

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ

**Цель работы:** исследование взаимной индукции коаксиально расположенных соленоида и короткой катушки, определение значений взаимных индуктивностей.

#### Теоретические положения

Рассмотрим два неподвижных контура 1 и 2, расположенных близко друг от друга (рис. 6.1). Если по контуру 1 течёт ток  $I_1$ , то в окружающем пространстве создаётся магнитное поле, которое можно изобразить с помощью линий магнитной индукции (сплошные линии на рисунке). Часть этих линий пронизывают контур 2, создавая в нём магнитный поток  $\Phi_{21}$ , прямо пропорциональный току  $I_1$ .

Если по контуру 2 течёт ток  $I_2$  (его поле изображено пунктирными линиями на рис. 6.1), то магнитное поле этого тока создаёт в контуре 1 магнитный поток  $\Phi_{12}$ . Если заменить контуры на катушки и принять, что магнитный поток через все контуры (витки) катушек одинаков, то общий магнитный поток (потокосцепление), сцепленный с витками катушки 2, имеющей число витков  $N_2$ , равняется

$$\Psi_{21} = \Phi_{21}N_2 = L_{21}I_1. \quad (6.1)$$

Рассуждая аналогичным образом, получаем, что потокосцепление с катушкой 1 будет

$$\Psi_{12} = \Phi_{12}N_1 = L_{12}I_2. \quad (6.2)$$

Коэффициенты пропорциональности  $L_{12}$  и  $L_{21}$  называются взаимными индуктивностями катушек. Из закона Био-Савара-Лапласа следует, что взаимные индуктивности двух контуров, находящихся в вакууме, определяются их формой, размерами и взаимным расположением. Если контуры находятся в однородной, изотропной и неферромагнитной среде, заполняющей всё магнитное поле, то взаимные индуктивности зависят также от магнитной проницаемости среды  $\mu$ , но не зависят от величины токов. В этом случае соблюдается равенство

$$L_{21} = L_{12}.$$

Полное потокосцепление  $\Psi$  двух катушек складывается из собственных потокосцеплений  $\Psi_{11}$  и  $\Psi_{22}$  и потокосцеплений  $\Psi_{12}$  и  $\Psi_{21}$ , обусловленных взаимным влиянием контуров. При этом знак взаимного потоко-сцепления определяется знаком магнитного потока, созданного другим контуром, по отношению к собственному потоку:

$$\Psi = \Psi_{11} + \Psi_{22} \pm (\Psi_{12} + \Psi_{21}). \quad (6.3)$$

Если через две катушки проходит один и тот же ток, то величина полного потокосцепления будет пропорциональна току в контурах, а коэффициентом пропорциональности является индуктивность  $L$  двух связанных катушек:

$$\Psi = LI. \quad (6.4)$$

Из (6.1) – (6.4) получим

$$L = L_1 + L_2 \pm 2L_{12}, \quad (6.5)$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — собственные индуктивности катушек.

При изменении тока во второй катушке потокосцепление первой катушки изменяется, следовательно, в ней возникает ЭДС взаимной индукции

$$E_{12}^M = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

и, наоборот,

$$E_{21}^M = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (6.6)$$

Определим взаимную индуктивность двух катушек, расположенных соосно так, что их плоскости совпадают. Потокосцепление малой катушки 2

$$\Psi_{21} = N_2\Phi_{21} = N_2B_1S_2, \quad (6.7)$$

где  $N_2$  — число витков малой катушки,  $B_2$  — магнитная индукция поля, созданного током в большой катушке, Тл;  $S_2$  — площадь сечения короткой катушки, м<sup>2</sup>.

Сопоставляя формулы (6.1) и (6.7), получим

$$L_{21} = \frac{N_2B_1S_2}{I_1}. \quad (6.8)$$

Зависимость магнитной индукции на оси катушки 1

$$B_c = \frac{\mu_0 I_1 N_c}{2r_1}, \quad (6.9)$$

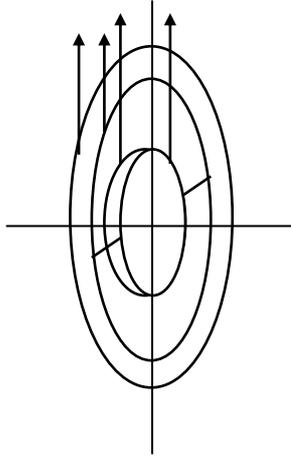
где  $r_1$  — средний радиус первой катушки.

Из (6.8) и (6.9) получим

$$L_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_2^2 N_1 N_2}{2r_1}, \quad (6.10)$$

где  $r_2$  — средний радиус малой катушки.

При повороте малой катушки относительно оси, взаимная индуктивность уменьшается и становится минимальной, когда плоскости катушек взаимно перпендикулярны. В идеале, если катушки плоские, то взаимная индуктивность становится равной нулю.



### Описание установки и вывод расчётных формул

Лабораторная установка (рис. 6.2) включает в себя лабораторный модуль 1, генератор гармонических колебаний 2 и выносной элемент, состоящий из соосно смонтированных малой катушки 3 и большой 4. Малая катушка может вращаться относительно большой, ось вращения малой катушки лежит в плоскости большой катушки и совпадает с ее диаметром.

На лицевой панели лабораторного модуля имеются гнезда для подключения генератора, катушек и милливольтметра, а также изображена электрическая схема установки (рис. 6.3). Катушки подключаются

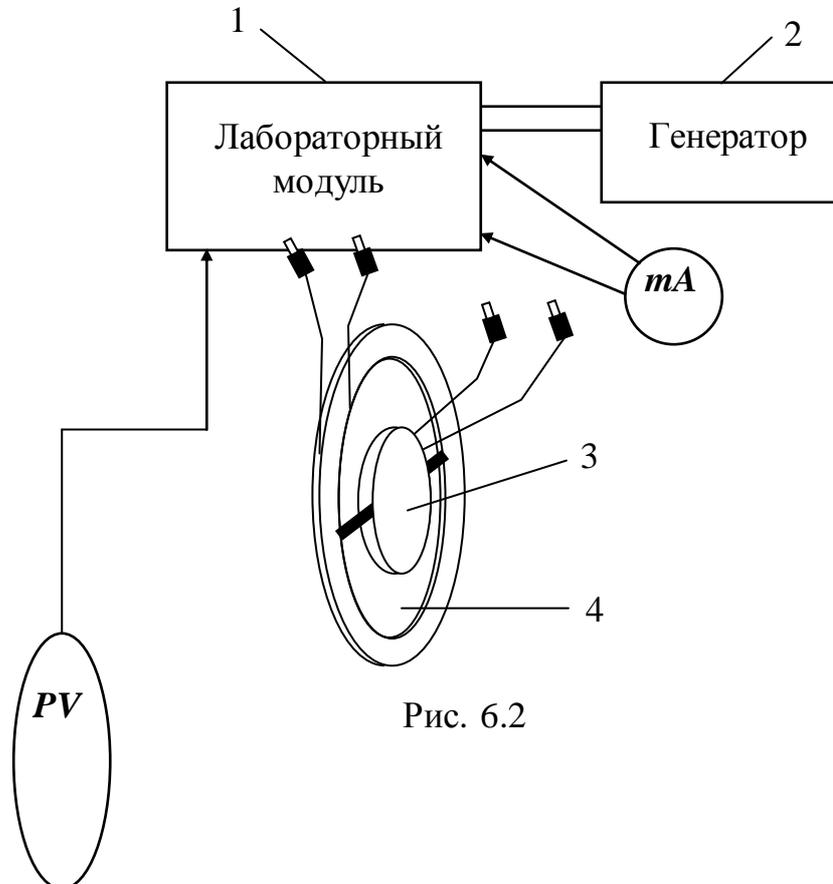


Рис. 6.2

соответственно к гнездам 1, 4 и 3, 5, генератор к гнездам PQ, а милливольтметр к PV. Милливольтметр может измерять либо действующее значение напряжения на генераторе  $U_{\Gamma}$ , либо напряжение на катушках  $U_L$  в зависимости от положения переключателя П2.

Подаваемое на одну из катушек напряжение от генератора изменяется по закону  $U_{\Gamma}^M = U_0 \cos \omega t$ . Так как в цепь генератора может быть включено сопротивление  $R$ , то возможны два метода определения взаимной индуктивности. Мгновенное значение тока в катушке 1 (предположим, к генератору подключена большая катушка (рис. 6.4)) определяется из закона Ома для цепи переменного тока

$$I_1 = \frac{U_{\Gamma}^M}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}} \cos \omega t, \quad (6.13)$$

где  $R$  — сопротивление в цепи генератора, Ом;  $R_1$  — омическое сопротивление соленоида, Ом;  $L_1$  —

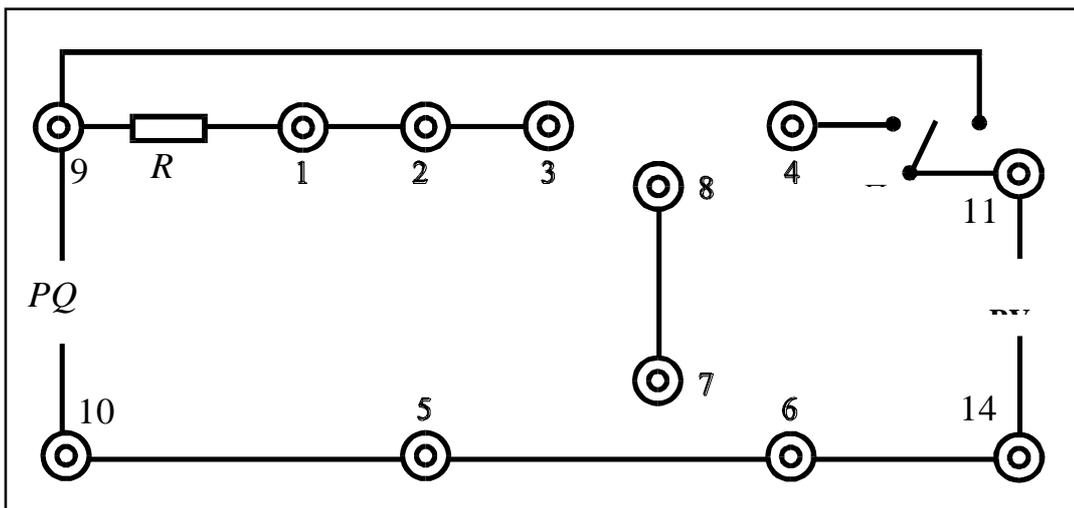


Рис.6.3

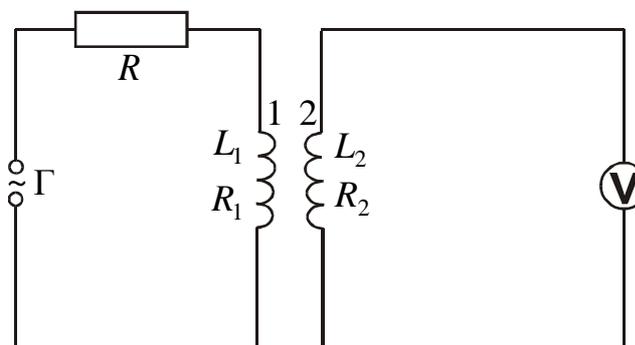


Рис. 6.4

индуктивность соленоида, Гн;  $\omega$  — циклическая частота, рад/с.

Подставляя уравнение (6.13) в (6.6), получаем выражение для переменной ЭДС взаимной индукции в катушке 2

$$E_{21}^M = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} = \frac{L_{21}U_0\omega}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}} \sin \omega t,$$

амплитуда которой равна

$$E_0 = \frac{L_{21}U_0 \omega}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}}. \quad (6.14)$$

Рассмотрим два случая:

- 1)  $R_1 + R \gg \omega L_1$  ;
- 2)  $R_1 \ll \omega L_1$ .

В первом случае, приняв, что  $R \gg R_1$ , так как омическое сопротивление медного провода катушек достаточно мало, получим

$$E_0 = \frac{L_{21} U_0 \omega}{R},$$

$$\text{или } L_{21} = \frac{E_0 R}{U_0 2\pi\nu} = \frac{E_{21}^M R}{U_\Gamma^M 2\pi\nu}.$$

Здесь  $\nu$  — частота гармонических колебаний.

Поскольку действующие значения ЭДС  $E_{21}$  напряжения генератора  $U_\Gamma$  связаны с соответствующими мгновенными значениями соотношениями  $E_{21} = \frac{E_{21}^M}{\sqrt{2}}$  и  $U_\Gamma = \frac{U_\Gamma^M}{\sqrt{2}}$ , то можно записать

$$L_{21} = \frac{E_{21} R}{U_\Gamma 2\pi\nu}. \quad (6.15)$$

В случае, если сопротивление в цепи генератора  $R$  равно нулю (генератор включён в гнезда  $PQ$ ), т. е.  $\omega L_1 \gg R_1$ , из (6.14) получим

$$L_{21} = \frac{E_0 L_1}{U_0} = \frac{E_{21}^M L_1}{U_\Gamma^M} = \frac{E_{21} L_1}{U_\Gamma}.$$

Можно найти взаимную индукцию  $L_{12} = L_{21}$  также иначе. Если при сборке схемы поменять местами большую и малую катушки, то, рассуждая аналогично приведённому выше, получим

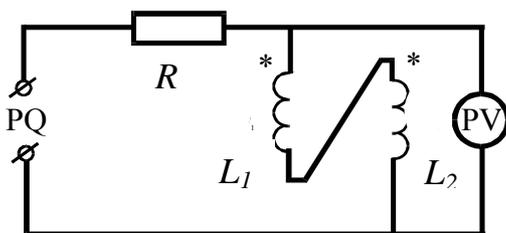
$$L_{12} = \frac{E_{12} R}{U_\Gamma 2\pi\nu}, \quad (6.16)$$

$$L_{12} = \frac{E_{12} L_2}{U_\Gamma}. \quad (6.17)$$

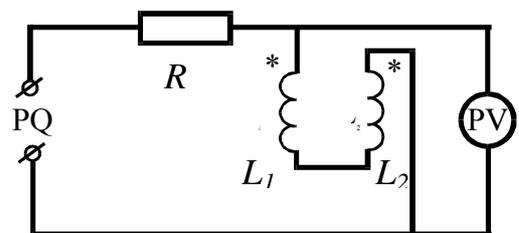
Здесь  $E_{12}$  — действующее значение ЭДС в большой катушке, В;  $L_2$  — индуктивность малой катушки, Гн.

Возможен и третий способ определения взаимной индуктивности. Рассмотрим случай подключения к генератору последовательно соединённых катушек (рис. 6.5).

Индуктивность при соединении, как на рис. 6.5, *а*, равна (см. формулу (6.5))



*а*



*б*

Рис. 6.5

$$L' = L_1 + L_2 + 2L_{21}, \quad (6.18)$$

а при соединении, как на рис. 6.6, *б*,

$$L'' = L_1 + L_2 - 2L_{21}. \quad (6.19)$$

Из (6.18) и (6.19) получим

$$L_{21} = \frac{(L' - L'')}{4}. \quad (6.20)$$

При условии  $R_1 \approx R_2 \ll R$  можно записать закон Ома для цепи, в которую включён генератор, в виде

$$U_{\Gamma} = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2},$$

где  $I$  — действующее значение тока, измеряемое миллиамперметром, А.

Если  $R \gg \omega L_1 \approx \omega L_2$ , то

$$U_{\Gamma} = IR. \quad (6.21)$$

Поскольку индуктивное сопротивление катушек много больше их омического сопротивления  $\omega L_1 \approx \omega L_2 \gg R_1 \approx R_2$ , то

$$U_L = I\omega L, \quad (6.22)$$

где  $U_L$  — напряжение на последовательно соединённых катушках, В;  $L$  — индуктивность последовательно соединённых катушек, Гн.

Из (6.22) и (6.21) получаем

$$L = \frac{U_L R}{U_{\Gamma} \omega}. \quad (6.23)$$

В зависимости от схемы соединения катушек (рис. 6.5) уравнение (6.23) принимает вид

$$L' = \frac{U_{L'} R}{U_{\Gamma} \omega} \quad \text{или} \quad L'' = \frac{U_{L''} R}{U_{\Gamma} \omega}, \quad (6.24)$$

где  $U_{L'}$  — напряжение на катушках при соединении по схеме на рис. 6.5, а,  $U_{L''}$  — по схеме на рис. 6.5, б.

Из (3.20) и (3.24) получим

$$L_{12} = L_{21} = \frac{R(U_{L'} - U_{L''})}{4\omega U_{\Gamma}} = \frac{R(U_{L'} - U_{L''})}{8\pi\nu U_{\Gamma}}. \quad (6.25)$$

## Опыт №1

### Определение взаимной индуктивности при наличии в цепи генератора резистора $R$

1. Собрать схему, приведённую на рис. 6.4. Для этого подсоединить к гнездам 1, 4 большую катушку, а к гнездам 3, 5 малую катушку (рис. 6.3).
2. Подсоединить генератор гармонических колебаний к гнездам  $PQ$ .
3. Включить в сеть генератор и вольтметр. Установить напряжение генератора, равное 7 В, частоту – 10 кГц.
4. Установить малую катушку в плоскости большой катушки.
5. Вращая катушку через  $\alpha = 15^\circ$ , снять зависимость ЭДС взаимной индукции от координаты  $E_{12} = f(x)$ . Результаты занести в табл. 6.1.
6. По формулам (6.15) и (6.16) рассчитать значения взаимной индуктивности для обоих положений катушек и найти их средние значения для каждой угловой координаты:

$$L_{12\text{cp}} = \frac{L_{12} + L_{21}}{2}.$$

Результаты расчётов занести в табл. 6.1.

7. Построить график зависимости  $L_{12\text{cp}} = f(x)$ .

Таблица 6.1

| $\alpha, ^\circ$ | $E_{21}, \text{ мВ}$ | $L_{21}, \text{ мГн}$ | $E_{12}, \text{ мВ}$ | $L_{12}, \text{ мГн}$ | $L_{12\text{cp}}, \text{ мГн}$ | $L_{21\text{ср}}, \text{ мГн}$ |
|------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 0                |                      |                       |                      |                       |                                |                                |
| 15               |                      |                       |                      |                       |                                |                                |
| 30               |                      |                       |                      |                       |                                |                                |
| ...              |                      |                       |                      |                       |                                |                                |
| 90               |                      |                       |                      |                       |                                |                                |

## Опыт №2

### Определение взаимной индуктивности при отсутствии в цепи генератора резистора $R$ и подключении к генератору одной из катушек

1. Собрать схему, приведённую на рис. 6.4. Для этого подсоединить к гнездам 1, 4 большую катушку, а к гнездам 3, 5 малую катушку (рис. 6.3) и замкнуть переключатель ПГ сопротивлением  $R$ .
2. Подсоединить генератор гармонических колебаний к гнездам  $PQ$ .
3. Включить в сеть генератор и вольтметр. Установить напряжение генератора, равное 7 В, частоту – 10 кГц.
4. Установить малую катушку в плоскости большой катушки.
5. Вращая катушку, снять зависимость ЭДС взаимной индукции и напряжения генератора от координаты. Результаты занести в табл. 6.2.
6. По формуле (6.17) рассчитать значение взаимной индуктивности и результаты занести в табл. 6.2.
7. Построить график зависимости  $L_{12} = f(x)$ .

Таблица 6.2

| $x$ , см | $E_{21}$ , мВ | $U_{\Gamma}$ , мВ | $L_{12}$ , мГн |
|----------|---------------|-------------------|----------------|
| 0        |               |                   |                |
| 1        |               |                   |                |
| ...      |               |                   |                |

### Опыт №3

#### Определение взаимной индуктивности методом последовательного соединения двух катушек

1. Подсоединить большую катушку к гнездам 2, 6, а малую катушку к гнездам 5, 7.
2. Соединить перемычкой гнезда 3, 4.
3. Включить в сеть генератор и вольтметр. Установить напряжение генератора, равное 7 В, частоту – 10 кГц.
4. Установить малую катушку в плоскости большой катушки.
5. Измерить напряжение генератора  $U_{\Gamma}$  и напряжение на катушках  $U_L$  при пяти значениях частоты в диапазоне 10 – 20 кГц (для переключения вольтметра использовать тумблер "П"). Результаты занести в табл. 6.3.
6. Поменять местами выводы катушки и проделать те же измерения, что и в п. 5. Результаты измерения занести в табл. 6.3.

**Указание!** Величину напряжения генератора при проведении измерений необходимо поддерживать постоянной.

Таблица 6.3

| $\nu$ , кГц | Катушка в середине соленоида |               | Катушка в торце соленоида |               |
|-------------|------------------------------|---------------|---------------------------|---------------|
|             | $U_L$ , мВ                   | $U_{L'}$ , мВ | $U_L$ , мВ                | $U_{L'}$ , мВ |
| 10          |                              |               |                           |               |
| ...         |                              |               |                           |               |
| 20          |                              |               |                           |               |

8. По формуле (6.25) рассчитать взаимную индуктивность  $L_{12}$  при расположении малой катушки в плоскости большой катушки  $\alpha = 0$  для различных частот и найти её среднее значение.

### Опыт №4

#### Изучение зависимости ЭДС индукции от частоты и напряжения генератора

1. Подключить генератор к гнездам PQ и милливольтметр к гнездам PV. Аналогично опыту 1 сделать подключение приборов и катушек.

2. Установить на генераторе напряжение 7 В. Изменяя частоту  $\nu$  в пределах всего диапазона 5 Гц – 20 кГц, снять зависимость  $E_{12} = f(\nu)$ , поддерживая напряжение генератора постоянным. Результаты измерений занести в табл. 6.4.

Таблица 6.4

| №   | $\nu$ , Гц | E, В |
|-----|------------|------|
| 1   | 50         |      |
| ... | ...        |      |
| 10  | 20000      |      |

3. Установить на генераторе частоту  $\nu = 10$  кГц и, меняя напряжение генератора в диапазоне 3 – 8 В через 1 В, снять зависимость  $E_{12} = f(U_r)$ . Результаты измерений занести в табл. 6.5.

Таблица 6.5

| №   | $U_r$ , В | E, В |
|-----|-----------|------|
| 1   | 5         |      |
| ... | ...       |      |
| 11  | 15        |      |

6. По данным табл. 6.4 и 6.5 построить графики зависимости ЭДС взаимной индукции от частоты и напряжения генератора  $E_{12} = f(\nu)$  и  $E_{12} = f(U_r)$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Дать формулировку закона электромагнитной индукции.
2. В чём заключается явление самоиндукции?
3. Сформулировать правило Ленца.
4. Как соотносятся между собой действующее и амплитудное значения тока?
5. Почему при подключении последовательно соединённых катушек взаимная индуктивность зависит от направления тока в них?
6. Записать закон Ома для цепи переменного тока.
7. От чего зависит взаимная индуктивность двух катушек?
8. При каких условиях индуктивное сопротивление будет намного больше омического?
9. Что такое магнитный поток и потокоцепление?