# ДИНАМИКА СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ СЛОЯ ХОЛЕСТЕРИКА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. Д. Мандрыкин, Д. В. Макаров
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Как известно [1], постоянное магнитное поле, направленное ортогонально винтовой оси холестерического жидкого кристалла (холестерика), приводит к уменьшению шага его спирали. При достижении напряженности поля некоторого критического значения спиральная структура холестерика полностью исчезает и жидкий кристалл приобретает нематическую структуру. Магнитным полем, вращающимся с постоянной угловой скоростью, можно придать вращение ориентационной структуре жидкого кристалла (ЖК). Это явление получило название эффекта Цветкова [1]. В данной работе в рамках континуальной теории Эриксена и Лесли изучена динамика ориентационной спиральной структуры слоя холестерического жидкого кристалла, помещенного во вращающееся однородное магнитное поле.

Рассмотрим слой холестерического жидкого кристалла (Рис. 1), ось невозмущенной спирали которого ориентирована ортогонально границам слоя вдоль оси $z$. Магнитное поле, вращающееся с постоянной угловой скоростью $\omega$, приложим в плоскости слоя

$$\boldsymbol{H} = H(\cos\omega t,\ \sin\omega t,\ 0). \tag{1}$$

На границах слоя зададим условия жесткого планарного сцепления так, что директор $\boldsymbol{n}$ (единичный вектор, задающий направление преимущественной ориентации молекул ЖК) направлен вдоль оси легкого ориентирования $\boldsymbol{l} = (1, 0, 0)$. Будем считать, что в слое укладывается целое число витков $N$ невозмущенной спирали холестерика, т. е. толщина слоя, выраженная в единицах обратного волнового числа $q_0^{-1}$ равна $L = 2\pi N$.

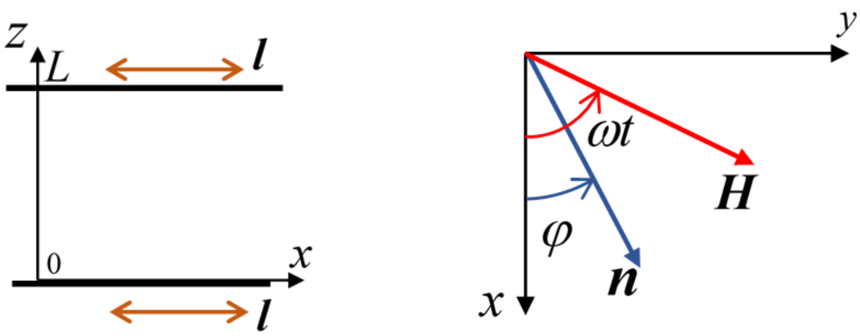


**Рис. 1.** *Ориентация слоя холестерика во вращающемся магнитном поле*

Уравнения движения холестерика, несжимаемости и движения директора $\boldsymbol{n}$ имеют вид [1]:

$$\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\nabla\cdot\overline{\overline{\boldsymbol{\sigma}}},\quad \operatorname{div}\boldsymbol{v}=0,\quad \boldsymbol{h}=\gamma_1\boldsymbol{N}+\gamma_2\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{A},\tag{2}$$

где $\rho$ и $\boldsymbol{v}$ – плотность и скорость холестерика, $\boldsymbol{n}$ – директор, $\gamma_1$ и $\gamma_2$ – коэффициенты вращательной вязкости, $\boldsymbol{N}=d\boldsymbol{n}/dt-\overline{\overline{\boldsymbol{\Omega}}}\cdot\boldsymbol{n}$ – скорость изменения директора относительно движущейся среды, $\overline{\overline{\boldsymbol{A}}}$ и $\overline{\overline{\boldsymbol{\Omega}}}$ – симметричная и антисимметричная части тензора градиентов скоростей.

Вектор молекулярного поля $\boldsymbol{h}$, действующий на директор $\boldsymbol{n}$, имеет вид

$$h_i=-\frac{\partial F_V}{\partial n_i}+\nabla_k\frac{\partial F_V}{\partial(\nabla_k n_i)}.$$

Здесь объемная плотность полной свободной энергии слоя холестерика $F_V=F_d+F_{dia}$ содержит вклад энергии ориентационно-упругих деформаций поля директора $F_d$ и диамагнитное слагаемое $F_{dia}$:

$$F_d=\frac{1}{2}\left[K_{11}(\operatorname{div}\boldsymbol{n})^2+K_{22}(\boldsymbol{n}\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{n}+q_0)^2+K_{33}(\boldsymbol{n}\times\operatorname{rot}\boldsymbol{n})^2\right],$$

$$F_{dia}=-\frac{1}{2}\chi_a(\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{H})^2,\tag{3}$$

где $K_{ii}$ – модули ориентационной упругости (константы Франка), $\boldsymbol{n}$ – директор, $\chi_a>0$ – анизотропия диамагнитной восприимчивости.

В рассматриваемой геометрии задачи (Рис. 1) искажения ориентационной структуры холестерика соответствуют чистому кручению, поэтому поле директора будем искать в виде

$$\boldsymbol{n}=\left(\cos\varphi(z,t),\ \sin\varphi(z,t),\ 0\right),\tag{4}$$

тогда уравнение движения директора (2) примет вид

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial\zeta^2}-\frac{h^2}{2}\sin 2(\varphi-\tau)=\frac{\Omega}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}.\tag{5}$$

Здесь $h=H/H_0$ и $\Omega=\omega/\omega_c$ – безразмерные напряженность и угловая скорость вращения магнитного поля, $H_0=q_0\sqrt{K_{22}/\chi_a}$ и $\omega_c=K_{22}q_0^2/2\gamma_1$ – единицы измерения напряженности и угловой скорости вращения магнитного поля соответственно, а $\tau=\omega t$ – безразмерное время. Волновое число $q_0$ будем считать положительным, поэтому в невозмущенном состоянии холестерик имеет правовинтовую спираль.

Численное решение уравнения (5) дает пространственное распределение поля директора в слое холестерика с течением времени $\tau$. Спиральная структура холестерика в различные моменты времени изображена на рисунке 2. При $\tau=0$ в отсутствие внешнего поля холестерик имеет неискаженную спиральную структуру. Включение вращающегося магнитного поля приводит к выраженной деформации спирали сначала вблизи верхней границы слоя. Количество витков спирали со временем в слое растет, а шаг спирали становится функцией координаты. Начиная с некоторого момента $\tau = \tau^*$ временная зависимость угла ориентации директора внутри слоя носит осциллирующий характер (Рис. 3).

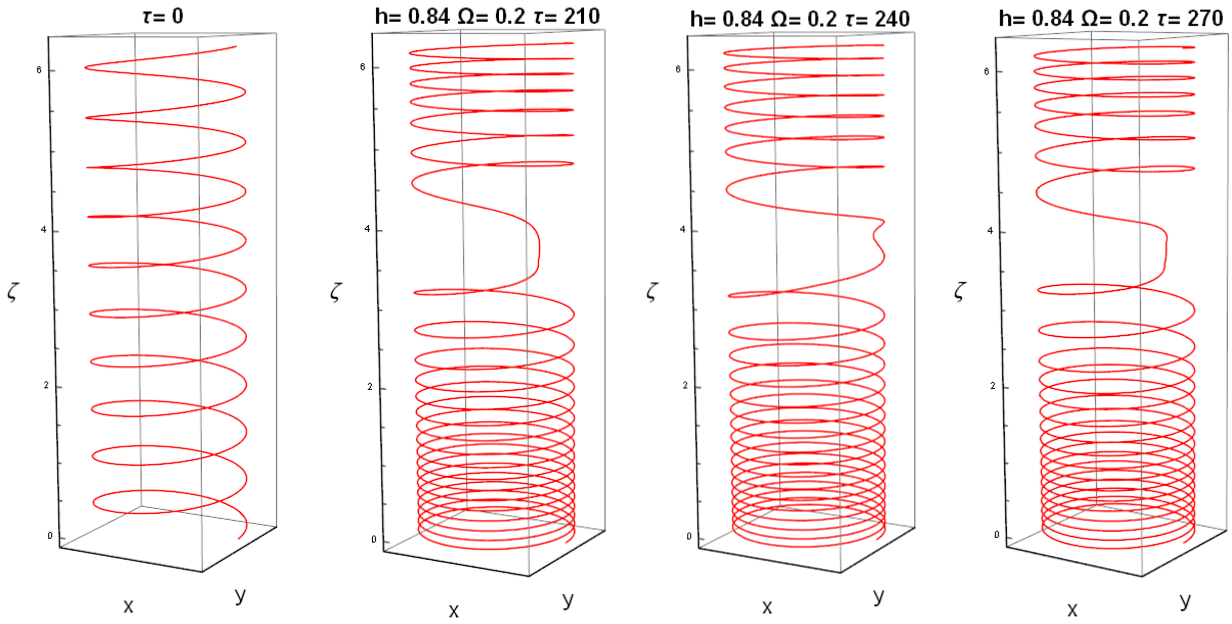


**Рис. 2.** *Спиральная структура слоя холестерика во вращающемся магнитном поле*

В процессе закручивания спирали вращающимся магнитным полем энергия ориентационно-упругих деформаций поля директора растет. Когда упругая энергия становится одного порядка с диамагнитным вкладом, магнитное поле уже не может дальше закручивать спираль, в результате чего при каждом обороте поля происходит лишь периодическое подхватывание директора продолжающим свое вращение магнитным полем.

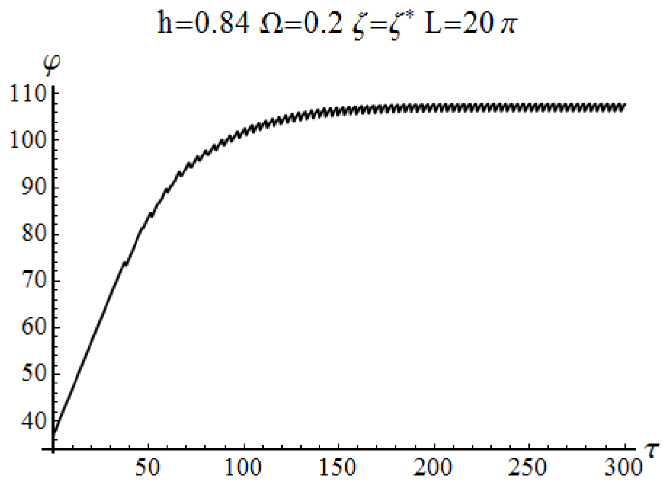


**Рис. 3.** *Зависимость угла поворота директора от времени в некоторой точке* $\zeta^*$ *центральной части слоя*

## Список литературы

1. *Stewart I. W.* The static and dynamic continuum theory of liquid crystals: a mathematical introduction. London: Taylor & Francis, 2004. 360 p.