

ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИЯ ИДЕАЛЬНОГО ДИЭЛЕКТРИКА В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

К. С. Рушинская

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Изучена электроконвекция слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле горизонтального конденсатора. Рассматривается диэлектрофоретический механизм зарядообразования. Построены карты режимов на основании полученных расчётов.

Рассмотрим плоский горизонтальный слой диэлектрической жидкости толщиной h , находящейся между обкладками конденсатора в гравитационном поле g и переменном вертикальном электрическом поле E . Температура верхней обкладки принимается равной нулю, нижней – Θ . Потенциал нижней обкладки равен $\varphi = U \cos(\omega t)$, верхней – равен нулю (U – амплитуда напряжения, ω – циклическая частота электрического поля, $\omega = 2\pi\nu$, ν – линейная частота). Ось x расположена в середине слоя, параллельно его границам, ось z направлена перпендикулярно границам слоя.

Изучение электроконвекции проводилось на основе трёхмодовой модели [1]:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -qPrX + Pr(r + e\cos^2 2\pi vt)Y, \\ \dot{Y} &= -Y + X - XZ, \\ \dot{Z} &= -bZ + XY,\end{aligned}\tag{1}$$

где X – нормированная амплитуда функции тока, Y и Z – температуры, r и e – тепловое и электрическое нормированные числа Рэлея, b и q – геометрические параметры, связанные с волновым числом k :

$$b = \frac{42}{10 + \pi^2 k^2}, q = \frac{(24\pi^2 k^2 + \pi^4 k^4 + 504)}{(10 + \pi^2 k^2)(12 + \pi^2 k^2)}, r = \frac{Ra}{Ra_0}, e = \frac{Ra_\epsilon}{Ra_{\epsilon 0}},$$

где Ra и Ra_ϵ – тепловое и электрическое числа Рэлея, Ra_0 и $Ra_{\epsilon 0}$ – их нормированные значения.

Трёхмодовая модель (1) решалась численно методом Рунге – Кутты – Мерсона. Полученные временные зависимости классифицировались по типам режимов: стационарный, периодический или хаотический. Использовался Фурье-анализ и вычислялся безразмерный теплоток – число Нуссельта. При значении нормированного электрического числа Рэлея e меньше некоторого порогового e_0 наблюдается равновесие. При увеличении нормированного электрического числа Рэлея рождается периодическая колебательная конвекция с некоторым набором частот в спектре. При достижении значения e_x возникает хаотический режим, у которого спектр сплошной.

Для вычислений в качестве начальных условий использовались значения: $X(0) = 0$, $Y(0) = 1$, $Z(0) = 0$, либо использовался метод продолжения по параметру.

Вычисления проведены для следующих значений параметров: $Pr = 10$, $r = 0$, $k = 1.02$, $b = 2.07$, $q = 1.89$. Число k соответствует минимуму нейтральной кривой [1]. Число Прандтля взято такое, которое использовал Э. Н. Лоренц в своих расчётах [2]. Случай $r = 0$ соответствует невесомости. Здесь рассмотрена задача с твёрдыми граничными условиями, в отличие от работы [3], где граничные условия брались свободными.

В результате вычислений при различных значениях частот внешнего поля определены значения нормированного электрического числа Рэлея, при котором режим периодической конвекции переходит в хаотический режим.

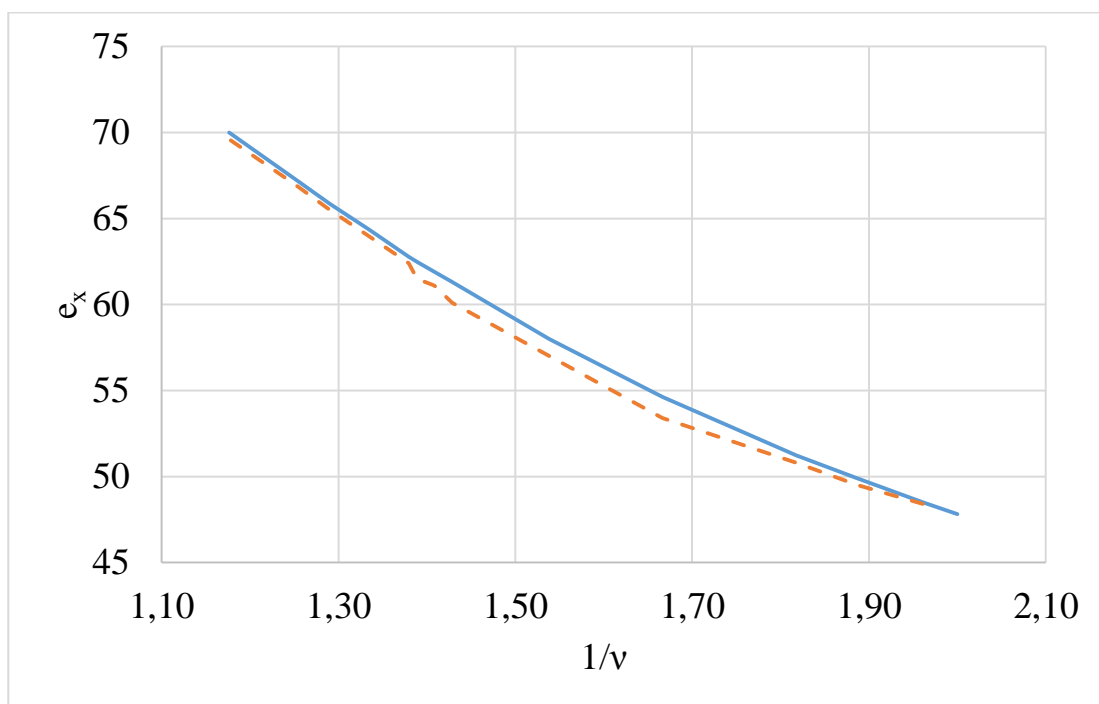


Рис. 1. Границы переходов к хаотическому режиму с возникновением петли гистерезиса

На рисунке 1 обозначены границы переходов к хаотическому режиму, полученные методом продолжения по параметру: сплошной линией – при увеличении числа e , пунктирной – при уменьшении.

При нахождении числа Нуссельта значение нормированного электрического числа Рэлея определялось с точностью до одного десятичного знака, при помощи спектров Фурье – до трёх знаков.

Переход к хаотическому режиму в разрезах частот $\nu = 0.1 \div 0.3$ происходит через удвоение периода – по сценарию Фейгенбаума. Пример такого перехода продемонстрирован на рисунке 2 с помощью спектра Фурье для частоты $\nu = 0.25$. При значении $e = 29.206$ в спектре Фурье имеются пики, соответствующие частотам, кратным $\nu/8$.

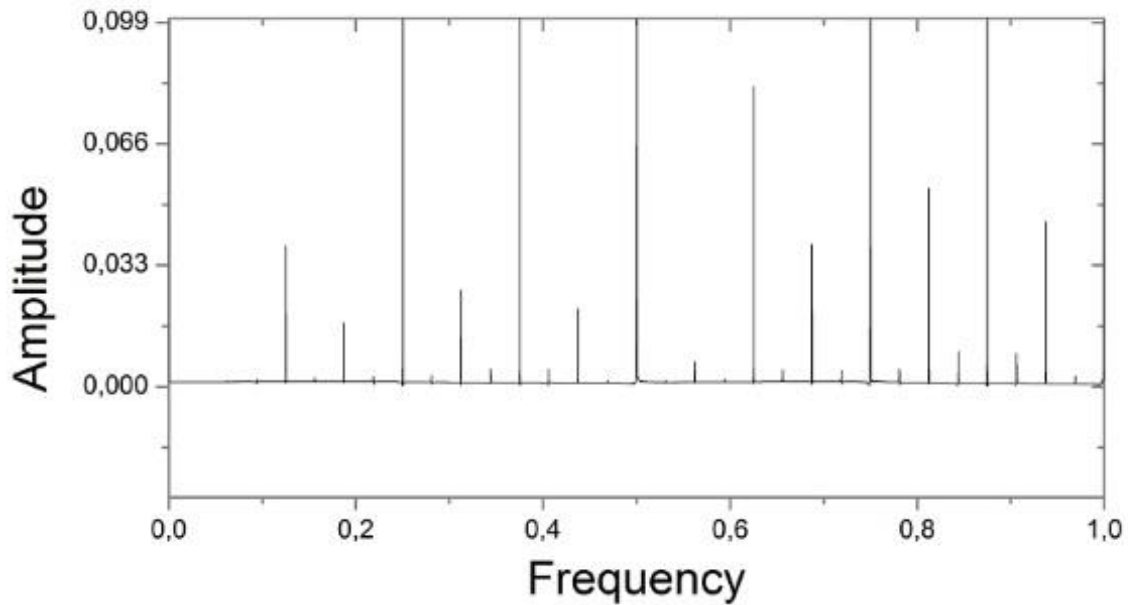


Рис. 2. Спектр Фурье при $\nu = 0.25$, $e = 29.206$

Другой способ перехода к хаотическому режиму в разрезах частот $\nu = 0.51 \div 0.85$ продемонстрирован с помощью спектров Фурье для частоты $\nu = 0.55$.

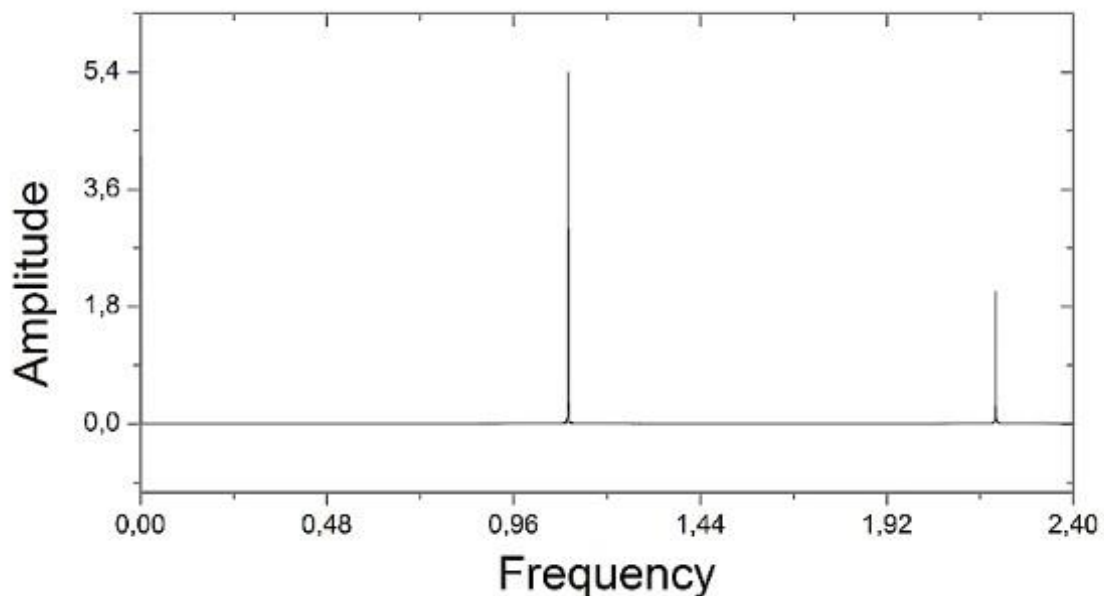


Рис. 3. Спектр Фурье при $\nu = 0.55$, $e = 46.000$

При значении $e = 46.000$ в спектре Фурье нет пика, соответствующего частоте ν , имеются только кратные частоте $2*\nu$ (Рис. 3). При $e = 51.000$ в спектре Фурье имеются пики, соответствующие частотам $\nu = 0.384$ и $\nu = 0.717$, что позволяет говорить о квазипериодическом спектре (Рис. 4).

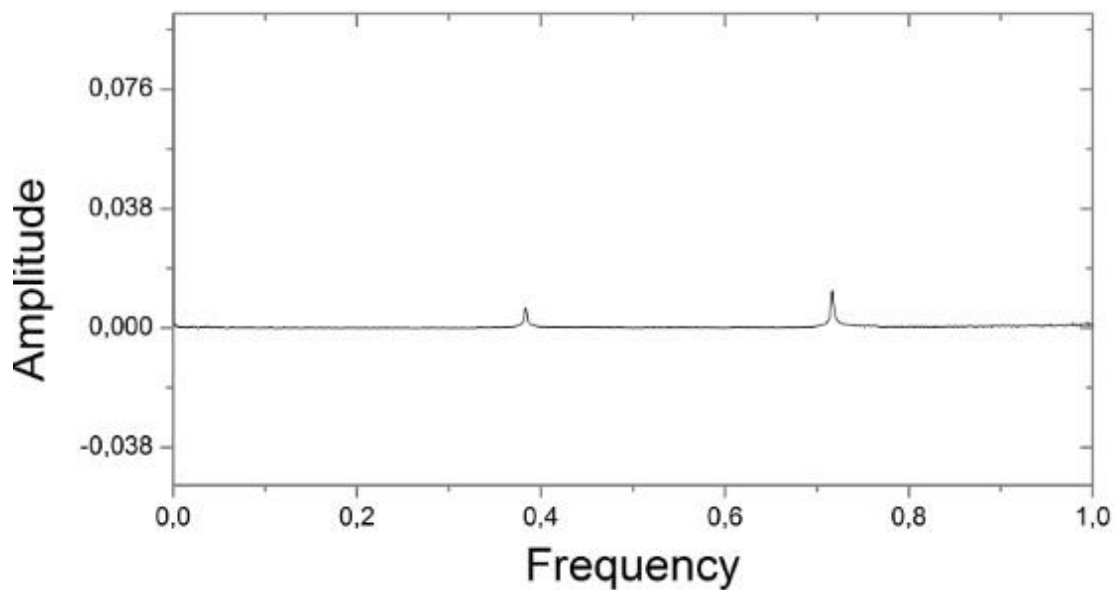


Рис. 4. Спектр Фурье при $\nu = 0.55$, $e = 51.000$

Список литературы

1. Ильин В. А., Курилина Е. В. Исследование модели электроконвекции идеального диэлектрика в конденсаторе с твердыми границами // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2009. Вып.1 (27). С. 3-6.
2. Фрик П. Г. Турбулентность: подходы и модели. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 292 с.
3. Ильин В. А., Смородин Б. Л. Периодические и хаотические режимы электроконвекции жидкого диэлектрика в горизонтальном конденсаторе // Письма в Журнал технической физики. 2005. Т. 31, вып. 10. С. 57-63.