

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

## **ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ**

Выпуск 8

Материалы региональной научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых

Пермь 2015

УДК 53(470.53)  
ББК 22.3(2Рос4Пер)  
Ф503

**Физика для Пермского края** [Электронный ресурс]: материалы региональной науч.-практ. конф. студ., асп. и молодых ученых / под общ. ред. Д. В. Макарова; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2015. – Вып. 8. – 19 Мб. – Систем. требования: процессор Intel Pentium II; 256 Мб RAM; 30 Мб HDD; ОС Windows 98 и выше; CD-ROM; ПО для чтения документов в формате PDF.

ISBN 978-5-7944-2549-9 (Вып. 8)  
ISBN 978-5-7944-1699-2

Представлены материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, проходившей на базе Пермского государственного национального исследовательского университета с 20 апреля по 3 мая 2015 г. Традиционно в конференции принимают участие не только представители вузов и научных учреждений Пермского края, но и работники наукоемких промышленных предприятий региона.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, физики твердого тела, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред, радиофизики и электроники, информационных технологий, методов и средств защиты информации.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

**УДК 53(470.53)**  
**ББК 22.3(2Рос4Пер)**

Издается по решению ученого совета физического факультета  
Пермского государственного национального исследовательского университета

ISBN 978-5-7944-2549-9 (Вып. 8)      © Пермский государственный национальный  
ISBN 978-5-7944-1699-2                      исследовательский университет, 2015

## **ОРГАНИЗАТОРЫ**

Физический факультет Пермского государственного национального исследовательского университета.

### **Председатель конференции**

Захлевных А. Н. – д. ф.-м. н., профессор, декан физического факультета  
Пермского государственного национального исследовательского  
университета.

### **Члены оргкомитета**

Лунегов И. В. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой радиоэлектроники и защиты информации;  
Волынцев А. Б. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой физики твердого тела;  
Демин В. А. – д. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой теоретической физики;  
Марценюк М. А. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой компьютерных систем и телекоммуникаций;  
Бабушкин И. А. – к. ф.-м. н., доцент кафедры общей физики.

### **Ученый секретарь конференции**

Макаров Д. В. – к. ф.-м. н., зам. декана физического факультета по научной работе.

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗОНАНСНОГО МИКРООПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА С ПАССИВНЫМ КОЛЬЦЕВЫМ РЕЗОНАТОРОМ

М. Е. Белокрылов<sup>а</sup>, Р. С. Пономарев<sup>а</sup>, Е. Д. Вобликов<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>б</sup>Пермская научно-производственная приборостроительная компания,  
614990, Пермь, 25 Октября, 106

С развитием технологий микроэлектромеханические гироскопы становятся все более точными и доступными, что открывает всё новые и новые горизонты использования гироскопических датчиков, систем навигации и стабилизации. Гироскопы средней точности активно внедряются в инклинометрические измерения, горно-нефтяную промышленность, беспилотные аппараты, системы стабилизации антенн, видеокамер, буровых установок, различных платформ, медицинских инструментов. Основным недостатком используемых микроэлектромеханических гироскопов является их недостаточная точность и высокая стоимость.

Одним из наиболее быстро развивающихся типов гироскопов являются резонансные микрооптические гироскопы с пассивным кольцевым резонатором, которые в долгосрочной перспективе должны заменить ныне используемые микроэлектромеханические гироскопы тактического класса с дрейфом нулевого сигнала менее  $10^\circ/\text{час}$ .

**Цель работы:** Разработать теоретическую модель функционирования и на её основе разработать методику оценки чувствительности резонансного микрооптического гироскопа с пассивным кольцевым резонатором.

Резонансный микрооптический гироскоп в минимальной комплектации состоит из трёх частей: узкополосного источника излучения, кольцевого резонатора и фотодетектора (рис. 1).



**Рис. 1.** Принципиальная схема резонансного микрооптического гироскопа

На сегодняшний день оценка чувствительности резонансных гироскопов ограничивается оценкой квантового (дробового) шума системы [1]. Как показано в работе [2], такая оценка очень плохо отражает реально

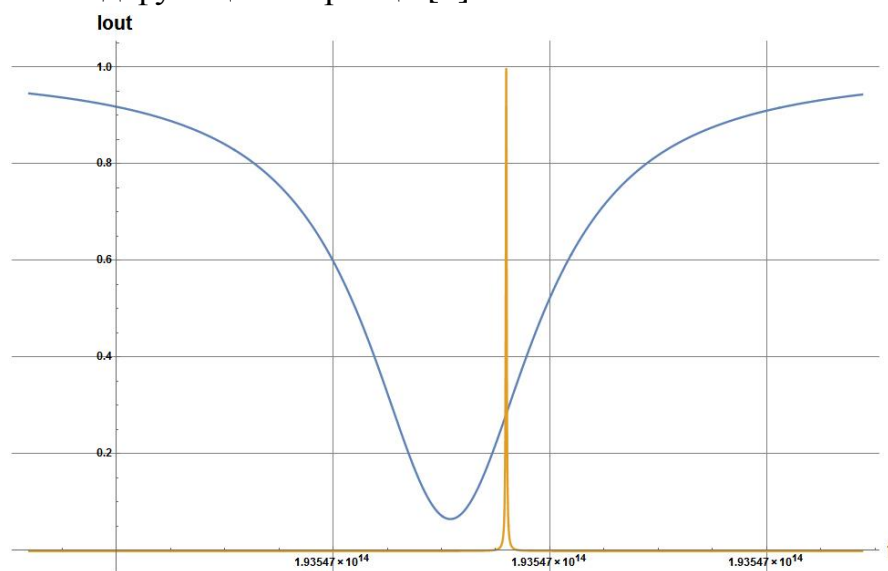


получаемое значение чувствительности, реально получаемое значение чувствительности примерно в  $10^2$  раз хуже. Такое несоответствие требует пересмотра способа оценки чувствительности резонансных микрооптических гироскопов.

Оценка чувствительности гироскопа по значению квантового шума не учитывает взаимоотношения спектра источника со спектральной функцией кольцевого резонатора, кроме того, формула для квантового шума никак не учитывает реального способа детектирования вращения и определяет лишь предельный, инструментальный уровень шума.

В настоящей работе предлагается новый способ учета взаимодействия спектров источника и кольцевого резонатора, и их влияние на чувствительность резонансного микрооптического гироскопа.

Качественное соотношение спектров источника излучения и кольцевого резонатора показаны на рис. 2. Аналитически функция пропускания кольцевого резонатора рассмотрена в работе [3]. Спектральная функция узкополосного источника (с шириной линии порядка нескольких МГц и менее) имеет вид функции Лоренца [4].



**Рис. 2.** Качественное соотношение пиков источника излучения и пика пропускания резонатора

В схеме резонансного микрооптического гироскопа центральная длина волны лазера смещается в точку наибольшего наклона резонансной функции, определяемой из условия  $\frac{\partial^2 T_{frr}}{\partial f^2} = 0$ . При вращении гироскопа в плоскости резонатора в соответствии с эффектом Саньяка происходит сдвиг резонансной частоты относительно функции источника излучения и тем самым происходит изменение выходной интенсивности. По изменению выходной интенсивности можно судить об изменении угловой скорости вращения.

Предлагаемая модель основывается на двух основных утверждениях:

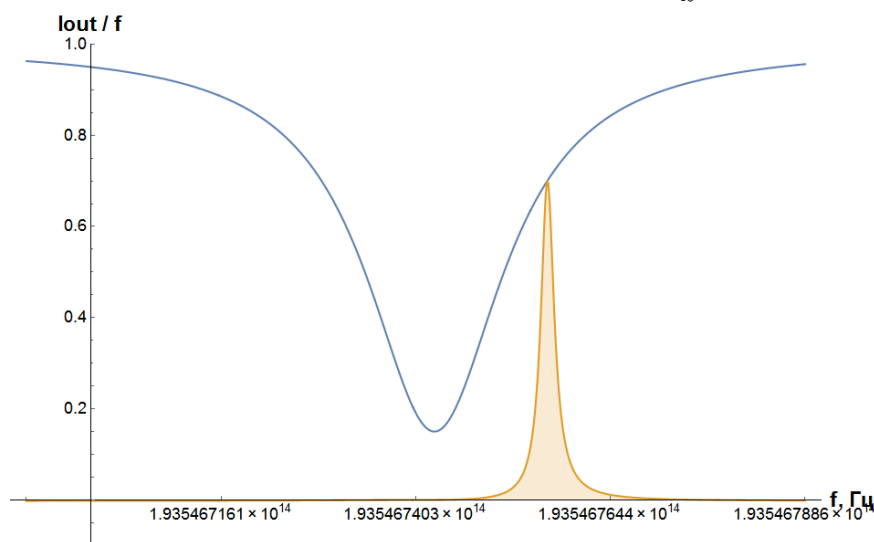
1) Минимальный уровень потерь в резонаторе вне условия резонанса, определяемый как отношение мощности сигнала на выходе к сигналу на входе, одинаков для любых длин волн.

2) При попадании пика лазера в область пика резонатора, часть мощности, в соответствии с резонансной частотой переходит в резонатор и ослабляется там ровно настолько, насколько глубоок резонансный пик для данной частоты. На языке математики это значит, что мощность на каждой длине волны лазера нужно умножать на долю мощности пропускаемой в резонатор.

Первое утверждение основывается на том, что пик лазера очень узкий по сравнению с масштабами изменения оптических свойств и можно считать оптические свойства среды в этой области постоянными. На практике первое условие вносит лишь небольшие коррективы, так как в подавляющем большинстве случаев потери в системе вне условия резонанса пренебрежимо малы.

Второе утверждение объясняется тем, что для каждой частоты, попавшей в область резонанса величина «потерь» соответствует доле мощности перешедшей в резонатор (рис. 3). Строго говоря, по оси ординат отложена не мощность, а спектральная плотность мощности, измеряемая в единицах Вт/Гц. Эта поправка не сказывается на ходе рассуждений, но важна с физической точки зрения. Таким образом, выходная мощность излучения определяется площадью под пиком лазера и равна интегралу,

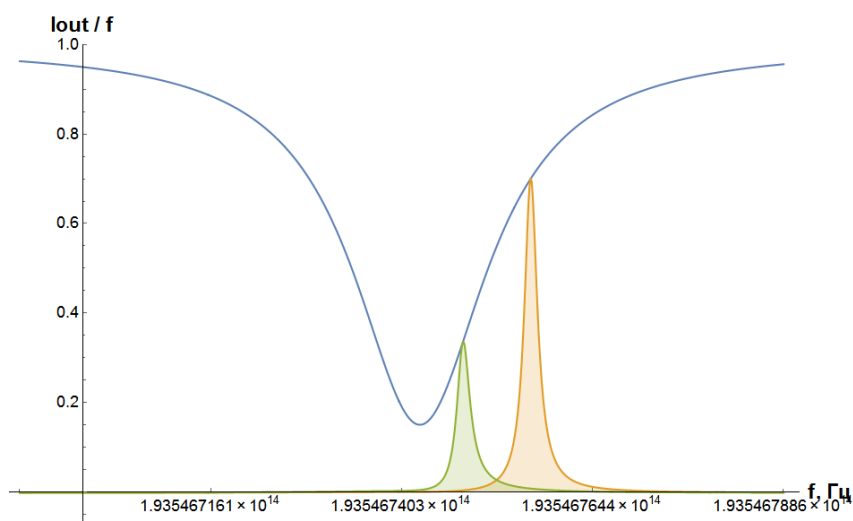
нормированному на единицу вне условия резонанса  $\int_{-\infty}^{\infty} F_{laser} df = 1$ .



**Рис. 3.** Взаимодействие спектра пропускания резонатора со спектром источника излучения

При смещении пика резонанса, изменяется выходная интенсивность излучения, определяемая интегралом  $\int_{-\infty}^{\infty} F_{laser} df$ . Смещение резонансного

пика может быть вызвано различными факторами, например изменением радиуса резонатора вследствие изменения температуры, изменением показателя преломления с изменением температуры, угловой скоростью вращения в соответствии с эффектом Саньяка, рядом других менее значимых факторов. Итоговая чувствительность гироскопа определяется тем минимальным изменением выходной мощности, вызванной угловой скоростью вращения, которое способен зарегистрировать фотодетектор. На рис. 4 показано изменение мощности выходного излучения при сдвиге резонансного пика.



**Рис. 4.** Изменение площади под пиком лазера при смещении пика резонатора

**Вывод:** В работе предложена модель функционирования и способ оценки чувствительности резонансного микрооптического гироскопа с учетом спектральных характеристик источника излучения и кольцевого резонатора. На основе разработанной модели написана программа в среде Wolfram Mathematica 10, позволяющая анализировать кольцевые резонаторы с произвольными характеристиками.

### Список литературы

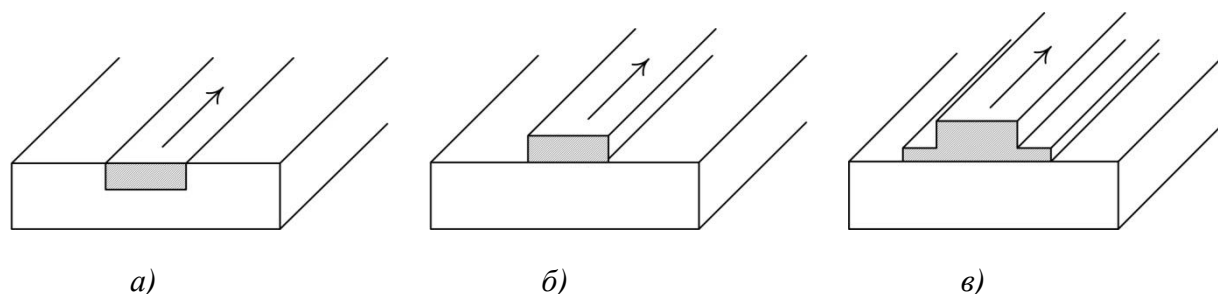
1. *Lefevre H. C.* The Fiber-Optic Gyroscope. London. Artech House, 2014. 391 p.
2. *Vannahme C. et al.* Integrated optical Ti: LiNbO<sub>3</sub> ring resonator for rotation rate sensing // Proceedings to the 13th European Conference on Integrated Optics, (IEEE, Copenhagen, 2007). P. 1–4.
3. *Ohtsuka Y.* Analysis of a fiber-optic passive, loop-resonator gyroscope: dependence on resonator parameters and light- source coherence // Journal of Lightwave Technology. 1985. P. 378–384.
4. *Звелто О.* Принципы лазеров. М.: Мир, 1990. 720 с.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПРИПОДНЯТОМ И ГРЕБЕНЧАТОМ ВОЛНОВОДАХ НА ПОДЛОЖКЕ ИЗ $\text{LiNbO}_3$

Д. Г. Гилев, У. О. Салгаева, А. Б. Волынцев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Главным достоинством интегрально-оптических (ИО) устройств на подложке из ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ) является их быстродействие. Основными элементами таких устройств являются оптические каналные волноводы, которые по типу профиля подразделяются на внедренные и приподнятые. Частным случаем приподнятых волноводов являются гребенчатые, отличающиеся наличием широкого пьедестала (рис. 1) [1].



**Рис. 1.** Оптические каналные волноводы:  
а) внедренный, б) приподнятый, в) гребенчатый

Приподнятые и гребенчатые волноводы, по сравнению с внедренными, обладают малыми оптическими потерями, в частности на изгибах, что позволяет повысить степень интеграции элементов на одной подложке и уменьшить размеры ИО устройств. Поэтому оптические схемы, включающие в себя такие волноводы на подложке из ниобата лития, являются наиболее перспективными для создания элементной базы для волоконно-оптических линий связи, датчиков и других ИО устройств.

Для эффективной работы таких устройств необходимо следить за оптическими потерями в волноводе, искать его оптимальные конфигурации. Поэтому целью работы является численное исследование характеристик гребенчатого и приподнятого волноводов на подложке из  $\text{LiNbO}_3$  для дальнейшего использования созданных моделей в ходе разработки ИО схем.

Приподнятый волновод на подложке из  $\text{LiNbO}_3$  может быть изготовлен конфигурацией методов ионного обмена (Ti-диффузии, протонного обмена, ионной имплантации), также использующихся для создания внедренных волноводов [2], и химического травления (в плазмах и кислотах) (рис. 1б)).

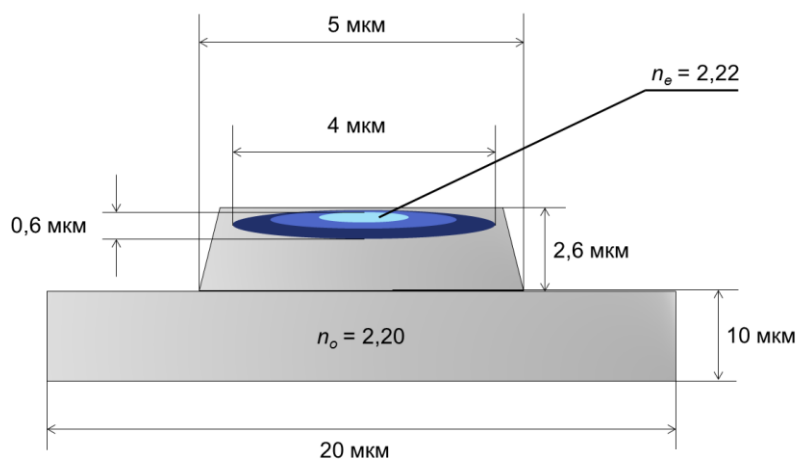
Для изготовления гребенчатого волновода требуется тонкая кристаллическая пленка из  $\text{LiNbO}_3$ , которая может быть прикреплена к некоторому кристаллу-носителю или с помощью бондинга, или при использовании промежуточного полимера. Толщина такой пленки обычно составляет 300 –

700 нм. Размер устройств, выполненных на тонкопленочном ниобате лития, может быть уменьшен в десятки раз, причем потребление мощности будет ниже, производительность стабильнее.

Для изготовления приподнятых и гребенчатых волноводов, из-за возможности быстро и без дополнительных технологических операций с помощью методов жидкостного химического травления создать требуемый профиль волновода, часто используется  $-Z$ -срез  $\text{LiNbO}_3$ . При использовании других кристаллографических ориентаций ( $\pm X$ -,  $+Z$ -срезов) для создания профиля требуется либо использование сложного оборудования (плазмохимическое травление), либо проведение дополнительных технологических операций (ионный обмен).

Используя САПР для моделирования фотонных интегральных схем, были созданы модели приподнятого и гребенчатого волноводов на подложке из  $\text{LiNbO}_3$ .

В модели приподнятого волновода было учтено градиентное изменение показателя преломления (ПП), так как для его создания используются методы ионного обмена. Градиентный профиль изменения ПП представлен в виде вложенных друг в друга эллипсов, где центральный эллипс представляет собой волноводный слой с максимально измененным показателем преломления. Такое приближение часто используется в литературе [2]. Используемая модель для численного моделирования приподнятого волновода приведена на рис. 2.

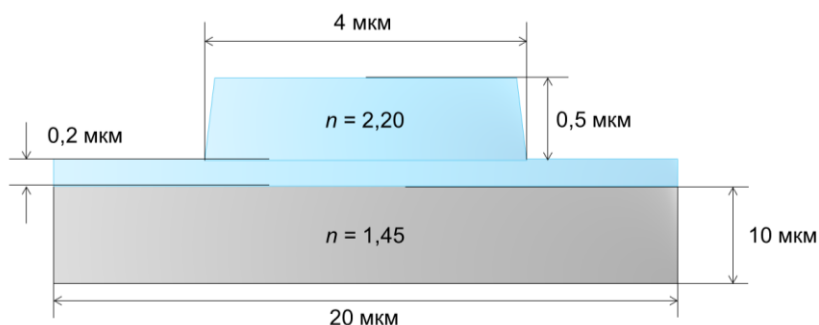


**Рис. 2.** Модель гребенчатого волновода с градиентным профилем ПП

Для данной модели (рис. 2) были получены следующие результаты: потери на прямом участке волновода для ТЕ-моды составляют 1.0 дБ/см, для ТМ-моды – 1.8 дБ/см. Для сравнения, потери во внедренных волноводах, где изменение показателя преломления достигается так же с помощью методов ионного обмена составляет в среднем 2.0 дБ/см для ТЕ-моды на прямом участке волновода.

При создании модели гребенчатого волновода на тонкопленочном ниобате лития (рис. 3) в качестве характерных размеров были выбраны

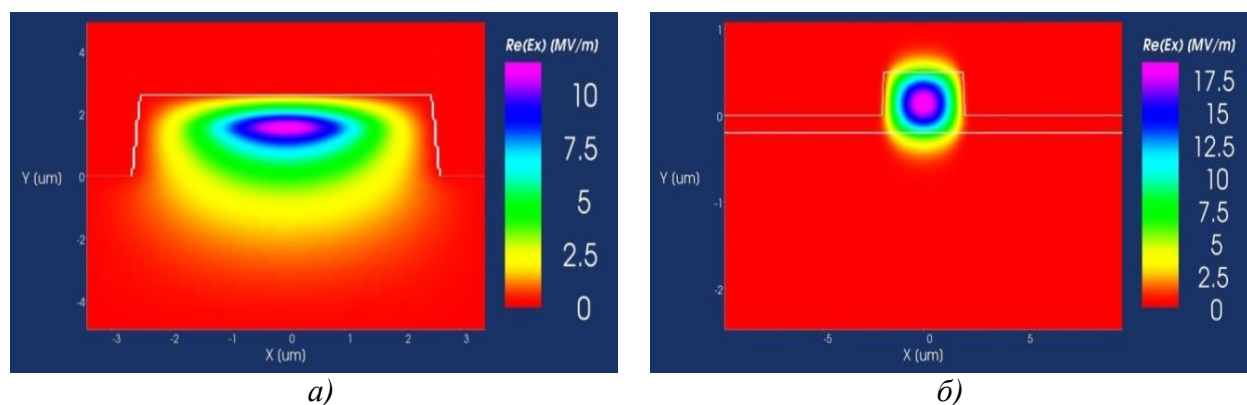
размеры, использованные авторами статьи [3], использовавшими данный тип волновода для создания кольцевых микрорезонаторов.



**Рис. 3.** Модель гребенчатого волновода на основе тонкопленочного  $\text{LiNbO}_3$

Для прямого волновода из тонкопленочного ниобата лития получены потери: для ТЕ-моды 0,36 дБ/см, для ТМ-моды 0,25 дБ/см.

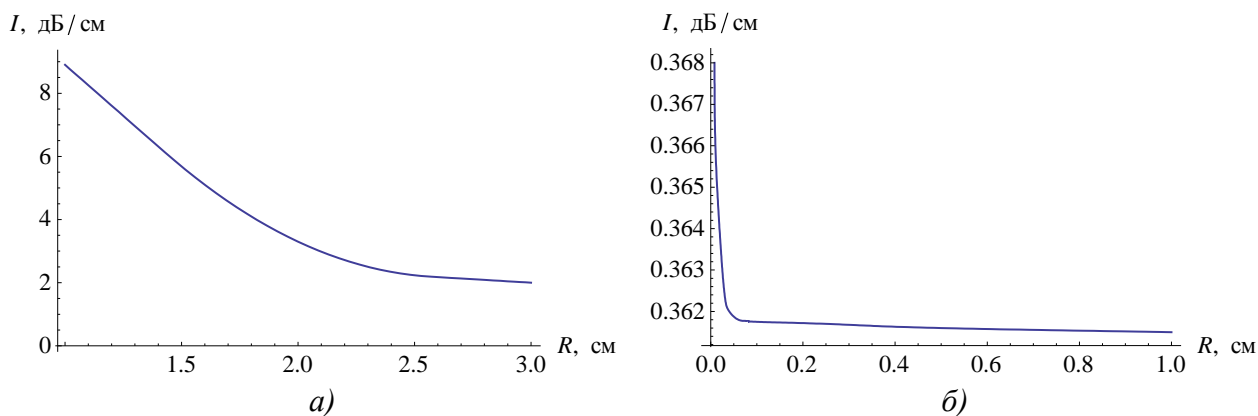
Для обоих типов волноводов – приподнятого и гребенчатого – были получены профили распределения мощности излучения на прямых участках волноводов (рис. 4а и 4б).



**Рис. 4.** Профиль распределения мощности оптического излучения ( $\text{Re}(E_x)$ ):  
а) в приподнятом волноводе; б) в гребенчатом волноводе

Из приведенных на рис. 4 профилей распределения мощности оптического излучения наглядно видно, что в гребенчатом волноводе на основе тонкопленочного  $\text{LiNbO}_3$  ограничение оптического излучения выше, что и подтверждается меньшими оптическими потерями по сравнению с приподнятым волноводом.

Также для обоих типов волноводов были исследованы потери ТЕ-моды оптического излучения на изгибах с радиусами 0,1 до 3000 мкм. Графики зависимости оптических потерь для двух типов волноводов представлены на Рисунке 5 а) и б). Потери для ТМ-моды оптического излучения не сравнивались.



**Рис. 5.** Зависимость оптических потерь ТЕ-моды излучения от радиусов изгиба волновода

На основе графиков, представленных на рис. 5, можно сделать вывод, что для целей повышения плотности интеграции оптических устройств на одной подложке, наилучшим вариантом является гребенчатый волновод на основе тонкопленочного ниобата лития.

В том случае, когда оптические потери на изгибах не являются критическим требованием ИО устройств, для изготовления оптической схемы могут быть использованы приподнятые волноводы.

Полученные данные, после дополнительной проверки и уточнения, лягут в основу моделей фотонных интегральных схем, которые в будущем могут заменить традиционные электронные интегральные схемы.

Данная работа выполнена в рамках проекта 02.G25.31.0113 «Разработка базовой технологии и создание производства фотонных интегральных схем для приборов, систем и комплексов оптоэлектронного навигационного приборостроения», реализуемого ОАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» совместно с ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет».

### Список литературы

1. Сидоров А. И., Никоноров Н. В. Материалы и технологии интегральной оптики. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 107 с.
2. Шевцов Д.И. Структурные и оптические свойства метастабильных фаз в протонообменных волноводных слоях на монокристалле ниобата лития. Диссертационная работа. Пермь: ПГУ, 2005. 167 с.
3. Guarino A. Electro-optically tunable microring resonators in lithium niobate // Nature photonics. 2007. Vol. 1. P. 407–410.

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОТОННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МАЛОГАБАРИТНОГО АНАЛИЗАТОРА СИГНАЛОВ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ**

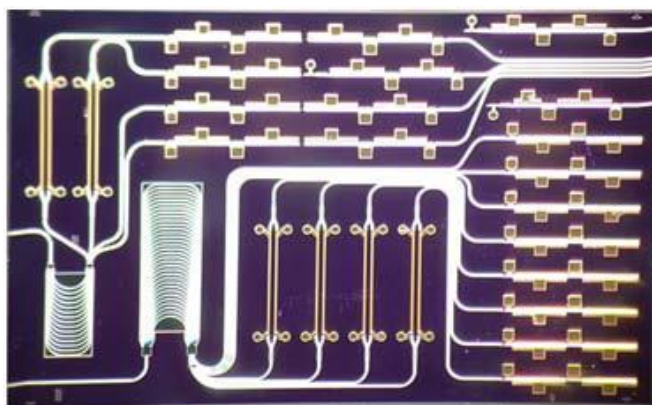
А. П. Гуляев<sup>а</sup>, У. О. Салгаева<sup>а</sup>, А. А. Оглезнев<sup>б</sup>, А. Б. Волынцев<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>б</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

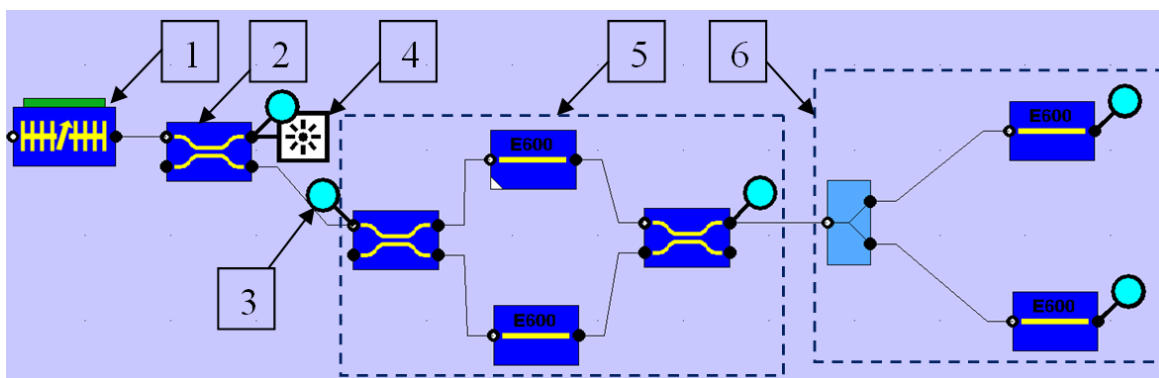
В современной науке и технике все большую популярность набирает применение оптических технологий, в частности все больше потребителей систем мониторинга заменяют традиционные электрические контрольно-измерительные приборы на волоконно-оптические с применением волоконно-оптических датчиков (ВОД), как распределённого, так и квазираспределённого типа. Эти датчики обладают рядом существенных преимуществ: стабильны во времени, компактны, электро-, взрыво- и пожаробезопасны и в зависимости от конструкции могут быть абсолютно невосприимчивы к магнитным и электрическим полям [1]. К квазираспределённому типу относятся ВОД на основе волоконных брэгговских решеток (ВБР), которые могут применяться для измерения различных физических величин: температуры, деформации, давления, ускорения, линейных перемещений и пр. При изменении измеряемой физической величины, происходит пропорциональное смещение резонансной длины волны ВБР. Таким образом, для контроля какой-либо физической величины необходимо производить измерения резонансной длины волны ВБР. Для измерения длины волны ВБР, применяются специальные устройства, работающие как в отраженном, так и проходящем свете – анализаторы сигналов волоконно-оптических датчиков (АСВОД или interrogator в англоязычной литературе). На сегодняшний день наиболее распространёнными среди таких устройств, являются решения с применением волоконной оптики и объёмной оптики. И, несмотря на их высокое техническое совершенство, существующие анализаторы сигналов имеют ряд существенных недостатков, ограничивающих их область применения, а именно: большие габариты (сотни мм) и массу (единицы кг), чувствительность к вибрации и другим типам воздействующих факторов. Одним из вариантов решения, является построение оптической части устройства на фотонных-интегральных схемах (ФИС). Пример реализации источника излучения на основе ФИС представлен на рис. 1. Применение данных схем позволит снизить габариты АСВОД до размеров мобильного телефона, сохранив все преимущества волоконно-оптического прибора.





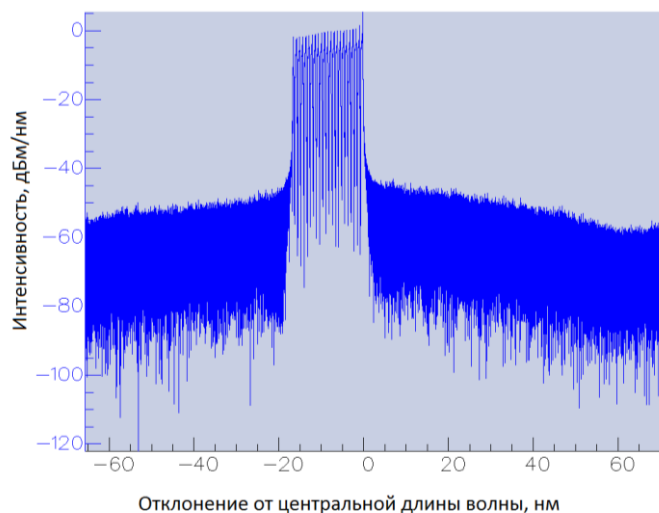
**Рис. 1.** Массив лазеров на основе распределенных Брэгговских отражателей [2]

Одним из вариантов достижения требуемых параметров является реализация схемы с управляемыми спектрально зависимыми элементами, которые могут быть созданы на подложке из электрооптического материала. Таковыми материалами являются GaAs, InP и др. Эти материалы обладают хорошим сочетанием оптико-электрических и функциональных свойств, а также позволяют размещать активные и пассивные элементы на одной подложке [3]. Все элементы и схема целиком требуют тщательного анализа и подбора параметров, потому что изготовление ФИС представляет собой длительный и дорогостоящий процесс. Для сокращения издержек производства используются аппаратно-программные комплексы (АПК) с библиотеками основных компонентов ФИС. Современные АПК позволяют создавать модели ФИС, состоящие из множества элементов, с возможностью анализа излучения в каждой точке схемы. Пример схемы измерительного модуля малогабаритного анализатора сигналов волоконно-оптических датчиков (МАСВОД) изображен на рис. 2.



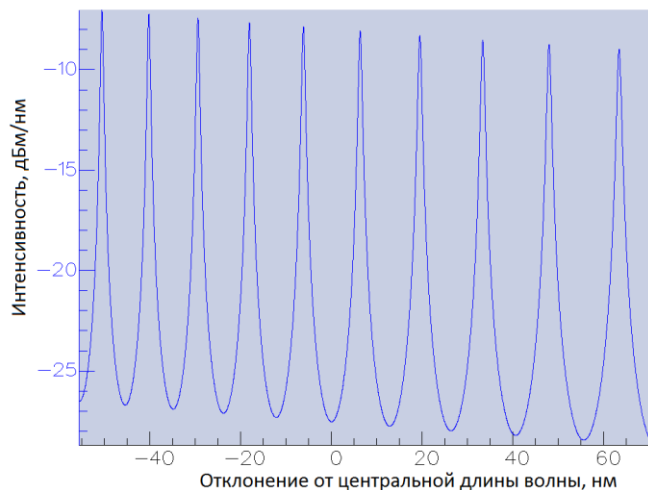
**Рис. 2.** Схема измерительного модуля МАСВОД. Цифрами обозначены следующие элементы: 1- брэгговская решетка, 2-оптический разветвитель, 3-точка анализа спектра, 4- настраиваемый источник излучения, 5-интерферометр Маха-Цендера, 6-многомодовый интерферометр

Перед моделированием комплексной схемы МАСВОД, необходимо было определить оптимальные параметры отдельных функциональных элементов. Первоначально был промоделирован квазинепрерывный перестраиваемый лазер с распределенной обратной связью. При определенных значениях управляющих токов, получена модель источника излучения с диапазоном перестройки в 18 нм (рис. 3). Блок из шести таких лазеров сможет обеспечить необходимый МАСВОД диапазон перестройки в 100 нм для интеграции большого числа ВБР в один измерительный канал.

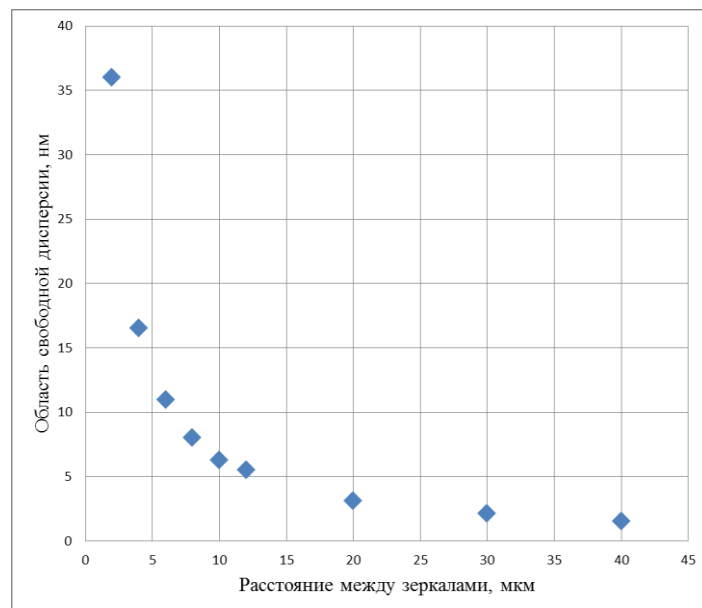


**Рис. 3.** Спектр излучения перестраиваемого лазера

После этого было произведено моделирование эталона Фабри-Перо. Эталон Фабри-Перо является основным видом оптического резонатора и представляет собой два соосных зеркала, между которыми может формироваться резонансная стоячая оптическая волна [4]. Интерференционная картина, промоделированная с помощью АПК, изображена на рис. 4. Ключевым параметром эталона Фабри-Перо, является область свободной дисперсии (англ. Free spectral range или FSR). В работе была определена зависимость FSR от расстояния между зеркалами резонатора (рис. 5).



**Рис. 4.** Модель интерференционной картины эталона Фабри-Перо



**Рис. 5.** Зависимость FSR от расстояния между зеркалами

FSR определяет достижимое разрешение измерения МАСВОД резонансной длины волны ВБР в измерительных каналах.

Таким образом, в ходе проведения научно-исследовательской работы были разработаны возможные схемы реализации оптического измерительного модуля МАСВОД, с помощью АПК промоделированы одни из ключевых элементов МАСВОД: резонатор Фабри-Перо и источник излучения. В дальнейшем планируется определение параметров и численное моделирование остальных элементов МАСВОД, а также общей оптической схемы МАСВОД.

### Список литературы

1. Жилин В. Г. Волоконно-оптические измерительные преобразователи скорости и давления. М.: Энергоатомиздат. 1987. 112 с.
2. <http://www.photonics.com/>
3. Талызин В. П., Нашельский А. Я. Фосфид индия – получение и свойства // Успехи химии. 1986. Т. 55. С. 1083–1095.
4. Прохоров А. М. О молекулярном усилителе и генераторе на субмиллиметровых волнах // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 1658–1659.

# **БАЗОВЫЕ КОМПОНЕНТЫ ФОТОННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗОГНУТЫХ КАНАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ НА ПОДЛОЖКЕ ИЗ InP**

А. А. Козлов, У. О. Салгаева, А. Б. Волынцев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Фотонная интегральная схема (ФИС) – многокомпонентное фотонное устройство, изготовленное на плоской подложке и выполняющее функции обработки оптических сигналов. Использование ФИС позволяет изготавливать более компактные и с более высокой производительностью оптические системы (по сравнению с системами на основе дискретных оптических компонентов), а также предоставляет возможность их интеграции с электронными схемами для увеличения функциональности конечного прибора [1].

Базовым элементом ФИС являются каналные волноводы. Они не только связывают элементы ФИС в одну сложную систему, но и являются основой для создания большинства компонентов фотонных интегральных схем, таких как многомодовые интерференционные делители, решетки на основе массива волноводов и др.

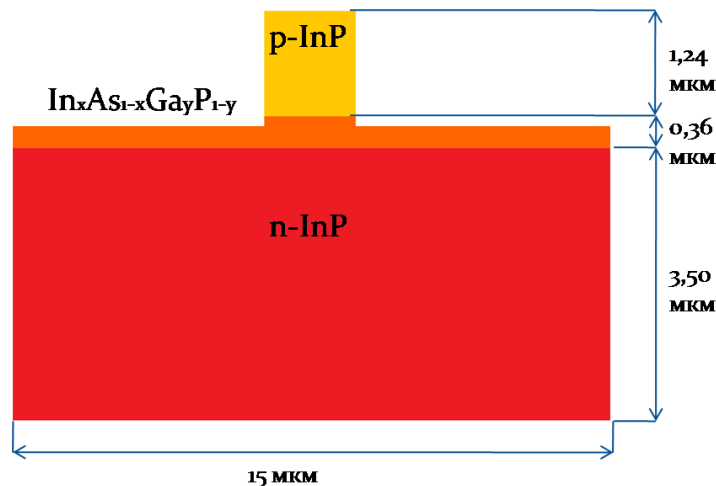
Среди всех материалов интегральной оптики – Si, SiO<sub>x</sub>, LiNbO<sub>3</sub>, SiN<sub>x</sub>, GaAs и др. – особое место занимает фосфид индия (InP), который является наиболее перспективным материалом для создания ФИС, так как обладает наилучшим сочетанием оптико-электрических и функциональных свойств, а также позволяет реализовать ФИС целиком на одном кристалле [2].

Поэтому целью данного исследования является моделирование каналных волноводов и распределения оптического излучения в них для создания ФИС на подложке из InP.

Для моделирования каналных волноводов на подложке из InP и изучения распределения оптического излучения в них был использован САПР для численного моделирования фотонных интегральных схем. Объектом исследования стали типовые волноводы, которые применяются при изготовлении компонентов реальных ФИС. Схема изучаемого волновода приведена на рис. 1.

Волновод состоит из InP, легированного n- и p-примесями (подложка и оболочка соответственно). Материал сердцевины волновода – четвертной твердый раствор In<sub>x</sub>As<sub>1-x</sub>Ga<sub>y</sub>P<sub>1-y</sub>.

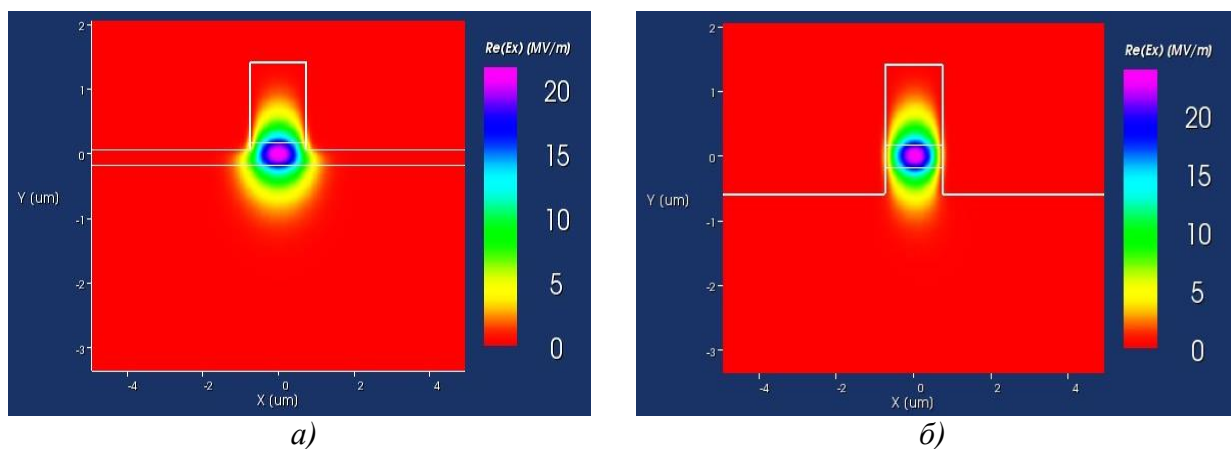
В ходе исследования были рассмотрены три глубины травления волновода: 1,35 мкм, и 1,50 мкм, 2,00 мкм, отвечающие различным базовым компонентам ФИС и лежащие в основе волноводов глубокого и неглубокого травления.



**Рис. 1.** Схема изучаемого волновода (глубина травления 1,35 мкм)

В ходе моделирования получено распределение оптического излучения в прямом волноводе для исследуемых глубин травления. Результаты приведены на рис. 2.

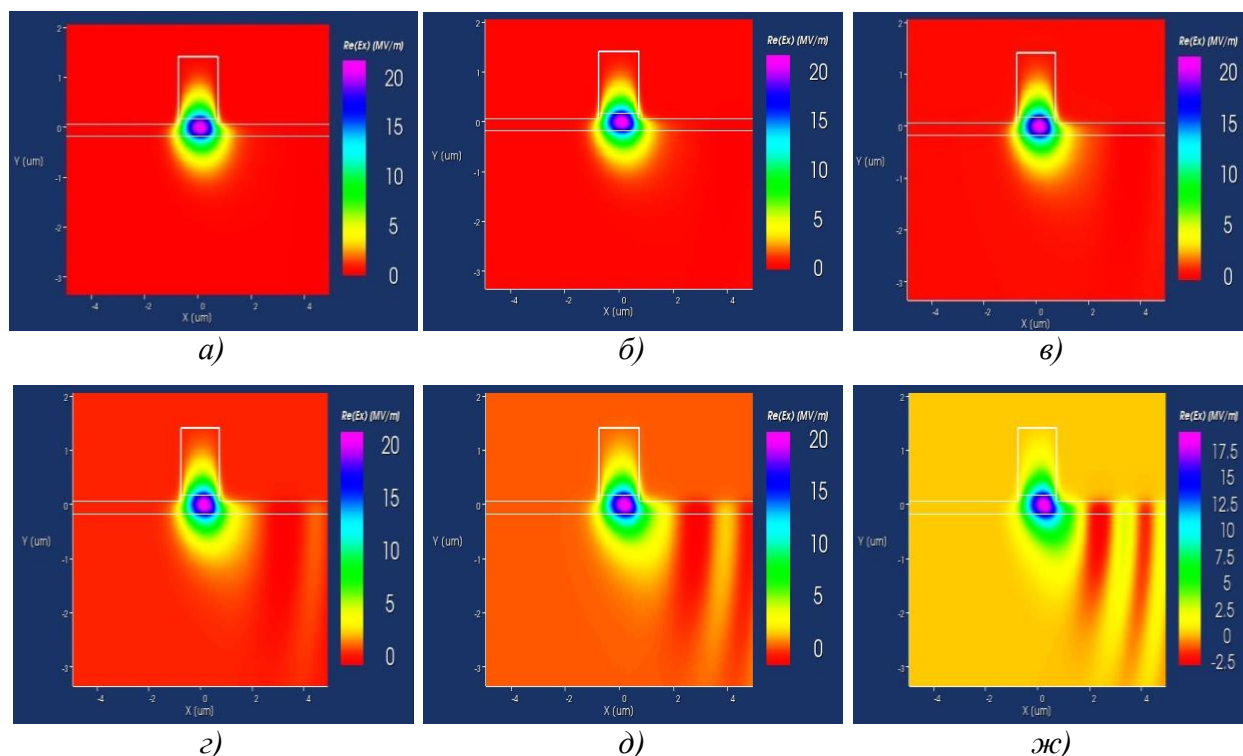
По полученным данным можно сделать вывод, что увеличение глубины травления увеличивает степень ограничения оптической моды в пределах волновода.



**Рис. 2.** Распределение оптического излучения ( $Re(E_x)$ ) в прямом волноводе для глубины травления: а) 1,35 мкм, б) 2,00 мкм

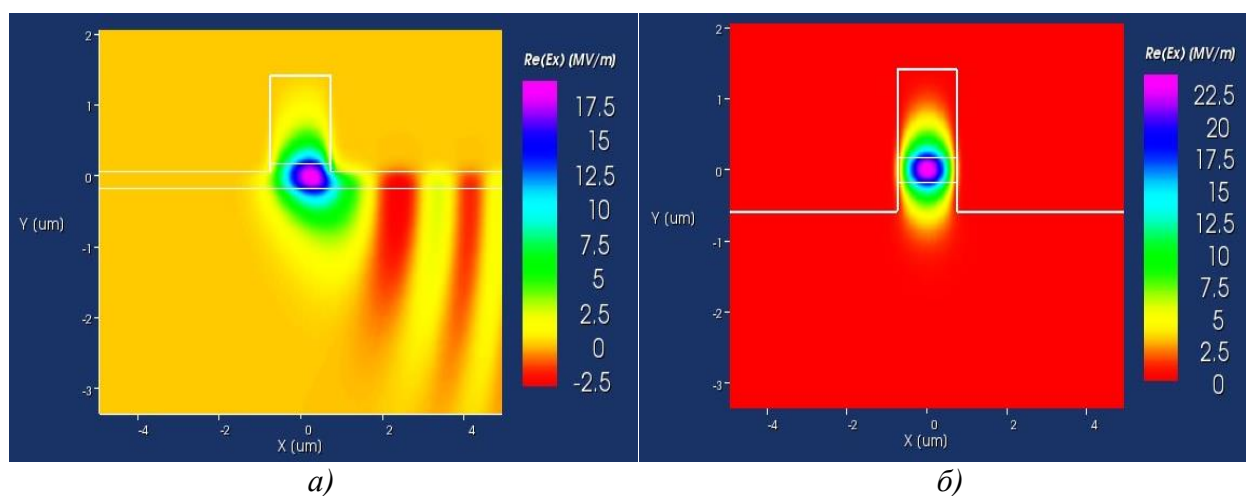
Также подробно было изучено поведение оптического излучения в изогнутом волноводе для глубины травления 1,35 мкм при вариации радиуса изгиба  $R$  от 150 до 50 мкм с шагом уменьшения радиуса изгиба  $\Delta R = 20$  мкм. Из представленных на рис. 3 результатов наглядно видно, что при некотором критическом радиусе изгиба волновода оптическое излучение, распространяющееся по волноводу, начинает высвечиваться в подложку (радиационные моды), что влечет за собой существенное увеличение оптических потерь. Такое поведение оптического излучения на изгибах волноводов с радиусами, меньше чем критические, влияет на

корректную работу всей оптической схемы, поэтому должно обязательно учитываться при проектировании ФИС.



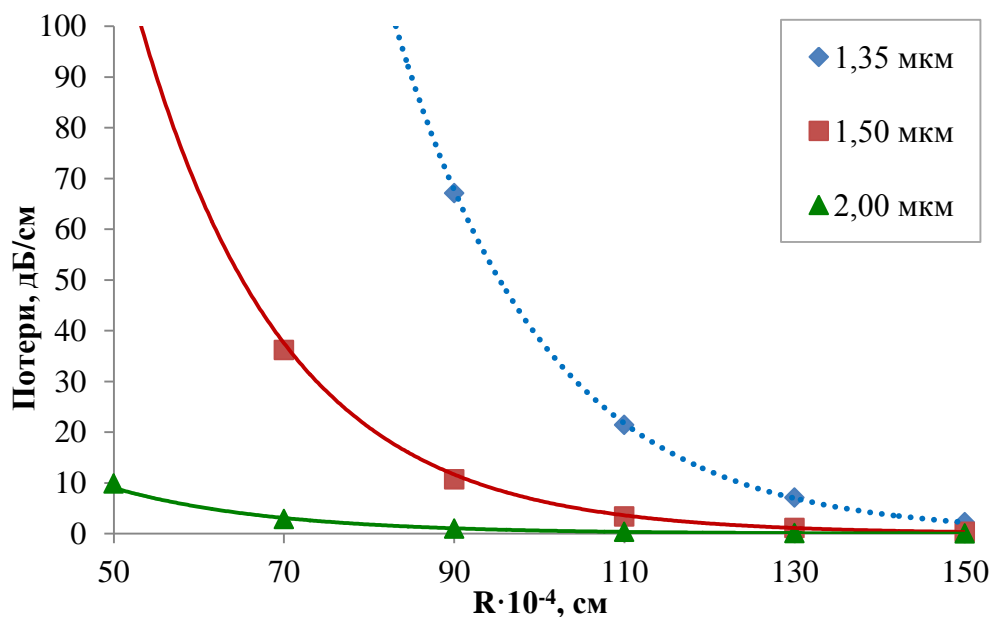
**Рис. 3.** Распределение оптического излучения ( $Re(E_x)$ ) в изогнутом волноводе для глубины травления 1,35  $\mu m$  и радиуса изгиба:  
а) 150  $\mu m$ , б) 130  $\mu m$ , в) 110  $\mu m$ , г) 90  $\mu m$ , д) 70  $\mu m$ , е) 50  $\mu m$

Также в ходе работы выявлено влияние глубины травления на оптические потери при маленьких радиусах изгиба. При  $R = 50$   $\mu m$  для глубины травления 1,35  $\mu m$  потери составили 5,27 дБ/90°, а при глубине травления 2,00  $\mu m$  – 0,08 дБ/90°. Сравнение оптических потерь при  $R = 50$   $\mu m$  представлено на рис. 4.



**Рис. 4.** Распределение оптического излучения в волноводе при  $R = 50$   $\mu m$  и глубине травления а) 1,35  $\mu m$ , б) 2,00  $\mu m$

По итогам работы был построен график зависимости оптических потерь на изгибе от радиуса кривизны волновода для трех различных глубин травления (Рисунок 5).



**Рис. 5.** Зависимость потерь на изгибе от радиуса кривизны волновода для различных глубин травления

Считая приемлемыми для функционирования ФИС потери в 1 дБ/см, из графика можно получить примерные значения критических радиусов изгиба для каждой глубины травления, которые могут быть использованы при создании компонентов ФИС. Полученные критические радиусы должны обязательно учитываться при проектировании ФИС. Кроме того, для корректной работы ФИС в ходе проектирования может быть использована комбинация волноводов с различной глубиной травления.

Данная работа выполнена в рамках проекта 02.G25.31.0113 «Разработка базовой технологии и создание производства фотонных интегральных схем для приборов, систем и комплексов оптоэлектронного навигационного приборостроения», реализуемого ОАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания» совместно с ФГБОУ ВПО «Пермский государственный национальный исследовательский университет».

### Список литературы

1. Разумовский А. С., Наний О. Е. Словарь нанотехнологичных терминов. М.: Физматлит, 2010. С. 481.
2. Талызин В. П., Нашельский А. Я. Фосфид индия – получение и свойства // Успехи химии. 1986. Т. 55. С. 1083 – 1095.



## ЭФФЕКТ БАРКГАУЗЕНА В АМОРФНОМ СПЛАВЕ 2НСР

О. В. Расторгуева

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Аморфные металлические сплавы на основе железа и кобальта обладают специфическими ферромагнитными характеристиками, привлекательными с фундаментальной и прикладной точек зрения. В качестве объекта исследования выбран аморфный сплав 2НСР (Fe<sub>78</sub>B<sub>12</sub>Si<sub>9</sub>Ni<sub>1</sub>). Исследуемые образцы получены методом спиннингования. Это способ получения аморфных металлических сплавов в виде тонких лент путем сверхбыстрого (со скоростью  $> 10^6$  К·сек<sup>-1</sup>) охлаждения расплава на поверхности вращающегося холодного диска или барабана.

Исследование эффекта Баркгаузена в аморфных материалах носит фрагментарный характер, не позволяющий установить некоторые общие закономерности влияния термической предыстории на магнитные характеристики.

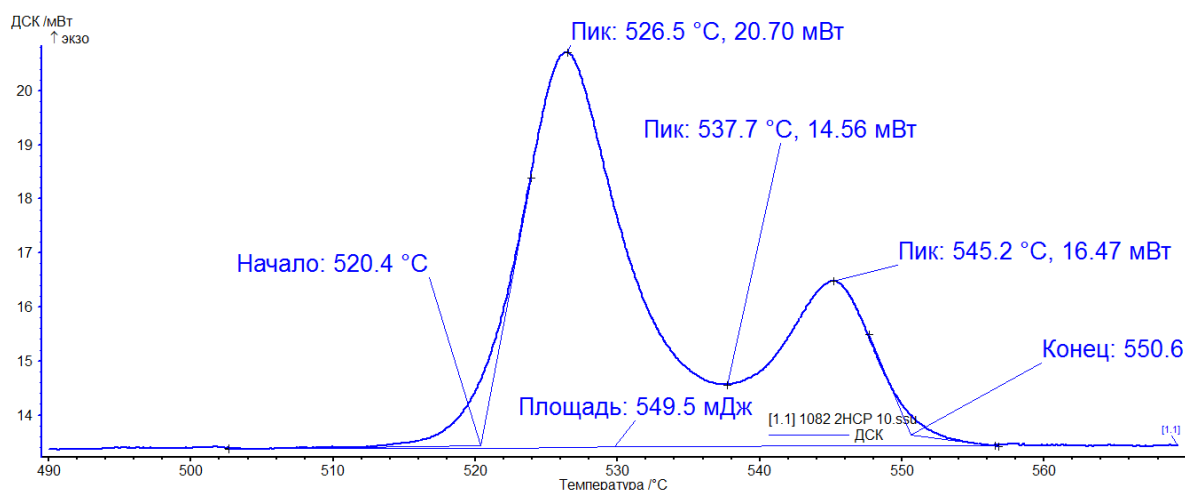
Целью данной работы является изучение магнитных свойств аморфного сплава 2НСР с помощью эффекта Баркгаузена вблизи точки фазового перехода.

Регистрацию скачков Баркгаузена осуществляли с помощью специального аппаратного комплекса, в котором накладной электромагнит создавал магнитное поле в объеме образца с амплитудой 100 А/м. Датчик (чувствительный элемент) представлял собой измерительную катушку, фиксирующую электродвижущую силу, которая вызвана изменением магнитного потока. Частота переключения магнитного поля составляла 50 Гц.

В данной работе дифференциальный сканирующий калориметрический (ДСК) анализ [1] реализован с использованием прибора STA 449 C Jupiter в атмосфере аргона под вакуумом  $10^{-2} - 10^{-3}$  мм. рт. ст. со скоростью нагрева 10 °С/мин. В качестве эталона использовалась керамическая тигля. Обработка экспериментальных данных проведена с применением пакета Proteus Analysis. Методом ДСК была определена температура фазового превращения исследуемого аморфного сплава (рис. 1).

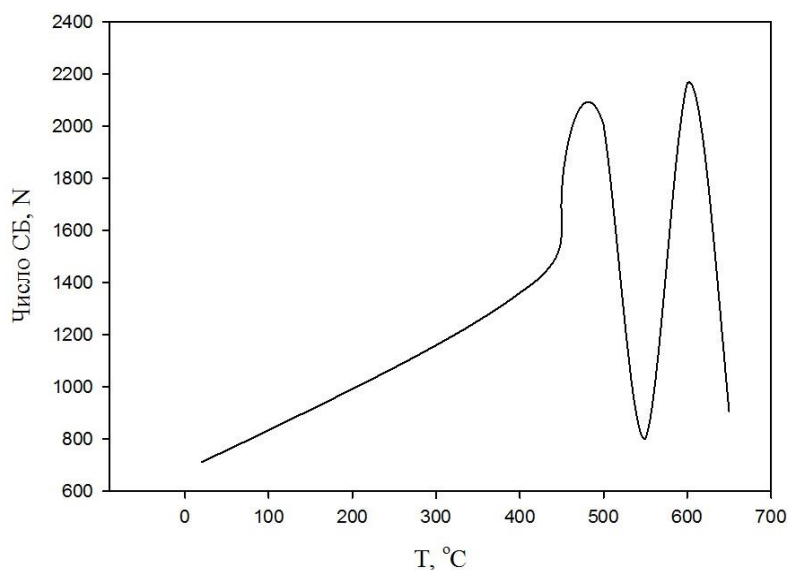
Из рис. 1 видно, что имеется два этапа кристаллизации сплава. Кристаллизация протекает в интервале температур от 520 °С до 550 °С. Первой стадией кристаллизации может быть выделение мелких нанокристаллов промежуточных метастабильных фаз, а второй стадией образование непосредственно нанокристаллического состояния. Вид этой зависимости очень похож на тот, который наблюдался в других исследованиях. Таким образом, обнаружена температурная область, при которой происходит кристаллизация аморфного сплава 2НСР.





**Рис. 1.** ДСК кривая аморфного сплава 2HCP

Для исследования магнитных свойств вблизи обнаруженной температуры кристаллизации с помощью эффекта Баркгаузена образцы нагревали в атмосфере воздуха в диапазоне температур 450–650 °C с интервалом 50 °C с выдержкой в течение 3 минут. Скорость нагрева сплава была порядка (300÷400) °C/мин. В результате обработки экспериментальных данных была получена зависимость числа скачков Баркгаузена от температуры отжига сплава 2HCP (рис. 2).



**Рис. 2.** Зависимость числа скачков Баркгаузена от температуры отжига аморфного сплава 2HCP

Из полученных результатов видно, что есть температурная область (вблизи 550 °C), в которой число скачков резко уменьшается, однако, остается на уровне сравнимым с тем, который наблюдается при более низких температурах отжига.

Сопоставление данных с результатами ДСК показывают, что изменения лежат в интервале температур близких к температуре кристаллизации

аморфного сплава. При температурном нагреве на поверхности образцов образуется большое число центров кристаллизации (нанокристаллических частиц размером 10-20 нм). Предполагается, что эти нанокристаллические частицы являются неким «барьером» [2], который проявляется как провал по числу скачков в области кристаллизации при изучении эффекта Баркгаузена.

В настоящей работе с использованием оригинальной методики исследовано влияние термической предыстории на характеристики скачков Баркгаузена аморфного сплава 2НСП. Обнаружена немонотонная зависимость числа скачков Баркгаузена от температуры отжига вблизи фазового перехода.

### **Список литературы**

1. *Спивак Л. В., Ратт А. В.* Дифференциальный калориметрический анализ и термограмметрия при фазовых переходах в конденсированных средах: учеб.-метод. пособие; Перм. гос. ун-т. Пермь, 2007. 88 с.
2. *Гусев А. И.* Нанокристаллические материалы: методы получения и свойства. Екатеринбург: УрО РАН, 1998. 200 с.

# ПРИМЕНЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ ЭКСТИНКЦИИ ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИХ СХЕМ

М. В. Спирин<sup>а</sup>, А. В. Трегубов<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>б</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
614990, Пермь, Комсомольский пр., 29

На базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ), принцип работы которых основан на эффекте Саньяка [1], создаются навигационные системы, используемые в авиации, кораблях и других транспортных средствах.

Одним из ключевых компонентов ВОГ является интегрально-оптическая схема (ИОС), которая представляет собой подложку из ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$  (Х-срез) с протонообменными волноводами. ИОС в волоконно-оптическом гироскопе выполняет функции трех устройств: поляризатор, фазовый модулятор и разветвитель каналов.

Однако ИОС не является идеальным поляризатором. Вследствие этого, после попадания деполаризованного света в ИОС, в выходном волокне после ИОС, кроме рабочей  $TE$ -моды (вектор напряженности электрического поля колеблется в плоскости, параллельной кристаллографическому направлению  $Z$  в ниобате лития  $\text{LiNbO}_3$ ) также имеется паразитная  $TM$ -мода (вектор напряженности электрического поля колеблется в плоскости, параллельной кристаллографическому направлению  $X$  в ниобате лития  $\text{LiNbO}_3$ ). При этом важно отметить, что волноводной является только  $TE$ -мода, а в подложку из ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$  попадает как  $TE$ -, так и  $TM$ -мода. В данной работе не рассматривается распространение  $TE$ -моды в подложке (эффект амплитудной модуляции).

На первый взгляд, попадание  $TM$ -моды в выходное волокно не может привести к отрицательным последствиям, т.к.  $TE$ - и  $TM$ -моды поляризованы ортогональны и не могут интерферировать. Однако вследствие отсутствия идеального сохранения поляризации на стыковке оптического волокна с ИОС (коэффициент поляризации может составлять  $5 \div 30$  дБ при различных температурах) и в местах сварок оптических волокон (коэффициент поляризации составляет  $25 \div 50$  дБ) происходит паразитная интерференция. Результатом такой паразитной интерференции является отклонение (по периодическому закону) реальной угловой скорости от угловой скорости, измеренной при помощи ВОГ, что является признаком наличия паразитного интерферометра в схеме ВОГ. Эффективность ИОС как поляризатора можно характеризовать поляризационной экстинкцией ИОС  $PER_{\text{ИОС}}$ , показывающей отношение мощности  $TM$ -моды к мощности  $TE$ -моды в логарифмическом масштабе.

Одним из способов уменьшения поляризационной экстинкции является применение пространственных фильтров в ИОС [2-5]: пазов, выполненных вдоль кристаллографического направления  $Z$  в ниобате лития  $LiNbO_3$  и отверстий, параллельных кристаллографическому направлению  $X$  в ниобате лития  $LiNbO_3$ .

Цель: исследовать влияние различных топологий пространственных фильтров на поляризационную экстинкцию ИОС  $PER_{IOC}$ .

Задачи:

1. Определить методику обработки измерений  $PER_{IOC}$ ;
2. Измерить  $PER_{IOC}$  для ИОС с различной топологией пространственных фильтров;
3. Сравнить полученные результаты.

Для нахождения  $PER_{IOC}$  используется прибор PXA-1000, измеряющий перекрестные поляризационные помехи  $помеха_i$  (дБ), зная которые, можно найти  $PER_{IOC}$ :

$$PER_{IOC} = 10 \lg \left( \sum_i \frac{Power_{TMi}}{Power_{TEi}} \right) = 10 \lg \left( \sum_i 10^{\frac{помеха_i (дБ)}{10}} \right),$$

$$помеха_i = 10 \lg \left( \frac{Power_{TMi}}{Power_{TEi}} \right).$$

Принципиальная схема работы PXA-1000 показана на рисунке 1.

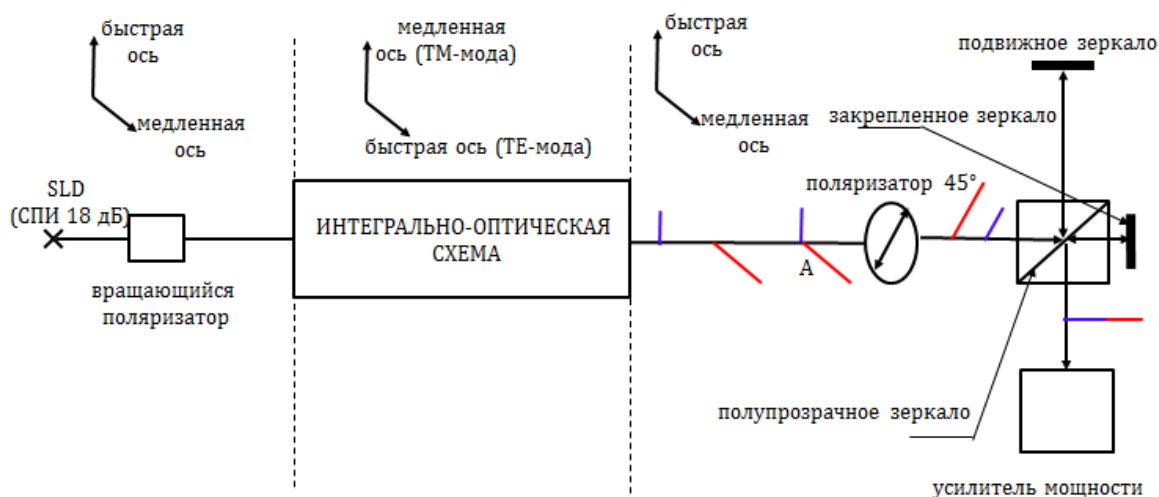


Рис. 1. Принципиальная схема работы PXA-1000

Источником света в PXA-1000 является SLD-лазер, коэффициент поляризации которого составляет  $\approx 18$  дБ. При этом свет распространяется по «медленной оси» оптического волокна, затем переходя в «быструю ось» ИОС (под «медленной осью» понимается направление в материале с показателем преломления большим, чем в ортогональном направлении, при

этом «медленная» и «быстрая» ось перпендикулярны направлению света). Далее частично линейно-поляризованное излучение попадает на поляризатор, вращая который можно регулировать мощность оптического сигнала, проходящего через поляризатор. При максимальной мощности оптического сигнала имеем случай распространения минимальной мощности  $TM$ -моды в подложке. Средняя мощность оптического сигнала эквивалентна попаданию в ИОС деполаризованного излучения, при этом в подложке распространяется мощность  $TM$ -моды, в два раза больше, чем в случае максимальной оптической мощности сигнала.

На экспериментальном графике пики, высота которых не зависит от мощности оптического сигнала, показывают коэффициенты поляризации сварок оптических волокон, стыковок оптического волокна с ИОС, коннекторов (между вращающимся поляризатором и оптическим волокном и другие).

Пики, высота которых меняется при изменении мощности, являются перекрестными поляризационными помехами ИОС, используемыми при расчете  $PER_{\text{юс}}$  согласно (12).

После попадания излучения в ИОС, свет разделяется на два волновых пакета:  $TE$ -мода и  $TM$ -мода.  $TE$ -мода на выходе из ИОС опережает  $TM$ -моду, т.к.  $TE$ -мода распространяется по «быстрой» оси, а  $TM$ -мода распространяется по «медленной» оси, также  $TM$ -мода претерпевает отражения по сравнению с  $TM$ -модой.

После ИОС «быстрая» ось переходит в «медленную» и наоборот. В результате чего паразитный волновой пакет ( $TM$ -мода) догоняет волновой пакет с  $TE$ -модой и происходит паразитная интерференция согласно (4). Такая интерференция фиксируется при помощи интерферометра Майкельсона, включающего поляризатор, расположенный под углом  $45^\circ$  по отношению к «быстрой» и «медленной» осям, систему зеркал (полупрозрачное, закрепленное и подвижное зеркала) и фотоприемник (рис. 1). Данные с фотоприемника преобразуются в интерферограмму при помощи программной части РХА-1000.

Результаты измерений  $PER_{\text{юс}}$  исследуемых ИОС представлены в таблице 1.

Таблица 1. Анализ ИОС с различной топологией пространственных фильтров

тип пространственного фильтра	$PER_{\text{юс}}$ (среднее), дБ	$\Delta PER_{\text{юсжст}}$ (эксперимент), дБ
отсутствует	- 43	-
три паза шириной $w = 0,16$ мм и высотой $h = 0,4$ мм	- 44,5	1,5
три паза шириной 2,3 мм и высотой 0,9 мм и три отверстия радиусом 145 мкм	- 50	7

Пазы с большей высотой и шириной в ИОС позволяют достичь лучших результатов уменьшения поляризационной экстинкции (таблица 1). А

именно: в ходе измерений для ИОС без пространственных фильтров  $PER_{ioc} = -43 \text{ дБ}$ , ИОС с пазами шириной  $w = 0,16 \text{ мм}$  и высотой  $h = 0,4 \text{ мм}$   $PER_{ioc} = -44,5 \text{ дБ}$ , ИОС с пазами шириной  $w = 2,3 \text{ мм}$  и высотой  $h = 0,9 \text{ мм}$  и тремя отверстиями радиусом  $145 \text{ мкм}$   $PER_{ioc} = -50 \text{ дБ}$ .

При этом важно отметить, что конструкция отверстий не является эффективной, т.к. диаметр отверстий ( $290 \text{ мкм}$ ) намного меньше ширины ИОС ( $3,2 \text{ мм}$ ) и отверстия не могут препятствовать боковым отражениям. Следовательно, улучшение экстинкции может быть связано только с наличием пазов шириной  $w = 2,3 \text{ мм}$  и высотой  $h = 0,9 \text{ мм}$ .

### Список литературы

1. Малыкин Г. Б. Эффект Саньяка. Корректные и некорректные объяснения, Успехи физических наук. 2000. Т. 170. № 12. С. 1325–1326.
2. Guattari F., Lefevre H. Integrated optical circuit with an off-center groove // Patent №: US20130202250 A1. 2013.
3. Lefevre H., Guattari F. Integrated optical circuit with traversing attenuation zone // Patent № WO2013107984 A1. 2013.
4. Lefevre H., Guattari F. Attenuated primary reflection integrated optical circuit // Patent № US20130202249 A1. 2013.
5. Kissa K. M. Optical substrate with light absorbing segments // Patent № US5321779 A. 1994.

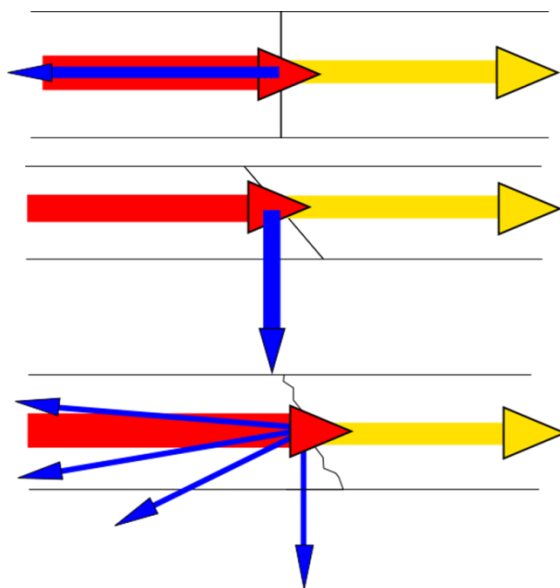
## ОБРАТНЫЕ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОМ ГИРОСКОПЕ

К. М. Фадеев, Р. С. Пономарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Одним из дефектов, проявляющихся при работе волоконно-оптического гироскопа, является зона нечувствительности – невозможность детектирования малых значений угловой скорости. Главной причиной возникновения зоны нечувствительности являются высокие обратные отражения.

Основным источником обратных отражений является френелевское отражение, которое возникает при резком изменении плотности оптического материала [1]. Такие изменения имеются на стыках оптического волокна и волновода в кристалле. В оптическом гироскопе стыковка волокна и чипа модулятора происходит с помощью стыковочных модулей. При перпендикулярном резе места стыка волокна и модулятора часть сигнала отражается и «ослепляет» ФПУ, тем самым препятствуя регистрировать малые изменения угловой скорости. Метод решения проблемы френелевских отражений прост: необходимо создавать стыки под углом (примерно  $10\text{--}15^\circ$ ) к линии распространения света, тогда отраженные лучи по законам геометрической оптики уходят «в бок» (рис. 1б). Однако добиться идеально ровной поверхности достаточно трудно. Это связано с технологическими причинами, которые будут рассмотрены ниже. Из-за шероховатости поверхности в ФПУ приходит часть обратных отражений (рис. 1в).



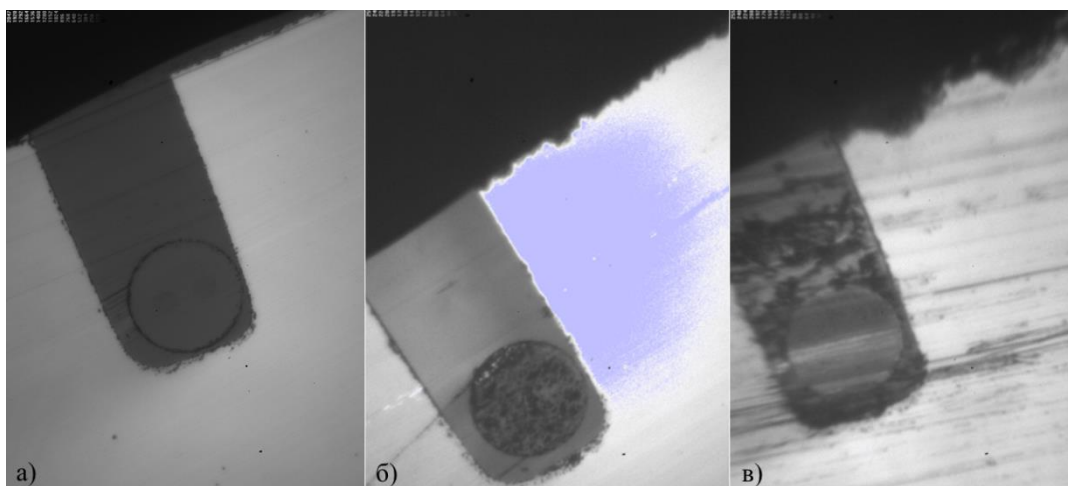
**Рис. 1.** Схематичный ход лучей на стыке оптического волокна:  
а) при перпендикулярном срезе; б) при идеально ровном косом срезе;  
в) при косом срезе с дефектами

Целью данной работы является выявление возможных источников высоких обратных отражений пигтейлов, обусловленных особенностями их производства и конструкции.

Задачи:

- Исследовать причины возникновения дефектов на пигтейлах.
- Определить оптимальные параметры процесса дисковой резки и последующей обработки пигтейла.

Создание торцов пигтейлов под определенным углом к линии распространения света производится дисковой резкой. После дисковой резки пигтейл должен обладать ровным торцом. Однако нередко на практике торцы пигтейлов содержат дефекты, которые создают обратные отражения и снижают чувствительность гироскопа. Бракованными считаются пигтейлы, имеющие значения обратных отражений больше чем - 60 дБ. Дефекты делят на два типа: сколы (дефекты в форме точек) и линии реза (горизонтальные прямые) (рис. 2б, в).



**Рис. 2.** Типы дефектов пигтейла после дисковой резки: а) чистый пигтейл; б) сколы; в) линии реза

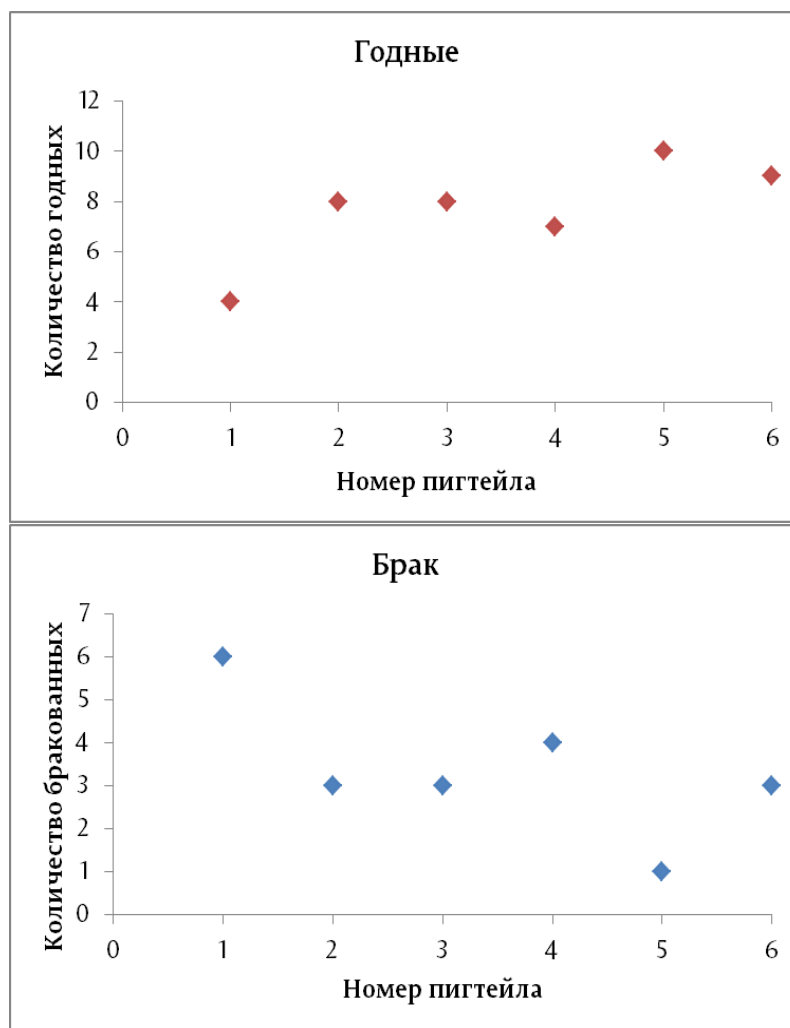
Причинами возникновения таких дефектов являются следующие факторы:

- Неподходящая зернистость диска;
- Износ диска;
- Вибрации диска при большом числе оборотов [2];
- Неоптимальные условия резки (температура диска, скольжение между диском и образцом).

Первые два фактора устраняются на производстве контрольными мероприятиями: ведением журнала использования диска, следованием инструкциям и своевременной сменой диска. Воздействие третьего фактора – вибрации диска при большом числе оборотов, отследить достаточно трудно. Большой вклад в создание дефектов вносит последний пункт – неоптимальные условия резки. Исследовав более 60 образцов, которые были отсортированы на годные (обратные отражения меньше - 60 дБ) и



бракованные (оптические отражения больше -60 дБ), была найдена зависимость качества пигтейлов от их порядкового номера при резке (рис. 3).



**Рис. 3.** Зависимость качества пигтейлов от их порядкового номера при резке.

Таким образом, было выяснено, что чаще всего бракованными оказываются те стыковочные модули, которые режутся первым. И наоборот, наиболее качественными пигтейлами оказывались последние. Это может говорить о том, что во время начала резки диск не имеет нужного количества оборотов, оптимальной температуры или других необходимых факторов.

Одним из самых качественных методов устранения дефектов на торце пигтейла является полировка.

Операция полирования способствует заметному снижению значения обратных отражений. Был проведен эксперимент, в котором бракованные пигтейлы (обратные отражения больше -60 дБ) отполировали на установке Krell. Среднее значение обратных отражений (ОО) для полированных пигтейлов составило -75 дБ. Значения ОО у стыковочных модулей с полировкой на Krell стабильны, все проверенные пигтейлы по обратным отражениям находятся в допуске и не имеют значения ОО выше - 60 дБ.

Однако после полировки образовалась другая проблема. Стали наблюдаться ухудшения еще одной из главных характеристик ВОГ – коэффициента сохранения поляризации излучения ( $K_{\text{спи}}$ )

$$K_{\text{спи}} = 10 \cdot \lg \left( \frac{I_{\text{TE}}}{I_{\text{TM}}} \right),$$

где  $I_{\text{TE}}$  – интенсивность излучения с ТЕ-поляризацией,  $I_{\text{TM}}$  – интенсивность излучения с ТМ-поляризацией.  $K_{\text{спи}}$  измеряется в децибелах. Максимальное значение  $K_{\text{спи}}$  для используемого оптического волокна составляет 40 дБ. Соединение считается годным, если при стыковке с чипом интегральной схемы  $K_{\text{спи}}$  выходного излучения составляет не менее 26 дБ.

В ходе работы было установлено, что причинами возникновения дефектов на торце пигтейлов являются:

- Неподходящая зернистость диска;
- Износ диска;
- Вибрации диска при большом числе оборотов;
- Неоптимальные условия резки (температура диска, скольжение между диском и образцом).

Было выявлено, что при помощи полировки можно заметно улучшить качество поверхностей на торцах стыковочных модулей, что способствует снижению значения обратных отражений и уменьшению зоны нечувствительности. Однако полировка увеличивает значение  $K_{\text{спи}}$ , которое наряду со значением обратных отражений является главной характеристикой ВОГ.

Работа по данной теме будет продолжаться. На следующем этапе предстоит выяснить, каким именно образом полировка изменяет значение  $K_{\text{спи}}$  и можно ли это исправить.

### Список литературы

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 4. Оптика. М.: Физматлит, 2002. 792 с.
2. Иванов В. И. Методы резки кремниевых приборных пластин на чипы в производстве органических микродисплеев. МГУПИ, 2014. 21 с.

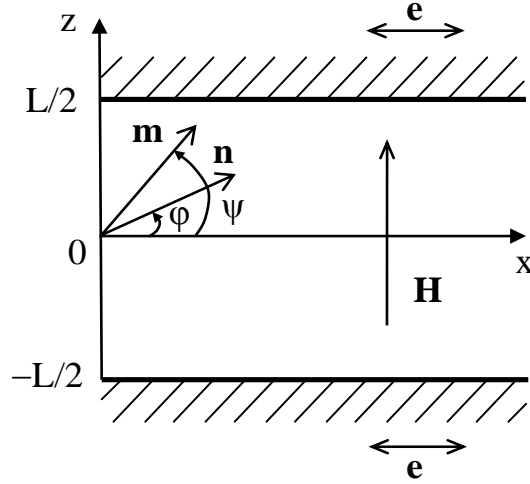
## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРОВ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ПЕРЕХОДОВ В КОМПЕНСИРОВАННЫХ ФЕРРОНЕМАТИКАХ

Д. А. Петров, Д. И. Батраков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Одним из актуальных направлений современных исследований является физика мягких конденсированных материалов, к которым относятся расплавы и растворы полимеров, жидкие кристаллы (ЖК) и коллоиды. Исследование таких систем является одним из актуальных направлений современной науки. Наличие разнообразных межмолекулярных и межчастичных взаимодействий, а также внутренних степеней свободы таких систем приводят к большому разнообразию интересных физических явлений. Мы будем рассматривать ферронематики (ФН) – суспензии анизометричных частиц ферромагнетика на основе нематического жидкого кристалла [1]. Интересная физика ФН обусловлена наличием двух разных механизмов ориентационного отклика суспензии на приложенное магнитное поле. Первый из механизмов связан с дисперсионной средой – жидким кристаллом, а второй – с наличием дисперсной фазой (феррочастицы). Благодаря наличию сил поверхностного сцепления между примесными частицами и ЖК-матрицей оба механизма взаимосвязаны между собой и тем самым определяет ориентационную и магнитную структуру ФН во внешнем магнитном поле. Благодаря двум механизмам ориентационного отклика на приложенное магнитное поле магнитная восприимчивость ФН на несколько порядков выше, чем у чистых ЖК и они могут управляться меньшими магнитными полями.

Рассмотрим ориентационные переходы в слое ФН толщиной  $L$ , находящегося между двумя параллельными пластинами. Ось  $x$  системы координат направлена параллельно пластинам ячейки, а ось  $z$  перпендикулярно им, начало координат находится в середине слоя. Сцепление директора  $\mathbf{n}$  с границами слоя будем полагать жестким и планарным, а сцепление феррочастиц с ЖК-матрицей – мягким и планарным. Постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$  направим поперек слоя вдоль оси  $z$ . Будем рассматривать ФН на основе ЖК с отрицательной анизотропией диамагнитной восприимчивости ( $\chi_a < 0$ ), поэтому директор стремился ориентироваться перпендикулярно внешнему полю (см. рис. 1). Предполагается, что в отсутствии магнитного поля ФН является компенсированным, то есть в нем имеются равные объемные доли примесных частиц с магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно директору, и в целом ФН не намагничен.



**Рис. 1.** Слой ферронематика во внешнем магнитном поле.  
Выбор системы координат

Задача решалась в рамках континуальной теории, нами рассматривались следующие вклады в плотность свободной энергии

$$F_v = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5,$$

$$F_1 = \frac{1}{2} [K_1 (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_3 (\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2],$$

$$F_2 = \frac{1}{2} |\chi_a| (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_3 = -M_s (f_+ - f_-) (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}),$$

$$F_4 = -\frac{w_p}{d} (f_+ + f_-) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2, \quad F_5 = \frac{k_b T}{v} (f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-),$$

где  $K_1, K_2, K_3$  – модули ориентационной упругости;  $\mathbf{m}$  – единичный вектор намагниченности;  $M_s$  – намагниченность насыщения материала феррочастиц;  $f_+$  и  $f_-$  – объемные доли частиц с магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно директору соответственно;  $w_p$  – плотность энергии сцепления магнитных частиц с ЖК-матрицей;  $d$  – поперечный диаметр частицы;  $v$  – объем частицы;  $k_b$  – постоянная Больцмана и  $T$  – температура.

В рассматриваемой геометрии компоненты директора и намагниченности можно представить в следующем виде

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)), \quad \mathbf{m} = (\cos \psi(z), 0, \sin \psi(z)).$$

Здесь  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  – углы отклонения директора и намагниченности от оси легкого ориентирования соответственно (см. рис.1).

Задача решалась в безразмерном виде и мы использовали следующие безразмерные параметры: координату  $\zeta = z/L$ , напряженность магнитного поля  $h = HL\sqrt{|\chi_a|/K_1}$ , приведенные объемные доли феррочастиц  $g_{\pm} = f_{\pm}/\bar{f}$  ( $\bar{f} = Nv/V$  – средняя объемная доля дисперсной фазы ФН,  $N$  – число частиц в системе,  $V$  – объем образца),  $k = K_3/K_1$  – коэффициент,

определяющий анизотропию ориентационной упругости, а также безразмерные материальные параметры  $b = M_s \bar{f} L / \sqrt{K_1 |\chi_a|}$ ,  $\kappa = k_b T \bar{f} L^2 / K_1 v$ ,  $\sigma = 2 w_p \bar{f} L^2 / K_1 d$  [2].

Минимизация свободной энергии по углам  $\varphi$  и  $\psi$ , а также приведенным долям магнитных частиц  $g_{\pm}$  позволяет получить систему уравнений ориентационного и магнитного равновесия

$$\begin{aligned} K(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + \frac{1}{2} \frac{dK(\varphi)}{d\varphi} \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi - \sigma (g_+ + g_-) \sin 2(\varphi - \psi) &= 0, \\ bh \cdot \text{th} \left( \frac{bh}{\kappa} \sin \psi \right) \cos \psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi) &= 0, \\ g_{\pm} = Q \exp \left\{ \pm \frac{bh}{\kappa} \sin \psi(\zeta) + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi(\zeta) - \psi(\zeta)) \right\}, \\ Q^{-1} = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi - \psi) \right\} 2 \text{ch} \frac{bH}{\kappa} \sin \psi dz. \end{aligned} \quad (1)$$

Система уравнений равновесия (1) с условием жесткого планарного сцепления директора с границами слоя

$$\varphi(-1/2) = \varphi(1/2) = 0 \quad (2)$$

допускает несколько тривиальных решений. Первое из них отвечает компенсированной фазе  $\varphi(\zeta) = \psi(\zeta) = 0$ ,  $g_+(\zeta) = g_-(\zeta) = 1/2$ , соответствующей однородной планарной текстуре ФН ( $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{e} \perp \mathbf{H}$ ), в которой директор и феррочастицы направлены вдоль оси легкого ориентирования  $\mathbf{e}$ . Компенсированная фаза теряет устойчивость, когда внешнее магнитное поле превосходит некоторое пороговое значение  $h_c$ , известное как поле Фредерикса [3]. Вблизи  $h_c$  углы отклонения директора  $\varphi(\zeta)$  и намагниченности  $\psi(\zeta)$  от оси легкого ориентирования малы, поэтому в низшем порядке разложения системы (1) получим уравнение

$$\frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} + \left( \frac{2\sigma b^2 h_c^2}{2\sigma\kappa - b^2 h_c^2} - h_c^2 \right) \varphi = 0,$$

которые с граничными условиями (2) имеет решение  $\varphi = \varphi_0 \cos(\pi\zeta)$ , где  $\varphi_0$  – значение угла отклонения директора от оси легкого ориентирования, отвечающее середине слоя ФН. Из условия существования решения находим уравнение для порогового поля  $h_c$

$$\pi^2 = \frac{2\sigma b^2 h_c^2}{2\sigma\kappa - b^2 h_c^2} - h_c^2. \quad (3)$$

Исследуем характер перехода Фредерикса, для этого представим выражение для свободной энергии в виде разложения Ландау вблизи

порогового поля  $h_c$ . Это можно сделать, учитывая, что распределения директора, намагниченности и концентрации магнитных частиц близки к однородному  $\varphi(\zeta) \ll 1$ ,  $\psi(\zeta) \ll 1$ ,  $g_+(\zeta) = g_-(\zeta) = 1/2$ , тогда получим

$$\tilde{F} = \tilde{F}_{0c} + \frac{\alpha_c}{2}(h_c + h)\varphi_c^2 + \frac{\beta_c}{2}\varphi_0^4. \quad (4)$$

Коэффициенты разложения имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{0c} &= -\kappa \ln(2) - \sigma, & \alpha_c &= h_c(1 - b^2 s_c^2 / \kappa), \\ \beta_c &= \frac{1}{4\kappa} \left( 4k\kappa\pi^2 + (h_c^2 + \pi^2)^2 + (h_c^2 + \pi^2) \frac{4\sigma b^2 h_c^2 (6\kappa^2 + b^2 h_c^2)}{(2\sigma\kappa - b^2 h_c^2)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4(h_c^2 + \pi^2)^2 b^2 h_c^2 \kappa \sigma}{(2\sigma\kappa - b^2 h_c^2)^2} \right), & s_c &= \frac{2\sigma\kappa}{(2\sigma\kappa - b^2 h_c^2)}. \end{aligned}$$

Минимизация разложения (13) по  $\varphi_0$  дает выражение для угла ориентации директора в середине слоя вблизи порогового поля  $h_c$

$$\varphi_0 = \pm \sqrt{\frac{\alpha_c}{\beta_c}}(h - h_c). \quad (5)$$

Анализ коэффициентов  $\alpha_c$  и  $\beta_c$  показал, что они являются положительными. Из выражения (5) видно, что  $\varphi_0$  принимает действительные значения только при  $h \geq h_c$ , следовательно, переход Фредерикса может быть только переходом второго рода.

Кроме компенсированной фазы система уравнений равновесия (1) допускает еще одно однородное решение, которое соответствует планарной текстуре ФН ( $\mathbf{n} \parallel \mathbf{e} \perp \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$ ) с директором, направленным вдоль оси легкого ориентирования  $\mathbf{e}$  и с намагниченностью, ориентированной в направлении поля (фаза насыщения)  $\varphi(\zeta) = 0$ ,  $\psi(\zeta) = \pi/2$ ,  $g_{\pm} = Q \exp(\pm bh/\kappa)$ ,  $Q = \text{ch}^{-1}(bh/\kappa)/2$ . Аналогично процедуре определения поля перехода Фредерикса можно получить уравнение для порогового поля перехода из неоднородного состояния в фазу насыщения  $h_r$

$$\pi^2 = \frac{2\sigma b h_r}{b h_r - 2\sigma \text{cth}(b h_r / \kappa)} - h_r^2. \quad (6)$$

Для определения характера ориентационного перехода между неоднородной фазой и состоянием насыщения представим выражение для свободной энергии ФН в виде разложения Ландау вблизи порогового поля перехода  $h_r$ , учитывая, что  $\varphi(\zeta) \ll 1$ ,  $\psi(\zeta) = \pi/2 - \delta\psi(\zeta)$ ,  $\delta\psi \ll 1$  и  $g_{\pm}(\zeta) = Q \exp\{\pm bh/\kappa\}$ , где  $Q^{-1} = 2\text{ch}(bh/\kappa)$ . Тогда получим

$$\tilde{F} = \tilde{F}_{0r} + \frac{\alpha_r}{2}(h_r - h)\varphi_0^2 + \frac{\beta_r}{4}\varphi_0^4. \quad (7)$$

Поле перехода  $h_r$  определяется уравнением (6), а коэффициенты разложения имеют вид

$$\tilde{F}_{0r} = -\kappa \ln \left( 2 \operatorname{ch} \left( \frac{bh}{\kappa} \right) \right), \quad \alpha_r = -h_r - \frac{2b^2 h_r s_r^2 + b\kappa \operatorname{sh}(2bh_r/\kappa)}{4\kappa \operatorname{ch}(2bh_r/\kappa)^2},$$

$$\beta_r = \frac{1}{4\kappa} \left( 4k\pi^2 + 3bh_r \operatorname{th} \left( \frac{bh_r}{\kappa} \right) \cdot s_r^2 (2 + s_r)^2 \right) (\kappa - \rho).$$

Здесь введены обозначения

$$\rho = \frac{(\pi^2 - h_r^2)^2 + 3s_r^4 b^2 h_r^2 \operatorname{ch}(bh_r/\kappa)^{-2}}{4K\pi^2 + 3bh_r \operatorname{th}(bh_r/\kappa) \cdot s_r^2 (2 + s_r)^2}, \quad s_r = \frac{2\sigma}{bh_r \operatorname{th}(bh_r/\kappa) - 2\sigma}.$$

Минимизация свободной энергии (7) по  $\varphi_0$  позволяет получить выражение для угла отклонения директора в центре слоя вблизи поля перехода в состояние насыщения  $h_r$

$$\varphi_0 = \pm \sqrt{\frac{|\alpha_r|}{\beta_r}} (h_r - h). \quad (8)$$

Характер перехода неоднородная фаза – фаза насыщения определяется знаком коэффициента  $\beta_r$ , т.к.  $\alpha_r$  принимает только отрицательные значения. Таким образом если  $\beta_r < 0$  ( $\kappa - \rho < 0$ ), то переход из неоднородного состояния в состояние насыщения является переходом первого рода, когда  $\varphi_0$  принимает действительные значения в полях  $h > h_r$ , а для  $\beta_r > 0$  ( $\kappa - \rho > 0$ ) – второго рода, когда  $\varphi_0$  принимает действительные значения при  $h \leq h_r$ .

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-02-96001).

### Список литературы

1. Garbovskiy Y. A., Glushchenko A. V. Liquid crystalline colloids of nanoparticles: preparation, properties, and applications // Solid State Physics. 2010. Vol. 62. P. 1–74.
2. Zakhlevnykh A. N., Petrov D. A. Magnetic field induced orientational transitions in soft compensated ferronematics // Phase Transitions. 2014. Vol. 87, No. 1. P. 1–18.
3. Stewart I. W. The static and dynamic continuum theory of liquid crystals. Taylor & Francis, 2004. P 360.

## ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В НЕМАТИЧЕСКОМ ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ, ДОПИРОВАННОМ НАНОТРУБКАМИ

А. Н. Захлевных, С. Ю. Гродзинская

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Углеродные нанотрубки обладают исключительными свойствами. Простейшая нанотрубка состоит из слоя ячеистой цепочки атомов углерода, который закатан в трубчатую форму. Одноосная углеродная нанотрубка имеет диаметр от 0.4 нм до 2.0 нм и длину от 20 нм до 100 нм. Одной из особенностей углеродных нанотрубок является высокое значение диамагнитной восприимчивости. Углеродные нанотрубки обладают уникальными электрическими и механическими свойствами и могут рассматриваться в качестве «строительных блоков» для нанотехнологий. Примеры возможных приложений включают в себя химические датчики, полевые транзисторы на углеродных нанотрубках, активные матрицы, органические светоизлучающие устройства отображения информации и др. Для их применения используются внешние поля для изменения поведения композитной системы. Однако при разработке указанных выше устройств оказывается необходимым обеспечить контролируемое образование ансамблей таких нанообъектов в упорядоченные структуры, т.е. нужно ориентировать главные оси углеродных нанотрубок. По этой причине весьма привлекательным выглядит использование нематических жидких кристаллов (ЖК) в качестве матрицы для диспергирования углеродных нанотрубок. Ниже точки перехода из изотропной фазы в нематическую жидкий кристалл спонтанно упорядочивается, что влечет за собой упорядочение нанотрубок.

В настоящей работе рассматривается ЖК–суспензия углеродных нанотрубок, в которых находятся ферромагнитные частицы, либо поверхность нанотрубок покрыта солями железа – так называемые функционализированные нанотрубки [1–3]. Такие нанотрубки обладают собственным магнитным моментом и аномально сильным диамагнетизмом. Будем полагать, что суспензия получена путем охлаждения из изотропной фазы в подмагничивающем поле, тогда магнитные моменты частиц в нематической фазе будут упорядочены в одном направлении. Полученную таким образом суспензию называют ферронематиком (ФН).

Рассмотрим слой ферронематика толщиной  $L$ , заключенный между двумя параллельными пластинами. Сцепление директора  $\mathbf{n}$  на границах слоя будем считать жестким и планарным, т.е. директор на границах направлен вдоль оси легкого ориентирования. Магнитное поле  $\mathbf{H} = (0, 0, H)$  направим перпендикулярно границам слоя. Найдем равновесные состояния суспензии в магнитном поле. Они отвечают минимуму свободной энергии.

Объемная плотность свободной энергии ФН содержит сумму вкладов [4]: плотность свободной энергии ориентационно - упругих деформаций поля



директора, вклады, описывающие влияние магнитного поля на диамагнитные углеродные нанотрубки, диамагнитную ЖК-матрицу и магнитные моменты феррочастиц, вклад энергии сцепления, т.е. ориентационную связь директора  $\mathbf{n}$  и намагниченности  $\mathbf{m}$ .

Под действием поля, направленного по оси  $z$ , начальная ориентация ферронематика начинает искажаться в плоскости  $(x, z)$  и компоненты директора  $\mathbf{n}$  и вектора намагниченности  $\mathbf{m}$  можно искать в виде  $\mathbf{n} = (\cos\varphi(z), 0, \sin\varphi(z))$ ,  $\mathbf{m} = (-\sin\psi(z), 0, \cos\psi(z))$ , где  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  - углы отклонения директора и намагниченности от оси легкого ориентирования  $\mathbf{e} = (1, 0, 0)$  на стенках слоя. Минимизация свободной энергии по углам  $\varphi(z)$  и  $\psi(z)$  позволяет получить систему уравнений ориентационного состояния.

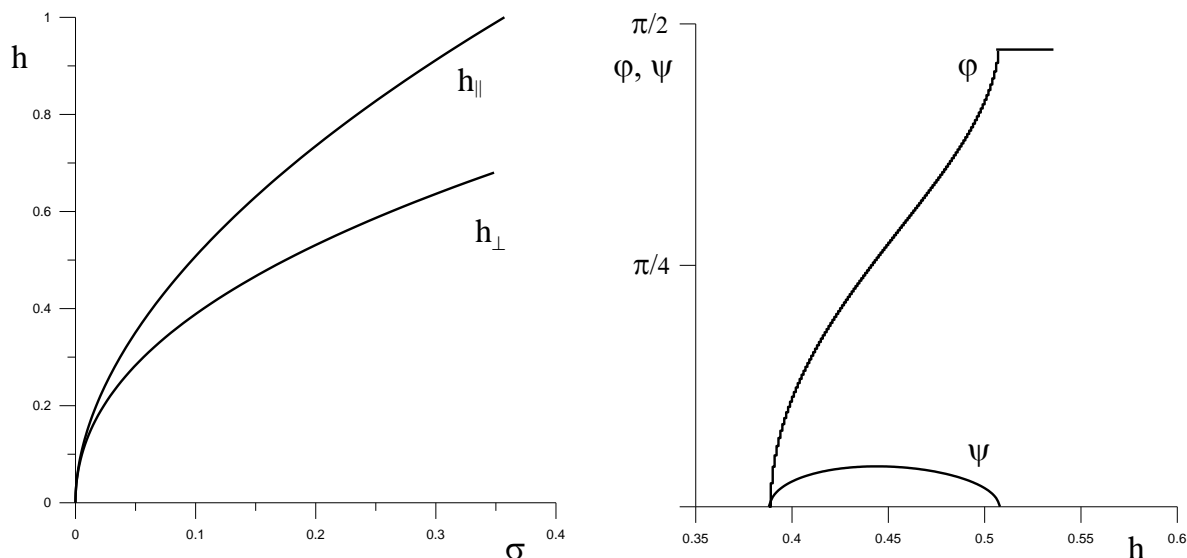
Ниже представлены результаты исследования поведения суспензии вдали от границ слоя. В этом случае система уравнений ориентационного состояния ФН допускает решения, отвечающие фазам ФН с различным типом сцепления частиц с ЖК. Одно из них –  $\varphi = \psi = 0$ , отвечает исходной однородной фазе 1 с гомеотропным сцеплением частиц и директора, частицы в ней ориентированы по полю, директор ортогонален полю  $\mathbf{n} = (1, 0, 0)$ ;  $\mathbf{m} = (0, 1, 0)$ , т.е.  $\mathbf{n} \perp \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$ . Эта фаза устойчива в полях  $h < h_{\perp}$ , где поле перехода  $h_{\perp}$  из фазы 1 в фазу 2 в зависимости от безразмерной энергии сцепления магнитных частиц с ЖК – матрицей и параметра  $\gamma$  определяется уравнением  $h_{\perp}^3 \gamma + h_{\perp}^2 + 2h_{\perp} \sigma - 2h_{\perp} \sigma \gamma - 2\sigma = 0$ .

Здесь  $h = HL\sqrt{\chi_a/K_{11}}$  – безразмерная напряженность магнитного поля,  $\gamma = f\chi_a^P / \chi_a$  – безразмерный параметр, определяющий отношение восприимчивостей углеродных нанотрубок и диамагнитной ЖК-матрицы; безразмерный параметр  $\sigma = W f L^2 / (d K_{11})$  определяет энергию сцепления магнитных частиц с ЖК-матрицей.

Фаза 2 – угловая фаза, в которой  $\varphi = \varphi_0(h, \sigma, \gamma)$ ,  $\psi = \psi_0(h, \sigma, \gamma)$ , т.е. угол между директором и намагниченностью зависит от поля и материальных параметров суспензии  $\sigma$  и  $\gamma$  и под действием магнитного поля меняется от  $\pi/2$  до нуля, т.е. в ней намагниченность и директор стремятся стать параллельными друг другу и внешнему полю. Эта фаза устойчива при  $h_{\perp} \leq h \leq h_{\parallel}$ , где уравнение для поля перехода  $h_{\parallel}$  из фазы 2 в фазу 3 в зависимости от безразмерной энергии сцепления магнитных частиц с ЖК – матрицей и параметра  $\gamma$  имеет вид  $h_{\parallel}^3 \gamma + h_{\parallel}^2 - 2h_{\parallel} \sigma - 2h_{\parallel} \sigma \gamma - 2\sigma = 0$ .

Фаза 3 – фаза магнитного насыщения, в которой угол  $\varphi = \pi/2$ ,  $\psi = 0$  [ $\mathbf{n} = (0, 1, 0)$ ,  $\mathbf{m} = (0, 1, 0)$ , т.е.  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$ ] характеризуется планарным ( $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$ ) сцеплением магнитных частиц с директором, в ней директор и магнитные частицы ориентированы по полю.

На рис. 1 показана фазовая диаграмма и зависимости углов ориентации директора и частиц от поля  $h$  при  $\gamma = 1.5$ . В полях, меньших  $h_{\perp}$ , ФН находится в начальном состоянии, отвечающем фазе 1, затем выше  $h_{\perp}$  угол  $\varphi$  растет с ростом поля (фаза 2) и при  $h = h_{\parallel}$  достигает значения  $\varphi = \pi/2$ , т.е. директор становится параллельным полю (фаза 3). Угол  $\psi$  увеличивается с ростом поля т. е. магнитные частицы отклоняются от направления поля ввиду гомеотропного сцепления с матрицей, достигает максимума, а затем стремится к нулю, т. е. частицы снова становятся параллельными полю.



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма ферронематика (слева) и зависимости углов ориентации директора и частиц (справа) от поля  $h$  при  $\gamma = 1.5$

### Список литературы

1. Mitróová Z., Koneracká M., Timko M., Jadzyn J., Vávra I., Éber N., Fodor-Csorba K., Tóth-Katona T., Vajda A., Kopcansky P. Structural transitions in nematic liquid crystals doped with magnetite functionalized single walled carbon nanotubes // *Physics Procedia*. 2010. Vol. 9. P. 41–44.
2. Mitróová Z., Tomasovicová N., Timko M., Koneracká M., Kovác J., Jadzyn J., Vávra I., Éber N., Toth-Katona T., Beaugnon E., Chaud X., and Kopcansky P. The sensitivity of liquid crystal doped with functionalized carbon nanotubes to external magnetic fields // *New J. Chem*. 2011. Vol. 35. P. 1260–1264.
3. Kopčanský P., Tomašovičová N., Timko M., Koneracká M., Závišová V., Tomčo L., Jadzyn J. The sensitivity of ferronematics to external magnetic fields // *J. of Physics: Conference Series*. 2010. Vol. 200. 072055.
4. Zakhlevnykh A. N. Threshold magnetic field and Freedericksz transition in a ferronematic // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2004. Vol. 269. P. 238–244.

# ПОТЕНЦИАЛ БИСТАБИЛЬНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СЦЕПЛЕНИЯ В НЕМАТИЧЕСКОМ ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ

А. Д. Казакова, Д. В. Макаров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Жидкие кристаллы (ЖК) представляют собой агрегатное состояние вещества, в котором свойства обычных жидкостей уникально сочетаются с макроскопической анизотропией, присущей твёрдым телам. Они обладают подвижной структурой, позволяющей изменять макроскопическое состояние ЖК при помощи сравнительно слабых внешних воздействий [1]. Важную роль в изучении ориентационной структуры ЖК играют эффекты сцепления молекул с ограничивающими жидкий кристалл поверхностями. Чаще всего при теоретическом описании ЖК применяется потенциал поверхностного сцепления, известный как потенциал Рапини [2]. Исследования показали, что такой потенциал плохо описывает ориентационную структуру ЖК при сильных деформациях поля директора.

В настоящей работе в рамках континуальной теории изучено ориентационное поведение нематического жидкого кристалла (НЖК), находящегося в контакте с плоской стенкой (рис. 1) и помещенного в однородное магнитное поле  $\mathbf{H} = (0, H, 0)$ . Проанализирована роль бистабильного потенциала поверхностного сцепления [3–4] на переориентацию директора в образце НЖК, вызванную магнитным полем.

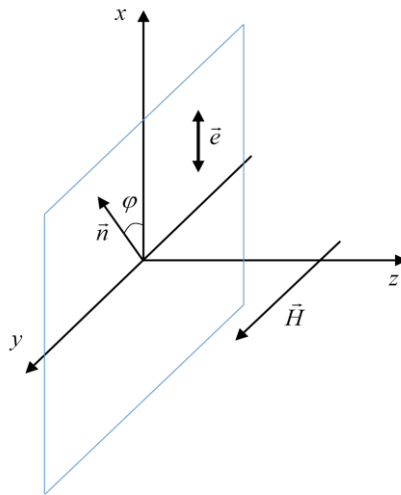


Рис. 1. Ориентация директора  $\mathbf{n}$  НЖК в магнитном поле  $\mathbf{H}$

Равновесная ориентация поля директора определяется из условия минимума полной свободной энергии НЖК, содержащей объемную и поверхностную части:

$$F = \int_V f dV + \oint_S f_s dS. \quad (1)$$

Объемный вклад дается выражением [1]

$$f = \frac{1}{2} [K_{11}(\text{div} \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \text{rot} \mathbf{n})^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \text{rot} \mathbf{n})^2] - \frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad (2)$$

где  $K_{ii}$  – модули деформации,  $\mathbf{n}$  – директор нематического жидкого кристалла,  $\chi_a > 0$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости,  $\mathbf{H}$  – внешнее однородное магнитное поле.

Будем считать, что на поверхности стенки задано мягкое планарное сцепление, описываемое бистабильным потенциалом [3, 4]

$$f_s = \frac{1}{2} w (\mathbf{n} \times \mathbf{e})^2 [1 - a (\mathbf{n} \times \mathbf{e})^2], \quad (3)$$

где  $w$  – поверхностная плотность энергии сцепления молекул НЖК с поверхностью,  $a$  – параметр поверхностной анизотропии ЖК

Ориентационные искажения плоского поля директора  $\mathbf{n}$  можно представить следующим образом:

$$\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), \sin \varphi(z), 0], \quad (4)$$

где  $\varphi(z)$  – угол поворота директора от оси легкого ориентирования.

Минимизация полной свободной энергии (1) с учетом соотношений (2)–(4) приводит к уравнению ориентационного равновесия [1, 2]

$$K_{22} \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + \chi_a H^2 \sin \varphi \cos \varphi = 0 \quad (5)$$

с граничным условием

$$-K_{22} \frac{d\varphi}{dz} + w \sin \varphi \cos \varphi [1 - 2a \sin^2 \varphi] = 0 \text{ при } z = 0. \quad (6)$$

Уравнение ориентационного равновесия (5) с учетом (6) имеет точное аналитическое решение

$$\sin \varphi = \frac{\text{th} h \zeta + \sin \varphi_0}{1 + \sin \varphi_0 \text{th} h \zeta}.$$

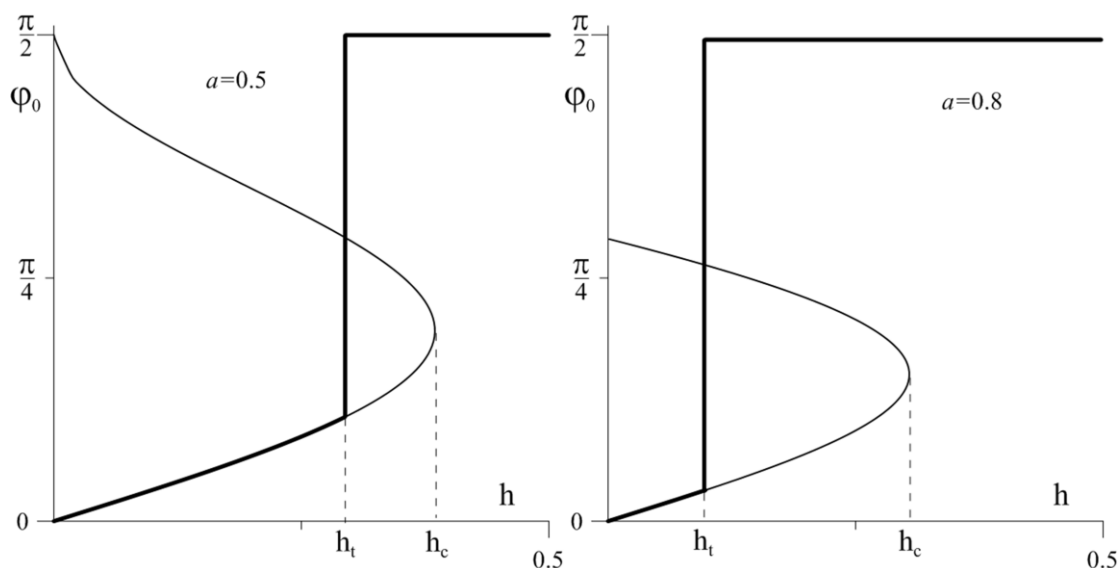
Здесь  $\zeta = z/b$  – безразмерная координата,  $b = K_{22}/w$  – экстраполяционная длина и  $h = H \sqrt{\chi_a K_{22}}/w$  – безразмерная напряженность магнитного поля.

Нетривиальные решения уравнения (6) для угла  $\varphi_0$  определяются из алгебраического уравнения  $-2a \sin \varphi_0^3 + \sin \varphi_0 = h$ .

На рис. 2 представлены зависимости угла  $\varphi_0$  поворота директора на ограничивающей поверхности как функции безразмерной напряженности магнитного поля  $h$  при различных значениях параметра  $a$ .

При напряженности магнитного поля  $h_i$ , соответствующей полю равновесного перехода, угол поворота директора меняется скачком по типу фазового перехода 1-го рода и директор выстраивается вдоль магнитного

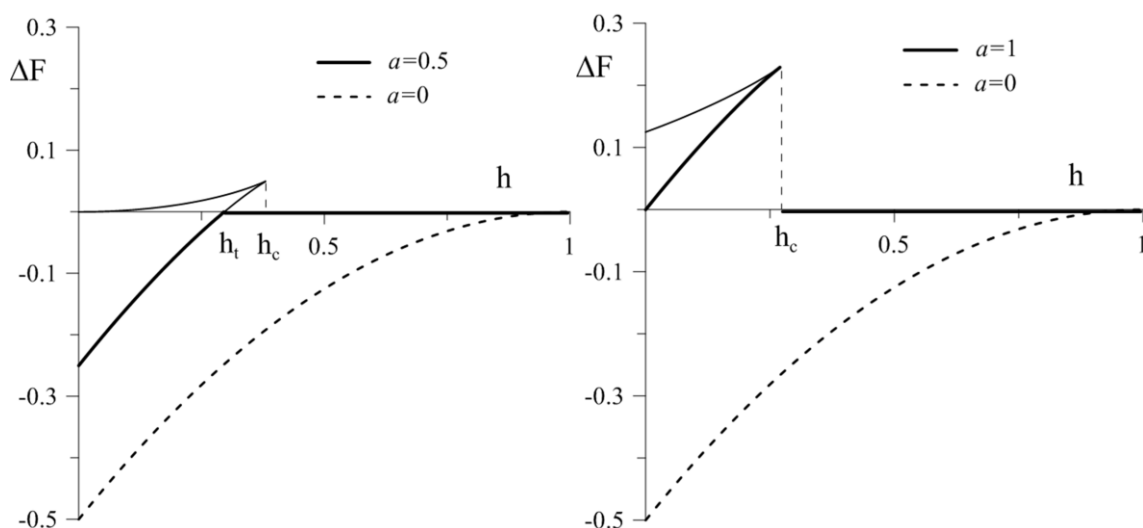
поля. Чем больше параметр  $a$ , тем меньше напряженность магнитного поля, при которой происходит ориентационный переход.



**Рис. 2.** Зависимость угла  $\varphi_0$  поворота директора от безразмерной напряженности магнитного поля  $h$  и параметра анизотропии  $a$

Для нахождения поля  $h_t$  равновесного перехода директора в однородное состояние было аналитически получено выражение для свободной энергии деформированного жидкого кристалла, отсчитываемое от энергии однородного состояния ЖК.

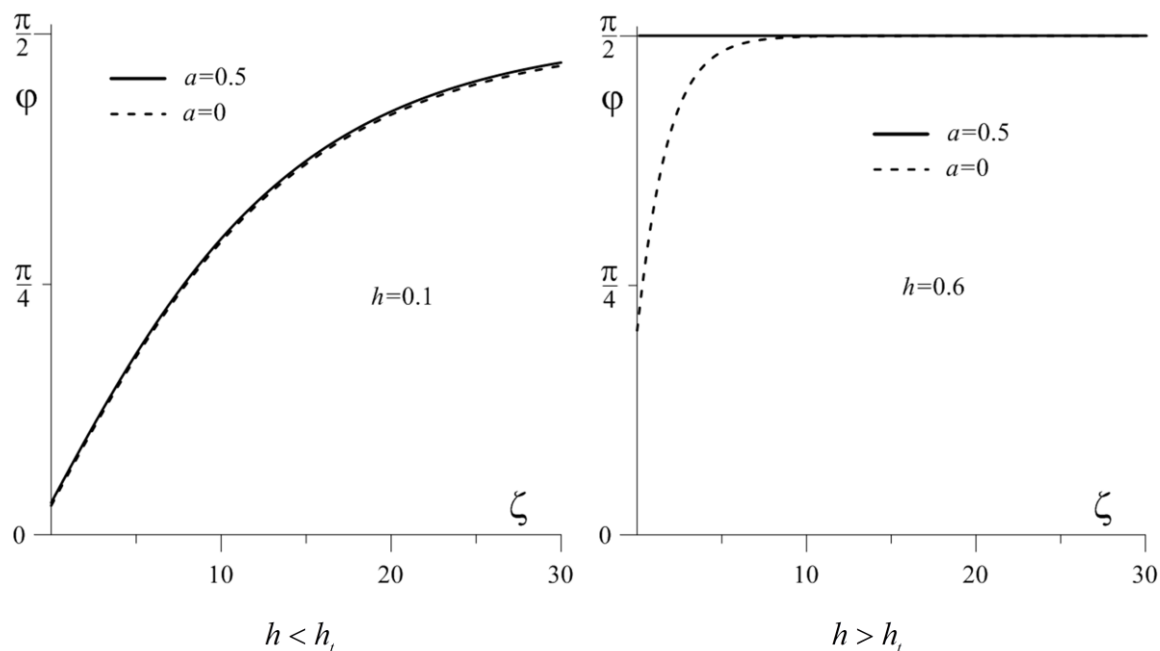
$$\Delta F = h(1 - \sin \varphi_0) + \frac{\sin^2 \varphi_0 - 1}{2} [1 - a(\sin^2 \varphi_0 + 1)] \quad (8)$$



**Рис. 3.** Зависимость свободной энергии деформированного жидкого кристалла от безразмерной напряженности магнитного поля  $h$  и параметра анизотропии  $a$

Жирными сплошными линиями на рис. 3 показаны устойчивые состояния системы, отвечающие минимуму свободной энергии (1). Пространственные

зависимости угла отклонения директора от оси легкого ориентирования для различных значений параметра  $a$  показаны на рис. 4.



**Рис. 4.** Зависимость угла  $\varphi$  отклонения директора от оси легкого ориентирования как функция безразмерной координаты  $\zeta$ ; поле равновесного перехода  $h_i = 0.3$

Из рис. 4 видно, что при значении напряжённости магнитного поля  $h < h_i$ , зависимость угла директора  $\varphi(\zeta)$  от координаты  $\zeta$  в случае бистабильного потенциала практически не отличается от зависимости, полученной с использованием потенциала Рапини. При значении же  $h > h_i$  директор во всем полупространстве уже ориентирован вдоль магнитного поля

### Список литературы

1. Блинов Л. М. Жидкие кристаллы: структура и свойства. М.: Книжный дом «Либроком», 2013. 480 с.
2. Rapini A., Papoular M. Distortion d'une lamelle nématique sous champ magnétique conditions d'ancrage aux parois // Journal de Physique. 1969. Vol. 30. C4-54 – 4-56.
3. Yang G., Ye W., Xing H., Yang Y. Equivalent anchoring energy formula of a NLC on a grating surface and VCT effect // Liquid Crystals. 2007. Vol. 34. P. 457–465.
4. Barberi R., Giocondo M., Li J., Bartolino R., Dozov I., Durand G. Fast bistable nematic display with grey scale // Applied Physics Letters. 1997. Vol. 71. P. 3495–3497.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕМАТИКО-ХОЛЕСТЕРИЧЕСКИХ СМЕСЕЙ

Д. Ю. Кулемина, В. Г. Гилев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

**Введение.** Нематико-холестерические смеси (НХС) жидких кристаллов (ЖК) – это растворы холестерических жидких кристаллов в нематическом кристалле. Эти смеси обладают спиральной закрученностью своей структуры, и в зависимости от концентрации холестерика в нематике изменяются параметры структуры [1–3]. Именно такие смеси могут быть использованы для «управления» различными теплофизическими характеристиками ЖК [4].

В настоящей работе проведено экспериментальное исследование теплофизических характеристик (температура фазовых переходов (ФП), теплоемкость и энтальпия ФП) НХС и установлены эмпирические зависимости, с помощью которых можно прогнозировать эти свойства.

**Объект исследования.** Объектом исследования является нематико-холестерическая смесь. В качестве НЖК использован метоксибензилиден-бутиланилин (МВВА), в качестве ХЖК – холестерил-пропионат (ХП). В работе исследовались смеси с массовым содержанием ХП: 5, 10, 15 и 20 процентов. Для приготовления раствора необходимой концентрации, массовая добавка ХП рассчитывалась по формуле:

$$\Delta m_x = \frac{m_{i-1}(\varphi_i - \varphi_{i-1})}{1 - \varphi_i} \quad (1)$$

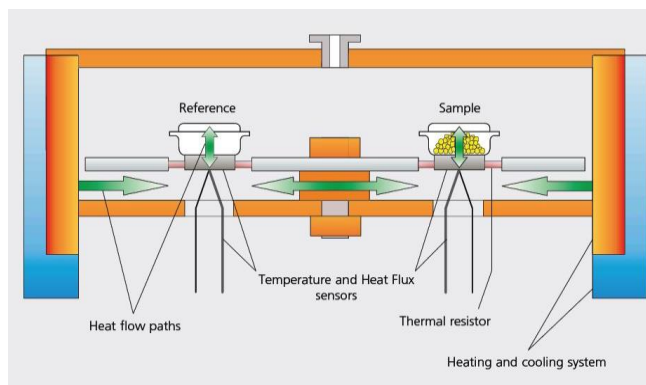
где  $\varphi_i$  и  $\varphi_{i-1}$  – концентрации нового и предыдущего растворов соответственно,  $m_{i-1}$  – масса предыдущего раствора,  $\Delta m_x$  – массовая добавка холестерика. Затем порошок ХП засыпался в пробирку с МВВА или с предыдущим раствором, которая помещалась в рабочую полость ультразвуковой ванны с температурой 50 – 60°C, где перемешивалась до получения однородного изотропного раствора. В день эксперимента НХС снова переводилась в состояние ИЖ и в таком виде помещалась в тигель.

**Экспериментальная установка.** Основу экспериментальной установки составляет дифференциальный сканирующий калориметр DSC 204 F1 Phoenix (рис. 1). Прибор позволяет проводить классические ДСК-измерения, а также измерения удельной теплоемкости конденсированных сред в интервале температур от -180 до 700 °C с погрешностью в среднем  $\pm 3\%$ . Рисунок 2 иллюстрирует принцип работы прибора. Тигель с образцом и тигель с эталоном помещаются на нагреватели прибора. С помощью программного обеспечения задается скорость изменения температуры. Программа следит за тем, чтобы скорость нагревания была абсолютно одинаковой в течение всего эксперимента так, чтобы два разных тигля нагревались точно с одина-

ковой скоростью. В силу того, что один тигель пустой, а другой содержит образец, для нагревания с одинаковой скоростью нагревателям необходимо выделять разное количество теплоты. И именно насколько больше тепла он должен выделять измеряется в ДСК-приборе. Таким образом, ДСК-кривая представляет собой график зависимости разности теплот образца в зависимости от температуры.

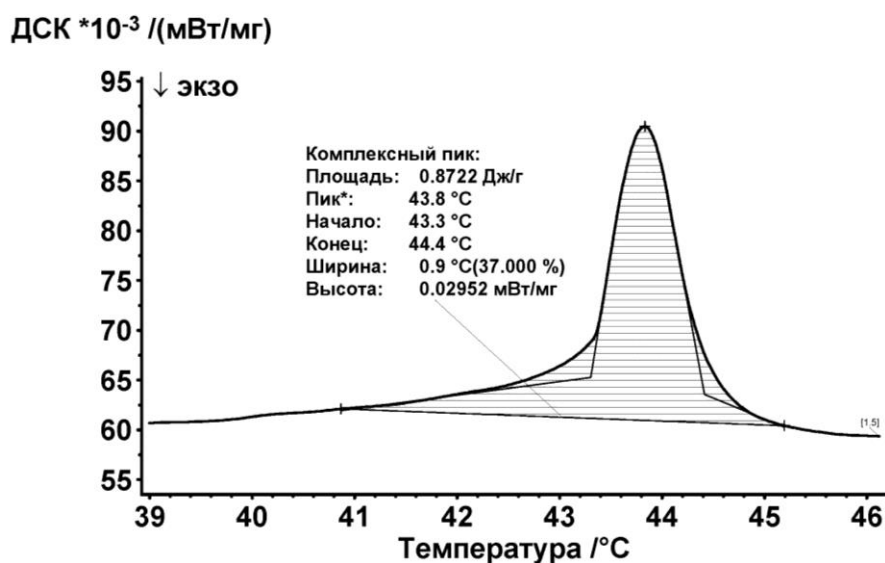


**Рис.1.** Внешний вид калориметра 204 F1 Phoenix



**Рис. 2.** Принцип работы ДСК калориметра теплового потока

**Результаты измерений.** Типичная ДСК-кривая, измеренная для раствора НЖК с концентрацией 15%, показана на рис. 2.



**Рис. 2.** ДСК-кривая для 15% НХС

Непосредственную информацию, которую можно получить из ДСК-кривых это: температура фазового перехода 1 рода – определяется как температура начала пика; удельная теплота фазового перехода – определяется как площадь пика. На рис. 2 пик соответствует фазовому переходу из жидкокристаллической в изотропную фазу. На рис. 3 показано семейство ДСК-кривых растворов с различной концентрацией. Видно, что по мере увеличения концентрации холестерика, температура фазового перехода и теплота перехода уменьшаются.



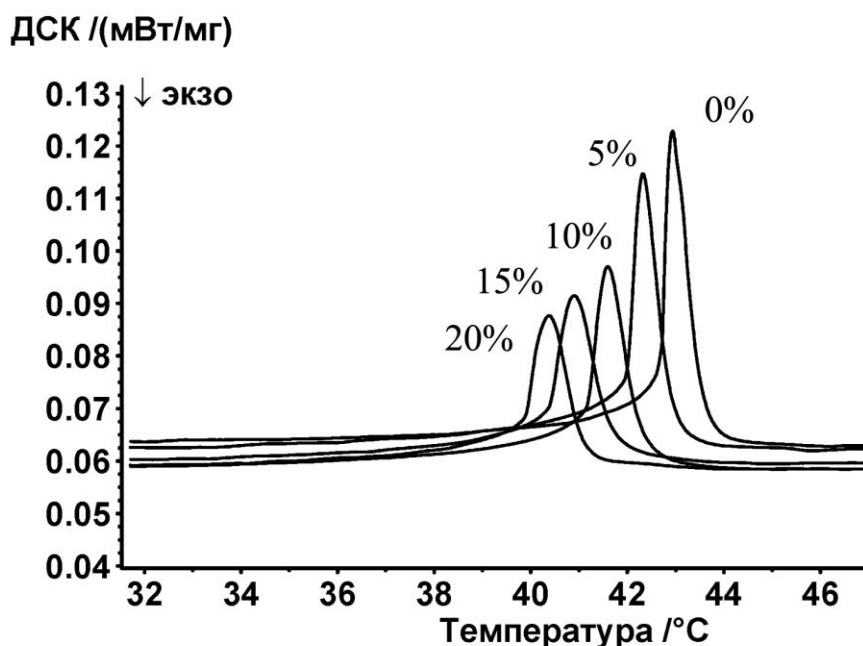


Рис. 3. ДСК-кривые НХС

ДСК-кривая также служит основой для расчета теплоемкости и энтальпии фазового перехода. В таблице представлены сводные результаты измерений и расчетов теплофизических свойств НХС различной концентрации холестерина в нематике.

Таблица. Сводные результаты расчетов

Р-р	φ, %	Пик, °С	Начало, °С	Конец, °С	Ср, Дж/(г*К)			Н, Дж/г
					Начало	Пик	Изотроп	
МВВА	0	43.7	43.3	44.2	2.345	3.628	1.855	0.604
1	5	42.3	42.0	42.9	2.303	3.478	1.894	0.561
2	10	41.6	41.1	42.3	2.115	2.940	1.781	0.526
3	15	40.9	40.3	41.7	2.090	2.767	1.815	0.505
4	20	40.4	39.8	41.1	2.032	2.640	1.786	0.450
ХП	100	112.4	112.0	112.9	2.520	3.897	2.167	1.615

### Список литературы

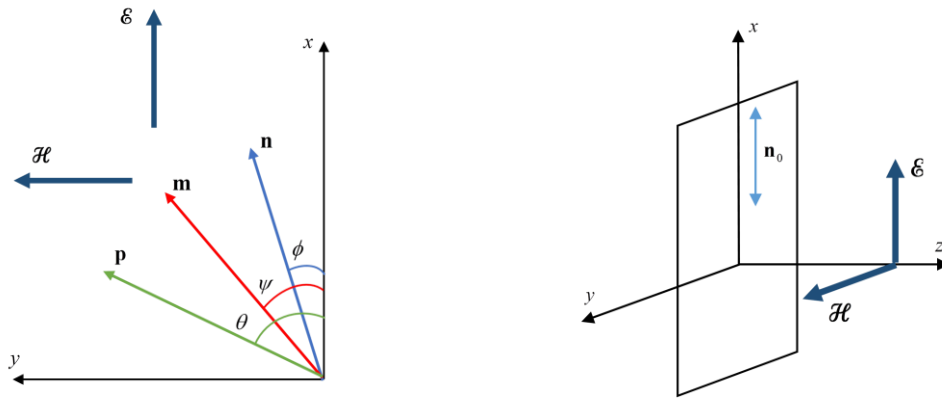
1. Жен де П. Физика жидких кристаллов. М.: Мир, 1977. 400 с.
2. Чандрасекар С. Жидкие кристаллы. Мир, Москва. 1980. 380 с.
3. Блинов Л. М. Жидкие кристаллы: Структура и свойства. М.: Книжный дом «Либроком», 2013. 480 с.
4. Пирожков Б. И., Вольхин И. Л. Поглощение звука в нематико-холестерических смесях жидких кристаллов // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2010. Вып. 1. С. 22–25.

# ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В СУСПЕНЗИИ НА ОСНОВЕ НЕМАТИКА ВБЛИЗИ ОРИЕНТИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВО ВНЕШНИХ СИЛОВЫХ ПОЛЯХ

С. Д. Мандрыкин, Д. В. Макаров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе в рамках континуальной теории изучаются ориентационные переходы, индуцированные скрещенными магнитным и электрическим полями, в ограниченном с одной стороны стенкой нематическом жидком кристалле (НЖК) с внедренными в него ферромагнитными и сегнетоэлектрическими частицами (рис. 1). Обобщен термодинамический потенциал, предложенный в работе [1], на случай двухкомпонентной примесной системы на основе НЖК.



**Рис. 1.** Суспензия в скрещенных электрическом и магнитом полях

Свободную энергию суспензии представим следующим образом [1–2]:

$$\mathcal{F} = \int F dV, \quad F = -\frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathcal{H})^2 - M_s f_1 \mathbf{m} \cdot \mathcal{H} - \frac{W_1 f_1}{d_1} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2 + \frac{k_B T}{v_1} f_1 \ln f_1 -$$

$$-\frac{1}{8\pi} \varepsilon_a (\mathbf{n} \cdot \mathcal{E})^2 - P_s f_2 \mathbf{p} \cdot \mathcal{E} - \frac{W_2 f_2}{d_2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 + \frac{k_B T}{v_2} f_2 \ln f_2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{n}$  – ед. вектор, характеризующего направление преимущественной ориентации осей молекул нематика (директора);  $\mathbf{m}$  – ед. вектор намагниченности, характеризующий направление преимущественной ориентации магнитных моментов анизотричных феррочастиц;  $\mathbf{p}$  – ед. вектор поляризации, характеризующий преимущественную ориентацию дипольных моментов сегнетоэлектрических частиц;  $\mathcal{H}$  и  $\mathcal{E}$  – векторы напряженностей магнитного и электрического полей;  $\chi_a$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости;  $\varepsilon_a$  – анизотропия диэлектрической проницаемости;  $M_s$  – намагниченность насыщения материала феррочастиц;  $P_s$  – поляризуемость насыщения материала сегнетоэлектрических частиц,  $f_1$  и  $f_2$  –

объемные доли магнитных и сегнетоэлектрических частиц в НЖК,  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – объемы магнитной и сегнетоэлектрической частиц,  $W_1$  и  $W_2$  – энергии поверхностного сцепления магнитных и сегнетоэлектрических частиц с ЖК-матрицей,  $d_1$  и  $d_2$  – поперечные диаметры ферро- и сегнеточастиц.

Ориентационную структуру векторных полей директора, намагниченности и поляризации будем искать в следующем виде:

$$\mathbf{n} = (\cos\phi(z), \sin\phi(z), 0), \mathbf{m} = (\cos\psi(z), \sin\psi(z), 0), \mathbf{p} = (\cos\theta(z), \sin\theta(z), 0). \quad (2)$$

В безразмерной форме объемная плотность свободной энергии (1) с учетом условий (2) примет вид

$$\begin{aligned} \tilde{F} = \frac{F}{\chi_a H_0^2} = & \frac{1}{2} \left( \frac{d\phi}{d\zeta} \right)^2 - \frac{1}{2} H^2 \sin^2 \phi - H \sin \psi - \sigma \cos^2(\phi - \psi) - \\ & - \xi \left[ \frac{1}{8\pi} E^2 \cos^2 \phi + E \cos \theta + \lambda \sin^2(\phi - \theta) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

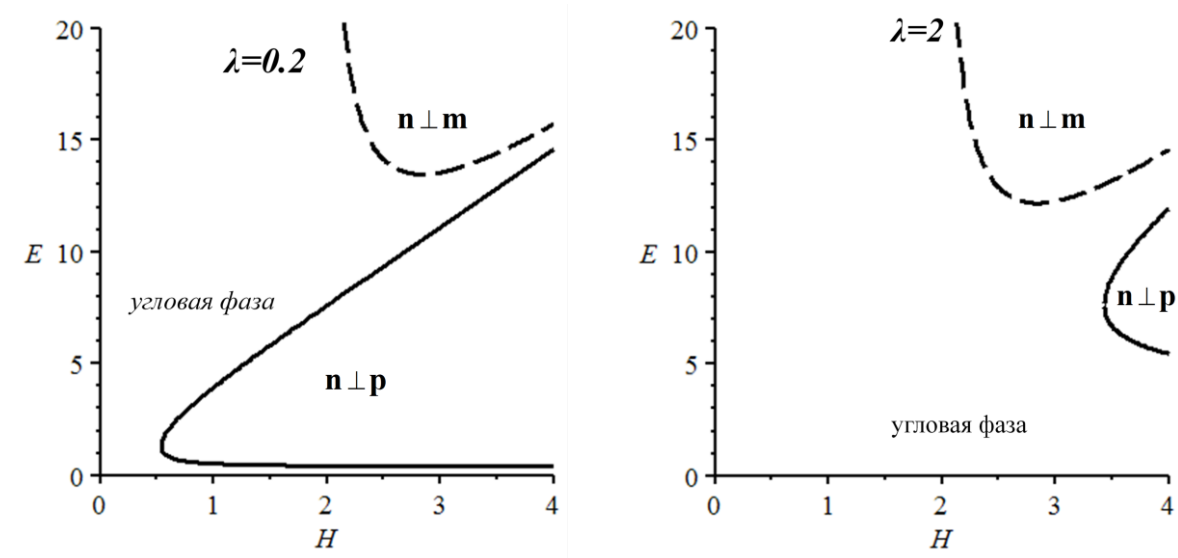
где  $H = \mathcal{H}/H_0$  – безразмерная напряженность магнитного поля,  $E = \mathcal{E}/E_0$  – безразмерная напряженность электрического поля,  $\lambda = W_2 \varepsilon_a / (P_s^2 f_2 d_2)$  – безразмерная энергия сцепления сегнетоэлектрических частиц с ЖК-матрицей,  $\sigma = W_1 \chi_a / (M_s^2 f_1 d_1)$  – безразмерная энергия сцепления феррочастиц с ЖК-матрицей,  $\xi = \varepsilon_a E_0^2 / (\chi_a H_0^2)$  – параметр, характеризующий отношение квадратов единиц измерения электрического и магнитного полей,  $\zeta = z \sqrt{\mathcal{H}_0^2 \chi_a / K_{22}}$  – безразмерная координата.

Равновесной структуре суспензии соответствует минимум полной свободной энергии (3) по углам ориентации директора, намагниченности и поляризации:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \phi}{d\zeta^2} + \frac{1}{2} H^2 \sin 2\phi - \sigma \sin 2(\phi - \psi) - \xi \left[ \frac{1}{8\pi} E^2 \sin 2\phi + \lambda \sin 2(\phi - \theta) \right] &= 0, \\ H \cos \psi + \sigma \sin 2(\phi - \psi) &= 0, \\ E \sin \theta - \lambda \sin 2(\phi - \theta) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Полученные уравнения определяют пространственные зависимости углов ориентации  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{p}$  от напряженностей внешних полей и материальных параметров суспензии. Вдали от ориентирующей стенки поле директора можно считать однородным, тогда, пренебрегая градиентным слагаемым в (4), получаем систему уравнений, описывающих однородные ориентационные фазы ферронематика в неограниченной геометрии задачи. Эта система допускает ряд тривиальных однородных решений: 1)  $\phi = \psi = \pi/2$ ,  $\theta = 0$  и 2)  $\phi = \theta = 0$ ,  $\psi = \pi/2$ . В первом случае директор и намагниченность выстраиваются вдоль магнитного поля, вектор поляризации – в направлении электрического поля (гомеотропная  $\mathbf{n} \perp \mathbf{p}$

фаза). Во втором – директор сонаправлен с вектором поляризации, а вектор намагниченности выстроен вдоль магнитного поля (гомеотропная  $\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$  фаза). Другие однородные решения системы (4) будут соответствовать только угловой однородной фазе.



**Рис. 2.** Однородные ориентационные фазы суспензии в неограниченной геометрии при  $\sigma = 1$  и  $\xi = 1$

На рис. 2 представлена диаграмма однородных ориентационных фаз жидкокристаллической суспензии. Видно, что в системе возможно наличие возвратных ориентационных переходов, индуцируемых как электрическим, так и магнитным полем. Границы областей гомеотропных фаз имеют общую наклонную асимптотику  $E = 2H\sqrt{\pi/\xi}$ . Гомеотропная  $\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$  фаза не реализуется в магнитных полях  $H < 2\sigma$ , а гомеотропная  $\mathbf{n} \perp \mathbf{p}$  фаза не существует в электрических полях ниже  $E < 2\lambda$ .

Система уравнений равновесия (4) может быть проинтегрирована:

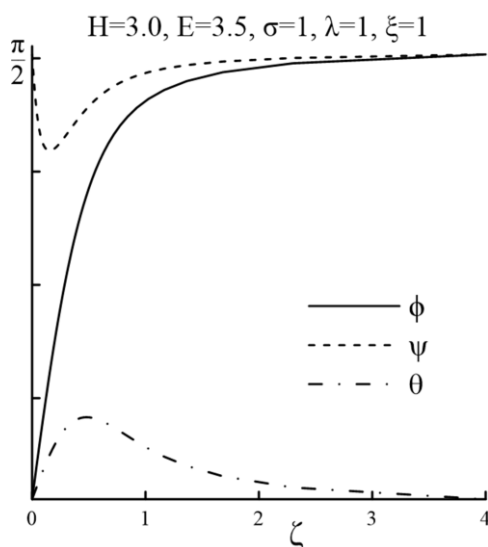
$$\zeta = \int_0^{\phi(\zeta)} \frac{d\alpha}{\sqrt{G}},$$

$$G = H^2 \cos^2 \alpha - 2\sigma \cos^2(\alpha - \psi) - \frac{\xi E^2}{4\pi} \cos^2 \alpha - \\ - 2\xi\lambda \cos^2(\alpha - \theta) - 2H \sin \psi + 2\xi E \cos \theta + \text{const},$$

$$H \cos \psi + \sigma \sin 2(\phi - \psi) = 0,$$

$$E \sin \theta - \lambda \sin 2(\phi - \theta) = 0. \quad (5)$$

Полученная система (5) описывает пространственное распределение векторов  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{p}$ . Константа интегрирования находится из условий ориентации единичных векторов на большом удалении от стенки ( $\zeta \rightarrow \infty$ ).



**Рис. 3.** Пространственные зависимости углов  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$

Зависимости углов ориентации  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{p}$  для параметров суспензии, соответствующих гомеотропной  $\mathbf{n} \perp \mathbf{p}$  фазе в неограниченной геометрии задачи, представлены на рис. 3. На ориентирующей поверхности директор и вектор поляризации направлены вдоль электрического поля, а вектор намагниченности – в направлении магнитного поля. По мере удаления от стенки происходит поворот директора в направлении  $\mathcal{H}$  при этом векторы  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{p}$  сначала отклоняются от своих исходных положения в процессе поворота  $\mathbf{n}$ , а затем асимптотически приближаются к своим первоначальным положениям. Эти отклонения обусловлены наличием сцепления между примесными частицами и ЖК-матрицей. Для параметров суспензии, соответствующих гомеотропной  $\mathbf{n} \perp \mathbf{m}$  фазе в неограниченной геометрии задачи, пространственное распределение углов  $\phi$ ,  $\psi$  и  $\theta$  будет однородным.

### Список литературы

1. Burylov S. V., Raikher Yu. L. Macroscopic properties of ferronematics caused by orientational interactions on the particle surfaces. I. Extended continuum model // Mol. Cryst. Liq. Cryst. 1995. Vol. 258. P. 107–122.
2. Brochard F., de Gennes P. G. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals. // J. Phys. (France). 1970. Vol. 31. P. 691–708.

# ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В НЕМАТИКЕ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

А. В. Поштаренко

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Переход Фредерикса представляет собой деформацию однородной структуры слоя жидкого кристалла под действием внешнего силового поля. Этот ориентационный переход характеризуется конкуренцией поверхностных сил, ориентирующих жидкий кристалл на границах слоя, внешних силовых полей (магнитного или электрического) и сил ориентационной упругости, стремящихся сохранить основное однородное состояние системы [1–3].

В данной работе теоретически изучен электрический переход Фредерикса в слое нематического жидкого кристалла (НЖК) с учетом эффекта поляризации его неоднородной структуры. Задача заключается в том, чтобы понять, какие изменения происходят в этом переходе при учете эффектов электрической поляризации среды, приводящей к неоднородности электрического поля внутри слоя НЖК.

Рассмотрим нематический жидкий кристалл, заключенный между двумя плоскими пластинами. Введем декартову систему координат с центром в середине слоя жидкого кристалла толщиной  $L$  (рис. 1).

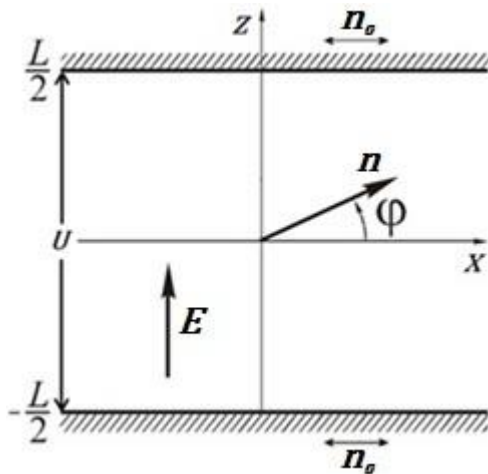


Рис.1. Слой нематического жидкого кристалла в электрическом поле

Внешнее электрическое поле, создаваемое пластинами плоского конденсатора, приложим вдоль оси  $z$ :  $\mathbf{E} = [0, 0, E(z)]$ . В качестве управляющего параметра выберем напряжение на обкладках этого конденсатора  $U = \int_{-L/2}^{L/2} E(z) dz$ . Будем анализировать ориентационную структуру НЖК в рамках континуальной теории, где направление преимущественной ориентации длинных осей молекул жидкого кристалла, описывается с помощью единичного вектора  $\mathbf{n}$ , называемого директором. Основу континуальной теории составляет функционал свободной энергии [1–3]

$$F = \int_V f dV, \quad f = f_d + f_{el}. \quad (1)$$

Первый вклад,  $f_d$ , представляет собой объемную плотность энергии ориентационно-упругих деформаций поля директора (потенциал Озеена-Франка):

$$f_d = \frac{K_{11}}{2} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{22}}{2} (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{33}}{2} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2, \quad (2)$$

где  $K_{ii}$  – константы Франка,  $\mathbf{n}$  – директор.

Вид поля директора в объеме НЖК определяется геометрией задачи, его сцеплением с ограничивающими жидкий кристалл поверхностями и видом внешних силовых полей, приложенных к образцу НЖК. Будем считать, что на поверхности пластин задано жесткое планарное сцепление, то есть заданное положение директора на границе вдоль оси  $x$  не меняется под действием внешнего поля. Анизотропия диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_a$  НЖК положительная. В этом случае при включении электрического поля директор жидкого кристалла будет стремиться ориентироваться вдоль поля  $\mathbf{E}$ . Возникающие при этом искажения ориентационной структуры ЖК лежат в плоскости  $xoz$  (рис. 1.). Это позволяет далее искать поле директора в следующем виде:  $\mathbf{n} = [\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)]$ .

Второй вклад в (1),  $f_{el}$ , учитывает энергию взаимодействия НЖК с электрическим полем:

$$f_{el} = -\frac{\mathbf{D} \cdot \mathbf{E}}{8\pi} \quad (3)$$

где  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции. Жидкий кристалл является анизотропной средой, поэтому связь векторов электрической индукции и напряженности определяется с помощью тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ik}$ :

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad \varepsilon_{ik} = \varepsilon_{\perp} \delta_{ik} + \varepsilon_a n_i n_k, \quad (4)$$

здесь  $\delta_{ik}$  – дельта-символ Кронекера,  $\varepsilon_a > 0$ .

Векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  должны удовлетворять уравнениям Максвелла для электромагнитного поля в среде с учетом того, что свободных зарядов в нашем образце нет [6]:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (5)$$

Для дальнейших вычислений удобно записать функционал  $F$  (1) в безразмерном виде, введя следующие параметры:  $\zeta = z/L$  – безразмерную координату,  $K = K_{33}/K_{11}$  – параметр анизотропии ориентационной упругости,  $\gamma = \varepsilon_a/\varepsilon_{\perp}$  – параметр анизотропии диэлектрической проницаемости,  $\mathcal{U} = U/U_c$  – безразмерное напряжение, где  $U_c = \pi\sqrt{4\pi K_{11}/\varepsilon_a}$ . С учетом соотношений (2)–(5) безразмерная полная свободная энергия  $\tilde{F}$  слоя НЖК во внешнем электрическом поле примет вид:

$$\tilde{F} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{2} (\cos^2 \varphi + K \sin^2 \varphi) \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 d\zeta - \frac{\pi^2 \mathcal{U}^2}{2\gamma} \frac{1}{\int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\zeta}{1 + \gamma \sin^2 \varphi}}. \quad (6)$$

Минимизируя функционал  $\tilde{F}$  (6), получаем уравнение ориентационного равновесия:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{K}(\varphi)}{\partial \varphi} \left( \frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 + \mathcal{K}(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} + \frac{\pi^2 \mathcal{U}^2}{2 \left[ \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\zeta}{1 + \gamma \sin^2 \varphi} \right]^2} \frac{\sin 2\varphi}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)^2} = 0, \quad (7)$$

где  $\mathcal{K}(\varphi) = \cos^2 \varphi + K \sin^2 \varphi$ . Уравнение (7) можно проинтегрировать. Константа интегрирования находится из условий симметрии, накладываемых на функцию  $\varphi(\zeta)$ . Поскольку сцепление директора на обеих границах считается жестким и планарным, то пространственное распределение директора в слое должно быть симметричным относительно центра, где достигается максимальное значение угла поворота директора:

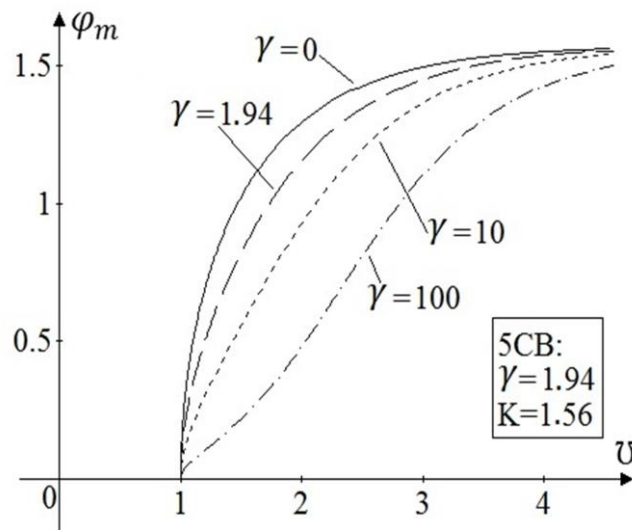
$$\varphi_m \equiv \varphi(0), \quad \varphi'(0) = 0. \quad (8)$$

После нахождения константы интегрирования получим дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными, откуда приходим к следующей системе интегральных уравнений:

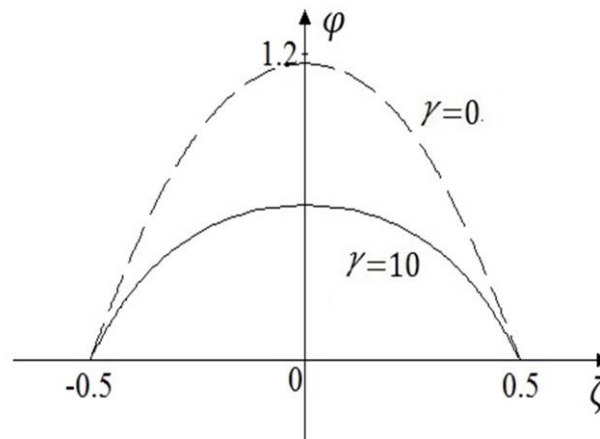
$$\mathcal{U} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 + \gamma \sin^2 \varphi_m} \int_0^{\varphi_m} \sqrt{\frac{\mathcal{K}(\varphi)}{(1 + \gamma \sin^2 \varphi)(\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi)}} d\varphi, \\ \int_0^{\varphi(\zeta)} \sqrt{\frac{\mathcal{K}(\varphi)(1 + \gamma \sin^2 \varphi)}{\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi}} d\varphi = (2\zeta + 1) \int_0^{\varphi_m} \sqrt{\frac{\mathcal{K}(\varphi)(1 + \gamma \sin^2 \varphi)}{\sin^2 \varphi_m - \sin^2 \varphi}} d\varphi, \quad (7)$$

которая определяет угол ориентации директора НЖК внутри слоя с учетом эффекта электрической поляризации в зависимости от приложенного напряжения  $\mathcal{U}$ , анизотропии упругости  $K$  и параметра анизотропии диэлектрической проницаемости  $\gamma$ . Результаты численного решения системы уравнений (7) изображены на рис. 2 и 3. На рис. 2 представлена зависимость максимального угла отклонения директора  $\varphi_m$  в центре слоя от напряжения на обкладках конденсатора, выраженного в единицах критического напряжения. Переход Фредерикса имеет пороговый характер при любых значениях анизотропии диэлектрической проницаемости  $\gamma$ . Параметр анизотропии  $K$  одинаков для всех кривых и равен значению параметра для жидкого кристалла 5CB [1–2]. Из рис. 2 и 3 видно, что эффект поляризации среды важно учитывать при описании ориентационной структуры жидкого кристалла.





**Рис. 2.** Зависимость угла отклонения директора в центре слоя  $\varphi_m$  от напряжения  $\bar{U}$  при различных значениях параметра диэлектрической анизотропии  $\gamma$



**Рис. 3.** Пространственное распределение директора внутри слоя нематика в электрическом поле ( $K = 1$ ,  $\bar{U} = 1.15$ )

Увеличение параметра анизотропии диэлектрической проницаемости  $\gamma$  приводит к уменьшению угла отклонения директора в центре слоя для заданной величины безразмерного напряжения  $\bar{U}$ . Важно отметить, что напряжение  $\bar{U}$  измеряется в единицах критического напряжения  $U_c = \pi\sqrt{4\pi K_{11}/\epsilon_a}$ , которое с ростом  $\gamma$  (т.е. ростом  $\epsilon_a$ ) уменьшается.

### Список литературы

1. Жен де П. Ж. Физика жидких кристаллов / Пер. с англ. Под ред. А. С. Сони́на. М.: Мир, 1977. 400 с.
2. Блинов Л. М. Жидкие кристаллы: структура и свойства. М.: Книжный дом «Либроком», 2013. 480 с.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. М.: Физматлит, 2004. 656 с.

## БИСТАБИЛЬНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ФЕРРОНЕМАТИЧЕСКОМ ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ

А. Н. Захлевных, Д. А. Петров, Д. В. Семенов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Одна из основных проблем в изучении нанокомпозитных систем заключается в исследовании самоорганизации наночастиц в принимающей матрице. Особый интерес вызывают явления спонтанного перехода между различными состояниями, приводящие к оптической бистабильности систем. Бистабильность жидкокристаллических материалов обусловлена двумя причинами. Одна из них связана со свойствами поверхности, ограничивающими жидкокристаллическую ячейку. Если энергия взаимодействия (сцепления) жидкого кристалла с поверхностью допускает наличие двух минимумов с различной ориентацией директора, то переключение между этими состояниями можно осуществить наложением внешнего магнитного или электрического полей. Другая причина бистабильных явлений – индуцированные внешними полями переходы первого рода. Дозирование жидкого кристалла (ЖК) наночастицами добавляет еще одну причину бистабильности; связанную с возможностью бистабильного сцепления между жидким кристаллом и внедренными в него частицами. Исследование явления бистабильности входит в задачу настоящей работы.

Рассмотрим переход Фредерикса в магнитном поле. Пусть ферронематический ЖК (ФН) находится в слое толщиной  $L$ ; начало координат выберем на нижней границе слоя, а ось  $z$  и магнитное поле направим поперек слоя. Будем полагать, что на границах слоя созданы условия жесткого сцепления директора с ограничивающими слой пластинами. Ось легкого ориентирования (ОЛО) на поверхности пластин будем считать направленной вдоль оси  $x$  системы координат, тогда отсутствие поля директор ЖК в слое однороден и ориентирован вдоль оси  $x$ . Магнитное поле направим вдоль оси  $z$ :  $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ , анизотропию диамагнитной восприимчивости будем полагать отрицательной ( $\chi_a < 0$ ). В этом случае директор ЖК стремится ориентироваться ортогонально полю. Пусть игольчатые магнитные частицы внедрены в ЖК так, что в отсутствие поля они параллельны директору и ОЛО.

Для указанной геометрии директор  $\mathbf{n}$  и единичный вектор намагниченности частиц  $\mathbf{m}$  можно искать в виде  $\mathbf{n} = (\cos \phi(z), 0, \sin \phi(z))$ ,  $\mathbf{m} = (\cos \psi(z), 0, \sin \psi(z))$ , где  $\phi$  и  $\psi$  – углы отклонения директора и намагниченности от оси легкого ориентирования на стенках слоя. Внешнее магнитное поле оказывает конкурирующее действие на ФН, так как магнитные частицы стремятся ориентироваться по полю, а директор – против поля, чему препятствует планарное сцепление между  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$ .

Равновесному состоянию ФН отвечает минимум свободной энергии, плотность которой имеет вид [1, 2]:

$$F_V = \frac{K_{11}}{2}(\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{22}}{2}(\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{33}}{2}(\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{|\chi_a|}{2}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2 - \\ - M_s f \mathbf{m} \mathbf{H} + \frac{W}{d} f (\mathbf{n} \times \mathbf{m})^2 \left(1 - \varsigma (\mathbf{n} \times \mathbf{m})^2\right),$$

здесь  $K_{11}, K_{22}, K_{33}$  – модули ориентационной упругости нематического ЖК,  $\mathbf{n}$  – директор,  $\chi_a$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости нематика (далее всюду предполагается  $\chi_a < 0$ ),  $\mathbf{H}$  – напряженность внешнего магнитного поля,  $M_s$  – намагниченность насыщения материала магнитных частиц,  $f$  – объемная доля магнитных частиц в суспензии,  $\mathbf{m}$  – единичный вектор намагниченности суспензии,  $W$  – поверхностная плотность энергии сцепления молекул нематического ЖК с поверхностью магнитных частиц,  $d$  – поперечный диаметр феррочастицы,  $\varsigma$  – безразмерный параметр сцепления, учитывающий четвертый порядок по  $(\mathbf{m} \times \mathbf{n})$  [1].

Минимизация свободной энергии по углам  $\phi$  и  $\psi$  приводит к системе уравнений

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \tilde{z}} \right)^2 \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} + K(\phi) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tilde{z}^2} - \frac{1}{2} h^2 \sin 2\phi - \\ - \sigma \sin 2(\phi - \psi) \left[ 1 - 2\varsigma \sin^2(\phi - \psi) \right] = 0, \\ bh \cos \psi + \sigma \sin 2(\phi - \psi) \left[ 1 - 2\varsigma \sin^2(\phi - \psi) \right] = 0,$$

которая должна решаться вместе с граничными условиями, отвечающими жесткому сцеплению директора с обкладками слоя

$$\phi(\tilde{z})|_{\tilde{z}=0} = \phi(\tilde{z})|_{\tilde{z}=1} = 0.$$

описывает равновесное состояние ФН. Здесь введены обозначения для безразмерных величин

$$h = H/H_0, \quad k = \frac{K_{33}}{K_{11}}, \quad b = \frac{M_s f L}{\sqrt{K_{11} |\chi_a|}}, \quad \sigma = \frac{L^2 W f}{K_{11} d}, \quad \tilde{z} = z/L,$$

где  $H_0 = L^{-1} \sqrt{K_{11}/|\chi_a|}$ .

В отсутствие магнитного поля система уравнений имеет тривиальное решение  $\phi = \psi = 0$ , т.е.  $\mathbf{n} = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$ . Назовем это решение фазой I, эта фаза характеризуется планарным условием сцепления магнитных частиц с директором. Она отвечает начальному состоянию системы. Включе-

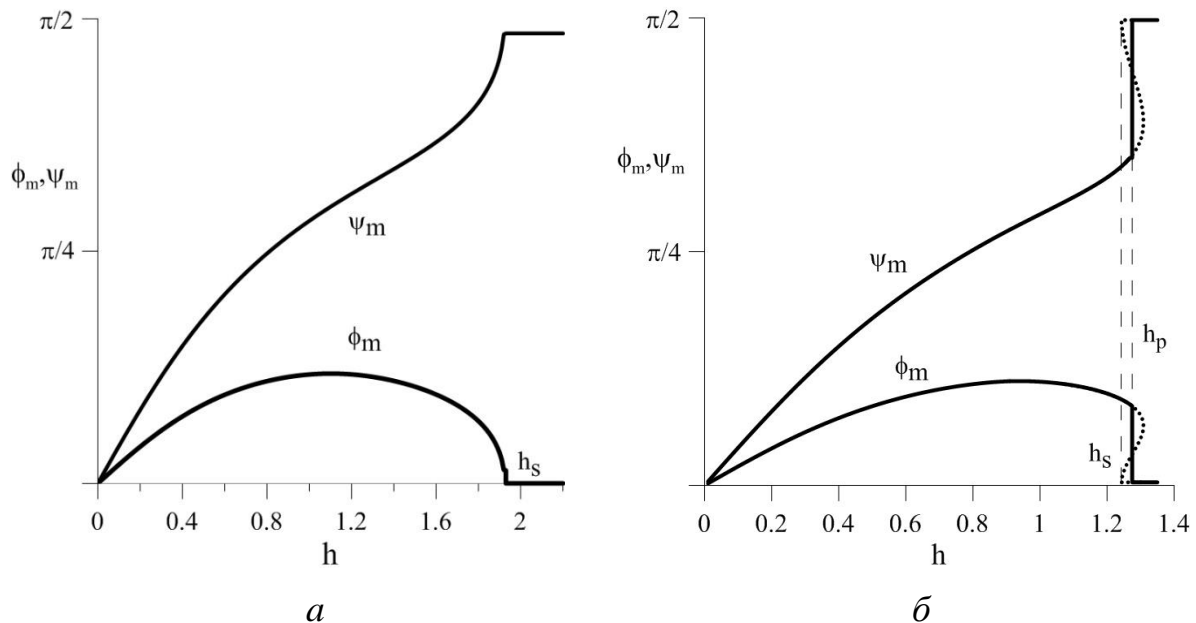
ние поля вызывает поворот магнитных частиц в направлении поля и фаза I теряет устойчивость, происходит беспороговый переход Фредерикса в фазу II, в которой угол между директором и намагниченностью отличен от нуля и  $\pi/2$ . Фазу II называют угловой фазой [3]. Решение системы уравнений в слабых полях, отвечающее угловой фазе, имеет вид

$$\phi(\tilde{z}) = \frac{bh}{2} \tilde{z}(1 - \tilde{z}), \quad \psi(\tilde{z}) = \frac{bh}{2} \tilde{z}(1 - \tilde{z}) + \frac{bh}{2\sigma}.$$

Как видно из этих формул, разность между  $\phi(\tilde{z})$  и  $\psi(\tilde{z})$  (т.е. угол между директором и намагниченностью) растет с ростом поля, т.е. сцепление между частицами и директором перестает быть планарным и становится угловым.

С ростом поля ФН достигнет состояния, в котором директор будет вновь ориентирован ортогонально полю **H** (т.е. вдоль оси  $x$ ), а частицы, помещенные в ЖК, будут ориентированы по полю. Это состояние называют состоянием насыщения (фаза III), в ней  $\mathbf{n} = (1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$ . Вблизи перехода в фазу III угол отклонения директора мал, а намагниченности – близок к  $\pi/2$ , что позволяет из системы уравнений найти поле насыщения  $h = h_s$ :

$$\pi^2 = \frac{2bh_s\sigma(1-2\zeta)}{bh_s - 2\sigma + 4\sigma\zeta} - h_s^2.$$



**Рис. 1.** Зависимость углов  $\phi_m$  ориентации директора и  $\psi_m$  намагниченности в центре слоя от поля  $k = 1.56$ ,  $b = 5$ ,  $\sigma = 4$  и (а)  $\zeta = 0.15$ , (б)  $\zeta = 0.25$ .

Результаты численного решения системы уравнений ориентационного равновесия показаны на рис. 1. На рис. 1а рассмотрен случай  $\zeta = 0.15$ . Видно, что с ростом поля происходит беспороговый переход из планарной в уг-

ловую фазу, при этом  $\phi_m(h)$  монотонно возрастает от нуля, достигает максимального значения, а затем снова обращается в нуль при  $h = h_s$ . Угол отклонения намагниченности от оси легкого ориентирования  $\psi_m(h)$  возрастает от нуля до максимального значения  $\pi/2$  при достижении поля насыщения  $h = h_s$  ( $h_s = 1.91$ ), когда происходит переход второго рода в гомеотропную фазу.

На рис. 1б показаны результаты расчета для  $\zeta = 0.25$ . В этом случае по мере увеличения поля также происходит беспороговый переход ФН в угловую фазу (рис. 1б). С ростом поля  $\phi_m(h)$  и  $\psi_m(h)$  монотонно возрастают от нуля до значений  $\phi_p$  и  $\psi_p$ , соответственно, отвечающим полю  $h = h_p$ . При  $h = h_p$  происходит переход первого рода, при котором углы ориентации директора и намагниченности меняются скачком. Пороговое поле  $h_p$  и критические значения  $\phi_p$  и  $\psi_p$  являются функциями материальных параметров суспензии. Значение равновесного поля перехода первого рода  $h = h_p$  определяется из условия равенства свободных энергий угловой фазы и фазы насыщения. Для рассмотренного случая параметры перехода первого рода принимают значения  $h_p = 1.27$ ,  $\phi_p = 0.27$  и  $\psi_p = 1.08$ , а поле насыщения  $h_s = 1.23$ . Метастабильные участки зависимостей  $\phi_m(h)$  и  $\psi_m(h)$  показаны пунктирными линиями на рис. 1б.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 13-02-96001).

### Список литературы

1. Burylov S. V., Zakhlevnykh A. N. Orientational energy of anisometric particles in liquid-crystalline suspensions // Physical Review E. 2013. Vol. 88, 012511.
2. Burylov S. V., Zakhlevnykh A. N. Magnetically induced bistable behavior of ferronematic liquid crystals // Physical Review E. 2013. Vol. 88, 052503.
3. Zakhlevnykh A. N. Threshold magnetic fields and Freedericksz transition in a ferronematic // J. Magn. Magn. Mater. 2004. Vol. 269, No. 2. P. 238–244.

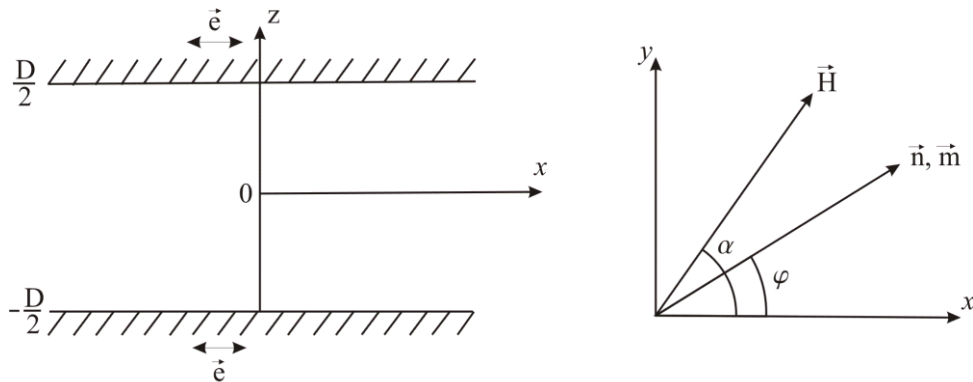
# ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ФЕРРОНЕМАТИКЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. Н. Тимченко, Д. В. Макаров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Ферронематический жидкий кристалл [1], или ферронематик (ФН), – это низкоконцентрированная суспензия ферромагнитных частиц в нематическом жидком кристалле (НЖК). Одной из важных особенностей ФН является сильная ориентационная связь между феррочастицами и жидкокристаллической матрицей. Приложенное к ФН внешнее магнитное поле, меняя ориентацию частиц, изменяет и ориентационную структуру жидкого кристалла. Этот эффект позволяет управлять ориентацией НЖК при помощи слабых магнитных полей. Целью данной работы является теоретическое описание ориентационной структуры ферронематического жидкого кристалла, заключенного между двумя параллельными пластинами, в плоскости которых под произвольным углом приложено однородное магнитное поле.

Рассмотрим плоский слой ферронематика толщиной  $D$  (рис. 1). Приложим внешнее магнитное поле  $\mathbf{H} = H(\cos\alpha, \sin\alpha, 0)$  под некоторым углом  $\alpha$  в плоскости слоя. Сцепление директора на границах слоя будем считать жестким и планарным.



**Рис. 1.** Ориентация слоя ферронематика в однородном магнитном поле

Пренебрегая деталями структуры на молекулярном масштабе, для описания деформаций ФН будем использовать континуальную теорию [1, 2], в которой направление преимущественной ориентации молекул ЖК характеризуется единичным вектором  $\mathbf{n}$ , называемым директором, а ориентация магнитных частиц – единичным вектором  $\mathbf{m}$  вдоль намагниченности суспензии. Полная свободная энергия ФН имеет вид [2, 3]:

$$\mathcal{F} = \int_V F_V dV, \quad F_V = F_d + F_{dia} + F_{ferro} + F_{entr}, \quad (1)$$

$$F_d = \frac{K_{11}}{2}(\text{div}\mathbf{n})^2 + \frac{K_{22}}{2}(\mathbf{n} \cdot \text{rot}\mathbf{n})^2 + \frac{K_{33}}{2}(\mathbf{n} \times \text{rot}\mathbf{n})^2, \quad F_{dia} = -\frac{\chi_a}{2}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2$$

$$F_{ferro} = -M_s f \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}, \quad F_{entr} = \frac{k_B T}{v} f \ln f,$$

где  $F_d$  – потенциал Озеена-Франка,  $F_{dia}$  – объемная плотность диамагнитной энергии ЖК-матрицы,  $F_{ferro}$  – объемная плотность энергии феррочастиц в магнитном поле,  $F_{entr}$  – вклад энтропии смешения частиц в суспензии,  $K_{ii}$  – константы Франка,  $\mathbf{H}$  – напряженность магнитного поля,  $M_s$  – намагниченность насыщения материала магнитных частиц,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $\chi_a$  – анизотропия диамагнитной восприимчивости ферронематика. Сцепление магнитных частиц с молекулами жидкого кристалла будем считать жестким и планарным, так что далее везде  $\mathbf{n} = \mathbf{m}$ . Пусть  $\chi_a > 0$ , тогда директор  $\mathbf{n}$  стремится повернуться вдоль поля  $\mathbf{H}$ .

В отсутствие магнитного поля ФН имеет однородную структуру: директор и намагниченности во всем слое направлены вдоль оси  $x$ . Включение поля приводит к повороту феррочастиц и молекул ЖК вдоль поля, вызывая деформацию ориентационной структуры ФН в плоскости  $xOy$ . Это позволяет параметризовать директор  $\mathbf{n} = [\cos\varphi(z), \sin\varphi(z), 0]$ , тогда плотность свободной энергии  $F_v$  (1) ФН примет вид:

$$F_v = \frac{K_{22}}{2} \left( \frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - M_s f H \cos(\varphi - \alpha) - \frac{\chi_a H^2}{2} \cos^2(\varphi - \alpha) + \frac{k_B T}{v} f \ln f. \quad (2)$$

Минимизация функционала свободной энергии ФН (1) по углу  $\varphi$  и объемной доле магнитных частиц  $f$  при условии постоянства числа частиц в слое приводит к системе интегро-дифференциальных уравнений ориентационного равновесия ФН:

$$\varphi'' - \frac{h^2}{2} \sin 2(\varphi - \alpha) - bhg \sin(\varphi - \alpha) = 0, \\ g = \frac{f}{f_0} = Q \cdot \exp \left\{ \frac{bh}{\kappa} \cos(\varphi - \alpha) \right\}, \quad Q = \left[ \int_{-1/2}^{1/2} \exp \left\{ \frac{bh}{\kappa} \cos(\varphi - \alpha) \right\} d\zeta \right]^{-1}. \quad (3)$$

с граничными условиями

$$\varphi \left( \pm \frac{1}{2} \right) = 0, \quad (4)$$

В уравнениях (3)–(4) введены следующие безразмерные переменные:

$$\zeta = \frac{z}{D}, \quad h = \frac{H}{H_q}, \quad b = \frac{H_q}{H_d}, \quad \kappa = \frac{k_B T f_0 D^2}{K_{22} v}, \quad (5)$$

здесь  $f_0 = Nv/V$  – средняя объемная доля магнитных частиц в ФН,  $\kappa$  – сегрегационный параметр,  $h$  является безразмерной напряжённостью магнитного поля, где в качестве единицы измерения поля выбрана величина  $H_q = D^{-1} \sqrt{k_{22}/\chi_a}$ , при которой упругий  $F_d$  и диамагнитный  $F_{dia}$  вклады в свободную энергию ФН (1) будут одного порядка. Сопоставление упругого

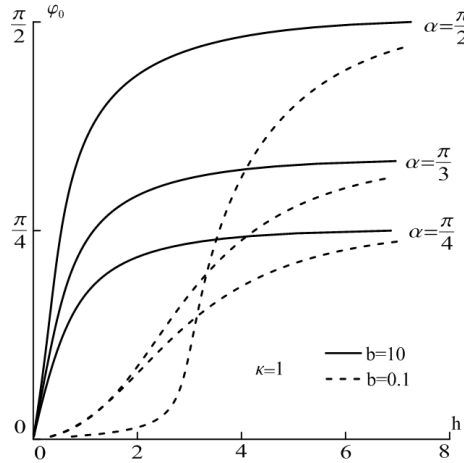
$F_d$  и ферромагнитного  $F_{ferro}$  вкладов дает еще одну характерную величину напряжённости поля:  $H_d = K_{22}/M_s f_0 D^2$ . Параметр  $b$  является отношением полей  $H_q$  и  $H_d$ , характеризую режимы воздействия магнитного поля на ФН.

Интегрирование системы (3) с учетом граничных условий (4) приводит к уравнениям, определяющим ориентационное и концентрационное распределения в ФН при различных значениях материальных параметров суспензии, напряженностях и углах ориентации магнитного поля:

$$\frac{1}{2} - \zeta = \pm \int_0^{\varphi(\zeta)} \sqrt{R} d\varphi, \quad \frac{1}{2} = \pm \int_0^{\varphi_0} \sqrt{R} d\varphi, \quad \frac{1}{2} = \pm \int_0^{\varphi_0} g \sqrt{R} d\varphi, \quad (6)$$

где  $g = Q \exp\left\{\frac{bh}{\kappa} \cos(\varphi - \alpha)\right\}$ ,  $g_0 = g(0) = Q \exp\left\{\frac{bh}{\kappa} \cos(\varphi_0 - \alpha)\right\}$ ,  
 $R^{-1} = h^2 [\cos^2(\varphi_0 - \alpha) - \cos^2(\varphi - \alpha)] + 2\kappa(g_0 - g).$

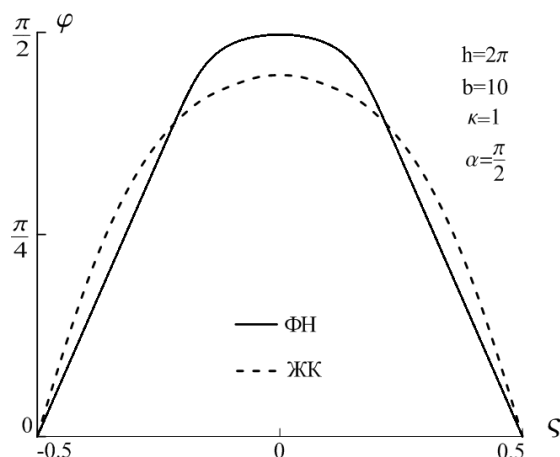
Результаты численного решения системы уравнений (6) представлены на рис. 2–4.



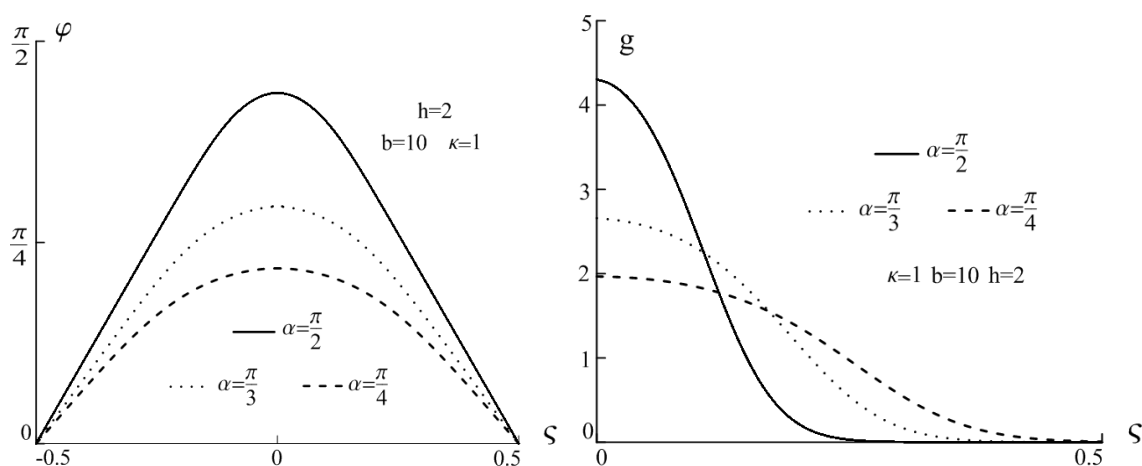
**Рис. 2.** Угол поворота директора  $\varphi_0$  в центре слоя ФН как функция напряженности магнитного поля  $h$  при различных значениях параметра  $b$

На рис. 2. изображена полевая зависимость угла ориентации директора  $\varphi_0$  в центре слоя. С ростом напряженности магнитного поля  $h$  угол  $\varphi_0$  монотонно увеличивается, асимптотически стремясь к значению угла ориентации магнитного поля  $\alpha$ . При квадрупольном режиме влияния магнитного поля на ФН ( $b \ll 1$ ) рост угла  $\varphi_0$  происходит значительно слабее, чем при дипольном режиме ( $b \gg 1$ ). Для ферронематика и беспримесного нематика на рис. 3 показаны зависимости углов поворота директора  $\varphi$  от координаты  $\zeta$  внутри слоя. Для одного и того же значения напряжённости магнитного поля, превышающего критическое поле Фредерикса, угол поворота директора в центральной части слоя в ферронематике больше, чем в чистом жидком кристалле.





**Рис. 3.** Зависимости угла поворота директора  $\varphi(s)$  ферронематике (сплошная линия) и нематике (штриховая кривая)



**Рис. 4.** Ориентационное (слева) и концентрационное (справа) распределения феррочастиц внутри слоя ФН при различных значениях угла ориентации магнитного поля  $\alpha$

На рис. 4 представлены пространственные зависимости угла ориентации директора и приведённой объемной доли феррочастиц ФН для различных углов ориентации поля  $\alpha$ . Видно, что при фиксированном значении напряжённости магнитного поля  $h$  с увеличением угла поворота  $\alpha$  растёт отклонение директора от исходной ориентации, а приведённая объемная доля магнитных частиц уменьшается у стенок слоя, увеличиваясь в его центре. Наиболее сильно этот эффект выражен при ортогональной ориентации поля.

### Список литературы

1. de Gennes P. G., Prost J. The Physics of Liquid Crystals. Oxford: Clarendon Press, 1993. 596 p.
2. Brochard F., de Gennes P. G. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // Journal de Physique (France). 1970. Vol. 31. P. 691–708.
3. Райхер Ю. Л., Бурьлов С. В., Захлевных А. Н. Ориентационная структура и магнитные свойства ферронематика во внешнем поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1986. Т. 91. С. 542–551.

## ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ОКОЛО ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА В СЛОИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Т. Н. Загвозкин, Д. С. Голдобин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе мы исследуем тепловую конвекцию в естественных природных пористых массивах, для которых очень существенны горизонтальное слоение и анизотропия проницаемости на больших пространственных масштабах [1,2]. Типичные значения коэффициента анизотропии проницаемости на больших пространственных масштабах находятся в интервале 0.001-0.1.

Анизотропия теплопроводности выражена не так сильно. Для понимания этого факта рассмотрим систему с чередующимися горизонтальными слоями равной толщины с отношением теплопроводностей  $\varepsilon$  (формирование системы такого типа естественно по причине вариации режимов осаднения пород из-за Ледниковых циклов). Анизотропия эффективной крупномасштабной теплопроводности такой системы равна  $4\varepsilon/(1 + \varepsilon)^2$ . Даже при  $\varepsilon = 0.1$  анизотропия оказывается равна 0.33. Тем не менее, в настоящем теоретическом исследовании мы рассмотрим как случай малой, так и случай существенной анизотропии теплопроводности.

Поток тепла будет выражаться в следующем виде:

$$\vec{J}_T = -\bar{\kappa}\nabla T,$$

где  $\vec{J}_T$  – поток тепла,  $\bar{\kappa}$  – тензор теплопроводности,  $T$  – температура.

Тензор теплопроводности, исходя из постановки задачи, можно представить в виде:

$$\kappa_{xx} = \kappa_h; \kappa_{yy} = k_\theta \kappa_h,$$

где  $\kappa_h$  – коэффициент теплопроводности в горизонтальном направлении,  $k_\theta$  – коэффициент анизотропии теплопроводности среды.

Для описания потока жидкости будем использовать приближение Дарси:

$$\vec{v} = -\frac{\bar{k}}{\eta}\nabla p,$$

где  $\vec{v}$  – скорость фильтрации,  $\bar{k}$  – тензор проницаемости,  $p$  – давление.

Тензор проницаемости представим в виде:

$$k_{xx} = k_h; k_{yy} = k_\psi k_h,$$

где  $k_h$  – коэффициент проницаемости в горизонтальном направлении,  $k_\psi$  – коэффициент анизотропии проницаемости среды.

Рассматривая задачу конвекции от точечного источника в случае цилиндрической симметрии, при большой горизонтальной анизотропии проницаемости и теплопроводности пористого массива, уравнения для

стационарных режимов двухмерной фильтрации неизотермической жидкости в приближении Буссинеска [2] представимы в виде:

$$\begin{cases} \Delta_{\varphi} \varphi = R \theta_r \\ \Delta_{\theta} \theta = \left( \varphi_r + \frac{\varphi}{r} \right) (\theta_y - 1) - \varphi_y \theta_r \end{cases}$$

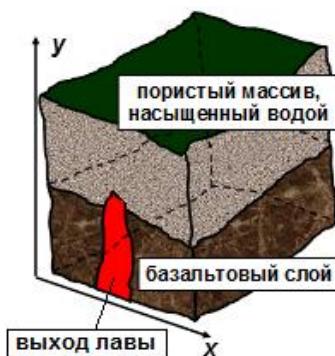
где  $\theta$  – отклонение температуры от основного состояния  $\theta_0 = -y$ ,  $\varphi$  – функция тока,  $r$  – радиальная (горизонтальная) координата,  $y$  – вертикальная координата,  $R$  – число Релея-Дарси для слоя единичной толщины при заданных материальных параметрах и градиенте температуры в основном состоянии. Функция  $\varphi$  здесь введена так, что:

$$v^r = -\frac{1}{r} \frac{\partial(r\varphi)}{\partial y}, \quad v^y = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\varphi)}{\partial r}.$$

Линии тока в таком случае будут поверхностями постоянного значения  $(r\varphi)$ . Согласно групповому анализу (см. [3] или пример для линейного источника [4]) возможны только самоподобные решения вида:

$$\varphi = w_1(z), \quad \theta = y + \frac{1}{y} w_2(z), \quad \text{где } z = \frac{r}{y}. \quad (1)$$

Будем рассматривать решения такого типа в полупространстве  $y \geq 0$ , что соответствует источнику на нижней горизонтальной границе пористого полупространства (см. пример реализации в геологической системе на рис. 1).



**Рис. 1.** Пример системы, где реализуется решение (1)

Для этих решений исходная система принимает вид:

$$\begin{cases} (1 + k_{\varphi} z^2) w_1' + \frac{w_1}{z} = R w_2 + C \\ (1 + k_{\theta} z^2) w_2' + k_{\theta} z w_2 = -w_1 w_2 \end{cases}$$

Выражения для потоков тепла и массы через поверхность полусферы радиуса  $R_0$  в этом случае будут иметь вид:

$$J_{\theta} = 2\pi w_2(0) + 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{-w_2 \varphi + z w_2^2 + z C w_2}{1 + k_{\varphi} z^2} dz$$

$$J_v = 2\pi R_0 \frac{z\varphi}{\sqrt{1+z^2}} \Big|_0^{+\infty}$$

Поток тепла не зависит от радиуса  $R_0$ , и рассматриваемые решения могут описывать течения вокруг точечного источника тепла. Ограничимся случаем отсутствия притока жидкости. Тогда из выражения для потока жидкости получаем условие равенства нулю функции тока  $\varphi$  при  $z \rightarrow 0$ , и  $z \rightarrow +\infty$ .

Рассмотрим случай  $k_\varphi = k_\theta = 0$ , что соответствует слабой теплопроводности и плохой проницаемости в вертикальном направлении. С математической точки зрения, в уравнениях исчезает теплопроводная часть потока тепла в вертикальном направлении и сопротивление среды горизонтальным движениям жидкости. Тогда исходная система сводится к одному дифференциальному уравнению 2-го порядка:

$$w_2'' - \frac{1}{w_2} w_2'^2 + \frac{1}{z} w_2' = -R w_2^2 - C w_2,$$

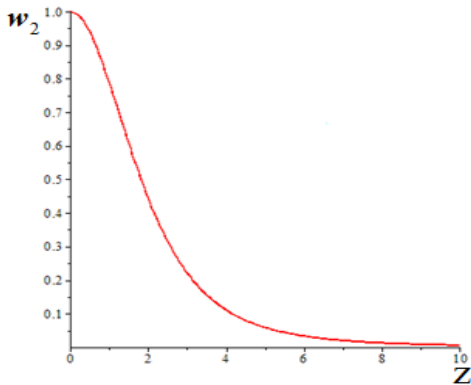
где  $C$  – константа интегрирования.

Результаты численного решения данного уравнения представлены на рис. 2.

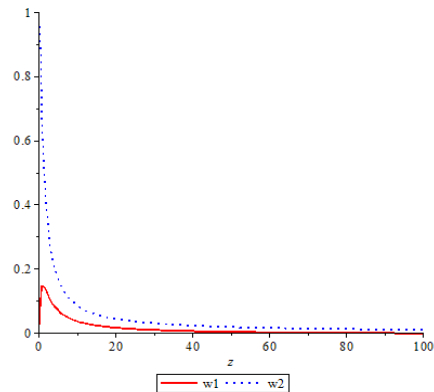
Рассмотрим случай  $k_\varphi = k_\theta = 1$ , что соответствует изотропной среде. Тогда исходная система сводится к виду:

$$\begin{cases} (1+z^2)w_1' + \frac{w_1}{z} = R w_2 + C_1 \\ (1+z^2)w_2' + z w_2 = -w_1 w_2 \end{cases}$$

Данная система решалась численно, результат решения представлен на рис. 3.



**Рис. 2.** График зависимости  $w_2(z)$ , при  $C = 0, R = 1, w_2(0) = 1$

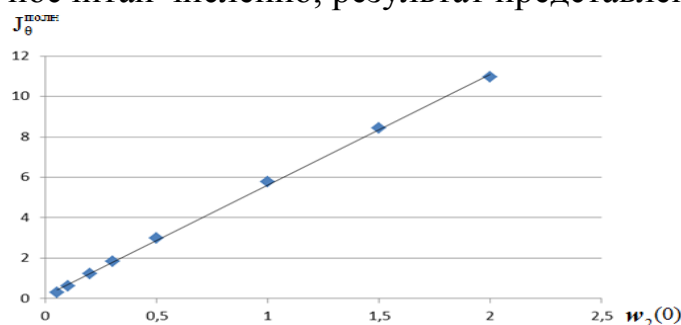


**Рис. 3.** Графики зависимостей  $w_1(z)$  и  $w_2(z)$ , при начальном значении  $w_2 = 1$

Для полного потока тепла имеем следующее выражение:

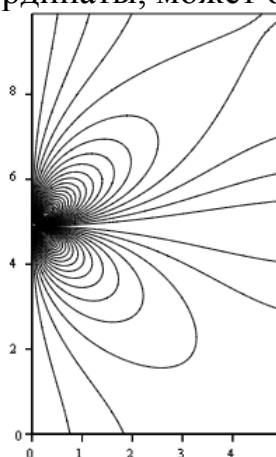
$$J_\theta^{\text{полн}} = 2\pi w_2(0) + 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{-w_2 \varphi + z w_2^2 + z C w_2}{1+z^2} dz$$

Данный интеграл посчитан численно, результат представлен на рис. 4.

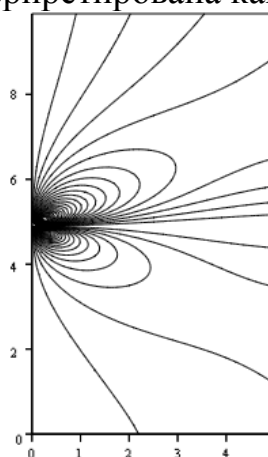


**Рис. 4.** График зависимости  $J_{\theta}^{\text{полн}}(w_2(0))$

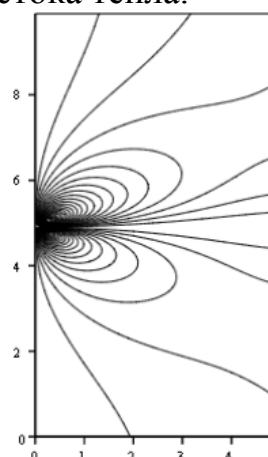
Результаты прямого численного решения исходной системы уравнений, при различных параметрах, приведены на рис. 5–7. Верхняя половина соответствует нагреву снизу, а нижняя, при инверсии вертикальной координаты, может быть интерпретирована как случай стока тепла.



**Рис. 5.** Линии равных значений функции тока при  $k_{\psi}=1$ ;  $k_{\theta}=1$ ;  $\theta_0=10$



**Рис. 6.** Линии равных значений функции тока при  $k_{\psi}=0.1$ ;  $k_{\theta}=1$ ;  $\theta_0=10$



**Рис. 7.** Линии равных значений функции тока при  $k_{\psi}=1$ ;  $k_{\theta}=0.1$ ;  $\theta_0=10$

Не смотря на то, что для рассматриваемой системы были найдены самоподобные решения, результаты прямого моделирования показывают, что в системе реализуются режимы с несамоподобными течениями, при любых значениях коэффициентов анизотропии.

### Список литературы

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
2. Nield D. A., Bejan A. Convection in Porous Media. N.-Y.: Springer, 2006, 640 p.
3. Ибрагимов Н. Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, 280 с.
4. Корлекова Т. М., Любимов Д. В., Голдобин Д. С. Решения и групповой анализ уравнений тепловой конвекции в слоистой пористой среде // Материалы конференции «Физика для Пермского края», вып. 5, 2012.

## СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОЛЬЦА ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ДВИЖЕНИЯ ЛИНИЙ КОНТАКТА

М. И. Кайсина

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе продолжают исследования, начатые в работах [1–5] по изучению влияния движения линии контакта трех сред на собственные и вынужденные колебания газового цилиндрического пузырька.

В работах [1–3] изучалась осесимметричная мода собственных колебаний и вынужденные колебания цилиндрического газового пузырька в однородном пульсационном поле давления. Трансляционная мода собственных колебаний такого пузырька исследовалась в [4]. Предполагалось, что внешняя поверхность жидкости свободная, т.е. поверхностное натяжение на внешней поверхности жидкости достаточно мало и им можно пренебречь. Фактически это означает, что внешняя жидкость окружена невесомым газом с постоянным безразмерным давлением, равным единице.

В работе [5] рассматриваются осесимметричные собственные и вынужденные колебания цилиндрического газового пузырька, окруженного несжимаемой жидкостью в замкнутом сосуде конечного объема. Таким образом, в отличие от работ [1–4], внешняя поверхность жидкости ограничена твердой стенкой сосуда. Данная постановка является физически более обоснованной и довольно просто может быть реализована в экспериментальной работе.

В данной работе, в отличие от перечисленных выше работ, внешняя поверхность может деформироваться и учитывается движение линии контакта.

Рассмотрим колебания газового пузырька, окруженного несжимаемой жидкостью с плотностью  $\rho_e^*$ . Здесь и в дальнейшем величины с индексом  $i$  относятся к пузырьку,  $e$  - окружающей жидкости. Система ограничена двумя параллельными твердыми плоскостями (рис. 1), расстояние между которыми равно  $h^*$ . В отсутствие внешних сил пузырек имеет форму цилиндра радиусом  $r_0^*$ . Краевой угол между боковой поверхностью пузырька и твердыми плоскостями в равновесии равен  $\pi/2$ . На расстоянии  $R_0^*$  от оси симметрии жидкость, окружающая пузырек, ограничена свободной поверхностью. Таким образом, жидкость имеет форму кольца или толстостенного полого цилиндра. Но для простоты понимания, удобнее говорить о газовом пузырьке окруженного жидкостью конечного объема.

Движение жидкости будем рассматривать как потенциальное. В пренебрежении вязким затуханием, давление жидкости будет описываться уравнениями Бернулли, а потенциал скорости уравнением Лапласа (задача линеаризуется по малой амплитуде отклонения боковой поверхности):

$$p_e = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \Delta \varphi = 0, p_i = -P_0 \langle \zeta \rangle \quad (1)$$

$$r = 1: \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, [p] = \zeta + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$r = 1, z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = m\lambda \frac{\partial \zeta}{\partial z}, \quad (3)$$

$$r = R: \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, [p] = -\left( \xi + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

$$r = R, z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = m\lambda \frac{\partial \xi}{\partial z}, \quad (5)$$

$$z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad (6)$$

где  $\varphi$  – потенциал скорости жидкости,  $p_i$  – давление газа внутри пузырька,  $\zeta$  – отклонение боковой поверхности пузырька от положения равновесия,  $\xi$  – отклонение внешней поверхности жидкости от положения равновесия,  $r = r^*/r_0^*$ ,  $z = z^*/h^*$  – безразмерные координаты, квадратными скобками обозначим скачок величины на границе раздела между жидкостью и пузырьком, угловые скобки означают осреднение по поверхности пузырька.

В задаче (1)–(6) выбраны качестве единиц измерения времени –  $\sqrt{\rho_e^* r_0^{*3} / \sigma^*}$ , радиальной координаты –  $r_0^*$ , осевой координаты –  $h^*$ , отклонения поверхности – амплитуду колебаний  $A^*$ , скорости –  $A^* \sqrt{\sigma^* / \rho_e^* r_0^{*3}}$ , давления –  $A^* \sigma^* / r_0^{*2}$ , где  $\sigma^*$  – коэффициент поверхностного натяжения.

Краевая задача (1)–(6) содержит следующие безразмерные параметры: малую относительную амплитуду  $\varepsilon = A^* / r_0^*$ , параметр смачивания  $\lambda = \Lambda^* / \sqrt{\rho_e^* r_0^* / \sigma^*}$ , геометрический параметр  $b = r_0^* / h^*$ , радиус внешней поверхности  $R = R_0^* / r_0^*$ , безразмерная частота вибраций  $\omega = \omega^* \sqrt{\rho_e^* r_0^{*3} / \sigma^*}$ , давление газа  $P_0 = 2n_p P_g^* r_0^* / \sigma^*$ .

Для потенциала  $\varphi_e$  и отклонения поверхности  $\zeta$  запишем решения следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi(r, z, t, \alpha) = & i \left( \left( \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{mn} I_m(2\pi n b r) + b_{mn} K_m(2\pi n b r)) \cos(2\pi n z) + \right. \right. \\ & + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (f_{mn} I_m((2n+1)\pi b r) + g_{mn} K_m((2n+1)\pi b r)) \sin((2n+1)\pi z) + \\ & \left. \left. + \sum_{m=1}^{\infty} (a_{m0} r^m + b_{m0} r^{-m}) \right) e^{im\alpha} + (a_{00} + b_{00} \ln r) \right) e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\zeta(\alpha, z, t) = \left( \sum_{m=0}^{\infty} \left( \sum_{n=0}^{\infty} (c_{mn} \cos(2\pi n z) + h_{mn} \sin((2n+1)\pi z)) \right) e^{im\alpha} + \right. \\ \left. + d_0 \cos\left(\frac{z}{b}\right) + j_0 \sin\left(\frac{z}{b}\right) + d_1 z^2 e^{i\alpha} + j_1 z e^{i\alpha} + \right. \quad (8)$$

$$\left. + \sum_{m=2}^{\infty} \left( d_m \operatorname{ch}\left(\frac{\sqrt{m^2-1}}{b}\right) + j_m \operatorname{sh}\left(\frac{\sqrt{m^2-1}}{b}\right) \right) e^{im\alpha} \right) e^{i\omega t}, \\ \xi(\alpha, z, t) = \left( \sum_{m=0}^{\infty} \left( \sum_{n=0}^{\infty} (C_{mn} \cos(2\pi n z) + H_{mn} \sin((2n+1)\pi z)) \right) e^{im\alpha} + \right. \\ \left. + D_0 \cos\left(\frac{z}{b}\right) + J_0 \sin\left(\frac{z}{b}\right) + D_1 z^2 e^{i\alpha} + J_1 z e^{i\alpha} + \right. \quad (9) \\ \left. + \sum_{m=2}^{\infty} \left( D_m \operatorname{ch}\left(\frac{\sqrt{m^2-1}}{b}\right) + J_m \operatorname{sh}\left(\frac{\sqrt{m^2-1}}{b}\right) \right) e^{im\alpha} \right) e^{i\omega t},$$

где  $\omega$  – частота собственных колебаний,  $I_m$ ,  $K_m$  – модифицированные функции Бесселя. Вид решений (8), (9) написан исходя из кинематических условий (2), (4) соответственно.

Подставляя решения (7) – (9) в уравнения (1) – (6), получим трансцендентные уравнения для нахождения собственных частот  $\omega$ , которые здесь не приводятся по причине их громоздкости. Заметим, что получается два набора частот: для газового пузырька и внешней оболочки жидкости. Таким образом, жидкое кольцо имеет две частоты для каждой моды собственных колебаний. Уравнения решались методом двумерных секущих.

Кратко приведем основные результаты:

1. Найдено, что для основной четной моды собственных колебаний, которая описывает радиальные колебания пузырька, частота колебаний может обращаться в ноль на некотором интервале значений  $\lambda$ . Длина этого интервала растет с увеличением параметра  $b$ . Эта частота уменьшается с увеличением радиуса свободной поверхности внешней жидкости  $R$  и увеличивается с ростом давления газа в пузырьке  $P_0$ . Частота первой моды собственных осесимметричных колебаний может обращаться в ноль на некотором интервале значений  $\lambda$ . Длина этого интервала уменьшается с увеличением геометрического параметра  $b$ . Такая зависимость основной частоты осесимметричной моды от параметра  $\lambda$  отличается от зависимостей других мод. Частоты четных мод, кроме радиальной, и частоты нечетных мод слабо зависят от значений  $P_0$ .

2. С увеличением капиллярного параметра происходит уменьшение частоты трансляционной моды и при некотором значении капиллярного параметра частота обращается в ноль при любом значении  $b$ .



3. Показано, что увеличение постоянной Хокинга приводит к уменьшению частоты собственных колебаний. Наименьшая собственная частота достигается в случае свободно скользящей линии контакта.

4. Найдено, что для любой моды собственных колебаний, которая описывает азимутальные колебания пузырька, основная частота колебаний может обращаться в нуль, начиная с некоторого значения геометрического параметра  $b$ , на интервале значений параметра  $\lambda$ . Длина этого интервала растет с увеличением  $b$ .

5. Частоты уменьшаются с увеличением радиуса свободной поверхности внешней жидкости и увеличиваются с ростом геометрического параметра  $b$ . Инкремент затухания также увеличивается с ростом  $b$  или волнового числа  $n$ . Также отметим, что значения частот азимутальных мод не зависят от давления газа внутри пузырька.

6. Отметим, что частоты собственных колебаний внешней поверхности стремятся к нулю при  $R \rightarrow \infty$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ № 14-07-96017-р-урал-а.

### Список литературы

1. Алабужев А. А. Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т.7, № 2. С. 151–161.
2. Кайсина М. И. Динамика цилиндрического пузырька в переменном поле давления // Математическое моделирование в естественных науках. 2014. Т. 1. С. 107-110.
3. Кайсина М. И., Алабужев А. А. Осесимметричные колебания цилиндрического пузырька // XIX Зимняя школа по механике сплошных сред Тезисы докладов / Институт механики сплошных сред Уральского отделения РАН. Пермь, 2015. С. 138.
4. Алабужев А. А., Кайсина М. И. Трансляционная мода собственных колебаний цилиндрического пузырька // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2015. Вып. 1(29). С. 35–41.
5. Алабужев А. А., Кайсина М. И. Влияние движения линии контакта на осесимметричные колебания цилиндрического пузырька // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2015. Вып. 2(30) (принято к печати).

# ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАПЛИ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

М. А. Кашина

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Нестационарное движение линии контакта трех несмешивающихся фаз встречается во многих природных и технологических процессах и привлекает внимание многочисленных исследователей, благодаря разнообразным эффектам [1, 2]. Одним из направлений исследований является изучение возможности управления каплями на подложке, например, с помощью вибраций [3], электрического поля [4], испарения [5] или поверхностных свойств подложки [6].

Наиболее часто используется условие, примененное в [7] для изучения стоячих волн между двумя вертикальными стенками. Указанное условие предполагает линейную связь между скоростью движения контактной линии и отклонением краевого угла от его равновесного значения (как правило, для простоты считают равновесный краевой угол прямым):

$$\frac{\partial \zeta^*}{\partial t^*} = \Lambda^* \mathbf{k} \cdot \nabla \zeta^*, \quad (1)$$

где  $\zeta^*$  – отклонение поверхности от равновесного положения,  $\Lambda^*$  – феноменологическая постоянная (постоянная Хокинга),  $\mathbf{k}$  – вектор нормали к твердой поверхности. Отметим, что условия фиксированной контактной линии и постоянного краевого угла являются частными случаями граничного условия (1):  $\zeta^* = 0$  и  $\mathbf{k} \cdot \nabla \zeta^* = 0$ , соответственно. В [7] было показано, что граничное условие (1) приводит к затуханию колебаний, за исключением двух указанных выше предельных случаев.

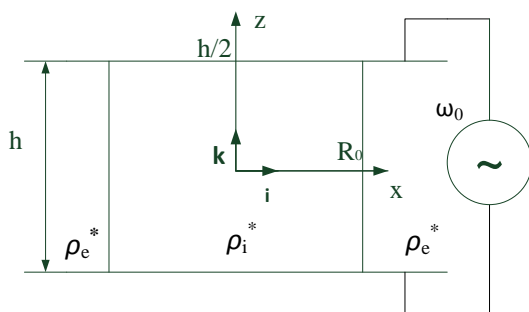


Рис. 1. Геометрия задачи

В данной работе исследуется влияние переменного неоднородного электрического поля на устойчивость вынужденных колебаний капли жидкости. Внешнее электрическое поле играет роль внешней силы, которая заставляет двигаться контактную линию. Для описания движения контактной линии используется модифицированное условие Хокинга (1): скорость

движения контактной линии пропорциональна сумме отклонения краевого угла и скорости быстрых релаксационных процессов, частоты которые пропорциональны удвоенной частоте электрического поля.

Капля несжимаемой жидкости с плотностью  $\rho_i^*$ , окруженная другой жидкостью плотности  $\rho_e^*$ . Вся система ограничена двумя параллельными твер-

дыми поверхностями (рис. 1), расстояние между которыми равно  $h^*$ . Сосуд замкнут на бесконечности. Капля имеет форму круглого цилиндра радиусом  $R^*$  в отсутствие внешних сил. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердыми плоскостями прямой. На систему действует переменной неоднородное электрическое поле с амплитудой  $A^*$  и частотой  $\omega^*$ .

В пренебрежении вязким затуханием запишем в безразмерной форме уравнения Бернулли и непрерывности и граничных условий:

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \Delta \varphi = 0, \quad (2)$$

$$r = 1: \quad \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right] = 0, \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}, [p] = \zeta + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \alpha^2} + b^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2}, \quad (3)$$

$$r = 1, z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \mp \lambda \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \pm a f(\alpha) \cos(2\omega t) \right), \quad (4)$$

$$z = \pm 1/2: \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где квадратные скобки обозначают скачок величины на границе раздела между внешней жидкостью и каплей,  $\varphi$  – потенциал скорости,  $a$  – безразмерная амплитуда электрического поля,  $\zeta$  – отклонение поверхности от равновесного положения,  $\lambda$  – безразмерная постоянная Хокинга. Плотность объемных зарядов на поверхности раздела жидкостей считаем пренебрежимо малой и их влияние не учитываем.

Для задачи (2)–(5) выбраны качестве единиц измерения времени  $\sqrt{(\rho_e^* + \rho_i^*) R^{*3} / \sigma}$ , радиальной координаты  $R^*$ , осевой координаты  $h^*$ , отклонения поверхности  $A^*$ , скорости  $A^* \sqrt{\sigma / ((\rho_e^* + \rho_i^*) R^{*3})}$ , плотности  $\rho_e^* + \rho_i^*$ , давления  $A^* \sigma / R^{*2}$ , где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения.

Для примера рассмотрим неоднородное электрическое поле вдоль оси  $x$ , т.е. функцию  $f(\alpha)$  в граничном условии (4):

$$f(\alpha) = \sin(k \cos(\alpha)),$$

где  $k$  – волновое число.

Решение уравнения Лапласа (2) с учетом граничного условия (5) можно записать в виде:

$$\varphi_i(r, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} a_{mk} R_{mk}^i(r) \sin((2k+1)\pi z) \cos((2m+1)\alpha) e^{i2\omega t},$$

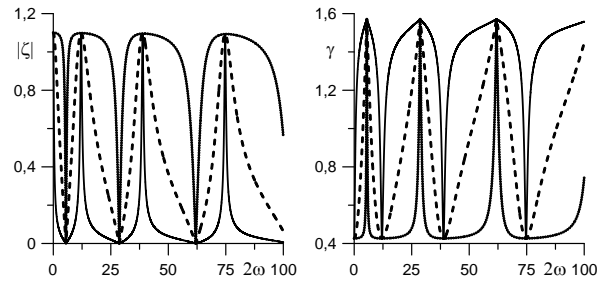
$$\varphi_e(r, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} b_{mk} R_{mk}^e(r) \sin((2k+1)\pi z) \cos((2m+1)\alpha) e^{i2\omega t},$$

$$\zeta(z, t) = \left( \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} c_{mk} \sin((2k+1)\pi z) \cos((2m+1)\alpha) + d_0 z \cos(\alpha) + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} d_m \operatorname{sh} \left( \frac{\sqrt{(2m+1)^2 - 1}}{b} z \right) \cos((2m+1)\alpha) \right) e^{i\omega t},$$

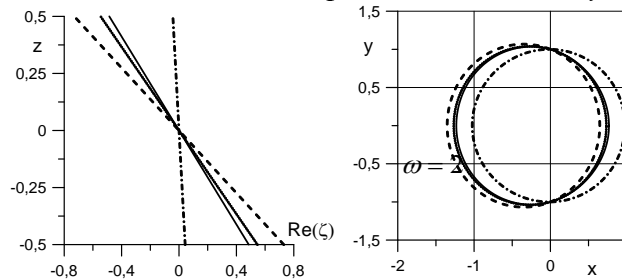
где  $R_{mk}^i(r) = I_m((2k+1)\pi br)$ ,  $R_{mk}^e(r) = K_m((2k+1)\pi br)$ ,  $I_m$ ,  $K_m$  - модифицированные функции Бесселя. Подставляя эти решения в уравнения (2)-(5), получим выражения для неизвестных амплитуд  $a_{mk}$ ,  $b_{mk}$ ,  $c_{mk}$  и  $d_m$ . В силу громоздкости, выражения для амплитуд не приводятся.

На рис. 2 показана амплитуда отклонения боковой поверхности  $|\zeta|$  и краевой угол  $\gamma$  в зависимости от частоты электрического поля для трансляционной моды для трех значений постоянной Хокинга. В отличие от однородного электрического поля, амплитуда отклонения боковой поверхности имеет одинаковые локальные максимумы. Очевидно, что минимальное значение краевого угла достигается при максимальной амплитуде отклонения (см. рис. 2, 3). Кроме этого, минимальное значение краевого угла отлично от нуля и не зависит от  $\lambda$ .



**Рис. 2.** Максимальное отклонение боковой поверхности и краевого угла при трех разных значениях  $\lambda$  ( $b=1$ ,  $\alpha=2.5$ ,  $\rho_i=0.7$ ).

$\lambda=0.1$  – сплошная линия,  $\lambda=1$  – штриховая,  $\lambda=10$  – пунктирная.



**Рис. 3.** Форма боковой поверхности и линии контакта в разные моменты времени при  $\omega=2$  ( $\lambda=1$ ,  $b=1$ ,  $\alpha=2.5$ ,  $\rho_i=0.7$ ).

$t=0$  – сплошная линия,  $t=dT$  – штриховая,  $t=2dT$  – пунктирная,  $t=3dT$  – штрихпунктирная,  $dT=T/8$ ,  $T$  – период колебаний.

При исследовании параметрической неустойчивости рассмотренных выше вынужденных колебаний относительно малых возмущений, решение для отклонения поверхности будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \xi(z, t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} C_{mk}(t) \cos((2\pi + 1)kz) \cos m\alpha + D_0(t) \sin\left(\frac{z}{b}\right) \\ & + D_1(t) z \cos \alpha + \sum_{m=2}^{\infty} D_m(t) \operatorname{sh}\left(\frac{\sqrt{m^2 - 1}z}{b}\right) \cos m\alpha. \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае параметрический резонанс появляется при выполнении условия синхронизма: одна из частот вибраций равна сумме частот соседних мод собственных колебаний. Найден параметр расстройки, получены выражения для границ областей неустойчивости. Отметим, что параметрическая неустойчивость цилиндрической капли со свободно скользящей линией контакта при многочастотном механическом воздействии была исследована в работе [8].

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ № 14-07-96017-р-урал-а.

### Список литературы

1. *de Жен П. Ж.* Смачивание: статика и динамика // УФН 1987. Т. 151, № 4. С. 619–681.
2. *Bonn D., Eggers J., Indekeu J., Meunier J., Rolley E.* Wetting and spreading // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 739–805.
3. *Любимов Д. В., Любимова Т. П., Шкляев С. В.* Неосесимметричные колебания полусферической капли // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 6. С. 8–20.
4. *Mugele F., Baret J.-C.* Electrowetting: from basics to applications // J. Phys.: Condens. Matter. 2005. V. 17. P. 705–774.
5. *Korenchenko A. E., Beskachko V. P.* Oscillations of a sessile droplet in open air // Phys. Fluids. 2013. V. 25. 112106.
6. *John K., Thiele U.* Self-ratcheting Stokes drops driven by oblique vibrations // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. 107801.
7. *Hocking L.M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // J. Fluid Mech. 1987. V. 179. P. 253–266.
8. *Алабужев А. А., Любимов Д. В.* Поведение цилиндрической капли при многочастотных вибрациях // Известия РАН. МЖГ. 2005. № 2. С. 18–28.

# СПЕКТРЫ ИНКРЕМЕНТОВ В МАЛОМОДОВОЙ МОДЕЛИ КОНВЕКЦИИ ЖИДКОСТИ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

К. М. Лопатина<sup>a</sup>, К. Б. Циберкин<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

Исследуется устойчивость механического равновесия жидкости в бесконечном горизонтальном плоском слое жидкости при наличии внутренних источников тепла, мощность которых изменяется во времени по гармоническому закону. В экспериментах [1,2] такая жидкость представляет собой раствор соли (например,  $\text{Cu}_2\text{SO}_4$ ) концентрацией не более 10%, и внутренние источники тепла реализуются посредством приложения к слою переменного электрического напряжения конечной частоты. В настоящей работе проводимость предполагается достаточно большой, чтобы предотвратить возможность локального накопления заряда в жидкости и пренебречь эффектами электроконвекции [3], однако вместе с тем и достаточно малой, чтобы магнитогидродинамические эффекты также могли быть исключены из рассмотрения [4].

Движение жидкости в слое описывается уравнениями конвекции в приближении Буссинеска. В безразмерной форме они записываются следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \text{Pr} \Delta \mathbf{v} + \text{Gr} T \boldsymbol{\gamma},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$
(1)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T = \Delta T + 2(1 + \cos \omega t),$$

где  $\mathbf{v}$ ,  $T$ ,  $P$  – скорость, температура и давление в жидкости;  $\text{Pr}$ ,  $\text{Gr}$  – число Прандтля и число Грасгофа, соответственно;  $\boldsymbol{\gamma}$  – единичный вектор, направленный вдоль вертикальной оси. Температура на границах слоя зафиксирована и принята за начало отсчёта. Также на стенках выполняется условие прилипания:

$$z = 0, 1: \mathbf{v} = 0, T = 0.$$
(2)

При обезразмеривании используются следующие масштабы величин:

$$[z] = H, [\mathbf{v}] = \frac{\chi}{H}, [T] = \frac{\sigma E_0^2 H^3}{4 \chi \rho C_p}, [t] = \frac{H^2}{\chi}.$$

Управляющие параметры равны

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \text{Gr} = \frac{g \beta [T] H^2}{\chi^2}.$$

Выбор масштаба температуры обусловлен структурой решения уравнения теплопроводности при механическом равновесии.

Поскольку слой – бесконечный, то при отсутствии движения жидкости в нём реализуется вертикальный градиент температуры, и, соответственно, возможно механическое равновесие, несмотря на пульсации температуры и давления. Нестационарный характер источников тепла обуславливает потенциальную возможность возникновения в системе параметрического резонанса.

Исследование устойчивости квазиравновесного решения проведено методом Галёркина–Канторовича [5] с использованием двух базисных функций для разложения малых возмущений вертикальной компоненты поля скорости и двух – для температуры:

$$\begin{aligned} v'_z &= a_1(t) \sin(\pi z) \sin(\pi z) + a_2(t) \sin(2\pi z) \sin(\pi z), \\ T' &= b_1(t) \sin(\pi z) + b_2(t) \sin(2\pi z). \end{aligned} \quad (3)$$

Выбранные функции удовлетворяют условиям на границах слоя и включают чётную и нечётную компоненту. Применение процедуры спектрального метода приводит к системе амплитудных уравнений для связанных осцилляторов (показан вид уравнений при отсутствии колебаний мощности источников):

$$\begin{aligned} & (16\pi^6 + 24\pi^4 k^2 + 11\pi^2 k^4 + 3k^6) \text{Pr} a_1 - \frac{8\text{Gr} k^2}{\pi^2} a_2 + \\ & + \left( (16\pi^4 + 8\pi^2 k^2 + 3k^4) \text{Pr} + 4\pi^4 + 7\pi^2 k^2 + 3k^4 \right) \dot{a}_1 + (4\pi^2 + 3k^2) \ddot{a}_1 = 0, \\ & (164\pi^6 + 81\pi^4 k^2 + 14\pi^2 k^4 + k^6) \text{Pr} a_2 - \frac{16\text{Gr} k^2}{\pi^2} a_1 + \\ & + \left( (50\pi^4 + 10\pi^2 k^2 + k^4) \text{Pr} + 20\pi^4 + 9\pi^2 k^2 + k^4 \right) \dot{a}_2 + (5\pi^2 + k^2) \ddot{a}_2 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Видно, что чётная и нечётная компонента скорости не являются независимыми. При учёте периодического характера мощности тепловыделения в приведённой системе возникают нестационарные коэффициенты в коэффициентах связи между уравнениями.

Анализ представленной системы уравнений даёт критическое значение числа Грасгофа  $2.6 \cdot 10^5$  в стационарном случае. Аналитическое исследование на предмет присутствия в системе параметрического резонанса к настоящему моменту не проведено в полной мере. В рамках прямого численного моделирования системы уравнений (1) областей резонансной дестабилизации равновесия не выявлено, что может свидетельствовать об их относительно небольшой ширине, однако удалось обнаружить несколько различных режимов течения.

При низких числах Грасгофа существует периодический режим, в котором на стационарное вихревое течение накладываются незначительные пульсации скорости и температуры. По мере увеличения числа Грасгофа до  $1.2 \cdot 10^7$  и более в области низких частот реализуется пульсирующий режим,

для которого характерно чередование стационарного и нерегулярного течения с периодом, соответствующим внешнему воздействию. Наконец, при высоких частотах в слое устанавливается полностью нерегулярный режим течения, в Фурье-спектре которого присутствует несколько выделенных несоизмеримых частот.

### Список литературы

1. Kozlov V., Vjatkin A., Sabirov R. Convection of liquid with internal heat release in a rotating container // *Acta Astronautica*. 2013. V. 89. P. 99–106.
2. Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р. Конвекция тепло-выделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // *Изв. РАН: МЖГ*. 2014. № 1. С. 21–30.
3. Ильин В. А. Электроконвекция слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле. // *Журнал технической физики*, 2013, Т. 83, № 1, с. 64–73.
4. Лыков А. В., Берковский Б. М. Конвекция и тепловые волны. М.: Энергия, 1974, 336 с.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.



## **К ВОПРОСУ О ПЕРЕСТРОЙКЕ КОНВЕКТИВНЫХ РЕЖИМОВ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ С ШИРОКИМИ ГРАНЯМИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ**

К. А. Гаврилов, В. А. Демин, М. И. Петухов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

На данный момент изучение конвективных течений жидкостей и газов представляет собой актуальную задачу в различных областях науки и техники. Наряду с нахождением условий возникновения гравитационно-конвективных течений, определением границ устойчивости различных гидродинамических режимов, одним из наиболее важных направлений исследования гидродинамических систем является процесс хаотизации течений.

Для существенного упрощения математических моделей соответствующие задачи решаются в безразмерной форме, что дает различные управляющие параметры (числа Рэлея, Грасгофа, Прандтля, Био и др.), которые полностью определяют характер установившегося течения. При определении влияния управляющих параметров на получаемое течение задачи, как правило, формулируются для полостей правильной геометрической формы (куб, шар, цилиндр и др.). Одной из наиболее удобных полостей для моделирования является ячейка Хеле-Шоу – прямоугольный параллелепипед, для которого справедливо приближение плоских траекторий, вследствие чего течение можно считать двумерным из-за малости одной из сторон по сравнению с другими.

При реализации равномерного подогрева снизу вертикально ориентированной ячейки Хеле-Шоу (вертикальная грань больше горизонтальной), заполненной рабочей жидкостью, в ней могут появиться различные конвективные структуры: начиная от равновесия и множества стационарных течений с различным количеством вихрей, и, заканчивая специфическими автоколебательными режимами. Наиболее часто автоколебательными являются пульсационный режим и четырехвихревой режим с перезамыканием угловых вихрей. Теоретическое исследование пульсационных течений в условиях, приближенных к экспериментальным введением теплопроводности широких граней, представлено в данной работе.

Впервые экспериментальное наблюдение конвективных течений в вертикально-ориентированной ячейке Хеле-Шоу было проведено в работах [1, 2]. Помимо визуальных наблюдений, при помощи термопарных измерений был установлен нелинейный характер колебаний. Теоретический анализ устойчивости данных течений проводился в [2]. Были получены аналитические выражения для границ линейной устойчивости

механического равновесия, проведен численный расчет нелинейных режимов для полости с соотношением сторон 2:10:20.

В [3, 4] при исследовании полости с соотношением сторон 2:20:40, был обнаружен новый автоколебательный режим, который был назван пульсационным. В [5] при использовании численного моделирования методом конечных разностей подтверждено подобие пульсационных течений в ячейках Хеле-Шоу с разным соотношением сторон.

В данной работе рассматривалась вертикально ориентированная ячейка Хеле-Шоу с соотношением сторон 2:20:40 с широкими гранями произвольной теплопроводности. На горизонтальных гранях ячейки установлена определенная разность температур, узкие вертикальные грани предполагаются теплоизолированными.

Для математического описания данной гидродинамической системы использовалась система уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \text{Ra} T \gamma, \quad (1)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \Delta T, \quad \text{div} \mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

Система уравнений (1), (2) содержит безразмерные управляющие параметры: числа Рэлея и Прандтля:

$$\text{Ra} = g\beta\Theta d^3 / \nu\chi, \quad \text{Pr} = \nu/\chi,$$

где  $\mathbf{v}$ ,  $p$ ,  $T$  – безразмерные поля скорости, давления и температуры,  $\gamma = \gamma(0,1,0)$  – единичный вектор, направленный вертикально вверх,  $\nu$ ,  $\chi$ ,  $\beta$  – коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и теплового расширения,  $\Theta$  – характерная разность температур между верхним и нижним теплообменниками,  $g$  – величина ускорения свободного падения. Расстояние в уравнениях обезразмерено по полутолщине слоя  $d$ .

Как отмечалось выше, широкие грани имеют произвольную теплопроводность, поэтому граничное условие на них будет иметь вид:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = -a(T - T_0),$$

где  $a$  – коэффициент теплоотдачи. На всех границах, также, выполняется условие прилипания жидкости к поверхности твердых граней  $\mathbf{v}|_{\Gamma} = 0$ .

При использовании приближения Хеле-Шоу, введем функцию тока:

$$v_x = \partial \Psi / \partial y, \quad v_y = -\partial \Psi / \partial x.$$

После исключения давления и получения уравнений в терминах «вихрь – функция тока» решение системы будем искать в виде:

$$\Psi = \psi(x, y, t) \cos(\pi z/2), \quad T = -y + \theta(x, y, t) \left(1 + (2a/\pi) \cos(\pi z/2)\right),$$

где  $\psi$  – подлежащая определению амплитуда функции тока,  $\theta$  – отклонение температуры от линейного равновесного профиля. Сначала решалась линейная задача устойчивости равновесия. При этом, по аналогии с [2], рассматривались следующие разложения для возмущений функции тока и температуры:

$$\psi = \psi_{nm} \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \sin\left(\frac{\pi m}{H} y\right), \quad \theta = \theta_{nm} \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \sin\left(\frac{\pi m}{H} y\right),$$

где  $L$  – ширина полости,  $H$  – высота полости. Граница устойчивости соответствующей моды находится аналитически:

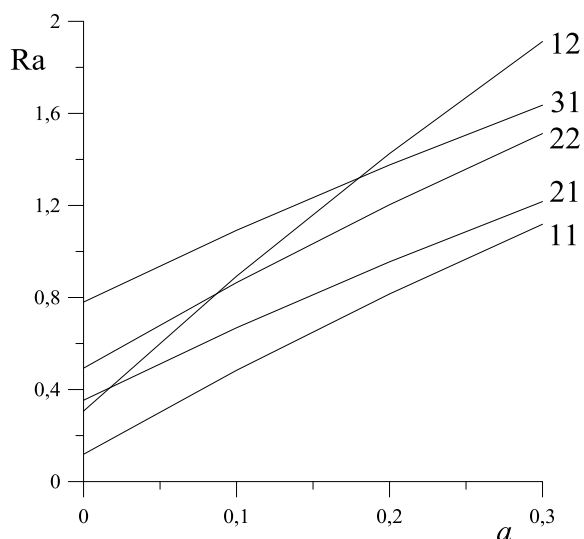
$$\begin{aligned} \text{Ra}_{nm} = \frac{\pi^4 L^2}{n^2} & \left( \left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{m}{H}\right)^2 \right) \left( \left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{m}{H}\right)^2 + \frac{1}{4} \right) \times \\ & \times \left( \frac{\pi^2 + 4a}{2(2+a)^2} \left( \left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{m}{H}\right)^2 \right) + \frac{a}{2+a} \left( \left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{m}{H}\right)^2 + \frac{1}{4} \right) \right). \end{aligned}$$

Этот результат совпадает с известными предельными случаями идеально теплоизолированных и идеально теплопроводных границ. Графически он представлен на рис. 1 для исследуемого диапазона коэффициентов теплоотдачи. Данная область была выбрана для максимального схождения с экспериментом [4] по пороговому значению моды 11. Далее производилось решение нелинейной задачи. Для этого рассматривалась маломодовая модель [2], ограниченная следующим набором базисных функций:  $\psi_{11}, \psi_{12}, \psi_{21}, \psi_{22}, \psi_{31}, \psi_{32}, \theta_{01}, \theta_{02}, \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{31}$ . Для решения задачи в такой постановке использовался метод Галеркина-Канторовича.

В результате был обнаружен пульсационный режим в диапазоне коэффициентов теплоотдачи от 0.14 до 0.23 (рис. 2a). При этом из-за малого количества мод пульсационный режим имел достаточно малую амплитуду, в отличие от того, который получался в других работах. Возможно, для большего совпадения с экспериментальными данными, в рассматриваемой системе необходимо наличие моды 23. Также, в отличие от эксперимента, не был обнаружен стационарный двухвихревой режим. Вместо этого наблюдался прямой переход от одновихревого стационарного режима к пульсационному.

Для данного пульсационного режима были получены амплитудно-частотные характеристики. На рис. 2b представлена главная частота пульсаций локально усредненная по параметру теплоотдачи.

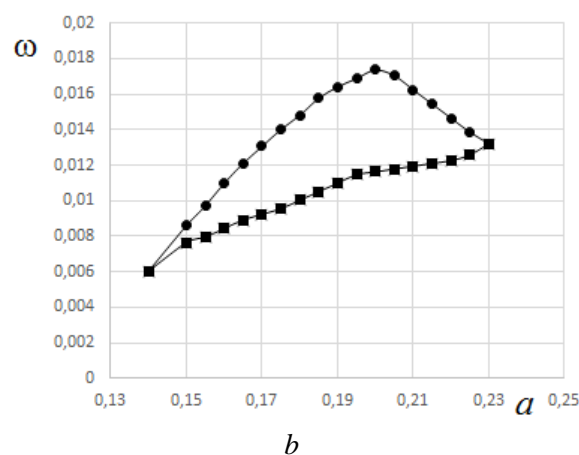
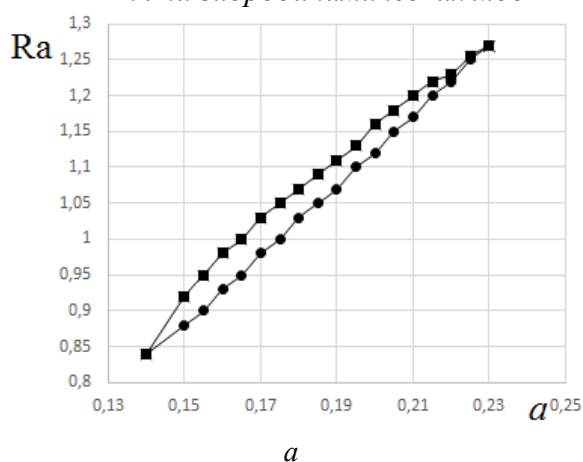
Из полученных результатов можно заметить, что, несмотря на некоторые различия пульсационных режимов, которые были реализованы разными методами [5], их количественные характеристики не сильно отличаются.



**Рис. 1.** Порог устойчивости равновесия первых пяти гидродинамических мод

Таким образом, при использовании маломодовой модели определяются границы существования пульсационного режима при параметрах, соответствующих эксперименту.

Для получения еще большей схожести с опытом необходимо использовать модель с большим количеством мод.



**Рис. 2.** а) границы пульсационного режима, б) основная частота, соответствующая минимальному и максимальному числам Рэлея для пульсационного режима (круги – минимальное число Рэлея, квадраты – максимальное)

### Список литературы

1. Путин Г. Ф., Ткачева Е. А. Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в ячейке Хеле-Шоу // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 1. С. 3–8.
2. Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И. Конвекция в ячейке Хеле-Шоу при подогреве снизу // Сб. Гидродинамика. Вып. 10. 1977. С. 3–14.
3. Babushkin I. A., Demin V. A. Vibrational convection in the Hele-Shaw cell. Theory and experiment // JAMTP. 2006. Vol. 47. N. 2. P. 183–189.
4. Babushkin I. A., Demin V. A., Anferov D. V. Experimental and theoretical investigation of transitional convective flows in Hele-Shaw cell // Proc. of Int. Conf. «Advanced Problems in Thermal Convection». 2004. P. 173–178.
5. Гаврилов К. А., Демин В. А., Петухов М. И. К вопросу о подобии пульсационных режимов в ячейке Хеле-Шоу // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2014. Вып. 1. С. 57–63.

# ВЛИЯНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Д. М. Попов<sup>a</sup>, Т. П. Любимова<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

**Введение.** Изучение устойчивости границы раздела несмешивающихся жидкостей в пористой среде является важным и актуальным как с научной точки зрения, так и с точки зрения приложений, таких как промышленная добыча нефти и других углеводородов методом вытеснения, фильтрация подземных вод и др. В литературе имеется много работ по исследованию устойчивости границы раздела несмешивающихся жидкостей в пористой среде в отсутствие внешних воздействий. Влияние вибраций на устойчивость границы раздела несмешивающихся жидкостей в пористой среде изучено недостаточно. Данная работа направлена на восполнение этого пробела.

**Постановка задачи.** Рассматривается бесконечный в горизонтальных направлениях слой пористой среды, со средней пористостью  $\varepsilon$  и проницаемостью  $m$ , заполненный двумя несмешивающимися жидкостями. Толщина слоя первой (нижней) жидкости  $h_1$ , её плотность  $\rho_1$ , динамическая вязкость  $\mu_1$ ; для второй (верхней) жидкости -  $h_2, \rho_2, \mu_2$  соответственно. Верхняя и нижняя границы пористой среды считаются твёрдыми. Слой подвергается вибрациям в горизонтальном направлении с частотой  $\omega$  и амплитудой  $a$ . Рассмотрение будем вести в рамках модели Дарси. Ось  $z$  направим вертикально вверх, ось  $x$  – вдоль оси вибраций. Начало отсчёта выберем на границе раздела двух жидкостей.

В системе отсчёта, связанной с сосудом, уравнение движения принимает вид:

$$\frac{\rho_j}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} (\vec{u}_j \cdot \nabla) \vec{u}_j \right) = -p_j - \frac{\mu_j}{m} \vec{u}_j - \rho_j g \vec{e}_z + a \omega^2 \rho_j \cos(\omega t) \vec{e}_x \quad (1)$$

где  $\vec{e}_z$  - единичный вектор, направленный вертикально вверх,  $\vec{e}_x$  - единичный вектор вдоль оси  $x$ ,  $j = 1, 2$  - номер жидкости.

К уравнению движения следует добавить уравнение неразрывности:

$$\operatorname{div} \vec{u}_j = 0 \quad (2)$$

Уравнения (1)-(2) следует дополнить граничными условиями непротекания на твёрдых стенках:

$$z = -h_1 : \vec{u}_1 \cdot \vec{e}_z = 0; \quad z = h_2 : \vec{u}_2 \cdot \vec{e}_z = 0 \quad (3)$$

Пусть  $\eta(x, t)$  есть  $z$ - координата точек границы раздела между жидкостями. Тогда граничные условия на границе раздела жидкостей примут вид:

1) Кинематическое условие:

$$z = \eta: \quad \varepsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \eta = u_{jz} \quad (4)$$

2) Условие баланса нормальных напряжений:

$$z = \eta: \quad p_1 - p_2 = -\sigma \Delta \eta \quad (5)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Кроме того, будем полагать выполненным условие замкнутости течения:

$$\forall x, t: \quad \int_{-h_1}^{\eta} u_{1x} dz + \int_{\eta}^{h_2} u_{2x} dz = 0 \quad (6)$$

**Основное состояние.** Границу раздела между жидкостями в основном состоянии считаем плоской, а течение полагаем плоскопараллельным, то есть:

$$\eta(x, t) = 0, \quad \vec{u}_j = (U_j(z, t), 0, 0), \quad p_j = P_j(x, z, t) \quad (7)$$

Подставляя (7) в систему (1)–(6) и решая её, находим:

$$U_2 = -\frac{h_1}{h_2} U_1, \quad U_1 = a \omega \varepsilon A \cos(\omega t - \gamma)$$

где коэффициенты  $A, \gamma$  являются безразмерными и в безразмерной форме имеют вид:

$$A = \frac{\bar{h}_2(1 - \bar{\rho})}{\sqrt{F^2 \beta^2 (\bar{h}_1 + \bar{\mu} \bar{h}_2)^2 + (\bar{h}_2 + \bar{\rho} \bar{h}_1)^2}}, \quad \tan(\gamma) = \frac{\bar{h}_2 + \bar{\rho} \bar{h}_1}{F \beta (\bar{h}_1 + \bar{\mu} \bar{h}_2)}$$

**Задача устойчивости.** Рассмотрим устойчивость основного состояния. Для этого рассмотрим малые возмущения основного состояния:

$$\eta = \eta(x, t), \quad \vec{u}_j = U_j \vec{e}_x + u'_j(x, z, t), \quad p_j = P_j + p'_j(x, z, t) \quad (8)$$

где штрихи уже опущены.

Ограничимся рассмотрением нормальных возмущений вида:

$$\vec{u}_j = \vec{u}_j(z, t) e^{ikx}, \quad p_j = \tilde{p}_j(z, t) e^{ikx}, \quad \eta = \xi(t) e^{ikx} \quad (9)$$

и будем считать возмущения скорости безвихревыми.

После подстановки (8)–(9) в исходную систему (1)–(6) и линеаризации полученных уравнений, последовательным исключением возмущений давления и потенциала возмущений скорости приходим к одному уравнению для  $\xi(t)$ .

Обезразмерим это уравнение, выбрав единицы измерения следующим образом:  $[t] = \omega^{-1}$ ,  $[L] = l_c = \sqrt{\sigma / (g(\rho_1 - \rho_2))}$ . Тогда окончательно приходим к уравнению:

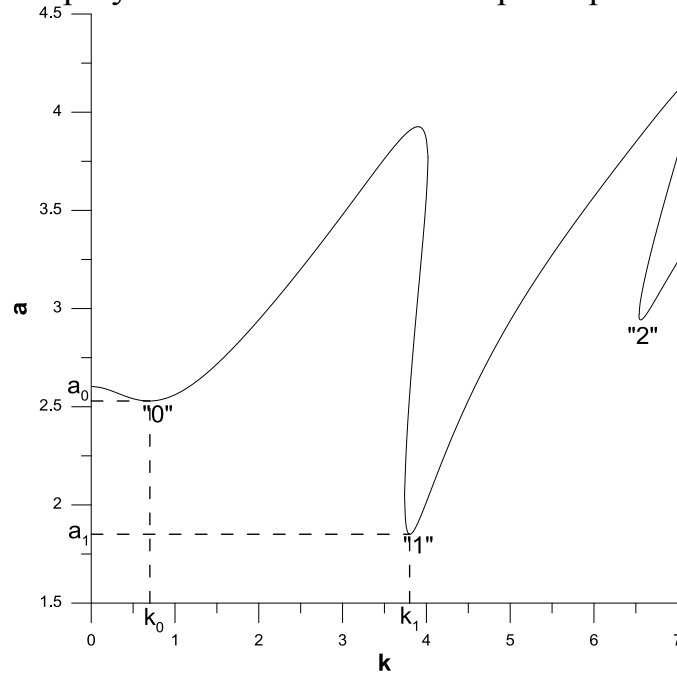
$$\ddot{\xi} + b \dot{\xi} + [c_1 (\cos(t - \gamma))^2 + c_2 \cos(t - \gamma) + c_3] \bar{\xi} = 0$$

где коэффициенты  $b, c_1, c_2, c_3$  определяются выражениями:

$$c_1 = -\bar{k}^2 \bar{a}^2 \alpha^2 \bar{\rho} R_1 R_2 (1 + \bar{h}_1 / \bar{h}_2) A^2, \quad c_2 = i \bar{k} \bar{a} F \beta \alpha^2 R_1 R_2 (\bar{\rho} - \bar{\mu}) (1 + \bar{h}_1 / \bar{h}_2) A, \\ c_3 = \beta^2 \alpha \bar{k} (1 + \bar{k}^2) (1 - \bar{\rho}), \quad b = F \beta \alpha (R_1 + \bar{\mu} R_2)$$

где введены следующие безразмерные параметры и обозначения:  $\bar{\rho} = \rho_2 / \rho_1$ ,  $\bar{\mu} = \mu_2 / \mu_1$ ,  $\bar{h}_1 = h_1 / l_c$ ,  $\bar{h}_2 = h_2 / l_c$ ,  $\bar{k} = k l_c$ ,  $R_j = \coth(\bar{k} \bar{h}_j)$ ,  $\bar{a} = a / l_c$ ,  $We = \omega^2 l_c / g$ ,  $\alpha = 1 / (R_1 + \bar{\rho} R_2)$ ,  $\beta = 1 / \sqrt{We}$ ,  $F = \mu_1 \varepsilon \sqrt{l_c} / g / (m \rho_1)$ .

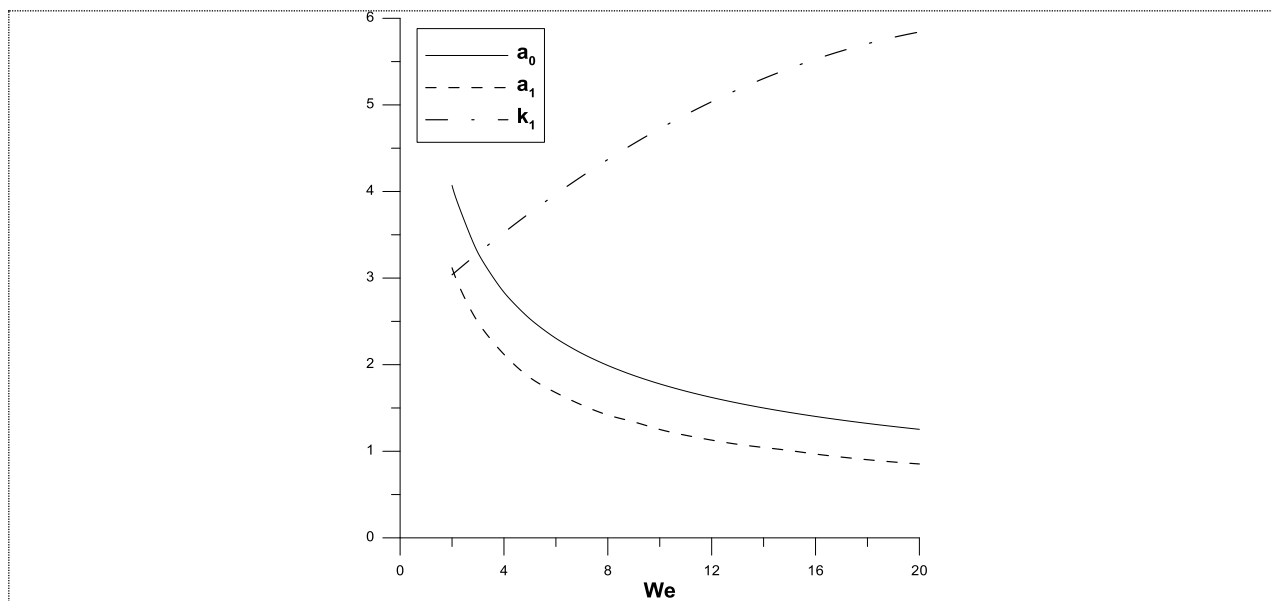
**Результаты численного решения.** На рис. 1 изображена нейтральная кривая, полученная при указанных значениях параметров.



**Рис. 1.** Нейтральная кривая при  $\bar{\rho} = 0.8$ ,  $\bar{\mu} = 0.5$ ,  $\bar{h}_1 = \bar{h}_2 = 2.0$ ,  $We = 5.0$ ,  $F = 0.4$

Видно, что нейтральная кривая представляет собой совокупность локальных минимумов плавно соединённых друг с другом. Для удобства описания результатов введём нумерацию минимумов целыми числами, начиная с нуля, в порядке возрастания соответствующего им волнового числа, так как это изображено на рис. 1. При этом “0”-му минимуму соответствует безразмерное волновое число  $k_0$  и безразмерная амплитуда  $a_0$ , “1”-му минимуму —  $k_1$  и  $a_1$  соответственно и т. д., что также изображено на рис. 1.

В целом на плоскости  $(\bar{a}, \bar{k})$  можно выделить две зоны: зону основной неустойчивости, связанную с неустойчивостью Кельвина – Гельмгольца, и зону параметрического резонанса. Порог возбуждения основной зоны представлен участком нейтральной кривой, который содержит “0”-й минимум и утыкается в ось  $\bar{k} = 0$ . Порог возбуждения зоны параметрического резонанса выражается резонансными языками, которым соответствуют минимумы, начиная с “1”-го.



**Рис. 2.** Зависимость  $k_0, k_1, a_0, a_1$  от  $We$ , при  $\bar{\rho} = 0.8, \bar{\mu} = 0.5, \bar{h}_1 = \bar{h}_2 = 2.0, We = 5.0, F = 0.4$

На рис. 2 представлены графики, демонстрирующие изменение безразмерных волновых чисел  $k_0, k_1$  и амплитуд  $a_0, a_1$  в зависимости от параметра  $We$ , при неизменных остальных параметрах.



# ВЛИЯНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КВАЗИРАВНОВЕСНЫХ СОСТОЯНИЙ НАКЛОННОГО СЛОЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ

С. А. Прокопьев, Т. П. Любимова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе исследуется устойчивость квазиравновесия наклонного слоя бинарной жидкости при действии высокочастотных вибраций малой амплитуды при заданных однородных параллельных друг другу градиентах температуры и концентрации. Границы слоя считаются твердыми и идеально теплопроводными. Задача исследуется в рамках приближения Буссинеска [1]. Эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности не учитываются. В случае высокочастотных вибраций возможны состояния квазиравновесия, в которых среднее течение отсутствует, имеется лишь пульсационное течение [2]. Целью работы является численное исследование линейной устойчивости квазиравновесных состояний. Актуальность данной работы обусловлена важностью изучения способов управления поведением неоднородно нагретых жидкостей.

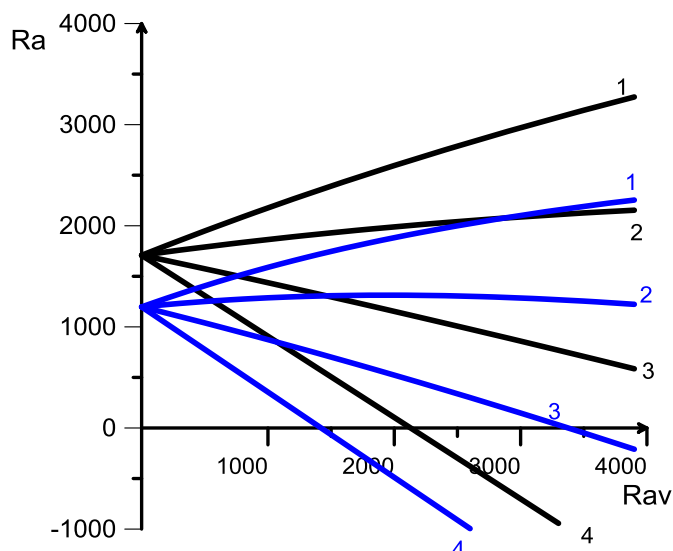
Ранее показано, что условие существования квазиравновесных состояний в рассматриваемой ситуации имеет вид:

$$Ra \sin(\alpha - \gamma) + Ra_v(1 + K) \cos \beta \cos \gamma \sin(\beta - \gamma) = 0. \quad (1)$$

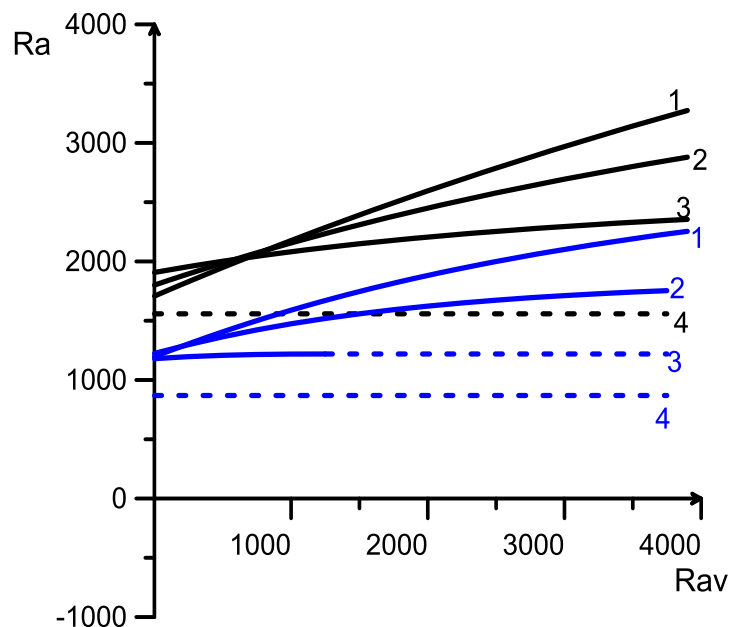
Здесь  $Ra = g\beta_t Ah^4 / (\nu\chi)$ ,  $Ra_v = (a\omega\beta_t Ah^2)^2 / (2\nu\chi)$ ,  $K = \beta_c B / (\beta_t A)$ , где  $g$  – сила тяжести,  $\beta_t$  – коэффициент теплового расширения,  $\beta_c$  – коэффициент концентрационного расширения,  $A, B$  – равновесные градиенты температуры и концентрации,  $h$  – толщина слоя,  $\nu, \chi$  – коэффициенты динамической вязкости и температуропроводности,  $a, \omega$  – амплитуда и частота вибраций.  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы направления силы тяжести, вибраций и градиентов температуры и концентрации соответственно, угол  $90^\circ$  соответствует перпендикулярному слою направлению, угол  $0^\circ$  соответствует направлению вдоль слоя.

Как видно из (1), устойчивость квазиравновесия возможна, когда каждый коэффициент, при  $Ra$  и  $Ra_v$ , обращается в ноль. При  $Ra$  коэффициент обращается в ноль в том случае. Когда сила тяжести параллельна градиенту плотности. Коэффициент при  $Ra_v$  обращается в ноль в трех случаях: 1. Направление вибраций также перпендикулярно силе тяжести; 2. Вибрации перпендикулярны слою; 3. Слой горизонтален. В настоящей работе проведены расчеты для случаев 2 и 3. Расчеты проводились при фиксированном значении чисел Прандтля и Льюиса:  $Pr=7$ ,  $Le=130$ , что соответствует характерной жидкой смеси.

На рис. 1 приведены карты устойчивости квазиравновесия на плоскости число Релея – вибрационное число Релея для случая горизонтального слоя при  $K = 0.002$  и различных углах наклона вибраций, на рис. 2 – карты устойчивости квазиравновесия для случая поперечных вибраций при  $K = 0.002$  и различных углах наклона слоя.



**Рис. 1.** Карты устойчивости квазиравновесия для случая горизонтального слоя; синие линии –  $K = 0.002$ , черные –  $K = 0$ ; 1 –  $\beta = 90^\circ$ , 2 –  $\beta = 60^\circ$ , 3 –  $\beta = 40^\circ$ , 4 –  $\beta = 0^\circ$



**Рис. 2.** Карты устойчивости квазиравновесия для случая поперечных вибраций; синие линии –  $K = 0.002$ , черные –  $K = 0$ ; 1 –  $\alpha, \gamma = 90^\circ$ , 2 –  $\alpha, \gamma = 60^\circ$ , 3 –  $\alpha, \gamma = 40^\circ$ , 4 –  $\alpha, \gamma = 0^\circ$

Из рис. 1–2 видно, что даже малые градиенты концентрации оказывают заметное дестабилизирующее воздействие.

В случае горизонтального слоя наиболее устойчивая ситуация реализуется при поперечных к слою вибрациях. С увеличением угла наклона оси вибраций устойчивость понижается.

Для поперечных к слою вибраций наиболее устойчивая ситуация реализуется для горизонтального слоя, с увеличением угла наклона слоя устойчивость понижается.

### **Список литературы**

1. Гершуни Г. З. Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. Thermal Vibration Convection. Wiley: N.Y. 1998. 358 p.

# КОНВЕКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАГРЕВЕ СБОКУ

А. А. Шаниязов, Т. П. Любимова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Рассматривается двумерное конвективное движение вязкопластической жидкости в вытянутой по вертикали прямоугольной области при нагреве сбоку. Границы области считаются твердыми, на них задавались условия прилипания. На вертикальных границах задаются постоянные разные температуры, горизонтальные границы – считались теплоизолированными. Для описания свободной тепловой конвекции жидкости используется приближение Буссинеска. Для описания вязкопластического поведения жидкости используется модель Хершеля-Балкли [1]. Реологическая кривая для этой жидкости приведена на рис. 1.

Реологическое уравнение жидкости

Хершеля-Балкли имеет вид:

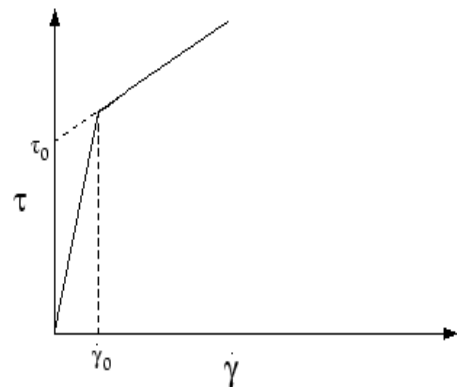
$$\bar{\tau} = \mu_0 \dot{\gamma} \text{ для } \dot{\gamma} < \frac{\tau_0}{\mu_0}$$

$$\bar{\tau} = \tau_0 + \mu \left[ \dot{\gamma} - \frac{\tau_0}{\mu_0} \right] \text{ для } \dot{\gamma} > \frac{\tau_0}{\mu_0}$$

Здесь:

$$\tau = \left[ \frac{1}{2} \bar{\tau} : \bar{\tau} \right]^{1/2} \dot{\gamma} = \left[ \frac{1}{2} \dot{\gamma} : \dot{\gamma} \right]^{1/2}$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

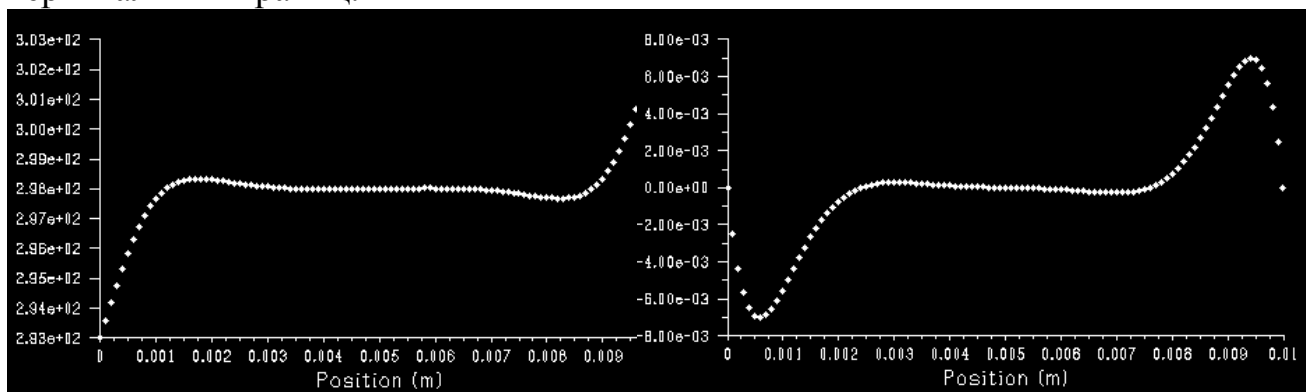


**Рис. 1.** Реологическая кривая

Задача решалась с помощью коммерческого пакета Ansys Fluent 6.3.26, основанного на применении метода конечных объемов. Расчетная сетка строилась с помощью пакета Gambit 2.4. Основные расчеты проводились на равномерной сетке с квадратными ячейками, с размером ячейки  $h=0.0002$ . Все расчеты проводились для отношения высоты полости к ширине, равного 4.

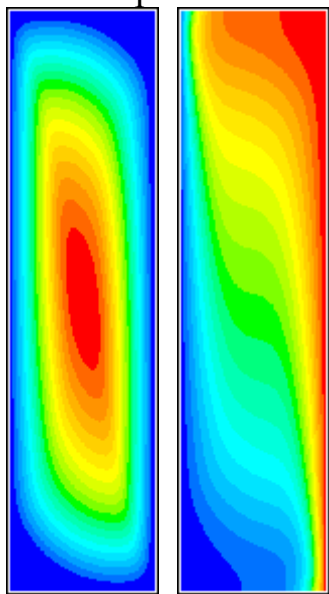
Вначале проводились расчеты для ньютоновской жидкости ( $\tau_0 = 0$ ). На рис. 2 приведены профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении, проходящем через середину полости  $y = H/2$ , для установившегося режима течения при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$ . Как видно, профиль температуры значительно отличается от линейного профиля, соответствующего теплопроводному распределению, а профиль вертикальной компоненты скорости от кубического профиля; имеются

температурный и гидродинамический пограничные слои вблизи вертикальных границ.

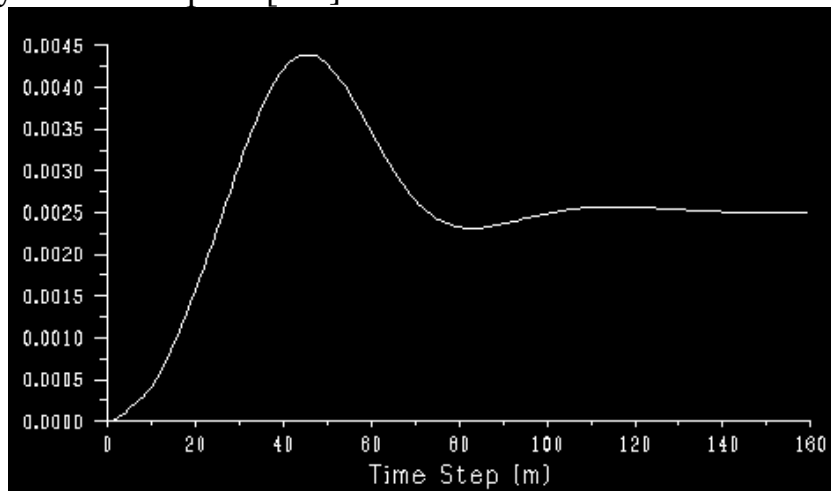


**Рис. 2.** Профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении  $y = H/2$  для ньютоновской жидкости при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$

Вязкопластическое поведение жидкости можно характеризовать так называемым числом Бингама:  $Bn = (\tau_0 / \mu) \sqrt{L / (g \beta \Delta T)}$ . Известно, что при малых напряжениях сдвига вязкопластическая жидкость не течет. Конвективное течение в замкнутой области при нагреве сбоку возникает, если число Бингама меньше некоторого критического значения, зависящего от геометрии области и условий нагрева [2-3].

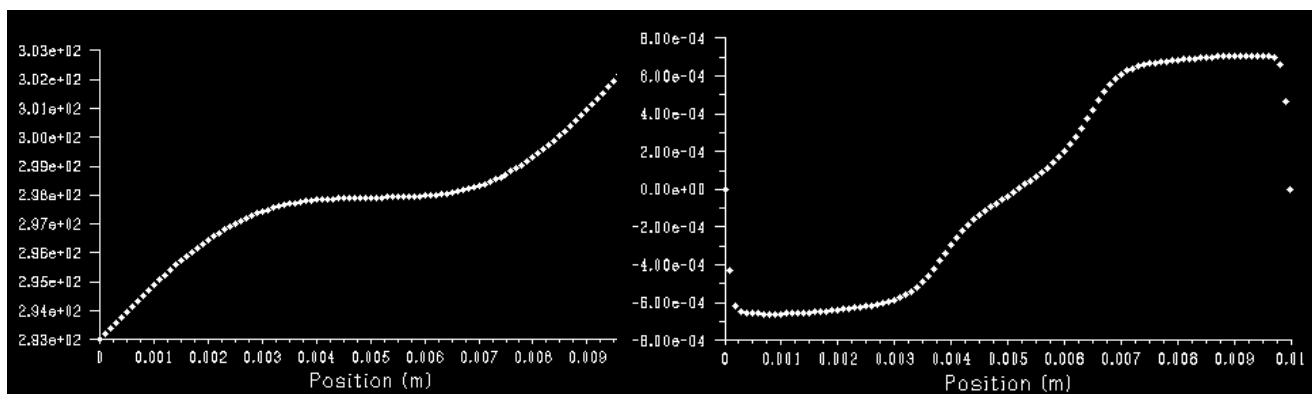


**Рис. 3** Поля функции тока и температуры для ньютоновской жидкости при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$



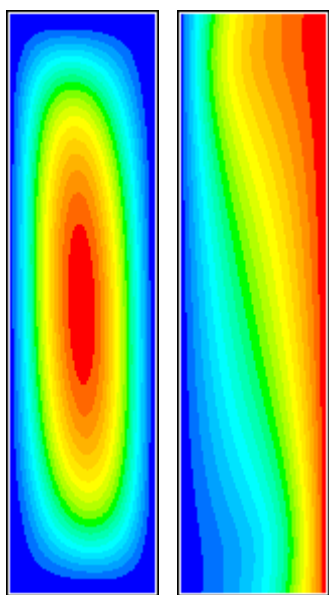
**Рис. 4.** Зависимость максимального значения функции тока в полости от времени для ньютоновской жидкости при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$

Численные расчеты для вязкопластической жидкости проводились при фиксированном значении отношения  $\mu_0 / \mu$ , равном 1000, и значениях числа Бингама, равных 10, 12, 15, 16, 17, 20, 30. На рисунках 3-5 представлены результаты численных расчетов для  $Bn = 10$ . Видно, что поле температуры ближе к теплопроводному распределению, чем в случае ньютоновской жидкости; температурный пограничный слой вблизи вертикальных границ отсутствует; гидродинамический пограничный слой имеется.

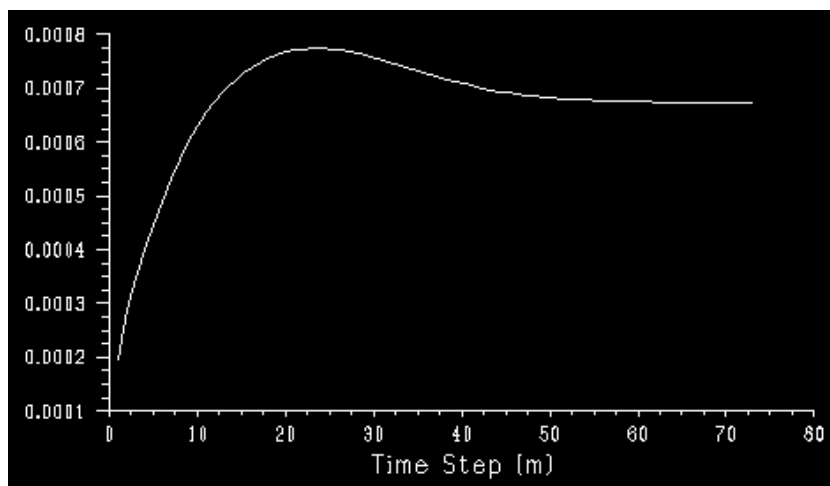


**Рис. 5.** Профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении  $y = H/2$  для жидкости Хершеля-Балкли при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $Bn = 10$

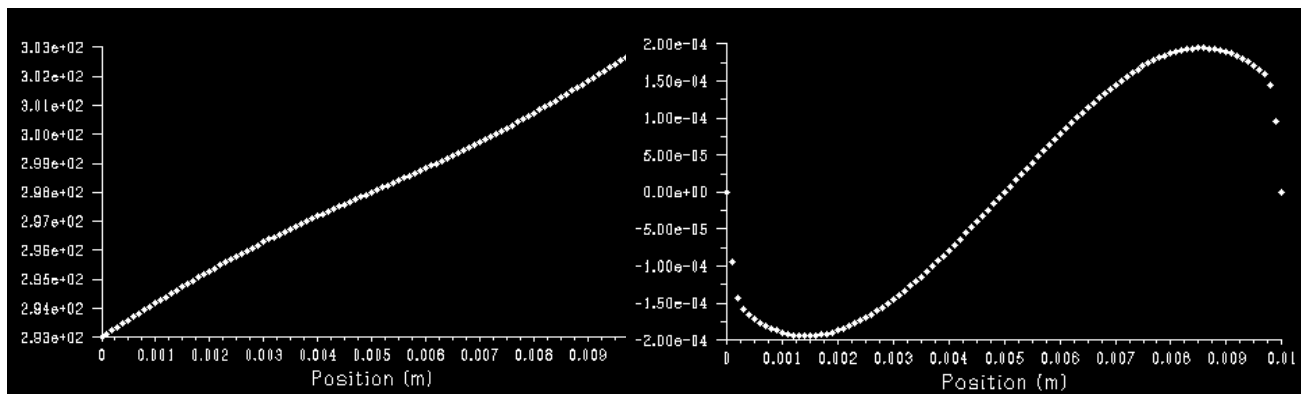
На рисунках 6–8 представлены результаты численных расчетов для  $Bn = 20$ . Для жидкости Бингама при  $Bn$ , превышающих некоторое значение, течение должно отсутствовать. Модель Хершеля-Балкли является регулизацией моделей Бингама, при  $\tau < \tau_0$  движение в такой жидкости не может полностью отсутствовать, но оно должно быть очень слабым. Как видно, из рис. 7, интенсивность движения действительно мала: она почти на порядок меньше чем при том же числе Грасгофа для  $Bn = 10$ . Поле температуры почти не искажено конвекцией, оно близко к теплопроводному распределению. Рис. 8 подтверждает, что распределение температур близко к линейному, а профиль вертикальной компоненты скорости близок к кубическому профилю.



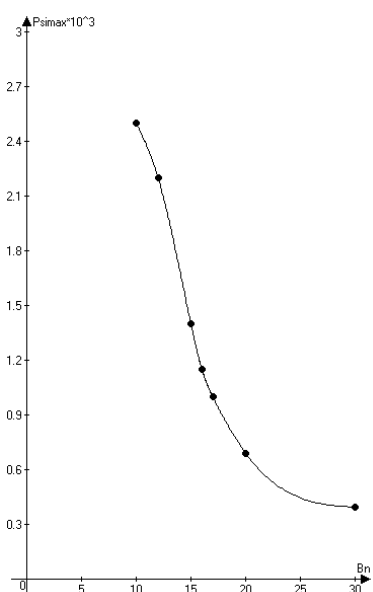
**Рис. 6.** Поля функции тока и температуры для жидкости Хершеля-Балкли при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $Bn = 10$



**Рис. 7.** Зависимость максимального значения функции тока в полости от времени для жидкости Хершеля-Балкли при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $Bn = 10$



**Рис. 8.** Профили температуры и вертикальной компоненты скорости в горизонтальном сечении  $y = H/2$  для жидкости Хершеля-Балкли при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $Bn = 20$



**Рис. 9.** Зависимость максимального значения функции тока в полости от числа Бингама для жидкости Хершеля-Балкли при  $Pr = 7$ ,  $Ra = 10^6$

На рис. 9 приведена зависимость максимального значения функции тока в полости от числа Бингама для установившихся режимов течения при фиксированном числе Грасгофа, равном  $10^6 / Pr$ . Как видно в области  $Bn \approx 16$  наблюдается резкое уменьшение интенсивности движения. В случае жидкости Бингама при  $Bn \approx 16$  наблюдался бы спад интенсивности течения до нуля.

### Список литературы

1. *Herschel W. H., Bulkley R.* Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollosungen // *Kolloid Zeitschrift*. 1926. V. 39. P. 291–300.
2. *Любимова Т. П.* Численное исследование конвекции вязкопластичной жидкости в замкнутой области // *МЖГ*. 1977. № 1. С. 3–8.
3. *Vikhansky A.* On the onset of Bingham liquid in rectangular enclosures // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 2010. V. 165. P. 901–913.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДРЕЙФА ВСПЛЫВАЮЩИХ ЭЙЛЕРОВЫХ МНОГОГРАННИКОВ

Л. Н. Буркова, К. А. Рыбкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

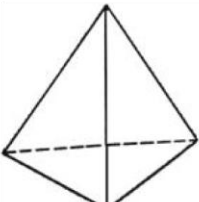
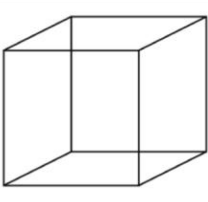
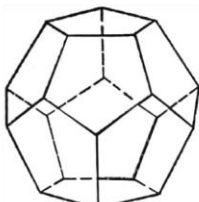
Работы по исследованию обтекания твердого тела, проводятся на протяжении долгого времени. Рассмотрено множество задач, когда на закрепленное тело набегают поток жидкости. Обтекаемые тела были самой различной формы, начиная с цилиндра в плоской тонкой ячейке, до обтекания куба покоящегося на плоской поверхности [1–3].

Процесс всплытия твердых тел, таких как твердая сфера, 2-х осные и 3-х осные эллипсоиды изучался в работе [4]. Статья посвящена обнаружению колебаний центра масс твердых тел, а также исследованию влияния формы объекта на возникающие в окружающей жидкости вихри.

В настоящей работе рассмотрена система, в которой свободное тело всплывает в неподвижной жидкости.

Определяющим параметром, по которому будет происходить сравнение параметров дрейфа тел, выберем количеству вершин. По этому параметру, из выше указанного набора тел, больше всего по своей форме напоминает шар додекаэдр, меньше всего – тетраэдр. Есть мнение, что движение тетраэдра должно быть более предсказуемо по сравнению с движением других тел.

Таблица 1. Характеристики тел

Изображение многогранников			
Название	Тетраэдр	Куб	Додекаэдр
Число граней	4	6	12
Число ребер	6	12	30
Число вершин	4	8	20
Площадь поверхности	$1,7a^2$	$6a^2$	$8,7a^2$
Объем	$0,12a^3$	$a^3$	$7,7a^3$

Для проведения эксперимента использовалась установка, состоящая из двух осветительных приборов, зеркала, запускающего устройства, камеры и компьютера. Всплывающими объектами служили бумажные многогранники, покрытые эпоксидным клеем. Было изготовлено три набора тел разного размера. Основные свойства тел приведены в таблице 2.



**Таблица 2. Свойства тел**

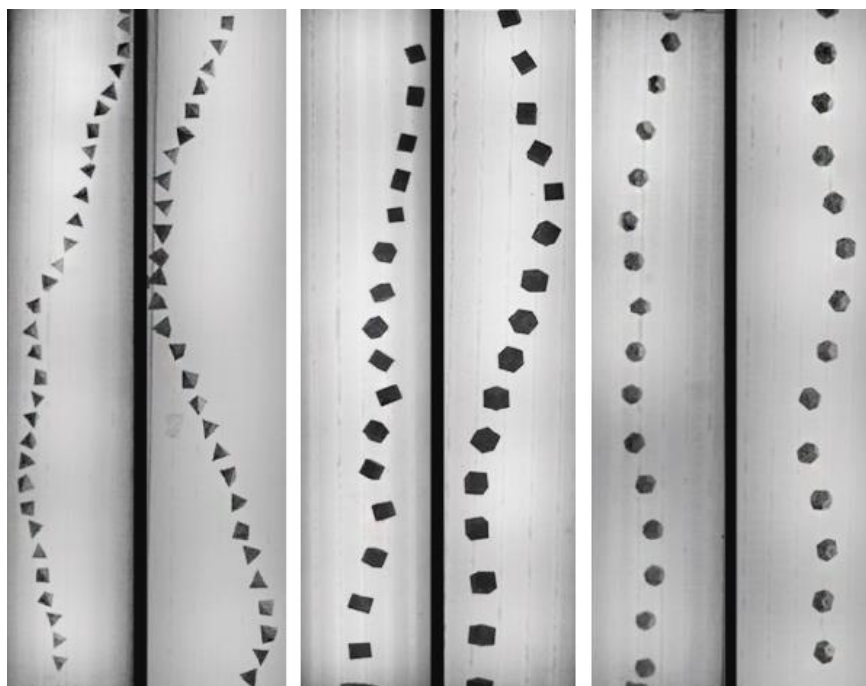
<b>I</b>				
<b>Куб</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
4,0	0,28	1,132	2,0	49,0
<b>Додекаэдр</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
7,7	0,13	0,985	1,0	56,1
<b>II</b>				
<b>Куб</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
2,9	0,39	1,125	1,7	40,0
<b>Додекаэдр</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
3,9	0,18	0,686	0,8	51,2
<b>III</b>				
<b>Тетраэдр</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
1,6	0,28	0,450	2,4	28,3
<b>Куб</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
1,4	0,26	0,372	1,2	42,6
<b>Додекаэдр</b>				
$V$ тела, см <sup>3</sup>	$\rho$ тела, г/см <sup>3</sup>	$m$ , г	Внеш. сторона, см	Скорость, м/с
2,6	0,20	0,526	0,7	48,5

Чтобы на траекторию тел влияла лишь их форма необходимо постоянство безразмерных параметров. Управляющими параметрами при всплытии тела являются число Рейнольдса и число Архимеда. Для каждого набора тел безразмерные параметры были одного порядка.

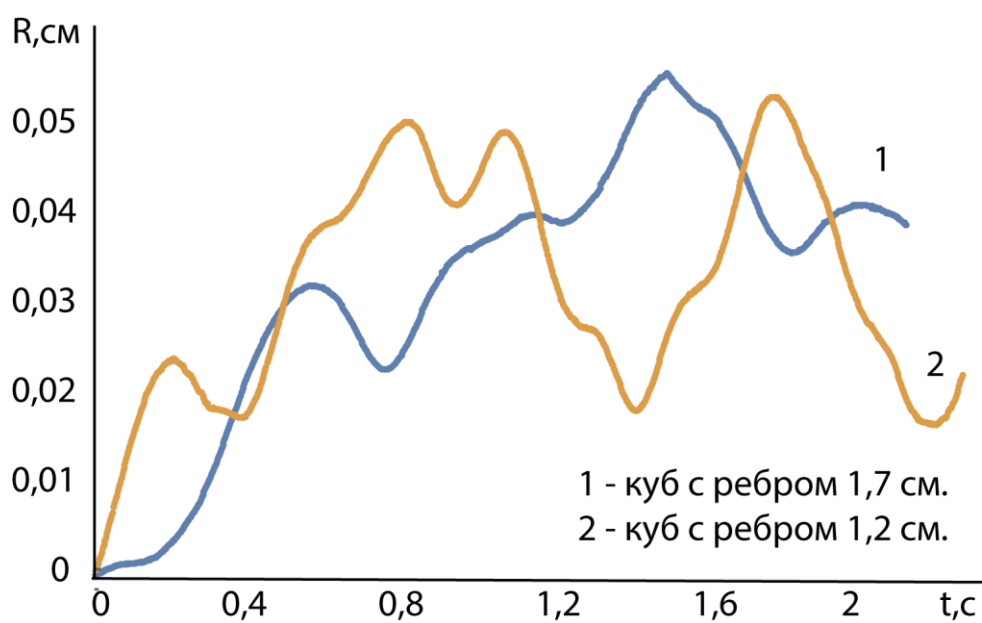
В ходе эксперимента было выявлено, что траектории движения многогранников сильно отличаются по амплитуде. Тетраэдр движется с наибольшей амплитудой, в связи с этим не удалось проанализировать траекторию всплытия. Кювета оказалась неподходящей для данного эксперимента. В подавляющем большинстве случаев, тетраэдр с момента запуска сразу сильно отклонялся и ударялся о стенку кюветы (рис. 1).

Траектория всплытия куба и додекаэдра была проанализирована с помощью программного комплекса Wolfram Mathematica с целью нахождения координаты центра масс всплывающего объекта на каждом кадре.

Для выявления зависимости траектории всплытия от размеров тела были проведены эксперименты с кубами и додекаэдрами разного размера. Как оказалось, при уменьшении размера тела уменьшается период колебаний радиальной компоненты и азимутального угла (рис. 2). Обнаружено, что скорость всплывающего тела напрямую зависит от его формы - чем больше у тела углов, тем быстрее оно всплывает, при прочих равных условиях.

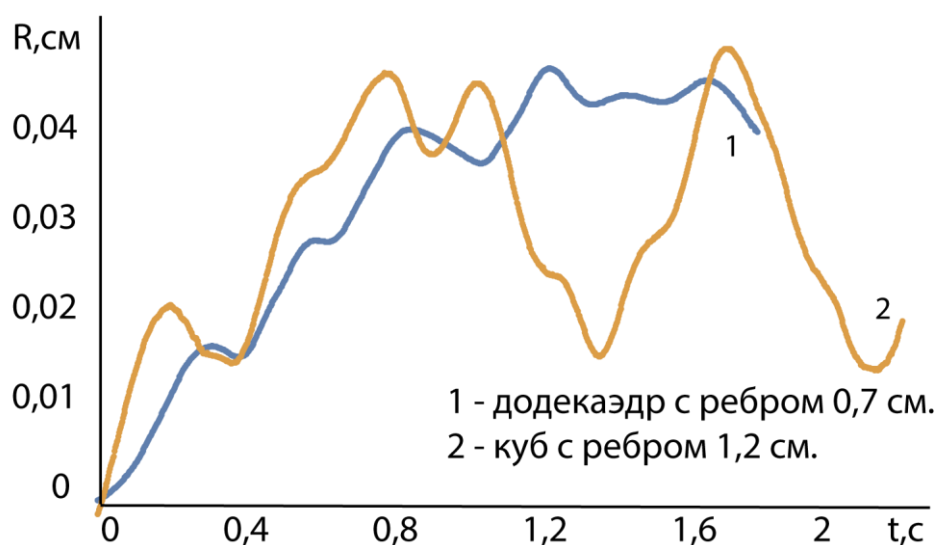


**Рис. 1.** Траектории всплытия многогранников



**Рис. 2.** Сравнение радиальных компонент кубов разного размера

Сравнение характеристик всплытия куба и додекаэдра показало, что период колебаний додекаэдра больше периода колебаний куба при той же амплитуде (рис. 3). Средняя скорость всплытия многогранника возрастает с увеличением его размера.



**Рис. 3.** Сравнение радиальных компонент куба и додекаэдра

### Список литературы

1. Федяев В. Л., Моренко И. В., Серазетдинов Н. З. Обтекание кругового цилиндра вязкой жидкостью с примесями // Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН. Казань: Фолиант. Вып. 1. С. 176–197.
2. Чумаковой А. Т. Расчёт отрывных течений за плохо обтекаемым телом // 10-я между-нар. научно-техн. конф. ОМИП. 2008. Вып. 2. С. 32–37.
3. Сенников В. О. Поведение пульсирующего твердого тела в вязкой жидкости в отсутствие силы тяжести // ПМТФ. 1997. Вып. 4. С. 19–23.
4. Братухин Ю. К., Рыбкин К. А., Юдин Р. С. Хаотическая динамика дрейфа сферических тел в вязкой жидкости // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2012. Вып. 4. С. 15–18.

## СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ И ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Д. В. Ветрова<sup>а</sup>, И. А. Мизева<sup>б</sup>,

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>б</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

Во многих областях науки возникают задачи, требующие помасштабного анализа сигналов различной природы. Традиционным методом для такого рода исследований является спектральный анализ.

Спектральный анализ – это один из инструментов обработки экспериментальных данных. В частности, он используется для анализа данных, выявления характерных частот, в целях подавления шума и т.д.

Спектральный анализ основан на разложении исследуемых полей в ряды (интегралы) Фурье. Распределение энергии по частотам называется спектральной плотностью энергии, которая корректно определяется при разложении Фурье для периодических или затухающих сигналов. Также Фурье-анализ применяется для хаотических, но стационарных сигналов.

В 1980 году был разработан метод вейвлет-анализа для обработки нестационарных сигналов. Вейвлет-анализ использует самоподобные функции, локализованные как в физическом, так и в Фурье-пространстве вместо гармонических функций. Вейвлет-анализ зарекомендовал себя как эффективный инструмент для получения спектральной плотности энергии, особенно для нестационарных, коротких и зашумленных данных.

Фурье- и вейвлет-преобразования внедрены в большое количество современных пакетов (Maple, Mathematica и др.), но использование этих пакетов требует дополнительных навыков и понимания работы методов. Кроме того, существует сложность настройки этих методов.

Функцию  $f(t)$  можно представить интегралом Фурье, если для нее существует интеграл:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt,$$

тогда преобразование Фурье имеет вид:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt.$$

Распределение энергии по частотам записывается в виде:

$$E(\omega) = |F(\omega)|^2.$$

Спектр энергии связан с автокорреляционной функцией:

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} (f(t) - \langle f \rangle)(f(t + \tau) - \langle f \rangle) dt$$

Применив к автокорреляционной функции теорему Хинчина [1], также получится спектральная плотность энергии как в преобразовании Фурье.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (1)$$

Вейвлет-преобразование применяется для анализа нестационарных сигналов и оказывается более эффективным, чем преобразование Фурье. Вейвлет-образ функции  $f(t)$ , для которой существует преобразование Фурье определяется как:

$$w(a, b) = a^k \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t - b}{a} \right) dt,$$

где  $\psi(t)$  – вещественная или комплексная функция, называемая анализирующим вейвлетом,  $a$  – параметр, имеющий размерность длины и характеризующий масштаб,  $b$  – параметр, имеющий размерность длины и характеризующий сдвиг, относительно первоначального положения переменной  $t$ .

По аналогии со спектральной плотностью энергии для преобразования Фурье вводится величина, характеризующая интенсивность всех пульсаций заданного масштаба – интегральный вейвлет спектр:

$$M(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |w(a, b)|^2 db$$

Целью данной работы является создание набора программ в пакете аналитических вычислений Mathematica 9.0, который включает в себя: фурье-анализ, автокорреляционную функцию, вейвлет-анализ.

Была модифицирована лабораторная работа для студентов ПГНИУ, физического факультета, 4 курса по дисциплине турбулентность и создан набор тестовых изображений.

### Список литературы

1. Фрик П. Г. Турбулентность: подходы и модели. М. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2010. С. 273–284.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВСПЛЫТИЯ ПУЗЫРЯ

В. А. Ельтищев, А. Н. Кондрашов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Дрейф тел – один из самых распространенных процессов на Земле, который играет важную роль в целом ряде технологических процессов и в технических устройствах.

Изучение движения одиночных газовых пузырей продолжается в течение длительного времени. Получены важные теоретические решения [1–2] и накоплено значительное количество экспериментальных результатов [3].

За последнее двадцатилетие было проведено немало и численных работ по изучению дрейфа пузырьков в жидкости. В статье [4] численно моделировалось поведение пузыря в вязкой жидкости. Был проведен анализ изменения формы поверхности пузыря в зависимости от соотношения его сторон (высоты и ширины) при различных числах Рейнольдса. При  $Re = 13.95$  конечная форма поверхности пузыря не зависит от начального соотношения сторон, однако при  $Re = 206.3$  конечная форма пузырька качественно меняется.

В работах, связанных с моделированием поведения пузырька воздуха в жидкости, чаще всего исследуются изменения формы поверхности пузыря от различных параметров: вязкости жидкости, размера пузыря, числа Рейнольдса, начальных условий и т.д.

**Цель настоящей работы** – численное моделирование всплытия воздушного пузырька в жидкости с учетом сил поверхностного натяжения.

### Постановка задачи

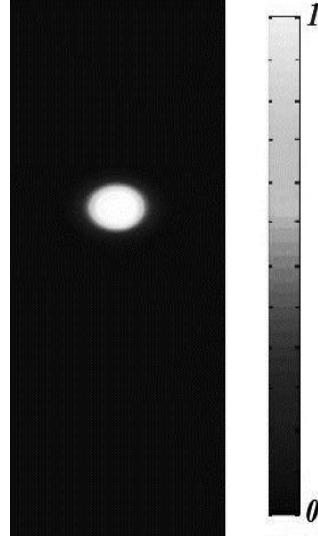
Рассматривается двумерная задача дрейфа газового пузырька в вязкой несжимаемой жидкости с учетом искажений формы его поверхности и пространственного перемещения. Область прямоугольная с твердыми непроницаемыми границами.

Для отделения жидкой фазы в рассматриваемой области от газообразной вводится функция фазы, которая принимает определенное значение в конкретной фазе (рис. 1):

$\varphi(x, y) = 0$  в жидкой фазе,

$\varphi(x, y) = 1$  в газообразной фазе,

$0 < \varphi(x, y) < 1$  на границе между фазами.



**Рис. 1.** Функция фазы в области

Поставленную задачу можно описать системой уравнений (1)–(4), которая состоит из уравнения Навье-Стокса (1), уравнения непрерывности (2), уравнения Пуассона для давления (3) и уравнения переноса для фазы (4).

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P + \nabla [\mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_{sf}, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\Delta P = \text{div} \{ \nabla [\mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)] + \mathbf{F}_{sf} - \rho (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} \}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \varphi = \gamma \nabla \left( \varepsilon \nabla \varphi - \varphi (\varphi - 1) \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right), \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность вещества,  $P$  – давление,  $\mu$  – динамическая вязкость,  $\mathbf{g}$  – ускорение силы тяжести,  $\mathbf{F}_{sf}$  – сила поверхностного натяжения,  $\gamma$  – параметр, определяющий максимальную скорость в модели.

Уравнение для давления (3) получается из уравнения движения (1) путем применения операции дивергенции, учитывая (2). Сила поверхностного натяжения  $\vec{F}_{sf}$  может быть записана в виде:

$$\mathbf{F}_{sf} = \nabla [\sigma \{1 - (\mathbf{n} \mathbf{n}^T)\} \delta],$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\mathbf{n} = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}$  — вектор нормали к поверхности пузыря, а  $\delta = |\varphi(1 - \varphi)| |\mathbf{n}|$  — дельта-функция Дирака.

Плотность и динамическая вязкость вещества выражаются через функцию  $\varphi$  следующим образом:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_f + (\rho_g - \rho_f)\varphi, \\ \mu &= \mu_f + (\mu_g - \mu_f)\varphi,\end{aligned}$$

где индекс  $f$  относится к жидкости, а  $g$  — к газу.

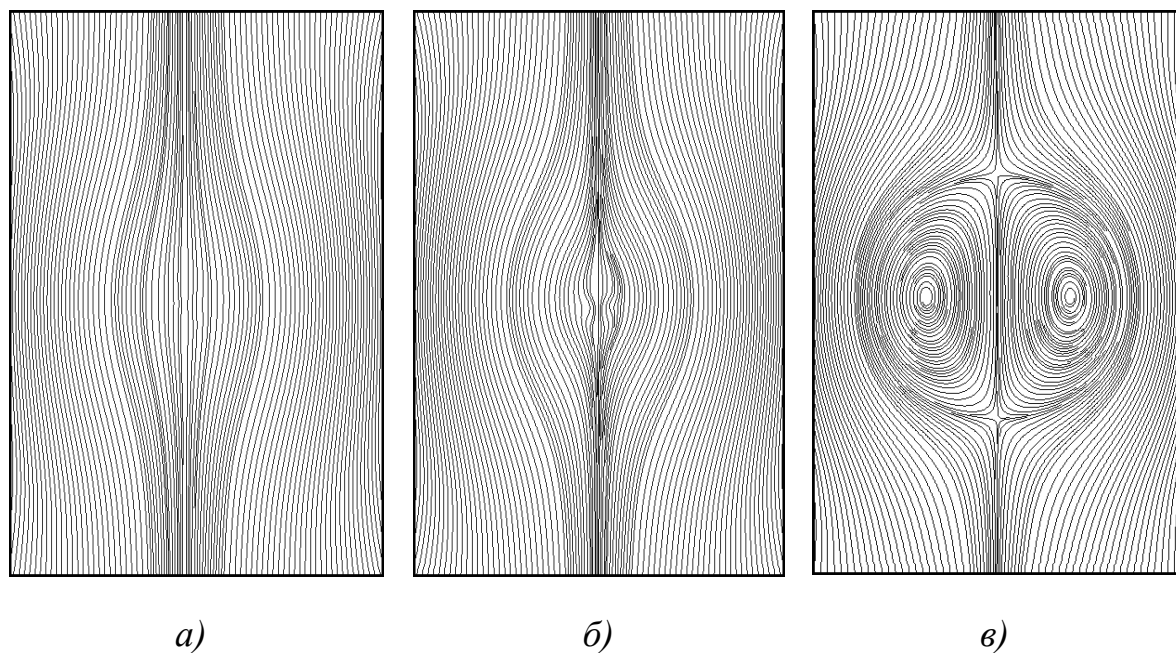
### Методика расчета

Основой метода является дискретизация — замена непрерывной области совокупностью изолированных точек (вычислительная сетка), причем решение уравнений ищется только в этих точках (узлах сетки). Дифференциальные операторы аппроксимируются конечными разностями, и решение уравнения в частных производных сводится к решению системы алгебраических уравнений.

Система уравнений (1 — 4) решается методом конечных разностей с использованием метода проекции. Уравнение (3) решается методом простой итерации.

### Результаты

В итоге численного расчета по первой схеме было определено, что пузырьки воздуха с радиусом  $R > 0.1$  мм и  $R < 4$  мм всплывают прямолинейно, не испытывая каких-либо колебаний. Однако в некоторый момент времени, когда скорость пузырька достигает какого-то определенного значения, наступает неустойчивость в решении и схема расходится. Несмотря на это, удалось пронаблюдать за эволюцией вихрей внутри пузыря до разрушения решения (рис. 2).



**Рис. 2.** *Линии тока в различные моменты времени:*  
а)  $t=0.005$  с, б)  $t=0.01$  с, в)  $t=0.02$  с



Неустойчивость решения может возникать из-за больших градиентов скорости, в результате которых за один шаг по времени фаза перескакивает на расстояния, большие шага сетки  $h$ . Так же причиной неустойчивости может быть излишняя плавность функции  $\varphi$ . Однако, чтобы сделать функцию фазы более крутой на границе пузырь-вода необходимо уменьшать шаг сетки, чтобы разрешить уравнения, но это приводит к росту размеров используемых массивов, а, следовательно, и к увеличению расчетного времени.

### Список литературы

1. *Zhang L., Yang C., Mao Z.-S.* Numerical simulation of a bubble rising in shear-thinning fluids // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2010. N. 12. P. 555–567
2. *Ильгамов М. А., Косолапова Л. А., Малахов В. Г.* Движение пузырька газа в жидкости с учетом искажения его сферической формы // *Вестник ТГГПУ*. 2010. V. 21. P. 7.
3. *Riboux G., Risso F., Legendre F.* Experimental characterization of the agitation generated by bubbles rising at high Reynolds number // *J. Fluid Mech.* 2009. P. 509–539.
4. *Hua J., Lou J.* Numerical simulation of bubble rising in viscous liquid // *Journal of Computational Physics*. 2007. V. 222. P. 769–795.

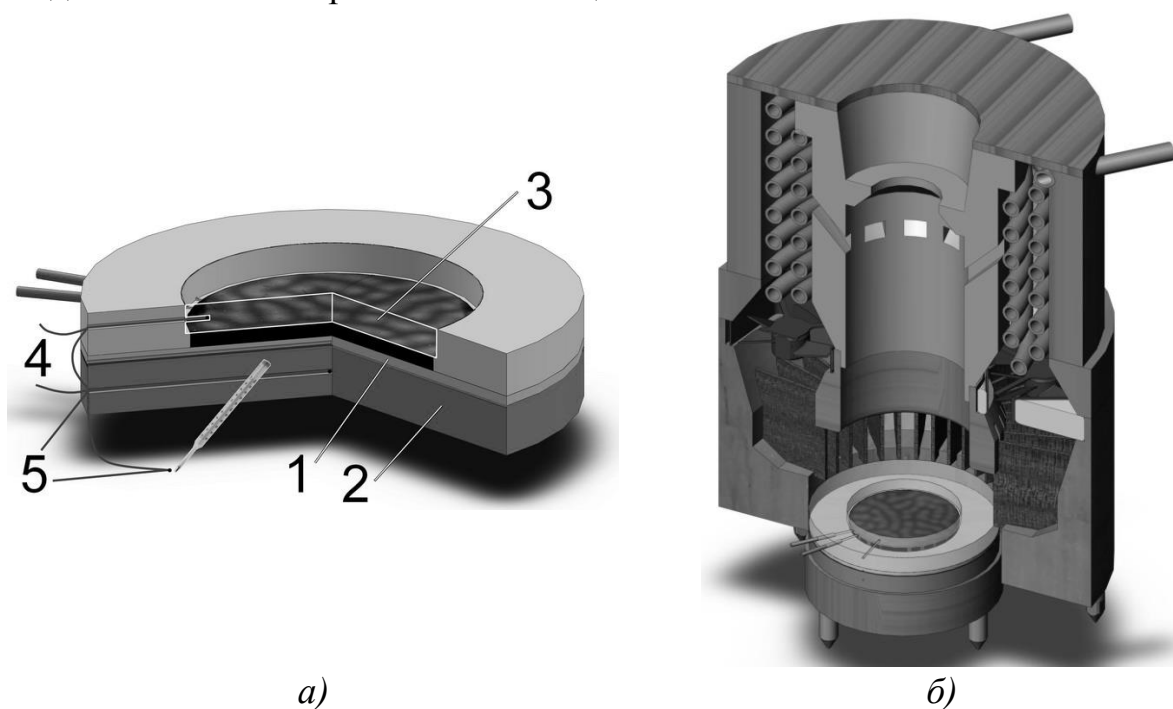
# ВОЛНОВОЙ РЕЖИМ КОНВЕКЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОСТИ В ПОДОГРЕВАЕМОМ СНИЗУ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ

М. А. Калинина, Н. В. Колчанов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Магнитная жидкость представляет собой коллоидный раствор магнитных частиц, размеры которых позволяют находиться в состоянии броуновского движения [1]. В промышленности широкое применение нашли магнитные жидкости, дисперсной фазой которых являются магнетитовые частицы, стабилизированные олеиновой кислотой, а жидкостью-носителем – парафиновые углеводороды, вода, различные минеральные масла и др.

В работе [2] изучалась конвекция в связанных каналах, где были обнаружены перебросовые колебания как в керосиновой магнитной жидкости, так и отдельно в керосине. Авторы предположили, что существенную роль в конвекции магнитных жидкостей играет термодиффузия молекулярной смеси несущей жидкости, и предложили рассмотреть расширенную модель тепловой конвекции. В данной работе исследовалась конвекция в трансформаторном масле, которое, наряду с керосином, также используется в промышленности в качестве жидкости-носителя для магнитных жидкостей. Следуя предположениям, описанным в статье, были поставлены следующие цели: изучить конвективные свойства многокомпонентной молекулярной жидкости в горизонтальном слое и выделить волновые режимы конвекции.



**Рис. 1.** Экспериментальная установка: а) полость; б) система термостатирования

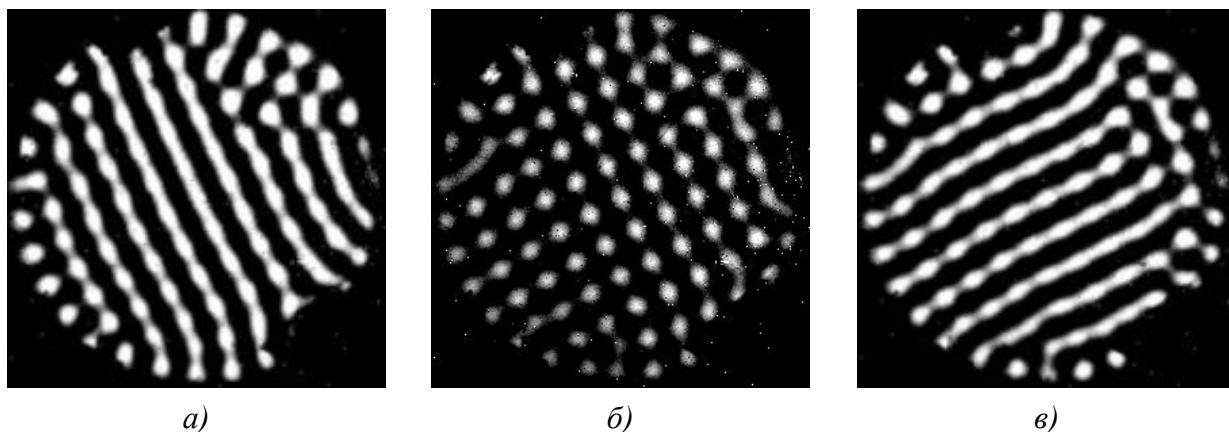


Рис. 2. Этапы перезамыканий.

Экспериментальная установка состояла из полости (рис. 1а), в которую заливалось трансформаторное масло, системы термостатирования, двух жидкостных термостатов KRIO-VT-01, устройства Термодат-38С2, тепловизора и компьютера. Температура на нижней алюминиевой границе полости 1 задавалась при помощи прикреплённого к этой границе медного теплообменника 2. Температура верхней границы 3, выполненной из соли LiF, задавалась системой термостатирования, показанной на рис. 1б. Перепад температур на слое трансформаторного масла измерялся дифференциальной медь-константановой термопарой 4. Абсолютная температура медного теплообменника 2 определялась при помощи термопары 5 и ртутного термометра, который измерял температуру с точностью  $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Устройство Термодат-38С2 снимало показания термопар, производило оцифровку аналогового сигнала и передавало информацию на компьютер. Измерение поля температур с поверхности трансформаторного масла производила инфракрасная камера с точностью  $0.02\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

В диапазоне  $(1.50 \div 1.85) \cdot 10^3$  чисел Рэлея устанавливался волновой режим конвекции. Сформировавшиеся при этом режимы валы (рис. 2а) разбиваются на ячейки (рис. 2б), которые в дальнейшем объединяются в валы, перпендикулярные первоначальным (рис. 2в). Процесс перезамыкания

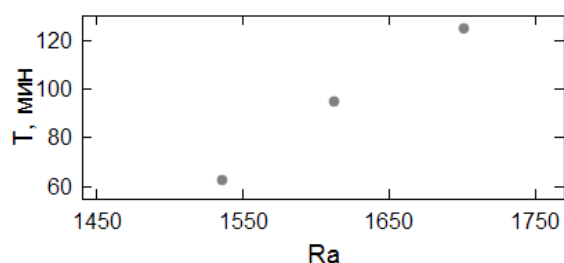


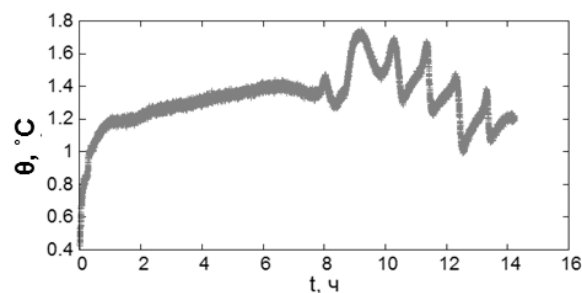
Рис. 3. Зависимость периода колебаний от числа Ra

взаимно перпендикулярных валов повторяется и происходит полное колебание. Период колебаний, как показано на рис. 3, увеличивается с ростом числа Рэлея.

Было замечено, что после придания системе конечного возмущения колебания возобновляются с временной задержкой. Так, например, при повышении перепада на  $1^{\circ}\text{C}$ , в рамках волнового режима, она составила около 7 часов. Пульсации температуры  $\theta$  в точке на поверхности трансформаторного масла в течение 14 часов с

момента изменения перепада температур на слое исследуемой жидкости представлены на рис. 4.

Ниже диапазона чисел Рэлея, соответствующего волновому режиму, наблюдались неподвижные упорядоченные квадратные ячейки, а выше этого диапазона формировался стационарный режим с валиковыми структурами. Природа волнового режима может быть связана с конкуренцией этих двух видов конвективных структур.



**Рис. 4.** Зависимость пульсаций температуры на поверхности трансформаторного масла от времени

### Список литературы

1. *Фертман В. Е.* Магнитные жидкости — естественная конвекция и теплообмен. Мн.: Наука и техника, 1978. 208 с.
2. *Глухов А. Ф., Демин В. А., Попов Е. А.* Тепловая конвекция магнитной наносuspензии в узких каналах // Механика жидкости и газа. 2013. №1. С. 41–51.

## ВЛИЯНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ НА КОНВЕКЦИЮ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

И. Э. Карпунин, И. А. Бабушкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

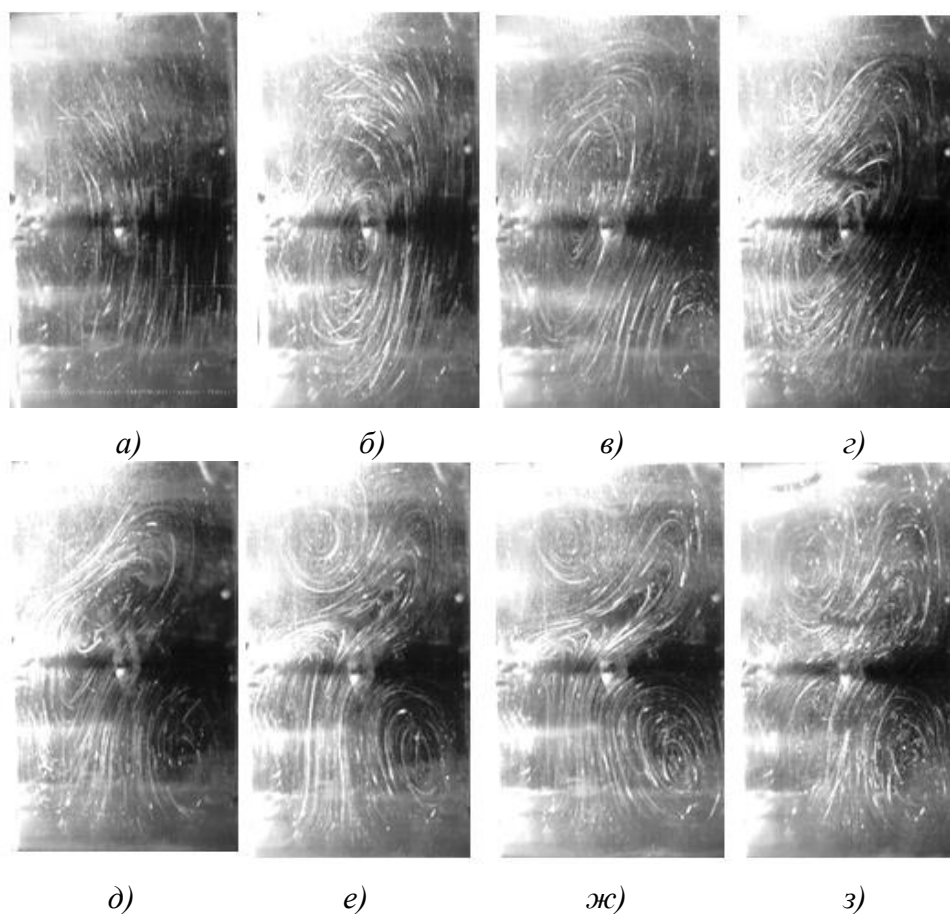
Изучению тепловой конвекции в ячейке Хеле-Шоу посвящено множество теоретических и экспериментальных работ. Например, влияние соотношения сторон рабочих полостей на конвективное течение рассматривалось в работе [1]. Влияние различных осложняющих факторов (вибрации, действие центробежных сил) рассматривалось в работах [2, 3]. Большое количество работ посвящено также конвекции бинарных жидкостей, в том числе при наличии модуляции поля тяжести [4].

В настоящей работе рассмотрено влияние вертикальных вибраций на поведение бинарной смеси с отрицательным коэффициентом Соре в плоском вертикальном слое с размерами 20х2х40 мм. В качестве рабочей жидкости был выбран 10 % водный раствор этилового спирта. Эксперименты проводились при подогреве с низу с фиксированной разностью температур на слое  $\Delta T_{сл}$  в каждом сеансе.

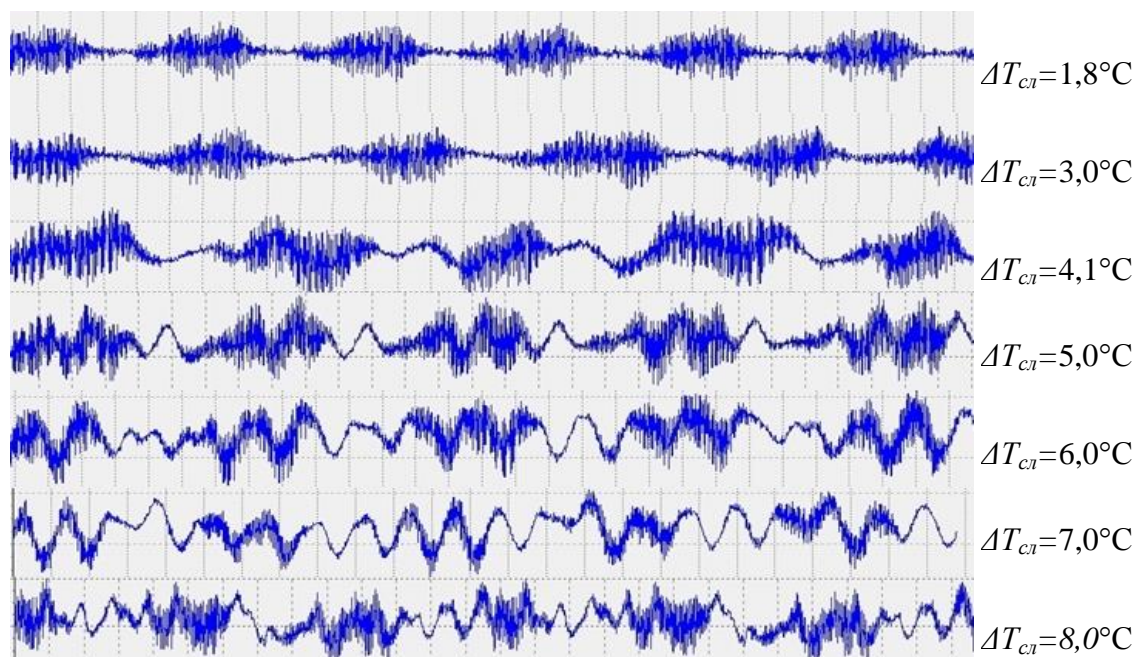
Первой задачей было исследование режимов конвективных течений в отсутствии визуализирующих частиц и без вибрационного воздействия. О структуре течения косвенно можно было судить по искажению температурного поля в полости, которое фиксировалось двумя медь-константановыми термопарами. Были найдены: порог механического равновесия и границы конвективных режимов.

Было показано, что добавление светорассеивающих частиц из кополиамида с массовой долей 0,5 % в два раза повышает порог устойчивости механического равновесия, увеличивает границы устойчивости конвективных течений, при этом понижает их интенсивность. На рисунке 1 представлены структуры конвективных течений при различных перепадах температур на слое жидкости. Как видно, картина течения в целом подобна режимам однокомпонентной жидкости. Влияние бинарной смеси наблюдается только при малых значениях перепада температур, когда подъемное течение прижимается в лево и около  $\frac{3}{4}$  ширины полости занимает опускное течение. Это объясняется тем, что при отрицательном коэффициенте Соре элементы жидкости смещаются в область больших температур, что приводит к асимметрии течения. С увеличением разности температур на слое объемно-массовые силы играют более существенную роль и наблюдается одноваликовое течение с наклоном в сторону движения жидкости (как в случае однокомпонентной жидкости). Увеличение разности температур между теплообменниками приводит к возникновению в правом нижнем углу второго вала, а затем к трехваликовому течению. При установившемся режиме наблю-

далось периодическое увеличение угловых вихрей, что приводило к колебаниям среднего значения сигнальных термопар (рис. 2).



**Рис. 1.** Конвективные течения, установившиеся в рабочей полости, при  $\Delta T_{cl}$ : а)  $1,8^\circ\text{C}$ , б)  $3^\circ\text{C}$ , в)  $3,5^\circ\text{C}$ , г)  $4,1^\circ\text{C}$ , д)  $5^\circ\text{C}$ , е)  $6^\circ\text{C}$ , ж)  $7,3^\circ\text{C}$ , з)  $8,1^\circ\text{C}$



**Рис. 2.** Термограммы центральной термопары  $\Delta T_u$

Перезамыкания вихрей не обнаружено. На рис. 2 представлены термограммы термопары, один спай которой находится в центре рабочей полости, а другой на средней горизонтальной линии на расстоянии 2 мм от левой стенки. По оси ординат отложена величина сигнала в градусах Цельсия, по оси абсцисс время. Но для различных значений  $\Delta T_{cl}$  термограммы представлены в разных масштабах. Видно, что при любых перепадах температуры на слое жидкости кроме колебаний среднего ( $\Delta T_{cl}$  от 4,1°С и выше) наблюдаются также пульсации температурного поля, которые не проявляются в случае однокомпонентной жидкости. При больших перепадах температуры эти пульсации накладываются на колебания среднего значения сигнала. Данные пульсации температурного поля присутствуют как при наличии визуализирующих частиц так и при их отсутствии. При этом исследования показали, что наличие визуализирующих частиц уменьшает амплитуду и период пульсаций.

Вертикальные вибрации с частотой 3,7 Гц и амплитудой 60 мм также приводят к увеличению порогов механического равновесия и конвективных течений. Но в отличие от предыдущих рассмотренных случаев нарушение механического равновесия происходит двухваликовым режимом. Одноваликового режима обнаружено не было. Вертикальные вибрации как и добавление визуализирующих частиц приводят к уменьшению интенсивности пульсаций температурного поля.

### Список литературы

1. Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И. О конвективных движениях в ячейке Хеле-Шоу // Доклады АН СССР. 1977. Т. 235. № 3. С. 554–557.
2. Бабушкин И. А., Демин В. А. Вибрационная конвекция в ячейке Хеле-Шоу. Теория и эксперимент // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47. № 2. С. 40–48.
3. Бабушкин И. А., Демин В. А., Кондрашов А. Н., Пепеляев Д. В. Тепловая конвекция в ячейке Хеле-Шоу при действии центробежных сил // Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2012, № 1, С. 14–25.
4. Мызникова Б. И., Смородин Б. Л. Волновые режимы конвекции бинарной смеси при модуляции поля тяжести // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. Вып. 3. С. 597–604.



## О КОНВЕКЦИИ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ

Г. Л. Лосев, А. С. Сидоров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Магнитные жидкости (МЖ) – это коллоидные системы, состоящие из ферромагнитных или ферримагнитных частиц взвешенных в жидкостиносителе (обычно органический растворитель или вода) и стабилизированных оболочкой из поверхностно-активного вещества (ПАВ). Характерный размер магнитных частиц составляет 10 нм, что соответствует однодоменному состоянию частицы и определяет суперпарамагнитное поведение системы [1, 2].

Сочетание свойств МЖ позволяет использовать все преимущества жидкого материала (малый коэффициент трения в контакте с твердым телом, возможность проникать в микрообъемы, смачивание практически любых поверхностей и др.), в то же время, удерживая МЖ в нужном месте устройства под действием магнитного поля [3, 4]. Тем не менее, технологическое применение магнитных жидкостей сопряжено с рядом сложностей: нелинейные реологические кривые сложная взаимозависимость концентрации магнитных частиц, температурных и магнитных полей, а так же полей скорости течения требует тщательного и систематического исследования поведения жидкости при проектировании и изготовлении устройств.

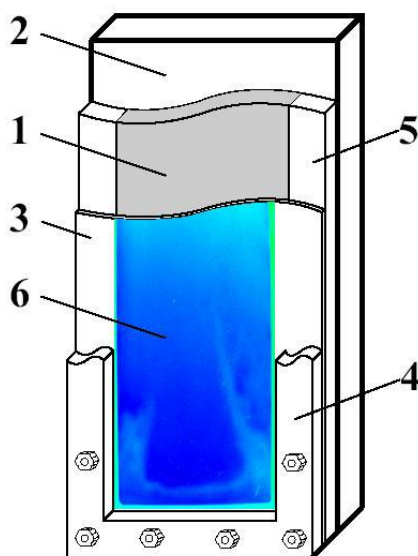
Данная работа посвящена автоколебательному режиму неустойчивости основного подъемно-опускного течения МЖ в вертикальном слое, обогреваемом сбоку.

Экспериментальная установка (рис. 1) представляет собой конвективную камеру, состоящую из теплообменника и рабочей области (1) в форме параллелепипеда, заполненной магнитной жидкостью. Задняя стенка (2), представляет собой алюминиевую пластину толщиной 20 мм, в которой сделаны каналы для циркуляции воды, подаваемой термостатом. Передняя стенка (3) изготовлена из текстолита толщиной 0.5 мм и фиксируется дополнительной крепёжной рамкой (4) из органического стекла. Температура текстолита поддерживается равной комнатной температуре в лаборатории. Наконец, рамка из органического стекла (5) служит в качестве торцов камеры и задает толщину слоя. В опытах использовалась конвективная камера с размерами рабочей области  $70 \times 6 \times 255 \text{ мм}^3$ . В ходе эксперимента ведется наблюдение за полем температуры на текстолитовой стенке с помощью инфракрасной камеры.

На рис. 2 представлено первичное подъемно-опускное течение термогравитационной природы осложненное вторичными вихрями в МЖ на основе керосина. Опыты проводились при установленном перепаде



температуры между алюминиевым теплообменником и текстолитовой пластиной с точностью 5 %. Перед началом эксперимента магнитная жидкость перемешивается конвективным течением при значительном (до 30 K) перепаде температуры в поле постоянного магнита.



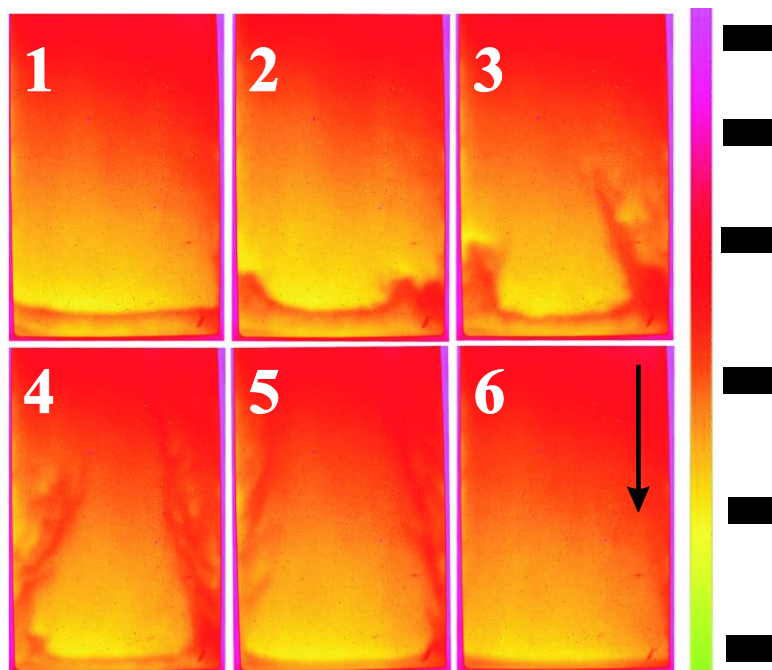
**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки: 1 – полость с магнитной жидкостью, 2 – алюминиевый теплообменник, 3 – текстолитовая пластина, 4 и 5 – рамки из органического стекла, 6 – поле температур, полученное при помощи инфракрасной камеры.

При перепаде температуры  $\sim 5$  K основное подъёмно-опускное течение сменяется колебательным режимом, при котором в нижней части у нагретой стенки образуется вторичный вихрь (кадр 1). Граница между двумя течениями со временем движется вверх, а затем становится неустойчивой (кадр 2) и разрушается (кадр 3 – 5). Наиболее ярко разрушение вторичного вихря наблюдается у торцов конвективной камеры (кадры 3, 4). После полного разрушения (кадр 6) вихрь начинает формироваться вновь, совершая своеобразные колебания (возникновение-рост-разрушение). Характерный период происходящих колебаний составляет около 4 часов.

В исследуемой области температур обогрева слоя и при отсутствии внешних магнитных полей, устойчивость подъёмно-опускного течения сменяется колебательным режимом конвекции из-за концентрационных неоднородностей коллоидной системы [5 – 7].

Чтобы исключить влияние расслоения жидкости носителя (как известно керосин является смесью углеводородов определенной фракции нефти и может расслаиваться под действием термодиффузии его составляющих) были проведены опыты с магнитной жидкостью на основе ундекана – однокомпонентного предельного углеводорода. В этом случае причиной конвективных автоколебаний в магнитной жидкости может быть расслоение коллоидного раствора под действием вертикального

наведенного градиента температуры, седиментация и термодиффузионное расслоение магнитных частиц и агрегатов.



**Рис. 2.** Эволюция вторичного колебательного режима течений. Время на кадрах: 0, 10, 16, 19, 21, 30 минут от начала съемки соответственно (~ 2х часов от начала эксперимента). Перепад температуры  $\Delta T = 5$  К. Направление вектора силы тяжести указано черной стрелкой.

Последний фактор требует отдельного описания в силу специфики течения: при обогреве вертикального слоя сбоку, термодиффузия увлекает магнетитовые частицы к холодной стенке и создает горизонтальный градиент концентрации. Частицы, скопившиеся у холодной стенки, увлекаются вниз первичным опускным течением и скапливаются в нижней части слоя, что порождает уже вертикальный градиент концентрации.

Были измерены неоднородности концентрации магнитных частиц при автоколебательном режиме течения. В качестве меры концентрации магнитных частиц рассматривалась их объёмная доля

$$\varphi = \frac{\rho_{МЖ} - \rho_{ундекан}}{\rho_{магнетит} - \rho_{ундекан}},$$

где  $\rho_N$  – плотность N-ой фазы.

Измерения плотности проб магнитной жидкости, взятых из нижней ( $1.4 \pm 0.1$  г/см<sup>3</sup>) и верхней ( $1.1 \pm 0.1$  г/см<sup>3</sup>) частей кюветы, позволяют оценить перепад концентрации магнитных частиц в жидкости  $\Delta\varphi = 7\%$  в вертикальном направлении. Пробы жидкости производились шприцем стерильным одноразовым, объёмом 10 мл. Для измерения плотности использовался пикнометр стеклянный объёмом 5.0 мл и массой 4.165 г. Масса пробы магнитной жидкости определялась при помощи электронных весов OHAUS Adventure (точность измерений 0.001 г).

Найденная объёмная доля магнитных частиц позволила оценить влияние концентрационного и теплового механизма стратификации жидкости (а следовательно и возбуждения конвекции) в вертикальном направлении. Мерой интенсивности влияния послужили концентрационное и тепловое числа Рэлея, определяемые формулами (1) и (2) и равные, соответственно,  $Ra_C \sim 10^5$  и  $Ra_T \sim 10^2$  (при расчетах использовались значения параметров:  $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ ,  $\beta_T = 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ ,  $\beta_C = 5.1$ ,  $\nu = 9.0 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $a = 1.7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $d = 6.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $L = 2.55 \cdot 10^{-1} \text{ м}$ ,  $\Delta T = 4 \text{ К}$ ,  $\Delta C = 7 \cdot 10^{-2}$ ).

$$Ra_T = \frac{g\beta_T}{\nu a} \cdot d^4 \cdot \frac{\Delta T}{L} \quad (1)$$

$$Ra_C = \frac{g\beta_C}{\nu a} \cdot d^4 \cdot \frac{\Delta C}{L} \quad (2)$$

Здесь  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\beta_T$  и  $\beta_C$  – тепловой и концентрационный объёмные коэффициенты,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $a$  – температуропроводность,  $d$  – толщина слоя,  $L$  – высота слоя,  $\Delta T$  – характерный перепад температуры в вертикальном направлении,  $\Delta C$  – характерный перепад концентрации магнитных частиц в вертикальном направлении.

Таким образом, проведенные измерения плотности образцов МЖ подтверждают концентрационную природу конвективных автоколебаний. Показано, что в отличие от однокомпонентных жидкостей в МЖ при перепадах температуры в несколько градусов опасными становятся периодические в пространстве и времени режимы течений.

### Список литературы

1. Фертман В. Е. Магнитные жидкости. Мн.: Выш. шк., 1988. 184 с.
2. Шлиomis М. И. Магнитные жидкости // УФН. 1974. Т. 112, № 3. С. 427–458.
3. Фертман В. Е. Магнитные жидкости – естественная конвекция и теплообмен. Мн.: Наука и техника, 1978. 206 с.
4. Орлов Д. В., Михалев Ю. О., Мышкин Н. К. Магнитные жидкости в машиностроении. М.: Машиностроение, 1993. 268 с.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320 с.
6. Bozhko A. A., Putin G. F., Sidorov A. S., Suslov S. A. Convection in a vertical layer of stratified magnetic fluid // Magnetohydrodynamics. 2013. Vol. 49. N. 1. P. 143–152.
7. Глухов А. Ф., Демин В. А. Седиментация частиц в ферроколлоидах с учетом динамических граничных условий // Известия Томского политехнического университета. 2013. Т. 323. № 2. С. 189–194.

## ДЕФОРМАЦИЯ КАПЕЛЬ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. С. Минина<sup>а</sup>, К. А. Бушуева<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

<sup>б</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, Королева, 1

**Введение.** Исследование формы капель магнитной жидкости (МЖ) вызывает активный интерес многочисленных исследователей по той причине, что она оказывается очень чувствительной к внешнему магнитному полю и легко управляется с его помощью. Основными факторами, определяющими форму капли МЖ, являются магнитная и гравитационная силы, а также силы поверхностного натяжения [1].

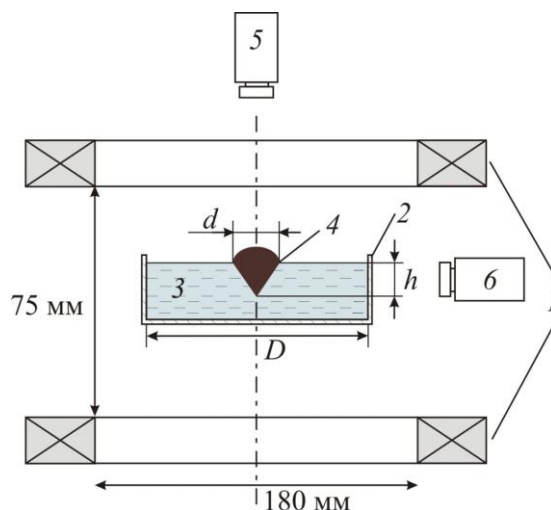
В работе [2] была получена и экспериментально изучена упорядоченная система капель, возникавшая при разрыве изначально сплошного слоя магнитной жидкости, расположенного на жидкой подложке в вертикальном однородном магнитном поле. Капли имели вид конусов, частично погруженных в жидкость подложки, и при дальнейшем увеличении напряженности поля вытягивались в область воздушной фазы. В ходе исследования было обнаружено, что возникающие при разрыве слоя капли имели различные диаметры (от 2 до 15 мм), также от опыта к опыту отличалось количество получаемых капель. Отмечалось, что формирование неустойчивости поверхности капель на границе с воздухом происходило при различных значениях напряженности приложенного магнитного поля. Кроме того, высказывалось предположение, что на количество капель, их размер и критические параметры неустойчивости их свободной и межфазной поверхностей влияет толщина жидкой подложки. Для проверки этих предположений мы исследовали единичный элемент капельной структуры, возникающий при распаде слоя феррожидкости под действием однородного вертикального магнитного поля.

**Методика эксперимента.** В эксперименте была использована феррожидкость на основе керосина ( $\rho_1 = 1.37 \text{ г/см}^3$ ,  $\sigma_1 = 24.3 \text{ дин/см}$ ,  $\chi_{01} = 7.0$ ), капля которой располагалась на жидкой подложке из перфтороктана  $\text{C}_8\text{F}_{18}$  ( $\rho_0 = 1.76 \text{ г/см}^3$ ,  $\sigma_0 = 13.6 \text{ дин/см}$ ).

В качестве рабочей полости использовалась кювета квадратного сечения со стороной  $D = 59 \text{ мм}$  (рис. 1). Поверхность кюветы тщательно очищалась и обезжиривалась. Кювета заполнялась перфтороктаном (3) до некоторой высоты, которая определялась как  $B = m/(\rho_2 S)$ , где  $m$  – масса жидкости,  $S = \pi D^2/4$  – площадь основания кюветы. Измерение массы жидкости и, соответственно, толщины слоя проводилось путем взвешивания на электронных весах AnD EK 610i шприца с жидкостью до и после ее заливки в кювету.

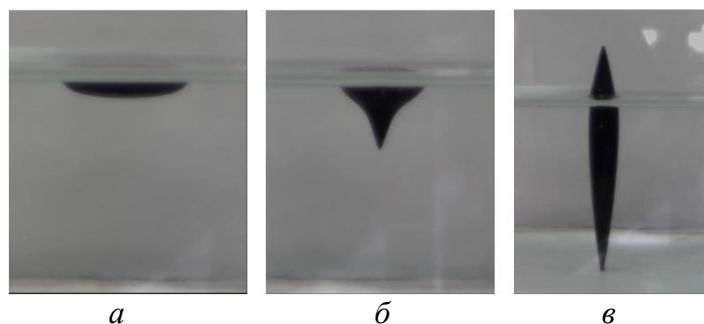
В ходе опытов кювета (2) помещалась на горизонтальную площадку между двумя катушками Гельмгольца диаметром 180 мм (1). Ось кюветы совпа-

дала с осью катушек. Капля феррожидкости (4) помещалась в центр рабочей полости, на поверхность жидкой подложки. Напряженность  $H$  магнитного поля, создаваемого катушками, регулировалась с помощью стабилизированного источника питания GPR–7550 D. Сила тока, протекавшего по катушкам, медленно увеличивалась – небольшими ступенями с выдержкой каждого значения поля в течение некоторого промежутка времени, тем самым выполнялось условие равновесия формы капли. Изображение кюветы регистрировалось видеокамерами, установленными сверху над кюветой и сбоку (5, 6).



**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки: 1 – катушки Гельмгольца; 2 – кювета; 3 – жидкая подложка (перфтороктан), 4 – капля феррожидкости; 5, 6 – видеокамеры

**Результаты.** На рис. 2 показано поведение капли феррожидкости в вертикальном однородном магнитном поле. Основной характеристикой капли является начальный диаметр  $d_0$ , определяемый при наблюдении за каплей сверху (рис. 1, камера 5). В отсутствие магнитного поля капля имеет вид двух вертикальных осесимметричных полуэллипсоидов разной высоты, состыкованных в плоскости раздела жидкости подложки и воздуха, так что более выпуклый эллипсоид погружен в жидкость подложки, второй контактирует с воздухом (рис. 2, а).



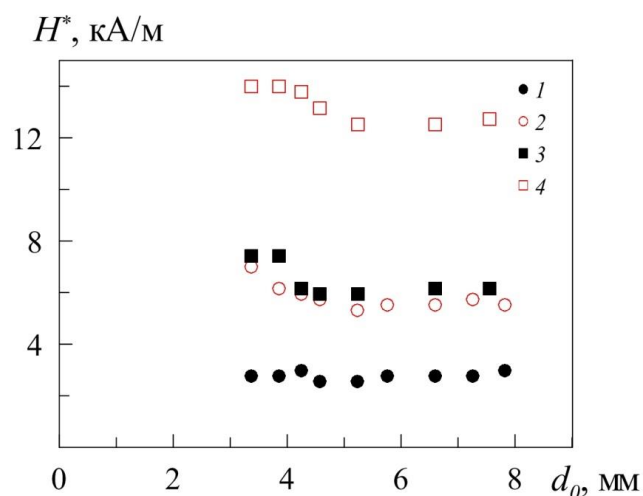
**Рис. 2.** Изменение формы капли с ростом напряженности магнитного поля  $H$ , кА/м: 0.0 (а); 3.2 (б); 10.0 (в),  $d_0 = 7.3$  мм

При постепенном наращивании напряженности магнитного поля нижняя часть капли увеличивается до тех пор, пока поле не достигнет критического значения  $H_m^*$ , когда на межфазной поверхности капли появляется пик

(рис. 2, б). При дальнейшем увеличении напряженности размер этого пика увеличивается, и погруженная часть капли постепенно принимает форму конуса, который вытягивается вдоль направления поля. Одновременно с этим при следующем критическом значении напряженности  $H_c^*$  свободная поверхность капли также испытывает неустойчивость, выраженную в формировании пика феррожидкости, обращенного вверх (рис. 2, в). При снижении напряженности изменение формы происходит в обратном порядке, причем исчезновение пиков происходит при меньших значениях напряженности.

На рис. 3 представлена зависимость критической напряженности поля пиковой неустойчивости межфазной  $H_m^*$  и свободной  $H_c^*$  поверхностей от начального диаметра капель  $d_0$ .

Из графика видно, что критическая напряженность неустойчивости межфазной поверхности капли не зависит от ее начального размера. В то же время свободная поверхность малых капель диаметром до 5 мм испытывает неустойчивость при больших величинах напряженности поля, нежели более крупных капель, где зависимость отсутствует. Это можно объяснить увеличением вклада капиллярной силы по сравнению с гравитационной. Следует отметить, что в работе [2], в которой исследовалась динамика формирования системы капель в магнитном поле, пики на свободной поверхности капель возникали также не одновременно.



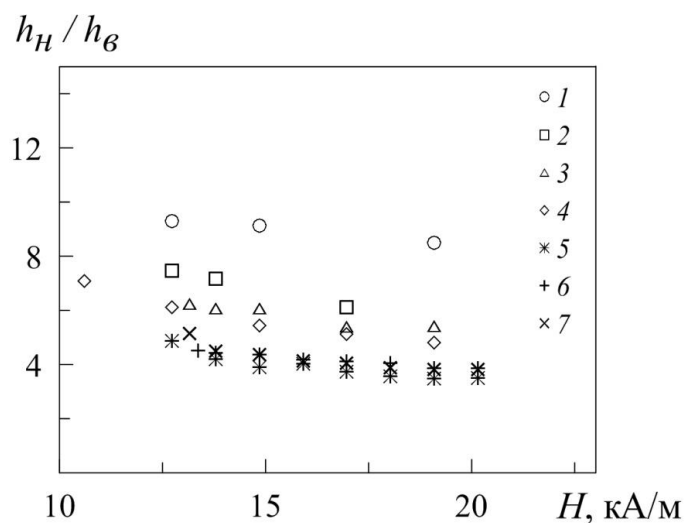
**Рис. 3.** Критические напряженности поля  $H_m^*$  (1, 3) и  $H_c^*$  (2, 4) в зависимости от диаметра капли  $d_0$  феррожидкости с  $\chi_0=7$  (1, 3) и  $\chi_0=2$  (3, 4)

Принимая во внимание зависимость  $H^*(d_0)$  для капель диаметром выше 5 мм, можно сделать вывод, что средние значения критических напряженностей неустойчивости свободной и межфазной границ капель МЖ отличаются во столько же раз, во сколько отличаются квадратные корни из поверхностного натяжения свободной и межфазной границ соответственно:

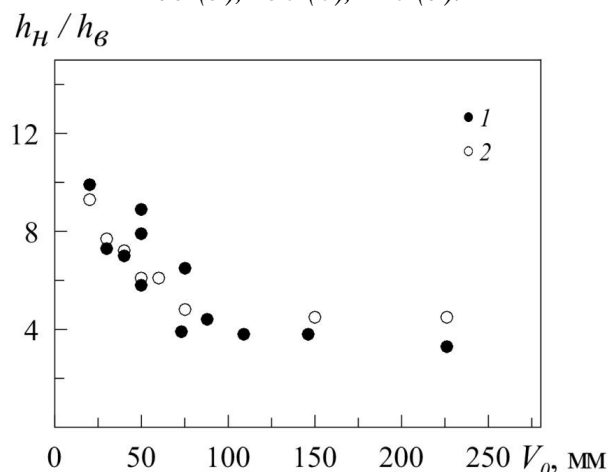
$$\frac{H_c^*}{H_m^*} = \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_m}}.$$

После формирования верхнего и нижнего пиков дальнейшее увеличение напряженности поля приводит к деформации капли равномерно в обоих

направлениях.



Отношение высот нижнего и верхнего пика  $h_n/h_v$  в зависимости от напряженности поля  $H$  для капель ФЖ № 2 разных начальных объемов  $V_0$ , мм<sup>3</sup>: 20 (1), 40 (2), 50 (3), 60 (4), 75 (5), 150 (6), 226 (7).



**Рис. 4.** Отношение высот нижнего и верхнего пика  $h_n/h_v$  в зависимости от начального объема  $V_0$  для капель феррожидкости с  $\chi_0=7$  (1) и  $\chi_0=2$  (2) при напряженности поля  $H = 10$  кА/м

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ-Урал № 13-01-96041 и № 13-02-00076 А.

### Список литературы

1. Блум Э. Я. Майоров М. М. Цеберс А. О. Магнитные жидкости. Рига: Зинатне, 1989. Р. 386.
2. Bushueva С. А. Drop structures formed by ferrofluid in the uniform magnetic field // Magnetohydrodynamics. 2013. Vol. 49, N. 3–4. Р. 598–602.

## **ВЛИЯНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ НА КОНВЕКТИВНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ**

В. О. Ощепков, И. А. Бабушкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, Букирева, 15

Важным направлением в гидродинамике является исследование течений жидкости в трехмерных областях. Определенные предположения о геометрии области и характере течения позволяют свести трехмерную задачу к плоской. Хорошей физической моделью, позволяющей преобразовать трехмерную задачу к двумерной, является ячейка Хеле-Шоу. Подробно изучено влияние на конвективную устойчивость различных осложняющих факторов – магнитного поля, вращения, диффузии, модуляции параметров системы, внутренних источников тепла, просачивания через проницаемые границы, капиллярных эффектов и др. [1]. В работе [2] численно изучено влияние, оказываемое вертикальными вибрациями на конвекцию в ячейке Хеле-Шоу, которая находится в однородном статистическом гравитационном поле и подогревается сверху.

В данной работе целью является проведение экспериментов и исследование влияния вертикальных вибраций на конвективное течение в ячейке Хеле-Шоу при наклоне кюветы относительно широких граней на угол  $\alpha$  и подогреве сверху. Задачей является построение карты режимов конвективных течений в ячейке Хеле-Шоу в статическом состоянии при разных углах наклона, а затем при линейных вертикальных вибрациях и сравнение результатов. В качестве исследуемой жидкости используется гептан.

### **Список литературы**

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 315 с.
2. Демин В. А., Макаров Д. В. Устойчивость конвективных течений в ячейке Хеле-Шоу при воздействии вертикальных вибраций // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2005. Вып. 1. С. 101–110.



## О ДРЕЙФЕ КАПЕЛЬ И ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЕЙ В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ

Д. А. Рева, К. А. Рыбкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

На протяжении последних лет пузырьковые течения, как и движение одиночных пузырей, активно изучаются. Были получены важные теоретические решения, и накоплено значительное количество экспериментальных результатов.

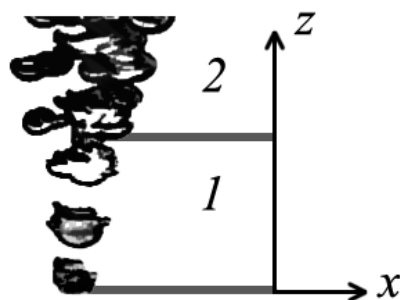
Одними из первых, кто серьёзно задался вопросом о поведении пузырей газа в жидкости задалась авторы работы [1]. Ими было выведено известное графическое соотношение по форме и средних скоростей одного всплывающего пузыря в покоящейся жидкости. Эти зависимости показали, что два безразмерных числа, число Эштона ( $Eo$ ) и число Мортонна ( $Mo$ ), могут определить характеристики движения пузырька в гравитационном поле.

Как при всплытии пузыря, так и при падении капли, за объектом образуется поток - вихревая дорожка, которая представляет собой сорвавшиеся с поверхности объекта вихри. Одной из работ, где была получена визуализация вихрей всплывающего пузыря экспериментально, была работа [2]. Для их визуализации в рабочую полость были помещены мелкие частицы, съёмка производилась с длительной выдержкой.

В настоящее время вопрос о структуре, о механизме вихрей не теряет своей актуальности.

**Цель настоящей работы** – визуализация образования и отрыв вихрей с поверхности деформирующейся капли, всплывающей в вязкой среде.

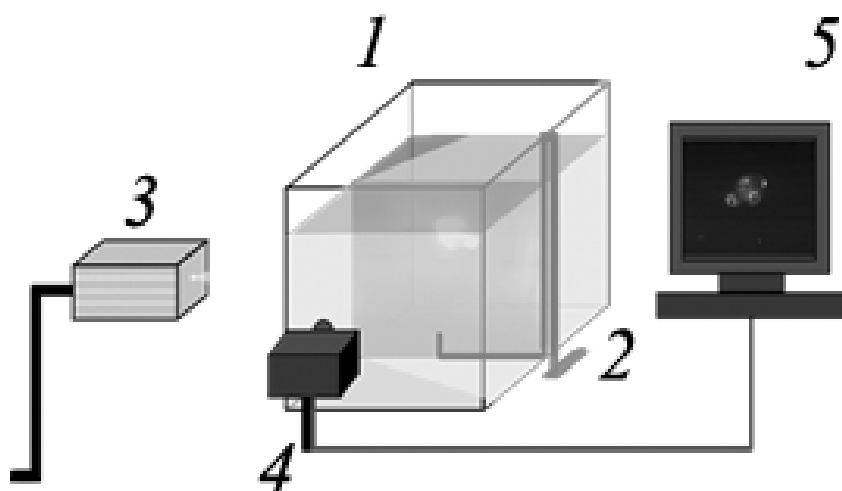
**Экспериментальная часть.** Проведя ряд экспериментов по запуску газовых пузырей в покоящейся жидкости одного размера, было обнаружено, что в начале движения пузыри ведут себя одинаково – всплывают по прямолинейной траектории. Однако наступает момент, когда их траектории отклоняются от прямолинейных, и происходит это практически на одинаковом расстоянии от инжектора (рис. 1). В связи с этим экспериментальным фактом появился интерес к визуализации потоков вокруг газового пузыря в момент его отклонения от прямолинейной траектории.



**Рис. 1.** Наложение 15 экспериментов всплытия пузыря одного размера ( $d = (6, 2 \pm 0,6)$  мм): 1. Область траекторий, где пузырь всплывает прямолинейно; 2. Область, где пузыри отклоняются от прямолинейной траектории

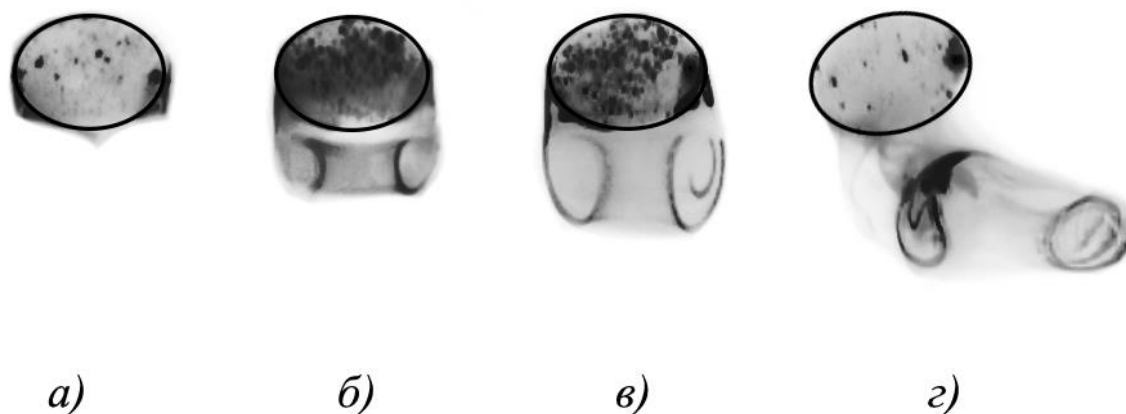
Экспериментальная установка (рис. 2) представляет собой кювету размером  $200 \times 200 \times 200$  мм<sup>3</sup>, заполненной дистиллированной водой. В настоящем эксперименте запускался не газ, а суспензия, основной жидкостью которой являлось растительное масло, а в роли взвешенных частиц выступали частички красителя Радомина Б. Изменение запускаемого вещества не влияет на качественную картину результатов – капля масла так же подвержена деформациям формы при дрейфе и её траектория отклоняется от прямолинейной. Запуск капель производился с помощью пускового устройства, установленного на центр дна кюветы. Область всплытия капли вырезалась лазерным ножом с длиной волны  $\lambda = 532$  нм. Положение ножа варьировалось. Съемка производилась на высокоскоростную камеру с частотой от 100 до 200 Гц.

На экспериментальных снимках наблюдалось сечение вихрей.



**Рис. 2.** Экспериментальная установка: 1. Кювета размером  $200 \times 200 \times 200$  мм<sup>3</sup>, заполненная дистиллированной водой; 2. Высокоскоростная камера; 3. Лазерный нож; 4. Пусковое устройство; 5. Компьютер

**Результаты.** Было произведено несколько экспериментов с разным положением лазерного ножа. При установке ножа вдоль плоскости всплытия, удалось наблюдать момент образования и момент отрыва вихря (рис. 3, а, г). Оказалось, что время наступления неустойчивости вихря и время отклонения траектории капли от прямолинейной – совпадают (рис. 3, в).



**Рис. 3.** Визуализация вихря во время дрейфа капли: а) момент образования вихря; б) устойчивое состояние вихря; в) наступление неустойчивости вихря (справа); г) отрыв вихря с поверхности капли

При установлении лазерного ножа перпендикулярно плоскости всплытия капли, стало возможным наблюдение сечения тороидальных вихрей (рис. 4)



**Рис. 4.** Визуализация сечения вихря во время дрейфа капли в момент её прохождения через лазерный нож

#### Список литературы

1. Grace J. R. Shapes and velocities of bubbles rising in infinite liquids // Trans. Inst. Chem. Eng. 1973. Т. 51, N. 2. P. 116–120.
2. Bhaga D., Weber M. E. Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities // Journal of Fluid Mechanics. 1981. Т. 105. P. 61–85.

## ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ УЕДИНЕННОГО НАГРЕВАТЕЛЯ НА РАЗВИТИЕ ТЕПЛООВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

И. О. Сбоев, А. Н. Кондрашов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Размеры источника тепла и свойства жидкостей играют важную роль в образовании неустойчивости температурного пограничного слоя вблизи нагревателя. Ранее задача объединения и взаимодействия нескольких плюмов рассматривалась в работах некоторых авторов [1–4]. Однако отличительной чертой тех исследований является то, что формирование двух и более тепловых плюмов достигается либо за счет использования дискретного набора локализованных источников тепла, либо при подогреве одной из стенок полости. В первом случае каждый отдельный нагреватель формирует в жидкости один факел, в то время как в настоящей работе образование двух тепловых струй в узком слое вызвано действием одиночного нагревателя.

В упрощенной постановке задача настоящей работы заключается в рассмотрении модели бесконечного слоя, в котором размером нагревателя по сравнению с размерами полости можно пренебречь.

Круглый теплообменник 1 выполняется из меди ( $\lambda_{Cu} = 400 \text{ Вт/(м·К)}$ ) в виде плоского цилиндра радиусом  $r$ . В работе используется пара нагревателей с размерами  $r = 5.5 \text{ мм}$ . Медный круг вмонтирован в текстолитовую подложку 2, обладающую теплопроводностью  $\lambda_t = 0.244 \text{ Вт/(м·К)}$ . При этом наружная поверхность нагревателя совмещается с поверхностью подложки. Источником тепла служит резистор 3 сопротивлением  $R = 100 \text{ Ом}$ , с которого выделившееся тепло передается медному нагревателю через цилиндрический канал из олова 4 высотой 7 мм и диаметром 5 мм, имеющий теплопроводность  $\lambda_{Sn} = 70 \text{ Вт/(м·К)}$  (рис. 1).

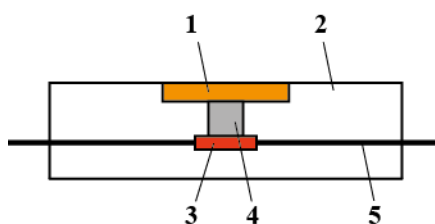
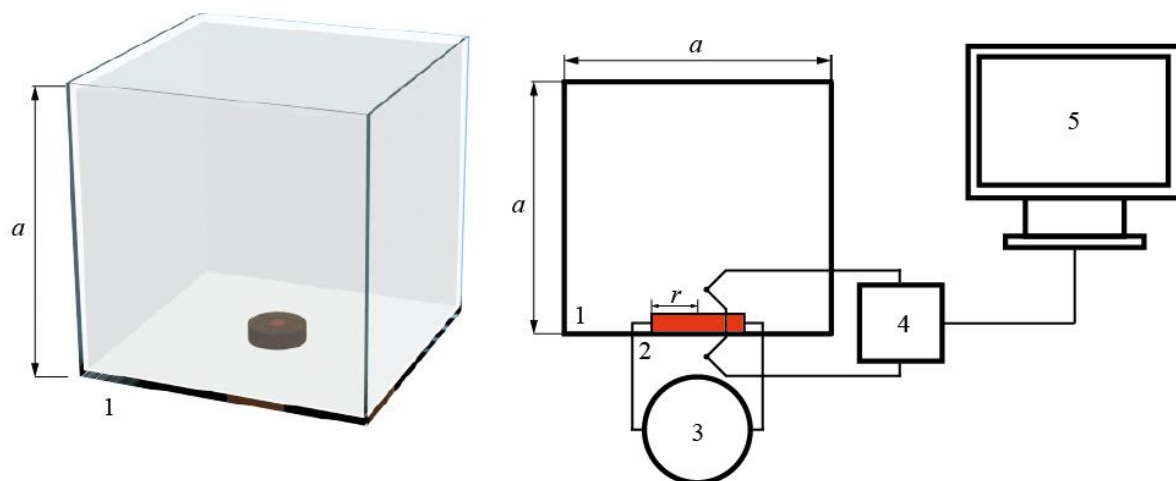


Рис. 1. Схема нагревателя: 1 – медный теплообменник, 2 – текстолитовая подложка, 3 – резистор, 4 – олово, 5 – соединительные провода

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2. Рабочая полость 1 имеет форму куба, изготовленного из оптического стекла со стороной равной  $a = 200 \text{ мм}$ . Кубета заполняется дистиллированной водой температуры  $T_0$ . В качестве датчиков температуры используется дифференциальная термопара. Измерительный спай находится на высоте  $h = 5 \text{ мм}$  над

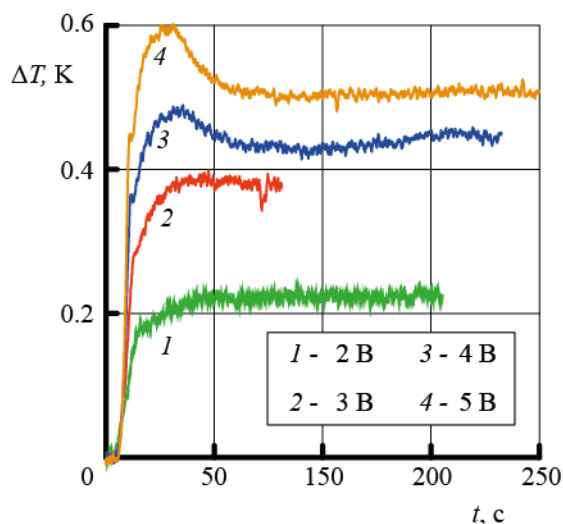
центром нагревателя 2. Второй спай поддерживается при постоянной температуре  $T_0$ .



**Рис. 2.** Схема экспериментальной установки: 1 – рабочая полость, 2 – медный теплообменник, 3 – источник питания, 4 – микровольтметр, 5 – компьютер

Сигнал термопары регистрируется микровольтметром 4, который имеет дискретизированный временной шаг опроса 100 мс. Измеренные микровольтметром значения термо-Э.Д.С. накапливаются и обрабатываются на компьютере 5.

Рассматривается изменение температуры  $\Delta T = T - T_0$  внутри столба плюма со временем. Экспериментальный сигнал термопар для четырех значений напряжения  $U$  источника питания 3 приведен на рис. 3.



**Рис. 3.** Экспериментальный сигнал термопары, полученный над центром теплообменника в точке  $h = 5$  мм при различных напряжениях на резисторе: 1 –  $U = 2$  В; 2 –  $U = 3$  В; 3 –  $U = 4$  В; 4 –  $U = 5$  В

На кривых 3 и 4 присутствует участок, соответствующий разделению тепловой волны и образованию конвективного вала по краям нагревателя (момент времени  $t = 10$  с). В последующий момент времени тепловая волна

удаляется от нагревателя, и температура в точке постепенно увеличивается. Объединение конвективного вала в шляпу плюма наблюдается в промежутке времени между 25 и 50 с. Во время дальнейшего распространения одиночного плюма температура внутри столба жидкости практически не изменяется. Кривые 3 и 4 указывают на конвективный режим переноса тепла в жидкости.

Основное отличие сигналов 1 и 2 от двух других заключается в том, что знак первой производной по времени остается постоянным. Такое обстоятельство качественно отличает этот сценарий развития плюма от конвективного, а поведение кривых 1 и 2 в этом случае говорит о наличии теплопроводного режима.

Таким образом, увеличение температуры нагревателя приводит к переходу от теплопроводного режима к конвективному.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №14-01-31430 мол\_а).

### Список литературы

1. Гаврилов К. А., Демин В. А., Попов Е. А. Режимы всплытия тепловых плюмов в вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. 2013. Т. 6, № 3. С. 261–268.
2. Pera L., Gebhart B. Laminar plume interactions // Journal of Fluid Mechanics. 1975. V. 68 (2). P. 259–271.
3. Lappa M. Some considerations about the symmetry and evolution of chaotic Rayleigh–Benard convection: The flywheel mechanism and the «wind» of turbulence // Comptes Rendus M'ecanique. 2011. V. 339 (9). P. 563–572.
4. Moses E., Zocchi G., Procaccia I., Libchaber A. The dynamics and interaction of laminar thermal plumes // EPL. 1991. V. 14 (1). P. 55–60.

# **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПО КРУГУ ВИБРАЦИЙ НА ТЕПЛОВОЙ ПОТОК В ПЛОСКОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ**

А. А. Соромотин, И. А. Бабушкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В настоящее время конвекция в условиях переменных внешних воздействий является предметом многочисленных исследований. Результаты, полученные в экспериментальной работе [1] показали, что в случае когда градиент температуры и направление инерционных ускорений перпендикулярны, вибрации могут возбуждать конвекцию даже в случае сильной гравитационной стабилизации, например при подогреве сверху, когда ситуация абсолютно устойчива при строго гравитационной конвекции. Влияние высоких частот исследовано в работах Г. З. Гершуни и Е. М. Жуховицкого [2, 3].

Целью исследования является экспериментальное исследование влияния поступательных круговых вибраций на устойчивость конвективного течения в плоском горизонтальном слое жидкости, а также получение карты устойчивости механического равновесия для различных жидкостей.

В качестве рабочих жидкостей выступают 95% раствор этилового спирта и гептан. Выбор данных рабочих жидкостей обусловлен необходимостью усиления вибрационных эффектов конвекции по сравнению с гравитационными. Выбранные жидкости предпочтительны для исследования термовибрационной конвекции за счет большего коэффициента объемного расширения и конвективного параметра по отношению к другим жидкостям.

Для выполнения работы была изготовлена модель плоского горизонтального слоя. Она представляет собой плоский горизонтальный слой, ограниченный по бокам кольцом, изготовленным из плексигласа толщиной 2 мм. Сверху слой ограничен дюралюминевым теплообменником, а с низу датчиком теплового потока. Между нижним теплообменником и рабочим слоем жидкости находится датчик теплового потока. Измерения перепадов температур на рабочем слое и на датчике теплового потока производятся с помощью дифференциальных медь–константановых термопар.

Также в работе приводится описание механического вибростенда для генерации поляризованных по кругу вибраций. Вибростенд имеет возможность дискретно изменять амплитуду и частоту вибраций.

Для определения кризиса механического равновесия применяется метод Шмидта – Милвертона, основанный на сравнении тепловых потоков, идущих через слой жидкости и через датчик теплового потока. По результатам измерений строится зависимость перепада температур на

датчике теплового потока от разности температур на рабочем слое жидкости. Граница механической неустойчивости определяется по пересечению прямых соответствующих зависимостей при наличии и отсутствии вибраций.

### Список литературы

1. *Зюзгин А. В.* Экспериментальное исследование тепловой конвекции в переменных силовых полях: дис. доктора физ.-мат. наук: Пермь, 2011. 180 с.
2. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Юрков Ю. С.* О конвективной устойчивости при наличии периодически меняющегося параметра // ПММ. 1970. Т. 34, Вып. 3. С. 470–480.
3. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.,* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.



## **ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЭКРАНИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН**

Н. И. Бабушкина, В. Ю. Киреева, А. А. Федоренко  
Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе произведена оценка эффективности экранирования электромагнитных волн с целью защиты информации от утечки по электромагнитному каналу, а также приведены рекомендации по повышению эффективности экранирующего сооружения.

Одним из наиболее опасных технических каналов утечки информации на объектах информатизации является канал утечки информации, возникающий вследствие побочных электромагнитных излучений (ПЭМИ) технических средств обработки информации (ТСОИ). Функционирование любого технического средства обработки информации связано с протеканием по его токоведущим элементам электрических токов и образованием разности потенциалов между различными точками его электрической схемы, которые порождают магнитные и электрические поля.

Эффективным методом снижения уровня ПЭМИ является экранирование их источников.

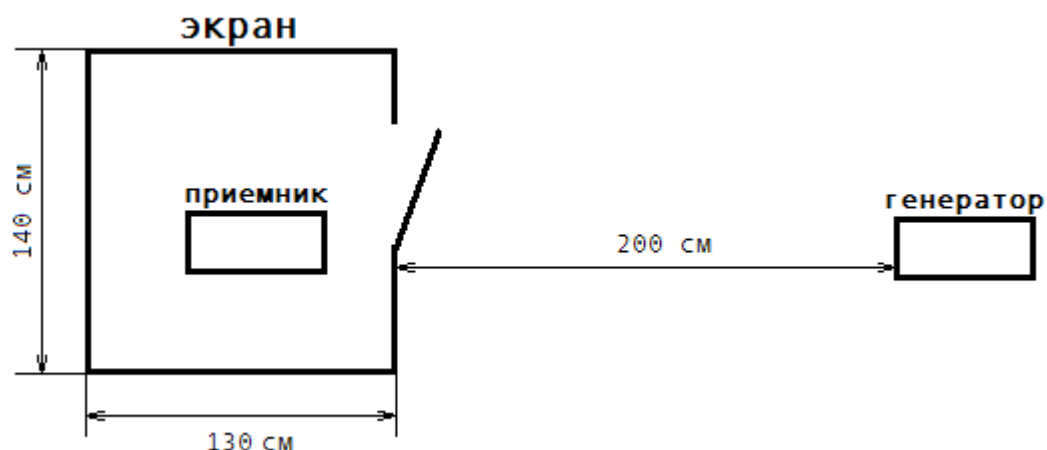
### **Исследование электромагнитного экрана.**

В ходе исследования дается оценка эффективности экранирования медного сетчатого экрана. Для этого необходимы следующие приборы:

- генератор RODE & SCHWARZ SM300;
- анализатор спектра/приемник RODE & SCHWARZ;
- медный сетчатый экран;
- две всенаправленные антенны.

Генератор сигнала находится снаружи, а приемник внутри экранирующего сооружения. Расстояние от генератора до экрана составляет 2 м. Антенна генератора распространяет сигнал одинаковой мощности во всех направлениях. На пути электромагнитной волны нет никаких препятствий, кроме экранирующего сооружения (рис. 1). С помощью генератора подается сигнал, который затем отслеживается на приемнике. Производится фиксирование мощности сигнала без электромагнитного экрана, а затем – с экраном. Таким образом, дается оценка эффективности данного способа экранирования.

В таблице 1 представлены значения ослабления сигнала в зависимости от используемой частоты.



**Рис. 1.** Схематическое изображение эксперимента

Экран не эффективен на частотах от 9 кГц до 60 МГц. Ослабление начинается при 70-80 МГц. На частотах от 200 МГц до 3 ГГц ослабления сигнала в среднем составляет 20 – 25 дБ. Неэффективность экрана на низких частотах вполне объяснима, так как на данных частотах основной задачей является экранирование магнитной составляющей. Для этого экранирующее сооружение должно быть сделано из материала с высоким показателем начальной магнитной проницаемости. Экран, сделанный из меди, не обладает данным свойством. В исследовании демонстрируется электростатический вид экранирования.

**Таблица 1.** Ослабление сигнала на различных частотах

Частота (МГц)	Ослабление сигнала (дБ)	Частота (МГц)	Ослабление сигнала (дБ)
1	0	300	-22
10	0	400	-21
20	0	500	-27
30	0	600	-26
40	0	700	-27
50	0	800	-25
60	-4	900	-23
70	-3	1000	-23
80	-4	1500	-27
90	-8	2000	-26
100	-7	2500	-23
200	-20	3000	-25



**Рис. 2.** Зависимость коэффициента ослабления сигнала от частоты

### **Рекомендации по улучшению эффективности экранирования.**

По полученным данным можно сделать вывод о том, что само по себе экранирование электромагнитных волн не является особо эффективным средством защиты. Для того чтобы повысить эффективность экранирования, необходимо следовать следующим рекомендациям:

- Экраны должны быть многослойными. Это позволяет улучшить ослабление сигнала за счет отражения от большего количества поверхностей.
- Магнитные и немагнитные слои в экране должны чередоваться, при этом слой, который располагается ближе к приемнику, должен обладать большей начальной магнитной проницаемостью.
- Толщина слоев должна быть по возможности большой, насколько это позволяют габариты экрана.
- В экране должно быть как можно меньше швов, отверстий и разрезов.

### **Список литературы**

1. Хорев А. А. Техническая защита информации: учеб. пособие для студентов вузов. В 3 т. Т. 1. Технические каналы утечки информации. М.: НПЦ «Аналитика», 2008. 436 с.
2. Максимов Ю. Н., Сонников В. Г., Петров В. Г. Технические методы и средства защиты информации. СПб.: Издательство Полигон, 2000. 320 с.
3. Зайцев А. П., Шелупанов А. А. Технические средства защиты информации: уч. пос. для вузов. М.: Машиностроение, 2009. 508 с.
4. Способы защиты объектов информатизации от утечки информации по техническим каналам: экранирование [Электронный ресурс]. URL: <http://www.bnti.ru> (дата обращения: 25.04.2015).

# РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ТЕКСТОВОЙ СТЕГАНОГРАФИИ НА ОСНОВЕ МОДИФИКАЦИИ ЦВЕТОВЫХ КОДОВ СИМВОЛОВ

О. Ю. Казаков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Для скрытия конфиденциальных сообщений в тексте используется или обычная избыточность письменной речи, или же форматы представления текста. Существующие методы текстовой стеганографии, которые получили наибольшее распространение, недостаточно эффективно скрывают сообщения, либо на практике имеют очень узкую применимость и труднореализуемы [1]. Таким образом, актуальной задачей является разработка новых методов, повышающих устойчивость к атакам и имеющих широкую применимость на практике.

Практически все существующие текстовые редакторы поддерживают возможность задавать цвет для символов. В данном методе реализуется подход, который используется в методе LSB (наименьший значащий бит), применяемый в основном для графических файлов. Суть метода – изменение кодов цветовой модели RGB на 1-2 бита. Незначительное изменение цвета символа не воспринимается человеческим глазом. Используя данную физиологическую особенность, можно незаметно производить встраивание информации.

Например, имеется исходный текст черного цвета. В модели RGB цвет каждого символа будет представлен как #000000. Необходимо внедрить некоторое сообщение в текст. В настройках можно указать необходимое отклонение определенного бита для каждого из цветов модели RGB.

Величина отклонения цвета			
	R	G	B
Бит 1:	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="0"/>
Бит 0:	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>

Рис. 1. Настройка отклонения цвета

Таким образом, если в символ внедряется нулевой бит, то цвет символа станет #000100. Визуально эти цвета одинаковы и их можно отличить, только используя редактор изображений.

Как можно догадаться, данный подход может быть реализован только для электронных документов или для цветной печати. При черно-белой печати

используется только черный цвет и его оттенки (серый цвет), поэтому такое отклонение цвета просто не будет заметно. В качестве альтернативы, можно использовать такое отклонение цвета, которое само по себе является серым цветом (в модели RGB серый цвет получается, когда равны значения R, G и B). Например, зададим отклонение в 16 бит для каждого из цветов. Если изначально символ был цветом #000000, то станет цветом #101010.



**Рис. 2.** Применение метода изменения цвета символов  
а) исходный символ с цветом #000000; б) модифицированный символ с цветом #101010

Вероятность обнаружения факта изменения текста резко увеличивается, тут лишь остается подобрать такое значение отклонения, которое максимально понизит вероятность обнаружения сообщения, но при этом оставит возможность автору сообщения извлечь его даже из печатной версии.

### Список литературы

1. Конахович Г. Ф., Пузыренко А. Ю. Компьютерная стеганография. Теория и практика. К.: МК-Пресс, 2006. 288 с.

## РАЗРАБОТКА ГЕНЕРАТОРА ШУМА

Д. А. Кобяков, А. А. Федоренко

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Генераторы шума применяются для активной защиты информации – постановки различного вида помех. Шум, выдаваемый генератором, маскирует полезный сигнал так, что выделить его среди общего сигнала становится очень сложной задачей. Если сигнал, выдаваемый генератором, не является случайным, на анализаторе спектра можно увидеть провалы в спектральной характеристике. Это является уязвимостью в СЗИ, построенных с помощью этих ГШ, т.к. есть техническая возможность построить гребенчатый фильтр и выделить неискаженную часть полезного сигнала.

Целью данной работы является разработка генератора шума, пригодного для задач защиты информации. Структурная схема прибора представлена на рисунке 1.

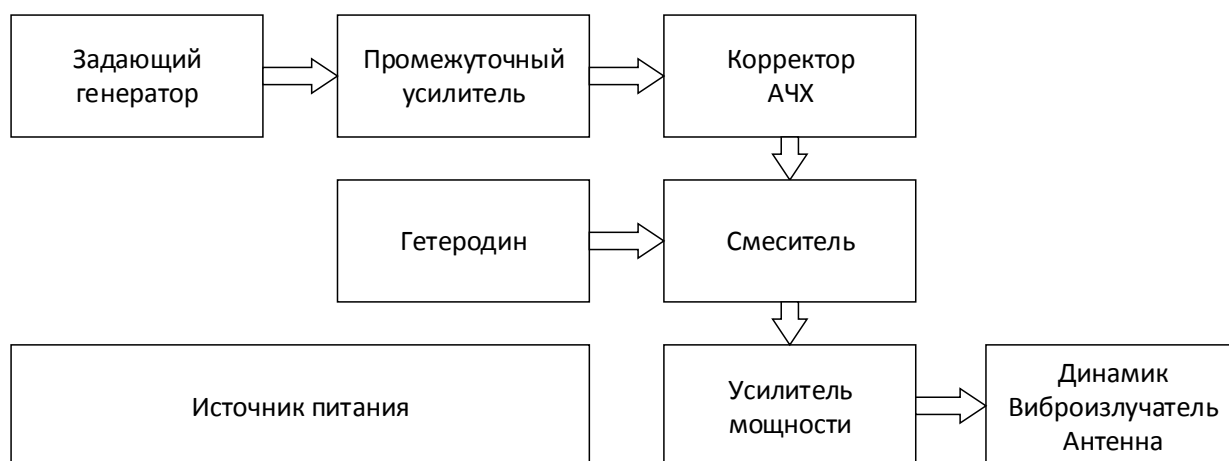


Рис. 1. Структурная схема прибора

В предлагаемой работе были реализованы задающий генератор, усилитель и источник питания. Задающий генератор является источником шумового сигнала. Он выполнен на резисторе. Этот метод является простым и наиболее подходящим для генерации шума звуковых частот

Среднеквадратичное напряжение шума, возникающего в проводниках, описывается формулой Найквиста:

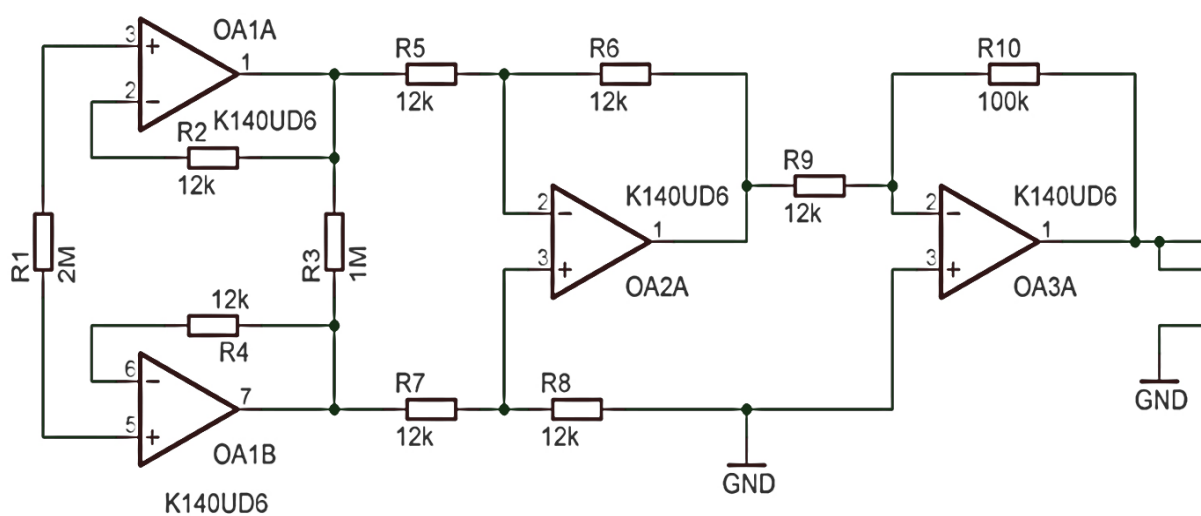
$$u^2 = 4kTR\Delta f$$

Выберем в качестве источника резистор сопротивлением 2 МОм. Выполним расчет для полосы частот 20Гц – 20 кГц:

$$u = 25 \cdot 10^{-6} \text{ В}$$

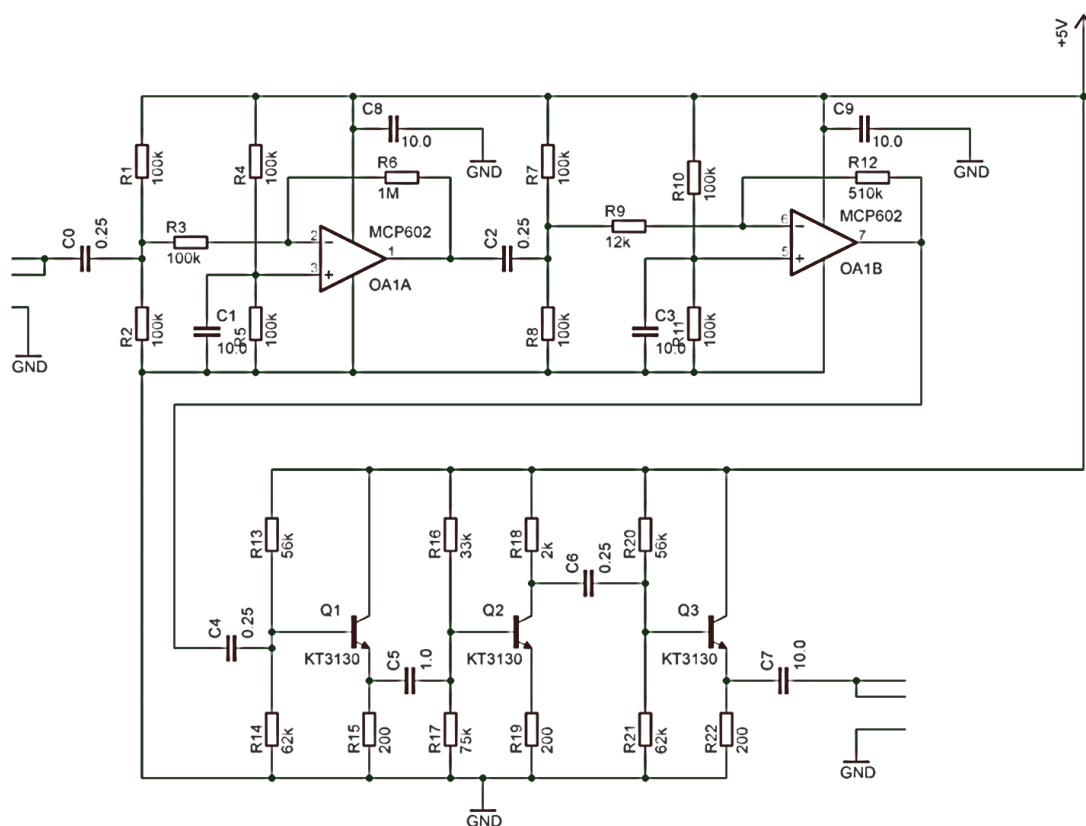
Теоретически возможно получить шум с среднеквадратичной амплитудой 25 мкВ.

Данный шум необходимо усилить, чтобы ослабить действие периодических наводок 50 Гц. Принципиальная схема задающего генератора приведена на рис. 2



**Рис. 2.** Принципиальная схема задающего генератора

Принципиальная схема усилителя приведена на рис.3.



**Рис. 3.** Принципиальная схема усилителя

**Усилитель** необходим для усиления сигналов до уровня напряжения линейного входа – 1 В. После усиления сигнал можно подавать на активные колонки.

**Корректор АЧХ** необходим для изменения или исправления спектральной плотности сигнала.

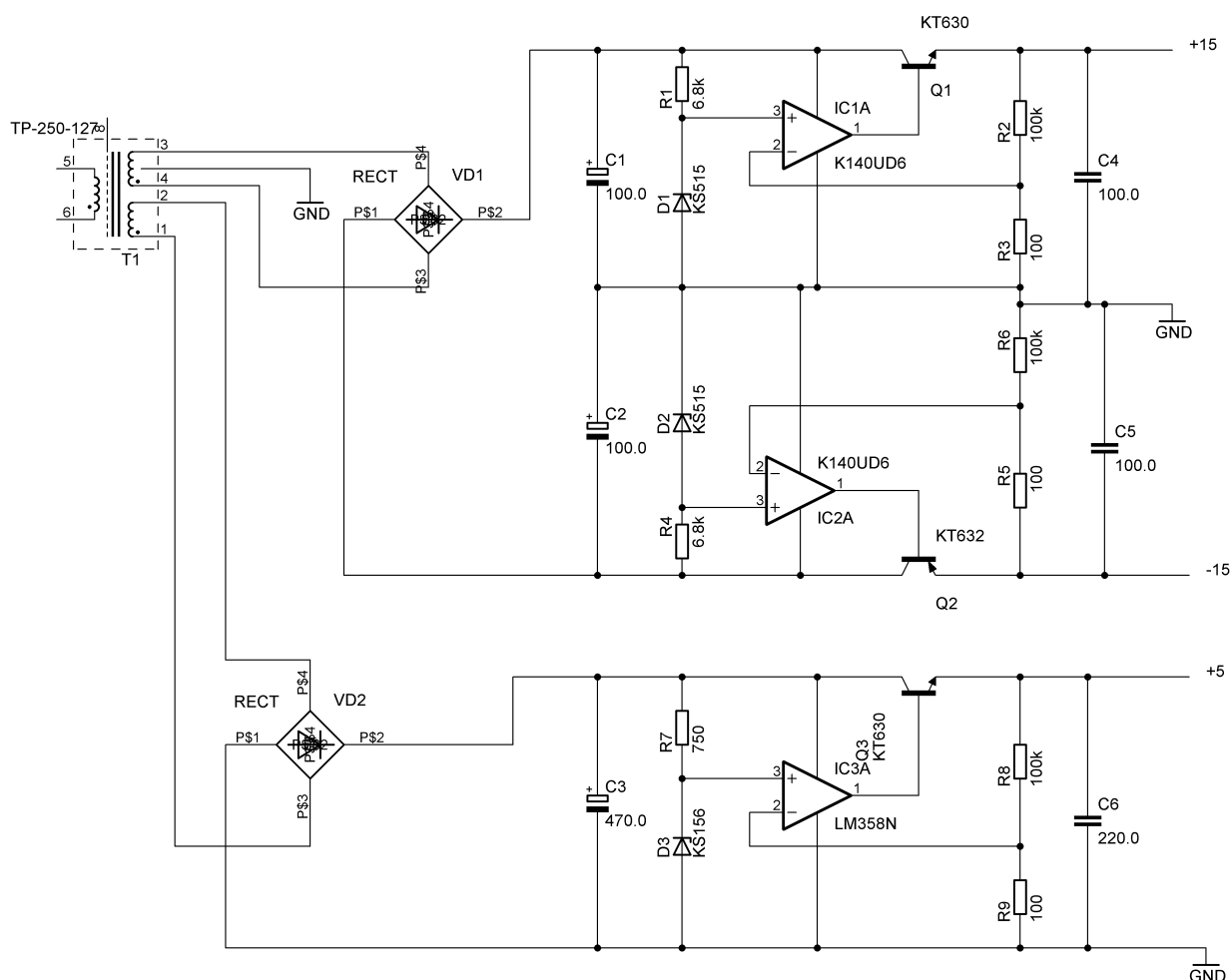
**Гетеродин** является источником опорного сигнала для перемножения.

**Смеситель** переносит сигнал из звуковых частот в область радиочастот.

**Усилитель мощности** усиливает мощность сигнала для передачи его на пассивные колонки или другие средства излучения.

**Блок питания** необходим для питания всех узлов генератора.

Принципиальная схема источника питания приведена на рис. 4. По принципиальным схемам были изготовлены печатные платы и смонтированы задающий генератор и усилитель, на макетной плате был собран источник питания.



**Рис. 4.** Принципиальная схема источника питания





**Рис. 5.** Осциллограмма выходного сигнала

Задающий генератор генерирует шум с равномерной спектральной плотностью и среднеквадратичным напряжением 2 мВ.

Осциллограмма шумового сигнала показана на рис. 5. Верхняя кривая – сама осциллограмма, нижняя кривая – мгновенный спектр сигнала. Усилитель обеспечивает усиление этого сигнала до уровня 1 В. Блок питания выдает  $\pm 15$  В с пульсациями = 100 мВ при токе нагрузки 20 мА и +5В с пульсациями 50мВ при токе нагрузки 40 мА.

### Список литературы

1. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Т. 1. М.: Мир, 1986.
2. Бузов Г. Защита от утечки информации по техническим каналам. Учебное пособие. М.: Горячая линия – Телеком, 2005.
3. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике. М.: Мир, 1991.
4. Михайловский А. Г. Стабилизаторы напряжения в приборах физического эксперимента. Пермь, 1988.
5. Михайловский А. Г. Выпрямители в приборах физического эксперимента. Пермь, 1988.

## **КОРРЕЛЯЦИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ И ВЯЗКОСТИ ДВУХ МОТОРНЫХ МАСЕЛ СЕРИИ CASTROL**

О. А. Кожевникова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе представлены результаты измерений диэлектрических свойств двух синтетических моторных масел. С помощью высокочастотного прецизионного анализатора WK 6500B исследованы температурные зависимости удельной электрической проводимости чистого синтетического моторного масла марки Castrol Magnatec 5W-30 и Castrol Edge Professional LongLife 5w-30.

Синтетическое моторное масло – субстанция, полученная в результате химического синтеза, содержащая в себе полноценный пакет присадок, которые помогают защищать двигатель от перегрева, уменьшают износ деталей при пуске и очищают двигатель от различных отложений и нагара.

По главному назначению присадки объединяют в несколько групп: вязкостные присадки, присадки, улучшающие смазочные свойства, антиокислительные присадки, антикоррозионные присадки, моющие присадки и другие. В результате в число основных свойств входит, например, общее щелочное число, которое показывает, что среди компонентов имеются поверхностно активные вещества, которые составляют основу ингибиторов коррозии, и присадки против ржавления. Поверхностно активные вещества представляют собой слабые электролиты. В результате их диссоциации в базовом масле возникают как положительные, так и отрицательные ионы, возможно мицеллообразование, что обеспечивает моющее действие. Следовательно, моторное масло оказывается раствором слабых электролитов. При исследовании моторных масел методами диэлектromетрии мы сталкиваемся с необходимостью учёта ионной и электрофоретической проводимостей, так как носителями тока могут быть ионы (образующиеся вследствие диссоциации присадок и примесей в базовом масле), либо более крупные (коллоидные) заряженные частицы молионы. Коллоидные частицы могут абсорбировать находящиеся в моторном масле свободные ионы, приобретая заряд. Такие частицы часто и называют молионами [1].

Американской ассоциацией автомобильных инженеров (SAE) разработана классификация моторного масла по вязкости, которая описывает вязкость того или иного автомасла при разных рабочих температурах.

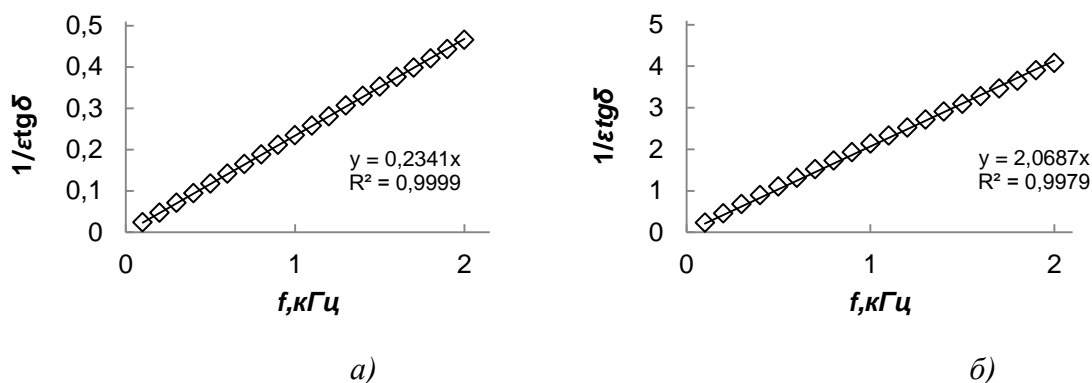
В табл. 1 представлены основные технические характеристики моторных масел Castrol Edge Professional LongLife 5w-30 (Масло 1) и Castrol Magnatec 5W-30 (Масло 2) [2]. Данные моторные масла имеют одинаковую вязкость по SAE, но различные технологии изготовления.

**Таблица 1. Технические характеристики масел**

Характеристика масла	Масло 1	Масло 2
Относительная плотность при 15 °С	0,851 г/мл	0,85 г/мл
Кинематическая вязкость при 40 °С	70 мм <sup>2</sup> /с	65,8 мм <sup>2</sup> /с
Кинематическая вязкость при 100 °С	12 мм <sup>2</sup> /с	11,4 мм <sup>2</sup> /с
Динамическая вязкость при -30 °С	5800 сПа	5860 сПа
Индекс вязкости	170	169
Температура застывания	-42° С	-42° С
Температура вспышки	202 °С	200 °С

В качестве измерительной ячейки применен воздушный подстроечный конденсатор КПВ – 50 пФ, который помещался в стеклянную ампулу и заполнялся исследуемым маслом. Для увеличения температуры масла в измерительной ячейке использовался медный стакан с нагревателем.

Были сделаны измерения зависимости ёмкости и тангенса угла диэлектрических потерь от частоты при различных температурах. Моторные масла являются неполярными диэлектриками, т.к. диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon=2\div3$ . Для температур  $t=40\text{ °С}$  и  $t=100\text{ °С}$  построена зависимость обратного фактора диэлектрических потерь от частоты.



**Рис. 1.** Зависимость обратного фактора диэлектрических потерь от частоты при  $t=40\text{ °С}$  (а) и  $t=100\text{ °С}$ ; (б) моторного масла Castrol Edge Professional Long Life 5w-30

Путём аппроксимации графика линейным трендом или полиномом второй степени можно вычислить электропроводность масла в См/м по известной формуле [2]

$$\gamma = \frac{1}{1,8 \cdot 10^{10} \cdot k}, \quad (1)$$

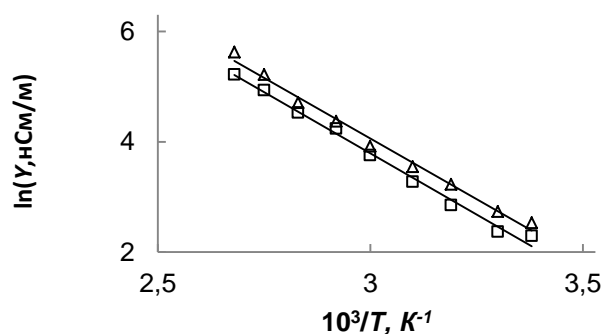
где  $k$  – угловой коэффициент (первая производная линии тренда) в начале координат.

В табл. 2 представлены результаты измерения удельной электрической проводимости при температурах  $t=40\text{ °С}$  и  $t=100\text{ °С}$ , а также энергии активации моторных масел.

**Таблица 2.** Результаты измерения удельной электрической проводимости

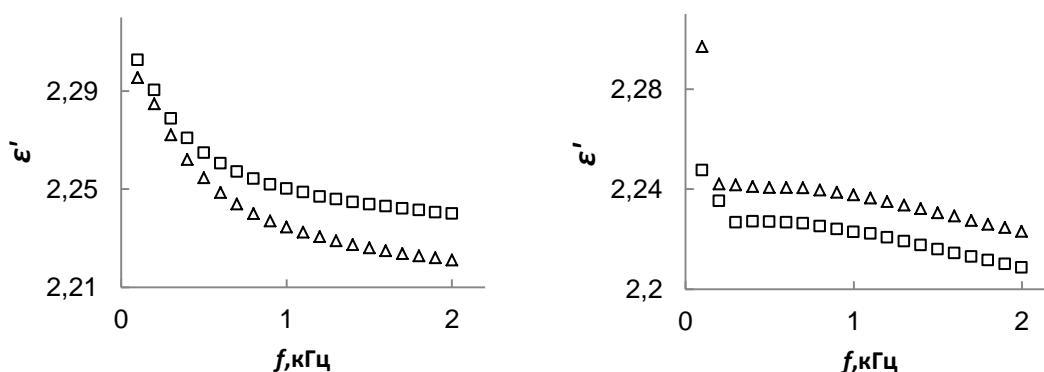
Величина	Масло 1	Масло 2
$\gamma$ , нСм/м при $t=40^\circ\text{C}$	25,3	17,3
$\gamma$ , нСм/м при $t=100^\circ\text{C}$	237,4	183,2
$W_a$ , эВ	0,38	0,39

На рис. 2 построена зависимость удельной электрической проводимости от температуры.



**Рис. 2.** Зависимость удельной электрической проводимости от обратной температуры,  $\Delta$  - масло 1,  $\square$  - масло 2

На основании полученных при выполнении работы экспериментальных данных можно сделать следующий вывод. Удельная электрическая проводимость чистых моторных масел Castrol Magnatec 5W-30 и Castrol Edge Professional Long Life 5w-30 с ростом температуры увеличивается. Вязкости различных масел при фиксированных температурах несколько отличаются (рис. 3), диэлектрические свойства представлены на рис. 3 – 4.



**Рис. 3.** Зависимость диэлектрической проницаемости от частоты при  $t=40^\circ\text{C}$  и  $t=100^\circ\text{C}$ , соответственно,  $\Delta$  - масло 1,  $\square$  - масло 2



**Рис. 4.** Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от частоты при  $t=40^{\circ}\text{C}$  и  $t=100^{\circ}\text{C}$ , соответственно,  $\Delta$  - масло 1,  $\square$  - масло 2

В литературе часто дается ссылка на правило Вальдена-Писаржевского, в котором говорится о том, что произведение вязкости  $\eta$  на удельную электрическую проводимость жидкого диэлектрика  $\gamma$  есть величина постоянная [1, 3]

$$\gamma\eta = \text{const.} \quad (2)$$

На основании полученных результатов удельной проводимости масел и табличных значений вязкостей при  $t=40^{\circ}\text{C}$  и  $t=100^{\circ}\text{C}$  (табл. 1) делаем вывод, что правило Вальдена-Писаржевского не выполняется, тогда при  $m = 0,786$  для масла 1 и  $m = 0,746$  для масла 2 выполняется соотношение

$$\gamma^m \eta = \text{const}, \quad (3)$$

что свидетельствует о том, что в обоих маслах темп нарастания электропроводности при нагревании выше темпа уменьшения вязкости. Этот факт мы связываем с увеличением концентрации ионных носителей электрического тока (термодиссоциацией) [4].

### Список литературы

1. Тареев Б. М., Физика диэлектрических материалов. М.: Энергоиздат, 1982. 320 с.
2. <http://www.castrol.com>
3. Новиков В. В. Применение прецизионных методов радиофизических измерений при исследовании жидких диэлектриков // Дипломная работа. Пермь, 2014.
4. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. 592 с.

# ПРОГРАММИРУЕМЫЙ ГЕНЕРАТОР СЕРИЙ ИМПУЛЬСОВ

А. С. Ажеганов, К. В. Кузнецова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Цель данной работы: разработать программируемый генератор серий импульсов (ГСИ) в соответствии с техническим заданием.

Программируемый ГСИ предназначен для создания последовательностей импульсов произвольной длительности [2]. Разрабатываемый генератор должен удовлетворять следующим требованиям:

1. Длительность временных интервалов 10 мкс-100 с.
2. 8 выходных каналов.
3. Шаг дискретизации – 1 мкс.
4. Выходные уровни сигналов – уровни ТТЛ.
5. Задание вида последовательности, длительностей импульсов, а также выходных каналов с компьютера.
6. Возможность задания последовательности, состоящей из неограниченного числа импульсов и пауз различных длительностей.

В настоящее время подобные генераторы, полностью удовлетворяющие перечисленным выше требованиям, не выпускаются серийно. Это приводит к актуальности данной разработки.

Процесс разработки генератора разбился на три этапа:

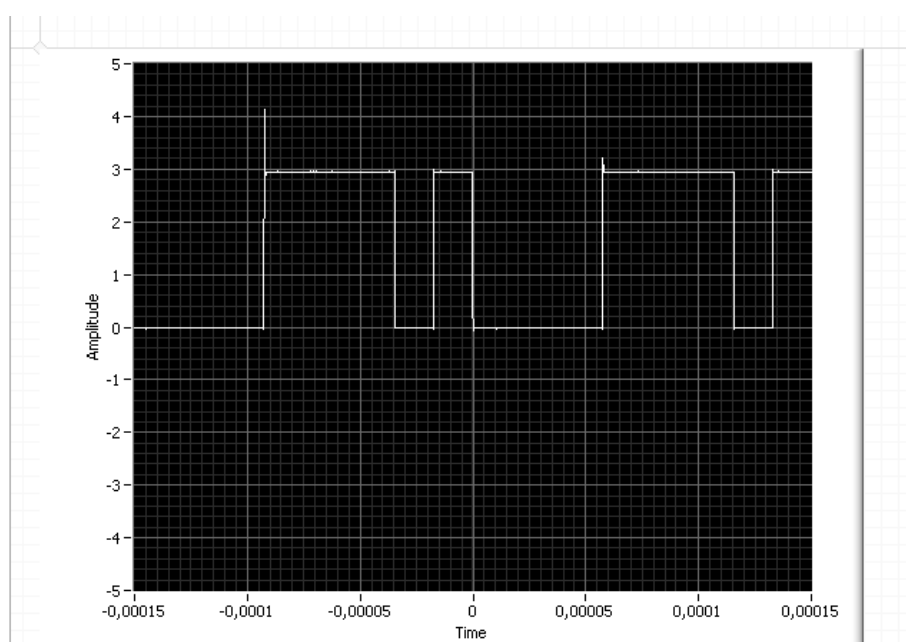
1. Сначала была предпринята попытка реализовать генератор на дискретных элементах. Идея его была взята из схемы ГСИ, который входит в состав импульсного автоматизированного когерентного ЯКР-спектрометра, ранее разработанного в университете [1]. Для этого были разработаны и изготовлены следующие платы: формирователь длительностей, делитель частоты, генератор опорной и частоты отладочная плата с микроконтроллером. Но микроконтроллер работает на частоте 16 МГц, что ограничивает максимальную частоту следования генерируемых импульсов, также при реализации счетчиков на микросхемах стабильная работа достигалась только при частотах <1 МГц.
2. Далее была исследована возможность построения генератора на серийно выпускаемых приборах фирмы «Актаком», а именно генераторе цифровых последовательностей, логическом анализаторе и осциллографе. Преимуществом данных приборов является то, что теоретически можно сколь угодно много наращивать систему из подобных приборов и осуществлять управление с одного компьютера. Также большинство приборов Актаком обладают возможностью их программирования. Однако при его разработке была обнаружена одна особенность внешней синхронизации генератора: система реагирует только на первый поступающий синхроимпульс, который запускает генерацию, что полностью не подходит разрабатываемой системе. А также производителем не предусмотрена возможность программирования

осциллографа. Поэтому пришлось искать другие технические решения для разработки генератора.

3. В качестве итогового варианта были выбраны следующие средства:

ГСИ был реализован программно на отладочной плате STM32F3. Использование данной платы обусловлено частотными характеристиками (максимальная частота 72 МГц), наличием внутренних таймеров, на которых можно построить формирователь и делитель частоты. Программируемый осциллограф построен на основе модульного осциллографа фирмы NI Scope 5102, устанавливаемого в шасси PXI.

При испытании было выяснено, что длительности импульсов и пауз, генерируемых на выходах отладочной платы, соответствуют длительностям импульсов и пауз, задаваемых программно (рис. 1).



**Рис. 1.** Чередование импульса и паузы длительностью импульса 20 мкс и импульса и паузы длительностью импульса 100 мкс

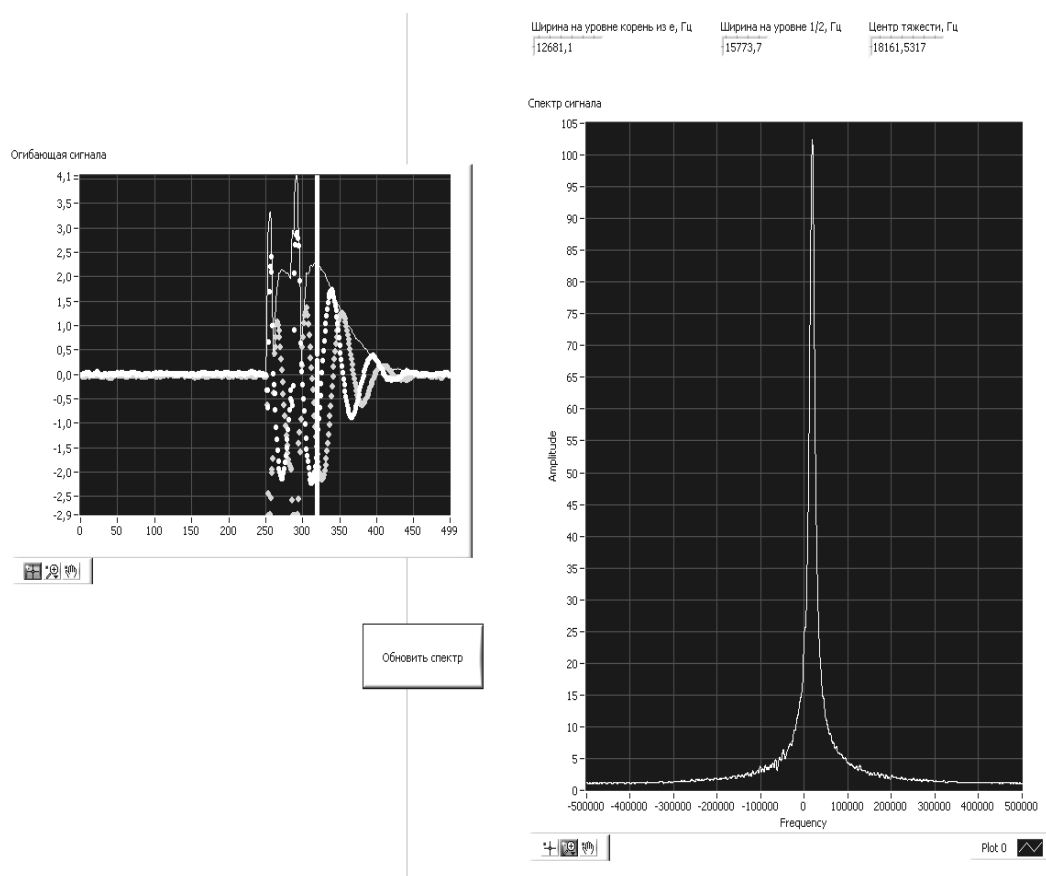
Помимо разработки ГСИ естественным является необходимость создания программируемого осциллографа, ПО которого может быть сопряжено с ПО генератора. Осциллограф необходим для того, чтобы наблюдать сигнал отклика изучаемой системы, получать накопления сигнала для увеличения соотношения сигнал/шум, огибающую сигнала, его спектр и параметры спектра, которые требуются для анализа изучаемой системы.

К разрабатываемому осциллографу предъявляются следующие требования:

- внешняя синхронизация;
- изменяемая частота дискретизации и количества отображаемых точек;
- возможность накопления сигнала по сигналам синхронизации;
- возможность отображения сигнала без накопления в реальном времени;
- отображение огибающей сигнала по итогам накопления;

- отображение спектра сигнала по итогам накопления;
- вывод параметров спектра;
- сохранение данных в файл.

Осциллограф был испытан в составе импульсного когерентного спектрометра. Испытания проводились при исследовании сигнала ЯКР кристаллического порошка закиси меди  $\text{CuO}_2$  на ядрах  $\text{Cu}^{63}$ . Температура образца составляла  $27^\circ\text{C}$ . Огибающая сигнала, его спектр и параметры изображены на рис. 2.



**Рис. 2.** Огибающая и спектр сигнала при испытаниях на ядрах  $\text{Cu}^{63}$

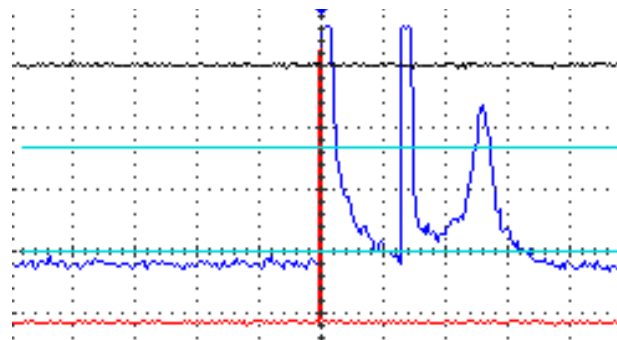
На входы двух каналов осциллографа поступали сигналы с выходов квадратурного детектора приемника сигналов ЯКР. Наблюдались сигналы отклика спиновой системы ядер, возбужденной последовательностью из двух радиоимпульсов. Сигналы с двух каналов детектора одинаковые, но сдвинуты по фазе на  $90^\circ$ . Сигнал синхронизации с ГСИ поступал на соответствующий вход осциллографа.

Разработанные программируемые ГСИ и осциллограф были испытаны при совместной работе в составе данного спектрометра. В испытания проводились на ядрах  $\text{Cl}^{35}$  кристаллического порошка  $\text{KClO}_3$ .



Для возбуждения изучаемой спиновой системы необходимы следующие длительности импульсов: « $90^\circ$  – радиоимпульса»  $t_{90}=15\text{мкс}$  и « $180^\circ$  – радиоимпульса»  $t_{180}=30\text{мкс}$ . Интервал между импульсами составляет 600 мкс, пауза после второго импульса равно 0,1 с. Генерация описанной выше последовательности проводилась на втором канале ГСИ. На первом канале генерировался синхроимпульс для запуска осциллографа.

Отчетливо видны зондирующие импульсы и сигналы свободной индукции и спинового эха (рис. 3).



**Рис. 3.** Испытания на ядрах  $Cl^{35}$

В процессе выполнения данной работы были разработаны программируемые ГСИ и осциллограф. Разработанные устройства были протестированы как по отдельности, так и в составе спектрометров ЯКР. При испытании ГСИ и осциллограф показали свою работоспособность и соответствие требованиям технического задания.

Разработанный программируемый ГСИ может найти широкое применение. Он может быть использован как отдельно, так и вместе с разработанным программируемым осциллографом в качестве универсального программатора, генератора многофазных импульсных последовательностей для испытаний устройств автоматики, управления шаговыми двигателями, для диагностики цифровых схем, например, приборов с зарядовой связью[3]. В настоящее время ГСИ используется в составе радиоспектрометра ЯКР для исследования влияния заданной последовательности радиоимпульсов на спиновую систему ядер в изучаемом образце.

### Список литературы

1. Автоматизированный импульсный Фурье-спектрометр ядерного квадрупольного резонанса. Техническое описание. Пермь: Пермский университет, 1983.
2. Ажеганов А. С., Данилов А. В., Кибрик Г. Е. Автоматизированный импульсный Фурье-спектрометр ядерного квадрупольного резонанса // Радиоспектроскопия. Пермь: Пермский университет, 1985. С. 313–326.
3. АКТАКОМ Pattern Generator АНР-3516. Руководство по эксплуатации.

# РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ПОВЕРКИ ЖИДКОСТНЫХ РАСХОДОМЕРОВ

А. С. Ажеганов, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

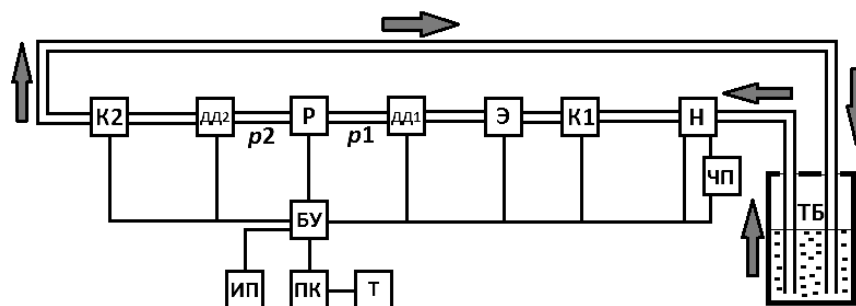
Предприятие ООО «Инфор» – научно-производственная компания широкого профиля деятельности. Один из продуктов, выпускаемых на предприятии – расходомеры серии СРТ. Это расходомеры с овальной формой зубчатых колес, за счёт которой обеспечивается высокая точность измерения.

Перед отправкой датчиков на продажу необходимо произвести первичную поверку, т.е. осуществить совокупность операций, выполняемых в целях подтверждения соответствия средств измерений метрологическим требованиям. Следовательно, на предприятии должна иметься установка для поверки расходомеров.

Разрабатываемая установка для поверки топливных расходомеров типа СРТ должна иметь следующие характеристики:

1. Рабочая жидкость – дизельное топливо
2. Регулируемый поток жидкости в диапазоне от 0,3 л/час до 500 л/час
3. Плавное регулирование скорости потока
4. Стабилизация заданной скорости потока
5. Возможность замены поверяемого расходомера без слива жидкости из системы.
6. Ввод режима поверки осуществляет оператор с компьютера
7. Автоматическое выполнение функций поверки
8. Автоматическое снятие показаний с эталонного и поверяемого расходомера
9. Автоматическое составление протокола поверки
10. Сохранение протоколов поверки в базе данных

На рис. 1 представлена структурная схема установки поверки.



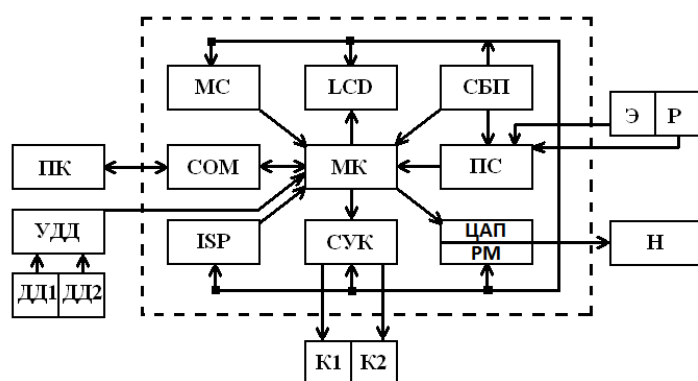
**Рис. 1.** Структурная схема установки поверки

Схема установки, изображенной, представляет собой конструкцию, состоящую из:

- топливного бака (ТБ);
- топливопровода;
- насоса (Н);
- двух клапанов (К1, К2);
- эталонного расходомера (Э);
- двух датчиков давления (ДД1, ДД2);
- поверяемого расходомера (Р);
- блока управления (БУ);
- персонального компьютера (ПК);
- частотного преобразователя (ЧП);
- источника питания для двигателя насоса (ИП);
- контроль процесса поверки осуществляет техник (Т);

Основным компонентом, обеспечивающим работу установки, является блок управления. Блок управления осуществляет управление установкой. Помимо этого он собирает информацию с поверяемого прибора и эталона. Управление блоком производится через компьютер. Программа для компьютера должна позволять технику посылать команды блоку управления, а также по окончании поверки программа должна составлять протокол – документ, содержащий сведения о годности прибора по результатам поверки.

На рис. 2 изображена структурная схема блока управления.



**Рис. 2.** Структурная схема блока управления

Структурная схема блока управления состоит из:

- Микроконтроллера (МК)
- Метеостанции (МС)
- Дисплей (LCD)
- Стабилизированного блока питания (СБП)
- ЦАП и регулятора мощности (РМ)
- Системы управления клапанами (СУК)
- Разъёма внутрисхемного программирования (ISP)
- Коммуникационного порта (COM)

Также на рис. 2 изображены блоки, с которыми блок управления имеет непосредственную связь:

- Персональный компьютер (ПК)
- Усилитель датчиков давления (УДД) и датчики давления (ДД1, ДД2)
- Клапаны (К1, К2)
- Эталонный и поверяемый расходомеры (Э, Р)
- Насос (Н)

Разработанный блок управления представляет собой микропроцессорное устройство, главной задачей которого является подсчёт импульсов, поступающих с эталонного и поверяемого расходомеров. Основным элементом схемы является восьмиразрядный микроконтроллер U1 типа ATmega8. Амплитуда импульсов, поступающих с эталонного и поверяемого расходомеров, равна 12В. Такое напряжение нельзя напрямую подавать на микроконтроллер. Для уменьшения уровня сигнала был использован повторитель напряжения на операционных усилителях (ОУ) LM358N (U3:A, U3:B) в режиме ограничения напряжения по питанию 5В. Обмен данными производится через COM-порт по интерфейсу RS-232 [2].

Для управления двигателем насоса был предусмотрен ЦАП. Уровень напряжения, генерируемый ЦАП, от 0 до 5 В. Это напряжение усиливается до 12 В при помощи схемы с операционным усилителем U5. Далее этот сигнал усиливается по току транзисторной сборкой Дарлингтона. На выходе транзисторной сборки генерируется постоянное напряжение от 0 до 10 В при токе не менее 15 А [1].

Система управления клапанами представляет собой электронные ключи на полевых транзисторах Q1 и Q2 типа IRF640. Высокий и низкий потенциалы, подаваемые с МК на затвор транзисторов, переводят их в открытое или закрытое состояние. Эти ключи коммутируют клапаны, которые находятся также либо в открытом, либо в закрытом состоянии.

Следуя ГОСТу № 8.451-81 при проведении поверки необходимо указывать давление, температуру и влажность воздуха. Поэтому в блок управления была встроена метеостанция способная измерять давление и температуру. Для измерения влажности пока что используется настенный психрометр. Метеостанция построена на микросхеме U9 BMP085.

При запросе данных с метеостанции микроконтроллер считывает калибровочные коэффициенты из памяти метеостанции, а также считывает значения температуры и атмосферного давления, которые ещё нужно пересчитать в истинные значения температуры и давления, используя калибровочные коэффициенты.

При поверке расходомеров необходимо измерять давление в топливопроводе. Для этого использовались датчики давления фирмы Honeywell Mediamate-100. Для вывода различной технической информации был использован LCD экран типа LM016L (LCD1) [3].

Принципиальная схема блока управления изображена на рис. 3. Управление блоком управления производится с компьютера. Пользователь задаёт режимы работы блока управления с помощью программы, рабочее окно которой изображено на рис. 4.

Разработанная автоматизированная установка протестирована при поверке расходомеров, в результате чего были получены протоколы поверки.

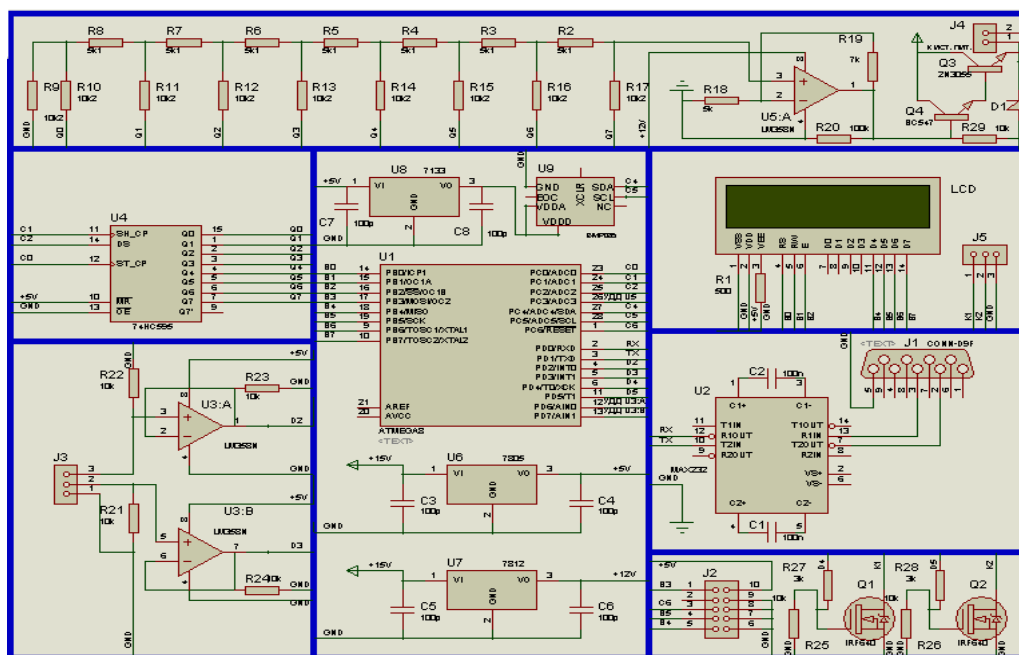


Рис. 3. Принципиальная схема блока управления

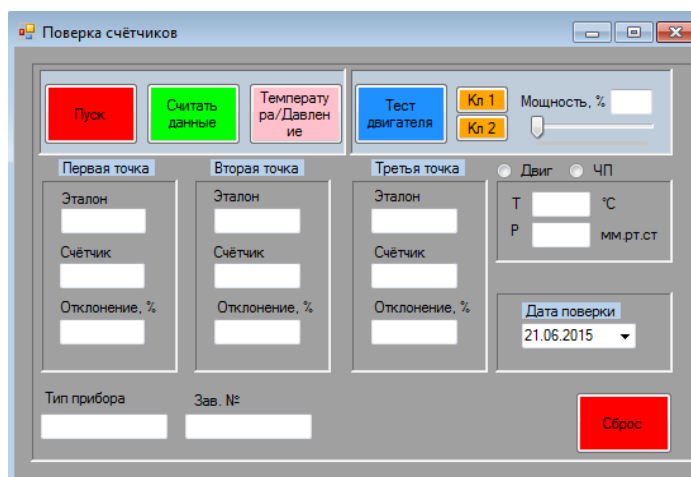


Рис. 4. Рабочее окно программы

## Список литературы

1. Лебедев О. Н., Марцинкявичус А-Й. К., Багданскис Э.-А. К. и др. Микросхемы памяти. М.: КУБК-а, 1996.
2. <https://ru.wikipedia.org/wiki/MAX232>
3. <http://www.gaw.ru/html.cgi/txt/lcd/chips/hd44780/start.htm>

## ЗАЩИТА ОТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОГО ПОДКЛЮЧЕНИЯ К ВЕБ-КАМЕРЕ

В. О. Патраков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Сегодня практически у любого человека есть персональный компьютер или ноутбук, на котором установлена (или чаще встроена) веб-камера. Веб-камеры применяются для фиксации и дальнейшей передачи видео или скриншотов в программах типа Skype, Instant Messenger или в любых других видеоприложениях. Но задумывался ли кто-нибудь из нас о том, что веб-камера может использоваться не только в тот момент, когда мы этого хотим? Что злоумышленник может подключиться к нашей веб-камере, вторгаясь тем самым в наше личное пространство?

Я исследовал возможность такого вторжения и на основании полученных результатов разработал меры защиты от него.

Первое, о чём стоит сказать, - нельзя несанкционированно подключиться к любому человеку. Для того, чтобы получить какие-то данные с камеры, необходимо запустить на компьютере некоторый набор команд – какой-либо скрипт или программу, который будет отправлять данные с камеры в Интернет. Мной был написан один из вариантов такого скрипта.

Для отправки данных с камеры я использовал несколько программ: **MPlayer** – свободный медиаплеер, работающий на большинстве современных операционных систем; **RemCam2** – программа для подключения к веб-камере извне; **Sendmail** – консольный почтовый сервер, позволяющий из консоли отправлять электронные письма, а также прикладывать к ним файлы; **Rar** – архиватор, поддерживающий консольный режим.

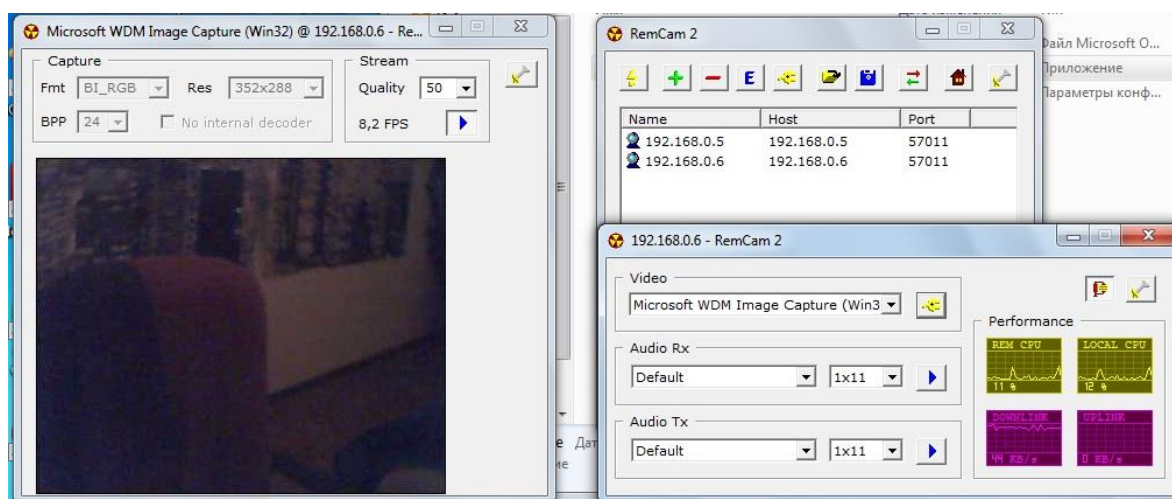
Для установки этих программ на компьютер жертвы было решено использовать ftp-сервер, с которого нужные программы будут скачиваться в скрытом режиме. Для этого необходимо заранее создать ftp-сервер (в работе был использован сервис net2ftp.ru) и скачать на него нужные программы.

Основную проблему при подключении к веб-камере составляет подключение к компьютеру. Для подключения к компьютеру через Интернет надо знать его IP-адрес. Проблема состоит в том, что подавляющее большинство клиентов телекоммуникационных компаний имеют на своих компьютерах «серые» IP-адреса. Они не маршрутизируются в Интернете и на них нельзя отправить трафик из Интернета, только из конкретной частной локальной сети. К такому адресу невозможно подключиться несанкционированно. Таким образом, из-за особенностей топологии сети невозможно подключиться к компьютеру жертвы извне. Однако это не значит, что к компьютеру жертвы нельзя подключиться вообще. Большинство людей имеет дома маршрутизатор, предоставленный

провайдером. К маршрутизатору уже подключаются все домашние устройства – домашний компьютер, ноутбук, телефон и т.д. Каждое из этих устройств имеет свой внутренний («серый») IP-адрес. При этом некоторая часть устройств подключается по беспроводному каналу – Wi-Fi.

Например, если жертва – ваш друг, и вы знаете пароль от его сети Wi-Fi, фактически вы можете незаметно находиться во внутренней сети, при условии, что вы находитесь внутри зоны покрытия этого Wi-Fi. Находясь во внутренней сети, вы можете подключиться к компьютеру жертвы, зная его IP-адрес, и затем подключиться к его веб-камере.

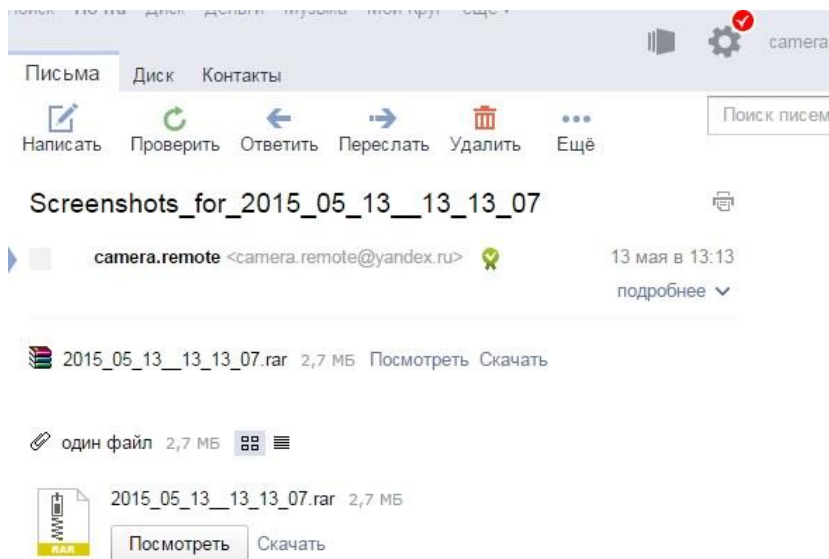
Для подключения к веб-камере из внутренней сети я использовал программу RemCam2. Программа имеет две части – серверную и клиентскую. Необходимо запустить серверную часть на компьютере жертвы. После запуска серверной части на удалённом компьютере необходимо запустить клиентскую часть, ввести IP-адрес жертвы (для получения IP-адреса используется команды `ipconfig` и почтовый клиент `sendmail`), и нажать кнопку ОК. Если всё установлено верно, то установится соединение с веб-камерой жертвы. Пример подключения представлен ниже.



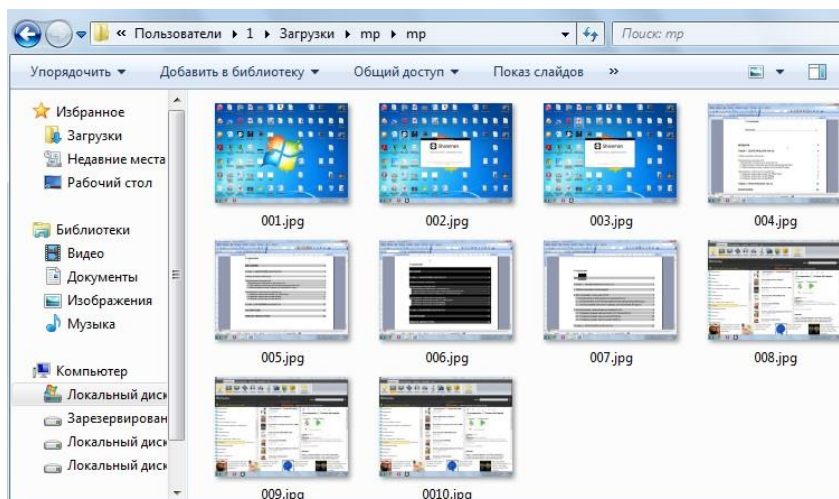
**Рис 1.** Подключение к веб-камере при помощи RemCam2

Для подключения из внешней сети используется Mplayer. Проигрыватель имеет один существенный недостаток – он не позволяет транслировать видео. Однако он позволяет делать скриншоты с видеоустройства, при этом не обязательно указывать его имя – оно выбирается по умолчанию. При этом первым видеоустройством является веб-камера, если же она отсутствует, в качестве видеоустройства выбирается рабочий стол. В данном случае было решено делать 20 скриншотов через каждые полторы минуты и соответственно каждые полчаса создавать архив с помощью программы Rar и с помощью Sendmail отсылать его на почту. Полученный результат представлен ниже.





**Рис 2. Пример полученного письма**



**Рис 3. Содержание полученного письма**

Написанный скрипт встроен в макрос в документе Microsoft Word. В результате, после открытия определённого файла Word (внедрить который на компьютер жертвы не составляет никакого труда) на компьютере выполняется набор команд, который позволяет в любой момент подключиться к камере при помощи программы RemCam2, а также периодически отправляет снимки с камеры на почту.

В ходе работы скрипта на компьютер жертвы с заранее подготовленного ftp-сервера скачиваются нужные программы и помещаются в папку, куда пользователь не заходит, например, C:\Windows\Server. Далее создаются правила для брандмауэра, разрешающие указанным программам и портам использовать соединение с Интернетом, запускается и прописывается в автозагрузку серверная часть программы RemCam2. Затем создаются еще 2 bat-файла: файл, отправляющий снимок с камеры и результат команды ipconfig на почту при старте системы и файл, который циклически делает



снимки, каждые 30 минут архивирует их и отправляет архив на почту. Все неиспользуемые в дальнейшем файлы удаляются, всем используемым присваивается атрибут «скрытый» и «системный».

Стоит заметить, что это только один из вариантов такого скрипта. Можно написать другую реализацию данной идеи, которая будет использовать другие программы и, возможно, другую логику.

На основании полученных данных можно сделать несколько выводов о том, как предотвратить такое подключение.

1. Лучше всего использовать на домашнем компьютере учётную запись пользователя, не имеющего прав администратора. Это будет эффективно, т.к. большинство используемых в работе программ при запуске будут требовать разрешения пользователя, и, таким образом, подключение не получится провести несанкционированно.
2. Можно отключить макросы в документах Microsoft Word, но это не будет эффективным, т.к. макросы использовались в данной работе для примера. Аналогичный представленному в работе скрипт можно запустить из любой другой программы, либо с любой ссылки в Интернете.
3. Более эффективный способ защиты – отключать веб-камеру, либо заклеивать её, если она встроена, когда вы её не используете. Но при этом, исходя из результатов данной работы, человек, подключающийся к вам, может увидеть ваш рабочий стол, что тоже представляет собой угрозу. Кроме того, стоит помнить, что аналогично веб-камере можно подключиться к любым другим устройствам, например – к микрофону.
4. Самый эффективный способ защиты – аккуратность. Будьте аккуратны со всеми документами и программами, которые вы скачиваете, со всеми страницами в Интернете, которые вы посещаете.

### **Список литературы**

1. Mihoel Pikovsky. Тестируем софт для записи скринкастов в Windows и Linux. URL: <https://xakep.ru/2013/11/26/screencast-soft-windows-linux>
2. RemCam2 – программа для скрытого подключения к удалённой вебкамере. URL: <http://www.spy-soft.net/remcam-2>

# АНАЛИЗ УЯЗВИМОСТЕЙ УСТРОЙСТВ МОНИТОРИНГА ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ. РАЗРАБОТКА ПРОТОТИПА, ЗАЩИЩЕННОГО ОТ ЭТИХ УЯЗВИМОСТЕЙ

А. В. Цыкарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Работа посвящена изучению и разработке устройств для мониторинга подвижных объектов. В рамках данного исследования меня интересовал аспект безопасности обрабатываемых в таких устройствах, данных.

В рамках данной работы были поставлены следующие задачи:

- анализ распространенных уязвимостей устройств мониторинга подвижных объектов;
- разработка прототипа устройства, защищенного от этих уязвимостей.

**Анализ работы устройств, выявление возможных каналов утечки информации.** Принципиальная схема работы большинства устройств мониторинга подвижных объектов приведена на рис. 1.



**Рис. 1.** Общая схема работы устройств мониторинга подвижных объектов

В данной работе рассмотрены уязвимости, возникающие при: получении данных от спутников, их передаче на сервер с помощью GSM, уязвимости, обусловленные наличием возможности удаленного конфигурирования. Уязвимости в работе сервера не рассматриваются.

**Уязвимости при получении информации о местоположении от спутника.** Джон Уорнер (Jon Warner) из Национальной лаборатории Аргон совместно со своими коллегами провел исследование уязвимостей GPS-

трекинга [1]. В своем исследовании Уорнер обозначил следующий вектор атаки: передавать на устройство ложные данные о местоположении, заставляя его принимать их за действительные.

В ходе работы Уорнер с коллегами вывел набор признаков, которые могут определить, что устройство подвергается атаке.

- 1) Чрезмерно высокий уровень сигнала;
- 2) Одинаковый уровень сигнала от разных спутников;
- 3) Низкий уровень шума в сигнале;
- 4) Несоответствие текущего местоположения номерам видимых на данный момент спутников.

Исходя из выработанных в ходе проведенного исследования Джона Уорнера признаков атаки и возможностей аппаратной платформы конкретного устройства можно вовремя выявить атаку и передать данные о её наступлении на сервер. Оператор получив эти данные сможет вовремя предпринять необходимые действия и предотвратить нежелательные последствия.

**Уязвимости при передаче данных о местоположении на сервер при помощи GSM.** Данные о местоположении объекта передаются от устройства на сервер при помощи GSM. Все передаваемые данные шифруются. На сегодняшний день передаваемые с помощью GSM данные шифруются с использованием алгоритмов шифрования семейства A5.

Еще в 2009 году, как сообщает издательство The New York Times [2], немецкий криптолог Карстен Нол (Karsten Nohl) продемонстрировал способ взлома алгоритма A5/1. Также, состоялась публичная демонстрация взлома на конференции Chaos Communication Congress в Берлине. Вся информация по проекту взлома и таблицы для кодовых книг A5/1 сегодня можно найти в открытом доступе.

Так как данные передаваемые с помощью GSM могут быть перехвачены, и, как выяснилось, могут быть расшифрованы за считанные часы – при разработке устройств мониторинга подвижных объектов необходимо учитывать этот факт. Для обеспечения дополнительной защиты всех передаваемых данных необходимо организовать дополнительное шифрование данных.

**Анализ возможных уязвимостей при удаленном конфигурировании устройств.** Для анализа возможных уязвимостей был исследован устройство мониторинга отечественной компании RusLink модели NAVIXY A2. При очном осмотре устройства была обнаружена маркировка «GV500». При попытке найти информацию по данному запросу удалось выйти на сайт зарубежного производителя Queclink. «Queclink GV500» - устройство, продаваемое данным производителем. Очевидно, что оно же импортируется в Россию и продаётся под брендом «NAVIXY A2». Имея эту информацию удалось найти описание протокола для конфигурирования устройства SMS-командами.

Все команды для конфигурирования защищены паролем. Но, по умолчанию на устройствах установлен стандартный пароль «gv500». Таким обра-

зом для изменения конфигурации устройства, нам достаточно знать номер телефона установленной в нём сим-карты. Требования к командам (не более 160 символов) и обилие различных параметров в каждой из них не предоставляют нам возможность установить пароль достаточной длины.

Наиболее эффективным способом защиты от подобного рода атак является реализация «доверенного списка» номеров. Т.е. в устройство заведены определенные номера, с которых возможна обработка конфигурационных сообщений. Сообщения с других номеров – игнорируются.

**Проектирование и разработка устройства, защищенного от основных уязвимостей.** Для разработки устройства была использована платформа Arduino. Используемые компоненты:

1. Iteaduno UNO V1.0 (ATmega 328). Дешевый аналог Arduino Uno. Наследует все функции Arduino.
2. EFCOM GPRS/GSM Shield V1.2. Модуль совместимый с Arduino. Управляется AT-командами
3. GPS Shield V1.1. Модуль совместимый с Arduino. Позволяет получать данные о местоположении по GPS.

Устройство пытается получить данные о местоположении по GPS (задействован GPS Shield V1.1). Если получены валидные данные - происходит GET-запрос к веб-серверу (задействован EFCOM GPRS/GSM Shield V1.2). В запросе передаются следующие данные: широта, долгота, скорость, идентификатор клиента.

Используемая аппаратная платформа Arduino накладывает следующие ограничения:

1. Размер загружаемой прошивки ограничен 32 Кб. Таким образом использование больших алгоритмов (например, SSL).
2. 2 Кб ОЗУ. Это ограничивает максимальный размер строк, с которыми мы можем работать

Исходя из всех вышеизложенных ограничений для реализации дополнительного шифрования данных был выбран блочный алгоритм шифрования XTEA. Он имеет длину ключа 128 бит. К тому же, для Arduino существует специальное решение в виде дополнительной библиотеки, которое позволяет реализовать данный алгоритм.

Для реализации наиболее безопасного механизма конфигурирования необходимо используется проверка телефона отправителя конфигурационного сообщения. Формат принимаемых СМС: **DT:<PASSWORD>:<кол-во секунд>**. Если сообщение в указанном формате поступает с «доверенного номера» - меняется интервал отправки данных устройством на сервер.

В прошивке устройства используется библиотека TinyGPS, которая предоставляет нам возможность работать с NMEA сообщениями, которые основная плата получает от GPS модуля. Получаемые устройством в этих сообщениях данные (координаты местоположения, дата, время, скорость, направление движения, высота, кол-во спутников в поле видимости) не позволили в полной мере использовать признаки подмены сигнала, выявленные

Джоном Уорнером. Для реализации проверки на ложный сигнал спутников был использован параметр с количеством видимых на данный момент спутников. В программном коде условие срабатывания тревоги звучит так «Если кол-во видимых спутников изменилось более чем на 3». Данная проверка происходит каждые 60 секунд работы устройства. В случае срабатывания данной проверки – происходит отправка запроса на сервер с информацией о срабатывании тревоги.

**Результаты.** Были выявлены и проанализированы некоторые из существующих на сегодняшний день уязвимости устройств мониторинга подвижных объектов. Также, были рассмотрены варианты борьбы с этими уязвимостями. Неотъемлемой частью работы была разработка прототипа устройства, которое было бы защищено от данных уязвимостей. Работы над разработкой прототипа завершились успешно.

### Список литературы

1. *Jon S. Warner, Ph.D. and Roger G. Johnston, Ph.D., CPP Vulnerability Assessment Team Los Alamos National Laboratory Los Alamos, New Mexico, 87545 GPS Spoofing Countermeasures*
2. *<http://www.nytimes.com/>, Published: December 28, 2009 Cellphone Encryption Code Is Divulged*
3. *Shanghai SIMCom wireless solutions Ltd. SIM900\_AT Command Manual\_V1.03*
4. *iteadstudio.com, 2012-04-07 Arduino GPS shield 1.1*
5. *iteadstudio.com, 2012-11-11 Iteaduino UNO*

## ВИРТУАЛИЗАЦИЯ СЕТИ

Д. А. Ярушин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В 2012 году появилась технология виртуализации сети (Network Virtualization, NV), обеспечивающая возможность виртуализации на принципиально новом уровне – уровне сетевого сегмента. В случае серверной виртуализации с небольшими оговорками операционная система (ОС) внутри виртуальных машин (ВМ) работает так, как если бы была установлена на физический сервер и являлась единственной ОС на этом оборудовании. Подобная абстракция позволяет запускать несколько изолированных экземпляров виртуальных серверов на одном физическом. По аналогии виртуализация сети приводит к тому, что виртуальная, а точнее в данном контексте виртуализованная сеть, функционирует так, как если бы она являлась физической сетью. Данный уровень виртуализации позволяет создавать и использовать несколько виртуальных сетей, возможно с перекрывающимися или даже полностью совпадающими пространствами IP-адресов, на одной физической сетевой инфраструктуре. Эта сетевая инфраструктура, может включать в себя произвольное количество физических серверов и сетевого оборудования.

Штатные средства платформы VMware vSphere, использующейся в университетском центре «Интернет», не предоставляют преимуществ масштабируемости, гибкости настройки сети и не реализуют функции, необходимые для безопасной работы сети. Вследствие чего необходимо использовать дополнительные сторонние средства для создания новой системы работы сети.

Целью данной работы была разработка системы виртуализации сети на платформе VMware vSphere с помощью технологий оверлейные сети (Overlay Network, OVN) и программно-конфигурируемые сети (Software-Defined Networking, SDN). Для достижения цели было предложено решение следующих задач:

- 1) изолировать виртуальные машины;
- 2) настроить политики зон безопасности (security zones);
- 3) настроить шлюз канального уровня (L2 gateway);
- 4) настроить шлюз сетевого уровня (L3 gateway);
- 5) реализовать автоматическое развертывание перечисленных функций.

Работа выполнялась в университетском центре «Интернет» Пермского ГНИУ. На платформе VMware vSphere использовались: VMware vCenter Server – платформа для централизованного управления средами VMware vSphere, которая обеспечивает автоматизацию и надежное предоставление

виртуальной инфраструктуры; гипервизор VMware ESXi (устанавливается непосредственно на физический сервер и разделяет его на несколько виртуальных машин); SDN – развивающаяся архитектура, в которой уровень управления сетью отделён от устройств передачи данных и реализуется программно; одна из форм виртуализации вычислительных ресурсов. Оверлейная сеть – общий случай логической сети, создаваемой поверх другой сети.

На сегодня решения по виртуализации сети предоставляют крупные корпорации, а именно: VMware NSX – это платформа виртуализации сети для программного ЦОД; Amazon Elastic Compute Cloud (Amazon EC2) – это веб-сервис, предоставляющий масштабируемые вычислительные ресурсы в облаке; Cisco Application Centric Infrastructure (ACI) – инфраструктура, ориентированная на приложения.

Однако на использование этих сервисов требуются значительные финансовые средства, поэтому было принято решение создать собственную систему виртуализации сети. Для демонстрации и тестирования свойств системы была выбрана данная топология сети (рис. 1).

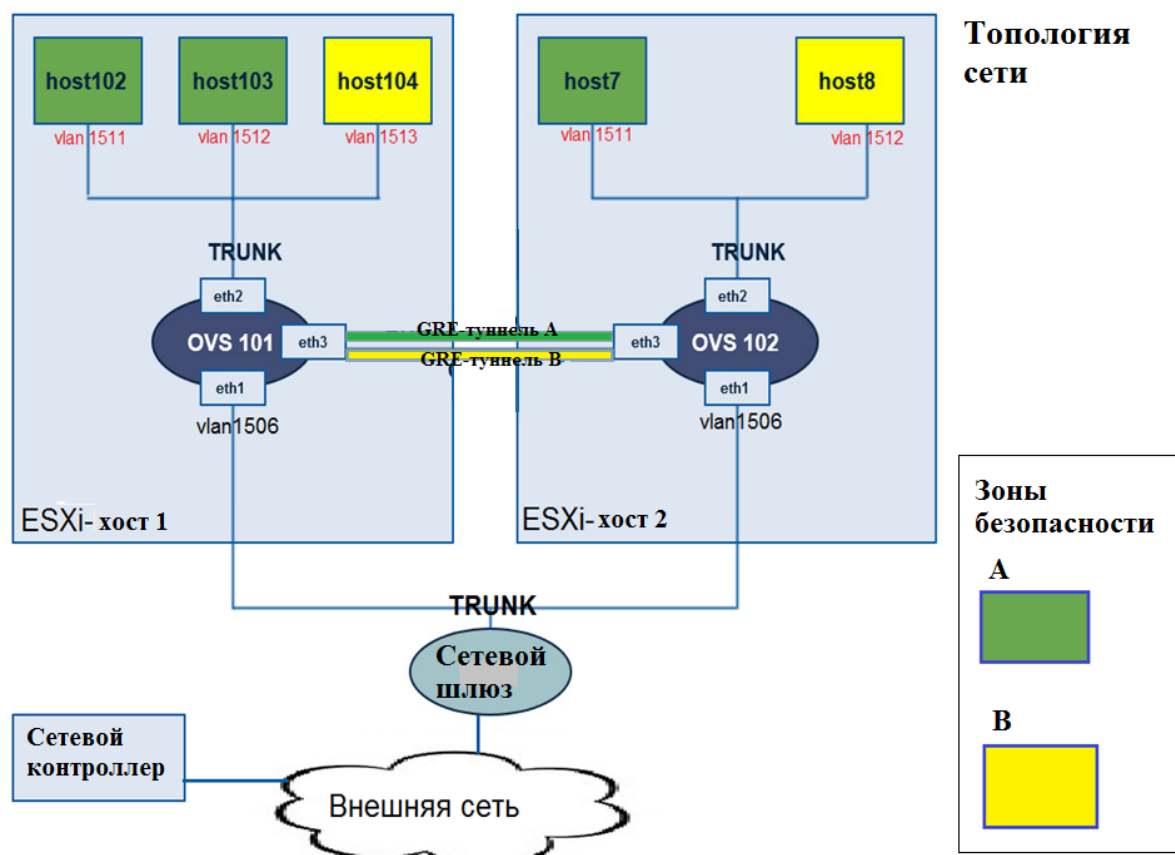


Рис. 1. Топология сети

Для решения задачи изоляции каждой ВМ был назначен уникальный в пределах ESXi-хоста VLAN. Для решения остальных задач потребовалось использование технологии SDN и протокола OpenFlow. OpenFlow – протокол управления процессом обработки данных, передающихся по сети маршрутизаторами и коммутаторами, реализующий технологию SDN. Протокол используется для управления сетевыми коммутаторами и маршрутизаторами с центрального устройства – контроллера сети. В качестве элемента управления работой сети была использована виртуальная машина с установленным на ней OpenFlow-контроллером floodlight. Для передачи данных между ВМ в каждом ESXi-хосте был установлен Open vSwitch (реализация OpenFlow switch). Изоляция ВМ между ESXi-хостами была реализована за счет создания GRE-туннелей.

Правила работы OpenFlow switch описаны в таблицах потоков, которые содержатся в его памяти. Таблица потоков состоит из записей, в каждой из которых содержатся поля сравнения, счетчики и инструкции. Когда пакет поступает в OpenFlow switch поля сравнений записей таблицы потоков сравниваются с заголовком пакета в порядке приоритета (одно из полей сравнения). Если найдена совпадающая запись, то к пакету применяются инструкции, ассоциированные с данной записью, и увеличивается значение счетчика.

Таким образом, задача сводится к передаче таблиц потоков в соответствующий Open vSwitch. Чтобы определить, какое содержание таблиц должно быть на каждом Open vSwitch-е, необходимо собрать информацию о системе, т.е. считать информацию о каждой ВМ (ее MAC-адрес, Vlan, на каком ESXi-хосте и в какой зоне безопасности она находится). Для этого был разработан модуль сбора информации с vCenter с использованием средств удаленной командной строки vSphere Command-Line Interface (программа на C++). Модуль также находится в OpenFlow-контроллере. Для передачи записей таблиц потоков был создан модуль для floodlight-контроллера (программа на Java), использующий данные на выходе модуля сбора информации. Информация о шлюзе канального и сетевого уровня также заложена в записи таблиц потоков, передающихся на Open vSwitch-и.

Тестирование работы системы показало, что виртуализованная сеть успешно работает, выполняя описанные функции. В ходе работы были реализованы: способ изоляции виртуальных машин; связь зон безопасности между ESXi-хостами (GRE-туннели); модуль сбора информации с vCenter; разработан модуль логики работы сети и обработки политики безопасности – создание статических потоков; реализованы сервисы – L2 gateway, L3 gateway, изоляция между зонами безопасности.

В качестве рекомендаций было предложено привести систему в соответствии требованиям к МЭ для 3 класса защищенности для ее сертификации в дальнейшем.



## Список литературы

1. *Mc Keown, Anderson T., Balakrishnan H., Parulkar G., Peterson L., Rexford J., Shenker S., Turner J.* OpenFlow: Enabling innovation in campus networks // ACM ICGCOMM Computer Communications Review, April 2008
2. <http://www.vmware.com/ru>
3. <https://www.opennetworking.org/images/stories/downloads/sdn-resources/onf-specifications/openflow/openflow-spec-v1.3.2.pdf>

## УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ПУЛЬТ

М. А. Крупинин, В. Б. Поляков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15.

**Введение.** В настоящее время человека в быту окружает множество самых разных бытовых приборов, таких как телевизоры, медиа проигрыватели, проекторы, кондиционеры и т.д. Для каждого такого устройства нужен пульт дистанционного управления. Наверно, каждый сталкивался с такой проблемой, что не можешь найти пульт для управления каким-либо бытовым прибором, потому что его куда-нибудь унесли или потеряли. Данный универсальный пульт создан для того, чтобы избавиться от привязки к какому-то одному пульту.

На сегодняшний день уже существует несколько видов универсальных пультов. Есть программируемые универсальные пульты дистанционного управления, которые по внешнему виду не отличаются от обычного пульта, но хранят в себе коды для переключения нескольких устройств. Несколько другой тип подобных пультов – обучаемый универсальный пульт – родной пульт размещается напротив обучаемого, и последовательным нажатием на кнопки пульта, производится запись сигналов в обучаемый пульт. Также выпускаются комбинированные пульты, объединяющие в себе особенности первых двух типов. Пульты вышеперечисленных типов можно купить практически в любом магазине бытовой электроники.

Также есть устройства, использующие платформу Arduino, Bluetooth модуль и смартфон на ОС Android. Подобные проекты создаются радиолюбителями–энтузиастами, стремящимися к автоматизации управления бытовыми приборами. Проект, разрабатываемый в данной работе, содержит Wi-Fi модуль. Таким образом достигается управление с большего расстояния.

**Структура решения задачи.** Для поэтапного решения поставленной задачи, ее необходимо разбить на подзадачи:

1) Программирование платформы Arduino UNO:

- Изучение библиотеки IRremote для Arduino IDE;
- Изучение типа кодировки пультов устройств конкретного производителя;
- Создание программы для считывания кодов кнопок реального пульта посредством считывателя ИК сигналов TSOP-4838;
- Создание программы для отправки ИК сигналов через ИК диод.

2) Программирование Wi-Fi модуля ESP8266-01:

- Изучение характеристик модуля, режимов работы, способов подключения, назначения выводов;

- Создание программы для подключения к локальной сети, принятия команд со смартфона, отправки принятой команды на Arduino.
- 3) Организация взаимодействия между Arduino UNO и ESP8266-01:
- Добавление в программы, написанные на предыдущих этапах, фрагментов для связи данных компонентов.
- 4) Организация отправки команд со смартфона на ОС Android:
- Вариант 1: написание полноценного андроид-приложения;
  - Вариант 2: использовать стандартный браузер.

Сборка аппаратных модулей, тестирование, проверка работоспособности системы.

**Разработка системы.** Первый этап – программирование платформы Arduino UNO [1]. Необходимо подключить к Arduino UNO считыватель инфракрасных сигналов TSOP-4838 [2]. В описании считывателя смотрим назначение выводов для его правильной работы. К среде разработки Arduino IDE подключаем библиотеку IRremote, открываем скетч для считывания сигналов и зашиваем его в Arduino UNO. Затем, последовательно нажимая на кнопки реального пульта дистанционного управления, считываем коды команд пульта. Составляем таблицу соответствия названия кнопки отправляемому сигналу. На этом первый этап заканчивается. Пишем программу для Arduino UNO, в котором прописываем алгоритм отправки нужного инфракрасного сигнала в соответствии с принятой командой.

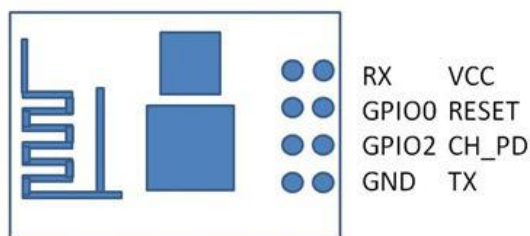
Второй этап – программирование Wi-Fi модуля ESP8266-01 [3]. В среде разработки Arduino IDE 1.6.1 for ESP8266 модернизируем скетч Wi-FiWebServer, подстраивая его работу для принятия сигналов переключений нужных кнопок. Пишем в переменные `const char* ssid = "your-ssid";` `const char* password = "your-password";` логин и пароль развернутой локальной беспроводной сети, внутри которой собираемся работать. Загружаем программу в модуль.

Третий этап – организация взаимодействия между Arduino UNO и ESP8266-01. Для этого используется UART (универсальный асинхронный приемопередатчик) имеющийся в как в Arduino UNO, так и в ESP8266-01. Важно отметить, что для правильной работы через UART выход ESP TX подключается к выходу Arduino RX, а выход ESP RX – к выходу Arduino TX. Распиновка модуля приведена на рисунке 1.

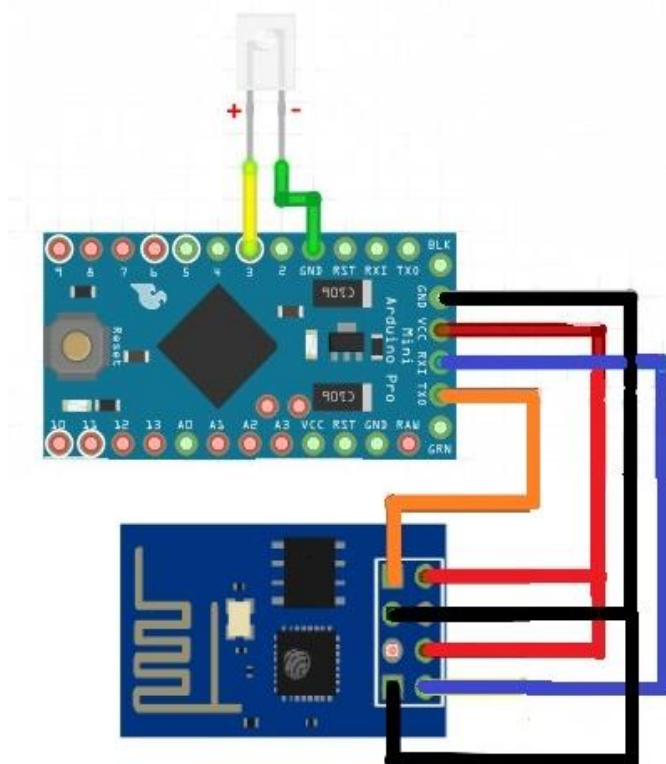
Четвертый этап – организация отправки команд со смартфона на ОС Android. В общем случае, можно отправлять команды переключения с любого устройства, поддерживающего Wi-Fi, будь то компьютер, планшет или смартфон. Главное, чтобы это устройство было подключено к той же локальной сети, что и наш универсальный пульт. В перспективе планируется написание полноценного приложения для ОС Android, так как весомая часть мобильных устройств работает на ней. Но на этапе отладки и проверки работоспособности системы можно пользоваться браузером, который стандартно установлен на любое устройство, рассчитанное на

работу в интернете. Для отправки команды в поисковой строке браузера пишем следующий запрос: <http://192.168.137.56/gpio/97>, где 192.168.137.56 это IP адрес Wi-Fi модуля в локальной сети, а /gpio/97 это команда, соответствующая нажатию нужной кнопки.

Заключительный этап – сборка аппаратных модулей, тестирование, проверка работоспособности системы. Подключаем Wi-Fi модуль ESP8266-01 и ИК диод к Arduino UNO так, как показано на рисунке 2 (на рисунке 2 изображена платформа Arduino MINI, для Arduino UNO назначение входов и выходов аналогично). Размещаем ИК диод в зоне прямой видимости управляемого объекта. Питание на Arduino UNO подаем с компьютера или с блока питания по кабелю USB. Подключаем смартфон и Wi-Fi модуль к беспроводной локальной сети. Отправляем со смартфона команду переключения. Наблюдаем за изменениями в работе управляемого объекта. Если выполняются нужные переключения, значит универсальный пульт работает правильно. Иначе нужно отследить причину неправильной работы.



**Рис. 1.** Назначение выводов ESP8266-01



**Рис. 2.** Схема подключения ESP8266-01 к Arduino

**Заключение.** В результате работы над проектом собрано устройство универсальный пульт, способное заменить пульт дистанционного управления любого бытового прибора. Коды кнопок пультов нетрудно считать и записать в память микроконтроллера, тем самым мы получаем гибкое устройство, которое быстро можно изменять в соответствии с решаемой задачей.

### **Список литературы**

1. Сайт - Сообщество разработчиков ESP8266 [URL] // <http://esp8266.ru/>
2. Сайт проектов на платформе Arduino [URL] // <http://arduino-project.net/>
3. Сайт помощи разработчикам Arduino [URL] // <http://arduino.ru/>

# МИНИМИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Е. В. Сидоров, С. Б. Карпов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15.

**Введение.** Учитывая то, что одну и ту же логическую функцию можно представить различными выражениями, перед реализацией функции в виде логической схемой весьма важным является выбор из всех возможных выражений, соответствующих данной функции, самого простого. Решить эту проблему можно за счет использования процедуры минимизации логического выражения.

Минимизацией называют преобразование заданной логической функции с целью уменьшения общего числа переменных и операций. Процесс минимизации имеет важное значение при технической реализации дискретных устройств, так как при этом уменьшается общее количество элементов, увеличивается надежность и устройства становятся более экономичными.

**Постановка задачи.** Необходимо разработать алгоритм и программу, которая производила бы минимизацию произвольной логической функции, заданной в виде СДНФ. Количество переменных задается пользователем.

Наиболее подходящим методом минимизации для программной интерпретации является метод Квайна. К основным достоинствам которого можно отнести то, что всё представлено в виде чисел, с которыми легко оперировать.

В качестве языка программирования я выбрал C++ поскольку это универсальный высокоуровневый объектно-ориентированный язык программирования пригодный для задач любой сложности.

**Обзор существующих решений.** Можно разделить способы на те, что осуществляются с помощью программ, и те, которые человек выполняет самостоятельно.

Из множества методов минимизации наиболее часто используется минимизация методом Квайна.

В качестве исходной формы представления логического выражения используется СДНФ (1) и (2).

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bigvee_1 (0, 1, 4, 5, 7, 8, 10, 12, 14, 15) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = & \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \\ & \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee \\ & \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \end{aligned} \quad (2)$$

Метод Квайна выполняется два этапа.

Первый этап имеет своей целью получение тупиковой формы, представляющую собой дизъюнкцию (Сокр. ДНФ), в качестве слагаемых которой используются конъюнкции, каждая из которых не склеивается ни с одной другой конъюнкцией, входящей в это выражение:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_2 x_4 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_4 \quad (3)$$

Данный этап выполняется за счет реализации отдельных шагов. На каждом шаге на основании выражения, полученного на предыдущем шаге, выполняются все возможные операции склеивания для пар имеющихся конъюнкций. Каждый шаг понижает ранг исходных конъюнкций на единицу. Шаги повторяются до тех пор, пока это возможно.

Второй этап выполняется с помощью таблицы Квайна (рис. 1). Данный этап имеет своей целью устранения из тупиковой формы всех избыточных простых импликант, что дает в результате минимальное логическое выражение (4).

	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4$	$\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$	$\bar{x}_1 x_2 x_3 x_4$	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4$	$x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4$	$x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$	$x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$
$\bar{x}_1 x_2 x_4$					✓			✓				
$x_2 x_3 x_4$								✓				✓
$x_1 x_2 x_3$											✓	✓
сущ. $\bar{x}_1 \bar{x}_3$	✓	✓	✓		✓							
сущ. $\bar{x}_3 \bar{x}_4$	✓		✓	✓			✓		✓			
сущ. $x_1 \bar{x}_4$				✓		✓	✓			✓	✓	

Рис. 1. Пример таблицы Квайна

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_4 \quad (4)$$

Программа, умеющая делать нужные нам вычисления, быстро выдаёт нам ответ, но всё это без промежуточных этапов.

Если же самостоятельно сидеть и минимизировать выражение на листе бумаги, то можно легко ошибиться. Необходим способ, совмещающий в себе первые два.

**Описание практической части.** Сначала пользователь вводит количество аргументов в функции и вектор значений, на которых наше выражение равно единице. Далее программа в автоматическом режиме преобразует каждое значение в двоичный вид и заносит все значения в последовательность минтермов. Составляется совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ). Далее мы производим всевозможные склеивания, пока это возможно. Готово, получена сокращенная дизъюнктивная нормальная форма (Сокр. ДНФ). По полученным данным строится таблица Квайна, заполняется. Составляется тупиковая ветвь, из которой методом перебора откидываются ненужные элементы.

Программа реализована с учётом принципов объектно-ориентированного программирования. Результат работы программы для минимизации указанной выше логической функции приведён на рис. 2.

$f(4) = \bigvee (0,1,4,5,7,8,10,12,14,15)$

**S D N F :**  
 $\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4$

**S o k r D N F :**  
 $\overline{x_1} \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3$

**M i n D N F :**  
 $\overline{x_1} \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \overline{x_3} \vee \overline{x_2} x_3 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3$

	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$	$\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$	$\overline{x_1} \overline{x_2} x_3 x_4$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4}$	$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4$	$\overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4}$	$\overline{x_1} x_2 x_3 x_4$	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4}$	$x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4$	$x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4}$	$x_1 \overline{x_2} x_3 x_4$
$\overline{x_1} \overline{x_2}$	* ←	* ↓ ←	* ←   #	* ←	←	←	↓ ←	←   #	←	←		
$\overline{x_1} x_2$	*	↓	*   #				*	*   #				
$x_1 \overline{x_2}$	←	↓ ←	←   #	←	←	*	* ↓ ←	* ←   #	* ←	←		
$x_1 x_2$		↓	#	*	*		↓	#				
$\overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$		↓	#		*		↓	#		*		
$\overline{x_1} x_2 x_3$		↓	#				↓	#	*		*	

Рис. 2. Пример работы реализованной программы

**Заключение.** Видно, в программе можно задавать количество переменных, задавать значения, на которых функция равна единице. Плюс ко всему, вставлен собственный шрифт Logic Formul, благодаря которому вывод информации стал приятнее на вид и легче осуществился в коде. Преимуществом моей программы является поэтапный вывод информации. Выводятся СДНФ, сокращенная форма, минимальная форма. Рисуется таблица Квайна с обозначениями, из которых выписываются сразу существенные импликанты, затем составляется формальное выражение Петрика и методом перебора отбрасываются лишние элементы. Пользователь сможет сверять свои расчеты на каждом этапе. Это довольно удобно, т.к. расчеты на бумаге утомительны и однообразны. Можно легко запутаться или что-нибудь потерять.

### Список литературы

1. Карнов С. Б. Учебно-методическое пособие по спецкурсу «Цифровая схемотехника: комбинационные схемы». 2013. С. 25–31.

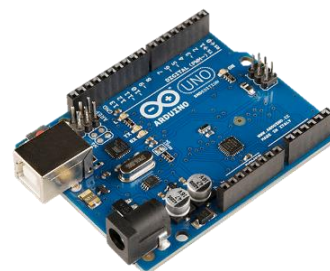


## РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ШАГОВЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

А. Ю. Соколов, В. Б. Поляков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

**Введение.** В качестве основы было решено взять Arduino Uno, на основе которой будет выполняется большая часть работ, т.к. эта система является открытой, можно смотреть и изменять код, так же существует множество готовых для использования модулей (схемы которых так же находятся в свободном доступе), но также не стоит забывать, что данная платформа программируется при помощи языка основанного на C/C++, что, несомненно, экономит наше время при программировании.



Чтобы иметь возможность работать с исполняемым механизмом (двигателем), необходимо подавать определённую последовательность напряжений, а также с помощью двухпериодного мостового драйвера L298N (схемы собранной на его основе) усиливать управляющее напряжение, т. к. Arduino Uno не способна выдавать токи необходимые двигателю.

L298N – монолитная интегральная схема в 15-контактном корпусе Multiwatt. Это высоковольтный сильноточный двухполупериодный мостовой драйвер, предназначенный для принятия сигналов стандартной транзисторно-транзисторной логики (ТТЛ) и управления индуктивной нагрузкой – реле, электродвигателями постоянного тока и шаговыми электродвигателями.



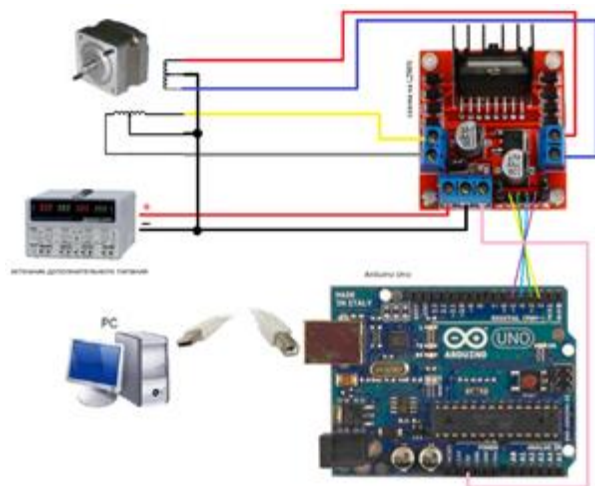
**Структура решения задачи.** Для успешного решения поставленной задачи, её необходимо разбить на несколько подзадач:

- 1) Модуляция импульсов с помощью Arduino Uno:
  - Пробная попытка создания импульсов;
  - Компиляция импульсов, соответствующих чередованию управляющих импульсов шагового электродвигателя ДШР 39-0,006-1,8 УХЛ4(а затем и для других).
- 2) Собрать схему на основе L298N:
  - Подключение дополнительного источника питания;
  - Подача импульсов для вращения двигателя по кругу.
- 3) Работа над прошивкой Arduino Uno:
  - Попытки подачи импульсов таким образом, чтобы двигатель работал пошагово.
- 4) Написание программы/библиотеки способной преобразовывать G-код в набор соответствующих импульсов.

**Реализация решения.** Т.к. в дальнейшем потребуется использование устройства в стационарных условиях, было принято решение об его реализации на Arduino Uno, которая сама по себе имеет небольшие размеры (но недостаточные для удобства работы), хорошую производительность и линии ввода-вывода. Одним из её преимуществ является открытость всей системы и множество библиотек, написанных для этой среды. Это позволит:

- использовать уже готовые модули устройств (в нашем случае их схемы), портов ввода/вывода и т.д.;
- использовать готовые библиотеки функций;
- создавать более сложные программы.

Аппаратная часть системы состоит из отладочной платы Arduino Uno, подключённых к ней выводов: 4 вывода для модуляции импульсов, а также 1 вывод с постоянным напряжением в 5В, схемы на основе мостового драйвера и соединительных кабелей: питание, сигнал к мотору, USB кабель для конфигурации, настройки и контроля системы (рис.1.).



**Рис. 1.** Схема аппаратной установки для управления шаговым двигателем

Программная часть системы состоит из:

- пользовательской программы с возможностью управления двигателями;
- программы, которая реагирует на нажатия пользователем определённых клавиш, и используя функции модуля синтезирует нужную последовательность импульсов.

Контроль работы платы и управление мотором осуществляются с одного компьютера через COM порт.

Сама программа (для прошивки платы) имеет практическую роль, поэтому имеет не совсем простую структуру. Она определяет генерацию импульсов, посылаемых на мостовой драйвер, по нажатию кнопок пользователем:

`int x = Serial.read();` -функция чтения данных из соединения

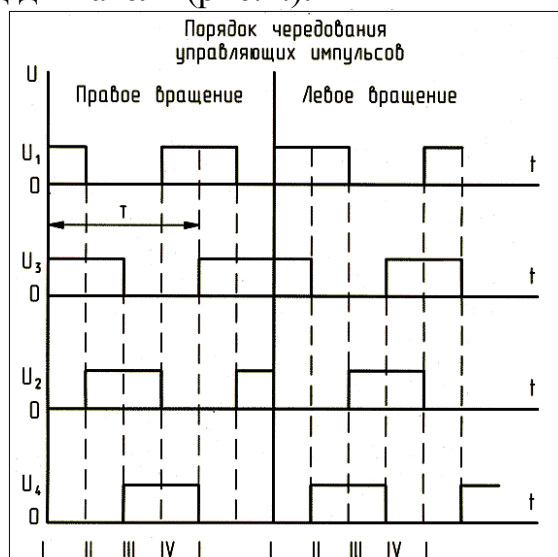
В зависимости от нажатой кнопки параметр  $x$  принимает значения, по которому программа определяет, какую комбинацию импульсов надо передать на диодный мост. Затем программа ждёт следующего нажатия.

Чтобы двигатель смог сделать 1 оборот надо подать 50 раз по 4 различных фазы импульсов, т.к. 1 фаза = 1,8 градуса:

`void MotorF(int a, int b, int c, int d) //функция позволяющая повернуть двигатель на 7,2 (1,8*4) градуса`

```
{
    Fase1(a,b,c,d);
    Fase2(a,b,c,d);
    Fase3(a,b,c,d);
    Fase4(a,b,c,d);
}
```

На рисунке (из документации к мотору) видно какие импульсы должны быть поданы на вход двигателя (рис.2.).



**Рис. 2.** Последовательности входных импульсов, необходимых для вращения вала шагового двигателя.

Чтобы не дублировать функции для поворота двигателя в другую сторону, а также для других двигателей-просто сделаем функции поворота с входными параметрами-номерами пинов, на которые подаются соответствующие импульсы (просто поменяем местами номера пинов).

В будущем эти же функции будут непосредственно использоваться для преобразования G-кода. Так же по аналогии можно реализовать поворот двигателя на меньший угол (полушаг) и ещё на более мелкие углы.

**Заключение.** Результатом выполнения работы стала функционирующая программа для платы Arduino Uno, способная управлять работой подключённого двигателя с помощью мостового драйвера, и контролируемая пользователем с помощью компьютера путём нажатия клавиш.

Полученные практические навыки работы с платой позволят в дальнейшем создавать более сложные системы на базе этой платы, в частности,

планируется создание 3D принтера, либо сканера магнитного поля предмета в трёхмерном пространстве.

### **Список литературы**

1. Электронный ресурс «Motore passo passo bipolare e driver L298N» / <http://www.logicaprogrammabile.it/motore-passo-passo-bipolare-driver-l298n>.
2. Электронный ресурс «Электроника (станок с ЧПУ для домашней мастерской)» / <http://stepmotors.ru/theory/02/02.htm>.
3. Электронный ресурс «ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ ШАГОВЫЙ ДШР 39-0,006-1,8 УХЛ4)» / <http://www.zenon2000.narod.ru/dshr39.htm>
4. Электронный ресурс «Arduino Uno» / <http://arduino.ru/Hardware/ArduinoBoardUno>.
5. Электронный ресурс «Examples» / <http://www.arduino.cc/en/Tutorial/HomePage>.

# **ГРАФИЧЕСКИЙ РЕДАКТОР ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ UML ДИАГРАММ И ГЕНЕРАЦИИ КОДА КЛАССОВ НА ЯЗЫКЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ JAVASCRIPT**

Н. С. Стрелков, С. С. Сыпачев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

В разработке программного обеспечения огромную важность имеет процесс проектирования как системы в целом, так и отдельных ее частей. При проектировании необходимо учитывать парадигму, с использованием которой ведется разработка. Доминирующая парадигма сейчас – это ООП (объектно-ориентированное программирование). Для проектирования в этой парадигме самым популярным инструментом является язык UML (Unified Modeling Language), позволяющий строить диаграммы классов. Существуют также программные продукты (кодогенераторы), которые на основе этих диаграмм генерируют код классов на объектно-ориентированном языке:

- MS Visual Studio – C#
- Eclipse – Java
- Rational Rose – C++, Java, C#

Язык JavaScript – сценарный прототипно-ориентированный язык программирования применяющийся преимущественно в веб-разработке. До 2009 года был языком, выполняющимся только на стороне клиента в браузере. В 2009 году была разработана платформа Node.js, которая позволила исполнять JavaScript на стороне сервера. Следовательно, появилась возможность писать полноценные системы на этом языке. Однако программ для генерации кода классов на языке JavaScript еще нет.

Целью работы было проектирование и разработка веб-приложения, состоящего из двух подсистем:

- Подсистема построения диаграмм – графический редактор для построения UML диаграмм классов (клиентская часть),
- Подсистема генерации кода - кодогенератор классов на языке JavaScript (серверная часть).

В данной статье описана разработка подсистемы генерации кода. Для достижения цели необходимо было выполнить следующие подзадачи:

- Спроектировать протокол клиент-серверного взаимодействия;
- Спроектировать структуру и механизмы взаимодействия пользовательских классов;
- Подобрать свободно распространяемые программные продукты (БД, библиотеки, фреймворки, платформы);
- Запрограммировать серверную часть.

Клиент-серверное взаимодействие реализовано по архитектуре REST. REST – (сокр. от англ. Representational State Transfer – «передача репрезентативного состояния») – метод взаимодействия компонентов распределённого приложения в сети Интернет, при котором вызов удаленной процедуры представляет собой обычный HTTP-запрос (в данной работе использовались только GET или POST), а необходимые данные передаются в качестве параметров запроса.

REST запросы имеют следующий вид:

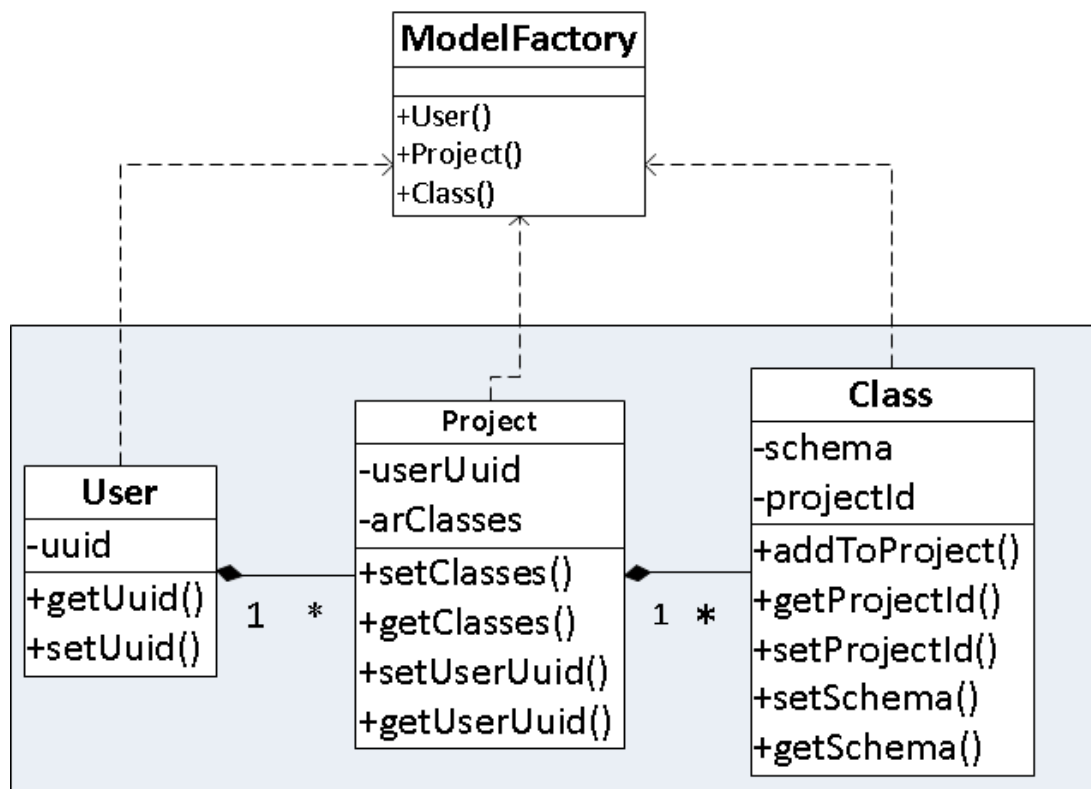
GET http://<доменное имя сервера>/<путь к интересующему ресурсу>?<параметры запроса>

Например: запрос на получение всех проектов пользователя с уникальным идентификатором “example-u1” имеет вид:

GET http://localhost:3000/api/project/ example-u1

Формат данных для обмена между клиентом и сервером - JSON

На рис.1 представлена схема пользовательских классов, хранящих данные о диаграммах, созданных пользователями:

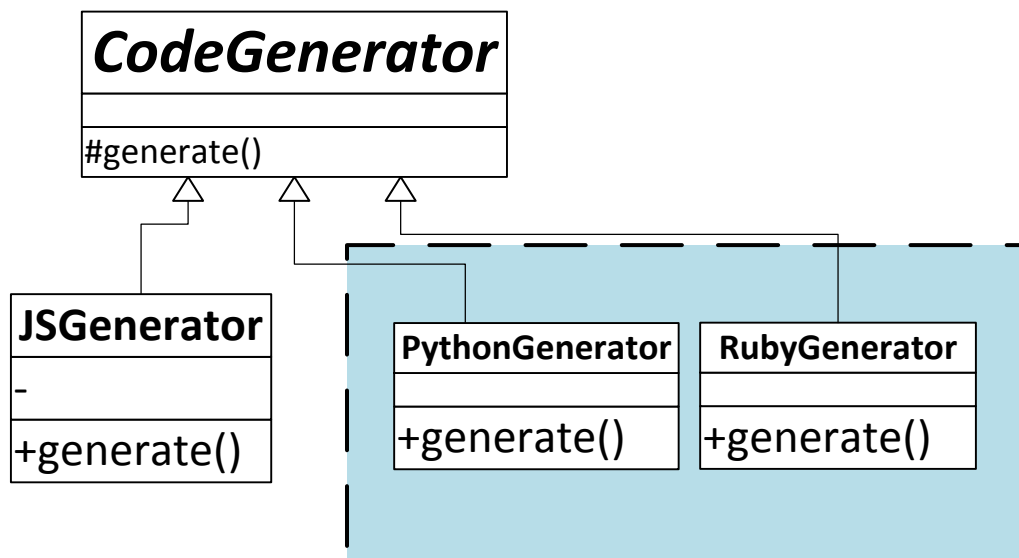


**Рис. 1.** Структура пользовательских классов подсистемы, отвечающей за хранение данных.

Пользователь (User) регистрируется в системе и может создать неограниченное количество проектов (Project). Проект подразумевает диаграмму классов, следовательно, проект может состоять из неограниченного числа классов. Объект Class – это набор связанных классов, данные о которых хранятся в свойстве Schema.

Для удобства работы с этими классами был использован вспомогательный класс `ModelFactory`, реализующий структурный шаблон проектирования «Фасад».

На рис. 2 представлена схема классов, которые отвечают за генерацию кода классов, из диаграмм, построенных пользователем.



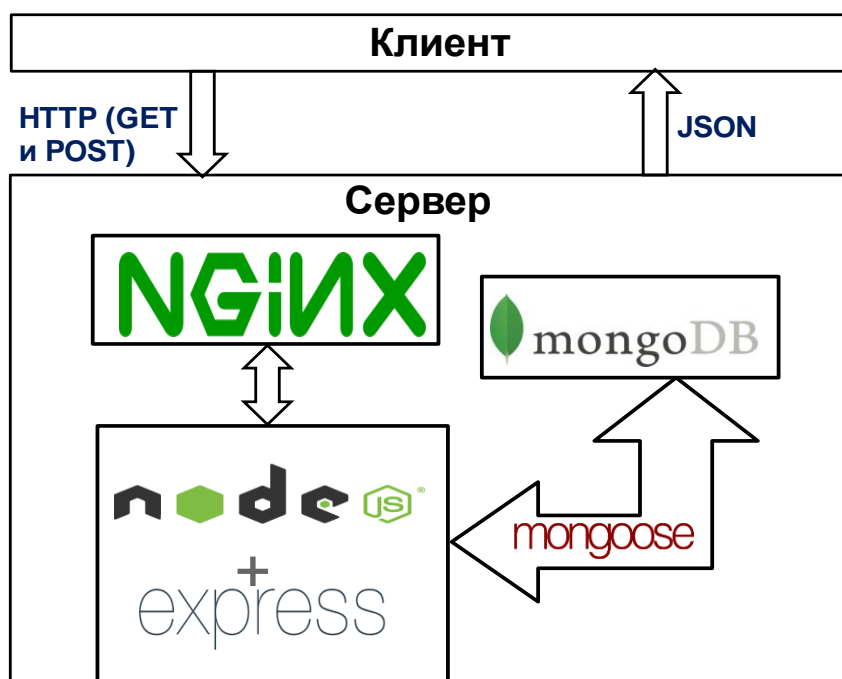
**Рис. 2.** Схема классов подсистемы генерации кода

Класс `JSGenerator` наследует от абстрактного класса `CodeGenerator` и переопределяет полиморфный метод `generate()`, который получает данные из свойства `Schema` объекта класса `Class` и генерирует на их основе JavaScript код. В блоке, выделенном пунктиром, представлены классы для генерации кода на языке Python и Ruby. Они еще не реализованы, но на данной схеме видно, что такая структура позволяет легко масштабировать приложение.

Для реализации приложения был выбран следующий стек технологий:

- Язык программирования – JavaScript
- Статический и проксирующий сервер Nginx
- Серверная платформа – Node.js
- Фрэймворк, имеющий набор уже реализованных объектов для работы с протоколом http – Express
- NoSQL база данных, для удобной работы с форматом JSON – MongoDB
- Библиотека для работы с базой данных – Mongoose

На рис. 3 представлена общая схема взаимодействия элементов данного стека в приложении:



**Рис. 3.** Схема взаимодействия элементов стека, на котором реализована серверная часть приложения

Алгоритм работы серверной части приложения:

- Клиент отправляет HTTP запрос на сервер
- Запрос обрабатывается статическим сервером Nginx. Если пришел запрос на получение статической веб-страницы, то Nginx отправляет эту страницу клиенту в формате html. В противном случае перенаправляет запрос на динамический веб-сервер Node.js
- Node.js обрабатывает полученный запрос и делает запрос к базе данных.
- Если пришел запрос на получение данных о пользователе, проекте или классе, то node.js возвращает данные из базы клиенту в формате JSON
- Если пришел запрос на получение кода классов, то данные из базы обрабатываются классом JSGenerator и полученный код передается клиенту.

### Список литературы

1. Кантелон М., Хартер М., Головайчук Т., Райлих Н. Node.js в действии. СПб.: Питер, 2014
2. Документация по Node.js для разработчиков [URL] – <https://nodejs.org/documentation/>
3. Документация по MongoDB для разработчиков [URL] – <http://docs.mongodb.org/manual/>



## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ ПОСТАНОВКИ ДИАГНОЗА

О. В. Теплюк, И. П. Селетков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

Проблема объективности постановки диагноза существует уже долгое время [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Результат лечения в значительной степени зависит от того, насколько правильно была произведена оценка состояния больного, и насколько точно был поставлен диагноз. В связи с этим возникает необходимость повышения автоматизации процесса диагностики заболеваний.

В работах [2, 3] для количественной оценки величин по большому количеству разнообразных качественных критериев было предложено использовать матричный аппарат нечёткой логики. Таким образом, основная цель данной работы заключается в том, чтобы помочь врачам повысить качество и объективность постановки диагноза. Были рассмотрены такие технологии как мобильный глюкометр и мобильное приложение «Справочник врача», но они не являются универсальными и не учитывают такой фактор, как показания пациента. В связи с этим было принято решение разработать новый комплекс программных продуктов, позволяющий комплексно и качественно решать поставленную задачу. Для проверки нового интернет-ресурса, его работоспособности и качества выбранного метода реализации, ограничились спектром наиболее часто возникающих заболеваний и наиболее общими симптомами.

В данной работе используется матричный аппарат нечеткой логики. В нём используются модели логических операций, естественным образом обобщающие их «чёткие» аналоги на область нечётких переменных и предикатов. Этот аппарат позволяет свести задачи нечеткого логического вывода к решению системы линейных алгебраических уравнений с известными условиями существования и единственности решений, а также упростить формализацию правил базы знаний [4, 5].

Рассмотрим алгоритм нечеткого вывода. Строим базу знаний для помощи в постановке диагноза по оценкам выраженности симптомов респираторных заболеваний. Изначально были выбраны 6 самых часто встречающихся заболеваний:

- Грипп,
- ОРВИ,
- Острый бронхит,
- Внебольничная пневмония,
- Хроническое обструктивное заболевание легких,
- Ангина.

Со слов экспертов (врачей-терапевтов) и по данным справочника [5] был составлен список из 14 симптомов данных заболеваний, наличие которых можно оценить в домашних условиях. Для некоторых из симптомов необходима не только оценка наличия или отсутствия, но также и оценка степени выраженности. Для учета этого, в соответствии со справочником [5], были сформулированы правила *modus ponens*, табл. 1.

Для демонстрации вывода оставим только 3 основных симптома: температуру тела, головную боль и насморк. Остальные симптомы обрабатываются аналогично. Пользователь оценивает в баллах степень выраженности симптомов, указывает температуру тела в градусах Цельсия. Обозначим эти параметры следующим образом:

$t$  – температура тела в градусах  $t \in [35, 40]^\circ\text{C}$ ,

$ha$  – головная боль  $ha \in [0, 10]$ ,

$nsm$  – насморк  $nsm \in [0, 10]$ ,

результатом работы алгоритма будет:

$p^{(s)}$  – оценка вероятности  $s$ -того заболевания  $p^{(s)} \in [0, 100]$ .

Все параметры имеют «чёткие значения». Степень справедливости соответствующего правила для каждого из симптомов задается в виде функций. Работа экспертной системы задается правилами, сформулированными на языке лингвистических переменных  $t$ ,  $ha$ ,  $nsm$ , соответствующих входным параметрам, и выходу  $p$ . Каждая лингвистическая переменная принимает ряд значений в соответствии с выраженностью симптомов:

$t_1$  – "температура пониженная",

$t_2$  – "температура нормальная",

$t_3$  – "температура повышенная",

$t_4$  – "жар",

$ha_1$  – "головная боль отсутствует",

$ha_2$  – "головная боль слабая",

$ha_3$  – "головная боль сильная",

$nsm_1$  – "насморк отсутствует",

$nsm_2$  – "насморк слабый",

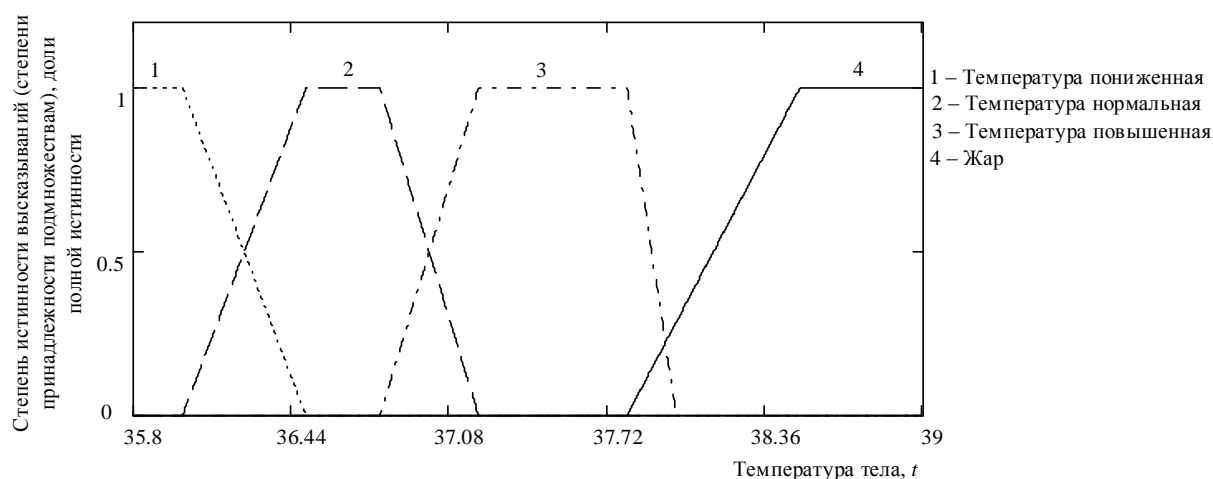
$nsm_3$  – "насморк средний",

$nsm_4$  – "насморк сильный",

$p$  – "вероятность".

Значения лингвистических переменных количественно описываются нечеткими подмножествами «универсальных» множеств (универсумов)  $A'$  (множество допустимых значений температуры),  $A^{ha}$  (множество оценок

силы головной боли),  $A^{nsm}$  (множество оценок силы насморка) и  $B$  (множество допустимых значений вероятности) соответственно. Они задаются векторными функциями принадлежности  $\mu_i^{(t)}(t)$ ,  $\mu_j^{(ha)}(t)$ ,  $\mu_k^{(nsm)}(t)$  и  $\mu_m^{(p)}(p)$  точек универсума нечетким подмножествам, рис.1.



**Рис.1.** Пример функций принадлежности для нечеткой экспертной системы «Электронный доктор» для оценки температуры тела

Лингвистические правила аналитически записываются в виде:

$$p_m = P(t_i, ha_j, nsm_k).$$

Все правила для рассматриваемых симптомов сформулированы в виде таблицы (табл. 1).

**Таблица 1.** Степени справедливости правил экспертной системы «Электронный доктор»

Симптомы	Температура				Головная боль			Насморк			
Наименование болезни	Низкая	Нормальная	Повышенная	Жар	Нет	Слабая	Сильная	Нет	Слабый	Средний	Сильный
Грипп	0,000	0,000	0,083	0,092	0,000	0,000	0,092	0,092	0,000	0,000	0,000
ОРВИ	0,000	0,064	0,096	0,000	0,106	0,000	0,000	0,000	0,000	0,053	0,053
Острый бронхит	0,000	0,073	0,049	0,000	0,122	0,000	0,000	0,122	0,000	0,000	0,000
Внебольничная пневмония	0,000	0,000	0,023	0,091	0,000	0,023	0,091	0,114	0,000	0,000	0,000
Хроническое обструктивное заболевание легких	0,000	0,115	0,000	0,000	0,115	0,000	0,000	0,115	0,000	0,000	0,000
Ангина	0,000	0,000	0,022	0,089	0,000	0,056	0,056	0,111	0,000	0,000	0,000

Количественная реализация алгоритма сводится к нахождению параметра  $p^{(s)}$  по заданным значениям входных параметров  $t$ ,  $ha$ ,  $nsm$ . Находим значения  $\mu^{(t)}_i(t)$ ,  $\mu^{(ha)}_j(t)$ ,  $\mu^{(nsm)}_k(t)$ , которые являются некоторыми числами из отрезка  $[0, 1]$ . Для вычисления  $p^{(s)}$  в соответствии с матричным алгоритмом [2,3] строим вспомогательную функцию  $G(y)$ , имеющую следующий вид:

$$G(p^{(s)}) = \bigvee_{i,j,k,m} \delta_{i,j,k,m,s} \left\{ \mu^{(t)}_i(t) \vee \mu^{(ha)}_j(t) \vee \mu^{(nsm)}_k(t) \vee \mu^{(p)}_m(p) \right\} \wedge z_{i,j,k,m,s}$$

Результат находим, собирая все функции в одну таким образом, чтобы получить его в процентах:

$$res(t, ha, nsm) = p^{(s)} \cdot 100$$

Аналогичным образом рассчитываются вероятности всех заболеваний.

В результате выполнения данной работы:

- Предложен алгоритм количественной оценки вероятностей заболеваний по выраженности симптомов больного, основанный на матричном представлении нечёткой логики.
- Разработан интернет ресурс, позволяющий пользователям рассчитать вероятности заболеваний и получить рекомендации, по ответам на вопросы из базы знаний.

Результаты тестирования ресурса показали, что получаемый по завершению опроса диагноз является достаточно точным.

### Список литературы

1. Тарасов К. Е., Великов В. К., Фролова А. И. Логика и семиотика диагноза (методологические проблемы). М.: Медицина, 1989. 272 с.
2. Марценюк М. А., Поляков В. Б., Селетков И. П. Модель нечёткого автомата для оценки успеваемости студента. Прикладная информатика. Научно практический журнал. №5 (53). 2014. С. 41–49.
3. Марценюк М. А., Поляков В. Б., Селетков И. П. Нечёткий алгоритм многофакторной оценки рейтинга студента. Современные информационные технологии и ИТ-образование [Электронный ресурс] / Сборник научных трудов VIII Международной научно-практической конференции / под ред. В. А. Сухомлина. Москва: МГУ, 2013. Т.2. 352с. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
4. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. Пер. с англ. М.: Бином, 2009. 798 с.
5. Бородулин В. И., Ланцман М. Н. Справочник: Болезни. Синдромы. Симптомы. М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство Мир и Образование», 2006. 896 с.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТРОЛЛЕРА ИМ2300 В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УЧЁТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

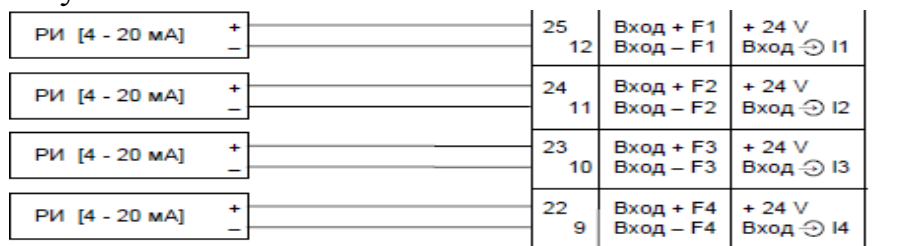
Е. В. Швецов, А. Ю. Ощепков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614990, Пермь, Букирева, 15

**Введение.** В наш век информационных технологий повсюду встречаются приборы, измеряющие различные характеристики потребления, будь то газ или вода, или «вездесущее» электричество. С такими устройствами сталкивался чуть ли не каждый человек, живущий в мегаполисе или маленьком городке. Существует огромное количество фирм, производящих свои измерительные устройства, отличающиеся формой, типами выходов и интерфейсов, но принцип остаётся один и тот же – показать расходы потребителя. Для более удобного сбора данных со «счётчиков» были разработаны вторичные приборы, способные контролировать поток данных сразу с нескольких таких приборов. Проблема заключается в том, что контроллеры одной компании предназначены для сбора данных с измерительных приборов той же фирмы. Поэтому был начат поиск решения данной проблемы, а именно нахождение универсального устройства.

**Структура решения задачи.** Для успешного решения поставленной задачи, её необходимо разбить на несколько подзадач:

- 1) Сбор данных о наиболее популярных электросчётчиках
  - Изучение разновидностей.
  - Рассмотрение основных характеристик.
  - Составление таблицы о наиболее используемых устройствах.
- 2) Изучение нескольких реализованных автоматизированных систем по сбору, хранению и контролю данных.
  - Поиск созданных автоматизированных информационных систем, построенных на сборе данных по импульсному каналу.
  - Сравнение возможностей.
  - Оценка плюсов и минусов.
- 3) Рассмотрение схем подключения к контроллеру ИМ2300 по импульсному каналу.



**Рис. 1.** Схема подключения измерительных устройств  
к контроллеру ИМ2300ЦМ1 по импульсному каналу

#### 4) Программирование входа

- Сбор основных характеристик исследуемого электросчётчика.
- Расчёт основных параметров входа контроллера.
- Подключение вторичного прибора к компьютеру.
- Программирование выбранного частотного входа.

#### 5) Контрольный сбор данных с электросчётчика по заранее программированному входу контроллера.

- Подключение приборов.
- Фиксирование измерений.
- Производство двух сборов данных (начального и конечного).
- Сравнение результатов.

**Реализация решения.** Для выполнения исследования, а именно контрольного сбора данных мы взяли электросчётчик компании ОАО “Энергомера” CE102R5145OK и вторичный прибор ОКБ “Маяк” ИМ2300ЦМ1 в щитовом исполнении.



Рис. 2. Электросчётчик CE102R5145 OK



Рис. 3. Вторичный прибор ИМ2300ЦМ1

Первым этапом выполнения было программирование входа ИМ2300ЦМ1. Для этого потребовалось узнать основные характеристики исследуемого прибора, а именно:

- Передаточное число: 3200 имп/кВт·ч.
- Порог чувствительности: 0,01А.
- Максимальный ток: 60А.
- Напряжение: 230В.

По ним производился расчёт основных параметров входа контроллера:

##### 1. “Вес” одного импульса

6) 
$$N \left[ \frac{Вт * ч}{Имп} \right] = \frac{1}{A} = \frac{1}{3200 \text{имп} / \text{кВт} * ч} = 0,3125 \text{Вт} * ч / \text{имп}, \text{ где } A - \text{передаточное число.}$$

##### 2. Максимальный и минимальный расход

$$Q_{\min} = I_{\min} * U = 0,01А * 230В = 0,0023 \text{кВт}.$$

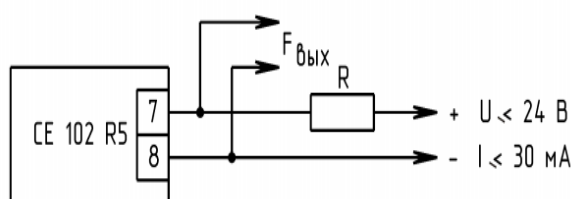
$$Q_{\max} = I_{\max} * U = 60А * 230В = 13,8 \text{кВт}.$$

$I_{\min}$  – порог чувствительности.

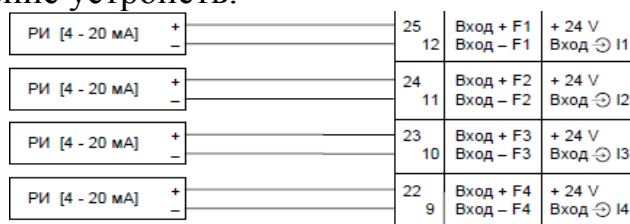
$I_{\max}$  – максимальный ток.

И наконец, для нормальной регистрации импульсов и отсеивания “дребезга” выбираем длительность импульса равной 2,5 мс.

Следующим этапом было соединение устройств:



**Рис. 4.** Схема подключения к импульсному входу электросчётчика.



**Рис. 5.** Схема подключения к частотному входу вторичного прибора.

После проведения данных мероприятий был произведён контрольный сбор данных с обоих устройств в течение часа:

**Таблица 1.** Сравнения результатов сбора данных с 2 устройств в течении часа

	Показания прибора 15:36, кВт*ч	Показания прибора 16:36, кВт*ч	Всего, кВт*ч
CE102 R5 145 OK	5528,51	5529,08	0,57
ИМ2300ЦМ1	0,0005	0,5655	0,565

**Заключение.** В ходе проведения работы был сделан следующий вывод: теплоэнергоконтроллер ИМ2300 можно использовать для создания автоматизированных информационных систем коммерческого учёта энергии с электросчётчиков, оснащённых импульсным выходом. Однако рентабельность данной системы будет видна только при одновременном сборе, хранении и обработки данных с тепло- и электроизмерительных устройств.

В долгосрочной перспективе мы видим возможность создания АИИС КУЭ на базе контроллера ИМ2300 в стенах нашего ВУЗа.

### Список литературы

1. Руководство по эксплуатации для прибора вторичного теплоэнергоконтроллера ИМ2300.
2. Руководство по эксплуатации для электросчётчиков компании ОАО “Энергомера”.
3. Руководство по эксплуатации для электросчётчиков компании “Московский завод электроизмерительных приборов”.
4. Сайт электротехнического предприятия РосЭнергоСнаб. [URL] <http://rosenergostonab.ru>

5. Википедия – “АИИС КУЭ” [URL]  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/Автоматизированная\\_информационно-измерительная\\_система\\_коммерческого\\_учёта\\_электроэнергии/](https://ru.wikipedia.org/wiki/Автоматизированная_информационно-измерительная_система_коммерческого_учёта_электроэнергии/)
6. Сайт компании ОблСнаб. АИИС КУЭ. [URL]  
<http://www.electrade.ru/index.php/nizkovoltnoe/schjotchiki/schetchiki-neva/aiiskue>
7. Сайт компании ПромЭлектроСервис. Классификация электросчётчиков. [URL] <http://www.elektro-portal.com/article/show/klassifikacija-jelektroschetchikov>



## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Белокрылов М. Е., Пономарев Р. С., Вобликов Е. Д.</i> Теоретическая модель функционирования и оценка точности резонансного микрооптического гироскопа с пассивным кольцевым резонатором .....	4
<i>Гилев Д. Г., Салгаева У. О., Волынцев А. Б.</i> Моделирование распространения оптического излучения в приподнятом и гребенчатом волноводах на подложке из $\text{LiNbO}_3$ .....	8
<i>Гуляев А. П., Салгаева У. О., Оглезнев А. А., Волынцев А. Б.</i> Моделирование фотонных интегральных элементов малогабаритного анализатора сигналов волоконно-оптических датчиков.....	12
<i>Козлов А. А., Салгаева У. О., Волынцев А. Б.</i> Базовые компоненты фотонных интегральных схем. Моделирование изогнутых канальных волноводов на подложке из $\text{InP}$ .....	16
<i>Расторгуева О. В.</i> Эффект Баркгаузена в аморфном сплаве 2НСР .....	20
<i>Спирин М. В., Трегубов А. В.</i> Применение пространственных фильтров для уменьшения поляризационной экстинкции интегрально-оптических схем.....	23
<i>Фадеев К. М., Пономарев Р. С.</i> Обратные отражения света в волоконно-оптическом гироскопе .....	27
<i>Петров Д. А., Батраков Д. И.</i> Определение характеров ориентационных переходов в компенсированных ферронематиках .....	31
<i>Захлевных А. Н., Гродзинская С. Ю.</i> Переход Фредерикса в нематическом жидком кристалле, допированном нанотрубками .....	36
<i>Казакова А. Д., Макаров Д. В.</i> Потенциал бистабильного поверхностного сцепления в нематическом жидком кристалле .....	39
<i>Кулемина Д. Ю., Гилев В. Г.</i> Экспериментальное исследование теплофизических характеристик нематико-холестерических смесей .....	43
<i>Мандрыкин С. Д., Макаров Д. В.</i> Ориентационные переходы в суспензии на основе нематика вблизи ориентирующей поверхности во внешних силовых полях .....	46
<i>Поштаренко А. В.</i> Переход Фредерикса в нематике с учетом неоднородности электрического поля .....	50
<i>Захлевных А. Н., Петров Д. А., Семенов Д. В.</i> Бистабильные явления в ферронематическом жидком кристалле .....	54
<i>Тимченко А. Н., Макаров Д. В.</i> Ориентационные эффекты в ферронематике в магнитном поле .....	58

<i>Загвозкин Т. Н., Голдобин Д. С.</i> Тепловая конвекция около точечного источника тепла в слоистой пористой среде .....	62
<i>Кайсина М. И.</i> Собственные колебания кольца жидкости с учетом движения линий контакта .....	66
<i>Кашина М. А.</i> Параметрическая неустойчивость цилиндрической капли в переменном электрическом поле .....	70
<i>Лопатина К. М., Циберкин К. Б.</i> Спектры инкрементов в маломодовой модели конвекции жидкости с осциллирующими внутренними источниками тепла .....	74
<i>Гаврилов К. А., Демин В. А., Петухов М. И.</i> К вопросу о перестройке конвективных режимов в ячейке Хеле-Шоу с широкими гранями произвольной теплопроводности .....	77
<i>Попов Д. М., Любимова Т. П.</i> Влияние горизонтальных вибраций на устойчивость поверхности раздела жидкостей в пористой среде .....	81
<i>Прокопьев С. А., Любимова Т. П.</i> Влияние высокочастотных вибраций на устойчивость квазиравновесных состояний наклонного слоя бинарной смеси .....	85
<i>Шаниязов А. А., Любимова Т. П.</i> Конвективное движение вязкопластической жидкости в прямоугольной полости при нагреве сбоку .....	88
<i>Буркова Л. Н., Рыбкин К. А.</i> Экспериментальное исследование траекторий дрейфа всплывающих эйлеровых многогранников .....	92
<i>Ветрова Д. В., Мизева И. А.</i> Спектральный анализ сигналов и двумерных изображений .....	96
<i>Ельтищев В. А., Кондрашов А. Н.</i> Численное моделирование всплытия пузыря .....	98
<i>Калинина М. А., Колчанов Н. В.</i> Волновой режим конвекции многокомпонентной жидкости в подогреваемом снизу горизонтальном слое .....	102
<i>Карпунин И. Э., Бабушкин И. А.</i> Влияние вертикальных вибраций на конвекцию бинарной смеси в ячейке Хеле-Шоу .....	105
<i>Лосев Г. Л., Сидоров А. С.</i> О конвекции магнитных жидкостей в вертикальном слое .....	108
<i>Минина А. С., Бушуева К. А.</i> Деформация капель магнитной жидкости в однородном магнитном поле .....	112
<i>Ощепков В. О., Бабушкин И. А.</i> Влияние вертикальных вибраций на конвективное течение в ячейке Хеле-Шоу .....	116
<i>Рева Д. А., Рыбкин К. А.</i> О дрейфе капель и газовых пузырей в вязкой среде .....	117

<i>Сбоев И. О., Кондрашов А. Н.</i> Влияние размеров уединенного нагревателя на развитие теплового пограничного слоя .....	120
<i>Соромотин А. А., Бабушкин И. А.</i> Экспериментальное исследование влияния поляризованных по кругу вибраций на тепловой поток в плоском горизонтальном слое жидкости .....	123
<i>Бабушкина Н. И., Киреева В. Ю., Федоренко А. А.</i> Эффективность экранирования электромагнитных волн .....	125
<i>Казаков О. Ю.</i> Разработка и реализация метода текстовой стеганографии на основе модификации цветовых кодов символов .....	128
<i>Кобяков Д. А., Федоренко А. А.</i> Разработка генератора шума .....	130
<i>Кожевникова О. А.</i> Корреляция электропроводности и вязкости двух моторных масел серии Castrol .....	134
<i>Ажеганов А. С., Кузнецова К. В.</i> Программируемый генератор серий импульсов .....	138
<i>Ажеганов А. С., Манцуров А. В.</i> Разработка автоматизированной установки для поверки жидкостных расходомеров .....	142
<i>Патраков В. О.</i> Защита от несанкционированного подключения к веб-камере .....	146
<i>Цыкарев А. В.</i> Анализ уязвимостей устройств мониторинга подвижных объектов. Разработка прототипа, защищенного от этих уязвимостей .....	150
<i>Ярушин Д. А.</i> Виртуализация сети .....	154
<i>Крупинин М. А., Поляков В. Б.</i> Универсальный пульт .....	158
<i>Сидоров Е. В., Карпов С. Б.</i> Минимизация логических выражений .....	162
<i>Соколов А. Ю., Поляков В. Б.</i> Решение проблемы управления шаговыми двигателями .....	165
<i>Стрелков Н. С., Сыпачев С. С.</i> Графический редактор для построения UML диаграмм и генерации кода классов на языке программирования JavaScript .....	169
<i>Теплюк О. В., Селетков И. П.</i> Интеллектуальная система поддержки постановки диагноза .....	173
<i>Швецов Е. В., Ощепков А. Ю.</i> Использование контроллера ИМ2300 в информационных системах автоматизированного учёта электрической энергии .....	177

*Научное издание*

## **ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ**

Выпуск 8

Материалы региональной научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых

Издается в авторской редакции

Техническая подготовка и обработка материалов  
*Д. В. Макарова*

Подписано к использованию 13.07.2015.

Объем данных – 19 Мб. Тираж 100 экз.

Экземпляр электронного издания включает в себя  
1 CD-R, 1 пластиковый бокс, 1 вкладыш в пластиковый бокс.

Издательский центр  
Пермского государственного национального  
исследовательского университета  
614990, Пермь, ул. Букирева, 15