

Лабораторная работа №324

ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Приборы и принадлежности: переменный резистор, катушка индуктивности, конденсатор, амперметр и вольтметр переменного тока.

Введение. Закон Ома и правила Кирхгофа, установленные для постоянного тока, остаются справедливыми для мгновенных значений переменных токов и напряжений в цепях небольшой протяженности и если их изменения происходят не слишком быстро.

Электромагнитные возмущения распространяются по электрической цепи в виде электромагнитной волны со скоростью c . Если за время $\tau=l/c$, необходимое для прохождения электрического сигнала от источника в самую удаленную точку цепи (l – размер цепи), сила переменного тока изменяется незначительно, то мгновенные значения тока в любом сечении цепи в данный момент будут практически одинаковы. Токи, удовлетворяющие такому условию, называются *квазистационарными*. Для периодически изменяющихся токов условие квазистационарности запишется следующим образом:

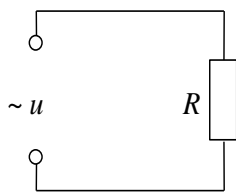
$$\tau = (l/c) \ll T, \text{ или } l \ll \lambda,$$

где T – период колебаний переменного тока,

λ – длина электромагнитной волны.

Ток промышленной частоты (50 Гц) квазистационарен в цепях протяженностью до 10^2 км (так как $\lambda=6 \cdot 10^6$ м при $T=1/50$ с). Для квазистационарных токов справедливы закон Ома, закон Джоуля-Ленца и др. В условиях данной лабораторной работы мы будем иметь дело с электрическими цепями, протяженность которых существенно меньше приведенной выше.

1. Пусть цепь переменного тока состоит из источника и резистора R , а



емкостным и индуктивным сопротивлениями можно пренебречь в силу их малости. Такого рода нагрузка для источника является *активной*, т.е. в ней происходит преобразование энергии электрического тока в тепловую или механическую (рис.1). В цепь включен источник переменного

тока, на выходе которого напряжение изменяется по закону

$$u = U_m \cos \omega t, \tag{1}$$

где u – мгновенное напряжение – напряжение в момент времени t ,

U_m – амплитуда напряжения,

ω – циклическая частота изменения напряжения.

При выполнении условия квазистационарности ток в *любом* месте цепи определяется *законом Ома*

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t, \quad (2)$$

где I_m – амплитуда тока

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \quad (3)$$

Соотношения между токами и напряжениями в различных электрических цепях становятся более наглядными, если их представить в виде векторов на так называемой *векторной диаграмме*. Как она строится? Выбирают произвольное направление, которое принимают, например, за ось токов (рис.2). Вдоль этого направления откладывают направленный отрезок прямой пропорциональный I_m – вектор тока. Вектор напряжения U_{Rm} будет направлен *туда же*, так как согласно соотношению (2) напряжение и ток в случае активной нагрузки изменяются *синфазно*. Совокупность вектора напряжения и вектора ток образуют векторную диаграмму рассматриваемой электрической цепи.

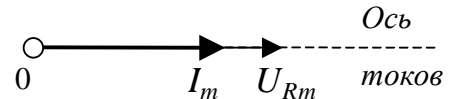


Рис.2

2. Подадим переменное напряжение (1) на катушку индуктивности L с пренебрежимо малым активным сопротивлением (рис.3). По катушке потечет переменный ток i , вследствие чего возникнет ЭДС самоиндукции

$$E_{si} = -L \frac{di}{dt}.$$

В стационарных условиях величина ЭДС самоиндукции уравнивается приложенным напряжением со стороны источника

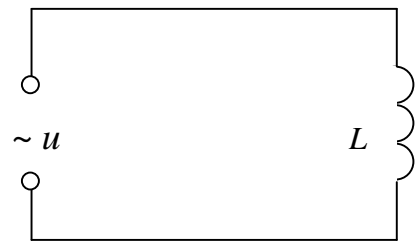


Рис.3

$$L \frac{di}{dt} = U_m \cos \omega t, \quad (4)$$

которое назовем падение напряжения на индуктивности и обозначим u_L

$$u_L = L \frac{di}{dt}. \quad (5)$$

Перепишем уравнение (4) в виде

$$di = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \cdot dt \quad (6)$$

и проинтегрируем его с целью определения тока в цепи

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + const.$$

Так как в рассматриваемой цепи нет постоянной составляющей тока, то $const=0$. Таким образом,

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (7)$$

где

$$I_m = U_m / \omega L. \quad (8)$$

Сравнивая полученное выражение (8) с (3), видим, что роль сопротивления в случае индуктивной нагрузки играет величина

$$X_L = \omega L, \quad (9)$$

которую называют *индуктивным сопротивлением*. Если L взять в генри, ω – в с^{-1} , то X_L будет выражено в омах. Индуктивное сопротивление растет с увеличением частоты переменного тока ω . Постоянному току индуктивность не оказывает сопротивления.

Заменив в формуле (5) U_m на ωLI_m , получим следующее выражение для падения напряжения на индуктивности:

$$u_L = \omega LI_m \cos \omega t. \quad (10)$$

Из сравнения выражений (7) и (10) видно, что ток, текущий через индуктивность, *отстает* по фазе от приложенного напряжения u_L на 90° .

Векторная диаграмма для индуктивной нагрузки приведена на рис.4. Вектор U_{Lm} проводится под углом $\pi/2$ радиан к вектору I_m .

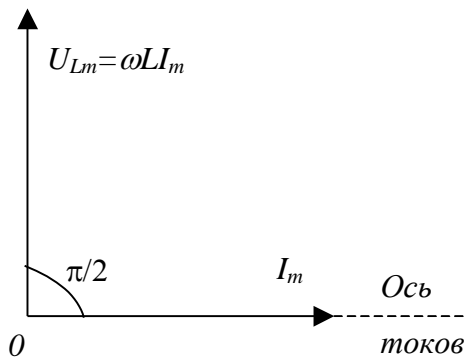


Рис.4

3. Пусть на конденсатор емкости C (рис.5) подано переменное напряжение (1), под действием которого конденсатор перезаряжается с частотой $\nu = \omega/2\pi$, вследствие чего по цепи идет переменный ток. Напряжение на конденсаторе равно приложенному напряжению u

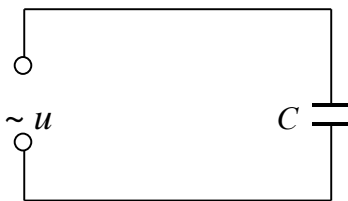


Рис.5

$$u_C = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t. \quad (11)$$

Отсюда $q = CU_m \cos \omega t.$

Производная dq/dt дает ток в цепи i

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega CU_m \sin \omega t = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (12)$$

где

$$I_m = \omega CU_m = \frac{U_m}{1/\omega C}. \quad (13)$$

Сравнение выражений (13) и (3) показывает, что величина $1/\omega C$ играет роль сопротивления, его называют *емкостным сопротивлением* и обозначают X_C .

$$X_C = 1/\omega C \quad (14)$$

Если взять емкость C в фарадах, ω – в с^{-1} , то X_C получается в омах. Для постоянного тока ($\omega=0$) конденсатор представляет бесконечно большое сопротивление. С ростом частоты переменного тока сопротивление конденсатора уменьшается.

При сравнении соотношения (12) с (1) видно, что протекающий через конденсатор ток опережает по фазе приложенное напряжение на 90° . Таким образом, в случае емкостной нагрузки вектор тока на векторной диаграмме повернут относительно вектора напряжения на $+\pi/2$ радиан (рис.6).

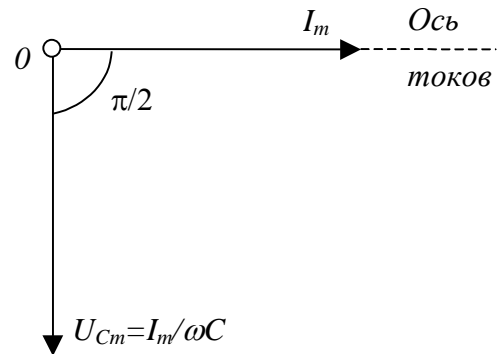


Рис.6

4.Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из активного сопротивления R , индуктивности L и емкости C , соединенных последовательно между собой и с источником переменного напряжения (рис.7). В цепи установится переменный ток, который вызовет на активном сопротивлении падение напряжения

$U_R=IR$, на индуктивном – $U_L=I\omega L$, на емкостном – $U_C=I/\omega C$. Все падения напряжения в сумме должны составлять входное напряжение, т.е. напряжение источника U . Здесь U , U_R , U_L , U_C , I – показания соответствующих приборов, т.е. эффективные величины. Эта сумма не может быть арифметической, она может быть только векторной, так как между отдельными слагаемыми существуют фазовые сдвиги. Векторная диаграмма для данной цепи построена с учетом этих сдвигов (рис.8). Вместо амплитудных значений тока и напряжения она построена по эффективным величинам (в отличие от примеров, представленных на рис.2; 4; 6). Это равноценно изменению масштаба диаграммы в $\sqrt{2}$ раз.

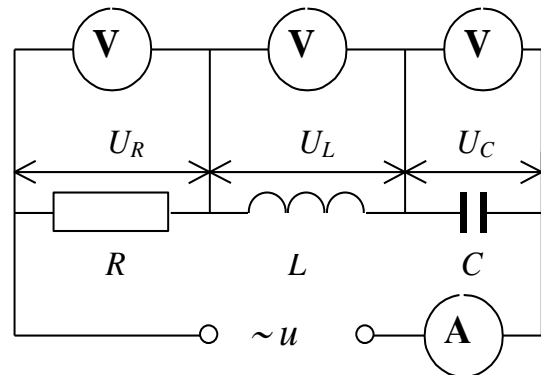


Рис.7

Построение векторной диаграммы производится в следующем порядке.

Из некоторой точки O (назовем ее началом) в произвольном направлении (например, горизонтально) проводим прямую, которую назовем осью. В данном случае удобно начать построение с выбора *оси токов*, поскольку в рассматриваемой цепи *ток одинаков* во всех ее элементах. Из начала вдоль оси токов проводим направленный отрезок, пропорциональный току I . Это будет *вектор тока*. В этом же направлении в выбранном масштабе проводим *вектор напряжения* $U_R=IR$, так как падение напряжения на активном сопротивлении *синфазно* току. Из того же начала проводим вектор $U_L=I\omega L$

под углом $+\pi/2$ к вектору тока, так как напряжение на индуктивности опережает ток, и под углом $-\pi/2$ проводим вектор $U_C=I/C\omega$, поскольку это напряжение отстает от тока. Складывая все три вектора напряжения, мы получим входное напряжение U .

Из диаграммы видно, что между приложенным к цепи полным напряжением и током в ней наблюдается сдвиг по фазе. Угол сдвига фаз φ определяется следующим образом:

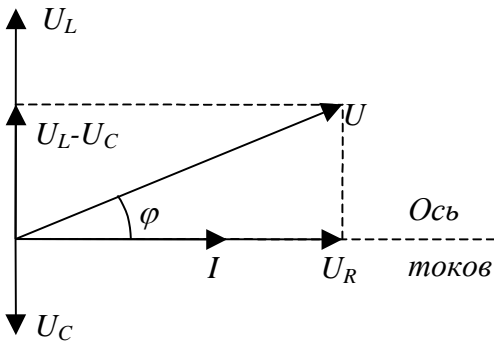


Рис.8

$$\varphi = \arccos \frac{U_R}{U}, \text{ или } \varphi = \arcsin \frac{U_L - U_C}{U}. \quad (16)$$

Из прямоугольного треугольника, гипотенуза которого U , следует, что

$$(RI)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I \right]^2 = U^2,$$

откуда
$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (17)$$

Величина, равная

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (18)$$

называется *полным сопротивлением* цепи.

Итак, если напряжение на входе цепи изменяется по закону

$$u = U_m \cos \omega t,$$

то в цепи течет ток

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi),$$

где φ и I_m определяются формулами (16) и (17). Формула (17) является **законом Ома** для цепей переменного тока, который можно сформулировать так: **переменный ток в участке цепи прямо пропорционален переменному напряжению на этом участке и обратно пропорционален его полному сопротивлению.**

В зависимости от величины индуктивного X_L и емкостного X_C сопротивлений ток в цепи может отставать от приложенного напряжения (при $X_L > X_C$) или опережать его (при $X_L < X_C$).

Выше был написан **закон Ома** для переменного тока в случае чисто активной нагрузки (3), индуктивной – (8) и емкостной – (13). Формулы (17) и (18) могут быть применены к цепям, представляющим собой любую комбинацию R, L, C .

Целью данной лабораторной работы является проверка выполнения закона Ома в цепях различной модификации и определение на его основании индуктивности катушки и емкости конденсатора.

Описание установки. Установка состоит из лабораторной панели, на которой помещены переменный резистор, двухсекционная катушка без

ферромагнитного сердечника ($L_1 - 1200$ витков медного провода и $L_2 - 2400$ витков), две группы конденсаторов: C_1 и C_2 , вольтметр, амперметр и тумблер включения источника тока. В качестве источника используется сеть промышленной частоты ($\nu=50$ Гц, $\omega=2\pi\nu=314$ с⁻¹) с пониженным до безопасных значений напряжением.

Упражнение 1

Измерение индуктивности катушки и угла сдвига фаз между током и напряжением в RL-цепи

Измерения. 1.Подготовьте к работе электронный вольтметр ВЗ-38 – поставьте переключатель на наибольший предел измерения с целью предохранения вольтметра от перегрузки.

2.Соберите электрическую цепь по схеме, приведенной на рис.9. Предложите преподавателю или лаборанту проверить правильность сборки цепи.

3.Включите установку и вольтметр в сеть.

4.Установите с помощью переменного резистора R ток в цепи поочередно 25; 30; 35; 40 мА и запишите в табл.1 соответствующие показания вольтметра U_L .

5.Измерьте входное напряжение U .

6.Запишите сопротивление катушки постоянному току R_0 (его величина, указанная в омах, написана около ее клемм). Отметьте в табл.1, какие клеммы катушки задействованы.

7.Выключите установку и вольтметр из сети.

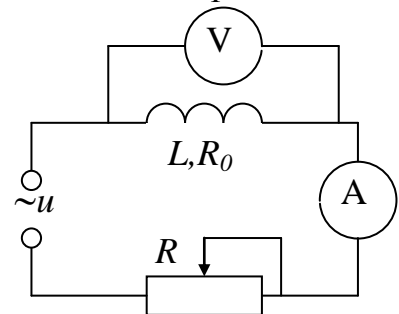


Рис.9

Таблица 1

I	U_L	U	R_0	Z_1	Z	L	$I\omega L$	φ_1

Обработка результатов измерений. 1.На основании закона Ома (17) вычислите полное сопротивление катушки Z_1 по формуле

$$Z_1 = \frac{U_L}{I}. \quad (19)$$

2.Из формулы (20) определите индуктивность L для каждого измерения

$$Z_1 = \sqrt{R_0^2 + (\omega L)^2}. \quad (20)$$

3.Вычислите падение напряжения на индуктивном сопротивлении $I\omega L$.

4.Вычислите полное сопротивление всей цепи $Z=U/I$. Сравните между собой Z_1, Z, X_L .

5. Постройте векторные диаграммы напряжений как прямоугольный треугольник по двум сторонам: катету $I\omega L$ и гипотенузе $U=IZ$. Каков физический смысл второго катета этого треугольника? Обратите внимание, как изменяется угол φ_1 между вектором тока I и вектором напряжения U по мере увеличения тока в цепи.

6. Вычислите разность фаз φ_1 между током I и напряжением U по одной из формул (16), например, по формуле (21)

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{I\omega L}{U}. \quad (21)$$

7. Найдите среднее значение \bar{L} и полуширину доверительного интервала ΔL по Стюденту. Результат запишите в виде

$$L = \bar{L} \pm \Delta L \quad \text{при } p=0,95.$$

Упражнение 2

Определение емкости конденсатора и угла сдвига фаз между током и напряжением в RC-цепи

Измерения. 1. Соберите новую электрическую цепь по схеме, приведенной на рис.10. Предел измерения вольтметра – наибольший. Отметьте в табл.2, какой из двух конденсаторов задействован – C_1 или C_2 .

2. После проверки лаборантом или преподавателем правильности сборки включите установку и вольтметр в сеть.

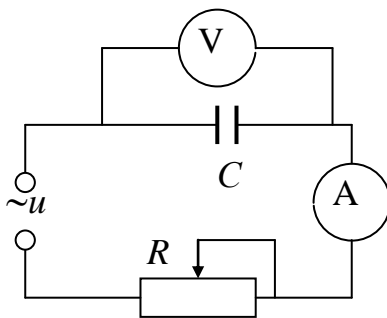


Рис.10

3. Установите поочередно ток в цепи 25; 30; 35; 40 мА и запишите соответствующие ему показания вольтметра U_C .

4. Измерьте входное напряжение U .

5. Выключите установку и вольтметр из сети.

Обработка результатов измерения.

1. На основании закона Ома (17) определите сопротивление конденсатора переменному току Z_2 по формуле

$$Z_2 = \frac{U_C}{I}. \quad (22)$$

Можно считать, что полное сопротивление конденсатора есть емкостное сопротивление, так как его активное сопротивление R_C , как правило, значительно меньше емкостного (почему?) и им можно пренебречь. Какова физическая природа активного сопротивления конденсатора?

$$Z_2 = \sqrt{(1/\omega C)^2 + R_C^2}$$

$$Z_2 \cong 1/\omega C.$$

Таблица 2

I	U_C	U	Z_2	Z	R	IR	φ_2	C

2. Найдите полное сопротивление цепи Z для всех измерений по формуле

$$Z = U/I,$$

где

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + Z_2^2}. \quad (23)$$

Сравните между собой Z_2 , Z .

3. Из формулы (23) найдите сопротивление резистора R .

4. Вычислите падение напряжения на резисторе IR .

5. Постройте векторные диаграммы напряжений, используя для этого U_C и IR . Чему равна сумма этих напряжений?

6. Вычислите разность фаз φ_2 тока и напряжения по формуле

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{U_C}{U}.$$

Измерьте угол сдвига фаз на векторных диаграммах и напишите их рядом с соответствующими векторами. Совпадает ли они с вычисленными? Какова причина зависимости разности фаз от тока?

7. Вычислите емкость конденсатора для всех измерений по формуле

$$C = 1/\omega Z_2. \quad (24)$$

8. Найдите среднее значение емкости \bar{C} и полуширину доверительного интервала ΔC . Результат запишите в виде

$$C = \bar{C} \pm \Delta C \text{ при } p=0,95.$$

Упражнение 3 Проверка закона Ома

Измерения. 1. Соберите электрическую цепь по схеме (рис.11). Предел измерения вольтметра – наибольший. Конденсатор и катушка в этом упражнении должны быть теми же, что и в упр.1;2.

2. После проверки лаборантом или преподавателем правильности сборки включите установку и вольтметр в сеть.

3. Измерьте напряжение на указанном участке цепи при 5-6 значениях тока. Результаты запишите в табл.3.

4. Измерьте входное напряжение U .

Обработка результатов. 1. Найдите полное сопротивление Z_3 участка цепи, содержащего L и C , для каждого измерения по формуле

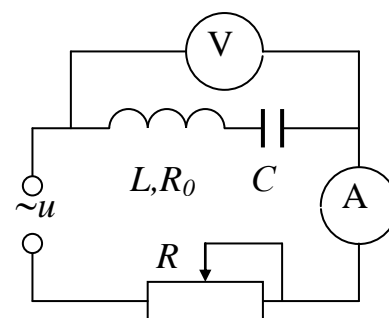


Рис.11

$$Z_3 = U_{LC} / I .$$

Назовем его *измеренным сопротивлением* нагрузки L, C .

Таблица 3

I	U_{LC}	U	R_0	Z_3 <i>измерен.</i>	Z_3 <i>вычисл.</i>

2.Найдите среднее значение \bar{Z}_3 (измеренное) и ΔZ_3 по Стьюденту.

3.Используя значения \bar{L} и \bar{C} , найденные ранее в упр. 1, 2, вычислите сопротивление данного участка цепи по формуле

$$Z_3 = \sqrt{R_0^2 + (\omega\bar{L} - 1/\omega\bar{C})^2} .$$

Будем называть найденное значение сопротивления *вычисленным*.

4.Сравните между собой измеренное и вычисленные значения сопротивления. Их совпадение с точностью до погрешностей измерения свидетельствует о Ваших правильных и безошибочных действиях

$$\text{измеренное } Z_3 = \bar{Z}_3 \pm \Delta Z ,$$

$$\text{вычисленное } Z_3 = \bar{Z}_3 \pm \Delta Z .$$

5.Постройте графики зависимости тока от действующего напряжения на катушке, конденсаторе и на участке цепи $L-C$, т.е. по результатам всех упражнений, в одних осях координат. Продлите линии графиков до пересечения с осями. Какой вид имеют графики? Какой вывод из этого результата должен быть сделан – см. формулу (17)?

6.На примере собственного опыта Вы видите, что между током и напряжением во всех рассмотренных случаях существует *линейная* связь. Следовательно, закон Ома (8), (13), (17) для цепей переменного тока, содержащих элементы R, C, L , выполняется. За это качество указанные элементы и составленные из них цепи называются **линейными**.

В ходе выполнения других лабораторных работ Вам встретятся и такие случаи, в которых закон Ома не имеет места, например, 1) в электрическую цепь входит катушка с ферромагнитным сердечником, 2) цепь содержит вакуумный или полупроводниковый диод.

Контрольные вопросы

1.Какие токи называются квазистационарными? Являются ли они таковыми в условиях данной лабораторной работы?

2.Что такое активное сопротивление в цепи переменного тока? Какие элементы цепи обладают активным сопротивлением? Будут ли они его иметь в цепи постоянного тока?

3. Что такое индуктивное сопротивление? От чего оно зависит? По какой формуле оно вычисляется в работе? Что такое индуктивность, от чего она зависит? Обладает ли цепь индуктивностью, если в ней нет катушки?

4. Докажите, что напряжение на индуктивности опережает ток по фазе. Изобразите векторную диаграмму для данного случая.

5. Докажите, что колебания напряжения на емкости отстают по фазе от тока. Нарисуйте векторную диаграмму в этом случае.

6. Что такое емкостное сопротивление? От чего оно зависит? Как находится в данной работе? Что такое емкость, от чего она зависит? Обладает ли электрическая цепь емкостью при отсутствии в ней конденсатора?

7. Сформулируйте закон Ома для цепей переменного тока. Как производится проверка выполнения этого закона и каков ее результат?

Список рекомендуемой литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1973. Т.2. §92-95.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: Наука, 1983. Т.3. §129.
3. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 1977. §220.
4. Лабораторные занятия по физике /Под ред. Л.Л.Гольдина. М.: Наука, 1983. С.312.