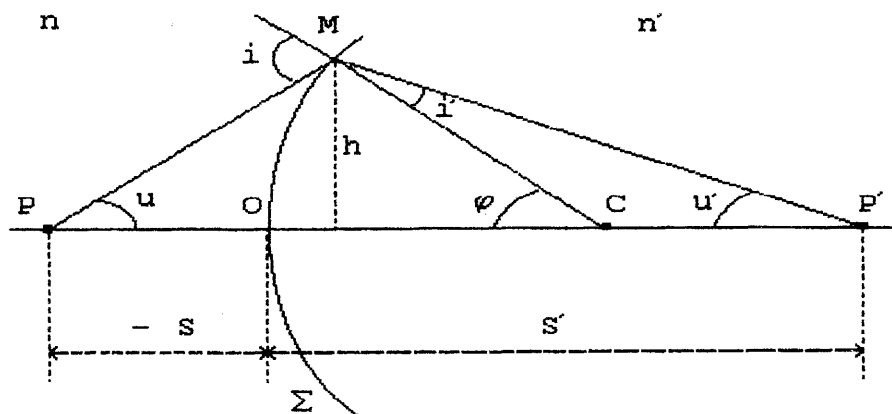


Рис. 1. Преломление света сферической поверхностью

Ограничимся рассмотрением лучей, образующих малые углы с осью PC , так, чтобы синусы и тангенсы всех углов можно было заменить значениями самих углов, выраженных в радианах. Такие лучи называются *параксиальными* или *присевыми*. Все результаты, полученные ниже, справедливы в параксиальном приближении.

Закон преломления $n \sin i = n' \sin i'$ в параксиальном приближении запишется в виде

$$n i = n' i'. \quad (1)$$

Угол i - внешний угол треугольника ΔPMC , а угол φ - внешний угол $\Delta P'MC$, следовательно

$$\begin{aligned} i &= u + \varphi, \\ \varphi &= i' + u'. \end{aligned} \quad (2)$$

Обозначим как h - расстояние от точки M до оси PC , тогда для малых углов имеем

$$\begin{aligned} u &\approx \sin u = \frac{h}{PM} \approx \frac{h}{-S}; \\ u' &\approx \sin u' = \frac{h}{P'M} \approx \frac{h}{S'}; \\ \varphi &\approx \sin \varphi = \frac{h}{MC} \approx \frac{h}{r}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь учтено, что при малых углах $PM \approx PO = -S$, $MP' \approx OP' = S'$, $OC = MP' = r$ (радиус сферы). Подставляя в (1) выражения для углов i и i' и заменяя углы u , u' , φ их выражениями (3), приходим к соотношению Аббе:

$$n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{S} \right) = n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{S'} \right), \quad (4)$$

которому удобно придать вид.

$$\frac{n}{S} - \frac{n'}{S'} = \frac{n - n'}{r}. \quad (5)$$

Величина, стоящая в правой части выражения (5), зависит только от показателей преломления рассматриваемых веществ и радиуса кривизны разделяющей их поверхности. Следовательно для данных веществ и данной поверхности эта величина постоянна; ее называют *оптической силой* преломляющей поверхности Φ :

$$\Phi \equiv \frac{n' - n}{r}.$$

То обстоятельство, что в формулу (5) не входят углы, позволяет сделать очень важный вывод, что не только луч PM , но и всякие другие параксиальные лучи, выходящие из точки P оптической оси, после преломления сферической поверхностью пересекутся приблизительно в одной и той же точке P' , лежащей также на оптической оси. Точка P' будет поэтому *оптическим изображением* точки P в параксиальных лучах. Две точки P и P' , удовлетворяющие условию, что если одна из них является объектом, то другая — изображением, называются *сопряженными*.

Уравнение (5) охватывает все случаи преломления лучей сферической поверхностью, при этом следует помнить, что S , S' и r - не просто длины отрезков, а координаты точек, имеющие знак. Пользуясь правилом знаков, мы можем разобрать случай выпуклой ($r > 0$) или вогнутой ($r < 0$) поверхности. Точно так же в зависимости от того, будут ли S и S' иметь разные или одинаковые знаки, мы будем иметь случаи, когда изображение располагается с противоположной по сравнению с источником света стороны преломляющей поверхности или лежит по одну сторону с ним. В первом случае ($S' > 0$) точка, именуемая изображением, есть действительно точка пересечения преломленных лучей. Такое изображение называется *действительным*. Во втором случае ($S' < 0$) преломленные лучи, идущие во второй среде, остаются расходящимися и реально не пересекаются. В этом случае название изображения относится к той воображаемой точке, которая представляет собой место пересечения предполагаемого продолжения преломленных лучей. Такое изображение называется *мнимым*.

ТОНКАЯ ЛИНЗА

Линзой называется тело из однородного прозрачного материала, ограниченное двумя сферическими поверхностями или сферической поверхностью и плоскостью.

Материалами для линз служат: в видимой области — стекло, кварц, флюорит; в инфракрасной области — кварц, каменная соль, селенит и т.д.

Преломление света в линзе можно рассматривать как последовательное преломление на двух сферических поверхностях. Пусть Σ_1 и Σ_2 представляют собой две сферические поверхности. Центр первой преломляющей поверхности лежит в точке C_1 , центр второй поверхности — в точке C_2 . На рис. 2 для ясности чертежа изображена линза, имеющая заметную толщину O_1O_2 . В действительности будем предполагать, что рассматриваемые линзы тонкие, т.е. расстояние O_1O_2 очень мало по сравнению с O_1C_1 или O_2C_2 (приближение тонкой линзы). В таком случае точки O_1 и O_2 можно считать практически сливающимися в одной точке O . Эта точка O называется *оптическим центром* линзы. Всякая прямая, проходящая через оптический центр, называется *оптической осью* линзы. Та из осей, которая проходит через центры обеих преломляющих поверхностей линзы, называется *главной оптической осью*, остальные — *побочными осями*.

Луч, идущий по какой-либо из оптических осей, проходя через линзу, практически не меняет своего направления. Действительно, для лучей, идущих

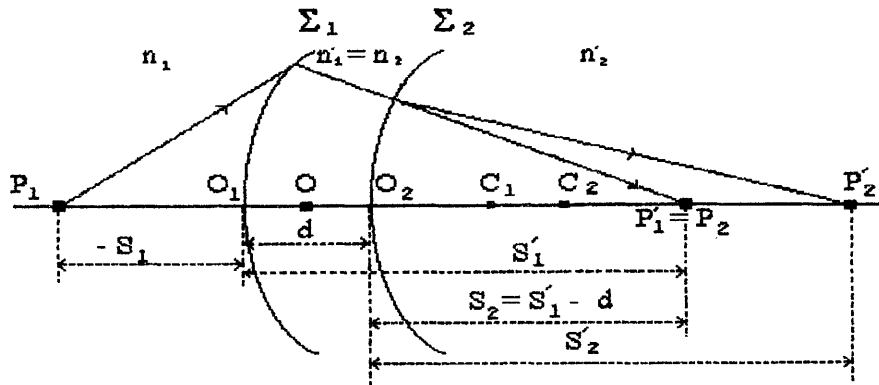


Рис. 2. Преломление света линзой.

вдоль оптической оси, участки обеих поверхностей линзы можно считать параллельными. При прохождении через плоскопараллельную пластинку световой луч претерпевает только параллельное смещение, но этим смещением в очень тонкой пластинке можно пренебречь.

Если на линзу падает световой луч не вдоль одной из ее оптических осей, а по какому-либо другому направлению, то он, испытав преломление сначала на первой ограничивающей линзу поверхности, потом на второй, отклонится от первоначального направления. Найдем точку, в которой соберется после прохождения линзы парааксиальный пучок лучей, выходящий из точки P_1 на главной оптической оси (рис. 2).

Преломление на первой сферической поверхности Σ_1 создало бы без второй преломляющей поверхности Σ_2 в среде с показателем преломления n_1' изображение P_1' на расстоянии $OP_1' = S_1'$ (рис. 2) от вершины, так что

$$\frac{n_1}{S_1} - \frac{n_1'}{S_1'} = \frac{n_1 - n_1'}{r_1},$$

где $S_1 = PO$, r_1 — радиус кривизны первой поверхности линзы.

Для второй поверхности P_1' является как бы мнимым источником света. Построение изображения этого источника после преломления на второй поверхности линзы даст точку P_2' на расстоянии $OP_2' = S_2'$ от линзы. Здесь опять применима формула (5)

$$\frac{n_1'}{S_1'} - \frac{n_2'}{S_2'} = \frac{n_1' - n_2'}{r_2},$$

где r_2 — радиус кривизны второй поверхности. Полагая $S_1 = S$, $S_2' = S'$, сложим первое уравнение со вторым и получим общую формулу для тонкой линзы

$$\frac{n_2'}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2' - n_2}{r_2} - \frac{n_1 - n_2}{r_1}. \quad (6)$$

Чаще всего по обе стороны линзы находится одна и та же среда, т.е. $n_1' = n_1$. В этом случае формула тонкой линзы приобретает вид

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \quad (7)$$

Для каждой конкретной линзы радиусы кривизны ее поверхностей и показатели преломления вещества линзы n_2 и окружающей среды n_1 заданы. Поэтому в правой части равенства (7) стоит постоянная величина:

$$\Phi \equiv \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

которую называют *оптической силой* линзы. Легко видеть, что оптическая сила тонкой линзы равна сумме оптических сил ее преломляющих поверхностей:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2.$$

Если $\Phi > 0$, то линза называется *положительной (собирающей)*. Если $\Phi < 0$, то линза называется *отрицательной (рассеивающей)*.

ФОКУСЫ ТОНКОЙ ЛИНЗЫ

На главной оптической оси можно найти такую точку, что выходящие из нее лучи после прохождения линзы образуют параллельный пучок света. Эту точку называют *первым главным фокусом* (рис. 3а). Для параллельных лучей $S' = \infty$, откуда координата f первого главного фокуса равна

$$f = S' \Big|_{S' \rightarrow \infty} = -\frac{n_1}{\Phi}. \quad (8)$$

Если линза находится в воздухе $n_1 \cong 1$ и поэтому $f = \frac{1}{\Phi}$.

Вторым главным фокусом называется точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельным пучком (рис. 3 б). Для таких лучей $S = -\infty$ откуда координата второго главного фокуса, как следует из (7), равна:

$$f' = S' \Big|_{S \rightarrow -\infty} = +\frac{n_1}{\Phi}. \quad (9)$$

В воздухе $f' = 1/\Phi$.

В случае рассеивающей линзы ($\Phi < 0$) в фокусе пересекаются не преломленные лучи, а их воображаемые продолжения; при этом фокус лежит с той же стороны от линзы, с которой падает на линзу параллельный пучок лучей (см. рис. 3в). Фокус такой линзы называют *мнимым*.

Расстояние от оптического центра линзы до фокуса называется *фокусным расстоянием*. Плоскости, проходящие через главные фокусы перпендикулярно главной оптической оси, называются *фокальными плоскостями*. В однородной среде фокусные расстояния линзы равны по величине. В общем случае это не так (например, если по разные стороны от линзы находятся разные вещества).

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ В ЛИНЗЕ

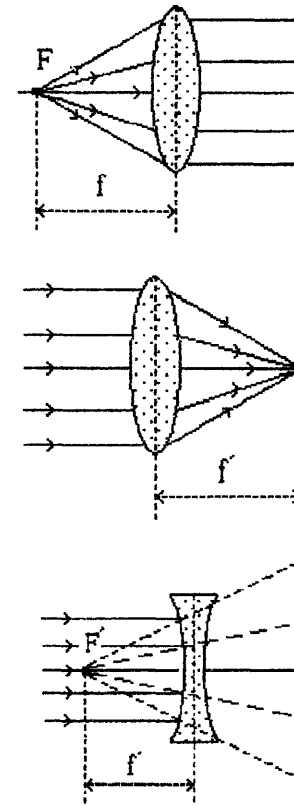


Рис. 3, а, б, в. Фокусы тонкой линзы (пояснения в тексте)

Фокальные плоскости, главная оптическая ось и плоскость самой линзы являются *кардинальными* элементами тонкой линзы. Знание этих элементов позволяет построить в линзе изображение любого объекта. Каждая точка изображения является местом пересечения всех лучей, исходящих из сопряженной точки объекта. Однако для нахождения этого места достаточно воспользоваться по крайней мере двумя из следующих трех лучей (рис. 4):

- ◆ лучом PM , параллельным оптической оси: после преломления в линзе такой луч проходит через второй главный фокус;
- ◆ фокальным лучом PN , проходящим через первый главный фокус: после преломления в линзе он параллелен оптической оси;

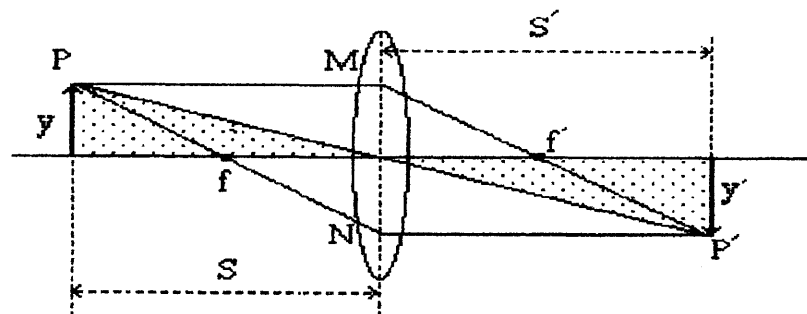


Рис. 4. Построение изображения в линзе.

♦ лучом PP' , проходящим через центр линзы: этот луч не меняет после линзы своего направления.

Если пучок лучей, исходящих от каждой сопряженной точки предмета, после преломления в линзе становится расходящимся, то для построения изображения нужно использовать воображаемые продолжения преломленных лучей. Изображение предмета в этом случае лежит с той же стороны от линзы, что и предмет. Такое изображение называют *мнимым*.

Следует отметить, что при решении задачи о построении изображения внеосевых точек совсем не обязательно, чтобы выбранные простейшие пары лучей действительно проходили через линзу. Лучи, служащие для построения, — условные; они могут быть не параксиальными. Тем не менее их можно использовать для построения изображения.

УВЕЛИЧЕНИЕ ТОНКОЙ ЛИНЗЫ

Обозначим длину объекта через y , а длину изображения — через y' . *Линейным увеличением линзы* называется отношение линейных размеров изображения к линейным размерам объекта:

$$\beta = \frac{y'}{y}. \quad (10)$$

Условимся отрезки, перпендикулярные к оптической оси, считать положительными, если они направлены вверх, и отрицательными, если они направлены

вниз. Для случая, изображенного на рис.4, длина объекта y положительна, а длина изображения y' — отрицательна. Из подобия треугольников на рис.4 видно, что $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$, так что в зависимости от расположения предмета изображение может быть увеличенным ($|\beta| > 1$), уменьшенным ($|\beta| < 1$), прямым ($\beta > 0$) или перевернутым ($\beta < 0$), действительным или мнимым.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Описание установки и подготовка ее к работе

Общий вид лабораторной установки схематично показан на рис. 5.

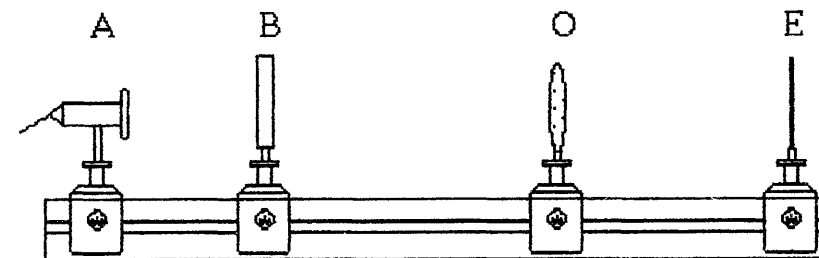


Рис. 5

Малая оптическая скамья состоит из металлической станины с укрепленной на ней миллиметровой шкалой. Вдоль станины на рейтерах — держателях размещены источник света A , предмет B , линза O и экран E . Предметом для получения изображений на экране служит 'стрелка'. Стремиться к равномерному освещению всего окошечка экрана B не обязательно. Достаточно, чтобы сильно увеличенное линзой осветителя изображение волоска нити лампы на крыло нарисованную стрелку.

Перед началом измерений система должна быть центрирована, т.е. центры всех ее элементов по высоте должны лежать на одной горизонтальной прямой.

Плоскость экрана и поверхность линзы должны быть перпендикулярны оптической оси.

Определение главного фокусного расстояния собирающей линзы

Определите главное фокусное расстояние собирающей линзы следующими тремя способами и сравните между собой результаты. Измерения обязательно проведите не менее 5 раз, изменяя расстояние между элементами оптической схемы. Оцените ошибку измерений для каждого метода. Попробуйте указать причины расхождения результатов, полученных разными методами.

Способ 1. При получении действительного изображения собирающей линзой ($\Phi > 0$) в воздухе ($n \cong 1$) формулу (7) с учетом (8) и (9) можно переписать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \Phi = \frac{1}{|f|}, \quad (11)$$

где $a = |OB|$, $b = |OE|$ - расстояния от линзы до предмета и от линзы до изображения, соответственно. Отсюда

$$|f| = \frac{ab}{a+b} \quad (12)$$

(формула Гаусса).

Способ 2. Пусть величина предмета l , а величина его изображения l' . Поскольку $l/l' = a/b$, формулу Гаусса (12) можно преобразовать к виду

$$|f| = b \frac{l}{l+l'} \quad (13)$$

На опыте измеряют величины b , l и l' , причем целесообразно работать при больших увеличениях.

Измерения фокусного расстояния способом 1 и способом 2 можно проводить одновременно, руководствуясь следующим примерным порядком действий:

- ◆ прикрепите скрепками к экрану листок белой бумаги;

- ◆ зафиксируйте какое-либо расстояние между предметом (стрелкой) и экраном;
- ◆ включите осветитель и, изменяя положение лампы осветителя, добейтесь, чтобы сильно увеличенное изображение волоска нити лампы накрыло нарисованную стрелку;
- ◆ медленно перемещайте линзу до тех пор, пока на экране не появится резкое изображение предмета (стрелки);
- ◆ измерьте по шкале расстояние от предмета до линзы (a), от линзы до изображения (b) и миллиметровой линейкой - длину изображения l' ;
- ◆ результаты измерений запишите в таблицу;
- ◆ измените расстояние между предметом и экраном и повторите измерения;
- ◆ с помощью измеренных значений a , b и l' , рассчитайте фокусное расстояние линзы способом 1 (формула 12) и способом 2 (формула 13); длина предмета l указана на приборе;
- ◆ окончательный результат для способа 1 и способа 2 представьте в стандартной форме $f = (\bar{f} \pm \Delta f)$ для $p = 0.95$.

Способ 3 (способ Бесселя). Если расстояние между предметом и экраном не меньше, чем $4|f|$, то существует два положения линзы, при которых получается резкое изображение предмета (рис. 6). Одно из этих изображений увеличенное, а другое уменьшенное.

Пусть в первом положении линза дает увеличенное изображение, тогда

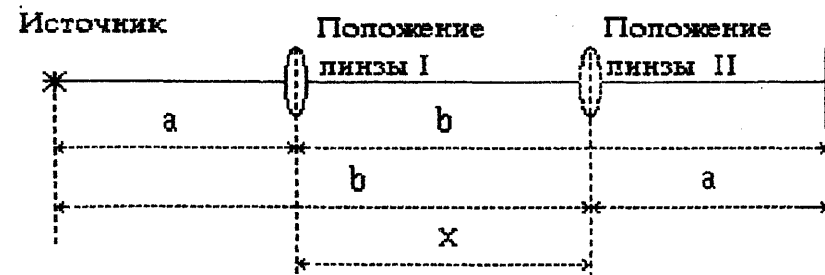


Рис. 6

$b > a$. Во втором положении будет получаться уменьшенное изображение, причем a и b поменяются местами (это можно понять, если использовать обратимость хода лучей или соображения симметрии). Обозначим

$$a + b = z; \quad b - a = x.$$

Очевидно, что z - расстояние от предмета до экрана; x - расстояние между двумя положениями линзы, при которых получается резкое изображение. Выразим a и b через z и x и подставим в формулу Гаусса (12):

$$|f| = \frac{z^2 - x^2}{4z}. \quad (14)$$

Эту формулу тоже можно использовать для определения фокусного расстояния собирающей линзы. Примерный порядок действий при измерении способом 3 может быть следующим:

- ◆ прикрепите скрепками к экрану листок белой бумаги;
- ◆ зная из предыдущих опытов примерную величину $|f|$, установите предмет и экран на расстоянии, немного большем $4|f|$ друг от друга и запишите эту величину z в таблицу;
- ◆ включите осветитель и, изменяя положение лампы осветителя, добейтесь, чтобы сильно увеличенное изображение волоска нити лампы накрыло нарисованную стрелку;
- ◆ перемещая только линзу, добейтесь резкого увеличенного изображения предмета и снимите по шкале отсчет x' этого положения линзы;
- ◆ перемещая только линзу, добейтесь резкого уменьшенного изображения предмета и снимите по шкале отсчет x'' нового положения линзы;
- ◆ рассчитайте значение $x = x' - x''$ и по формуле (14) вычислите значение фокусного расстояния;
- ◆ результаты вычислений запишите в таблицу;
- ◆ измените расстояние между предметом и экраном и повторите все измерения (помните, что величина z должна быть больше $4|f|$);
- ◆ окончательный результат представьте в стандартной форме

$$f = (\bar{f} \pm \Delta f) \text{ для } p = 0.95.$$

Таблица

№ п.п.	Способ 1			Способ 2			Способ 3				
	a	b	f	l	l'	f	Z	x'	x''	x	f
1											
2											
3											
4											
5											
$f = \bar{f} \pm \Delta f$				$f = \bar{f} \pm \Delta f$			$f = \bar{f} \pm \Delta f$				

Примечание. Случайная погрешность измерений может быть вычислена по формуле Стьюдента:

$$\Delta f = t_{p,k} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{f} - f_i)^2}{k(k-1)}}$$

где $t_{p,k}$ - коэффициент Стьюдента. Для $p = 0.95$ и $k = 5$, $t_{p,k} = 2.8$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Записать без вывода общую формулу тонкой линзы и пояснить физический смысл всех величин, входящих в нее.
2. Вывести формулу тонкой линзы.
3. Какими методами определяется фокусное расстояние линзы в настоящей работе. Укажите причины расхождения результатов, полученных разными методами.
4. Что изменится у тонкой линзы, если с одной ее стороны находится воздух, а с другой вода?