О ВЛИЯНИИ ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ НА КОНВЕКТИВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ - ШОУ

К. А. Гаврилов, В. А. Демин, М. И. Петухов
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В ходе теоретического описания конвективных движений или объяснения экспериментов часто вполне оправданным является упрощение задачи путем пренебрежения различными осложняющими факторами, в роли которых могут выступать неоднородность вязкости или температуропроводности, кривизна поверхности, неидеальность тепловых условий на границах и т.д. Однако далеко не всегда подобные упрощения позволяют адекватно описать протекаемые в экспериментах процессы. Бывают ситуации, когда упрощение физической модели приводит к увеличению числа возможных состояний, многие из которых потом не наблюдаются в эксперименте, а учет осложняющих факторов, наоборот, снимает отмеченное вырождение и позволяет отсеять нереализуемые в опыте решения. В конечном счете сравнение с экспериментом представляется наиважнейшим элементом исследования, т.к. позволяет объяснить, какие именно физические процессы определяющим образом влияют на поведение системы в конкретных условиях.

В данной работе проведено теоретическое исследование влияния неоднородности вязкости и тепловых граничных условий на стационарные конвективные движения в вертикально ориентированной ячейке Хеле – Шоу при равномерном подогреве снизу. Широкие вертикальные грани имели конечную теплопроводность. Значение коэффициента теплоотдачи на широких гранях было выбрано максимально приближенным к эксперименту.

В рассматриваемых условиях при небольших перепадах температуры в жидкости имеет место механическое равновесие, либо в надкритической области возникают стационарные одно- или двухвихревое конвективные движения жидкости, область существования которых и форма исследовались в данной работе.

Полученные результаты сравнивались с работой [1], в которой проводилось экспериментальное исследование вышеупомянутых режимов. Стоит отметить, что в опыте стационарный двухвихревой режим всегда характеризуется подъемом жидкости вдоль узких вертикальных граней и опускным течением в середине полости, но не наоборот. Внешне, подобная детерминированность является следствием определенной неустойчивости одновихревого течения. В эксперименте всегда наблюдается необратимый рост нижнего углового вихря с закруткой, соответствующей подъему вдоль вертикальной боковой границы, в то время как в ранее принятой теоретической модели [2] при исследовании данного режима было возможно развитие как нижнего, так и верхнего угловых вихрей с любой закруткой. Таким образом, теоретически абсолютно на тех же правах в соответствии с начальными условиями в расчетах может рождаться двухвихревое течение с подъемным течением в центре полости. Однако, в эксперименте подобный режим никогда не фиксировался.

Объяснение подобного поведения оказалось возможным при учете в модели влияния температурной неоднородности вязкости при формировании экспериментально наблюдаемого двухвихревого течения с однозначно определенной закруткой вихрей.

Ячейка Хеле – Шоу представляет собой полость в форме прямоугольного параллелепипеда, одна из сторон которого много меньше двух других. Будем рассматривать ячейку с соотношением сторон $2d{:}L{:}H$ = 2:20:40. Для такой полости изучим поведение рабочей жидкости, находящейся в условиях при равномерном подогреве снизу и наличии поля тяжести. При этом предполагалось, что вязкость уменьшается с ростом температуры [3] по линейному закону $\nu = \nu_0(1 - \varepsilon T)$, где ε – коэффициент зависимости вязкости от температуры.

В качестве граничных условий были рассмотрены два случая: 1) теплоизолированных и 2) идеально теплопроводных узких вертикальных граней. При этом широкие грани обладали конечной теплопроводностью, так чтобы имелось максимальное соответствие эксперименту, в котором полость была ограничена плексигласовым пластинам толщиной $2 \div 3$ см. На идеально теплопроводных горизонтальных гранях поддерживалась определенная разность температур.

Для численного моделирования конвективных течений использовалась система безразмерных уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска при наличии неоднородности вязкости [3]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \frac{1}{\mathrm{Pr}}(\boldsymbol{v}\nabla)\boldsymbol{v} = -\nabla p + (1 - \mathrm{k}T)\Delta\boldsymbol{v} - 2\mathrm{k}(\nabla T\nabla)\boldsymbol{v} - \mathrm{k}\nabla T \times \mathrm{rot}\,\boldsymbol{v} + \mathrm{Ra}T\boldsymbol{\gamma}, \qquad (1)$$

$$\mathrm{Pr}\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\nabla)T = \Delta T, \quad \mathrm{div}\,\boldsymbol{v} = 0. \qquad (2)$$

Здесь $\boldsymbol{v}$, p, T – безразмерные поля скорости, давления и температуры, $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх. Система уравнений (1) – (2) содержит безразмерные управляющие параметры: числа Рэлея и Прандтля, а также параметр, характеризующий зависимость вязкости от температуры:

$$\mathrm{Ra} = \frac{g\beta\Theta d^3}{\nu_0\chi}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{\nu_0}{\chi}, \quad \mathrm{k} = \varepsilon\Theta, \qquad (3)$$

где ν_0 – коэффициент кинематической вязкости воды при температуре 20 °C; χ, β – коэффициенты температуропроводности и теплового расширения, Θ – характерная разность температур на расстоянии, равном полутолщине слоя d, g – величина ускорения свободного падения. Число Прандтля в расчетах для простоты принималось равным Pr = 6, что приблизительно соответствует воде.

Поставленная задача предполагает использование приближения плоских траекторий, следовательно, можно ввести функцию тока:

$$\upsilon_x = \partial \Psi / \partial y, \qquad \upsilon_y = -\partial \Psi / \partial x.$$

После исключения давления и получения уравнений в терминах «вихрь – функция тока» решение системы будем искать в виде:

$$\Psi = \psi(x, y, t)\cos\left(\frac{\pi z}{2}\right), \;\; T = -y + \theta(x, y, t)\left(1 + \frac{2a}{\pi}\cos\left(\frac{\pi z}{2}\right)\right),$$

где ψ и θ – подлежащие определению поля амплитуды функции тока и отклонения температуры от линейного профиля, соответственно. В дополнение сюда входит параметр a – коэффициент теплоотдачи, который во всех расчетах принимался равным $a = 0{,}2$.

Для классификации реализованных течений использовалось производство энтропии, выражение для которого получено из общих соображений в [4]. В безразмерной форме оно будет иметь вид

$$\dot{S} = \frac{1}{\mathrm{EcPr}}\left(\int\limits_V \left(\frac{\nabla T}{T}\right)^2 dV + \oint\limits_\Omega \frac{\nabla T}{T} d\boldsymbol{F}\right),$$

где $\boldsymbol{F}$ – вектор внешней нормали, Ec – это число Эккерта, которое в принятых единицах измерения равно

$$\mathrm{Ec} = \chi^2 / c_p d^2 \Theta.$$

По результатам аналитических расчетов и анализа данных численного моделирования было определено, что включение в математическую модель конечной теплопроводности широких вертикальных граней и неоднородности вязкости является обязательным, если ставится задача получения сценария усложнения течения, наблюдавшегося ранее в эксперименте [1].

Установлено, что варьирование теплопроводности узких вертикальных граней обеспечивает стабилизацию определенных режимов, в результате чего в модельных расчетах становится возможным как прямой, так и обратный переход «одновихревой режим – двухвихревой режим». При этом на карте течений будет существовать гистерезисная область, в которой из навязанных начальных условий будет определяться не только количество вихрей в течении, но и конечная их закрутка (Рис. 1).

Также, из сравнения критических чисел Рэлея с экспериментом было выявлено, что их значения, отвечающие смене одно- и двухвихревого режимов неплохо согласуются с результатами расчетов для теплоизолированных узких вертикальных граней (Ra = 1,6).

По результатам моделирования, также установлена роль неоднородности вязкости. В случае $\varepsilon = 0$ конечное направление вращения вихрей определялась исключительно начальными условиями или особенностями вносимых возмущений для перестройки одновихревого течения в двухвихревое. В то время как уже при $\varepsilon \approx 0{,}02$ 1/K для воды даже при наличии угловых вихрей в одновихревом течении после его перестройки окончательное двухвихревое течение обязательно будет иметь экспериментальное направление закрутки. Другими словами, неоднородность вязкости приводит к тому, что при таком переходе вытеснять основное течение будет именно нижний угловой вихрь, рост которого приводит к подъемному движению вдоль боковых граней, что согласуется с опытом.

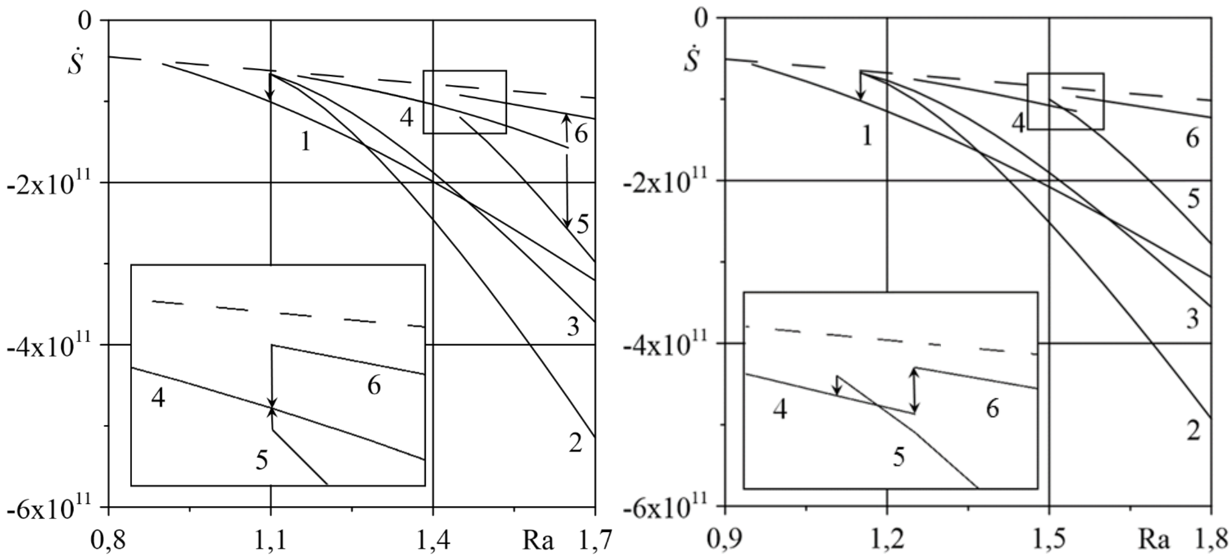

Рис. 1. *Зависимость производства энтропии системы от надкритичности для случая однородной (левый) и неоднородной (правый) вязкости. Теплоизолированные узкие вертикальные грани: 1 – одновихревой, 2 – двухвихревой режим с не экспериментальной закруткой, 3 – двухвихревой режим с экспериментальной закруткой. Идеально теплопроводные узкие вертикальные грани: 4 – одновихревой, 5 – двухвихревой режим с экспериментальной закруткой, 6 – двухвихревой режим с не экспериментальной закруткой. Штриховая линия – механическое равновесие.*

Список литературы

1. *Babushkin I. A., Demin V. A., Anferov D. V.* Experimental and theoretical investigation of transitional convective flows in Hele – Shaw cell // Proc. of Int. Conf. «Advanced Problems in Thermal Convection». Perm, Russia, 2004. P. 173-178.
2. *Бабушкин И. А., Демин В. А.* Экспериментальное и теоретическое исследование переходных конвективных режимов в ячейке Хеле – Шоу // Изв. РАН, МЖГ. 2006. № 3. С. 3-9.
3. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А.* Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320 с.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2006. 732 с.