

## Лабораторная работа №307

## ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОДИНАРНЫМ МОСТОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА (мостом Уитстона)<sup>1</sup>

**Приборы и принадлежности:** реохорд, магазин сопротивлений, источник постоянного тока, гальванометр, два резистора с неизвестным сопротивлением.

**Введение.** Для измерения электрического сопротивления применяются следующие методы.

1. Определение сопротивления по результатам непосредственного измерения тока и падения напряжения на измеряемом сопротивлении (метод амперметра-вольтметра). Величину сопротивления находят из закона Ома для участка цепи как частное от деления напряжения (показания вольтметра) на ток (показания амперметра).

2. Определение сопротивления по результатам измерения тока в нем при фиксированном напряжении на участке цепи, содержащей измеряемое сопротивление (метод омметра). Шкала измерителя тока (обычно микроамперметра) градуируется предварительно в омах, а величина

измеряемого сопротивления отсчитывается по шкале измерительного прибора непосредственно.

3. Метод прямого или косвенного *сравнения* измеряемого сопротивления с образцовым. Разновидностью его является метод измерения сопротивления одинарным мостом постоянного тока. Высокая чувствительность и точность измерений, достигающая 0,01%, обусловили широкое применение мостового метода.

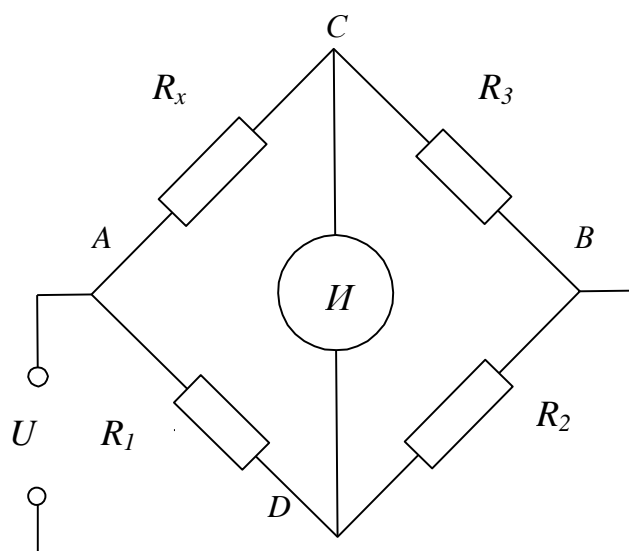


Рис.1.

Основной частью электрической цепи одинарного моста постоянного тока (моста Уитстона<sup>2</sup>) является так называемый *четырёхполюсник* – участок цепи, имеющий четыре узла

<sup>1</sup> Данное руководство является новой редакцией описания, составленного О.Н.Кордуном.

<sup>2</sup> Ch. Wheatstone (1802-1875) – английский физик.

(“полюса”) –  $A, B, C, D$  (рис.1). Такое устройство широко распространено в измерительной технике (измерение сопротивлений, емкостей, индуктивностей и др.) и средствах автоматики.

Один из резисторов в мосте Уитстона является измеряемым –  $R_x$ . Такой четырехполюсник обладает следующим свойством. Если к узлам  $A$  и  $B$  (к диагонали  $AB$  моста) подвести напряжение  $U$  от какого-либо источника постоянного тока, а между узлами  $C$  и  $D$  (в диагональ моста  $CD$ ) включить высокочувствительный измерительный прибор  $I$  (гальванометр или микроамперметр), то для любого неизвестного сопротивления  $R_x$  можно подобрать такие величины сопротивлений резисторов  $R_1, R_2, R_3$ , при которых ток в приборе  $I$  будет иметь определенное значение, в том числе и нуль. В этом случае сопротивления четырех резисторов будут связаны между собой определенным однозначным соотношением, которое можно получить путем расчета цепи

одинарного моста, изображенной на рис.2. Для этого сделаем следующее: 1) обозначим токи в ветвях и совершенно произвольно укажем их направления, 2) выберем направление обхода контуров, например, по часовой стрелке. По правилам Кирхгофа напишем систему уравнений (не более трех уравнений для токов

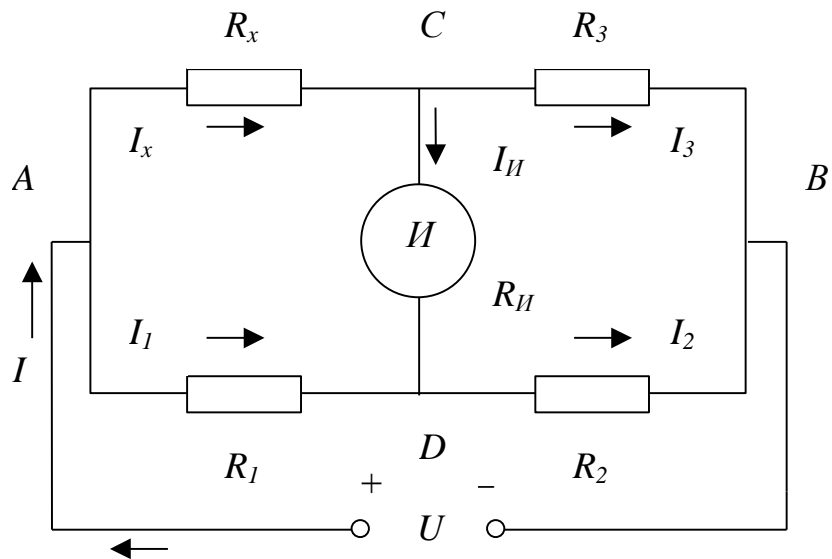


Рис.2

так как в цепи четыре узла, и не более трех уравнений для напряжений, так как в ней четыре независимых контура):

1.  $I - I_x - I_1 = 0$  (для узла  $A$ );
2.  $I_x - I_3 - I_u = 0$  (для узла  $C$ );
3.  $I_1 + I_u - I_2 = 0$  (для узла  $D$ );
4.  $I_x R_x + I_u R_u - I_1 R_1 = 0$  (для контура  $ACDA$ );
5.  $I_3 R_3 - I_2 R_2 - I_u R_u = 0$  (для контура  $CBDC$ );
6.  $I_1 R_1 + I_2 R_2 = U$  (для контура  $ADBA$ ).

Решая эту систему уравнений и исключая при этом токи  $I_1, I_2, I_3, I_x, I$ , найдем  $I_u$  – ток в измерительном приборе, который связан с неизвестным сопротивлением  $R_x$ .

$$I_u = \frac{R_x R_2 - R_1 R_3}{R_u (R_x + R_3)(R_1 + R_2) + R_x R_3 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_x + R_3)} \cdot U. \quad (1)$$

Мост, в котором измерения сопротивлений проводятся по величине тока измерителя  $I_u$ , называется *неуравновешенным* (несбалансированным).

В такого рода цепях при заданных значениях  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_u$  и  $U$  величину измеряемого сопротивления  $R_x$  можно определить по отклонению стрелки измерительного прибора  $I$ , предварительно проградуировав его шкалу в омах (килоомах, мегомах). Градуировка производится путем включения в цепь моста вместо  $R_x$  известных образцовых сопротивлений.

Как видно из формулы (1), измерения неуравновешенным мостом требуют строгого *постоянства* напряжения питания  $U$ , что является их существенным недостатком. Кроме того, на точности измерения влияет и погрешность измерительного прибора  $I$ , что ограничивает использование таких мостов для измерения сопротивлений. Неуравновешенные мосты чаще применяются для измерения электрическими методами неэлектрических величин (температуры, светового потока и т.д.).

Однако, при той же самой электрической цепи можно получить так называемый *уравновешенный мост*, если путем подбора сопротивлений резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  *добиться отсутствия тока в измерителе  $I$* . Для этого случая из написанных выше уравнений получатся следующие:

$$\begin{aligned} \text{из уравнения (2) –} & \quad I_x = I_3; \\ \text{из уравнения (3) –} & \quad I_1 = I_2; \\ \text{из уравнения (4) –} & \quad I_x R_x = I_1 R_1; \\ \text{из уравнения (5) –} & \quad I_3 R_3 = I_2 R_2. \end{aligned}$$

Решение этой системы уравнений дает следующее условие равновесия моста Уитстона:

$$R_x R_2 = R_1 R_3 \quad (2)$$

Кстати, это же условие вытекает как частный случай из формулы (1), если в ней положить  $I_u = 0$ .

Таким образом, произведения сопротивлений противоположных плеч моста равны. Отсюда находится искомое сопротивление

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}. \quad (3)$$

В случае уравновешенного (сбалансированного) моста постоянного тока нет необходимости строго стабилизировать напряжение питания моста  $U$  и не требуется градуировать шкалу измерительного прибора в единицах сопротивления. Это приводит к упрощению измерительной установки и увеличению точности измерений.

Точность измерения сопротивления  $R_x$  уравновешенным мостом зависит от точности и стабильности сопротивлений резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и

чувствительности измерительной цепи, которая, в свою очередь, зависит от чувствительности прибора  $I$  и величины питающего напряжения  $U$ .

Измерительный прибор  $I$  в уравновешенном мосте является лишь индикатором наличия или отсутствия тока в диагонали моста  $CD$  (индикатором баланса). Поэтому его роль выполняет высокочувствительный *гальванометр* с нулем посередине шкалы.

При увеличении напряжения питания  $U$  чувствительность мостовой схемы возрастает. Однако при этом надо учитывать увеличение токов в резисторах и возможное изменение их сопротивлений в результате нагревания. При значительных токах мощность, выделяющаяся на сопротивлениях, может превысить допустимую и вывести их из строя. Поэтому повышение чувствительности моста за счет увеличения питающего напряжения не может вестись бесконтрольно.

Для измерения сопротивления  $R_x$  в широких пределах, нужно иметь возможность легко изменять величины сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Из формулы (3) следует, что измеряемое сопротивление  $R_x$  равно произведению двух сомножителей:  $R_3$  и  $R_1/R_2$ . Поэтому пределы измерения  $R_x$  зависят как от диапазона изменения величины  $R_3$ , так и отношения  $R_1/R_2$ .

В практических цепях одинарных мостов расширение пределов измерения неизвестных сопротивлений осуществляется различными средствами, которые и определяют разновидности мостов Уитстона – реостатные, магазинные и реохордные.

Рассмотрим реохордный мост Уитстона. В схеме этого моста резисторы  $R_1$  и  $R_2$  (см. рис.2) заменены так называемым *реохордом* – высокоомным проводником, представляющим собой тонкую неизолированную проволоку, по поверхности которой может перемещаться (скользить) ползунок (движок), имеющий электрический контакт с проволокой на всем ее протяжении. В реохорде классической конструкции проволока из металла с высоким удельным сопротивлением натянута между двумя зажимами, укрепленными на линейке. Подвижный контакт  $D$  делит проволоку на две части: левая часть имеет сопротивление  $R_1$ , правая – сопротивление  $R_2$ . Передвигая ползунок по реохорду, можно изменять отношение  $R_1/R_2$  в значительных пределах. В качестве  $R_3$  надо взять эталонное сопротивление или магазин сопротивлений.

Если длину реохорда обозначить  $L$ , а  $l$  – длину левой части реохорда (соответствующую  $R_1$ ), то длина его правой части (соответствующая  $R_2$ ) будет равна  $L-l$  (рис.3). В этом случае, как следует из формулы (3), измеряемое сопротивление  $R_x$  может быть определено так:

$$R_x = R_3 \frac{l}{L-l}. \quad (4)$$

Найдем, при каком положении движка реохорда погрешность измерений минимальна.

Относительная погрешность измерения сопротивления  $R_x$  равна

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta l}{L-l} + \frac{\Delta L}{L-l} = \frac{\Delta l(L-l) + l(\Delta L + \Delta l)}{l(L-l)}. \quad (5)$$

Относительная погрешность минимальна, если знаменатель в выражении (5) будет максимальным. Исследуем знаменатель  $f(l) = l(L-l)$  на максимум

$$\frac{df}{dl} = L - 2l. \quad L - 2l = 0. \quad \text{Отсюда } l = \frac{L}{2}. \quad (6)$$

Следовательно, наименьшая погрешность имеет место в том случае, когда скользящий контакт находится посередине реохорда. Согласно формуле (4) при этом сопротивление  $R_x$  равно сопротивлению резистора  $R_3$ . Отсюда возникает естественный вывод, что в качестве резистора  $R_3$  удобнее всего взять магазин сопротивлений.

**Описание установки.** Все детали и приборы установки укреплены на лабораторной панели. Часть соединений электрической цепи, схема которой представлена на рис.3, выполнена под панелью. Реохорд (он изображен в

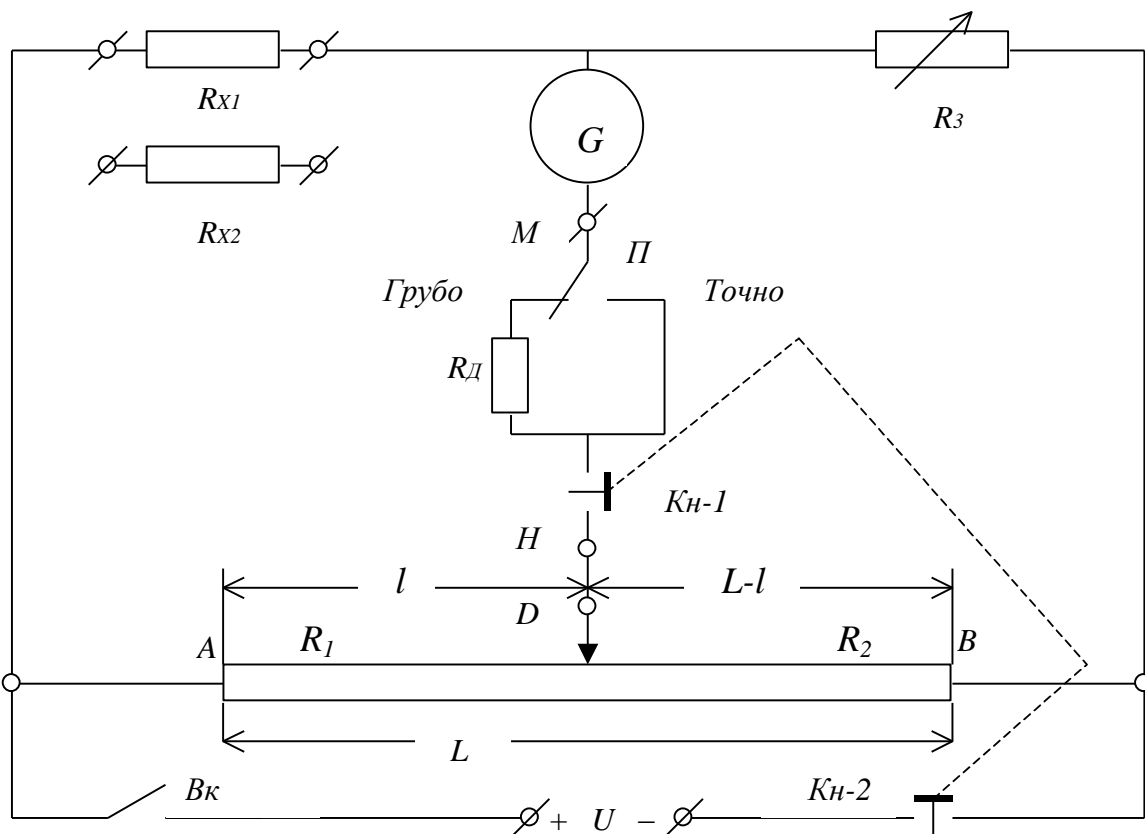


Рис.3

виде вытянутого прямоугольника), длина которого между точками  $A$  и  $B$  равна  $L$ , делится точкой  $D$  на две части:  $l$  (ее сопротивление  $R_1$ ) и  $L-l$ , сопротивление которой  $R_2$ .

Для правильной сборки остальной части моста и его правильной эксплуатации обратите внимание на следующее.

1. На лабораторной панели установлены: гальванометр  $G$ , реохорд  $AB$ , шестидекадный магазин сопротивлений  $R_3$ , переключатель чувствительности моста  $\Pi$  «Грубо» – «Точно», сдвоенная кнопка  $K_{н-1} - K_{н-2}$ , выключатель питания моста  $Bк$  и клеммы для крепления соединительных проводов.

2. Резисторы  $R_{X1}$  и  $R_{X2}$  находятся под лабораторной панелью. Их выводы соединены с клеммами, расположенными на лицевой поверхности панели.

3. Участок цепи от клеммы  $M$  до клеммы  $H$  собран в подвале лабораторной панели.

4. Кнопка  $K_{н-1}$ , включающая гальванометр, заблокирована с кнопкой  $K_{н-2}$ , включающей источник питания (соединяющая их на схеме пунктирная линия является условным обозначением упомянутой блокировки). При этом блокировка выполнена так, что срабатывание кнопки  $K_{н-2}$  опережает включение кнопки  $K_{н-1}$ . Такая последовательность включения предохраняет гальванометр от экстрастоков включения цепи. На лицевую поверхность панели выведен общий толкатель этих кнопок.

5. Концы высокоомного провода реохорда внутри панели присоединены к клеммам  $A$  и  $B$ , а скользящий контакт реохорда – к клемме  $D$ .

**Измерения.** 1. Соберите электрическую цепь реохордного моста Уитстона по схеме (рис.3) и дайте возможность преподавателю проверить ее.

2. Измерьте сопротивление резистора  $R_{X1}$ .

- Для этого поставьте переключатель гальванометра в положение «Грубо».
- Движок поставьте точно посередине реохорда.
- На магазине сопротивлений все декады установите на нулевые деления.
- Нажмите сдвоенную кнопку на короткое время (1...2 секунды) и запомните, в какую сторону отклонилась стрелка гальванометра. Кнопку не следует держать нажатой долго, чтобы реохорд и резисторы не успевали сильно нагреться, иначе затрудняется процесс уравнивания моста.
- Установите на магазине сопротивление  $R_3$  порядка десяти тысяч ом. Снова нажмите кнопку и обратите внимание, в какую сторону отклонилась стрелка гальванометра теперь. Если она отклонилась в противоположную сторону по сравнению с первым измерением при нулевом сопротивлении, то искомая величина находится между этими пределами. Ваша цель – найти ее в грубом приближении, вращая ручки старших декад магазина до тех пор, пока стрелка гальванометра будет отклоняться от нуля на 2-3 деления.
- После этого поставьте переключатель в положение «Точно» и уже младшими декадами магазина  $R_3$  добейтесь наилучшей балансировки моста, когда при нажатии кнопки стрелка гальванометра остается на месте.

- Запишите отсчет на магазине сопротивлений  $R_3$ , при котором достигнуто равновесие моста, в табл.1.

3.Сместите движок реохорда влево на 10...20 мм, запишите в табл.1 длины плеч реохорда при новом положении ползунка. Произведите все операции уравнивания моста, как это сказано выше, в п.2.

4.Сместите движок реохорда вправо на 10...20 мм и еще раз измерьте  $R_{X1}$ . Таким образом, у Вас получится не менее трех измерений сопротивления одного и того же резистора (лучше произвести пять измерений).

5.Включите на место резистора  $R_{X1}$  резистор  $R_{X2}$  и измерьте его сопротивление также не менее трех (пяти) раз.

6.Соедините  $R_{X1}$  и  $R_{X2}$  последовательно и измерьте их сопротивление.

7.Измерьте сопротивление параллельно соединенных резисторов  $R_{X1}, R_{X2}$ .

Таблица 1

Измеряемое сопротивление	$l$ , см	$L-l$ , см	$R_3$ , Ом	$R_X$ , Ом	$\bar{R}_X - R_i$ , Ом	$(\bar{R}_X - R_i)^2$ , (Ом) <sup>2</sup>
$R_{X1}$						

**Обработка результатов измерений.** 1.Вычислите среднее значение сопротивления  $\bar{R}_X$  каждого резистора и их соединений.

2.Задавшись коэффициентом надежности  $p$ , найдите погрешность измерения сопротивлений по Стьюденту

$$\Delta R_X = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{R}_X - R_{Xi})^2} . \quad (7)$$

3.Результат в виде

$$R = \bar{R} \pm \Delta R$$

запишите в соответствующий столбец табл.2 с указанием коэффициента надежности.

Таблица 2

Сопротивление	$R_X = \bar{R}_X \pm \Delta R$	Результаты расчета послед. и паралл. соединений

4.Величины общих сопротивлений при последовательном и параллельном соединении, найденные путем измерений, сравните с соответствующими величинами сопротивлений, полученными в результате расчета по формулам параллельного и последовательного соединения проводников.

### Контрольные вопросы

1.Какая электрическая цепь называется одинарным мостом постоянного тока (мостом Уитстона) ? Нарисуйте схему моста.

2.Что такое уравновешенный и неуравновешенный мост? Как измеряется неизвестное сопротивление в случае того и другого моста?

3.Напишите систему уравнений Кирхгофа для уравновешенного моста и решите ее с целью получения расчетной формулы для определения  $R_x$ .

4.Что такое реохордный мост? Можно ли обойтись без реохорда? Какие преимущества у реохордного моста по сравнению с другими?

5.Для чего установлена сдвоенная кнопка-выключатель? В какой последовательности должны срабатывать выключатели при нажатии и отжатии кнопки?

6.Какова роль гальванометра в цепи уравновешенного моста и каковы требования к нему? Найдите на шкале гальванометра данные о его чувствительности по току.

7.Каково назначение переключателя к гальванометру «грубо-точно»?

8.За счет чего достигается высокая точность измерения сопротивления мостом Уитстона?

9.При каком условии точность измерения сопротивления мостом Уитстона наибольшая? Откуда это условие вытекает?

10.Оцените для данной лабораторной установки верхний и нижний пределы измеряемых сопротивлений (порядок).

11.Какова методика измерения сопротивления уравновешенным мостом? В чем заключается процедура уравновешивания? Что является критерием равновесия?

12.Какие способы измерения электрического сопротивления существуют? Какие преимущества и недостатки они имеют по сравнению с мостом и друг с другом? Если Вы выполнили работу №301, используйте ее результаты.

#### Список рекомендуемой литературы

- 1.Попов В.С. Электротехнические измерения. М.: Энергия. 1974. Гл.6.
- 2.Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 2. Электричество и магнетизм. М.: Наука. 1998. §5.6.
- 3.Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: Наука. 1983. §45.