

# ВЛИЯНИЕ ДИАМАГНЕТИЗМА ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ НА ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЕ ФЕРРОНЕМАТИКА

Я. Ф. Мошев, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Исследован ориентационный отклик ферронематика с магнитными моментами феррочастиц, направленными антипараллельно приложенному магнитному полю. Показано, что перемагничивание ферронематика происходит пороговым образом. Аналитически найдено выражение для определения величины магнитного поля, выше которого начинается перемагничивание ферронематика.

**Ключевые слова:** жидкий кристалл; ферронематик, ориентационные переходы; магнитные частицы

## THE INFLUENCE OF DIAMAGNETISM OF A LIQUID CRYSTALLINE MATRIX ON THE REMAGNETIZATION OF FERRONEMATICS

Y. F. Moshev, D. A. Petrov

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm

The orientational response of a ferronematic with magnetic moments of ferroparticles directed antiparallel to the applied magnetic field was studied. It was shown that the remagnetization of ferronematic occurs in a threshold manner. The expression for determining the field above which the remagnetization of ferronematic starts was obtained analytically.

**Keywords:** liquid crystal; ferronematic; orientational transitions; magnetic particles

Рассмотрим ячейку ферронематика (ФН) толщиной  $L$ , помещенную в магнитное поле (см. рис. 1). Начало декартовой системы координат выберем в середине слоя. Пусть ось  $x$  будет параллельна границам слоя, а ось  $z$  – перпендикулярна им. Магнитные моменты феррочастиц в отсутствие поля ориентированы в направлении оси  $x$ , тогда единичный вектор намагниченности ФН можно записать как  $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$ . Магнитное поле направим противоположно  $\mathbf{m}$  или  $\mathbf{H} = (-H, 0, 0)$ . Будем рассматривать жесткое планарное сцепление директора жидкого кристалла (ЖК)  $\mathbf{n}$  с границами слоя и поверхностью феррочастиц, в этом случае один вектор  $\mathbf{n} \equiv \mathbf{m}$  полностью задет ориентационную и магнитную структуру ФН, которая отвечает минимуму свободной энергии [1]

$$\mathcal{F} = \iiint_V (\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_4) dV. \quad (1)$$

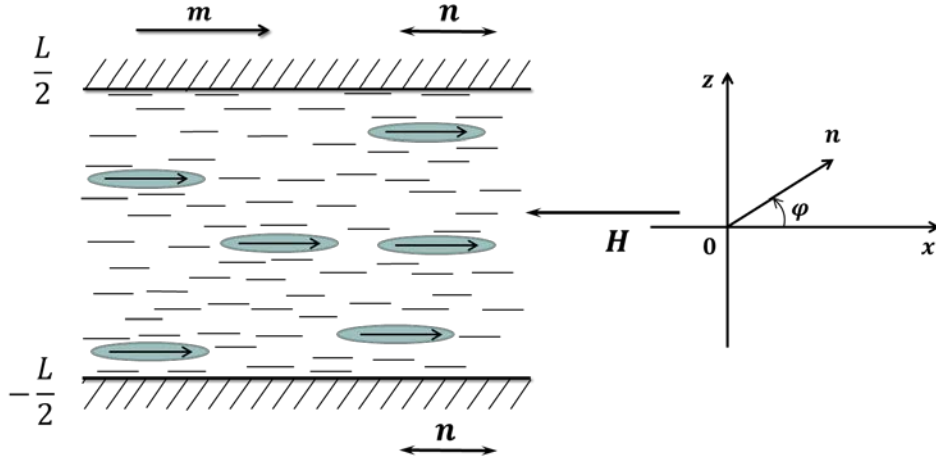


Рис. 1. Геометрия задачи

Обсудим вклады в плотность свободной энергии ФН (1). Энергией Франка

$$\mathcal{F}_1 = \frac{1}{2} [K_{11}(\text{div } \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{n})^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n})^2], \quad (2)$$

где  $K_{11}$ ,  $K_{22}$  и  $K_{33}$  – модули ориентационной упругости. Вклад в плотность свободной энергии взаимодействия нематика с магнитным полем можно записать как

$$\mathcal{F}_2 = -\frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2. \quad (3)$$

Здесь  $\chi_a > 0$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости ЖК. Плотность свободной энергии взаимодействия магнитных моментов примесных частиц  $\boldsymbol{\mu} = M_s v \mathbf{n}$  ( $v$  – объем частицы,  $M_s$  – намагниченность насыщения материала феррочастиц) с магнитным полем имеет вид

$$\mathcal{F}_3 = -M_s f \mathbf{n} \cdot \mathbf{H}. \quad (4)$$

Здесь  $f$  – объемная доля феррочастиц в суспензии. Мы будем рассматривать ФН с малой концентрацией дисперсной фазы  $\bar{f} \ll 1$ , где  $\bar{f} = Nv/V$  – средняя объемная доля частиц в суспензии ( $N$  – число магнитных частиц,  $V$  – объем образца). Это позволяет пренебречь диполь-дипольными взаимодействиями между феррочастицами. Вклад энтропии смешения идеального раствора частиц в суспензии в плотность свободной энергии можно записать как

$$\mathcal{F}_4 = \frac{k_B T}{v} f \ln f, \quad (5)$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана, а  $T$  – температура.

Здесь нужно отметить, что ранее в работе [2] рассматривался случай перемагничивания ФН без учета слагаемого (3) в плотность свободной энергии. Наша задача сводится к исследованию ориентационного отклика

ФН в магнитном поле, которое действует как на магнитные частицы, так и ЖК-матрицу.

В рассматриваемой геометрии искажения ориентационной структуры, индуцированные магнитным полем, отвечают комбинации поперечного и продольного изгибов, тогда решение для директора  $\mathbf{n}$  можно искать в виде

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)). \quad (6)$$

Здесь  $\varphi(z)$  – угол отклонения директора от оси  $x$  (рис. 1).

Для удобства перейдем к безразмерным величинам. Определим приведенную объемную долю магнитных частиц в суспензии  $g = f/\bar{f}$ ; безразмерную координату  $\tilde{z} = z/L$ ; параметр  $b = H_q/H_d = M_s f L / \sqrt{K_{11} \chi_a}$ , который определяет, какой из двух ориентационных механизмов (дипольный или квадрупольный) преобладает в ФН: при  $b \gg 1$  ориентационные искажения вызваны преимущественно дипольным механизмом, а при  $b \ll 1$  – квадрупольным; сегрегационный параметр  $\kappa = k_B T \bar{f} L^2 / (v K_{11})$  [1] и отношение констант Франка  $k = K_{33}/K_{11}$ .

После подстановки (6) в (1) и обезразмеривания свободную энергию ФН  $\mathcal{F}$  можно записать в виде

$$F = \frac{L}{SK_{11}} \mathcal{F} = \int_{-1/2}^{1/2} \left( \frac{1}{2} \mathcal{K}(\varphi) \left( \frac{d\varphi}{d\tilde{z}} \right)^2 - \frac{1}{2} h^2 \cos^2 \varphi + bhg \cos \varphi + \kappa g \ln g \right) d\tilde{z}. \quad (7)$$

Здесь введено обозначение  $\mathcal{K}(\varphi) = \cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi$ .

Свободная энергия ФН (7) является функционалом относительно двух скалярных функций – угла ориентации директора  $\varphi(\tilde{z})$  и приведенной объемной доли феррочастиц  $g(\tilde{z})$ . Минимизация  $F$  по  $\varphi(\tilde{z})$  приводит к следующему уравнению ориентационного равновесия ФН во внешнем магнитном поле

$$\mathcal{K}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{d\tilde{z}^2} + \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{K}(\varphi)}{d\varphi} \left( \frac{d\varphi}{d\tilde{z}} \right)^2 - \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi + bhg \sin \varphi = 0. \quad (8)$$

Минимизация  $F$  по  $g(\tilde{z})$  должна проводиться с дополнительным условием постоянного числа частиц в системе, которое в безразмерной форме имеет вид

$$\int_{-1/2}^{1/2} g(\tilde{z}) d\tilde{z} = 1. \quad (9)$$

В результате получим уравнение, позволяющее определить равновесное распределение феррочастиц в слое ФН

$$g(\tilde{z}) = Q \exp\left\{-\frac{bh}{\kappa} \cos\varphi(\tilde{z})\right\}, \quad Q^{-1} = \int_{-1/2}^{1/2} \exp\left\{-\frac{bh}{\kappa} \cos\varphi(\tilde{z})\right\} d\tilde{z}. \quad (10)$$

Систему уравнений (8), (10) нужно дополнить условиями жесткого планарного сцепления директора с границами слоя

$$\varphi(-1/2) = \varphi(1/2) = 0. \quad (11)$$

В отсутствие внешнего поля ФН находится в однородном состоянии с директором  $\mathbf{n}$ , направленным вдоль оси  $x$ . Это состояние остается устойчивым, пока магнитное поле не превысит некоторое пороговое значение  $h_c$ , выше которого появляются искажения ориентационной структуры и ФН начинает перемагничиваться в направлении поля. Найдем поле перемагничивания ФН  $h_c$ , используя следующие рассуждения: вблизи  $h_c$  отклонение директора от оси  $x$  малы  $\varphi(\tilde{z}) \ll 1$ , а распределение феррочастиц по толщине слоя близко к однородному  $g(\tilde{z}) \approx 1$ , тогда систему (8), (10) можно линеаризовать, в результате получим

$$\frac{d^2\varphi}{d\tilde{z}^2} + \xi^2\varphi = 0, \quad (12)$$

где  $\xi^2 = bh_c - h_c^2$ .

Решение уравнения (12) будем искать в виде  $\varphi = A\cos(\xi\tilde{z}) + B\sin(\xi\tilde{z})$ , где  $A$  и  $B$  некоторые константы. Так как из симметричных соображений середине слоя ФН отвечает максимальное отклонение директора от оси  $x$ , которое может быть записано как

$$\varphi_m = \varphi(0) \text{ или } d\varphi/d\tilde{z}|_{\tilde{z}=0} = 0, \quad (13)$$

то перепишем решение уравнения (12), используя (13),

$$\varphi(\tilde{z}) = \varphi_m \cos(\xi\tilde{z}), \quad (14)$$

Воспользуемся граничными условиями (11), получим из (14)  $\cos(\xi/2) = 0$ . Таким образом, мы определили, что  $\xi = \pi$ , откуда следует уравнение для поля перемагничивания ФН

$$h_c^2 - bh_c + \pi^2 = 0. \quad (15)$$

Уравнение (15) имеет два решения

$$h_{c1} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4\pi^2}}{2}, \quad h_{c2} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4\pi^2}}{2}. \quad (16)$$

Из (16) видно, что действительные решения уравнения (15) существуют лишь для параметра  $b \geq 2\pi$ , т.е. при  $b < 2\pi$  перемагничивание ФН не начнется даже при сколь угодно больших значениях магнитного поля. Ранее в работе [2], где не учитывалось взаимодействие ЖК-матрицы с магнитным

полем, что отвечает сильному дипольному режиму  $b \gg 1$ , этот эффект не был обнаружен.

Зависимости полей  $h_{c1}$  и  $h_{c2}$  от параметра  $b$  представлены на рис. 2.

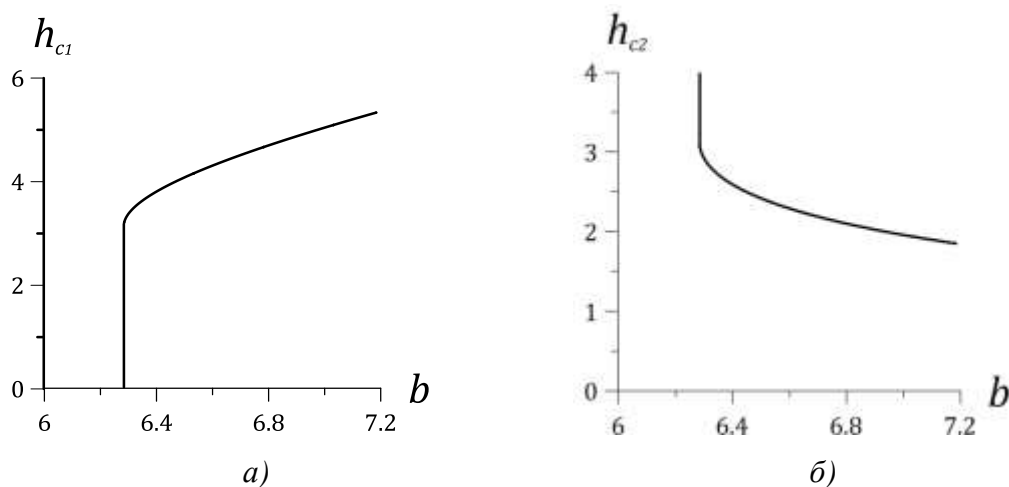


Рис. 2. Зависимости полей перемагничивания ФН: а)  $h_{c1}$  и б)  $h_{c2}$  от параметра  $b$

Кривые  $h_{c1}$  и  $h_{c2}$  определяют границы начала перемагничивания ФН. Областям под кривыми соответствуют недеформированные состояния ЖК, а областям выше кривых отвечает неоднородная ЖК-текстура, где происходит перемагничивание ФН. Для решения  $h_{c1}$  с увеличением параметра  $b$  поле перемагничивания растет, а для  $h_{c2}$  – уменьшается.

### Список литературы

1. Brochard F., Gennes de P. G. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // J. de Physique. 1970. Vol. 31. P. 691–708.
2. Бурьлов С. В., Захлевных А. Н., Райхер Ю. Л. Пороговое перемагничивание планарной текстуры ферронематика // Магнитные свойства ферроколлоидов. Свердловск: УрО АН СССР. 1988. С.75–83.