

УСТОЙЧИВОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ НАНОСУСПЕНЗИИ НА ОСНОВЕ БИНАРНОГО РАСТВОРА

А. И. Меньшиков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Постановка задачи

Рассмотрим горизонтальный слой наносuspензии толщиной h со сложным по молекулярному составу носителем. Слой ограничен сверху и снизу твердыми границами, которые являются непроницаемыми для вещества и обладают идеальной теплопроводностью. Нижняя граница поддерживается при постоянной температуре T_1 , а верхняя при температуре T_2 ($T_1 > T_2$). Оси системы координат расположены как показано на рисунке 1.

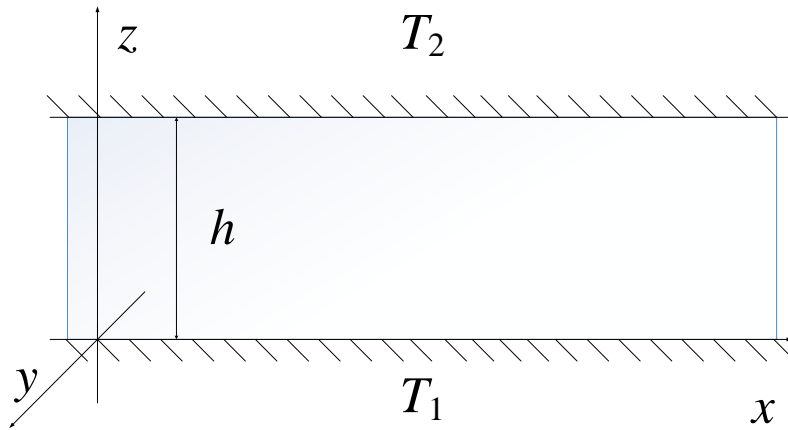


Рис. 1. Геометрия задачи. Горизонтальный слой жидкости

Система уравнений конвекции магнитной наносuspензии

Полная система уравнений, необходимая для решения данной задачи содержит уравнение Навье-Стокса, уравнение переноса тепла, уравнения для концентрации примеси жидкости-носителя и концентрации наночастиц, а также уравнение непрерывности:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + Ra \frac{H}{Pr} (T - C - \phi) \mathbf{k}, \quad \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T_0 = \frac{1}{Pr} \Delta T, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) C_0 &= \frac{1}{Sc} (\Delta C + \varepsilon \Delta T), \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \phi_0 = \frac{1}{Sc_\phi} (\Delta \phi + Bl \nabla \phi \cdot \mathbf{k}), \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0.\end{aligned}$$

Здесь используются следующие обозначения: \mathbf{v} , T , p , C – безразмерные поля скорости, температуры, давления и концентрации тяжелого молекулярного компонента несущей жидкости, ϕ – безразмерная локальная концентрация наночастиц. В соответствии с этим T_0 , C_0 , ϕ_0 – поля, описывающие,

состояние механического равновесия. Также в уравнения входят безразмерные параметры:

$$Ra = \frac{g\beta_t A d^4}{\chi\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\chi}, \quad Bl = \frac{\Delta\rho g V_0 d}{k\langle T \rangle}, \quad \varepsilon = \alpha \frac{\beta_c}{\beta_t}, \quad Sc = \frac{\nu}{D}, \quad Sc_\phi = \frac{\nu}{D_\phi},$$

где Ra , Pr – числа Рэлея и Прандтля. Параметр Bl – число Больцмана, характеризующее интенсивность седиментационных процессов, ε – термодиффузионный параметр, H – безразмерная высота, Sc – число Шмидта для тяжелой молекулярной компоненты жидкости, Sc_ϕ – число Шмидта для наночастиц. Граничными условиями на твердых горизонтальных плоскостях являются условия прилипания для скорости (обращение полной скорости в ноль на твердых границах) и постоянное значение разности температур. Концентрационный поток молекулярного компонента компенсируется термодиффузионным потоком, а для концентрации наночастиц имеем нулевое значение градиента.

Анализ устойчивости

При решении системы уравнений для амплитуд нейтральных возмущений использовалось два метода: Бубнова – Галеркина (с одной базисной функцией) и метод стрельбы. Вычисления проводились для разных значений параметров. Ниже некоторые результаты расчетов будут приведены для $Pr = 5$, $Sc = 29$, $Sc_\phi = 60$, $\varepsilon = 0.01$, $H = 1$.

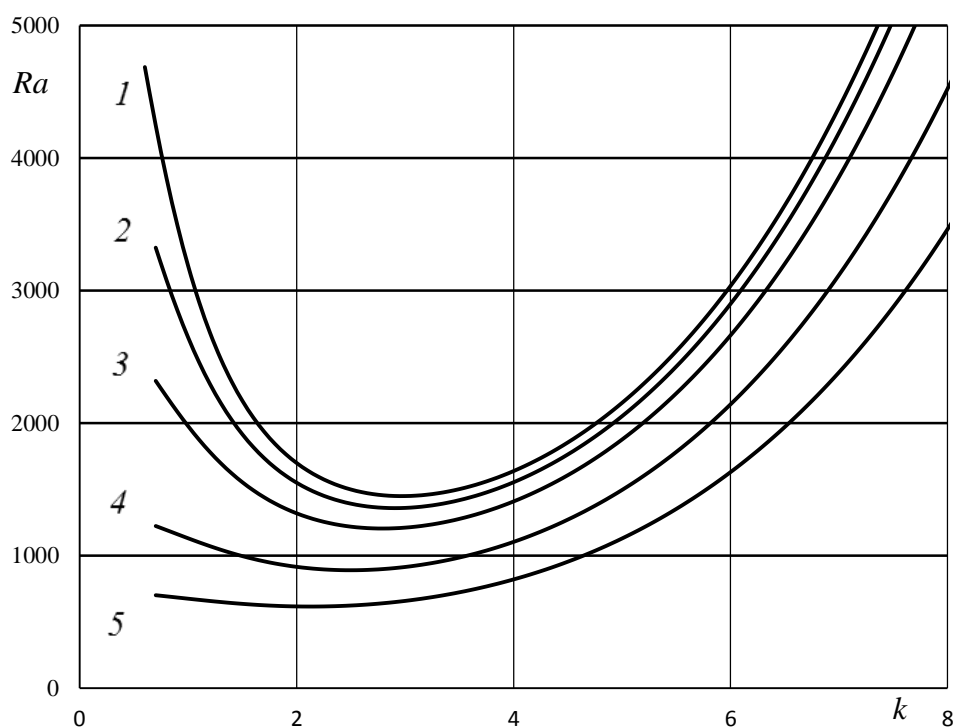


Рис. 2. Нейтральные кривые для разных чисел Больцмана, полученные методом стрельбы. Номера кривых соответствуют следующим параметрам Bl :
1 – 0.05, 2 – 0.1, 3 – 0.2, 4 – 0.5, 5 – 1

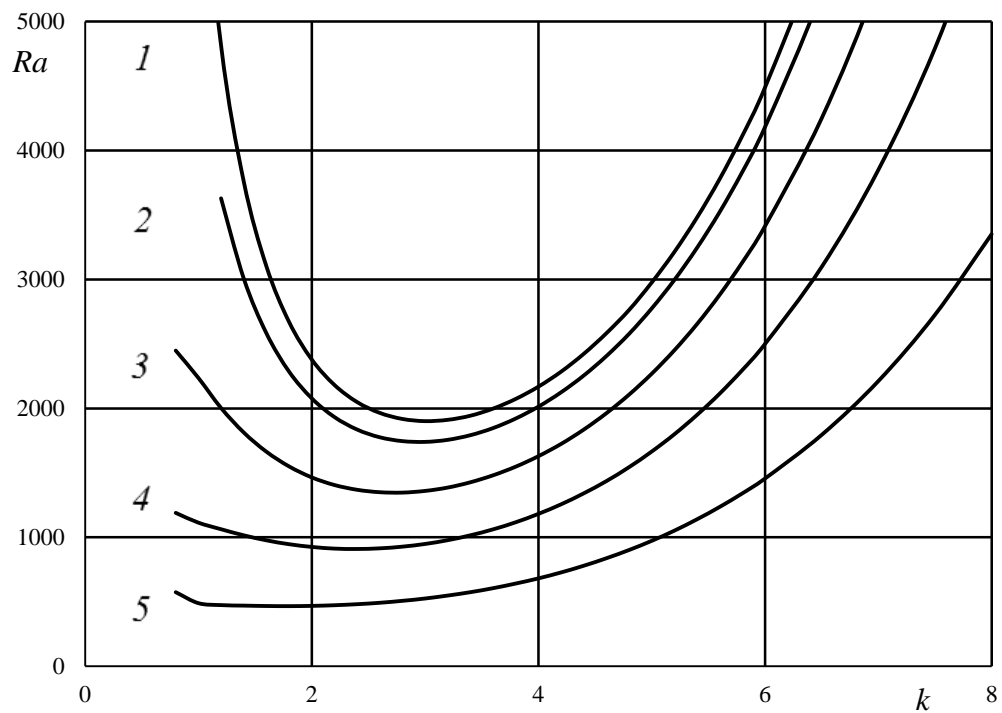


Рис. 3. Семейство нейтральных кривых, полученное методом Галеркина. Номера кривых соответствуют следующим значениям параметра B_l : 1 – 0.05, 2 – 0.1, 3 – 0.2, 4 – 0.5, 5 – 1

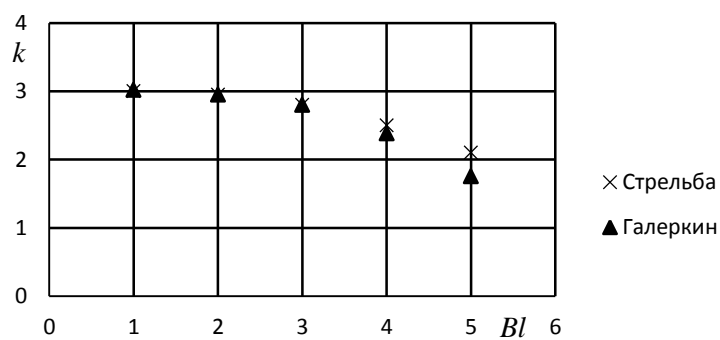


Рис. 4. Зависимость волнового числа от числа Больцмана

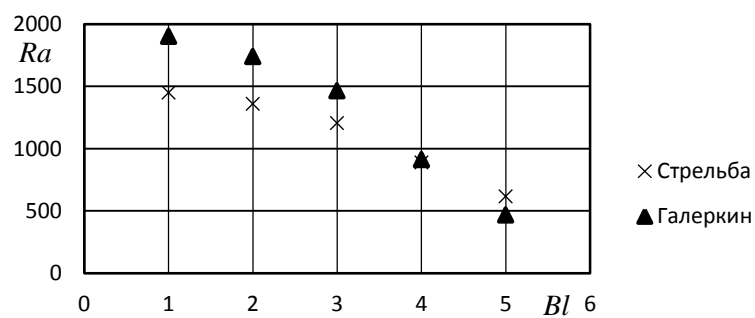


Рис. 5. Зависимость минимального числа Рэлея от числа Больцмана

Численное интегрирование поперек слоя проводилось методом Рунге-Кутты-Фельдберга 4-5 порядка точности с автоматическим выбором шага. Вычислительный модуль был реализован на языке программирования Фортран-90.

Оба метода показывают в целом одинаковое поведение нейтральных кривых при изменении числа Больцмана. Как видно из графиков, представленных на рисунке 2 и 3, наблюдается смещение критического волнового числа в длинноволновую область, а так же уменьшение критического Рэлея. Наибольшая погрешность расчетов для волнового числа (Рис. 4) наблюдается при $Bl = 1$ и составляет 16%, а для числа Рэлея (Рис. 5) – при значении параметра $Bl = 0.05$ и равна 24%. Из рисунка 2 и 3 видно, что нейтральные кривые в области минимума уплощаются с ростом Bl , что должно приводить к большему разнообразию режимов в области малой надкритичности.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 731 с.
2. Shliomis M. I., Smorodin B. L. Onset of convection in colloids stratified by gravity // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71. 036312.
3. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
4. Шапошников И. Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси // ПММ. 1953. Т. 17, вып. 5. С. 604-606.
5. Глухов А. Ф., Демин В. А., Попов Е. А. Тепловая конвекция магнитной наносuspension в узких каналах // Изв. РАН, МЖГ. 2013. № 1. С. 41-51.
6. Черепанов И. Н. Тепловая конвекция коллоидной суспензии // Канд. диссерт., Пермь, 2013. 153 с.
7. Лобов Н. И., Любимов Д. В., Любимова Т. П. Численные методы решения задач теории гидродинамической устойчивости: учеб. пособие / Пермь, 2004. 101 с.