

# УСТОЙЧИВОСТЬ МЕХАНИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ И КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ НАНОСУСПЕНЗИИ НА ОСНОВЕ СЛОЖНОГО НОСИТЕЛЯ

А. И. Меньшиков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Численно исследована устойчивость механического равновесия плоского слоя наносuspension на основе сложного носителя относительно нейтральных нормальных возмущений. Конвективная система находится в статическом гравитационном поле, термодиффузия и седиментация учитываются как наиболее значимые эффекты. Для описания конвективного течения использована математическая модель, основанная на уравнениях для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска. Изучено поведение нейтральных кривых при изменении управляющих параметров задачи – числа Больцмана и безразмерного термодиффузионного параметра. Решение безразмерной системы уравнений для амплитуд нейтральных возмущений производилось при помощи численного метода стрельбы. При изменении параметра Больцмана было обнаружено немонотонное поведение критического числа Рэлея. Первоначально при увеличении числа Больцмана критическое число Рэлея убывает, однако далее наблюдался его рост. Продемонстрировано, что изменение параметров, отвечающих за седиментацию и термодиффузию, вносит наибольший вклад в изменение значений критических параметров. Показано, что “включение” данных механизмов приводит к уплощению нейтральных кривых, за счет чего ожидается большее разнообразие конвективных режимов в области малой надкритичности.

**Ключевые слова:** тепловая конвекция; термодиффузия; седиментация

## STABILITY OF MECHANICAL EQUILIBRIUM AND CONVECTIVE REGIMES OF NANOSUSPENSION ON THE BASE OF BINARY MOLECULAR MEDIUM

A. I. Menshikov

Perm State University, Bukireva St. 15, 614990, Perm

The stability of mechanical equilibrium of horizontal layer of nanosuspension on the base of binary molecular medium is investigated numerically. Convective system is subjected to the static gravity field. The linear stability is considered relatively to the normal neutral disturbances. Effects of thermal diffusion and sedimentation are taken into account in calculations. The model is based on the system of the differential equations in the Boussinesq approximation. The shooting technique is applied to solve the spectral amplitude problem. Non-monotonous behavior of the critical Rayleigh number in dependence on Boltzmann number has been received in our model. It is demonstrated that the change in Boltzmann number and thermodiffusion parameter makes the largest contribution to the change of the critical parameters. It is shown that the "inclusion" of these mechanisms leads to the broaden-

ing of the neutral curves, due to which a large variety of convective regimes in the field of small values of supercriticality are expected.

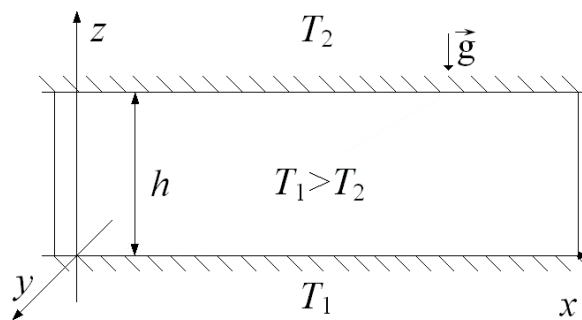
**Keywords:** convection; thermal diffusion; sedimentation

## Введение

Конвективные течения в жидкостях и газах возникают при неоднородном пространственном распределении величин и могут быть вызваны множеством факторов [1]. В частности, когда жидкость имеет сложный состав, конвекция может быть вызвана неравномерным распределением примеси (концентрационная конвекция). В последнее время описанию тепло- и массопереноса в жидких многокомпонентных средах уделяется огромное внимание в научной литературе [2, 3]. Актуальность тематики связана с многочисленными приложениями в самых разных отраслях промышленности. В роли многокомпонентных жидких сред могут выступать молекулярные смеси или коллоидные растворы. Механизмы теплопереноса в этих средах весьма разнообразны. В многокомпонентных молекулярных смесях возникновение конвекции осложнено термодиффузионным эффектом. В коллоидных суспензиях, содержащих в жидкости-носителе частицы от нано- до микро размеров, перераспределение частиц происходит в первую очередь за счет седиментации.

## Постановка задачи

Рассмотрим горизонтальный слой наносуспензии толщиной  $h$  со сложным по молекулярному составу носителем. Слой ограничен сверху и снизу твердыми границами непроницаемыми для вещества с идеальной теплопроводностью. Нижняя граница поддерживается при постоянной температуре  $T_1$ , а верхняя при температуре  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). Оси системы координат расположены так, как показано на рис. 1.



**Рис. 1.** Геометрия задачи. Горизонтальный слой жидкости

## 1. Система уравнений конвекции наносуспензии

Система уравнений содержит уравнение Навье-Стокса, уравнение переноса тепла, а также уравнения для концентраций примеси жидкости-носителя и наночастиц:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + Ra \frac{H}{Pr} (T - C - \phi) \cdot \mathbf{k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T_0 = \frac{1}{Pr} \Delta T, \quad \frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) C_0 = \frac{1}{Sc} (\Delta C + \varepsilon \Delta T), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \phi_0 = \frac{1}{Sc_\phi} (\Delta \phi + Bl \nabla \phi \cdot \mathbf{k}), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (3)$$

Здесь используются следующие обозначения:  $\mathbf{v}$ ,  $T$ ,  $p$ ,  $C$  – безразмерные поля скорости, температуры, давления и концентрации тяжелого молекулярного компонента несущей жидкости,  $\phi$  – безразмерная локальная концентрация наночастиц. В соответствии с этим  $T_0$ ,  $C_0$ ,  $\phi_0$  – решения, описывающие состояние механического равновесия. В уравнения (1) – (3) входят безразмерные параметры:

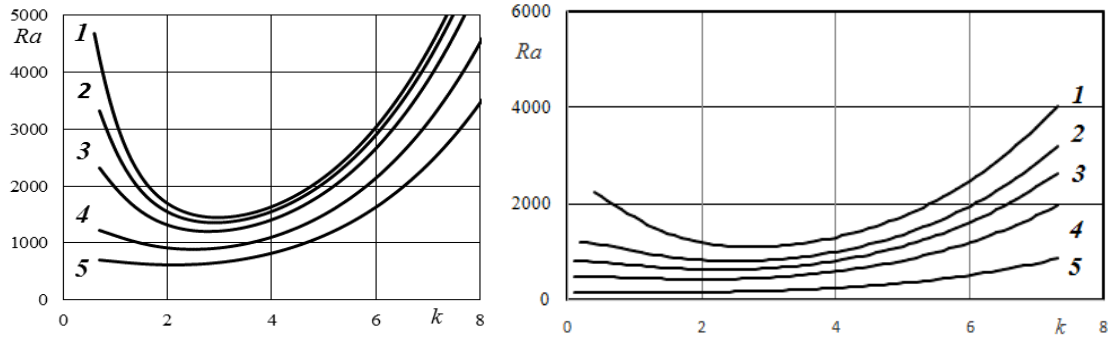
$$Ra = \frac{g \beta_t A d^4}{\chi \nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\chi}, \quad Bl = \frac{\Delta \rho g V_0 d}{k \langle T \rangle}, \quad \varepsilon = \alpha \frac{\beta_c}{\beta_t}, \quad Sc = \frac{\nu}{D}, \quad Sc_\phi = \frac{\nu}{D_\phi},$$

где  $Ra$ ,  $Pr$  – числа Рэлея и Прандтля. Параметр  $Bl$  – число Больцмана, характеризующее седиментацию,  $\varepsilon$  – термодиффузионный параметр,  $H$  – безразмерная высота,  $Sc$  – число Шмидта для тяжелой молекулярной компоненты жидкости,  $Sc_\phi$  – число Шмидта для наночастиц. Граничными условиями на горизонтальных твердых плоскостях являются условия прилипания для скорости (обращение полной скорости в ноль на твердых границах) и постоянное значение разности температур. Концентрационный поток молекулярного компонента компенсируется термодиффузионным потоком, а для концентрации наночастиц на границах имеет место нулевое значение градиента.

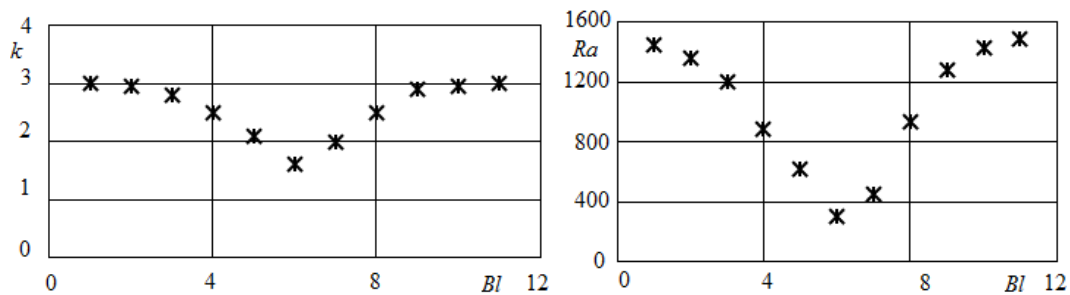
## 2. Методика решения и результаты

При решении системы уравнений использовался численный метод стрельбы. Он позволяет свести краевую задачу к серии задач Коши с различными начальными условиями. Суть алгоритма заключается в получении задачи Коши, которая решается уже известными методами численного интегрирования. В ходе численного интегрирования использовался метод Рунге – Кутты – Фельберга 4-5 порядка точности с автоматическим подбором шага [4]. Исследовалось поведение нейтральных кривых в зависимости от безразмерного параметра, отвечающего за седиментацию – числа Больцмана.

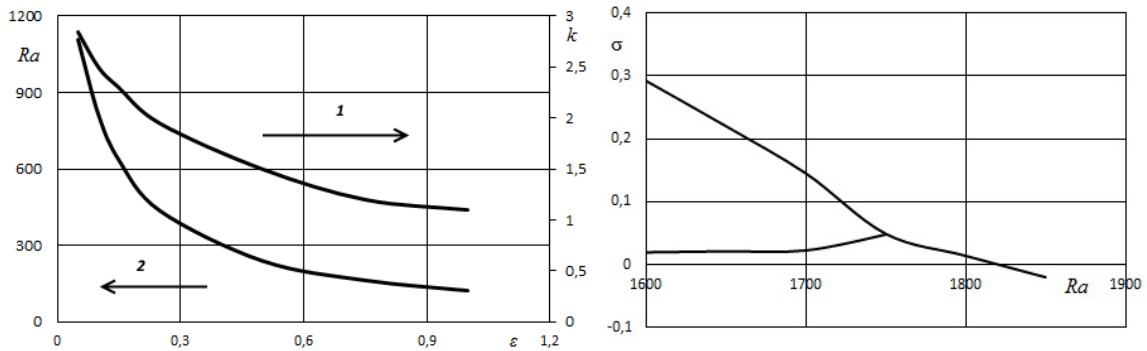
Первоначально при расчете монотонной неустойчивости вычисления проводились при следующих модельных значениях параметров:  $Pr = 5$ ,  $Sc = 29$ ,  $Sc_\phi = 60$ . При расчете колебательной неустойчивости были выбраны другие более реалистичные параметры:  $Pr = 7$ ,  $Sc = 1000$ ,  $Sc_\phi = 2000$ ,  $k = 3$ . Результаты расчетов для монотонной неустойчивости представлены на рис. 2 – 4, а для колебательной – на рис. 5.



**Рис. 2.** Слева: Нейтральные кривые для разных чисел Больцмана. Номера кривых соответствуют следующим значениям параметра  $BI$ : 1 – 0.05, 2 – 0.1, 3 – 0.2, 4 – 0.5, 5 – 1. Справа: Нейтральные кривые для разных значений термодиффузионного параметра. Номера кривых соответствуют следующим значениям параметра  $\varepsilon$ : 1 – 0.05, 2 – 0.1, 3 – 0.15, 4 – 0.25, 5 – 0.75



**Рис. 3.** Слева: Зависимость критического волнового числа от числа Больцмана. Справа: Зависимость минимального числа Рэлея от числа Больцмана



**Рис. 4.** Слева: 1 – зависимость критического волнового числа от  $\varepsilon$ , 2 – зависимость минимального числа Рэлея от  $\varepsilon$ . Справа: зависимость декремента затухания от числа Рэлея при положительной термодиффузии

В ходе решения поставленной задачи линейной устойчивости было обнаружено немонотонное поведение критического числа Рэлея при изменении параметра, характеризующего интенсивность седиментации (рис. 3). Сначала при увеличении числа Больцмана критическое число Рэлея убывает, а затем наблюдается его рост. Для термодиффузионного параметра выявлено следующее поведение: с ростом его значения наблюдается смещение критического волнового числа в длинноволновую область и имеет место

уменьшение критического числа Рэлея. Также было обнаружено, что изменение числа Больцмана и термодиффузионного параметра вносит наибольший вклад, нежели варьирование чисел Шмидта. “Включение” термодиффузионного и седиментационного механизмов приводит к уплощению нейтральных кривых, за счет чего ожидается большее разнообразие конвективных режимов в области малой надкритичности.

### Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Глухов А. Ф., Демин В. А., Третьяков А. В. О влиянии термодиффузии на перераспределение примеси при остывании столба бинарной жидкости // Изв. ТПУ. 2015. № 11. С. 118–127.
3. Kolchanov N. V., Putin G. F. Gravitational convection of magnetic colloid in a horizontal layer // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. Vol. 89. P. 90–101.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер М. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с.