

## Лабораторная работа № 320

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ  
МАГНЕТРОНА

**Введение.** Удельным зарядом электрона называется отношение заряда электрона к его массе –  $e/m$ . Эту величину можно определить различными экспериментальными методами, в том числе и “методом магнетрона”. В основе данного метода лежит идея использования двухэлектродной вакуумной лампы (диода) с такой же конфигурацией электрического и магнитного поля как в магнетроне – электровакуумном приборе, широко используемом в качестве генератора электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

Движение электронов в диоде происходит в кольцевом пространстве, заключенном между цилиндрическими коаксиальными электродами – катодом и анодом. Длина электродов значительно больше расстояния между ними. В любой точке этого пространства напряженность электрического поля  $E$  направлена к оси цилиндров вдоль радиусов. Магнитное поле создается соленоидом, окружающим диода. Индукция магнитного поля  $B$  направлена вдоль оси диода. Таким образом, электрон оказывается в *скрещенных* полях (как в магнетроне!) и его специфическое движение определяется ортогональностью и величиной этих полей. Начальную скорость электронов при выходе из катода будем считать равной нулю.

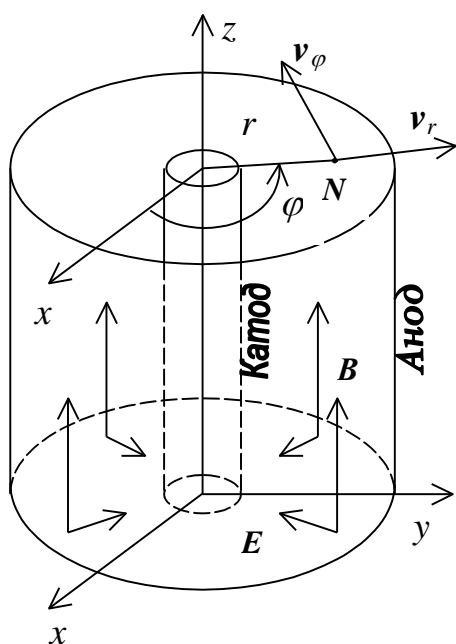


Рис.1

Рассмотрим траекторию электронов, движущихся под влиянием указанных полей. В данном случае удобно воспользоваться цилиндрической системой координат, в которой положение электрона будем характеризовать расстоянием от оси цилиндра  $r$ , углом  $\varphi$  и смещением вдоль оси  $z$  (рис.1).

Со стороны *электрического* поля на электрон действует сила

$$\vec{F}_e = e\vec{E}. \quad (1)$$

Напряженность электрического поля в любой точке между коаксиальными цилиндрами совпадает с их радиусами и проекция на это направление равна

$$E_r = -\frac{U}{\ln(r_a/r_k)} \frac{1}{r}, \quad (2)$$

где  $U$  – разность потенциалов между анодом и катодом (анодное напряжение),

$r_a$  – радиус анода,  $r_k$  – радиус катода,

$r$  – расстояние от оси до произвольной точки  $N$  в межэлектродной области.

Запишем уравнение (1) в проекциях на оси координат

$$F_{er} = eE_r, \quad F_{e\varphi} = 0, \quad F_{ez} = 0. \quad (3)$$

Со стороны магнитного поля на электрон действует сила Лоренца  $F_m$

$$\vec{F}_m = e[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (4)$$

которую в проекциях можно записать так (с учетом знака заряда):

$$F_{mr} = -ev_\varphi B, \quad (5)$$

$$F_{m\varphi} = ev_r B, \quad (6)$$

где

$$v_r = \dot{r} = dr/dt, \quad (7)$$

$$v_\varphi = r\dot{\varphi} = r(d\varphi/dt).$$

Итак, ни электрическая, ни магнитная сила не имеют составляющих вдоль оси  $z$ , поэтому движение электрона вдоль оси цилиндров будет равномерным. Движение в плоскости  $(r, \varphi)$  опишем уравнением моментов относительно оси  $z$ .

$$\frac{d}{dt}(J_z \dot{\varphi}) = M_z, \quad (8)$$

где  $J_z$  – момент инерции электрона относительно оси  $z$ , который равен  $mr^2$ ,

$M_z$  – сумма моментов всех сил, действующих на электрон, в проекции на ось  $z$ .

Только момент силы  $F_{m\varphi}$  отличен от нуля и равен  $rF_{m\varphi}\sin(\alpha, F_{m\varphi})$

$$M_z = erv_r B. \quad (9)$$

Подставляя значения всех величин в формулу (8), получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt}(mr^2 \dot{\varphi}) = erB \frac{dr}{dt}, \quad \text{или} \quad \frac{d}{dt}(mr^2 \dot{\varphi}) = \frac{1}{2} eB \frac{d(r^2)}{dt}. \quad (10)$$

Проинтегрировав уравнение (10), получим его решение

$$r^2 \dot{\varphi} + C = \frac{|e|Br^2}{2m}, \quad (11)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которую следует определить из граничных условий. В начале движения координата  $r$  равна радиусу катода  $r_k$ , скорость электронов, покидающих катод, равна нулю:  $v=0$  и  $\omega=0$ .

$$C = \frac{|e|Br_k^2}{2m}.$$

В таком случае из уравнения (11) получается, что электрон в плоскости  $(r, \varphi)$  движется с угловой скоростью

$$\dot{\phi} = \frac{|e|B}{2m} \left( 1 - \frac{r_k^2}{r^2} \right). \quad (12)$$

Рассмотрим теперь радиальное движение электрона, так как он движется под действием электрического поля к аноду. При перемещении электрона от катода (его потенциал примем равным нулю) до точки  $N$  с потенциалом  $V$  электрическое поле производит работу

$$A = eV. \quad (13)$$

Здесь и далее опущен знак модуля у заряда электрона, так что под  $e$  подразумевается только численное значение. Магнитное поле работы не производит, так как между силой Лоренца и перемещением угол составляет  $\pi/2$ .

Работа электрического поля  $A$  увеличивает кинетическую энергию электрона на  $mv^2/2$  (начальной скоростью электрона пренебрегли!):

$$eV = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (v_r^2 + v_\phi^2), \quad (14)$$

где

$$v_\phi = \dot{\phi} r.$$

Подставив компоненты скорости электрона из формул (7) и (12) в выражение (14), получим следующее равенство:

$$eV = \frac{m}{2} \left[ \dot{r}^2 + r^2 \frac{1}{4} \left( \frac{e}{m} \right)^2 B^2 \left( 1 - \frac{r_k^2}{r^2} \right)^2 \right]. \quad (15)$$

Это уравнение движения электрона. Рассмотрим возможные траектории его движения при одном анодном напряжении  $U$  (потенциал катода равен нулю, то напряжение численно равно потенциалу  $V_a$ ), но при различной индукции  $B$ .

1. В отсутствии магнитного поля траектория электрона прямолинейна и направлена вдоль радиуса от катода  $K$  к аноду  $A$  (рис.2).

2. При наличии слабого магнитного поля хотя траектория электрона несколько искривляется, но электрон достигает анода.

3. При некотором значении индукции магнитного поля траектория искривляется настолько, что она лишь касается поверхности анода. Назовем это значение индукции магнитного поля критическим  $B_{kp}$ .

4. Наконец, при  $B > B_{kp}$  электрон не попадает на анод, он возвращается по криволинейной траектории к катоду.

Величину  $B_{kp}$  можно найти из уравнения (15), если принять во внимание, что вблизи анода, когда  $r=r_a$ , радиальная скорость электрона  $\dot{r}$  обращается в нуль

$$eU = \frac{m}{2} r_a^2 \frac{1}{4} \left( \frac{e}{m} \right)^2 B_{kp}^2 \left( 1 - \frac{r_k^2}{r_a^2} \right)^2. \quad (16)$$

В наших условиях отношение  $(r_k/r_a)^2 = (0.5/10)^2 < 0.01$ , поэтому им можно пренебречь по сравнению с 1 и это выражение запишем в таком виде:

$$U = \frac{1}{8} \frac{e}{m} r_a^2 B_{kp}^2, \quad (16)$$

из которого определяется критическое значение индукции.

$$B_{kp}^2 = \frac{8}{r_a^2} \frac{1}{e/m} U. \quad (17)$$

В переменных  $B_{kp}^2$  от  $U$  это есть уравнение прямой с угловым коэффициентом

$$\frac{8}{r_a^2} \frac{1}{e/m}. \quad (18)$$

Если снять экспериментально зависимость  $B_{kp}^2$  от анодного напряжения  $U$  и построить график этой зависимости, появляется возможность определить по графику ее угловой коэффициент

$$\frac{\Delta(B_{kp}^2)}{\Delta U}. \quad (19)$$

Приравняв выражения (18) и (19), получается следующее равенство, содержащее искомое  $e/m$ :

$$\frac{\Delta(B_{kp}^2)}{\Delta U} = \frac{8}{r_a^2} \frac{1}{(e/m)}. \quad (20)$$

Полученное соотношение (20) используется для определения удельного заряда электрона в данной лабораторной работе. Остается реализовать написанный выше сценарий в эксперименте.

До сих пор предполагалось, что все электроны покидают катод с нулевой начальной скоростью. В этом случае при  $B < B_{kp}$  все они попадают на анод, а при  $B > B_{kp}$  все возвращаются к катоду, не достигнув анода. Анодный ток электронной лампы  $I_a$  с увеличением магнитного поля изменялся бы при этом так, как показано на рис.3 штриховой линией. На самом деле электроны,

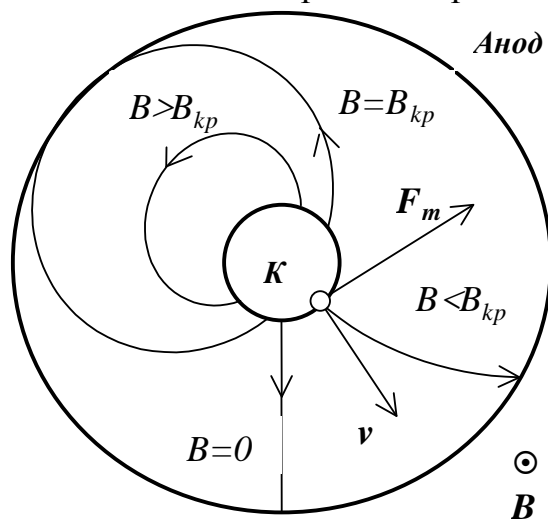


Рис.2

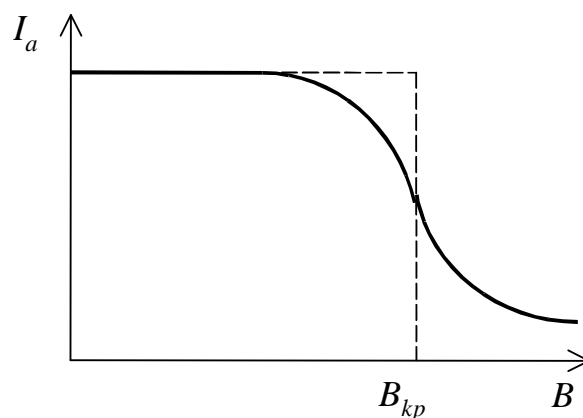


Рис.3

испускаемые нагретым катодом, обладают *различными* начальными скоростями. Поэтому для них критическое условие наступает при различных значениях индукции  $B$ . График зависимости  $I_a$  от  $B$  – так называемая *сбросовая* характеристика – приобретает иной вид (сплошная кривая на рис.3).

Есть и другие причины, приводящие к сглаживанию сбросовой характеристики, например, невыполнение условия строгой коаксиальности катода, анода и соленоида, неоднородность магнитного поля в пределах магнетрона, краевые эффекты и т.п. В этом случае за критическую величину  $B_{кр}$  принимается значение индукции в точке перегиба (в точке максимального наклона) сбросовой характеристики.

**Описание установки.** В предлагаемой работе в качестве «магнетрона» используется электронная лампа – вакуумный диод 1Ц11П. Радиус анода  $r_a=10$  мм, катода  $r_k=0,50$  мм. Лампа помещается в центре соленоида, где магнитное поле наиболее однородно. Принципиальная электрическая схема установки приведена на рис.4. В ней могут быть выделены три части: цепь накала лампы (1), анодная цепь (2) и цепь соленоида (3).

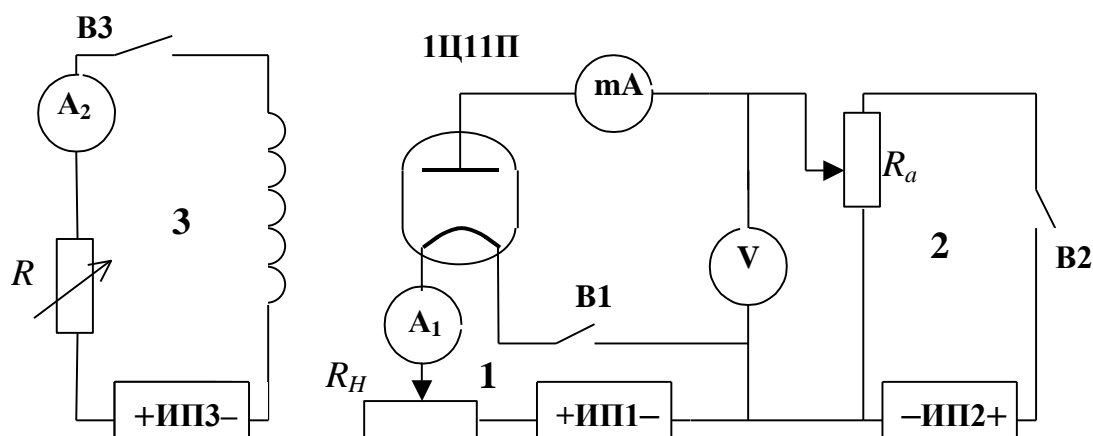


Рис.4

В цепь накала катода входят: источник тока ИП1, амперметр  $A_1$ , переменный резистор  $R_H$  для регулирования тока накала. В работе используется источник питания Б5-71, в котором содержатся все указанные элементы.

Анодная цепь состоит из источника тока ИП2, потенциометра  $R_a$ , позволяющего плавно изменять анодное напряжение, вольтметра  $V$  (эти элементы включены в источник питания постоянного тока Б5-48) и миллиамперметра  $mA$  (мультиметр Щ4313), измеряющего анодный ток  $I_a$ .

В цепи соленоида содержится источник тока ИП3, реостат для регулировки тока соленоида  $R$ , амперметр  $A_2$  (входят в источник питания постоянного тока Б5-50).

Электронная лампа 1Ц11П и окружающий ее соленоид смонтированы на общей лабораторной панели.

**Измерения.** 1.Приведите лабораторную установку в исходное положение:

- все сетевые тумблеры поставьте в положение “Выключено”;

- на источнике питания ИП 1 (Б5-50) установите:  $V - 160 \text{ В}$ ,  $mA - 10 \text{ мА}$ ;
- на источнике питания ИП 2 (Б5-48) установите:  $V - 5$ ,  $A - 1,11 \text{ А}$ ;
- на источнике питания ИП 3 (Б5-71) установите:

ручку  $U$  – в крайнее левое положение (против часовой стрелки до упора),  
ручку  $I$  – в крайнее правое положение,

переключатель  $V/A$  – в положение  $A$ , чтобы на табло высвечивалась сила тока),

переключатель **ВНУТР.-ВНЕШН.** – в положение **ВНУТР.**;

- на мультиметре Щ4313 нажмите и оставьте в утопленном состоянии кнопку  $A$  и кнопку  $2 \text{ мА}$ , подготовив тем самым прибор к измерению тока до  $2 \text{ мА}$ ; остальные кнопки оставьте в отжатом положении.

2.Соберите электрическую цепь по блок-схеме (рис.5) и предложите преподавателю проверить, правильно ли все сделано.

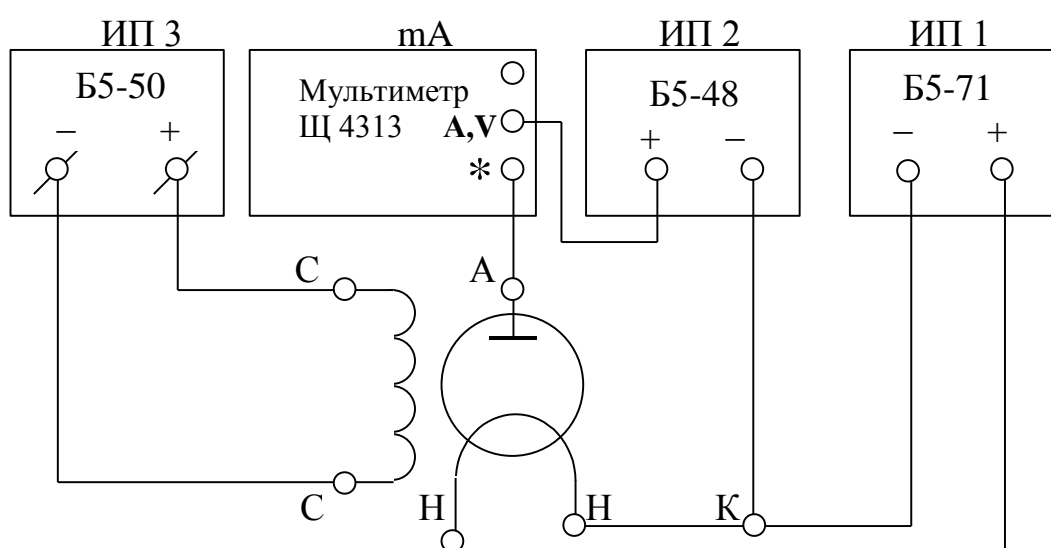


Рис.5. Блок-схема установки. Клеммы Н – нить накала, клемма А – анод, клемма К – катод лампы. Клеммы С – выводы обмотки соленоида.

3.Включите источник тока накала ИП1 и ручкой  $U$  установите по индикатору ток  $I_H=0,20 \text{ А}$ .

4.Через 2-3 минуты (время, необходимое для разогрева катода) включите источник анодного напряжения ИП2 (Б5-48), мультиметр и источник питания соленоида ИП3 (Б5-50).

5.Снимите *сбросовую* характеристику магнетрона. Для этого, увеличивая ток соленоида от  $10 \text{ мА}$  до  $90 \text{ мА}$  через  $10 \text{ мА}$ , снимите показания мультиметра, измеряющего анодный ток лампы  $I_a$ . Результаты запишите в табл.1.

6.Таким же образом снимите поочередно сбросовые характеристики при анодном напряжении  $10 \text{ В}$ ,  $15 \text{ В}$ ,  $20 \text{ В}$ ,  $25 \text{ В}$ ,  $30 \text{ В}$ , устанавливая его на источнике ИП2 (Б5-48).

**Обработка результатов измерений.** 1. Постройте на одном планшете семейство сбросовых характеристик. Эти графики разумней строить в координатах  $I_a$  от  $I_c$ , а не от индукции, как показано на рис.3.

Таблица 1

$r_a=10$ мм				$r_k=0.50$ мм		
	$U_a=5$ В	$U_a=10$ В	$U_a=15$ В	$U_a=20$ В	$U_a=25$ В	$U_a=30$ В
$I_c, \text{мА}$	$I_a, \text{мА}$	$I_c, \text{мА}$	$I_a, \text{мА}$	$I_c, \text{мА}$	$I_a, \text{мА}$	$I_c, \text{мА}$
10						
20						
.						
.						
90						

2. По наиболее крутому участку каждой кривой (точка перегиба графика) определите значение тока соленоида  $I_{c\text{кр}}$ , при котором индукция магнитного поля в нем достигает критического значения  $B_{\text{кр}}$ . Результаты впишите в табл.2.

Индукция магнитного поля в центре соленоида прямо пропорциональна току соленоида

$$B_{\text{кр}} = K_I I_{c\text{кр}} \quad (21)$$

Коэффициент пропорциональности  $K_I$  зависит от размеров и формы соленоида, а также от числа витков обмотки. Для данного экземпляра  $K_I = 0,0527$  Тл/А.

Таблица 2

$U$	$I_{c\text{кр}}$	$B_{\text{кр}}$	$B_{\text{кр}}^2$	$e/m$

3. Постройте график зависимости  $B_{\text{кр}}^2$  от анодного напряжения  $U$ .

4. Найдите угловой коэффициент  $\Delta(B_{\text{кр}}^2)/\Delta U$  полученной прямой и из формулы (20) определите удельный заряд электрона  $e/m$ .

5. Удельный заряд электрона можно найти непосредственно из формулы (17), используя те же данным табл.2. Сделайте это, и Вы получите шесть независимых значений  $e/m$ . По ним вычислите среднее значение  $\langle e/m \rangle$  и полуширину доверительного интервала  $\Delta\langle e/m \rangle$  по формуле Стьюдента. Запишите результат в стандартной форме:

$$e/m = \langle e/m \rangle \pm \Delta\langle e/m \rangle, p=0,95.$$

6. Сравните полученное значение удельного заряда с табличным. Проанализируйте возможные источники погрешностей.

Контрольные вопросы

1. Электрон находится в произвольной точке межэлектродного пространства диода. Нарисуйте силы, действующие на него.
2. Нарисуйте составляющие скорости  $v_r$  и  $v_\varphi$  в этой же точке.
3. Рассмотрите подробно сущность данного способа определения удельного заряда электрона.
4. Как двигается электрон в скрещенных полях, если электроды – плоские пластины?
5. Почему анодный ток лампы не уменьшается до нуля в том случае, когда индукция магнитного поля соленоида несколько превышает так называемое критическое значение?
6. Каково порядка должно быть остаточное давление газа внутри диода, если считать температуру примерно 400 К?

Список рекомендуемой литературы

1. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1977. §182.
2. Руководство к лабораторным занятиям по физике. /Под ред. Л.Л.Гольдина. М.: Наука, 1983. С.273.
3. Практикум по физике. Электричество и магнетизм. /Под ред. Ф.А.Николаева. – М.: Наука, 1991. С.41.
4. Арцимович Л.А., Лукьянов С.Б. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях. М.: Наука, 1978.