

НОВЫЙ ВИБРАЦИОННЫЙ МЕХАНИЗМ ТРАНСПОРТА ПРИМЕСИ В КОНВЕКТИВНЫХ СИСТЕМАХ

В. А. Демин, Ю. Н. Мухайлова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Высокочастотные колебания полости, целиком заполненной жидкостью, при наличии температурной неоднородности могут вызывать регулярные осредненные течения (явление термовибрационной конвекции) [1]. Возникающее при этом конвективное движение состоит из двух компонент – колебаний с частотой вибраций и осредненного течения. Если период колебаний много меньше всех гидродинамических времен, а амплитуда смещения в некотором смысле мала, то может быть применен метод осреднения, который позволяет получить замкнутую систему дифференциальных уравнений для осредненных полей скорости, температуры и давления. В теории тепловой конвекции этот метод был впервые развит в работе [2] для изучения влияния высокочастотных вибраций на конвективную устойчивость равновесия горизонтального слоя жидкости, подогреваемого снизу. Экспериментально термовибрационная конвекция горизонтального слоя жидкости с твердыми границами при воздействии высокочастотных вибраций, наклоненных под произвольным углом к слою, была изучена в [3]. Эксперименты подтвердили справедливость теоретического подхода к описанию вибрационно-конвективных течений, в основу которого был положен метод осреднения. В дальнейшем, в рамках теории термовибрационной конвекции были рассмотрены и другие геометрии [4]. В случае бесконвективного приближения метод осреднения на геологических масштабах времени с учетом годовых колебаний температуры был реализован в [5] применительно к описанию медленного проникновения газовой фазы в грунт. В основу реализованной процедуры осреднения была заложена зависимость коэффициента диффузии от концентрации.

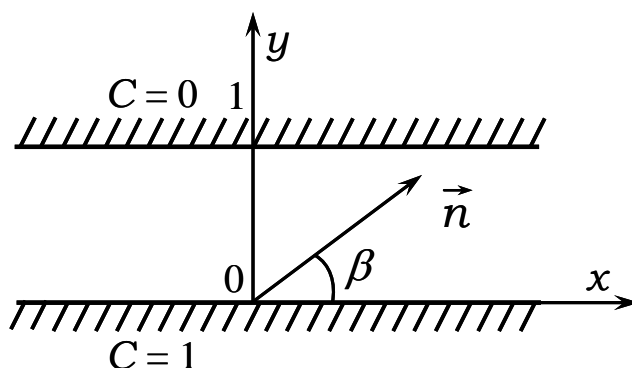


Рис. 1. Плоский слой жидкости с источником примеси на нижней границе

Для концентрационных задач при наличии конвективного переноса и высокочастотных вибраций также может быть применен метод осреднения. Эта процедура, реализованная в отношении классических уравнений концентрационной конвекции в форме, аналогичной приближению Буссинеска, приводит к следующей системе

$$\partial \mathbf{v} / \partial t + Sc^{-1}(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + Ra_v(\boldsymbol{\omega} \nabla)(C \mathbf{n} - \boldsymbol{\omega}), \quad \text{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$Sc \cdot \partial C / \partial t + (\mathbf{v} \nabla) C = \Delta C + \varepsilon \Delta C^2 + De \Delta(\boldsymbol{\omega} \nabla C)^2, \quad (2)$$

$$\text{rot} \boldsymbol{\omega} = \nabla C \times \mathbf{n}, \quad \text{div} \boldsymbol{\omega} = 0. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{v} , C , p – осредненные безразмерные поля скорости, концентрации тяжелой примеси и давления, медленно меняющиеся со временем; $\boldsymbol{\omega}$ – дополнительная "медленная" переменная, пропорциональная амплитуде пульсационной компоненты скорости; \mathbf{n} – единичный вектор, направленный вдоль оси вибраций. В уравнения (1) – (3) входят безразмерные параметры: вибрационный аналог числа Рэлея Ra_v , определяющий интенсивность осредненного вибрационного воздействия, число Шмидта Sc , параметр ε , описывающий зависимость коэффициента диффузии от концентрации и новый параметр De , отвечающий за дополнительный вибрационный транспорт в уравнении для концентрации. В уравнениях (1) – (3) предполагается, что коэффициент диффузии зависит от концентрации по простейшему закону $D = D_0(1 + \alpha C)$. Критерии подобия в задаче имеют вид

$$Sc = \frac{\nu}{D_0}, \quad Ra_v = \frac{(b \Omega \beta_c \Sigma h)^2}{2 \nu D_0}, \quad De = \frac{\alpha \Sigma^3}{4 h^2} (b \beta_c)^2, \quad \varepsilon = \frac{\alpha \Sigma}{2},$$

где Σ – характерная разность концентраций.

Далее рассмотрим процесс осредненного вымывания примеси с одной из стенок плоского слоя жидкости, заполненного жидкостью-носителем (Рис. 1) за счет высокочастотного вибрационного воздействия на конвективную систему. Таким образом, дополнительным параметром в задаче является угол наклона оси вибраций β .

Изучим в чистом виде вибрационно-концентрационное конвективное воздействие на систему. Пусть для простоты слой находится в условиях невесомости. В этом случае единственным механизмом перераспределения примеси в жидкости в отсутствие вибраций является диффузия. При наличии высокочастотных вибраций появляется дополнительный градиентно-концентрационный механизм переноса, интенсивность которого, как оказывается, в первую очередь зависит от направления оси вибраций. Численные расчеты показывают, что наиболее ярко воздействие вибраций проявляется при касательных вибрациях.

Решение уравнений осуществлялось методом конечных разностей (использовалась двухполевая методика в сочетании с явной схемой). Вычислительный код был реализован на языке программирования FORTRAN-90. Производные по координате вычислялись с помощью

центральных разностей; для аппроксимации производных по времени использовались односторонние разности. Значения вихря на границах полости находились по формулам Тома. На торцах слоя ставилось условие периодичности решений. Рабочая сетка составляла $31 \div 15$ узлов. Конвективные режимы вычислялись методом установления.

На твердых границах полости выполнялись следующие условия

$$\mathbf{v}|_{\Gamma} = 0, \quad \omega_n|_{\Gamma} = 0, \quad C(0) = 1, \quad \partial C / \partial \mathbf{n}|_{\Gamma} = 0.$$

На рисунке 2 представлено поле концентрации примеси в момент времени, соответствующий развитому осредненному течению. Численное моделирование отвечает периодическому решению с длиной волны $\lambda = 4.2$ (в единицах толщины слоя). Изолинии концентрации демонстрируют эффект интенсивного вымывания примеси валиковым течением.

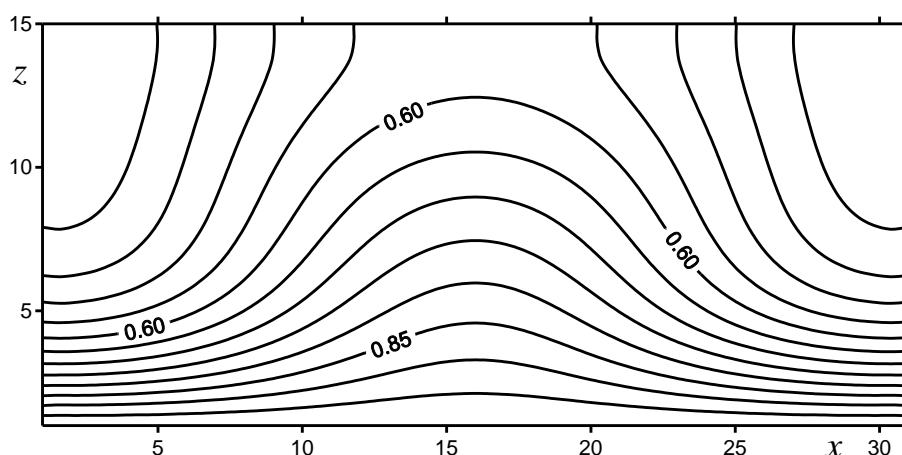


Рис. 2. Распределение примеси в слое в момент времени $t = 10^3$ при $Ra_v = 1500$, $\beta = 0^\circ$, $\varepsilon = 0.2$, $Sc = 1000$, $De = 10$. Расчет выполнен для волнового числа $k = 1.5$

Расчеты были проведены в широком диапазоне управляющих параметров. Оказалось, что наиболее эффективным способом для интенсификации или наоборот подавления процесса вымывания примеси является изменение угла наклона оси вибраций по отношению к слою.

На рисунке 3 представлены зависимости максимума функции тока от времени для двух направлений оси вибраций: продольного и поперечного слою. Видно, что продольные вибрации инициируют в жидкости интенсивное осредненное течение, ускоряющее процесс вымывания примеси с нижней границы в объем жидкости. В то время как при поперечных вибрациях имеет место преимущественно только диффузионный перенос примеси к противоположной границе слоя.

Таким образом, при определенных параметрах жидких смесей высокочастотные вибрации могут оказывать существенное осредненное влияние на распределение компонентов даже в отсутствие нагрева полости и силы тяжести.

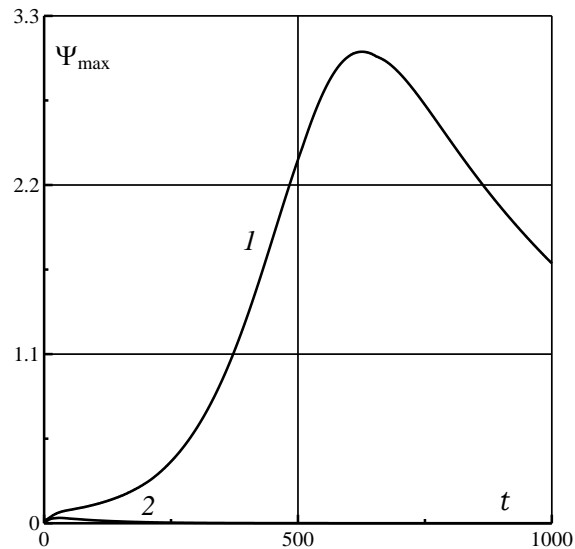


Рис. 3. Зависимость максимума функции тока от времени при $Ra_v = 1500$, $\varepsilon = 0.2$, $Sc = 1000$, $De = 10$, $k = 1.5$, номера кривых отвечают 1 – $\beta = 0^\circ$, 2 – $\beta = 90^\circ$

Обозначения

D_0 – коэффициент диффузии при малых значениях концентрации примеси, $\text{м}^2/\text{с}$; α – размерный параметр зависимости коэффициента диффузии от концентрации; b – амплитуда колебаний, м; Ω – частота колебаний, $1/\text{с}$; β_c – коэффициент зависимости плотности жидкости от концентрации; h – размерная толщина слоя, м; ν – коэффициент кинематической вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$.

Список литературы

1. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. Thermal vibrational convection. Wiley&Sons, 1998. 358 p.
2. Зеньковская С. М., Симоненко И. Б. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // Изв. АН СССР, МЖГ. 1966. № 5. С. 51-55.
3. Заварыкин М. П., Зорин С. В., Путин Г. Ф. Экспериментальное исследование вибрационной конвекции // Докл. АН СССР. 1985. Т. 281, № 4. С. 815-816.
4. Бабушкин И. А., Демин В. А. Вибрационная конвекция в ячейке Хелл-Шоу. Теория и эксперимент // ПМТФ. 2006. № 2. С. 40-48.
5. Goldobin D. S., Krausin P. V. Effect of temperature wave on diffusive transport of weakly soluble substances in liquid-saturated porous media // Eur. Phys. J. Plus. 2014. Vol. 129. 221.