

# МАГНИТНЫЕ ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В ФЕРРОНЕМАТИКЕ С БИСТАБИЛЬНЫМ СЦЕПЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ С МАТРИЦЕЙ

Д. В. Семенов, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Нематические жидкие кристаллы (НЖК) являются диамагнитными средами, поэтому для управления их ориентационной структурой нужно прикладывать достаточно сильные магнитные поля ( $\mathcal{H} \sim 10^4$  Э). Чтобы увеличить магнитную восприимчивость жидкого кристалла (ЖК) Брошар и де Жен предложили внедрить в нематическую матрицу наноразмерные частицы ферромагнетика [1], такой композитный материал получил название ферронематик (ФН). По сравнению с чистым ЖК магнитная восприимчивость ФН на несколько порядков выше за счет сильной ориентационной связи между примесными частицами и молекулами ЖК.

В настоящей работе в рамках континуальной теории [1] рассмотрены возможные ориентационные переходы в ФН, индуцированные магнитным полем, с учетом бистабильного ориентационного сцепления примесных частиц с ЖК-матрицей [2].

Рассмотрим плоский слой ФН толщиной  $L$ . Систему координат выберем, как показано на рис. 1. Приложим постоянное магнитное поле антипараллельно оси  $x$ :  $\mathcal{H} = (-\mathcal{H}, 0, 0)$ . Будем считать, что направление директора  $\mathbf{n}$  фиксировано на границах слоя и совпадает с осью легкого ориентирования  $\mathbf{n}_0 = (1, 0, 0)$ , а сцепление между директором  $\mathbf{n}$  и единичным вектором намагниченности  $\mathbf{m}$  – мягкое и гомотропное (Рис. 1).

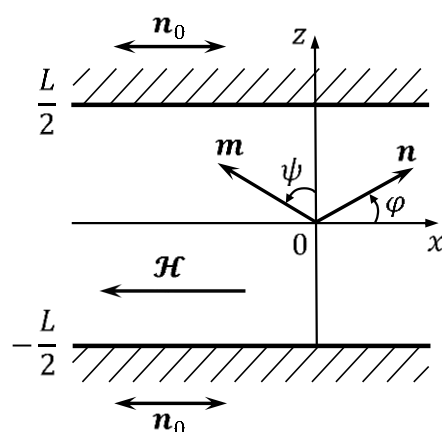


Рис. 1. Слой ферронематика в магнитном  $\mathcal{H}$  поле

Известно, что состоянию термодинамического равновесия соответствует минимум свободной энергии

$$\mathcal{F} = \iiint_V \mathcal{F}_V dV, \quad (1)$$

где  $\mathcal{F}_V = \mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_5$  объемная плотность свободной энергии [1, 2]

$$\mathcal{F}_1 = \frac{K_1}{2} (\text{div } \mathbf{n})^2 + \frac{K_2}{2} (\mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{n})^2 + \frac{K_3}{2} (\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n})^2,$$

$$\mathcal{F}_2 = -\frac{\chi_a}{2} (\mathbf{n}\mathcal{H})^2, \quad \mathcal{F}_3 = -M_s f \mathbf{m}\mathcal{H},$$

$$\mathcal{F}_4 = \frac{k_B T}{v} f \ln f, \quad \mathcal{F}_5 = \frac{W}{d} f (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2 [1 - \zeta (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2].$$

Здесь  $K_1, K_2, K_3$  – модули ориентационной упругости ЖК,  $\chi_a > 0$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости нематика,  $M_s$  – намагниченность насыщения материала магнитных частиц,  $f$  – локальная объемная доля магнитных частиц в суспензии,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $v$  – объем частицы,  $W > 0$  – поверхностная плотность энергии сцепления ЖК с поверхностью феррочастиц,  $d$  – поперечный диаметр феррочастицы,  $\zeta$  – параметр поверхностной анизотропии сцепления, учитывающий четвертый порядок разложения энергии сцепления по степеням  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}$  [2]. Мы считаем, что  $\bar{f} = Nv/V \ll 1$  – средняя объемная доля частиц в суспензии ( $N$  – число магнитных частиц,  $V$  – объем образца). Малость  $\bar{f}$  позволяет не учитывать диполь-дипольного взаимодействия феррочастиц в суспензии.

Вклад  $\mathcal{F}_1$  в объемную плотность свободной энергии (1) учитывает ориентационно-упругие деформации поля директора,  $\mathcal{F}_2$  и  $\mathcal{F}_3$  отвечают за взаимодействие ЖК-матрицы и магнитных моментов феррочастиц с магнитным полем соответственно,  $\mathcal{F}_4$  – вклад энтропии смешения идеального раствора дисперсных частиц в суспензии и слагаемое  $\mathcal{F}_5$  – объемная плотность энергии сцепления феррочастиц с ЖК-матрицей [2].

При  $\zeta = 0$  и  $W > 0$  вклад  $\mathcal{F}_5$  в отсутствие магнитного поля имеет минимум при  $\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$  (гомеотропное сцепление директора и намагниченности). При  $\zeta > 0$  энергия  $\mathcal{F}_5$  может обладать дополнительный минимум при  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$  (планарное сцепление частиц с ЖК-матрицей). При  $\zeta = 1$  обоим минимумам соответствует одинаковая глубина [2]. Таким образом, предложенный вид энергия ориентационного сцепления  $\mathcal{F}_5$  при  $\zeta > 0$  допускает скачкообразное изменение ориентации директора и намагниченности и позволяет описать бистабильные явления в ФН.

В рассматриваемой геометрии решение для директора  $\mathbf{n}$  и намагниченности  $\mathbf{m}$  можно искать в виде

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)), \quad \mathbf{m} = (-\sin \psi(z), 0, \cos \psi(z)). \quad (2)$$

Выберем в качестве единицы длины толщину слоя  $L$  и определим безразмерную координату  $\tilde{z} = z/L$ , напряженность магнитного поля  $H = \mathcal{H}L\sqrt{\chi_a/K_1}$ , приведенную объемную долю магнитных частиц в суспензии  $g = f/\bar{f}$ , коэффициент анизотропии ориентационной упругости  $k = K_3/K_1$ , а также безразмерные параметры

$$b = \frac{M_s \bar{f} L}{\sqrt{K_1 \chi_a}}, \quad \kappa = \frac{k_B T \bar{f} L^2}{K_1 v}, \quad \sigma = \frac{L^2 W \bar{f}}{K_1 d}.$$

Параметр  $b$  определяет какой из двух механизмов влияния магнитного поля на ФН преобладает. Для  $b \gg 1$  ориентационные искажения директора возникают преимущественно из-за дипольного механизма (слагаемое  $\mathcal{F}_3$ ), а

в случае  $b \ll 1$  они вызваны квадрупольным механизмом (слагаемое  $\mathcal{F}_2$ ). Параметр сегрегации  $\kappa$  характеризует интенсивность концентрационного расслоения магнитных частиц в слое ФН [1], при  $\kappa \gg 1$  сегрегационные эффекты слабы. Безразмерный параметр  $\sigma$  характеризует энергию сцепления директора и намагниченности.

С учетом безразмерных параметров минимизация свободной энергии (1) по углам ориентации директора  $\varphi(\tilde{z})$  и намагниченности  $\psi(\tilde{z})$  позволяет получить уравнения ориентационного и магнитного равновесия ФН

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \frac{\partial K(\varphi)}{\partial \varphi} + K(\varphi) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tilde{z}^2} - \frac{1}{2} H^2 \sin 2\varphi -$$

$$-g\sigma \sin 2(\varphi - \psi) [1 - 2\zeta \sin^2(\varphi - \psi)] = 0, \quad (3)$$

$$bH \cos \psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi) [1 - 2\zeta \sin^2(\varphi - \psi)] = 0. \quad (4)$$

Минимизация свободной энергии (1) по  $g(\tilde{z})$  должна проводиться с учетом условия постоянного числа частиц в суспензии, которое в безразмерном виде имеет вид

$$\int_{-1/2}^{1/2} g d\tilde{z} = 1.$$

В результате получим

$$g(\tilde{z}) = Q \exp \left\{ \frac{bH}{\kappa} \sin \psi - \frac{\sigma}{\kappa} \sin^2(\varphi - \psi) [1 - \zeta \sin^2(\varphi - \psi)] \right\}, \quad (5)$$

$$Q^{-1} = \int_{-1/2}^{1/2} \exp \left\{ \frac{bH}{\kappa} \sin \psi - \frac{\sigma}{\kappa} \sin^2(\varphi - \psi) [1 - \zeta \sin^2(\varphi - \psi)] \right\} d\tilde{z}.$$

В отсутствие магнитного поля  $H = 0$  система уравнений (3)–(5) вместе с граничными условиями

$$\varphi(1/2) = \varphi(-1/2) = 0. \quad (6)$$

имеет однородное решение, отвечающее гомеотропной фазе ( $\varphi(\tilde{z}) = \psi(\tilde{z}) = 0$  и  $g(\tilde{z}) = 1$ ).

Включение магнитного поля  $H$  приводит к тому, что решение  $\varphi(\tilde{z}) = \psi(\tilde{z}) = 0$  и  $g(\tilde{z}) = 1$  становится неустойчивым и ФН беспороговым образом переходит в неоднородное состояние. С ростом магнитного поля феррочастицы стремятся повернуться в направлении магнитного поля, а силы ориентационного сцепления вызывают искажение ЖК-матрицы.

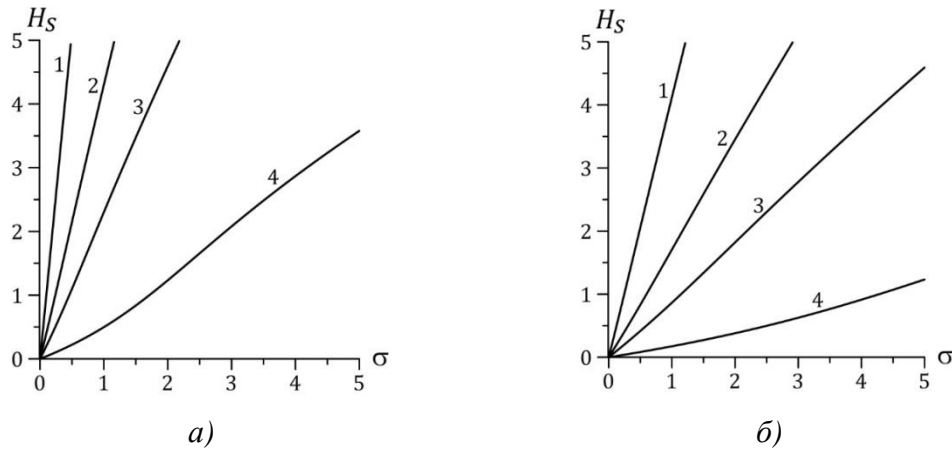
Помимо однородной гомеотропной фазы система уравнений (3)–(6) имеет еще однородное решение, соответствующее фазе насыщения, где директор и намагниченность ориентированы параллельно магнитному полю  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathcal{H}$  ( $\varphi(\tilde{z}) = 0$ ,  $\psi(\tilde{z}) = \pi/2$  и  $g(\tilde{z}) = 1$ ). Фаза насыщения является устойчи-

вой, когда магнитное поле превышает некоторое пороговое значение  $H_S$ . Вблизи  $H_S$  углы отклонения директора  $\varphi(\tilde{z})$  от оси легкого ориентирования и намагниченности  $\psi(\tilde{z})$  от направления магнитного поля  $\mathcal{H}$  малы, поэтому систему уравнений (3)–(5) можно линеаризовать, в результате получим

$$\frac{d^2\varphi}{d\tilde{z}^2} + \Lambda^2\varphi = 0, \quad \Lambda^2 = \frac{2\sigma b H_S(1 - 2\zeta)}{b H_S - 2\sigma(1 - 2\zeta)} - H_S^2. \quad (7)$$

Уравнение (7) с учетом граничных условий (6) имеет решение  $\varphi(\tilde{z}) = \varphi_m \cos(\pi\tilde{z})$ , из условия существования которого, получим выражение для порогового поля перехода в состояние насыщения  $H_S$

$$H_S^2 + \pi^2 - \frac{2\sigma b H_S(1 - 2\zeta)}{b H_S - 2\sigma(1 - 2\zeta)} = 0. \quad (8)$$



**Рис. 2.** Зависимость поля перехода в состояние насыщения  $H_S$  от энергии сцепления  $\sigma$ :  
а)  $\zeta = 0$ ; б)  $\zeta = 0.3$ . Кривая 1 –  $b = 0.2$ ; 2 –  $b = 0.5$ ; 3 –  $b = 1$ ; 4 –  $b = 5$

На рисунке 2 представлена зависимость поля перехода в состояние насыщения  $H_S$  от энергии сцепления  $\sigma$  при разных параметрах  $b$  и  $\zeta$ . Области, находящейся ниже кривой, отвечает неоднородное состояние, а выше кривой – фаза насыщения. Из рисунка 2 видно, что поле перехода в состояние насыщения увеличивается с ростом энергии сцепления магнитных частиц с ЖК-матрицей. Кроме того, в дипольном режиме ( $b > 1$ ) для перехода ФН из неоднородного состояния в фазу насыщения требуются меньшие магнитные поля по сравнению с промежуточным ( $b = 1$ ) и квадрупольными режимами ( $b < 1$ ). Из рисунка 2 видно, что при параметре сцепления  $\zeta = 0$  (Рис. 2 а) требуются большие магнитные поля для перехода ФН в состояние насыщения, по сравнению со случаем  $\zeta = 0.3$  (Рис. 2 б) как для дипольного, так и квадрупольного режимов.

### Список литературы

1. Brochard F., Gennes P. G. de. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // J. Phys. (France). 1970. Vol. 31. P. 691-708.
2. Burylov S. V., Zakhlevnykh A. N. Orientational energy of anisometric particles in liquid-crystalline suspensions // Phys. Rev.E. 2013, Vol. 88. 012511.