ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: изучение электрических собственных колебаний в контуре, содержащем последовательно соединенные катушку с индуктивностью L, конденсатор с емкостью C и резистор с сопротивлением R.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Свободными затухающими колебаниями называются колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии колебательной системой с течением времени уменьшается. Закон, по которому происходят колебания, зависит от свойств колебательной системы. Система называется линейной, если параметры, характеризующие существенные в рассматриваемом процессе физические свойства системы, не изменяются в ходе процесса.

Линейными системами являются, к примеру, пружинный маятник при малых деформациях пружины, колебательный контур индуктивность, ёмкость и сопротивление которого не зависит ни от тока в контуре, ни от напряжения.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы имеет вид

$$\frac{d^2S}{dt^2} + 2\delta\frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0, \qquad (9.1)$$

где S – колеблющаяся величина, $\delta = const$ – коэффициент затухания, ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы при отсутствии потерь энергии (при $\delta = 0$) называется собственной частотой колебательной системы.

Решение уравнения (9.1) можно представить в виде

$$S = e^{-\delta t}u, \qquad (9.2)$$

где $u = u(t)$. Чтобы определить вид функции $u(t)$ вычислим первую и вторую производные выражения (9.2) и подставим их в (9.1)

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \delta^2)u = 0.$$

Интерес представляет случай, когда $\omega_0^2 - \delta^2 > 0$.

Введём обозначение $$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2. \qquad (9.3)$$

Тогда получаем дифференциальное уравнение

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0,$$

аналогичное дифференциальному уравнению свободных незатухающих колебаний. Если затухание невелико и выполняется условие $\omega_0^2 >> \delta^2$, то будут происходить колебания с частотой ω по закону

$$u = A_0\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Следовательно, решение уравнения (9.1) имеет вид

$$S = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \tag{9.4}$$

где

$$A = A_0 e^{-\delta t} \tag{9.5}$$

- амплитуда затухающих колебаний, A_0 – начальная амплитуда.

Зависимость (9.4) показана на рис. 9.1 сплошной линией, а зависимость (9.5) – штриховыми линиями. Из уравнения (9.4) следует, что система будет совершать колебания с частотой ω.

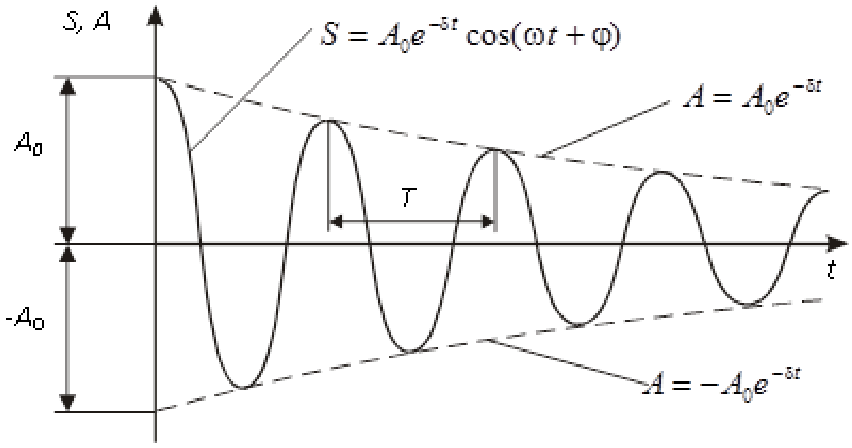

Рис. 9.1

Строго говоря, затухающие колебания не являются периодическими, ввиду того, что затухание нарушает периодичность колебаний. Однако если затухание мало и выполняется условие $\omega_0^2 >> \delta^2$, то можно условно использовать понятия периода и частоты затухающих колебаний. Период затухающих колебаний T (см. рис. 9.1) равен времени между двумя последующими максимумами колеблющейся величины. При малых затуханиях можно считать, что период колебаний остаётся постоянным.

Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

При увеличении коэффициента затухания δ период затухающих колебаний T и при $\delta = \omega_0$ обращается в бесконечность. Это означает, что при $\delta \geq \omega_0$ движение системы не будет колебательным. Такие процессы называются апериодическими.

Если $A(t)$ и $A(t + T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

называется декрементом затухания, а его логарифм

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T$$

- логарифмическим декрементом затухания.

Важной характеристикой колебательной системы является добротность Q – безразмерная величина, равная произведению 2π на отношение энергии $W(t)$ колебаний системы в произвольный момент времени t к убыли этой энергии за промежуток времени от t до $t + T$, то есть за один период колебания:

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}.$$

Так как энергия $W(t)$ пропорциональна квадрату амплитуды колебаний $A(t)$, то

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}}.$$

При малых значениях логарифмического декремента затухания ($\delta << 1$) ($1 - e^{-2\delta} \approx 2\delta$) и добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} \tag{9.6}$$

(T принято равным T_0, так как затухание невелико ($\omega_0^2 >> \delta^2$)).

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Рассмотрим колебательный контур – цепь, состоящую из последовательно соединённых катушки индуктивности L, конденсатора ёмкостью C и резистора сопротивлением R (рис. 9.2). Если конденсатор зарядить, сообщив его обкладкам заряд $\pm q_m$ и замкнуть цепь, то в контуре начнут совершаться электрические колебания, заключающиеся в периодической перезарядке конденсатора. При этом энергия электрического поля конденсатора будет переходить в энергию магнитного поля катушки и наоборот, а по цепи будет течь переменный по величине и направлению ток I.

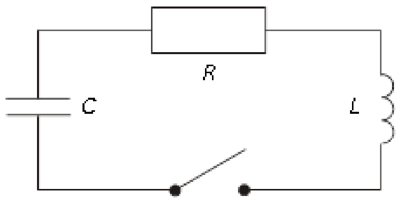

Рис. 9.2

Электрические колебания в контуре будут затухающими ввиду того, что сумма энергий конденсатора и катушки будет непрерывно уменьшаться за счёт её преобразования в теплоту, выделяющуюся на резисторе.

Согласно закону Ома для контура можно записать

$$IR + U_C = \mathcal{E}_S,$$

где IR – напряжение на резисторе, $U_C = \frac{q}{C}$ - напряжение на конденсаторе, $\mathcal{E}_S = -L\frac{dI}{dt}$ - ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке при протекании в ней тока. Следовательно,

$$L\frac{dI}{dt}+IR+\frac{q}{C}=0. \qquad (9.7)$$

Разделив (9.7) на L и подставив значения $I=\dot{q}$ и $\frac{dI}{dt}=\ddot{q}$, получим дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре:

$$\ddot{q}+\frac{R}{L}\dot{q}+\frac{1}{LC}q=0. \qquad (9.8)$$

Поскольку на контур не действуют никакие внешние ЭДС, то колебания в контуре будут свободными. Сопоставляя уравнения (1.1) и (1.8), приходим к выводу, что в колебательном контуре будут происходить свободные затухающие колебания заряда конденсатора по закону

$$q=q_m e^{-\delta t}\cos(\omega t+\varphi_0),$$

где q_m – начальное значение заряда.

Сравнивая (9.1) и (9.8), можно также получить:

$$\delta=\frac{R}{2L} \quad \text{и} \quad \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Отсюда, в соответствии с (9.3), получим выражение для частоты колебаний

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}.$$

Подставив значения δ и ω_0 в (9.6), получим ещё одно выражение для добротности контура

$$Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Устройства, входящие в состав лабораторной установки, и схема их соединения приведены на рис. 9.3. Основной элемент установки – колебательный контур располагается в лабораторном модуле. На лицевой панели модуля (рис. 9.4) расположен пакетный переключатель, с помощью которого можно ступенчато изменять сопротивление контура R, а также изображена электрическая схема опыта.

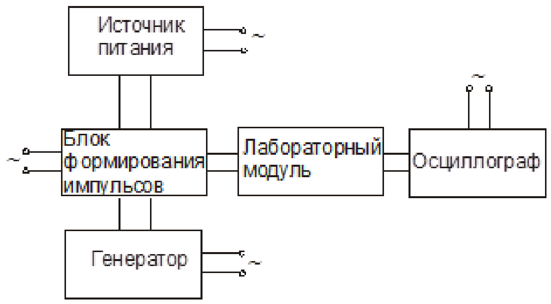

Рис. 9.3

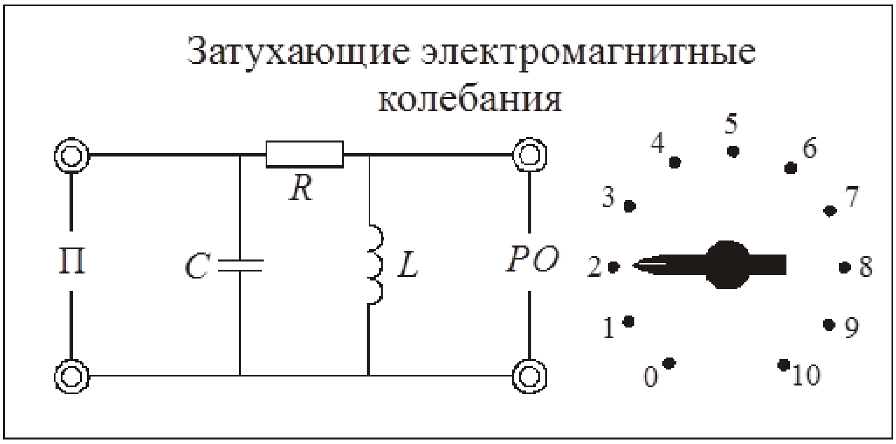

Рис. 9.4

К гнёздам «П» лабораторного модуля подаётся прямоугольный сигнал от блока формирования импульсов. Напряжение с катушки индуктивности (гнёзда *PO*) подаётся на усилитель электронного осциллографа. В промежутке между импульсами происходят затухающие колебания в контуре, которые можно наблюдать на экране осциллографа.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Подсоединить кабелем блок формирования импульсов к лабораторному модулю .

2. Подсоединить кабелем усилитель электронного осциллографа с гнёздами «*PO*» на лицевой панели модуля.

3. Установить пакетный переключатель на лицевой панели модуля в положение «0».

4. Включить в сеть электронный осциллограф, блок формирования импульсов, источник питания.

5. Установить выходное напряжение источника питания U = 12 В.

6. Получить на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний.

7. Измерить на экране осциллографа амплитуды $U_1(t)$ и $U_2(t + nT)$ затухающих колебаний, разделенных n периодами при положении переключателя «0». Результаты занести в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Положение переключателя	Число периодов n	$U_1(t)$, дел.	$U_2(t + nT)$, дел.	Θ
0 (R = 0)				
1 (R = 100 Ом)				
2 (R = 200 Ом)				
3 (R = 300 Ом)				
4 (R = 400 Ом)				

5 (R = 500 Ом)				

8. Проделать измерения аналогично п.1 для положений переключателя 1 - 5. Результаты занести в табл. 9.1.

9. Измерить время τ_n, равное продолжительности n периодов колебаний в делениях на экране осциллографа при положении переключателя «1». Рассчитать период колебаний $T_э$ по формуле $T_э = \frac{\tau_n}{n}$.

Обработка результатов измерений

1. По формуле $\Theta = \frac{1}{n}\ln\frac{U_1(t)}{U_2(t+nT)}$ рассчитать логарифмический декремент для разных значений R и построить график $\Theta = f(R)$ (рис. 9.5). Значения R, соответствующие различным положениям переключателя, приведены в табл. 9.1.

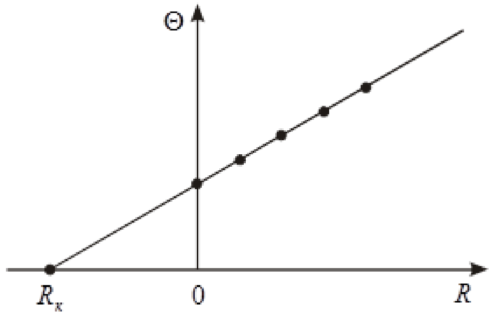

Рис. 9.5

2. Определить омическое сопротивление $R_к$ катушки как точки пересечения графика с осью абсцисс на рис. 9.5.

3. Рассчитать период колебаний по формуле $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{(R+R_к)^2}{4L^2}}}$ и сравнить с экспериментальным значением $T_э$. Принять L = 100 мГн, C = 0,1 мкФ.

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются затухающими?
2. Записать дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.
3. При каком условии движение колебательной системы становится апериодическим?
4. Каков физический смысл добротности колебательной системы?
5. От чего зависит частота колебаний в колебательном контуре

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Состав работы:

- лабораторный модуль ______________________1 шт.
- генератор GFG-8219A____ __________________1 шт.
- приборная полка ____________________________1 шт.
- осциллограф ОСУ 10В______________________1 шт.

Параметры работы :

- сопротивление резисторов 0, 100,200,300,400,500 Ом, соответственно при положении переключателя 0, 1,2,3,4,5.
- ёмкость конденсатора , С =0,1 мкФ.
- индуктивность катушки ,L = 260 мГн.
- вид сигнала генератора «меандр»
- частота генератора - 60 Гц.