

## Лабораторная работа № 326

## ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ

**Приборы и принадлежности.** Реостат, катушка с выдвигаемым железным сердечником, магазин емкостей, амперметр, вольтметр.

**Резонанс напряжений.** Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из соединенных *последовательно* активного сопротивления  $R$ , емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и источника переменного тока (рис. 1). В цепи, содержащей индуктивность и емкость, могут, при определенных условиях, возникнуть электрические колебания, за что она называется *колебательным контуром*. Собственная частота колебаний определяется параметрами колебательного контура и равна

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (1)$$

Лабораторная установка позволяет изменять по желанию экспериментатора параметры  $L$  и  $C$  в некоторых пределах и, следовательно, изменять собственную частоту колебаний в контуре.

Пусть рассматриваемая цепь соединена *последовательно* с источником переменного тока, напряжение на выходе которого меняется со временем с частотой  $\omega$  по гармоническому закону следующим образом:

$$u(t) = U_m \cos \omega t. \quad (2)$$

Под действием этого напряжения в цепи протекает переменный ток той же частоты. Фаза тока может не совпадать с фазой напряжения, пусть разность фаз напряжения и тока составляет  $\varphi$  радиан.

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (3)$$

где  $u(t)$ ,  $i(t)$  – мгновенные значения напряжения и тока,  $U_m$ ,  $I_m$  – амплитуды напряжения и тока, которые в  $\sqrt{2}$  раз больше эффективных значений, показываемых измерительными приборами.

Согласно закону Ома для переменного тока амплитуды тока и напряжения связаны следующим образом:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (4)$$

Разность фаз напряжения и тока определяется из соотношения

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \quad (5)$$

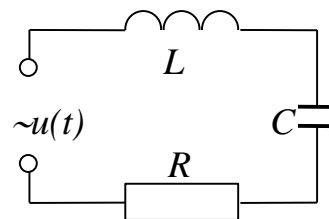


Рис.1

Величина  $\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = Z$  называется полным сопротивлением цепи, которое складывается из активного  $R$ , индуктивного  $\omega L$  и емкостного  $1/\omega C$  сопротивлений.

Рассмотрим случай, когда источник переменного тока работает на *одной* постоянной частоте  $\omega$ . Путем *изменения* индуктивности (или емкости) цепи можно добиться того, чтобы индуктивное сопротивление стало равно по величине емкостному  $\omega L = 1/\omega C$ . Это произойдет, когда произведение  $LC$  будет равно  $1/\omega^2$ , т.е. когда собственная частота (1) контура  $\omega_0$  точно совпадет с частотой колебаний источника. В этом случае частота называется *резонансной*

$$\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC}. \quad (6)$$

Факт совпадения частот приводит к следующим результатам.

1. Полное сопротивление цепи  $Z$  становится наименьшим из всех возможных значений при данных  $R, L, C$ .

2. Ток, протекающий в цепи и потребляемый от источника, согласно формуле (4) становится наибольшим при данном входном напряжении  $U$ .

3. Падения напряжения на емкости и индуктивности оказываются одинаковыми по величине  $U_C = U_L$  и противоположными по фазе.

4. Падение напряжения на активном сопротивлении становится равным напряжению, приложенному к цепи извне  $U_R = U$ .

5. Благодаря тому что ток достигает наибольшего значения, напряжение на конденсаторе и напряжение на катушке достигает значительных величин, превышающих подобные напряжения при прочих условиях. Это явление повышения напряжения на реактивных элементах в последовательной электрической  $RCL$ -цепи носит название *резонанса напряжений*.

Проиллюстрируем описываемые явления с помощью векторных диаграмм, представленных на рис.2 (о диаграммах см. лабораторную работу № 324).

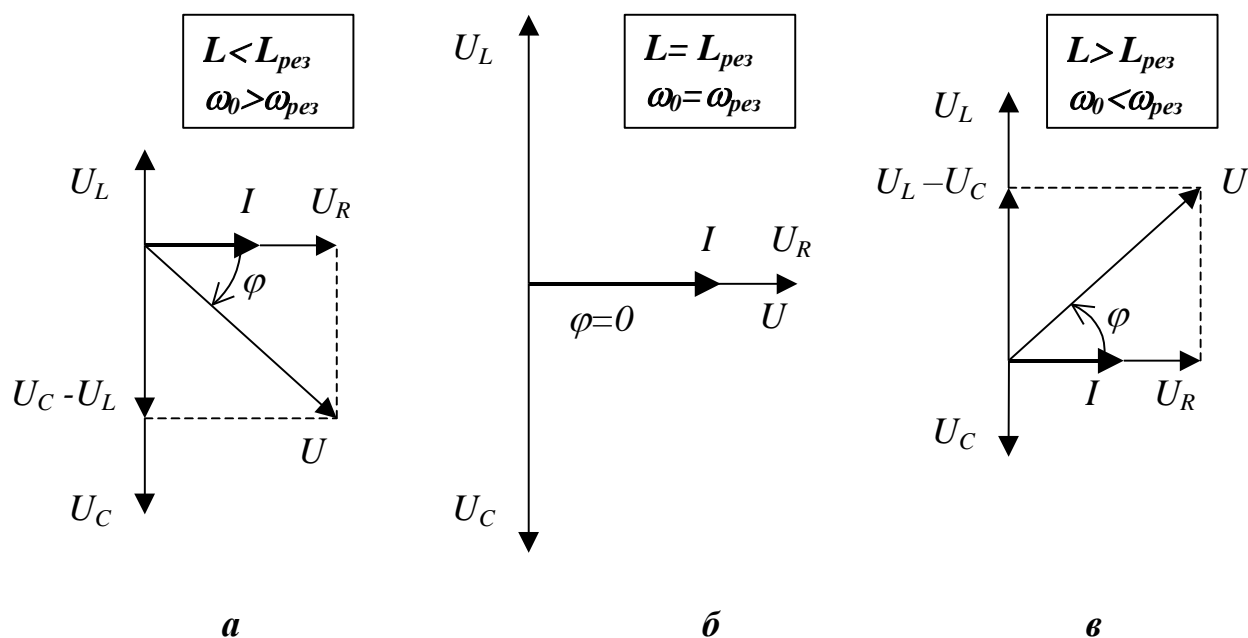


Рис.2

Будем считать, что в ходе опытов емкость остается неизменной, а индуктивность можно плавно изменять так, чтобы собственная частота контура могла быть как меньше, так и больше частоты источника, а также *равна* ей. Последнее условие соответствует резонансу и частота называется резонансной.

Если индуктивность цепи *меньше* того значения, при котором наступает резонанс, сопротивление цепи носит ёмкостной характер ( $1/\omega C > \omega L$ ) и полное напряжение согласно формуле (5) отстает от тока –  $\varphi < 0$  (рис.2,а).

Если индуктивность *превышает* соответствующее резонансу значение, нагрузка приобретает индуктивный характер, т.е.  $\omega L > 1/\omega C$ , входное напряжение опережает ток в цепи. Из формулы (5) следует, что тангенс угла сдвига фаз положителен. Векторная диаграмма для данной ситуации представлена на рис. 2,в.

На рис. 2,б изображена диаграмма для резонансных условий, на которой отражены характерные черты, указанные выше (п.1-5 на стр. 126).

**Резонанс токов.** Рассмотрим разветвленную цепь, содержащую индуктивность и емкость, включенные *параллельно* с источником переменного тока (рис.3). Напряжение на входе цепи изменяется по тому же закону (2)

$$u(t) = U_m \cos \omega t.$$

Оно является общим и для индуктивности, и для емкости.

Каков ток в конденсаторе, в катушке и во всей цепи?

Чтобы ответить на эти вопросы, можно построить векторную диаграмму. Ее построение начинается с выбора *оси напряжений*, так как в данном случае *напряжение* является *общим* для обоих элементов цепи (рис.4).

Полная сила тока, потребляемая от источника, равна сумме токов в ветвях, но только эта сумма *векторная*, так как фазы складываемых токов различны: ток в конденсаторе опережает напряжение на нем на  $\pi/2$ , ток в катушке – отстает на такую же величину (рис.4). Так будет в том случае, если активным сопротивлением указанных элементов цепи можно пренебречь.

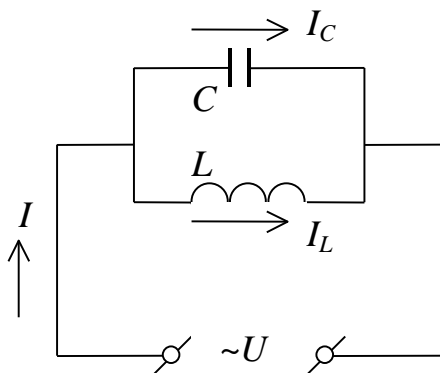


Рис.3

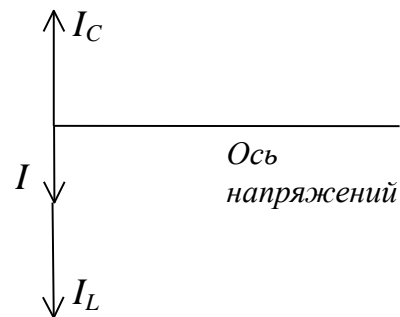


Рис.4

Сила тока в каждой ветви определяется законом Ома:

$$I_L = \frac{U_m}{\omega L} \cos(\omega t - \pi/2) \quad I_C = \frac{U_m}{1/\omega C} \cos(\omega t + \pi/2) \quad (7)$$

Так как токи в ветвях изменяются в противофазах, то полный ток источника равен их разности и величина его определяется следующим выражением:

$$I_m = \left( \frac{1}{\omega L} - \frac{1}{1/\omega C} \right) U_m \quad (8)$$

Если индуктивное и емкостное сопротивления равны, скобка обращается в нуль и, следовательно, ток в подводящих к контуру проводах отсутствует. Это значит, что при таком условии ток от источника данная цепь не потребляет, сопротивление контура становится бесконечно большим. Но токи в ветвях при этом нулю не равны, они равны друг другу и могут достигать значительных величин. Они циркулируют в параллельных ветвях, осуществляя обмен энергией между катушкой с ее магнитным полем и конденсатором, в котором локализовано электрическое поле. Такое явление в параллельном контуре называется *резонансом токов*. Оно наступает тогда, когда путем изменения параметров собственную частоту контура сделали равной частоте источника внешнего напряжения. В *идеальном* параллельном контуре значение резонансной частоты такое же как в последовательном (6).

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (9)$$

Полученные выводы сделаны для цепи, в которой отсутствует активное сопротивление. На самом деле катушка индуктивности обладает омическим сопротивлением – сопротивлением того провода, которым она намотана –  $R_L$ . Конденсатор на частоте 50 Гц также обладает небольшим активным сопротивлением  $R_C$ , связанным с его диэлектрическими потерями. С учетом сказанного эквивалентную схему данной цепи можно изобразить так (рис.5).

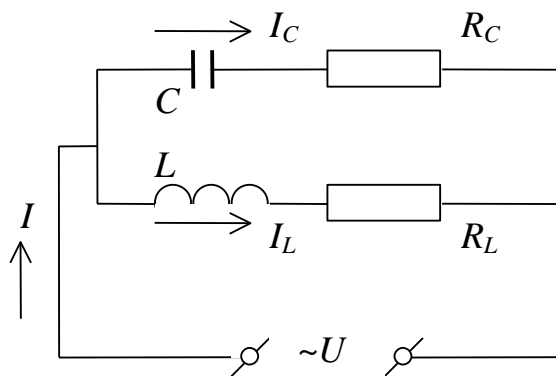


Рис.5

В этом случае разность фаз между напряжением и током в каждой ветви не будет равна  $\pi/2$ . Но так как  $R_L < \omega L$  и

$R_C < 1/\omega C$ , то она близка к  $\pi/2$ .

Разности фаз определяются следующими соотношениями:

$$\sin \varphi_L = \frac{\omega L}{\sqrt{(\omega L)^2 + R_L^2}}, \quad \sin \varphi_C = \frac{1/\omega C}{\sqrt{(1/\omega C)^2 + R_C^2}} \quad (10)$$

Теперь векторы не коллинеарны, как было в идеальном случае. Модули этих векторов определим из эквивалентной схемы (рис.5).

$$I_L = \frac{U}{\sqrt{(\omega L)^2 + R_L^2}}; \quad I_C = \frac{U}{\sqrt{(1/\omega C)^2 + R_C^2}} \quad (11)$$

С учетом сказанного векторная диаграмма будет выглядеть примерно так, как изображено на рис. 6, т.е. сумма токов не равна нулю.

Путем изменения индуктивности катушки можно достичь совпадения по фазе результирующего тока в контуре и приложенного к нему напряжения. В этом случае ток, потребляемый от источника не становится равным нулю, но оказывается минимальным. Это характерно для резонанса токов в параллельном контуре (см. рис.7,а).

В реальных условиях активное сопротивление конденсатора настолько мало по сравнению с сопротивлением емкостным, что им можно пренебречь и считать угол  $\varphi_C \cong \pi/2$  (рис. 7,б).

Тогда из прямоугольного треугольника на векторной диаграмме рисунка 7,б можно написать, что

$$I_C/I_L = \sin \varphi_L. \quad (12)$$

Из формул (10), (11) и (12) получается выражение для резонансной частоты параллельного контура следующего вида:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_L^2}{L^2}} \quad (13)$$

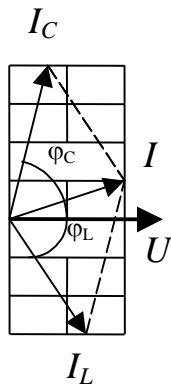


Рис.6

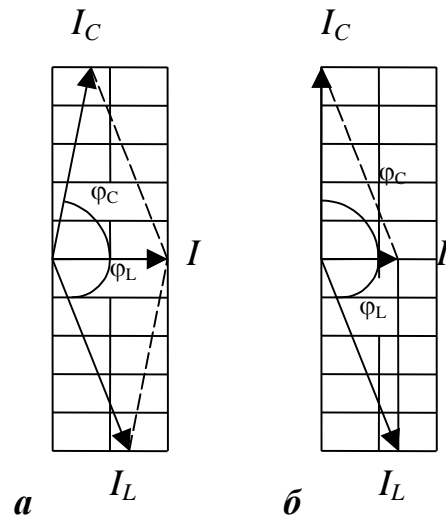


Рис.7

Таким образом, резонансная частота параллельного контура при учете его активного сопротивления получается несколько меньше по сравнению с резонансной частотой идеального контура (9) и тем меньше, чем больше  $R$ .

На векторной диаграмме (рис.7,б) видно, что результирующий ток, потребляемый от источника, становится при резонансе синфазным с входным напряжением – как при активной нагрузке, т.е. контур в момент резонанса ведет себя как чисто активная нагрузка.

Ток, потребляемый от источника при резонансе  $I$ , тем меньше, чем меньше активное сопротивление катушки  $R_L$  (см. рис. 7,б). В то же время ток в конденсаторе и ток в катушке значительно больше  $I$ .

Итак, при резонансе токов имеют место следующие явления:

1. Сопротивление контура наибольшее.
2. Потребляемый от источника ток наименьший.
3. Токи в ветвях могут значительно превышать ток, потребляемый от источника.

Наблюдениям и изучению резонансных явлений в последовательном и параллельном контурах посвящена данная работа. Все измерения проводятся на переменном токе промышленной частоты.

## Упражнение 1 Резонанс напряжений

**Описание установки.** Все приборы и принадлежности, необходимые для выполнения работы, смонтированы на лабораторной панели.

Магазин емкостей состоит из двух конденсаторов:  $C_1=10$  и  $C_2=15$  мкФ.

Катушка индуктивности  $L$  содержит 2800 медного витков провода. Железный сердечник можно вдвигать-выдвигать с помощью ходового винта и рукоятки – таким образом изменяется индуктивность цепи. Положение сердечника отмечается по шкале, нуль которой соответствует полностью выдвинутому сердечнику (самая малая индуктивность).

Питание переменным током подведено к клеммам “~U” и производится от сети через понижающий трансформатор.

**Измерения.** 1. Перед сборкой электрической цепи приведите все приборы в исходное состояние:

- а) на реостате установите *наибольшее* сопротивление,
- б) сердечник полностью выдвиньте из катушки,
- в) переключатель пределов измерения амперметра установите на наибольший предел,

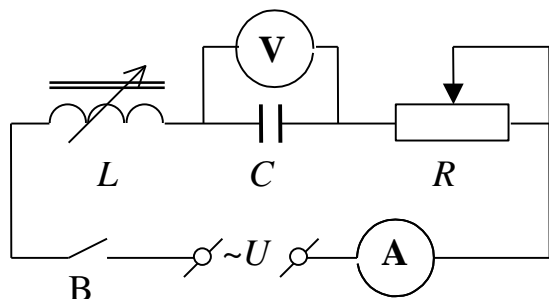


Рис.8

- г) на универсальном электронном вольтметре В7-35 левый переключатель установите в положение “~”, правый – в положение “V”.

2. Соберите электрическую цепь по схеме (рис.8), включив в нее сначала конденсатор  $C_2=15$  мкФ.

3. Предложите преподавателю или лаборанту проверить собранную цепь.

4. Включите кабель питания панели и электронного вольтметра в сеть.

5. Вдвигая сердечник в катушку, снимите показания амперметра и вольтметра через каждый сантиметр перемещения сердечника. Единицы измерения напряжения высвечиваются на вольтметре индикаторной лампочкой. Результаты впишите в табл. 1.

Таблица 1

| U=    |                   |           |                                |           |                     |           |                     |           |
|-------|-------------------|-----------|--------------------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|
| l, см | $C_2=15$ мкФ<br>R |           | $C_2=15$ мкФ<br>$\frac{1}{2}R$ |           | $C_2=15$ мкФ<br>R=0 |           | $C_1=10$ мкФ<br>R=0 |           |
|       | I, мА             | $U_C$ , В | I, мА                          | $U_C$ , В | I, мА               | $U_C$ , В | I, мА               | $U_C$ , В |
|       |                   |           |                                |           |                     |           |                     |           |

6. Уменьшите сопротивление реостата вдвое и повторите измерения п.5.

7. Повторите такие же измерения при полностью выведенном сопротивлении реостата.

8. Выключите установку из сети. Замените конденсатор в цепи на  $C_1=10$  мкФ и проведите с ним измерения п.5 с нулевым сопротивлением реостата.

9. Измерьте входное напряжение этим же вольтметром, подключив его к клеммам источника переменного тока “~U”.

**Обработка результатов.** 1. Постройте семейства кривых  $I=f(l)$  и  $U=f(l)$  при трех сопротивлениях реостата и обеих емкостях.

2. Вычислите индуктивность катушки при резонансе  $L_{рез}$  для обеих емкостей из условия

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L_{рез},$$

где  $\omega=2\pi\nu$ ,  $\nu=50$  Гц – частота промышленного переменного тока.

### Упражнение 2 Резонанс токов

1. Соберите электрическую цепь по схеме рис.9. Сначала рекомендуется включить конденсатор  $C_2=15$  мкФ.

2. После проверки цепи преподавателем или лаборантом приступайте к измерениям. Вдвигая сердечник в катушку, снимите показания амперметра через каждый сантиметр перемещения. Результаты впишите в табл.2.

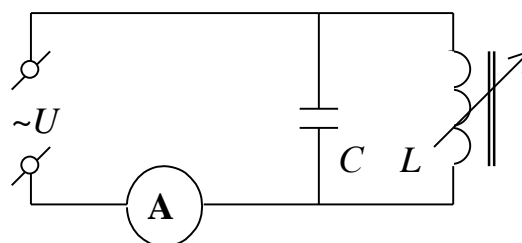


Рис.9

3. Отключив цепь от источника,

замените конденсатор на  $C_1=10$  мкФ и повторите измерения п.2.

4. Измерьте входное напряжение на клеммах “~U” и впишите  $U$  в табл.2.

Таблица 2

| U=       |                        |   |                        |   |
|----------|------------------------|---|------------------------|---|
| l,<br>см | C <sub>2</sub> =15 мкФ |   | C <sub>1</sub> =10 мкФ |   |
|          | I                      | Z | I                      | Z |
|          |                        |   |                        |   |

**Обработка результатов измерения.** 1. Постройте график зависимости тока от положения сердечника для обоих конденсаторов.

2. Вычислите сопротивление контура по формуле

$$Z = U/I.$$

3. Постройте график зависимости сопротивления от положения сердечника. Его можно построить на том же планшете, что и предыдущий.

Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схему последовательного и параллельного колебательного контура. За что эти цепи получили название колебательного контура?
2. Сформулируйте и напишите закон Ома для переменного тока.
3. Как определяется сдвиг фаз между током и напряжением источника в последовательном контуре?
4. Что такое резонанс в электрической цепи? В чем это проявляется? Как можно обнаружить резонанс? Перечислите признаки возникновения резонанса напряжений и резонанса токов в соответствующих цепях.
5. Почему при резонансе падение напряжения на индуктивности и падение напряжения на емкости могут быть больше напряжения, которое дает источник?
6. Чему равна резонансная частота? Изменяется ли собственная частота контура в ходе выполнения работы? Чем это достигается?
7. Как зависит индуктивность катушки от свойств сердечника? Почему для успешного выполнения данной работы используется катушка, содержащая большое число витков и железный сердечник?
8. Получите формулу (12) в указанном приближении.
9. Сопоставьте полученные Вами результаты с теоретическими предпосылками и формулами (6), (12).

Список рекомендуемой литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. М.: Наука. §97-98.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.3. М.: Наука. §127.
3. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука. §224-225.
4. Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. М.: Высшая школа, 1963. С.266.