

НАДКРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ ПЛОСКОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ ПРИ ПОДОГРЕВЕ СНИЗУ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ТЯЖЕСТИ И ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ

С. А. Прокопьев^a, Т. П. Любимова^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

Работа посвящена изучению надкритических нелинейных режимов конвекции плоского слоя бинарной смеси при подогреве снизу под действием сил тяжести и высокочастотных вибраций. Рассматриваются твердые идеально теплопроводные границы при заданных градиентах концентрации и температуры. Задача исследуется в рамках приближения Буссинеска [1]. Эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности в бинарной смеси не учитываются. Целью работы является численное исследование нелинейных надкритических режимов конвекции бинарной смеси в горизонтальном слое при различных направлениях оси вибраций.

Уравнения вибрационной конвекции бинарной смеси в безразмерной форме имеют вид [2]:

$$\frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} - Ra_v (\mathbf{Vn}) \nabla (T + KC) + Ra(T + KC) \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \Delta T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla C = \frac{1}{Le} \Delta C, \quad (3)$$

$$\text{rot} \mathbf{V} = \nabla (T + KC) \times \mathbf{n}, \quad (4)$$

где \mathbf{v}, T, C – средние значения скорости, температуры и концентрации легкой компоненты, \mathbf{V} – безразмерная амплитуда скорости пульсационного течения в единицах $a\omega$, ν – кинематическая вязкость, a и ω – амплитуда и частота вибраций, χ – коэффициент температуропроводности смеси, D – коэффициент диффузии. Выбраны следующие единицы измерения: для длины – толщина слоя h , времени – h^2 / χ , средней скорости – χ / h , температуры – Ah , концентрации – Bh , градиента плотности – $\rho\beta Ah$, пульсационной скорости – βAh . Введены следующие безразмерные параметры: $Ra = g\beta Ah^4 / (\nu\chi)$ – число Релея; $Ra_v = a^2\omega^2\beta^2 A^2 h^4 / (2\nu\chi)$ – вибрационное число Релея; $K = \beta_c B / (\beta_t A)$ – отношение сил плавучести,

вызванных градиентом концентрации, к силам плавучести, вызванным градиентом температуры. Расчет проводился методом конечных разностей в переменных «функция тока–завихренность». Расчеты проводились при фиксированных значениях чисел Льюиса и Прандтля, соответствующих жидкой смеси: $Le = 130$, $Pr = 7$. При расчетах рассматривалась ячейка слоя длиной $L = 2\pi/k$, где волновое число k бралось исходя из наиболее опасного волнового числа, полученного из результатов линейной теории. Расчет проводился численно методом сеток по явной схеме, результаты также проверялись на схеме с донорными ячейками[3].

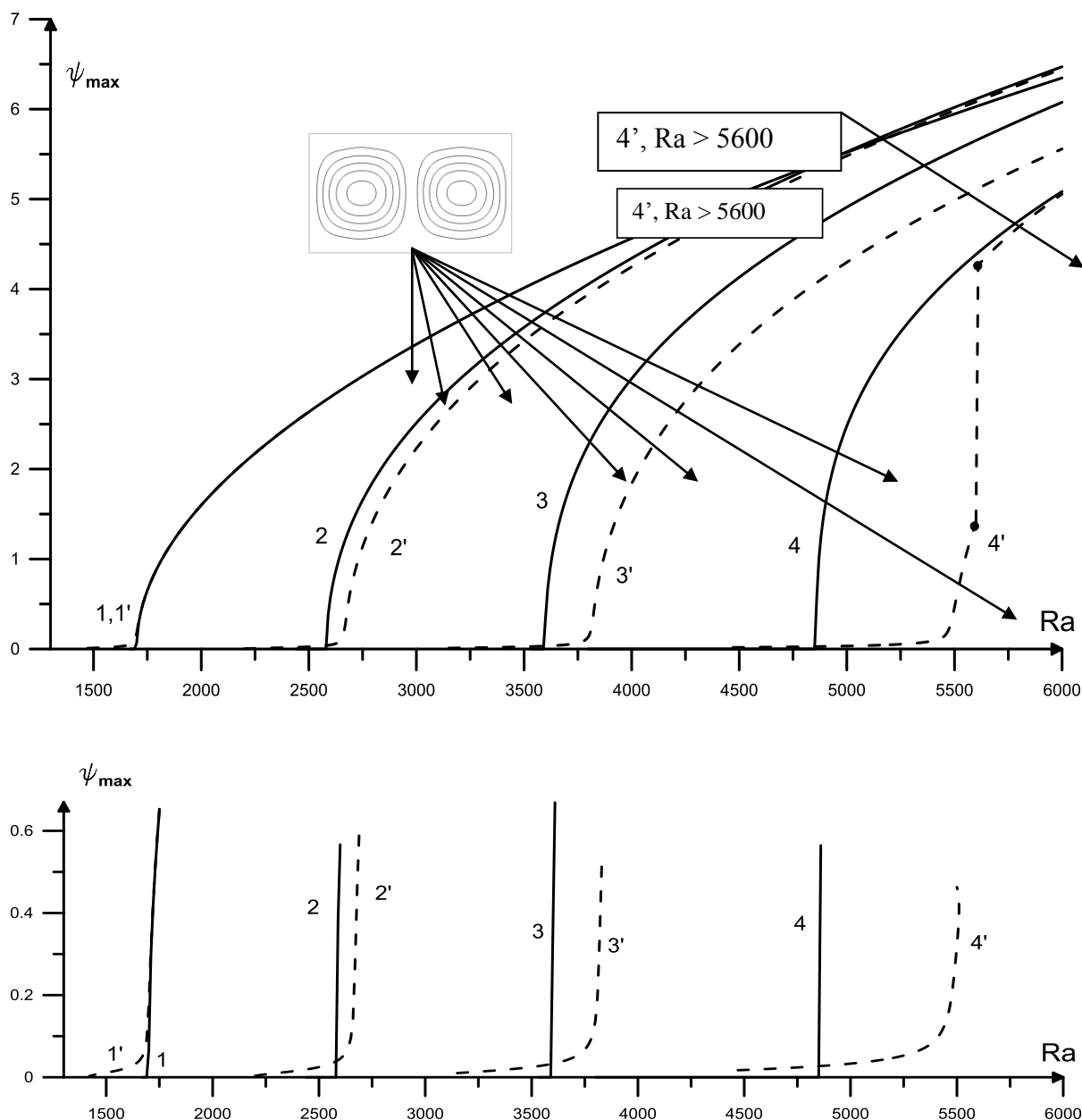


Рис. 1. Зависимость максимального значения функции тока от числа Рэлея (вверху), увеличенная область малой интенсивности течения (внизу). Сплошная линия – $K=0$, штриховая – $K=0.001$. $Ra_V = 0$: 1 ($k = \pi$), 1' ($k = \pi$); $Ra_V = 2000$: 2 ($k = 2.5$), 2' ($k = 2.1$); $Ra_V = 5000$: 3 ($k = 2$), 3' ($k = 1.6$); $Ra_V = 10000$: 4 ($k = 1.7$), 4' ($k = 1.2$)

На рисунке 1 представлен случай горизонтального слоя и перпендикулярных слою вибраций ($\beta = 90^\circ$). Показана зависимость максимального значения (по модулю) функции тока от числа Релея. Видно, что при увеличении вибрационного числа Релея порог устойчивости заметно повышается. Наличие концентрации также заметно понижает порог устойчивости. Наблюдается мягкое возбуждение конвекции.

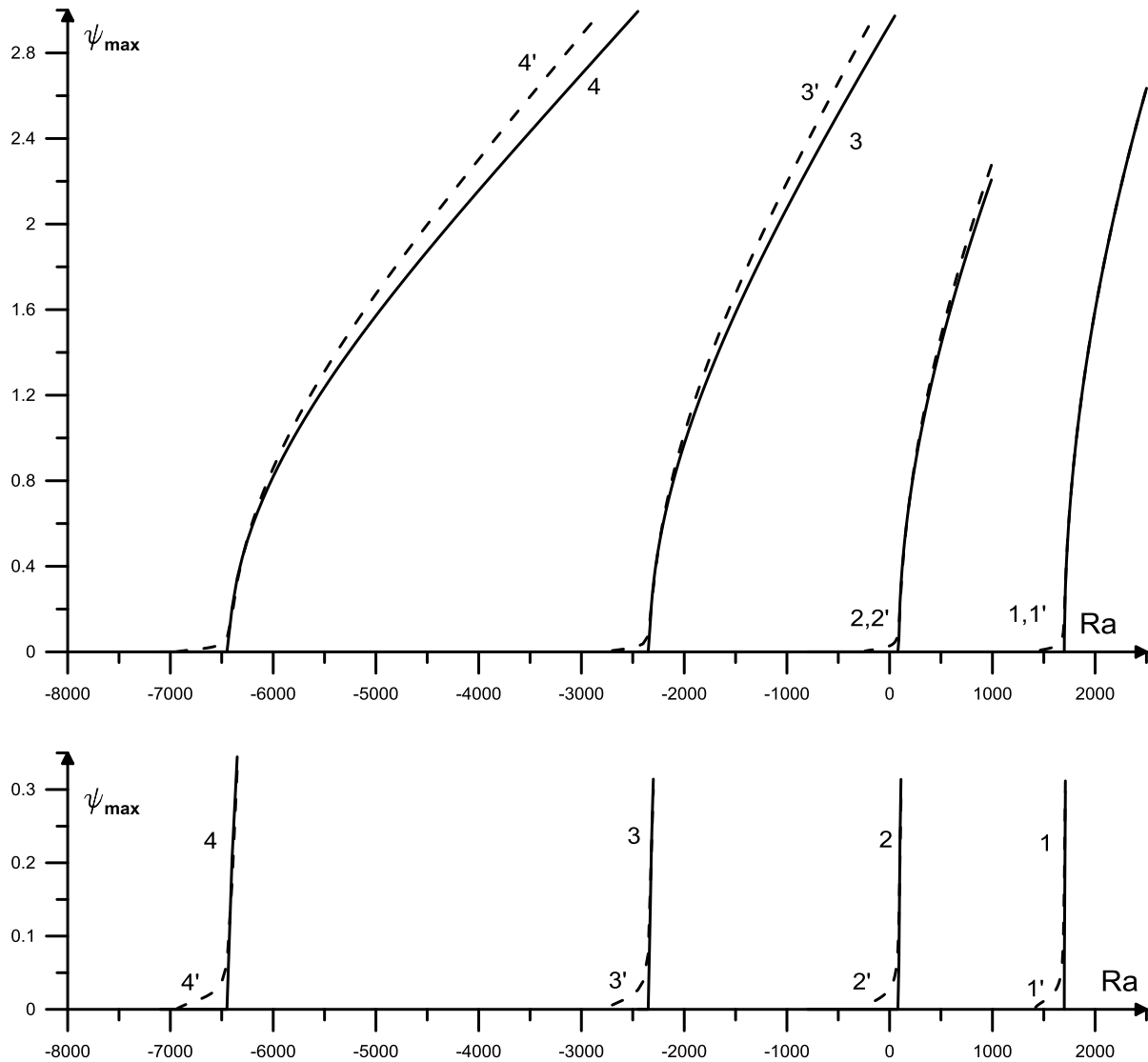


Рис. 2. Зависимость максимального значения функции тока от числа Рэлея (вверху), увеличенная область малой интенсивности течения (внизу). Сплошная линия – $K=0$, штриховая – $K=0.001$. $Ra_v = 0$: 1 ($k = \pi$), 1' ($k = \pi$); $Ra_v = 2000$: 2 ($k = 3.2$), 2' ($k = 3.0$); $Ra_v = 5000$: 3 ($k = 3.4$), 3' ($k = 3.1$); $Ra_v = 10000$: 4 ($k = 3.7$), 4' ($k = 3.3$)

На рисунке 2 представлен случай горизонтального слоя и продольных слою вибраций ($\beta = 0^\circ$). Показана зависимость максимального значения (по модулю) функции тока от числа Релея. Видно, что при увеличении вибрационного числа Релея порог устойчивости заметно понижается. Наличие концентрации также заметно понижает порог устойчивости.

Также проводился расчет для случаев $\beta = 40^\circ$ и $\beta = 60^\circ$. Результаты для данных случаев и для углов наклона, представленных на рисунках 1 и 2, хорошо согласуются с результатами линейной теории. Пороги устойчивости во всех случаях различаются не более чем на $30 \div 40$ единиц чисел Релея. Однако было обнаружено, что при промежуточных углах наклона оси вибраций ($\beta = 40^\circ$ и $\beta = 60^\circ$) для случая однородной жидкости возможно жесткое возбуждение конвекции (приблизительно при $Ra_v \geq 5 \cdot 10^3$).

Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. Thermal Vibration Convection. New York: Wiley, 1998. 358 p.
3. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 618 с.