

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Е. С. Зильберман, Е. А. Зильберман, В. Г. Сивков

## **ОБЩИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ ПО ЭЛЕКТРИЧЕСТВУ И МАГНЕТИЗМУ**

*Допущено методическим советом  
Пермского государственного национального  
исследовательского университета в качестве  
учебного пособия для студентов, обучающихся  
по направлениям подготовки бакалавров  
естественно-научных факультетов*



Пермь 2019

УДК 537(075.8)  
ББК 22.33я73  
3615

**Зильберман Е. С.**

3615 Общий физический практикум по электричеству и магнетизму [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Е. С. Зильберман, Е. А. Зильберман, В. Г. Сивков; Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Электрон. дан. – Пермь, 2019. – 6,51 Мб; 238 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/zilberman-sivkov-obshchij-fiz-praktikum-po-elektrichestvu-i-magnetizmu.pdf>. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-7944-3391-3

Пособие является руководством к общему физическому практикуму по курсу общей физики. В него включены 28 лабораторных работ. В каждой из них содержится краткое теоретическое введение, описание лабораторной установки, указания по выполнению практического задания и обработке результатов измерений, контрольные вопросы для самопроверки, а также список рекомендуемой учебной литературы.

Предназначено для студентов физических, математических и естественных факультетов университетов.

**УДК 537(075.8)**  
**ББК 22.33я73**

*Издается по решению ученого совета физического факультета  
Пермского государственного национального исследовательского университета*

*Рецензенты:* кафедра прикладной информатики и информационных технологий ПГГПУ (декан факультета информатики и экономики, доцент кафедры прикладной информатики и информационных технологий, канд. физ.-мат. наук **А. В. Люшин**);

главный научный сотрудник ИМСС УРО РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор **А. Ф. Пшеничников**

ISBN 978-5-7944-3391-3

© ПГНИУ, 2019

© Зильберман Е. С., Зильберман Е. А.,  
Сивков В. Г., 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1	Моделирование электростатического поля.....	4
Лабораторная работа № 2	Определение емкости конденсатора и батареи конденсаторов...	8
Лабораторная работа № 3	Изучение обобщенного закона Ома.....	13
Лабораторная работа № 4	Изучение магнитного поля соленоида.....	20
Лабораторная работа № 5	Определение удельного заряда электрона методом магнетрона.....	28
Лабораторная работа № 6	Изучение явления взаимной индукции.....	36
Лабораторная работа № 7	Измерение электрического сопротивления одинарным мостом постоянного тока.....	46
Лабораторная работа № 8	Индуктивность и емкость в цепи переменного тока.....	54
Лабораторная работа № 9	Изучение затухающих колебаний.....	64
Лабораторная работа № 10	Изучение вынужденных колебаний.....	71
Лабораторная работа № 11	Компенсационный метод измерения электрических величин..	80
Лабораторная работа № 12	Зависимость мощности и КПД источника от нагрузки.....	89
Лабораторная работа № 13	Определение удельного электрического сопротивления проволоки.....	98
Лабораторная работа № 14	Определение магнитной проницаемости ферромагнетика....	102
Лабораторная работа № 15	Изучение температурной зависимости сопротивления металлов и полупроводников.....	106
Лабораторная работа № 16	Изучение полупроводникового диода.....	112
Лабораторная работа № 17	Определение основных параметров сегнетоэлектриков по петле гистерезиса.....	121
Лабораторная работа № 18	Исследование ферромагнетиков по петле гистерезиса.....	130
Лабораторная работа № 19	Определение удельного заряда электрона из вольт-амперной характеристики вакуумного диода.....	139
Лабораторная работа № 20	Изучение действия магнитного поля на проводник с током...	147
Лабораторная работа № 21	Изучение процессов заряда и разряда конденсаторов.....	152
Лабораторная работа № 22	Переходные процессы в цепях с индуктивностью.....	158
Лабораторная работа № 23	Измерение сдвига фаз в цепях переменного тока.....	163
Лабораторная работа № 24	Закон Ома для цепей переменного тока.....	175
Лабораторная работа № 25	Затухающие электрические колебания в колебательном контуре.....	187
Лабораторная работа № 26	Изучение резонансов токов и напряжений.....	196
Лабораторная работа № 27	Вынужденные электрические колебания.....	205
Лабораторная работа № 28	Аналоговый осциллограф: устройство и применение.....	214
Приложение 1	Описание аналогового осциллографа GOS 620.....	227
Приложение 2	Генератор GFG-3015.....	231
Приложение 3	Цифровой осциллограф GDS-2062/2102.....	235

# Лабораторная работа № 1

## Моделирование электростатического поля

**Цель работы:** Исследование электростатического поля, создаваемого электродами различной формы, построение эквипотенциальных поверхностей и линий напряженности электростатического поля.

**Оборудование:** блок моделирования полей, планшеты с различными вариантами расположения электродов, покрытые проводящим слоем с координатной сеткой.

**Введение:** Электрическое поле можно характеризовать в каждой точке двумя физическими величинами: вектором напряженности  $\vec{E}$  и скалярным потенциалом  $\varphi$ . Вектор  $\vec{E}$  можно определить как силу, действующую на единичный положительный неподвижный заряд:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Потенциалом  $\varphi$  электрического поля в данной точке называется отношение работы  $A$ , совершаемой внешними силами при перемещении заряда из бесконечности в данную точку, к величине этого заряда  $q$ :

$$\varphi = \frac{A}{q}$$

Зная вектор  $\vec{E}$  в каждой точке, можно представить электрическое поле с помощью линий напряженности, или линий вектора  $\vec{E}$ . Эти линии проводят так, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора  $\vec{E}$ .

Эквипотенциальной поверхностью (поверхностью равного потенциала) называется поверхность, потенциал  $\varphi$  в каждой точке которой одинаков.

Напряженность электрического поля и его потенциал связаны соотношением

$$\vec{E} = -grad\varphi.$$

Градиент скалярной функции определяет скорость изменения этой функции по направлению. В данной точке пространства градиент направлен в сторону наиболее быстрого возрастания скалярной функции, а модуль его равен скорости этого возрастания. Знак «минус» в выражении показывает, что вектор напряженности электрического поля направлен в сторону убывания потенциала.

Чтобы графически изобразить электрическое поле, удобно использовать линии напряженности и поверхности равного потенциала (эквипотенциальные поверхности). Вектор напряженности  $\vec{E}$  всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям, поэтому линии напряженности ортогональны этим поверхностям.

Таким образом, зная расположение эквипотенциальных поверхностей, можно построить линии напряженности электрического поля. По модулю напряженность равна абсолютной величине производной потенциала  $\varphi$  по данному направлению:

$$E = \frac{d\varphi}{dl}.$$

Для двух близких эквипотенциальных поверхностей с потенциалами  $\varphi$  и  $\varphi + \Delta\varphi$ , расстояние между которыми  $\Delta l$ , можно написать

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}.$$

При подаче напряжения на электроды планшета создаваемое электрическое поле приводит к возникновению в тонком слабопроводящем слое незначительного электрического тока, направленного вдоль напряженности  $\vec{E}$  этого поля. Это следует из дифференциальной формы закона Ома:

$$j = \frac{E}{\rho},$$

где  $j$  – плотность тока,  $\rho$  – удельное сопротивление проводящего слоя.

Следовательно, линии тока в проводящем слое совпадают с линиями напряженности электрического поля, а линии равного потенциала на поверхности слоя моделируют перпендикулярные листу эквипотенциальные поверхности электрического поля, создаваемого заряженными электродами.

### Упражнение 1

#### Построение эквипотенциальных поверхностей

**ВНИМАНИЕ! ПРОВОДЯЩИЙ СЛОЙ ПЛАНШЕТОВ ОЧЕНЬ ТОНКИЙ, ЕГО ЛЕГКО ПОВРЕДИТЬ! ПОЭТОМУ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ЩУПОМ ПРИКАСАЙТЕСЬ ОЧЕНЬ ОСТОРОЖНО!**

1. Установите на блок моделирования полей указанный преподавателем проводящий лист (один из планшетов – 1, 2 или 3) и подключите питание и мультиметр в режиме вольтметра, как показано на схеме (рис. 1.1).

2. Приготовьте координатную сетку с рисунком расположения электродов соответствующего планшета.

3. После проверки цепи преподавателем или лаборантом включите источник питания в сеть.

4. Убедитесь, что один из электродов имеет потенциал, равный нулю, а другой – потенциал, равный напряжению источника питания.

5. Выберите шаг изменения потенциала  $\Delta\varphi = \Delta U$  (1,5 В, 2 В или 3 В), чтобы на картине поля получилось достаточное число эквипотенциальных линий.

6. Используя симметрию планшета относительно одной (или двух) осей, выберите для себя на планшете одну половину (или четверть). В пределах выбранной части перемещайте зонд от электрода с нулевым потенциалом по одной из координатных линий планшета, пока не найдете точку с потенциалом  $U_1 = \Delta U$ . Координаты точек запишите в табл. 1.1. Отметьте эту точку с возможной точностью на приготовленном рисунке с координатной сеткой.

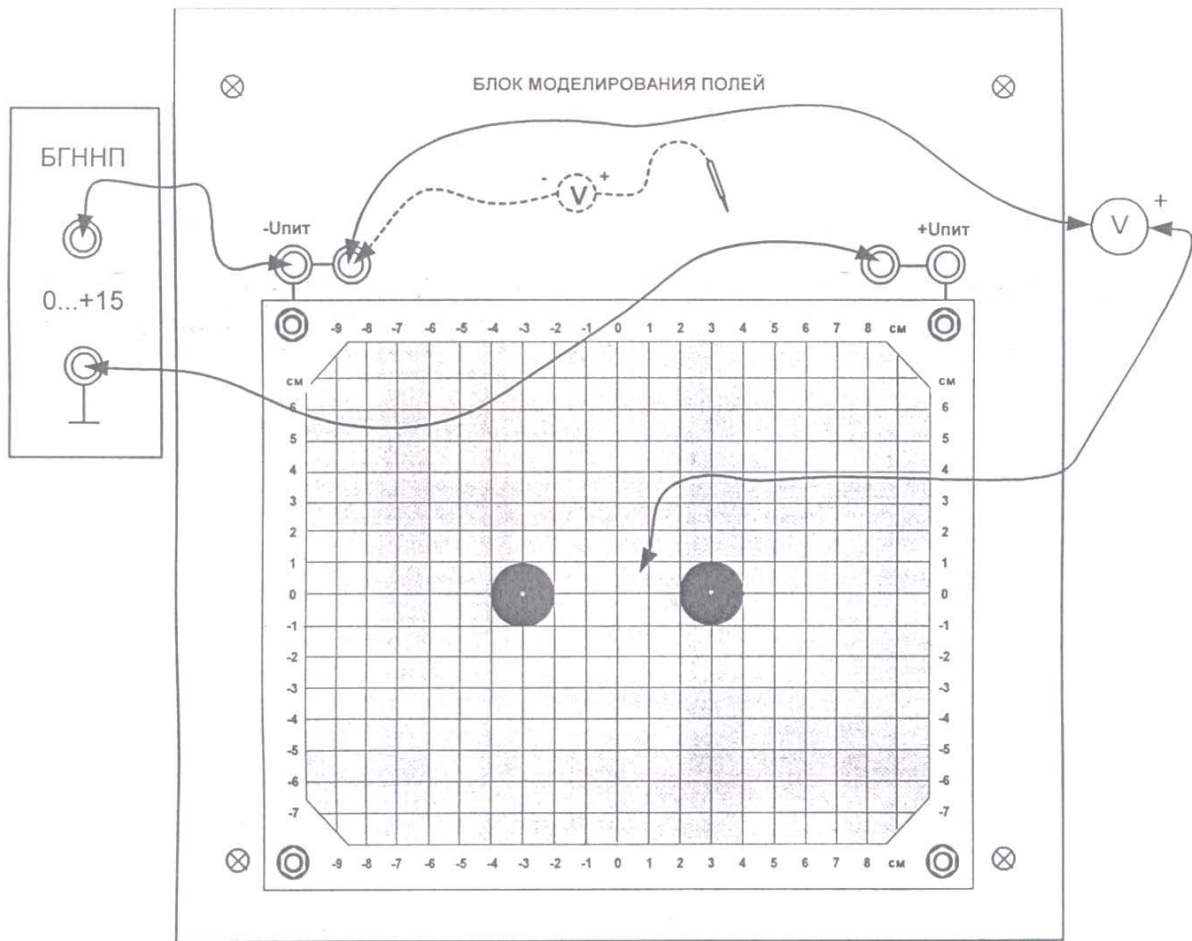


Рис. 1.1

7. Переходя последовательно на соседние (параллельные и перпендикулярные) координатные линии на планшете, с помощью зонда найдите новые точки с тем же потенциалом. Все найденные точки отметьте на том же рисунке и затем соедините их сплошной плавной кривой (линией равного потенциала или эквипотенциальной линией).

Таблица 1.1

$U_1, В$		$U_2, В$		$U_3, В$		$U_4, В$	
х, см	у, см	х, см	у, см	х, см	у, см	х, см	у, см

8. Вблизи начальной точки с потенциалом  $U_1 = \Delta U$  найдите одну, а затем и другие точки с тем же потенциалом, отметьте их на рисунке и соедините плавной линией (эквипотенциальной линией). Аналогично постройте другие линии с потенциалами  $U_2 = 2\Delta U$ ,  $U_3 = 3\Delta U$  и  $U_4 = 4\Delta U$  в пределах выбранной части рисунка. Используя свойство симметрии, аккуратно продолжите эквипотенциальные линии на оставшуюся часть рисунка, указывая на них значения потенциала.

## Упражнение 2

### Определение напряженности электрического поля

1. Измерьте мультиметром потенциалы нескольких точек с целыми значениями одной из координат. Результаты занесите в табл. 1.2.
2. Вычислите напряженность  $E$  электрического поля по формуле

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$$

Таблица 1.2

x, см	y, см	U, В	E, В/см

3. Линии напряженности, перпендикулярные сплошным эквипотенциальным линиям электростатического поля, изобразите штриховыми. Начинайте очередную штриховую линию напряженности от одного из электродов перпендикулярно его поверхности. Далее проводите штриховую линию плавно, перпендикулярно полученным вами эквипотенциальным линиям так, чтобы ваша линия, плавно изгибаясь, пересекала каждую встречающуюся сплошную эквипотенциальную линию под прямым углом.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение напряженности и потенциала электрического поля.
2. Какова связь напряженности поля и разности потенциалов?
3. Почему электростатическое поле можно моделировать посредством поля тока? Всегда ли это можно сделать?
4. Как из экспериментальной карты поля получить его характеристики – напряженность и потенциал?
5. Как оценить погрешность определения напряженности электрического поля?

### Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 2

### Определение емкости конденсатора и батареи конденсаторов

**Цель работы:** определение емкости конденсатора и батареи из двух конденсаторов при их параллельном и последовательном соединении.

**Оборудование:** лабораторный модуль, источник питания ИП, стрелочный микроамперметр.

**Введение.** В зависимости от формы обкладок конденсаторы бывают плоские, цилиндрические и сферические. Приближая вторую обкладку к первой и помещая между ними вещество с высокой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , можно создать конденсаторы большой емкости и накапливать на их обкладках большие заряды.

При прикладывании к конденсатору некоторой разности потенциалов его обкладки заряжаются равными по величине зарядами  $q$  противоположных знаков. Электрическое поле конденсатора сосредотачивается почти целиком в узком зазоре между его обкладками, поэтому его емкость не зависит от наличия других проводников и диэлектриков вне конденсатора.

Под емкостью конденсатора к  $C$  понимается отношение заряда

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2.1)$$

В плоском конденсаторе электрическое поле между пластинами практически однородно, а напряженность, согласно теореме Гаусса, равна

$$E = \frac{Q}{\epsilon\epsilon_0 S},$$

где  $S$  – площадь одной из пластин конденсатора.

Напряженность электрического поля конденсатора также можно определить по формуле

$$E = \frac{U}{d}.$$

Сравнивая два последних соотношения, получаем

$$U = \frac{Qd}{\epsilon\epsilon_0 S}.$$

Подставляя выражение для  $U$  в определение емкости, получаем формулу для емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

Таким образом, емкость конденсатора прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками.



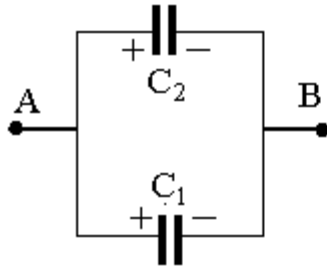


Рис. 2.1

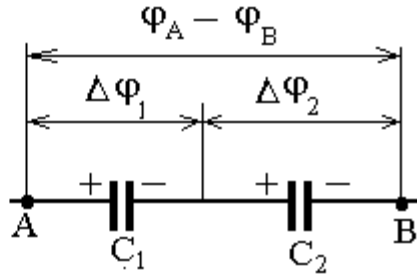


Рис. 2.2

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, используя их параллельное и последовательное соединение.

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках одинакова (рис. 2.1). Так как при нахождении заряда батареи заряды конденсаторов складываются, получим

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)(\varphi_A - \varphi_B).$$

Отсюда

$$C = \frac{Q}{(\varphi_A - \varphi_B)} = \frac{Q_1}{(\varphi_A - \varphi_B)} + \frac{Q_2}{(\varphi_A - \varphi_B)} = C_1 + C_2.$$

При последовательном соединении (рис. 2.2) заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи равна

$$(\varphi_A - \varphi_B) = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C}.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

т. е. результирующая емкость всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

Экспериментально емкость конденсаторов либо их соединений можно определить благодаря предлагаемому методу, который реализует процесс зарядки-разрядки через поляризационное реле. За время  $T$ , равное периоду перезарядки конденсатора, через микроамперметр пройдет заряд  $Q$ , величина которого определяется площадью (рис. 2.3), ограниченной кривой тока разряда конденсатора  $i(t)$  и осью времени  $t$ . С другой стороны,  $Q$  можно определить через площадь, ограниченную прямой  $I = \text{const}$  и осью времени  $t$  в пределах периода перезарядки конденсатора. Здесь  $I$  – среднее значение тока, которое показывает микроамперметр. Обе площади, выделенные на рис. 2.3, равны, следовательно, можно записать

$$Q = \int_0^T i(t) dt = IT. \quad (2.2)$$

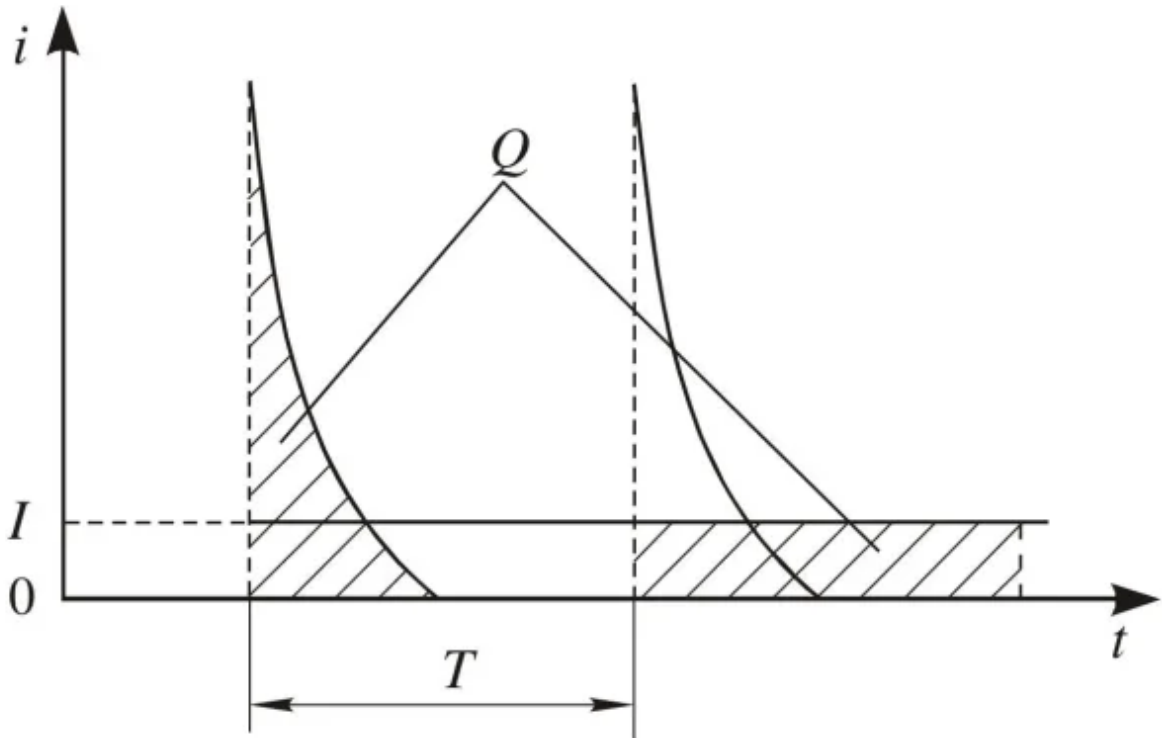


Рис. 2.3

Напряжение  $U$ , заряд конденсатора  $Q$  и емкость конденсатора  $C$  связаны соотношением (2.1). Приравнявая  $Q$  в (2.2) и (2.1), а также учитывая соотношение  $\nu = 1/T$ , где  $\nu$  – частота перезарядки конденсатора, равная частоте питания поляризационного реле 50 Гц, получим формулу для расчета емкости конденсаторов или их соединений одной из его обкладок к разности потенциалов между обкладками

$$C = \frac{I}{U\nu}. \quad (2.3)$$

### Описание установки

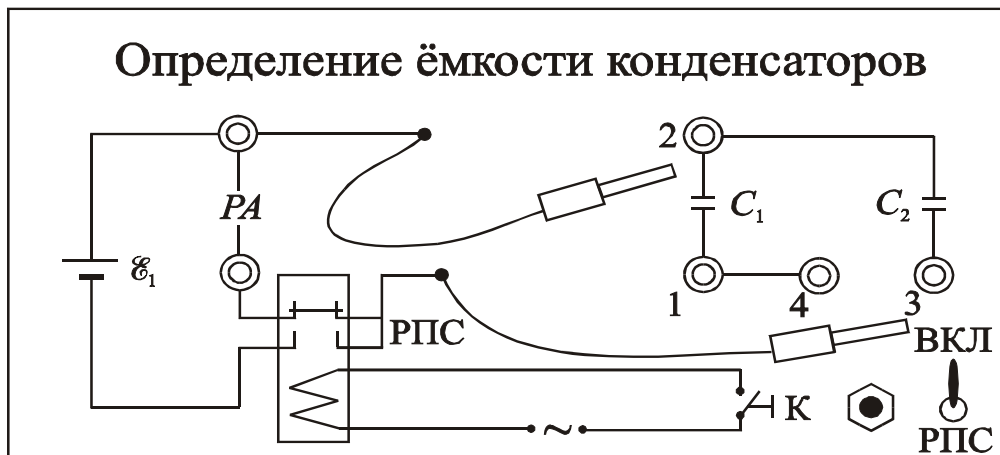


Рис. 2.4

Электрическая схема лабораторного модуля изображена на его передней панели (рис. 2.4). Внутри лабораторного модуля на печатной плате смонтированы поляризационное реле типа РПС-32А, а также два конденсатора. Конденсаторы подключаются к источнику питания с помощью гибких выводов со штекерами. К гнездам *РА* подключается микроамперметр. Один из гибких выводов подключен через поляризационное реле, а второй – непосредственно к источнику тока. Переменное питание на реле подается через тумблер *РПС* и кнопку *К* с нормально разомкнутыми контактами.

В первую половину периода замыкаются контакты реле, через которое подается напряжение на гибкие выводы, и конденсатор заряжается. Контакты, в цепь которых включен микроамперметр, разомкнуты. Во вторую половину периода размыкаются контакты реле, через которые подается напряжение на конденсатор, и замыкаются контакты, через которые к заряженному конденсатору подключается измерительный прибор. Этот процесс проходит с частотой питания обмотки поляризационного реле, равной 50 Гц.

### **Подготовка модуля к работе**

1. Подсоединить к гнездам *РА* микроамперметр.
2. Подключить к лабораторному модулю источник питания ИП.
3. Включить в сеть лабораторный модуль и источник питания.
4. Включить тумблер *РПС* на лицевой панели модуля.
5. Установить на источнике питания ИП напряжение, равное 5 В.

### **Порядок проведения измерений**

1. С помощью гибких выводов на панели лабораторного модуля подсоединить конденсатор емкостью  $C_1$  к гнездам 1 и 2 (рис. 2.1).
2. Нажав и удерживая кнопку «К» в течение 3–4 с, измерить среднее значение тока разряда конденсатора  $C_1$ .
3. Присоединить гибкие выводы к конденсатору  $C_2$  (гнезда 2 и 3) и измерить его ток разряда.
4. Присоединить гибкие выводы к гнездам 1 и 3 и измерить ток разряда последовательно соединенных конденсаторов  $C_1, C_2$ .
5. Закоротить гнезда 3 и 4 перемычкой, подсоединить гибкие выводы к гнездам 1 и 2 и измерить ток разряда параллельно соединенным конденсаторам  $C_1$  и  $C_2$ .
6. Результаты измерений занести в табл. 1.
7. Повторить пункты 1–6, изменяя напряжение на источнике *ИП* в диапазоне 5–10 В с шагом в 1 В.

Таблица 2.1

U, В	I <sub>1</sub> , мкА	C <sub>1</sub> , мкФ	I <sub>2</sub> , мкА	C <sub>2</sub> , мкФ	I <sub>пос.</sub> , мкА	C <sub>пос.</sub> , мкФ	I <sub>пар.</sub> , мкА	C <sub>пар.</sub> , мкФ
5								
...								
10								

### Обработка результатов измерений

1. По формуле (2.3) рассчитать емкости конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$  и их соединений. Результаты расчета занести в табл. 2.1.

2. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности определения всех емкостей.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение емкости конденсатора.
2. От каких параметров зависит емкость конденсатора?
3. Выведите формулу для емкости параллельного и последовательного соединения конденсаторов.
4. Какой физический смысл имеет площадь, ограниченная кривой графика  $i = i(t)$ ?
5. Изложите суть метода определения емкости конденсатора посредством измерения тока разрядки.

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

### Лабораторная работа № 3 Изучение обобщенного закона Ома

**Цель работы:** изучение зависимости разности потенциалов на участке цепи, содержащем ЭДС, от силы тока; расчет ЭДС и полного сопротивления этого участка.

**Оборудование:** лабораторный модуль, источники питания *ИП1* и *ИП2*, два цифровых мультиметра, используемых в качестве вольтметра и миллиамперметра.

**Введение.** Для того чтобы поддерживать движение электрических зарядов в течение некоторого длительного времени, необходимо, кроме электрического поля, наличие в цепи сторонних полей. Сторонние поля действуют на носители тока внутри источников электрической энергии (гальванических элементов, аккумуляторов, электрических генераторов и т. п.).

Для электрических и сторонних полей вводятся силовая и энергетическая характеристики. Силовыми характеристиками являются векторы напряженности  $\vec{E}_{\text{эл}}$  и  $\vec{E}_{\text{стор}}$ .

Направление вектора напряженности поля совпадает с направлением соответствующей силы, действующей на положительный заряд. Величина напряженности численно равна отношению силы к величине заряда:

$$\vec{E}_{\text{эл}} = \frac{\vec{F}_{\text{эл}}}{q}, \quad \vec{E}_{\text{стор}} = \frac{\vec{F}_{\text{стор}}}{q}.$$

Энергетической характеристикой электростатического поля является разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , стороннего поля – электродвижущая сила  $E$ . Величина разности потенциалов равна отношению работы силы электростатического поля  $A_{\text{эл}}$  при перемещении малого точечного заряда  $q$  из первой точки участка цепи во вторую к величине перемещаемого заряда, величина ЭДС – аналогична отношению работы силы стороннего поля  $A_{\text{стор}}$  к величине  $q$ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{\text{эл}}}{q}, \quad E = \frac{A_{\text{стор}}}{q}.$$

Между силовыми и энергетическими характеристиками электростатического и стороннего полей имеются сходные интегральные соотношения:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}, \quad E = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}.$$

Величина, численно равная суммарной работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительно-

го заряда по участку цепи, называется напряжением  $U$  на этом участке цепи и равна

$$U_{1-2} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \Sigma E_i ,$$

где знак у ЭДС принимается положительным, если направление обхода от точки 1 к точке 2 (рис. 3.1) соответствует перемещению внутри источника  $E_i$  от знака «-» (катод) к знаку «+» (анод). В противном случае – отрицательным. Таким образом, на рис. 3.1  $E_1$  будет отрицательной, а  $E_2$  – положительной.

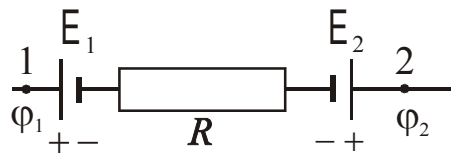


Рис. 3.1

Если использовать определение напряжения  $U = IR_{\Pi}$ , где  $I$  – сила тока в цепи,  $R_{\Pi}$  – полное сопротивление участка, включающее внутреннее сопротивление источника ЭДС на этом участке, то закон Ома принимает вид

$$I R_{\Pi} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \Sigma E_i . \quad (3.1)$$

Выражение (3.1) называют обобщенным законом Ома, или законом Ома для неоднородного участка цепи.

Участок цепи, в пределах которого не действуют сторонние силы, называется однородным. Напряжение на нем равно  $U_{1-2} = \varphi_1 - \varphi_2$ , т. е. напряжение совпадает с разностью потенциалов.

За направление электрического тока принимают направление перемещения положительных зарядов. Произведение  $I R_{\Pi}$  берется положительным, если направление тока совпадает с направлением обхода контура.

Применим обобщенный закон Ома к участку цепи, изображенному на рис. 3.2. При решении задач с использованием обобщенного закона Ома направление тока, а также направление обхода контура выбираются произвольно. Выберем условно положительное направление тока, как показано на рисунке 3.2, и направление обхода от точки 1 к точке 2.

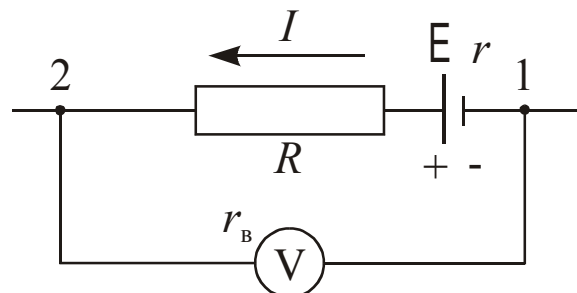


Рис. 3.2

Тогда для участка цепи  $I - E - R - 2$  получим

$$I(R + r) = (\varphi_1 - \varphi_2) + E. \quad (3.2)$$

Обобщенный закон Ома, примененный к участку 1 – V – 2 (обход через вольтметр), имеет вид

$$I_B r_B = (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3.3)$$

где  $I_B$  – ток, проходящий через вольтметр,  $r_B$  – сопротивление вольтметра.

Но произведение  $I_B r_B$  – это показание вольтметра, следовательно, показание вольтметра, подключенного к концам любого участка цепи, всегда равно разности потенциалов между точками подключения прибора.

Из выражения (3.2), обозначив полное сопротивление участка  $R+r$  через  $R_{II}$ , получим

$$\begin{aligned} (\varphi_1 - \varphi_2) &= I R_{II} - E, \text{ или} \\ (\varphi_1 - \varphi_2) &= E - I R_{II}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Выражение (3.4) представляет собой уравнение прямой в координатах  $(\varphi_1 - \varphi_2), I$ , изображенной на рис. 3.3.

Из (3.4) следует, что если сила тока в цепи равна нулю, то разность потенциалов ЭДС источника, включенного в рассматриваемый участок,  $(\varphi_1 - \varphi_2) = E$ , а полное сопротивление участка цепи 1–2 равно тангенсу угла  $\alpha$  наклона прямой (см. рис. 3.3):  $R = \operatorname{tg} \alpha$ .

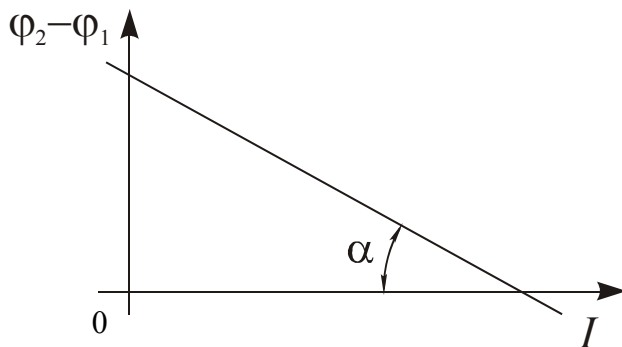


Рис. 3.3

### Описание установки и методики измерений

Схема лабораторной установки приведена на рис. 3.4. В состав установки входят лабораторный модуль, источники питания ИП1 и ИП2, вольтметр и миллиамперметр.

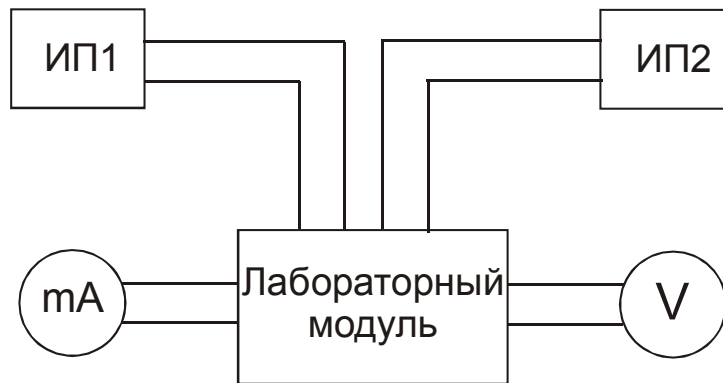


Рис. 3.4

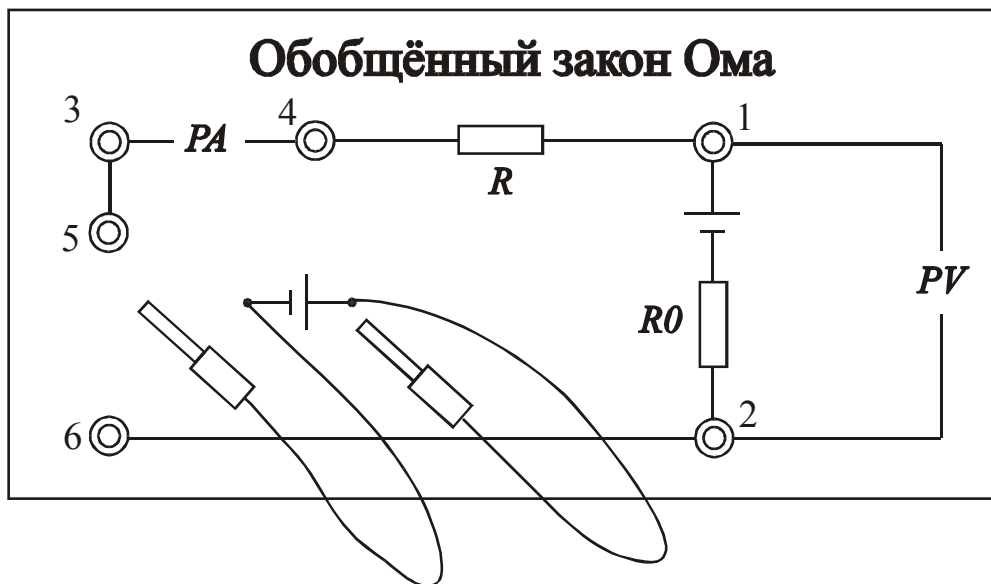


Рис. 3.5

На лицевой панели лабораторного модуля изображена электрическая схема установки (рис. 3.5) и расположены гнезда для подключения измерительных приборов. К панели также подведены два гибких вывода, с помощью которых можно подключать с различной полярностью ИП1 с ЭДС  $E_1$  к исследуемому контуру. Будем считать, что величина внешней регулируемой ЭДС  $E_1$  всегда известна, а постоянная величина  $E_2$ , создаваемая источником ИП2, неизвестна, как и сопротивление участка 1–2. Определим их. Выберем направление обхода контура от точки 1 к точке 2 (см. рис. 3.5), а за положительное направление тока примем направление от точки 2 к точке 1, тогда в соответствии с обобщенным законом Ома для участка цепи можно записать

$$(\varphi_1 - \varphi_2) - E_2 = -IR_0 \text{ или } \varphi_1 - \varphi_2 = E_2 - IR_0, \quad (3.5)$$



а для замкнутой цепи

$$I(R + R_0) = E_2 \pm E_1. \quad (3.6)$$

Здесь знак «+» будет при согласном подключении  $E_2$  и  $E_1$ , а знак «-» при встречном.

Из (3.6) может быть найдено выражение для величины тока в цепи

$$I = \frac{E_2 \pm E_1}{R + R_0}. \quad (3.7)$$

Как видно из (3.7), изменяя величину  $E_1$ , можно изменять и силу тока. При согласном включении  $E_2$  и  $E_1$  сила тока  $I$  растет с ростом  $E_1$ . Из (3.5) видно, что разность потенциалов  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  при этом линейно уменьшается и может достигнуть нулевого значения. При дальнейшем росте тока разность потенциалов на концах участка меняет знак на противоположный.

Если  $E_1$  включена навстречу  $E_2$ , величина тока  $I$  уменьшается с ростом  $E_1$  и при  $E_2 = E_1$  становится равной нулю. При этом согласно (3.5)  $(\varphi_1 - \varphi_2) = E_2$ , т. е. в момент компенсации тока вольтметр измеряет величину  $E_2$ . Вольтметр покажет положительное значение  $E_2$ , так как  $\varphi_2 > \varphi_1$ , а к точке 2 присоединена положительная клемма вольтметра. Дальнейший рост  $E_1$  приводит к изменению направления тока в цепи.

### Порядок выполнения работы

1. Собрать схему лабораторной установки (см. рис. 3.4). Источник с ЭДС  $E_1$  через разъемы 5, 6 включить встречно источнику с ЭДС  $E_2$  (рис. 3.6, а). Вольтметр подключить к разъемам 1, 2, а миллиамперметр – к разъемам 3, 4.
2. Подключить к сети лабораторный модуль и источники питания. Включить измерительные приборы.
3. Установить напряжение источника питания ИП2 с ЭДС  $E_2$ , равное 5 В.

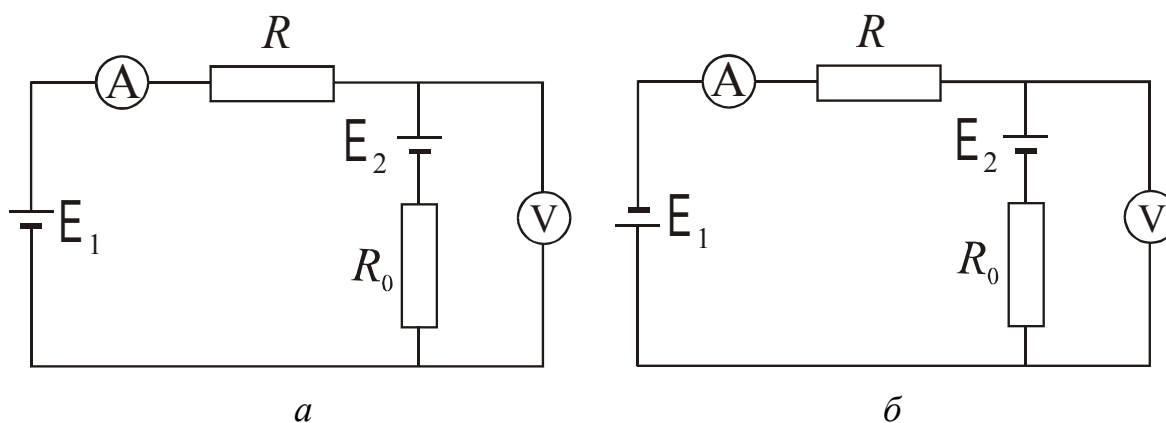


Рис. 3.6

4. Установить напряжение источника питания  $ИПП$  с ЭДС  $E_1$ , равное 3 В. Изменяя напряжение  $E_1$  в пределах 3–8 В с интервалом в 1 В, измерить значения тока и разности потенциалов на участке  $E_2 - R_0$ . Занести результаты измерений в табл. 3.1.

5. Источник с ЭДС  $E_1$  включить согласно источнику с ЭДС  $E_2$  (рис. 3.6, б) и проделать измерения п. 4. При записи показаний измерительных приборов следует учитывать знаки соответствующих величин.

Таблица 3.1

№	Встречное включение $E_1$ и $E_2$		Согласное включение $E_1$ и $E_2$	
	I, мА	$\varphi_1 - \varphi_2$ , В	I, мА	$\varphi_1 - \varphi_2$ , В
1				
...				
n				

### Обработка результатов измерений

1. Используя данные табл. 3.1, построить зависимость  $\varphi_1 - \varphi_2 = f(I)$  (рис. 3.7).

2. Выделить пунктирными линиями на графике полосу разброса экспериментальных данных.

3. Определить из графика значение разности потенциалов  $\Delta(\varphi_1 - \varphi_2)$ , соответствующее значению  $I=0$ , а также ток  $I_k$  при условии  $\Delta(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ .

4. Рассчитать значение сопротивления  $R_0$  по формуле

$$R_0 = \frac{\Delta(\varphi_1 - \varphi_2)}{I_k} = \operatorname{tg} \alpha$$

5. Определить из графика значения погрешностей определения тока  $\Delta I$  и разности потенциалов  $\Delta\varphi$ .

6. Сравнить значение  $\Delta(\varphi_1 - \varphi_2)$  со значением  $E_2$ , проверив соотношение

$$(\varphi_1 - \varphi_2) - \Delta\varphi \leq E_2 \leq (\varphi_1 - \varphi_2) + \Delta\varphi.$$

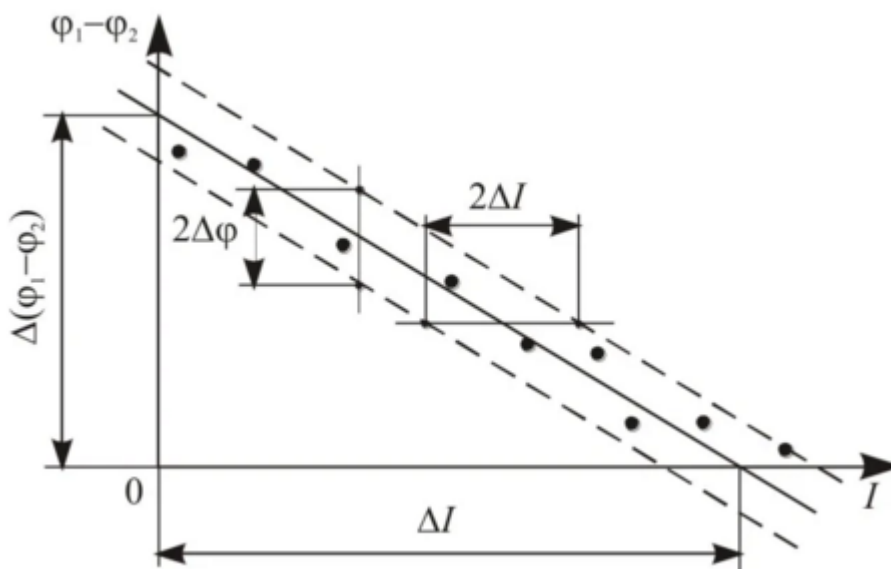


Рис.3.7

### Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл ЭДС? В каких единицах измеряется ЭДС?
2. В чем сущность измерения ЭДС методом компенсации?
3. Какой физический смысл имеет электрический потенциал?
4. Какое направление принимают за положительное направление тока в цепи?
5. Как определяется знак ЭДС при расчете электрических цепей?

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 4

### Изучение магнитного поля соленоида

**Цель работы:** определение магнитных полей, создаваемых вдоль оси длинной и короткой катушек.

**Введение.** В пространстве, окружающем проводник с током или отдельные движущиеся электрические заряды, возникает магнитное поле, которое можно обнаружить по воздействию его на другой проводник с током, на магнитную стрелку или используя какое-либо гальваномангнитное явление. Магнитное поле в каждой точке пространства количественно описывается вектором напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  и (или) вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ . В вакууме векторы  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  связаны соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (4.1)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

Для вычисления индукции магнитного поля, созданного током, используют закон Био – Савара – Лапласа, согласно которому элементарная индукция магнитного поля  $d\vec{B}$  от элемента проводника с током  $I d\vec{l}$  в некоторой точке пространства на удалении  $\vec{r}$  от него определяется выражением

$$dB = \mu_0 \frac{[I d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (4.2)$$

Для нахождения результирующей индукции, создаваемой проводником конечных размеров, следует воспользоваться принципом суперпозиции магнитных полей и найти векторную сумму элементарных индукций  $d\vec{B}_k$ :

$$\vec{B} = \sum_k d\vec{B}_k = \mu_0 \sum_k \frac{[I d\vec{l}, \vec{r}]_k}{4\pi r_k^3}. \quad (4.3)$$

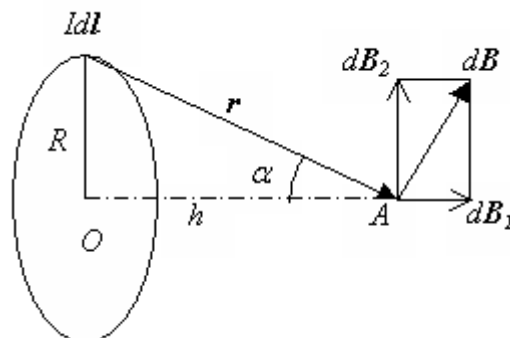


Рис. 4.1

В пределе сумма записывается в виде интеграла по контуру проводника с током, в результате чего формула (4.3) приобретает следующий вид:

$$\vec{B} = \mu_0 \int_l \frac{[Id\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3} \quad (4.4)$$

Применим формулу (4.4) для вычисления индукции магнитного поля на оси соленоида. Каждый виток соленоида – это круговой ток, поэтому вычислим индукцию на оси кругового витка радиусом  $R$  с током  $I$  (рис. 4.1). При сложении составляющих магнитного поля  $d\vec{B}_2$ , перпендикулярных оси  $OA$ , они компенсируют друг друга вследствие симметрии витка. Поэтому результирующая индукция магнитного поля в точке  $A$  направлена вдоль оси кругового тока и равна по модулю

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_1 = \mu_0 \int_l d\vec{H}_1 \quad (4.5)$$

$$dH_1 = dH \sin \alpha = \frac{IdlR}{4\pi r^3} \quad (4.6)$$

В формуле (4.6) учтено, что векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$  взаимно перпендикулярны. Подставляя выражение (4.6) в (4.5) и учитывая, что величины  $R$  и  $r$  постоянны, получим

$$B = \mu_0 \int_0^{2\pi R} \frac{IdlR}{4\pi r^3} = \mu_0 \frac{IR^2}{2r^3} \quad (4.7)$$

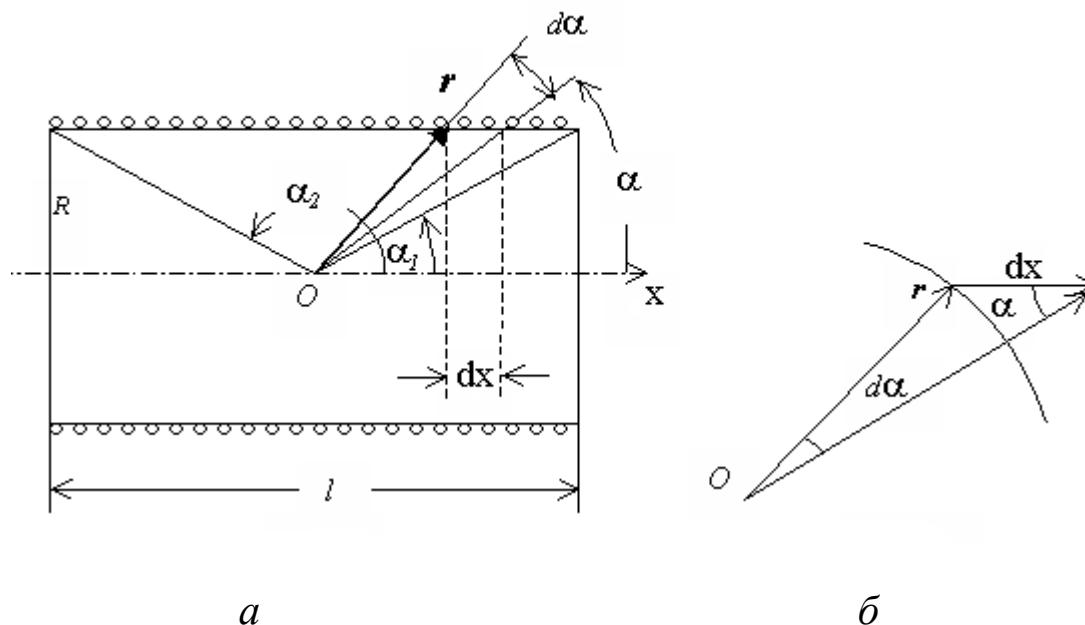


Рис. 4.2

Перейдем теперь к вычислению поля соленоида, изображенного схематически на рис. 4.2а. Пусть на единицу длины соленоида приходится  $n$  витков провода, тогда на участке длины  $dx$  будет  $ndx$  витков, которые в точке  $O$  соленоида создадут, согласно формуле (4.7), поле напряженностью

$$dH_z = \frac{IR^2}{2r^3} ndx \quad (4.8)$$

На рис. 4.2 б отдельно изображен элемент  $dx$ , радиус-вектор  $\vec{r}$  и углы  $\alpha$  и  $d\alpha$ . Из геометрических построений рис. 4.2 следует

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dx = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} \quad (4.9)$$

Подставляем (4.9) в (4.8) и интегрируем в пределах от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$ :

$$H_x = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{2} In \sin \alpha d\alpha = \frac{1}{2} In (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (4.10)$$

В случае бесконечно длинного соленоида (физически это значит, что  $l \gg R$ )  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi$ :

$$H_x = In = I \frac{N}{l} \quad (4.11)$$

где  $N$  – число витков в соленоиде,  $l$  – длина соленоида.

Примерная картина магнитного поля на оси короткой и длинной катушек приведена на рис. 4.3.

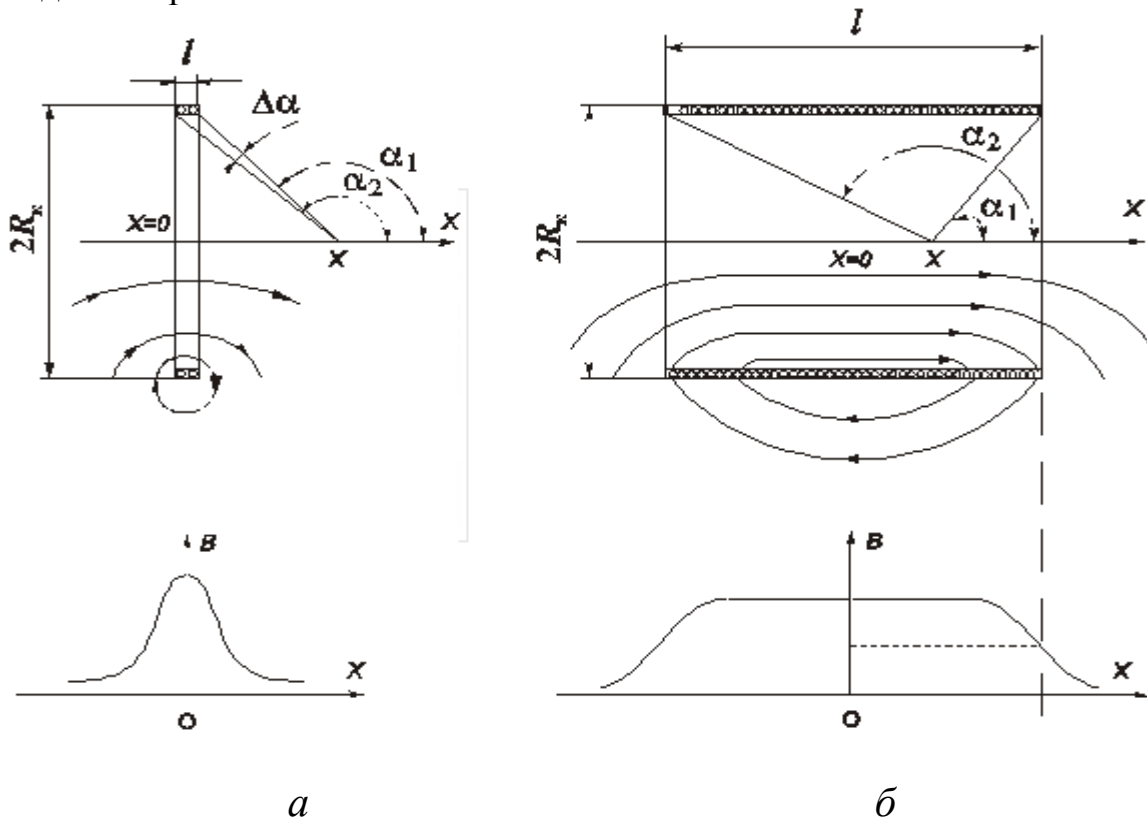


Рис. 4.3

Значение магнитной индукции на оси катушки рассчитывается по формуле

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{\mu_0 IN}{2l} \left( \frac{l/2 - x}{\sqrt{(l/2 - x)^2 + R_k^2}} + \frac{l/2 + x}{\sqrt{(l/2 + x)^2 + R_k^2}} \right), \quad (4.12)$$

где  $I$  – ток, протекающий по катушке,  $N$  – число витков катушки;  $l$  – длина катушки, м;

$\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы между направлением оси  $x$  и радиус-векторами, проведенными из точки на оси к краям катушки, рад;

$x$  – координата точки на оси катушки, в которой определяется величина магнитной индукции (рис. 4.1), м;

$R_k$  – радиус катушки, м.

Если выполняется соотношение  $2R_k \ll l$  (такую катушку называют соленоидом), то в точке с координатой  $x = l/2$  (торец),  $\alpha_1 = \pi/2$  и  $\alpha_2 \approx \pi$ ,

А в центре соленоида ( $x = 0$ )  $\alpha_1 \approx 0$  и  $\alpha_2 \approx \pi$ . В этом случае для расчета величины магнитной индукции на оси соленоида в центре  $B_c$  и в торце  $B_t$  из (4.1) получим

$$B_c = \frac{\mu_0 I N_c}{l} = \mu_0 I n, \quad (4.13)$$

$$B_t = \frac{\mu_0 I N_c}{2l} = \frac{\mu_0 I n}{2}, \quad (4.14)$$

где  $N_c$  – число витков соленоида;  $n = N_c/l$  – число витков на единицу длины соленоида, м<sup>-1</sup>.

Если выполняется соотношение  $l \ll 2R_k$  и  $\Delta\alpha \rightarrow 0$ , то с учетом того, что  $\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta\alpha$ ;  $\cos\Delta\alpha \approx 1$  и  $\sin\Delta\alpha \approx \Delta\alpha$ , получаем

$$\begin{aligned} \cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 &= \cos\alpha_1 - \cos(\alpha_1 + \Delta\alpha) = \cos\alpha_1 - \cos\alpha_1 \cos\Delta\alpha + \\ &+ \sin\alpha_1 \sin\Delta\alpha = \Delta\alpha \sin\alpha_1. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Из геометрических построений на рис. 4.3 следует:

$$\Delta\alpha = \frac{l \sin \alpha_1}{\sqrt{(x - l/2)^2 + R_k^2}} \approx \frac{l \sin \alpha_1}{\sqrt{x^2 + R_k^2}}; \quad \sin \alpha_1 \approx \frac{R_k}{\sqrt{x^2 + R_k^2}}. \quad (4.16)$$

Таким образом, подставив (4.4) в (4.1), с учетом (4.5) получим формулу для магнитной индукции на оси катушки:

$$B_k = \frac{\mu_0 I N_k R_k^2}{2(x^2 + R_k^2)^{3/2}}, \quad (4.17)$$

где  $N_k$  – число витков короткой катушки.

Формула (4.6) совпадает с формулой для расчета магнитной индукции витков с током, которую можно получить, используя закон Био – Савара – Лапласа.

Принципиальная схема установки приведена на рис. 4.2. Установка состоит из лабораторного модуля 1, амперметра 2, милливольтметра 3 и выносного элемента 4. В качестве измерительных приборов используются мультиметры.

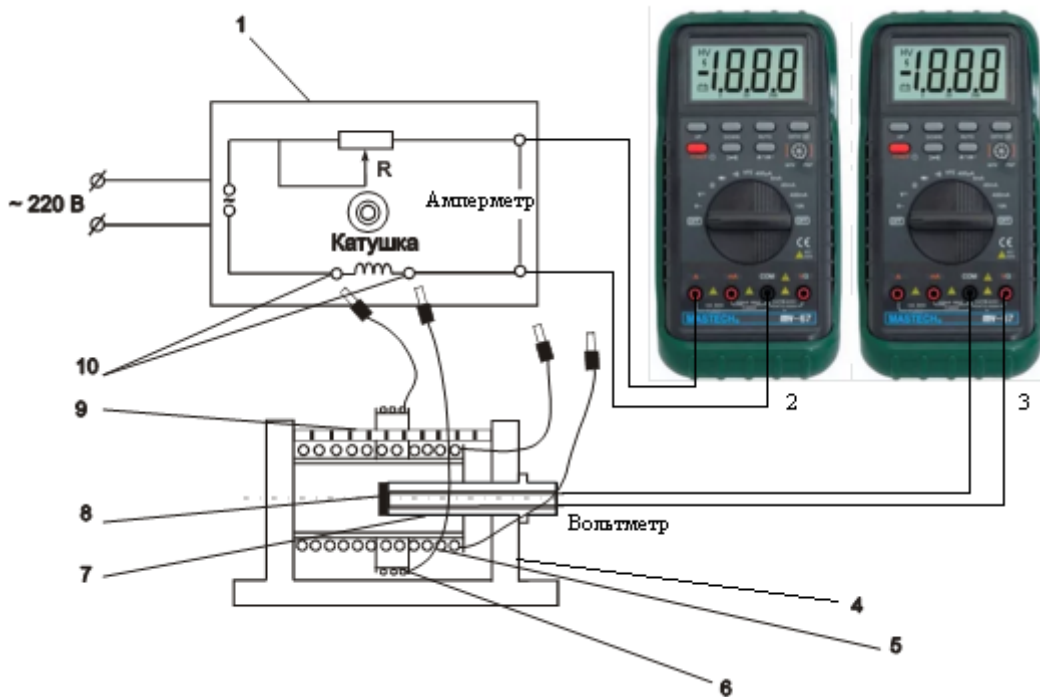


Рис. 4.4

Выносной элемент включает в себя соосно смонтированные на подставке катушки – длинную 5 и короткую 6. В процессе работы они могут быть поочередно присоединены к лабораторному модулю.



Рис. 4.5

Модуль служит для обеспечения электропитания выносного элемента. На панели модуля изображена принципиальная электрическая схема, а также установлены гнезда 11 для штекеров короткой и длинной катушек. На катушки подается переменное напряжение частотой  $\nu = 50 \text{ Гц}$ . Для регулирования силы тока в цепь включен резистор  $R$  с переменным сопротивлением. Миллиамперметр, измеряющий ток в катушке, подключается через гнезда «РА» на панели лабораторного модуля. При прохождении через катушку переменного тока возникает переменное магнитное поле.



В качестве датчика магнитной индукции используется измерительная рамка 8, расположенная вблизи катушек на штоке 7. Для удобства определения координаты рамки на штоке имеются сантиметровые деления. При полностью введенном штоке рамка располагается точно в середине длинной катушки. Через шток выведен коаксиальный кабель, с помощью которого измерительная рамка присоединяется к милливольтметру. Короткая катушка насажена на стержень 9 и может передвигаться вдоль него. Положение катушки может определяться с помощью сантиметровых делений на стержне.

Под действием переменного магнитного поля катушки в измерительной рамке возникает ЭДС индукции. Так как сопротивление милливольтметра, подключенного к измерительной рамке, довольно велико (не менее 1 МОм), можно считать, что измеряемая милливольтметром разность потенциалов будет равна ЭДС индукции. Ток в катушке изменяется по гармоническому закону, поэтому мгновенное значение магнитной индукции в любой точке изменяется во времени по тому же закону

$B = B_0 \cos \omega t$ , где  $B_0$  – амплитудное значение магнитной индукции, Тл;  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота, рад/с.

Измерительная рамка располагается так, что плоскость ее витков перпендикулярна линиям индукции. Радиус рамки  $r_p \ll R$ , поэтому поле в пределах рамки можно считать однородным в каждый момент времени. Магнитный поток сквозь рамку  $\Phi = BS_p$ , где  $S_p$  – площадь рамки, м<sup>2</sup>.

В соответствии с законом электромагнитной индукции в рамке индуцируется ЭДС, мгновенное значение которой

$$E = -N_p \frac{d\Phi}{dt},$$

где  $N_p$  – число витков измерительной рамки.

Учитывая закон изменения магнитной индукции во времени, получим

$$E = -N_p S_p \frac{dB}{dt} = N_p S_p B_0 \omega \sin \omega t = E_0 \sin \omega t,$$

где  $E_0$  – амплитудное значение ЭДС, В.

Таким образом, магнитная индукция однозначно связана с ЭДС, возникающей в рамке:

$$B_0 = \frac{E_0}{N_p S_p \omega}. \quad (4.18)$$

Помещая измерительную рамку в разные точки на оси катушки и измеряя величину возникающей ЭДС индукции, можно получить распределение магнитной индукции вдоль оси.

Необходимые для расчетов характеристики приведены в табл. 4.1. В ней величины с индексом «с» относятся к соленоиду, а с индексом «к» – к катушке.

Таблица 4.1

$N_C$	$N_K$	$N_P$	$R_C$ , мм	$R_K$ , мм	$R_P$ , мм	$L_C$ , мм	$L_K$ , мм	$\omega$ , рад/с
1750	750	800	22	44	5	150	9	100 $\pi$

### Упражнение 1

#### Определение магнитной индукции на оси соленоида

1. Установить максимально возможное значение тока соленоида.
2. Полностью ввести шток в соленоид.
3. Перемещая шток на 1 деление (1 см), снять зависимость ЭДС от координаты. Результаты записать в табл. 4.2.
4. Рассчитать экспериментальные значения магнитной индукции по формуле

$$B_{с.эксп} = \frac{E}{N_p S_p \omega}. \quad (4.19)$$

5. Рассчитать теоретическое значение магнитной индукции на оси соленоида  $B_{с.теор}$  по формуле (4.12) во всех точках, в которых производились измерения.
6. Построить графики  $B_{с.теор} = f(x)$  и  $B_{с.эксп} = f(x)$  в одних координатных осях.

Таблица 4.2

$x$ , см	$E$ , мВ	$B_{с.эксп}$ , Тл	$B_{с.теор}$ , Тл
0			
1			
...			
11			

### Упражнение 2

#### Определение магнитной индукции на оси короткой катушки

1. Установить максимальное значение тока катушки.
2. Установить шток в такое положение, чтобы вне соленоида находилось два деления штока. Перемещая катушку вдоль соленоида, добиться максимального показания милливольтметра, присоединенного к рамке. В этом положении измерительная рамка на штоке оказывается точно в центре катушки ( $x = 0$ ).
3. Перемещая шток каждый раз на 1 см, снять зависимость  $E = f(x)$ .
4. По формуле (4.19) рассчитать экспериментальное значение магнитной индукции  $B_{к.эксп}$  на оси катушки для каждого значения координаты.
5. По формуле (4.17) рассчитать теоретическое значение магнитной индукции  $B_{к.теор}$  на оси катушки для каждого значения координаты.
6. Результаты измерений и расчетов записать в табл. 4.3.
7. Построить графики  $B_{к.теор} = f(x)$  и  $B_{к.эксп} = f(x)$ .

Таблица 4.3

$x$ , см	$E$ , мВ	$B_{\text{к.эксп}}$ , Тл	$B_{\text{к.теор}}$ , Тл
-2			
-1			
0			
1			
...			
11			

### Контрольные вопросы

1. Что такое магнитная индукция?
2. Вывести формулу для расчета магнитной индукции на оси витка с током на расстоянии  $x$  от его плоскости, используя закон Био – Савара – Лапласа.
3. Вывести формулу для расчета магнитной индукции на оси соленоида в произвольной точке.
4. На чем основан метод измерения магнитной индукции, примененный в работе? Какая величина измеряется непосредственно? От чего она зависит?

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.
3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА

**Введение.** Удельным зарядом электрона называется отношение заряда электрона к его массе –  $e/m$ . Эту величину можно определить различными экспериментальными методами, в том числе и «методом магнетрона». В основе данного метода лежит идея использования двухэлектродной вакуумной лампы (диода) с такой же конфигурацией электрического и магнитного поля как в магнетроне – электровакуумном приборе, широко используемом в качестве генератора электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

Движение электронов в диоде происходит в кольцевом пространстве, заключенном между цилиндрическими коаксиальными электродами – катодом и анодом. Длина электродов значительно больше расстояния между ними. В любой точке этого пространства напряженность электрического поля  $E$  направлена к оси цилиндров вдоль радиусов. Магнитное поле создается соленоидом, окружающим диод. Индукция магнитного поля  $B$  направлена вдоль оси диода. Таким образом, электрон оказывается в скрещенных полях (как в магнетроне!), и его специфическое движение определяется ортогональностью и величиной этих полей. Начальную скорость электронов при выходе из катода будем считать равной нулю.

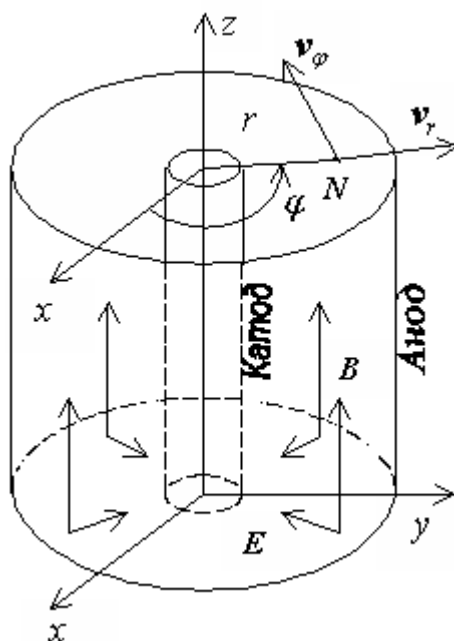


Рис. 5.1

Рассмотрим траекторию электронов, движущихся под влиянием указанных полей. В данном случае удобно воспользоваться цилиндрической системой координат, в которой положение электрона будем характеризовать расстоянием от оси цилиндра  $r$ , углом  $\phi$  и смещением вдоль оси  $z$  (рис. 5.1).

Со стороны электрического поля на электрон действует сила

$$\vec{F}_e = e\vec{E}. \quad (5.1)$$

Напряженность электрического поля в любой точке между коаксиальными цилиндрами совпадает с их радиусами, и проекция на это направление равна

$$E_r = -\frac{U}{\ln(r_a/r_k)} \frac{1}{r}, \quad (5.2)$$

где  $U$  – разность потенциалов между анодом и катодом (анодное напряжение),

$r_a$  – радиус анода,  $r_k$  – радиус катода,

$r$  – расстояние от оси до произвольной точки  $N$  в межэлектродной области.

Запишем уравнение (1) в проекциях на оси координат

$$F_{er} = eE_r, \quad F_{e\varphi} = 0, \quad F_{ez} = 0. \quad (5.3)$$

Со стороны магнитного поля на электрон действует сила Лоренца  $F_m$

$$\vec{F}_m = e[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (5.4)$$

которую в проекциях можно записать так (с учетом знака заряда):

$$F_{mr} = -ev_\varphi B, \quad (5.5)$$

$$F_{m\varphi} = ev_r B, \quad (5.6)$$

где

$$\begin{aligned} v_r &= \dot{r} = dr/dt, \\ v_\varphi &= r\dot{\varphi} = r(d\varphi/dt). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Итак, ни электрическая, ни магнитная сила не имеют составляющих вдоль оси  $z$ , поэтому движение электрона вдоль оси цилиндров будет равномерным. Движение в плоскости  $(r, \varphi)$  опишем уравнением моментов относительно оси  $z$

$$\frac{d}{dt}(J_z \dot{\varphi}) = M_z, \quad (5.8)$$

где  $J_z$  – момент инерции электрона относительно оси  $z$ , который равен  $mr^2$ ,

$M_z$  – сумма моментов всех сил, действующих на электрон, в проекции на ось  $z$ .

Только момент силы  $F_{m\varphi}$  отличен от нуля и равен  $rF_{m\varphi} \sin(r, F_{m\varphi})$

$$M_z = erv_r B. \quad (5.9)$$

Подставляя значения всех величин в формулу (8), получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt}(mr^2 \dot{\varphi}) = erB \frac{dr}{dt}, \quad \text{или} \quad \frac{d}{dt}(mr^2 \dot{\varphi}) = \frac{1}{2} eB \frac{d(r^2)}{dt}. \quad (5.10)$$

Проинтегрировав уравнение (10), получим его решение

$$r^2 \dot{\varphi} + C = \frac{|e|Br^2}{2m}, \quad (5.11)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования, которую следует определить из граничных условий. В начале движения координата  $r$  равна радиусу катода  $r_k$ , скорость электронов, покидающих катод, равна нулю:  $v=0$  и  $\omega=0$ .

$$C = \frac{|e|Br_k^2}{2m}.$$

В таком случае из уравнения (5.11) получается, что электрон в плоскости  $(r, \varphi)$  движется с угловой скоростью

$$\dot{\varphi} = \frac{|e|B}{2m} \left( 1 - \frac{r_k^2}{r^2} \right). \quad (5.12)$$

Рассмотрим теперь радиальное движение электрона, так как он двигается под действием электрического поля к аноду. При перемещении электрона от катода (его потенциал примем равным нулю) до точки  $N$  с потенциалом  $V$  электрическое поле производит работу

$$A = eV. \quad (5.13)$$

Здесь и далее опущен знак модуля у заряда электрона, так что под  $e$  подразумевается только численное значение. Магнитное поле работы не производит, так как между силой Лоренца и перемещением угол составляет  $\pi/2$ .

Работа электрического поля  $A$  увеличивает кинетическую энергию электрона на  $mv^2/2$  (начальной скоростью электрона пренебрегаем):

$$eV = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} (v_r^2 + v_\varphi^2), \quad (5.14)$$

где  $v_\varphi = \dot{\varphi}r$ .

Подставив компоненты скорости электрона из формул (5.7) и (5.12) в выражение (5.14), получим следующее равенство:

$$eV = \frac{m}{2} \left[ \dot{r}^2 + r^2 \frac{1}{4} \left( \frac{e}{m} \right)^2 B^2 \left( 1 - \frac{r_k^2}{r^2} \right)^2 \right]. \quad (5.15)$$

Это уравнение движения электрона. Рассмотрим возможные траектории его движения при одном анодном напряжении  $U$  (если потенциал катода равен нулю, то напряжение численно равно потенциалу  $V_a$ ), но при различной индукции  $B$ .

1. В отсутствие магнитного поля траектория электрона прямолинейна и направлена вдоль радиуса от катода  $K$  к аноду  $A$  (рис. 5.2).

2. При наличии слабого магнитного поля хотя траектория электрона несколько искривляется, но электрон достигает анода.

3. При некотором значении индукции магнитного поля траектория искривляется настолько, что она лишь касается поверхности анода. Назовем это значение индукции магнитного поля критическим  $B_{kp}$ .

4. Наконец, при  $B > B_{kp}$  электрон не попадает на анод, он возвращается по криволинейной траектории к катоду.

Величину  $B_{kp}$  можно найти из уравнения (5.15), если принять во внимание, что вблизи анода, когда  $r=r_a$ , радиальная скорость электрона  $\dot{r}$  обращается в нуль:

$$eU = \frac{m}{2} r_a^2 \frac{1}{4} \left( \frac{e}{m} \right)^2 B_{kp}^2 \left( 1 - \frac{r_k^2}{r_a^2} \right)^2.$$

В наших условиях отношение  $(r_k/r_a)^2 = (0.5/10)^2 < 0.01$ , поэтому им можно пренебречь по сравнению с 1, и это выражение запишем в таком виде:

$$U = \frac{1}{8} \frac{e}{m} r_a^2 B_{kp}^2, \quad (5.16)$$

из которого определяется критическое значение индукции

$$B_{kp}^2 = \frac{8}{r_a^2} \frac{1}{e/m} U. \quad (5.17)$$

В переменных  $B_{kp}^2$  от  $U$  это есть уравнение прямой с угловым коэффициентом

$$\frac{8}{r_a^2} \frac{1}{e/m}. \quad (5.18)$$

Если снять экспериментально зависимость  $B_{kp}^2$  от анодного напряжения  $U$  и построить график этой зависимости, появляется возможность определить по графику ее угловой коэффициент

$$\frac{\Delta(B_{kp}^2)}{\Delta U}. \quad (5.19)$$

Приравняем выражения (5.18) и (5.19) и получим следующее равенство, содержащее искомое  $e/m$ :

$$\frac{\Delta(B_{kp}^2)}{\Delta U} = \frac{8}{r_a^2} \frac{1}{(e/m)}. \quad (5.20)$$

Полученное соотношение (20) используется для определения удельного заряда электрона в данной лабораторной работе. Остается реализовать написанный выше сценарий в эксперименте.

До сих пор предполагалось, что все электроны покидают катод с нулевой начальной скоростью. В этом случае при  $B < B_{kp}$  все они попадают на анод, а при  $B > B_{kp}$  все возвращаются к катоду, не достигнув анода. Анодный ток электронной лампы  $I_A$  с увеличением магнитного поля изменялся бы при этом так, как показано на рис. 5.3 штриховой линией. На самом деле электроны, испускаемые нагретым катодом, обладают различными начальными скоростями. Поэтому для них критическое условие наступает при различных значениях индукции  $B$ .

График зависимости  $I_a$  от  $B$  – так называемая сбросовая характеристика – приобретает иной вид (сплошная кривая на рис. 5.3).

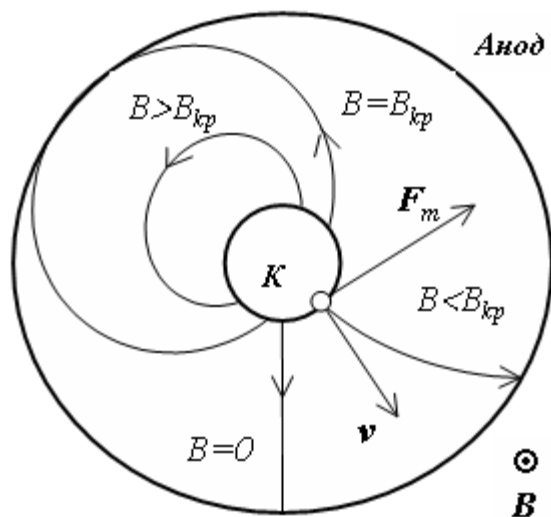


Рис. 5.2

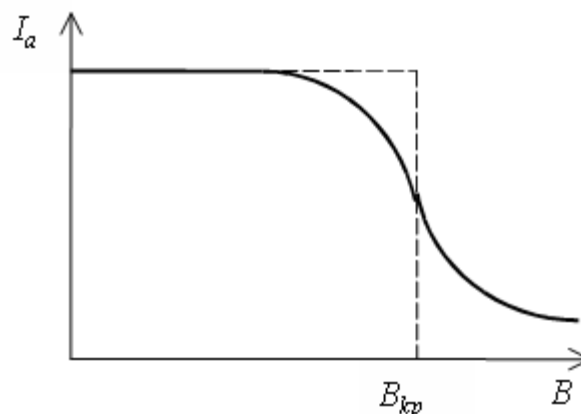


Рис. 5.3

Есть и другие причины, приводящие к сглаживанию сбросовой характеристики, например, невыполнение условия строгой коаксиальности катода, анода и соленоида, неоднородность магнитного поля в пределах магнетрона, краевые эффекты и т. п. В этом случае за критическую величину  $B_{кр}$  принимается значение индукции в точке перегиба (в точке максимального наклона) сбросовой характеристики.

С другой стороны, критическое значение магнитной индукции можно определить, зная ток в соленоиде  $I_{кр}$ , при котором анодный ток становится равным нулю:

$$B_{кр} = k\mu_0 n I_{кр}, \quad (5.21)$$

где  $n$  – число витков на единицу длины соленоида,  $k$  – коэффициент, зависящий от отношения радиусов анода и катода в данной электронной лампе.

Приравнивая правые части (5.10) и (5.11), получаем формулу для определения  $e/m$ :

$$\frac{e}{m} = \frac{8U}{k^2 \mu_0^2 n^2 R_a^2 I_{кр}^2}. \quad (5.22)$$

Величину тока  $I_{кр}$  определим из зависимости  $I_A = f(I_C)$ , график которой аналогичен графику  $I_A = f(B)$  (рис. 5.3), поскольку  $B \sim I_A$ .

### Описание лабораторной установки

Принципиальная схема установки приведена на рис. 5.4. Основные элементы находятся в лабораторном модуле. Источниками ЭДС служат два источника стабилизированного питания – ИПП1 с ЭДС  $E_1$  и ИПП2 с ЭДС  $E_2$ , подключаемые к модулю. Величину ЭДС показывают вольтметры, расположенные на лицевых панелях источников. С помощью источника  $E_2$  создается разность потенциалов между катодом и анодом, а источник  $E_1$  необходим для возбуждения тока в соленоиде, создающем магнитное поле.





Рис. 5.4

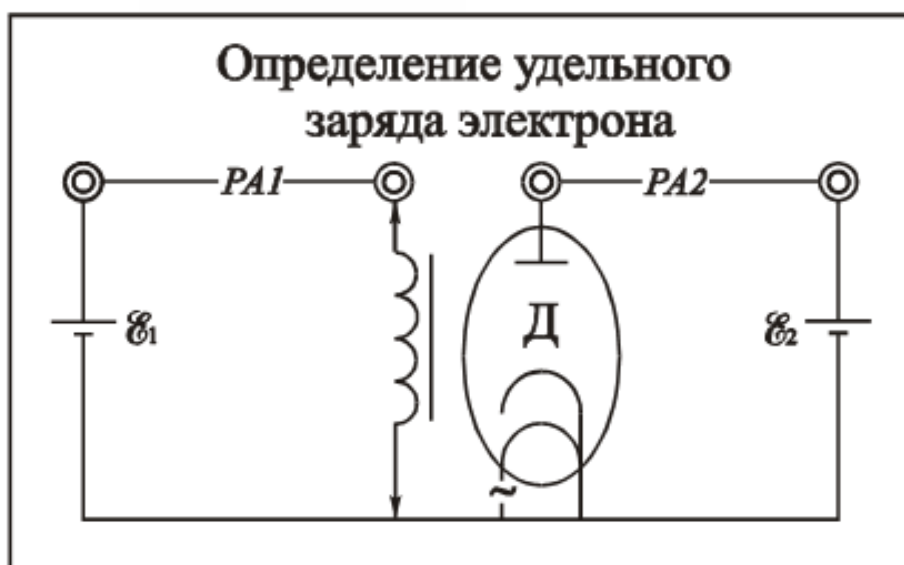


Рис. 5.5

На передней панели модуля (рис. 5.5) имеется изображение схемы лабораторной работы, а также расположены гнезда  $PA1$  и  $PA2$  (разъемы амперметра) для подключения амперметров, в качестве которых используются мультиметры. Объектом исследования служит магнетрон – соленоид, внутри которого расположена электронная лампа – вакуумный диод с соосными цилиндрическими электродами.

### Порядок выполнения работы

1. Присоединить кабель с розеткой от блока коммутации к вилке на задней панели модуля.
2. Подключить к сети источники питания  $ИП1$  и  $ИП2$ .
3. Подсоединить к гнездам  $PA1$  в цепи соленоида мультиметр, установив на нем диапазон измерения тока 10 А.
4. Подсоединить к гнездам  $PA2$  в анодной цепи лампы мультиметр, установив на нем диапазон измерения тока 2 мА.

5. Тумблером «Т» включить накал катода.
6. Установить на источнике *ИП2* напряжение  $U_A = 8$  В.
7. Изменяя ЭДС источника *ИП1* в интервале 1–14 В с шагом в 1 В, снять зависимость  $I_A = f(I_C)$ .
8. Установив напряжение источника *ИП2*  $U_A = 10$  В, а затем  $U_A = 12$  В, сделать те же измерения, что и в п. 7. Результаты измерений занести в таблицу.
9. Построить зависимость  $I_A = f(I_C)$  для трех значений ускоряющего напряжения и определить графически значения критических токов  $I_{кр1}$ ,  $I_{кр2}$ , и  $I_{кр3}$ .

n = 10000, d <sub>A</sub> = 6 мм, d <sub>K</sub> = 0,5 мм, k = 0,812						
U <sub>C</sub> , В	U <sub>A</sub> = 8 В		U <sub>A</sub> = 10 В		U <sub>A</sub> = 12 В	
	I <sub>C</sub> , А	I <sub>A</sub> , мА	I <sub>C</sub> , А	I <sub>A</sub> , мА	I <sub>C</sub> , А	I <sub>A</sub> , мА
1						
...						
14						

10. По формуле (5.22) рассчитать отношение  $e/m$  для трех значений  $U_A$  и найти его среднее значение.
11. Представить результат в стандартной форме, рассчитав погрешность по Стьюденту.
12. Сравнить полученное значение  $e/m$  с табличными данными.

### Контрольные вопросы

1. Электрон находится в произвольной точке межэлектродного пространства диода. Нарисуйте силы, действующие на него.
2. Нарисуйте составляющие скорости  $v_r$  и  $v_\phi$  в этой же точке.
3. Рассмотрите подробно сущность данного способа определения удельного заряда электрона.
4. Как движется электрон в скрещенных полях, если электроды – плоские пластины?
5. Почему анодный ток лампы не уменьшается до нуля в том случае, когда индукция магнитного поля соленоида несколько превышает так называемое критическое значение?
6. Какого порядка должно быть остаточное давление газа внутри диода, если считать температуру примерно 400 К?

## Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.
5. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 6

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ

**Цель работы:** исследование взаимной индукции коаксиально расположенных соленоида и короткой катушки, определение значений взаимных индуктивностей.

**Введение.** Рассмотрим два неподвижных контура 1 и 2, расположенных близко друг от друга (рис. 6.1). Если по контуру 1 течет ток  $I_1$ , то в окружающем пространстве создается магнитное поле, которое можно изобразить с помощью линий магнитной индукции (сплошные линии на рисунке). Часть этих линий пронизывают контур 2, создавая в нем магнитный поток  $\Phi_{21}$ , прямо пропорциональный току  $I_1$ .

Если по контуру 2 течет ток  $I_2$  (его поле изображено пунктирными линиями на рис. 6.1), то магнитное поле этого тока создает в контуре 1 магнитный поток  $\Phi_{12}$ .

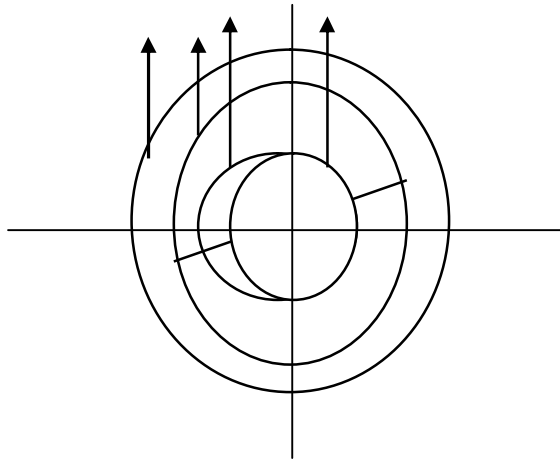


Рис. 6.1

Если заменить контуры катушками и принять, что магнитный поток через все контуры (витки) катушек одинаков, то общий магнитный поток (потокосцепление), сцепленный с витками катушки 2, имеющей число витков  $N_2$ , равняется

$$\Psi_{21} = \Phi_{21}N_2 = L_{21}I_1. \quad (6.1)$$

Рассуждая аналогичным образом, получаем, что потокосцепление с катушкой 1 будет

$$\Psi_{12} = \Phi_{12}N_1 = L_{12}I_2. \quad (6.2)$$

Коэффициенты пропорциональности  $L_{12}$  и  $L_{21}$  называются взаимными индуктивностями катушек. Из закона Био – Савара – Лапласа следует, что взаимные индуктивности двух контуров, находящихся в вакууме, определяются их формой, размерами и взаимным расположением. Если контуры находятся в однородной, изотропной и неферромагнитной среде, заполняющей все магнитное

поле, то взаимные индуктивности зависят также от магнитной проницаемости среды  $\mu$ , но не зависят от величины токов. В этом случае соблюдается равенство

$$L_{21} = L_{12}.$$

Полное потокосцепление  $\Psi$  двух катушек складывается из собственных потокосцеплений  $\Psi_{11}$  и  $\Psi_{22}$  и потокосцеплений  $\Psi_{12}$  и  $\Psi_{21}$ , обусловленных взаимным влиянием контуров. При этом знак взаимного потокосцепления определяется знаком магнитного потока, созданного другим контуром, по отношению к собственному потоку:

$$\Psi = \Psi_{11} + \Psi_{22} \pm (\Psi_{12} + \Psi_{21}). \quad (6.3)$$

Если через две катушки проходит один и тот же ток, то величина полного потокосцепления будет пропорциональна току в контурах, а коэффициентом пропорциональности является индуктивность  $L$  двух связанных катушек:

$$\Psi = LI. \quad (6.4)$$

Из (6.1) – (6.4) получим

$$L = L_1 + L_2 \pm 2L_{12}, \quad (6.5)$$

где  $L_1$  и  $L_2$  – собственные индуктивности катушек.

При изменении тока во второй катушке потокосцепление первой катушки изменяется, следовательно, в ней возникает ЭДС взаимной индукции

$$E_{12}^m = - \frac{d \Psi_{12}}{d t} = - L_{12} \frac{d I_2}{d t}$$

и, наоборот,

$$E_{21}^m = - \frac{d \Psi_{21}}{d t} = - L_{21} \frac{d I_1}{d t}. \quad (6.6)$$

Определим взаимную индуктивность двух катушек, расположенных соосно так, что их плоскости совпадают. Потокосцепление малой катушки 2

$$\Psi_{21} = N_2 \Phi_{21} = N_2 B_1 S_2, \quad (6.7)$$

где  $N_2$  – число витков малой катушки,  $B_1$  – магнитная индукция поля, созданного током в большой катушке,  $S_2$  – площадь сечения малой катушки.

Сопоставляя формулы (6.1) и (6.7), получим

$$L_{21} = \frac{N_2 B_1 S_2}{I_1}. \quad (6.8)$$

Зависимость магнитной индукции на оси большой катушки

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1 N_1}{2r_1}, \quad (6.9)$$

где  $r_1$  – средний радиус первой катушки.

Из (6.8) и (6.9) получим

$$L_{21} = \frac{\mu_0 \pi r_2^2 N_1 N_2}{2r_1}, \quad (6.10)$$

где  $r_2$  – средний радиус малой катушки.

При повороте малой катушки относительно оси взаимная индуктивность уменьшается и становится минимальной, когда плоскости катушек взаимно перпендикулярны. В идеале, если катушки плоские, то взаимная индуктивность становится равной нулю.

### Описание установки и вывод расчетных формул

Лабораторная установка (рис. 6.2) включает в себя лабораторный модуль 1, генератор гармонических колебаний 2 и выносной элемент, состоящий из соосно смонтированных малой катушки 3 и большой 4. Малая катушка может вращаться относительно большой, ось вращения малой катушки лежит в плоскости большой катушки и совпадает с ее диаметром.

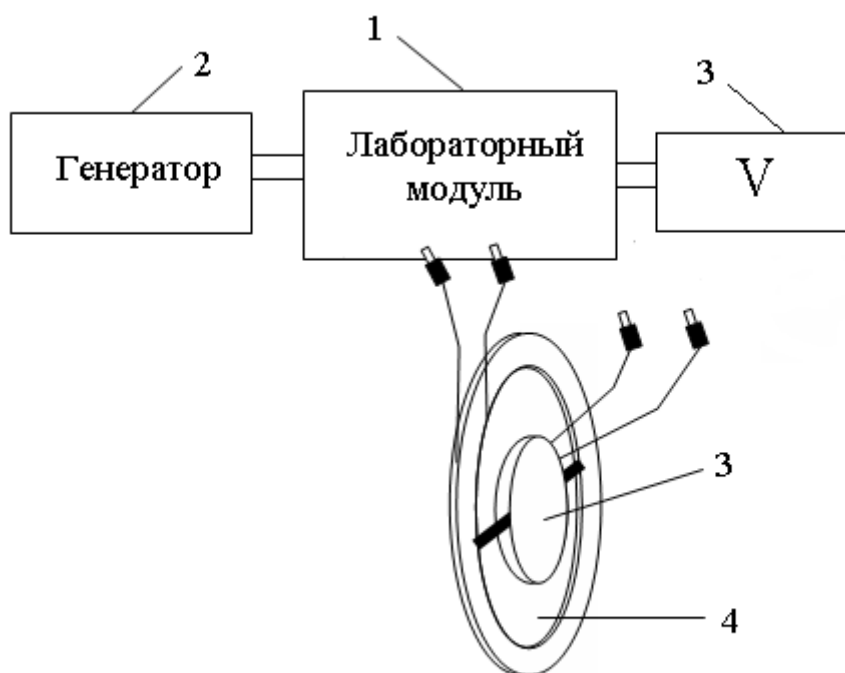


Рис. 6.2

На лицевой панели лабораторного модуля имеются гнезда для подключения генератора, катушек и милливольтметра, а также изображена электрическая схема установки (рис. 6.3). Катушки подключаются соответственно к гнездам 1, 4 и 3, 5, генератор – к гнездам  $PQ$ , а милливольтметр – к  $PV$ . Милливольтметр может измерять либо действующее значение напряжения на генераторе  $U_{\Gamma}$ , либо напряжение на катушках  $U_L$  в зависимости от положения переключателя  $П2$ .

Подаваемое на одну из катушек напряжение от генератора изменяется по закону  $U_{\Gamma}^M = U_0 \cos \omega t$ . Так как в цепь генератора может быть включено сопротивление  $R$ , то возможны два метода определения взаимной индуктивности. Мгновенное значение тока в катушке 1 (предположим, к генератору подключена большая катушка, как на рис. 6.4) определяется из закона Ома для цепи переменного тока

$$I_1 = \frac{U_{\Gamma}^M}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}} \cos \omega t, \quad (6.13)$$

где  $R$  – сопротивление в цепи генератора, Ом;  $R_1$  – омическое сопротивление соленоида, Ом;  $L_1$  – индуктивность соленоида, Гн;  $\omega$  – циклическая частота, рад/с.

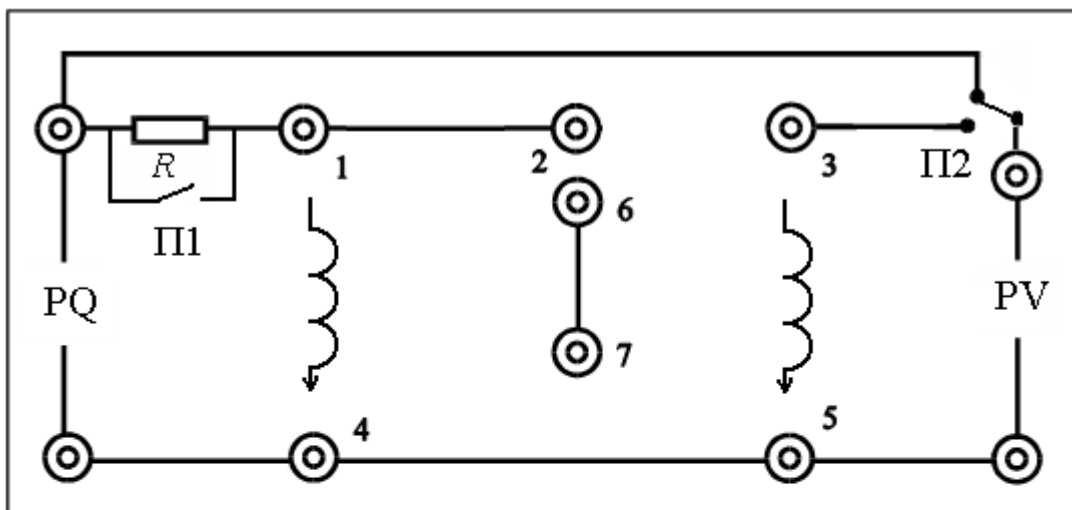


Рис.6.3

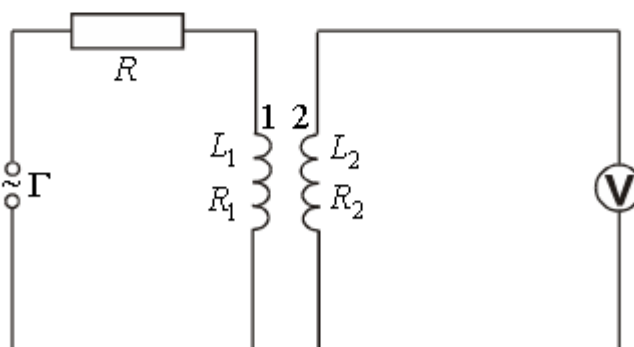


Рис. 6.4

Подставляя уравнение (6.13) в (6.6), получаем выражение для переменной ЭДС взаимной индукции в катушке 2:

$$E_{21}^M = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} = \frac{L_{21} U_0 \omega}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}} \sin \omega t,$$

амплитуда которой равна

$$E_0 = \frac{L_{21} U_0 \omega}{\sqrt{(R + R_1)^2 + (\omega L_1)^2}}. \quad (6.14)$$

Рассмотрим два случая:

- 1)  $R_1 + R \gg \omega L_1$ ;
- 2)  $R_1 \ll \omega L_1$ .

В первом случае, приняв, что  $R \gg R_1$ , так как омическое сопротивление медного провода катушек достаточно мало, получим

$$E_0 = \frac{L_{21} U_0 \omega}{R}$$

или

$$L_{21} = \frac{E_0 R}{U_0 2 \pi \nu} = \frac{E_{21}^M R}{U_{r^M} 2 \pi \nu}.$$

Здесь  $\nu$  – частота гармонических колебаний.

Поскольку действующие значения ЭДС  $E_{21}$  напряжения генератора  $U_2$  связаны с соответствующими мгновенными значениями соотношениями

$$E_{21} = \frac{E_{21}^M}{\sqrt{2}} \text{ и } U_r = \frac{U_r^M}{\sqrt{2}}, \text{ то можно записать}$$

$$L_{21} = \frac{E_{21} R}{U_r 2 \pi \nu}. \quad (6.15)$$

В случае если сопротивление в цепи генератора  $R$  равно нулю (генератор включен в гнезда  $PQ$ ), т. е.  $\omega L_1 \gg R_1$ , из (6.14) получим

$$L_{21} = \frac{E_0 L_1}{U_0} = \frac{E_{21}^M L_1}{U_r^M} = \frac{E_{21} L_1}{U_r}.$$

Можно найти взаимную индукцию  $L_{12} = L_{21}$  также иначе. Если при сборке схемы поменять местами большую и малую катушки, то, рассуждая аналогично вышеприведенному расчету, получим

$$L_{12} = \frac{E_{12} R}{U_r 2 \pi \nu}, \quad (6.16)$$

$$L_{12} = \frac{E_{12} L_2}{U_r}. \quad (6.17)$$

Здесь  $E_{12}$  – действующее значение ЭДС в большой катушке, В;  $L_2$  – индуктивность малой катушки, Гн.

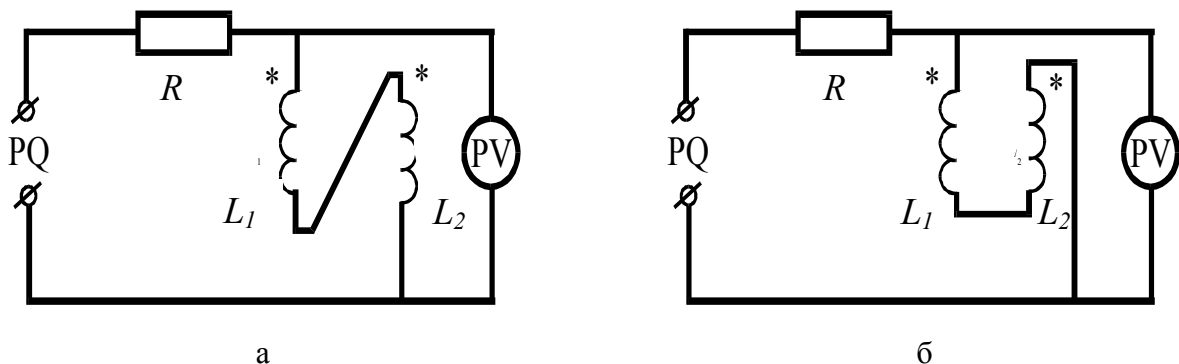


Рис. 6.5

Возможен и третий способ определения взаимной индуктивности. Рассмотрим случай подключения к генератору последовательно соединенных катушек



(рис. 6.5). Индуктивность при соединении, как на рис. 6.5, *а*, равна (см. формулу (6.5))

$$L' = L_1 + L_2 + 2L_{21}, \quad (6.18)$$

а при соединении, как на рис. 6.6, *б*,

$$L'' = L_1 + L_2 - 2L_{21}. \quad (6.19)$$

Из (6.18) и (6.19) получим

$$L_{21} = \frac{(L' - L'')}{4}. \quad (6.20)$$

При условии  $R_1 \approx R_2 \ll R$  можно записать закон Ома для цепи, в которую включен генератор, в виде

$$U_r = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2},$$

где  $I$  – действующее значение тока, измеряемое миллиамперметром, А, если  $R \gg \omega L_1 \approx \omega L_2$ , то

$$U_r = IR. \quad (6.21)$$

Поскольку индуктивное сопротивление катушек много больше их омического сопротивления  $\omega L_1 \approx \omega L_2 \gg R_1 \approx R_2$ , то

$$U_L = I\omega L, \quad (6.22)$$

где  $U_L$  – напряжение на последовательно соединенных катушках, В;  $L$  – индуктивность последовательно соединенных катушек, Гн.

Из (6.22) и (6.21) получаем

$$L = \frac{U_L R}{U_r \omega}. \quad (6.23)$$

В зависимости от схемы соединения катушек (рис. 6.5) уравнение (6.23) принимает вид

$$L' = \frac{U_{L'} R}{U_r \omega} \text{ или } L'' = \frac{U_{L''} R}{U_r \omega}, \quad (6.24)$$

где  $U_{L'}$  – напряжение на катушках при соединении по схеме на рис. 6.5, *а*,  $U_{L''}$  – по схеме на рис. 6.5, *б*.

Из (6.20) и (6.24) получим

$$L_{12} = L_{21} = \frac{R(U_{L'} - U_{L''})}{4\omega U_r} = \frac{R(U_{L'} - U_{L''})}{8\pi\nu U_r}. \quad (6.25)$$

### Упражнение 1

#### Определение взаимной индуктивности при наличии в цепи генератора резистора $R$

1. Собрать схему, приведенную на рис. 6.4. Для этого подсоединить к гнездам 1, 4 большую катушку, а к гнездам 3, 5 малую катушку (рис. 6.3).
2. Подсоединить генератор гармонических колебаний к гнездам  $PQ$ .
3. Включить в сеть генератор и вольтметр. Установить напряжение генератора, равное 7 В, частоту – 10 кГц.

4. Установить малую катушку в плоскости большой катушки.

5. Вращая катушку через  $\alpha = 15^\circ$ , снять зависимость ЭДС взаимной индукции от угла  $E_{12} = f(\alpha)$ . Результаты занести в табл. 6.1.

6. Поменять подключение катушек: к гнездам 3, 5 большую катушку, а к гнездам 1, 4 малую катушку. Вращая катушку через  $\alpha = 15^\circ$ , снять зависимость  $E_{21} = f(\alpha)$  аналогично п. 5.

7. По формулам (6.15) и (6.16) рассчитать значения взаимной индуктивности для обоих положений катушек. Результаты расчетов занести в табл. 6.1.

8. Построить графики зависимости  $E_{12} = f(\alpha)$  и  $E_{21} = f(\alpha)$  на одном листе.

$U_{\Gamma} = 7\text{В}$ ,  $\nu = 10\text{ кГц}$ ,  $R = 67,3\text{ кОм}$

Таблица 6.1

$\alpha, ^\circ$	$E_{21}, \text{мВ}$	$L_{21}, \text{мГн}$	$E_{12}, \text{мВ}$	$L_{12}, \text{мГн}$
0				
15				
30				
...				
90				

## Упражнение 2

### Определение взаимной индуктивности при отсутствии в цепи генератора резистора $R$

1. Собрать схему, приведенную на рис. 6.4. Для этого подсоединить к гнездам 1, 4 малую катушку, а к гнездам 3, 5 большую катушку (рис. 6.3) и замкнуть переключателем  $III$  сопротивление  $R$ .

2. Подсоединить генератор гармонических колебаний к гнездам  $PQ$ .

3. Включить в сеть генератор и вольтметр. Установить напряжение генератора, равное 7 В, частоту – 10 кГц.

4. Установить малую катушку в плоскости большой катушки.

5. Вращая катушку, снять зависимость ЭДС взаимной индукции  $E_{21}$  от угла поворота  $\alpha$ . Результаты занести в табл. 6.2.

6. Поменять местами подключение катушек. Снять зависимость  $E_{12}$  аналогично п. 5.

7. По формуле (6.17) рассчитать значение взаимной индуктивности и результаты занести в табл. 6.2.

8. Построить графики зависимости  $E_{12} = f(\alpha)$  и  $E_{21} = f(\alpha)$  на одном листе.

$$U_{\Gamma} = 7\text{В}, \nu = 10 \text{ кГц}, L_1 = 184 \text{ мГн}, L_2 = 26,7 \text{ мГн}$$

Таблица 6.2

	$E_{21}, \text{ мВ}$	$U_{\Gamma}, \text{ мВ}$	$L_{12}, \text{ мГн}$
0			
1			
...			

### Упражнение 3

#### Определение взаимной индуктивности методом последовательного соединения двух катушек

1. Подсоединить большую катушку к гнездам 1, 6, а малую катушку – к гнездам 4, 7.
2. Соединить перемычкой гнезда 2, 3.
3. Включить в сеть генератор и вольтметр. Установить напряжение генератора, равное 7 В, частоту – 10 кГц.
4. Установить малую катушку в плоскости большой катушки.
5. Измерить напряжение генератора  $U_{\Gamma}$  и напряжение на катушках  $U_L$  при пяти значениях частоты в диапазоне 10–20 кГц (для переключения вольтметра использовать тумблер «П2»). Результаты занести в табл. 6.3.
6. Поменять местами выводы малой катушки и проделать те же измерения, что и в п. 5. Результаты измерения занести в табл. 6.3.

Величину напряжения генератора при проведении измерений необходимо поддерживать постоянной.

Таблица 6.3

$\nu, \text{ кГц}$	$U_L, \text{ В}$	$U_L', \text{ В}$	$L_{12}$	$L_{12} - L_{12cp}$	$(L_{12} - L_{12cp})^2$
10					
12					
...					
20					
			$L_{12cp} =$		$\Sigma(L_{12} - L_{12cp})^2 =$

7. По формуле (6.25) рассчитать взаимную индуктивность  $L_{12}$  при расположении малой катушки в плоскости большой катушки  $\alpha=0$  для различных частот и найти ее среднее значение.

8. Записать результат в стандартном виде:  $L_{12} = L_{12cp} \pm \Delta L_{12}$

### Упражнение 4

#### Изучение зависимости ЭДС индукции от частоты и напряжения генератора

1. Подключить генератор к гнездам  $PQ$  и милливольтметр к гнездам  $PV$ . Для подключения сопротивления использовать тумблер  $П2$ . Аналогично опыту 1 сделать подключение приборов и катушек.

2. Установить на генераторе напряжение 7 В. Изменяя частоту  $\nu$  в пределах всего диапазона 10–20 кГц, снять зависимость  $E_{12} = f(\nu)$ , поддержи-

вая напряжение генератора постоянным. Результаты измерений записать в табл. 6.4.

$$U_{\Gamma} = 7 \text{ В}$$

Таблица 6.4

$\nu$ , кГц	$E_{12}$ , В
10	
...	
20	

3. Установить на генераторе частоту  $\nu=10 \text{ кГц}$  и, меняя напряжение генератора в диапазоне 3–8 В через 1 В, снять зависимость  $E_{12} = f(U_{\Gamma})$  (для переключения вольтметра использовать тумблер П2). Результаты измерений занести в табл. 6.5.

$$\nu = 10 \text{ кГц}$$

Таблица 6.5

$U_{\Gamma}$ , В	$E_{12}$ , В
3	
...	
8	

4. По данным табл. 6.4 и 6.5 построить графики зависимости ЭДС взаимной индукции от частоты и напряжения генератора  $E_{12} = f(\nu)$  и  $E_{12} = f(U_{\Gamma})$ .

### Контрольные вопросы

1. Дать формулировку закона электромагнитной индукции.
2. В чем заключается явление самоиндукции?
3. Сформулировать правило Ленца.
4. Как соотносятся между собой действующее и амплитудное значения тока?
5. Почему при подключении последовательно соединенных катушек взаимная индуктивность зависит от направления тока в них?
6. Записать закон Ома для цепи переменного тока.
7. От чего зависит взаимная индуктивность двух катушек?
8. При каких условиях индуктивное сопротивление будет намного больше омического?
9. Что такое магнитный поток и потокосцепление?

## Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 7

### ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОДИНАРНЫМ МОСТОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА (мостом Уитстона)<sup>1</sup>

**Приборы и принадлежности:** реохорд, магазин сопротивлений, источник постоянного тока, гальванометр, два резистора с неизвестным сопротивлением.

**Введение.** Для измерения электрического сопротивления применяются следующие методы.

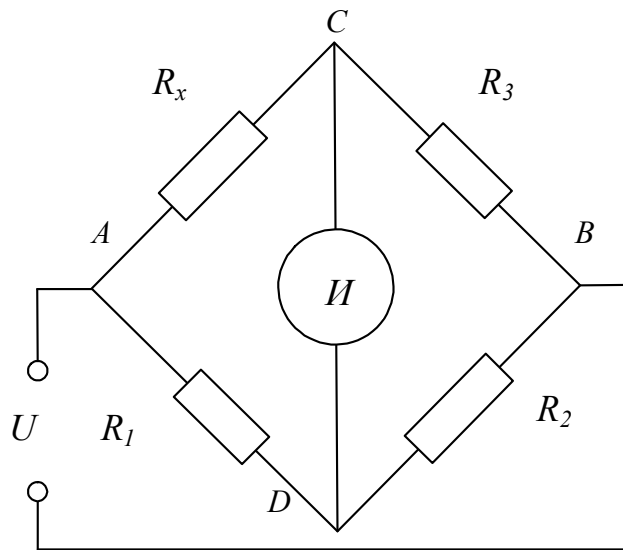


Рис. 7.1

1. Определение сопротивления по результатам непосредственного измерения тока и падения напряжения на измеряемом сопротивлении (метод амперметра-вольтметра). Величину сопротивления находят из закона Ома для участка цепи как частное от деления напряжения (показания вольтметра) на ток (показания амперметра).

2. Определение сопротивления по результатам измерения тока в нем при фиксированном напряжении на участке цепи, содержащей измеряемое сопротивление (метод омметра). Шкала измерителя тока (обычно микроамперметра) градуируется предварительно в Омах, а величина измеряемого сопротивления отсчитывается по шкале измерительного прибора непосредственно.

3. Метод прямого или косвенного сравнения измеряемого сопротивления с образцовым. Разновидностью его является метод измерения сопротивления одинарным мостом постоянного тока. Высокая чувствительность и точность измерений, достигающая 0,01%, обусловили широкое применение мостового метода.

Основной частью электрической цепи одинарного моста постоянного тока (моста Уитстона<sup>1</sup>) является так называемый четырехполюсник – участок

<sup>1</sup> Ch. Wheatstone (1802–1875) – английский физик.

цепи, имеющий четыре узла («полюса») –  $A, B, C, D$  (рис. 7.1). Такое устройство широко распространено в измерительной технике (измерение сопротивлений, емкостей, индуктивностей и др.) и средствах автоматики.

Один из резисторов в мосте Уитстона является измеряемым –  $R_x$ . Такой четырехполюсник обладает следующим свойством. Если к узлам  $A$  и  $B$  (к диагонали  $AB$  моста) подвести напряжение  $U$  от какого-либо источника постоянного тока, а между узлами  $C$  и  $D$  (в диагональ моста  $CD$ ) включить высокочувствительный измерительный прибор  $I$  (гальванометр или микроамперметр), то для любого неизвестного сопротивления  $R_x$  можно подобрать такие величины сопротивлений резисторов  $R_1, R_2, R_3$ , при которых ток в приборе  $I$  будет иметь определенное значение, в том числе и нуль.

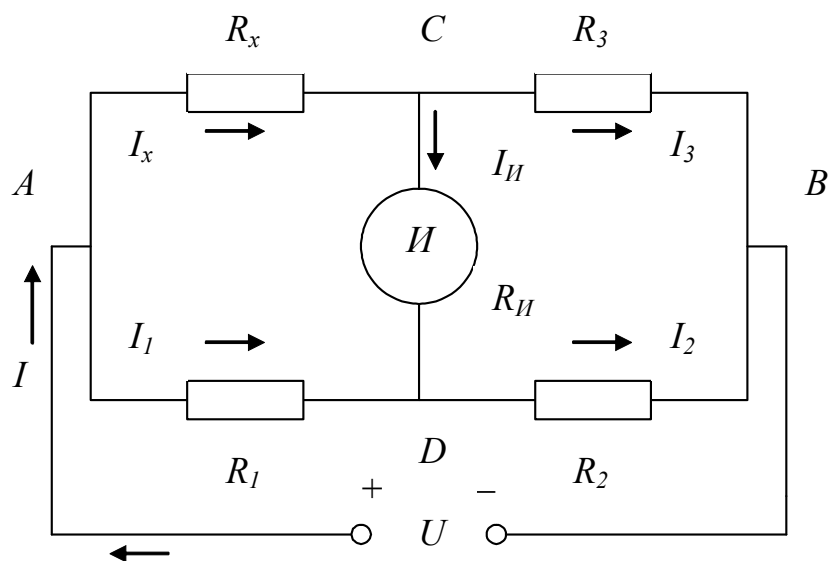


Рис. 7.2

В этом случае сопротивления четырех резисторов будут связаны между собой определенным однозначным соотношением, которое можно получить путем расчета цепи одинарного моста, изображенной на рис. 7.2. Для этого сделаем следующее: 1) обозначим токи в ветвях и совершенно произвольно укажем их направления, 2) выберем направление обхода контуров, например по часовой стрелке. По правилам Кирхгофа напишем систему уравнений (не более трех уравнений для токов, так как в цепи четыре узла, и не более трех уравнений для напряжений, так как в ней четыре независимых контура):

- 1)  $I - I_x - I_1 = 0$  (для узла  $A$ );
- 2)  $I_x - I_3 - I_u = 0$  (для узла  $C$ );
- 3)  $I_1 + I_u - I_2 = 0$  (для узла  $D$ );
- 4)  $I_x R_x + I_u R_u - I_1 R_1 = 0$  (для контура  $ACDA$ );
- 5)  $I_3 R_3 - I_2 R_2 - I_u R_u = 0$  (для контура  $CBDC$ );
- 6)  $I_1 R_1 + I_2 R_2 = U$  (для контура  $ADBA$ ).

Решая эту систему уравнений и исключая при этом токи  $I_1, I_2, I_3, I_x, I$ , найдем  $I_u$  – ток в измерительном приборе, который связан с неизвестным сопротивлением  $R_x$ :

$$I_u = \frac{R_x R_2 - R_1 R_3}{R_u (R_x + R_3)(R_1 + R_2) + R_x R_3 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 (R_x + R_3)} \cdot U. \quad (7.1)$$

Мост, в котором измерения сопротивлений проводятся по величине тока измерителя  $I_u$ , называется неуравновешенным (несбалансированным).

В такого рода цепях при заданных значениях  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_u$  и  $U$  величину измеряемого сопротивления  $R_x$  можно определить по отклонению стрелки измерительного прибора  $I$ , предварительно проградуировав его шкалу в омах (килоомах, мегаомах). Градуировка производится путем включения в цепь моста вместо  $R_x$  известных образцовых сопротивлений.

Как видно из формулы (7.1), измерения неуравновешенным мостом требуют строгого постоянства напряжения питания  $U$ , что является их существенным недостатком. Кроме того, на точность измерения влияет и погрешность измерительного прибора  $I$ , что ограничивает использование таких мостов для измерения сопротивлений. Неуравновешенные мосты чаще применяются для измерения электрическими методами неэлектрических величин (температуры, светового потока и т. д.).

Однако при той же самой электрической цепи можно получить так называемый уравновешенный мост, если путем подбора сопротивлений резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  добиться отсутствия тока в измерителе  $I$ . Для этого случая из написанных выше уравнений получатся следующие:

$$\text{из уравнения (2) — } I_x = I_3;$$

$$(3) — I_1 = I_2;$$

$$(4) — I_x R_x = I_1 R_1;$$

$$(5) — I_3 R_3 = I_2 R_2.$$

Решение этой системы уравнений дает следующее условие равновесия моста Уитстона:

$$R_x R_2 = R_1 R_3. \quad (7.2)$$

Кстати, это же условие вытекает как частный случай из формулы (7.1), если в ней положить  $I_u = 0$ .

Таким образом, произведения сопротивлений противоположных плеч моста равны. Отсюда находится искомое сопротивление

$$R_x = R_3 \frac{R_1}{R_2}. \quad (7.3)$$

В случае уравновешенного (сбалансированного) моста постоянного тока нет необходимости строго стабилизировать напряжение питания моста  $U$  и не требуется градуировать шкалу измерительного прибора в единицах сопротивления. Это приводит к упрощению измерительной установки и увеличению точности измерений.

Точность измерения сопротивления  $R_x$  уравновешенным мостом зависит от точности и стабильности сопротивлений резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и чувствительности измерительной цепи, которая, в свою очередь, зависит от чувствительности прибора  $I$  и величины питающего напряжения  $U$ .



Измерительный прибор  $I$  в уравновешенном мосте является лишь индикатором наличия или отсутствия тока в диагонали моста  $CD$  (индикатором баланса). Поэтому его роль выполняет высокочувствительный гальванометр с нулем посередине шкалы.

При увеличении напряжения питания  $U$  чувствительность мостовой схемы возрастает. Однако при этом надо учитывать увеличение токов в резисторах и возможное изменение их сопротивлений в результате нагревания. При значительных токах мощность, выделяющаяся на сопротивлениях, может превысить допустимую и вывести их из строя. Поэтому повышение чувствительности моста за счет увеличения питающего напряжения не может вестись бесконтрольно.

Для измерения сопротивления  $R_x$  в широких пределах нужно иметь возможность легко изменять величины сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . Из формулы (7.3) следует, что измеряемое сопротивление  $R_x$  равно произведению двух сомножителей –  $R_3$  и  $R_1/R_2$ . Поэтому пределы измерения  $R_x$  зависят как от диапазона изменения величины  $R_3$ , так и отношения  $R_1/R_2$ .

В практических цепях одинарных мостов расширение пределов измерения неизвестных сопротивлений осуществляется различными средствами, которые и определяют разновидности мостов Уитстона – реостатные, магазинные и реохордные.

Рассмотрим реохордный мост Уитстона. В схеме этого моста резисторы  $R_1$  и  $R_2$  (см. рис. 7.2) заменены так называемым реохордом – высокоомным проводником, представляющим собой тонкую неизолированную проволоку, по поверхности которой может перемещаться (скользить) ползунок (движок), имеющий электрический контакт с проволокой на всем ее протяжении. В реохорде классической конструкции проволока из металла с высоким удельным сопротивлением натянута между двумя зажимами, укрепленными на линейке. Подвижный контакт  $D$  делит проволоку на две части: левая часть имеет сопротивление  $R_1$ , правая – сопротивление  $R_2$ . Передвигая ползунок по реохорду, можно изменять отношение  $R_1/R_2$  в значительных пределах. В качестве  $R_3$  надо взять эталонное сопротивление или магазин сопротивлений.

Если длину реохорда обозначить  $L$ , а  $l$  – длину левой части реохорда (соответствующую  $R_1$ ), то длина его правой части (соответствующая  $R_2$ ) будет равна  $L-l$  (рис. 7.3). В этом случае, как следует из формулы (7.3), измеряемое сопротивление  $R_x$  может быть определено так:

$$R_x = R_3 \frac{l}{L-l}. \quad (7.4)$$

Найдем, при каком положении движка реохорда погрешность измерений минимальна.

Относительная погрешность измерения сопротивления  $R_x$  равна

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta l}{L-l} + \frac{\Delta L}{L-l} = \frac{\Delta l(L-l) + l(\Delta L + \Delta l)}{l(L-l)}. \quad (7.5)$$

Относительная погрешность минимальна, если знаменатель в выражении (7.5) будет максимальным. Исследуем знаменатель  $f(l) = l(L-l)$  на максимум:

$$\frac{df}{dl} = L - 2l. \quad L - 2l = 0. \quad \text{Отсюда } l = \frac{L}{2}. \quad (7.6)$$

Следовательно, наименьшая погрешность имеет место в том случае, когда скользящий контакт находится посередине реохорда. Согласно формуле (7.4) при этом сопротивление  $R_x$  равно сопротивлению резистора  $R_3$ . Отсюда возникает естественный вывод, что в качестве резистора  $R_3$  удобнее всего взять магазин сопротивлений.

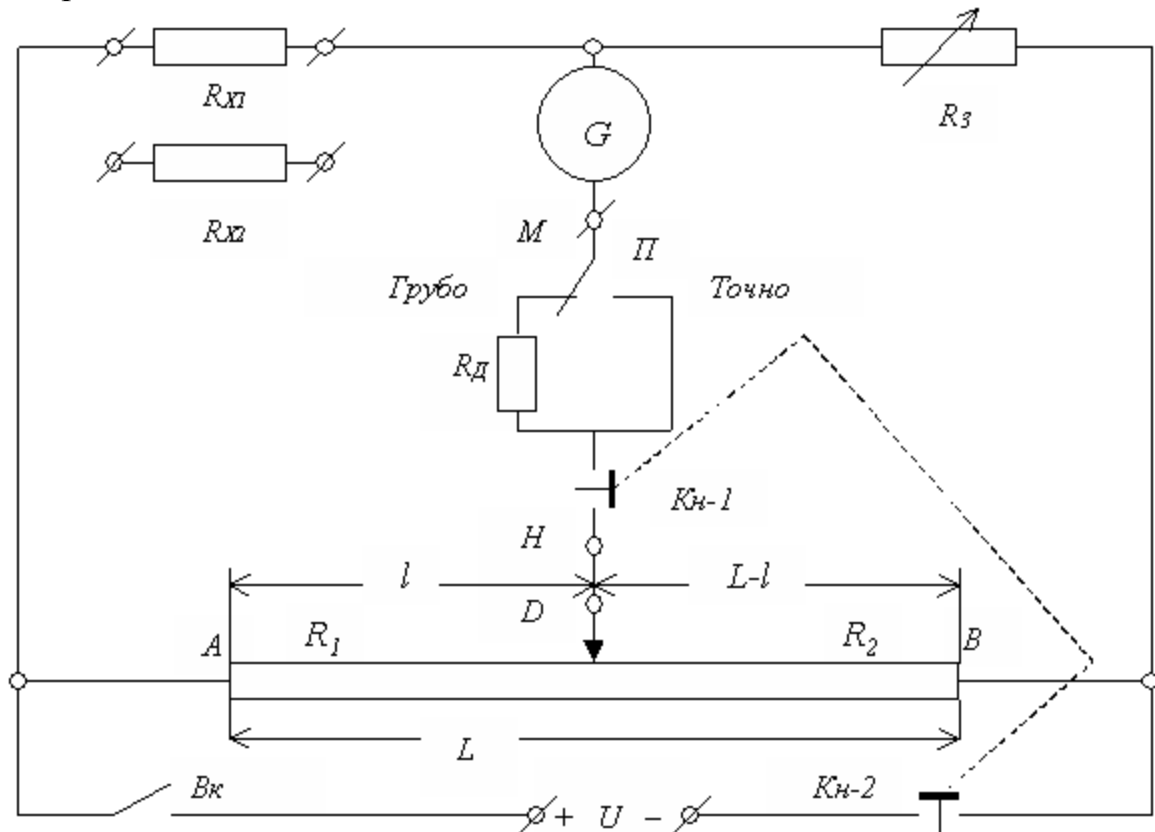


Рис. 7.3

**Описание установки.** Все детали и приборы установки укреплены на лабораторной панели. Часть соединений электрической цепи, схема которой представлена на рис. 7.3, выполнена под панелью. Реохорд (он изображен в виде вытянутого прямоугольника), длина которого между точками  $A$  и  $B$  равна  $L$ , делится точкой  $D$  на две части –  $l$ , сопротивление которой  $R_1$ , и  $L-l$ , сопротивление которой  $R_2$ .

Для правильной сборки остальной части моста и его правильной эксплуатации обратите внимание на следующее.

1. На лабораторной панели установлены: гальванометр  $G$ , реохорд  $AB$ , шестидекадный магазин сопротивлений  $R_3$ , переключатель чувствительности моста  $\Pi$  «Грубо» – «Точно», сдвоенная кнопка  $Kn-1$  –  $Kn-2$ , выключатель питания моста  $Bк$  и клеммы для крепления соединительных проводов.

2. Резисторы  $R_{X1}$  и  $R_{X2}$  находятся под лабораторной панелью. Их выводы соединены с клеммами, расположенными на лицевой поверхности панели.

3. Участок цепи от клеммы  $M$  до клеммы  $H$  собран в подвале лабораторной панели.

4. Кнопка  $K_{H-1}$ , включающая гальванометр, заблокирована с кнопкой  $K_{H-2}$ , включающей источник питания (соединяющая их на схеме пунктирная линия является условным обозначением упомянутой блокировки). При этом блокировка выполнена так, что срабатывание кнопки  $K_{H-2}$  опережает включение кнопки  $K_{H-1}$ . Такая последовательность включения предохраняет гальванометр от экстратоков включения цепи. На лицевую поверхность панели выведен общий толкатель этих кнопок.

5. Концы высокоомного провода реохорда внутри панели присоединены к клеммам  $A$  и  $B$ , а скользящий контакт реохорда – к клемме  $D$ .

### Измерения

1. Соберите электрическую цепь реохордного моста Уитстона по схеме (рис. 7.3) и дайте возможность преподавателю проверить ее.

2. Измерьте сопротивление резистора  $R_{X1}$ .

- Для этого поставьте переключатель гальванометра в положение «Грубо».

- Движок поставьте точно посередине реохорда.

- На магазине сопротивлений все декады установите на нулевые деления.

- Нажмите сдвоенную кнопку на короткое время (1–2 с) и запомните, в какую сторону отклонилась стрелка гальванометра. Кнопку не следует держать нажатой долго, чтобы реохорд и резисторы не успевали сильно нагреться, иначе затрудняется процесс уравнивания моста.

- Установите на магазине сопротивление  $R_3$  порядка десяти тысяч ом. Снова нажмите кнопку и обратите внимание, в какую сторону отклонилась стрелка гальванометра теперь. Если она отклонилась в противоположную сторону по сравнению с первым измерением при нулевом сопротивлении, то искомая величина находится между этими пределами. Ваша цель – найти ее в грубом приближении, вращая ручки старших декад магазина до тех пор, пока стрелка гальванометра будет отклоняться от нуля на 2–3 деления.

- После этого поставьте переключатель в положение «Точно» и уже младшими декадами магазина  $R_3$  добейтесь наилучшей балансировки моста, когда при нажатии кнопки стрелка гальванометра остается на месте.

- Запишите отсчет на магазине сопротивлений  $R_3$ , при котором достигнуто равновесие моста, в табл. 7.1.

3. Сместите движок реохорда влево на 10–20 мм, запишите в табл. 7.1 длины плеч реохорда при новом положении ползунка. Произведите все операции уравнивания моста, как это сказано выше, в п. 2.

4. Сместите движок реохорда вправо на 10–20 мм и еще раз измерьте  $R_{X1}$ . Таким образом, у Вас получится не менее трех измерений сопротивления одного и того же резистора (лучше произвести пять измерений).

5. Включите на место резистора  $R_{X1}$  резистор  $R_{X2}$  и измерьте его сопротивление также не менее трех (пяти) раз.

6. Соедините  $R_{X1}$  и  $R_{X2}$  последовательно и измерьте их сопротивление.

7. Измерьте сопротивление параллельно соединенных резисторов  $R_{X1}$ ,  $R_{X2}$ .

Таблица 7.1

Измеряемое сопротивление	$l$ , см	$L-l$ , см	$R_3$ , Ом	$R_X$ , Ом	$\bar{R}_X - R_i$ , Ом	$(\bar{R}_X - R_i)^2$ , $(Ом)^2$
$R_{X1}$						

### Обработка результатов измерений

1. Вычислите среднее значение сопротивления  $\bar{R}_X$  каждого резистора и их соединений.

2. Задавшись коэффициентом надежности  $p$ , найдите погрешность измерения сопротивлений по Стьюденту

$$\Delta R_X = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{R}_X - R_{Xi})^2}. \quad (7.7)$$

3. Результат в виде

$$R = \bar{R} \pm \Delta R$$

запишите в соответствующий столбец табл. 7.2 с указанием коэффициента надежности.

Таблица 7.2

Сопротивление	$R_X = \bar{R}_X \pm \Delta R$	Результаты расчета последовательного и параллельного соединений

4. Величины общих сопротивлений при последовательном и параллельном соединении, найденные путем измерений, сравните с соответствующими величинами сопротивлений, полученными в результате расчета по формулам параллельного и последовательного соединения проводников.

### Контрольные вопросы

1. Какая электрическая цепь называется одинарным мостом постоянного тока (мостом Уитстона)? Нарисуйте схему моста.

2. Что такое уравновешенный и неуравновешенный мост? Как измеряется неизвестное сопротивление в случае того и другого моста?

3. Напишите систему уравнений Кирхгофа для уравновешенного моста и решите ее с целью получения расчетной формулы для определения  $R_X$ .

4. Что такое реохордный мост? Можно ли обойтись без реохорда? Какие преимущества у реохордного моста по сравнению с другими?

5. Для чего установлена sdвоенная кнопка-выключатель? В какой последовательности должны срабатывать выключатели при нажатии и отжатии кнопки?

6. Какова роль гальванометра в цепи уравновешенного моста и каковы требования к нему? Найдите на шкале гальванометра данные о его чувствительности по току.

7. Каково назначение переключателя к гальванометру «грубо» / «точно»?

8. За счет чего достигается высокая точность измерения сопротивления мостом Уитстона?

9. При каком условии точность измерения сопротивления мостом Уитстона наибольшая? Откуда это условие вытекает?

10. Оцените для данной лабораторной установки верхний и нижний пределы измеряемых сопротивлений (порядок).

11. Какова методика измерения сопротивления уравновешенным мостом? В чем заключается процедура уравновешивания? Что является критерием равновесия?

12. Какие способы измерения электрического сопротивления существуют? Какие преимущества и недостатки они имеют по сравнению с мостом и друг с другом?

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.

2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.

3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

4. Сивков В.Г., Субботин Г.И. Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

5. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 8

### ИНДУКТИВНОСТЬ И ЕМКОСТЬ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

**Цель работы:** определение зависимости индуктивного и емкостного сопротивлений от частоты, а также определение угла сдвига фаз тока и напряжения.

**Введение.** Электрический ток, изменяющийся с течением времени, называется переменным электрическим током. Электрический ток называется периодическим, если его значения повторяются через равные промежутки времени (периоды). В электротехнике чаще всего используется гармонический ток – периодический переменный электрический ток, являющийся синусоидальной функцией времени.

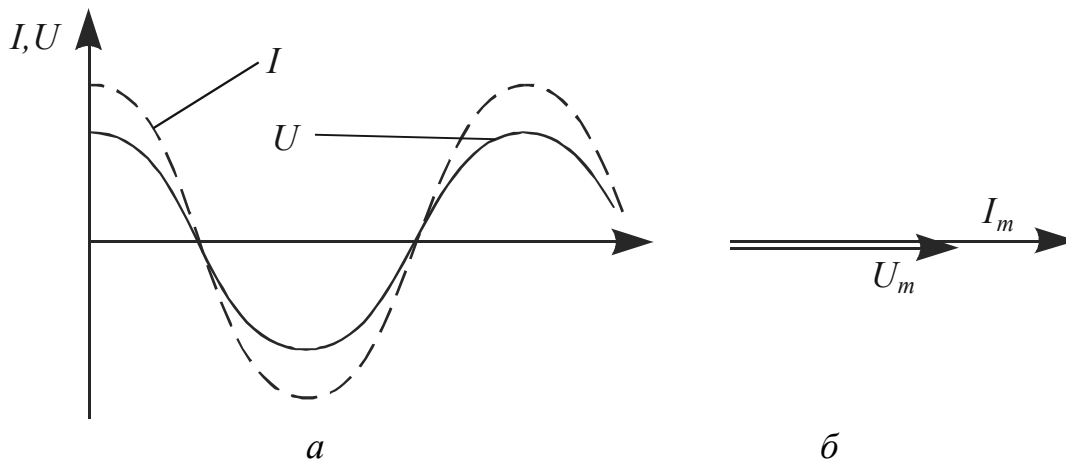


Рис. 8.1

Если на участок цепи, содержащий резистор (сопротивление резистора называют активным), подать напряжение, изменяющееся по синусоидальному (гармоническому) закону

$$U = U_m \cos \omega t \quad (8.1)$$

( $U_m$  – амплитудное значение напряжения, В;  $\omega$  – циклическая частота, рад/с;  $t$  – время, с), то мгновенное значение тока  $I$  в цепи определяется законом Ома:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t,$$

где  $I_m$  – амплитуда силы тока  $I_m = \frac{U_m}{R}$ .

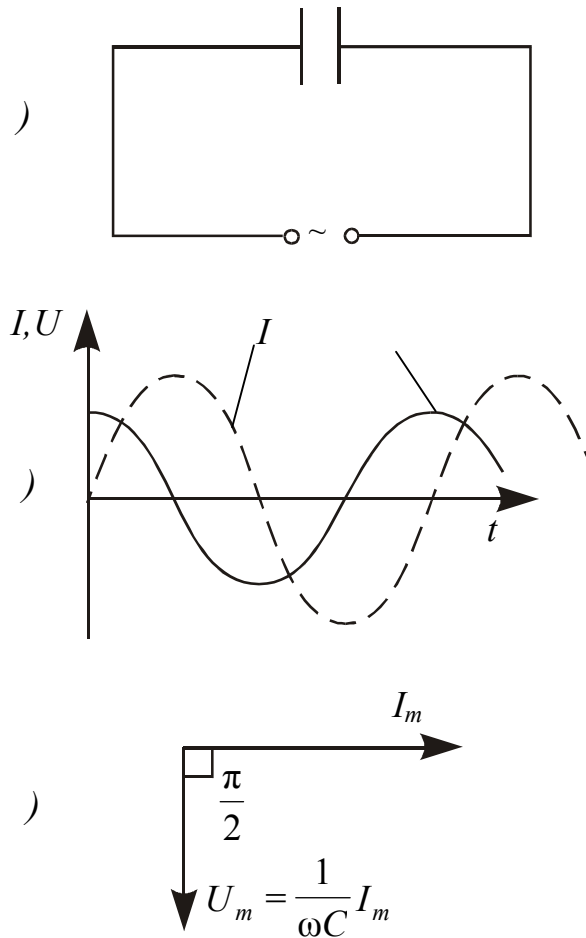


Рис. 8.2

На рис. 8.1, *a* приведены зависимости тока и напряжения от времени, а на рис. 8.1, *б* – векторная диаграмма для амплитудных значений тока и напряжения. Как можно видеть из рисунков, сдвиг фаз между  $U_m$  и  $I_m$  равен нулю.

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую конденсатор (рис. 8.2, *a*). Такая цепь является разомкнутой, так как обкладки конденсатора разделены диэлектриком и между ними не может протекать электрический ток. Следовательно, постоянный ток не может протекать по цепи, содержащей конденсатор.

Иначе обстоит дело с переменным током. Пусть к цепи, содержащей конденсатор, приложено переменное напряжение, изменяющееся по закону

$$U = U_m \cos \omega t. \quad (8.1)$$

В этом случае конденсатор будет все время перезаряжаться и по цепи потечет переменный ток. Если сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь, то напряжение на конденсаторе

$$U_c = U = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t, \quad (8.2)$$

где  $q$  – заряд конденсатора в момент времени  $t$ , Кл;  $C$  – емкость конденсатора, Ф.

Мгновенное значение силы тока:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (8.3)$$

где  $I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/(\omega C)}$  – амплитудное значение тока, А.

Величина  $R_C = \frac{1}{\omega C}$  называется реактивным емкостным сопротивлением (или емкостным сопротивлением). Для постоянного тока ( $\omega = 0$ )  $R_C = \infty$ , т. е. постоянный ток в цепи, содержащей конденсатор, не идет.

Сопоставление выражений (8.2) и (8.3) приводит к выводу, что колебания силы тока опережают колебания напряжения на конденсаторе на  $\pi/2$ , что видно на векторной диаграмме (рис. 8.2, в). Это означает, что в момент, когда конденсатор начинает заряжаться, сила тока максимальна, а напряжение равно нулю. После того как напряжение достигает максимума, сила тока становится равной нулю и т. д. (рис. 8.2, б).

Рассмотрим электрическую цепь, содержащую катушку индуктивностью  $L$  (рис. 8.3, а), омическим сопротивлением и емкостью которой можно пренебречь ввиду их малости. Если к клеммам цепи приложено напряжение, изменяющееся по гармоническому закону (8.1), то по цепи потечет переменный ток, в результате чего в катушке возникает ЭДС самоиндукции  $E_s = -L \frac{dI}{dt}$ .

Поскольку активное сопротивление катушки практически равно нулю, то и напряженность электрического поля внутри проводника в любой момент времени должна равняться нулю. Иначе сила тока, согласно закону Ома, была бы бесконечно большой. Отсюда следует, что напряженность вихревого электрического поля  $\vec{E}_i$ , порождаемого переменным магнитным полем, в точности уравновешивается в каждой точке проводника напряженностью кулоновского поля  $\vec{E}_k$ , создаваемого зарядами, расположенными на зажимах источника и проводах цепи.



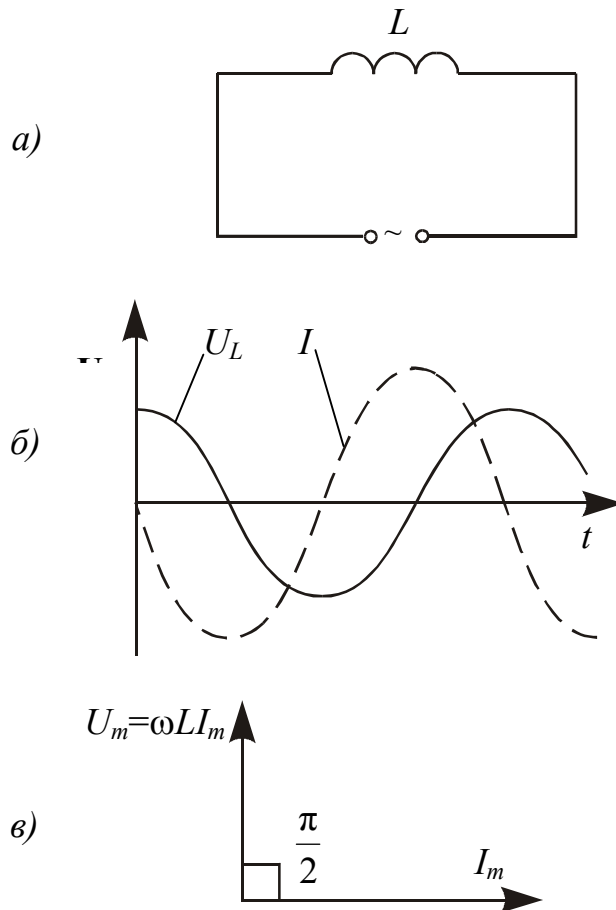


Рис. 8.3

Из равенства  $\vec{E}_i = \vec{E}_k$  следует, что работа вихревого поля по перемещению единичного положительного заряда (т. е. ЭДС самоиндукции  $E_S$ ) равна по модулю и противоположна по знаку работе кулоновского поля, равной, в свою очередь, напряжению на концах катушки:

$$E_S = -U.$$

Отсюда следует:

$$U_m \cos \omega t = L \frac{dI}{dt}. \quad (8.4)$$

Так как внешнее напряжение приложено к катушке индуктивности, то

$$U_L = L \frac{dI}{dt} \quad (8.5)$$

есть падение напряжения на катушке. Из (8.4) следует, что

$$dI = \frac{U_m}{L} \cos \omega t dt$$

После интегрирования, принимая постоянную интегрирования равной нулю, получим

$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}), \quad (8.6)$$

где  $I_m = \frac{U_m}{\omega L}$  – амплитудное значение тока, А.

Величина  $RL = \omega L$  называется индуктивным сопротивлением. Из этого определения следует, что индуктивное сопротивление катушки постоянному току ( $\omega = 0$ ) равняется нулю.

Подставляя значение  $U_m = \omega L I_m$  в (8.4) с учетом (8.5), получаем  $UL = \omega L I_m \cos \omega t$ . Сравнивая полученное выражение с (8.6), приходим к выводу, что падение напряжения на катушке  $UL$  опережает по фазе ток  $I$ , текущий через катушку, на  $\pi/2$ , что можно видеть на графике (см. рис. 8.3, б) и векторной диаграмме (рис. 8.3, в).

Рассмотрим цепь (рис. 8.4, а), состоящую из резистора сопротивлением  $R$ , катушки индуктивностью  $L$  и конденсатора емкостью  $C$ , на концы которой подается переменное напряжение по закону (8.1). При этом на элементах цепи возникнут падения напряжения  $UR$ ,  $UC$  и  $UL$ . На рис. 8.4, б приведена векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на элементах цепи и результирующего напряжения  $U_m$ . Амплитуда  $U_m$  приложенного напряжения равна сумме амплитуд падений напряжений на элементах цепи. Как видно на рис. 8.4, б, угол  $\varphi$  равен разности фаз между напряжением на концах цепи и силой тока. Тогда

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}. \quad (8.7)$$

Из прямоугольного треугольника получаем

$$(R I_m)^2 + ((\omega L - 1/(\omega C)) I_m)^2 = U_m^2,$$

откуда амплитуда силы тока имеет значение

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C))^2}}. \quad (8.8)$$

Следовательно, если напряжение в цепи изменяется по закону (8.1), то в цепи пойдет ток

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (8.9)$$

где  $\varphi$  и  $I_m$  определяются из уравнений (8.7) и (8.9). Графики зависимостей  $UR$ ,  $UC$ ,  $UL$  и  $I$  от времени приведены на рис. 8.4, в.

Выражение (8.8) представляет собой закон Ома для цепи переменного тока. Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

называется полным сопротивлением цепи.

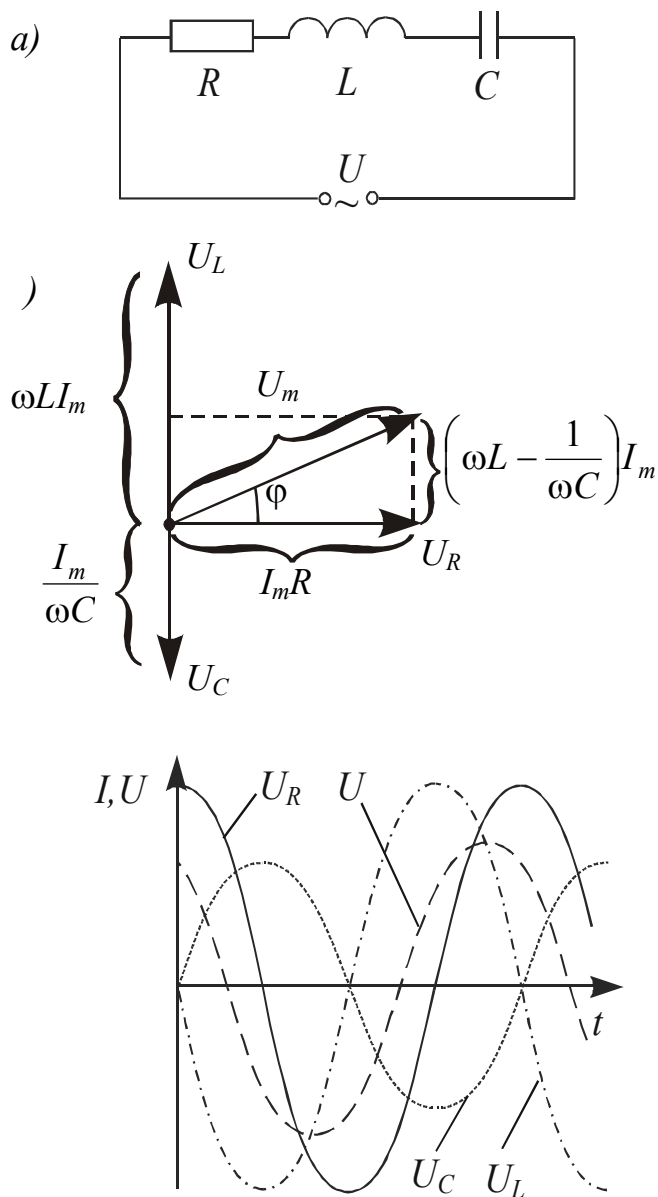


Рис. 8.4

### Описание установки

Лабораторная установка включает в себя лабораторный модуль и генератор гармонических колебаний (рис. 8.5). В качестве измерительных приборов используются осциллограф марки GOS-310 и (или) микроультиметр и электронный вольтметр. Схема установки изображена на лицевой панели модуля (рис. 8.6).

К гнездам «PQ» на лицевой панели подключается генератор синусоидальных колебаний. Для определения зависимости реактивного сопротивления от частоты к гнездам «PA» подключается микроультиметр, а к гнездам «POYI» – электронный осциллограф.

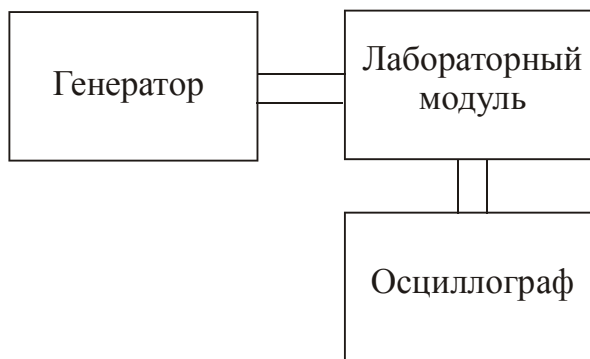


Рис. 8.5

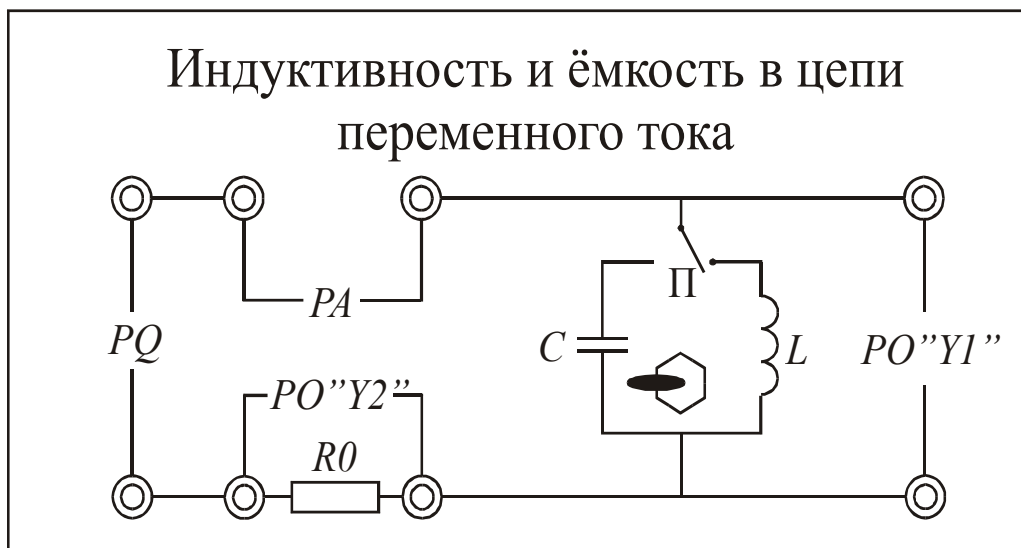


Рис. 8.6

Для определения угла сдвига фаз между током и напряжением к гнездам **PO'YI'** одновременно подключаются каналы «INPUT» и «EXT» электронного осциллографа. Развертка осциллографа теперь запускается через **EXT**-вход. Это будет эталонный сигнал. Ручкой «H. POSITION» установите начало изображения на крайнюю левую вертикальную линию шкалы. Отсоедините кабель от входа «INPUT» и подайте на этот вход сигнал от гнезд **PO'YI'**.

## Упражнение 1

### Определение зависимости реактивного сопротивления от частоты

Параметры лабораторной установки:

- емкость конденсатора,  $C = 0,086$  мкФ,
- индуктивность катушки,  $L = 0,19$  Гн,
- сопротивление в цепи  $R = 20$  Ом,
- сопротивление катушки индуктивности  $R_K = 75$  Ом,
- частота генератора,  $\nu = (0,5-4,0)$  кГц.

### Порядок выполнения работы

1. Подсоединить к гнездам «PQ» на лицевой панели модуля генератор гармонических колебаний.
2. Подсоединить к гнездам «PA» микромультиметр, а к гнездам PO«YI» – электронный осциллограф.
3. Включить в сеть генератор гармонических колебаний, микромультиметр, электронный осциллограф.
4. Установить напряжение генератора равным 5 В.
5. Установить переключатель «П» в положение «С».
6. Изменяя частоту генератора от 300 до 2000 Гц, измерить значения тока и напряжения (5–6 значений), результаты занести в таблицу.

№	$C = \dots \Phi$				$L = \dots \text{Гн}$			
	$\nu, \text{Гц}$	$U_C, \text{В}$	$I_C, \text{А}$	$R_C, \text{Ом}$	$\nu, \text{Гц}$	$U_L, \text{В}$	$I_L, \text{А}$	$R_L, \text{Ом}$
1								
...								
6								

7. Установить положение переключателя в положение «L».
8. Прodelать те же измерения, что и в п. 6.

### Обработка результатов измерений

1. По формуле  $R_C = U_C/I_C$  рассчитать емкостное сопротивление и результаты занести в таблицу.
2. По формуле  $R_L = U_L/I_L$  рассчитать индуктивное сопротивление и результаты занести в таблицу.
3. Построить график зависимости  $R_L = f(2\pi\nu)$  и определить тангенс угла наклона зависимости к оси абсцисс ( $\text{tg } \alpha = L$ ).
4. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности определения индуктивности.
5. Построить график зависимости  $R_C = f(1/2\pi\nu)$  и определить тангенс угла наклона зависимости к оси абсцисс ( $\text{tg } \beta = 1/C$ ).

6. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности определения емкости.

## Упражнение 2

### Определение угла сдвига фаз между током и напряжением

#### Порядок выполнения работы

1. Подсоединить к гнездам *PO* «*Y1*» каналы *INPUT* и *EXT*.
2. Замкнуть перемычкой гнезда *PA*.
3. Установить переключатель *П* в положение *C*.
4. Установить значение частоты генератора 500 Гц.
5. Установите начало изображения на крайнюю левую вертикальную линию шкалы (рис. 8.7).
6. Отсоедините один из кабелей от входа *PO* «*Y1*» и подайте на него сигнал с гнезд *PO* «*Y2*». Измерить координаты  $X(I)$  и  $X(U)$  максимумов тока  $I$  (напряжения на  $R_0$ ) и напряжения  $U$ . Примерный вид изображения на экране осциллографа при подключении конденсатора приведен на рис. 8.7.
7. Измерьте число делений по горизонтали между точкой запуска эталонной волны и сравниваемой. Фазовый сдвиг может быть рассчитан по формуле  $\Phi = 360t/T$ . Величина сигнала, подаваемого на осциллограф с гнезд «*Y2*», будет пропорциональна току в цепи.
8. Установить переключатель *П* в положение *L*.
9. Установить значение частоты генератора, равное 2000 Гц.
10. Провести измерения согласно п. 6 и 7.

#### Контрольные вопросы

1. Записать закон Ома для цепи, содержащей  $R$ ,  $C$  и  $L$ .
2. Чему равен сдвиг фаз между напряжением и током в цепи, содержащей катушку, емкость?
3. Изобразить векторную диаграмму для цепи, содержащей  $R$ ,  $C$  и  $L$ .
4. Можно ли подобрать  $R$ ,  $C$  и  $L$  таким образом, чтобы напряжение на участке цепи, содержащем  $R$ ,  $C$  и  $L$  и подключенном к источнику переменного напряжения, было равно нулю?
5. Каким образом можно уменьшить потери электрической энергии, затрачиваемой на прохождение тока в цепи, содержащей  $R$ ,  $C$ ,  $L$ ?

## Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 9 Изучение затухающих колебаний

**Цель работы:** изучение электрических колебаний в контуре, содержащем последовательно соединенные катушку с индуктивностью  $L$ , конденсатор с емкостью  $C$  и резистор с сопротивлением  $R$ .

**Введение.** Затухающими колебаниями называются колебания, амплитуда которых из-за потерь энергии колебательной системой с течением времени уменьшается. Закон, по которому совершаются колебания, зависит от свойств колебательной системы. Система называется линейной, если параметры, характеризующие существенные в рассматриваемом процессе физические свойства системы, не изменяются в ходе процесса.

Линейными системами являются, к примеру, пружинный маятник при малых деформациях пружины, колебательный контур индуктивность, емкость и сопротивление которого не зависят ни от тока в контуре, ни от напряжения.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы имеет вид

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\delta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0, \quad (9.1)$$

где  $S$  – колеблющаяся величина,  $\delta = \text{const}$  – коэффициент затухания,  $\omega_0$  – циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы при отсутствии потерь энергии (при  $\delta=0$ ) называется собственной частотой колебательной системы.

Решение уравнения (9.1) можно представить в виде

$$S = e^{-\delta t} u, \quad (9.2)$$

где  $u = u(t)$ . Чтобы определить вид функции  $u(t)$  вычислим первую и вторую производные выражения (9.2) и подставим их в (9.1):

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \delta^2)u = 0.$$

Интерес представляет случай, когда  $\omega_0^2 - \delta^2 > 0$ . Введем обозначение

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2. \quad (9.3)$$

Тогда получаем дифференциальное уравнение

$$\ddot{u} + \omega^2 u = 0,$$

которое аналогично дифференциальному уравнению свободных незатухающих колебаний. Если затухание невелико и выполняется условие  $\omega_0^2 \gg \delta^2$ , то будут происходить колебания с частотой  $\omega$  по закону

$$u = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Следовательно, решение уравнения (9.1) имеет вид

$$S = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (9.4)$$

$$\text{где } A = A_0 e^{-\delta t} \quad (9.5)$$

– амплитуда затухающих колебаний,  $A_0$  – начальная амплитуда.



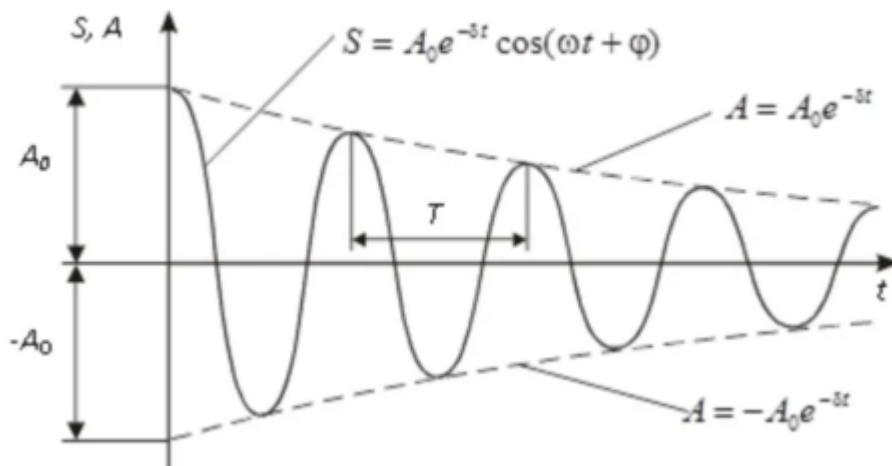


Рис.9.1

Зависимость (9.4) показана на рис. 9.1 сплошной линией, а зависимость (9.5) – штриховыми линиями. Из уравнения (9.4) следует, что система будет совершать колебания с частотой  $\omega$ .

Строго говоря, затухающие колебания не являются периодическими ввиду того, что затухание нарушает периодичность колебаний. Однако если затухание мало и выполняется условие  $\omega_0^2 \gg \delta^2$ , то можно условно использовать понятия периода и частоты затухающих колебаний. Период затухающих колебаний  $T$  (см. рис. 9.1) равен времени между двумя последующими максимумами колеблющейся величины. При малых затуханиях можно считать, что период колебаний остается постоянным.

Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

При увеличении коэффициента затухания  $\delta$  период затухающих колебаний  $T$  и при  $\delta = \omega_0$  обращается в бесконечность. Это означает, что при  $\delta \geq \omega_0$  движение системы не будет колебательным. Такие процессы называются аperiodическими.

Если  $A(t)$  и  $A(t + T)$  – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t + T)} = e^{\delta T}$$

называется декрементом затухания, а его логарифм

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t + T)} = \delta T$$

– логарифмическим декрементом затухания.

Важной характеристикой колебательной системы является добротность  $Q$  – безразмерной величины, равной произведению  $2\pi$  на отношение энергии  $W(t)$  колебаний системы в произвольный момент времени  $t$  к убыли этой энергии за промежуток времени от  $t$  до  $t + T$ , т. е. за один период колебания

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}.$$

Так как энергия  $W(t)$  пропорциональна квадрату амплитуды колебаний  $A(t)$ , то

$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}}$$

при малых значениях логарифмического декремента затухания ( $\delta \ll 1$ ) ( $1 - e^{-2\delta} \approx 2\delta$ ) и добротности колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} \quad (9.6)$$

( $T$  принято равным  $T_0$ , так как затухание невелико ( $\omega_0^2 \gg \delta^2$ )).

### Описание лабораторной установки

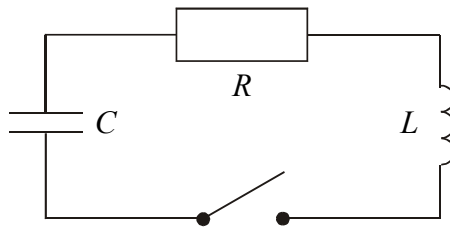


Рис. 9.2

Рассмотрим колебательный контур – цепь, состоящую из последовательно соединенных катушки индуктивности  $L$ , конденсатора емкостью  $C$  и резистора сопротивлением  $R$  (рис. 9.2). Если конденсатор зарядить, сообщив его обкладкам заряд  $\pm q_m$ , и замкнуть цепь, то в контуре начнут совершаться электрические колебания, заключающиеся в периодической перезарядке конденсатора. При этом энергия электрического поля конденсатора будет переходить в энергию магнитного поля катушки и наоборот, а по цепи будет течь переменный по величине и направлению ток  $I$ .

Электрические колебания в контуре будут затухающими ввиду того, что сумма энергий конденсатора и катушки будет непрерывно уменьшаться за счет ее преобразования в теплоту, выделяющуюся на резисторе.

Согласно закону Ома для контура можно записать

$$IR + U_C = E_S,$$

где  $IR$  – напряжение на резисторе,  $U_C = \frac{q}{C}$  – напряжение на конденсаторе,

$E_S = -L \frac{dI}{dt}$  – ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке при протекании в ней тока. Следовательно,

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0. \quad (9.7)$$

Разделив (9.7) на  $L$  и подставив значения  $I = \dot{q}$  и  $\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$ , получим дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (9.8)$$

Сопоставляя уравнения (9.1) и (9.8), приходим к выводу, что в колебательном контуре будут происходить затухающие колебания заряда конденсатора по закону

$$q = q_m e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $q_m$  – начальное значение заряда.

Сравнивая (9.1) и (9.8), можно также получить

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad \text{и} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Отсюда, в соответствии с (9.3), получим выражение для частоты колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Подставив значения  $\delta$  и  $\omega_0$  в (9.6), получим еще одно выражение для добротности контура

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

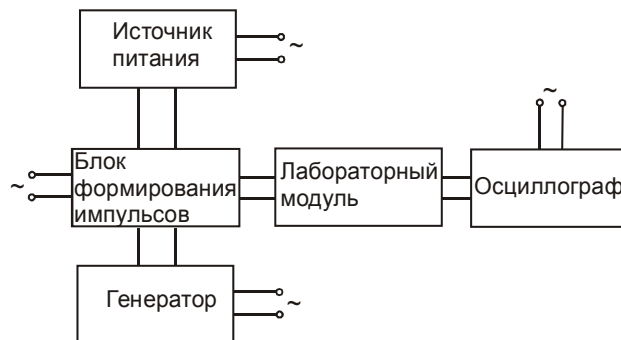


Рис. 9.3

Устройства, входящие в состав лабораторной установки, и схема их соединения приведены на рис. 9.3. Основным элементом установки – колебательный контур – располагается в лабораторном модуле. На лицевой панели модуля (рис. 9.4) расположен пакетный переключатель, с помощью которого можно ступенчато изменять сопротивление контура  $R$ , а также изображена электрическая схема опыта.

К гнездам  $\Pi$  лабораторного модуля подается прямоугольный сигнал от блока формирования импульсов. Напряжение с катушки индуктивности (гнезда

$PO$ ) подается на усилитель электронного осциллографа. В промежутке между импульсами происходят затухающие колебания в контуре, которые можно наблюдать на экране осциллографа.

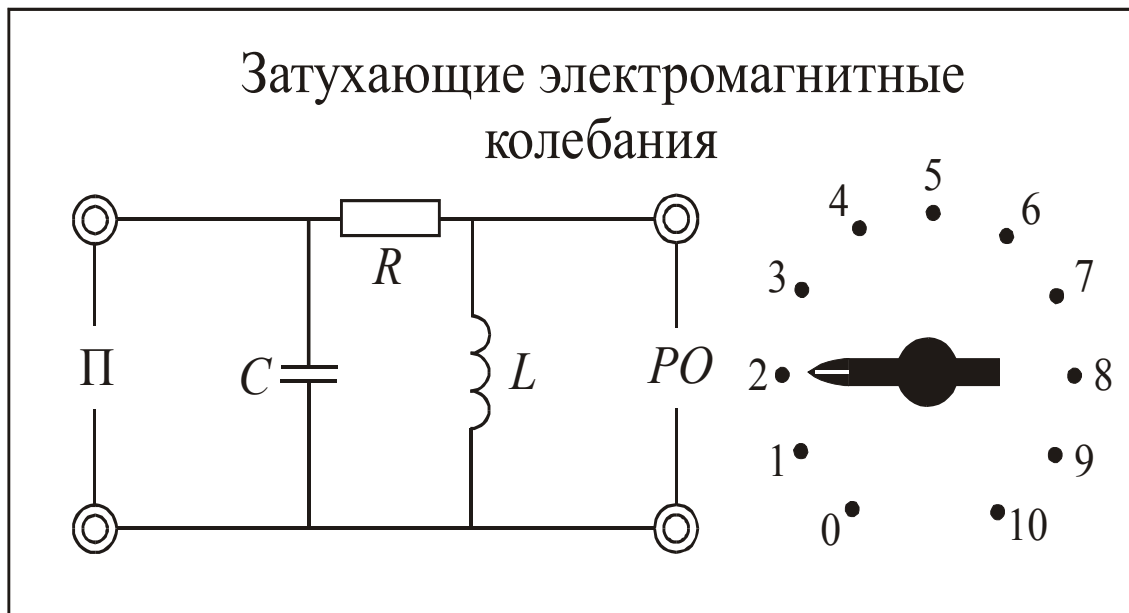


Рис. 9.4

### Порядок проведения измерений

1. Подсоединить кабелем блок формирования импульсов к лабораторному модулю.
2. Подсоединить кабелем усилитель электронного осциллографа с гнездами « $PO$ » на лицевой панели модуля.
3. Установить пакетный переключатель на лицевой панели модуля в положение «0».
4. Включить в сеть электронный осциллограф, блок формирования импульсов, источник питания.
5. Установить выходное напряжение источника питания  $U = 12$  В.
6. Получить на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний.
7. Измерить на экране осциллографа амплитуды  $U_1(t)$  и  $U_2(t + nT)$  затухающих колебаний, разделенных  $n$  периодами при положении переключателя «0». Результаты занести в таблицу.

Положение переключателя	Число периодов $n$	$U_1(t)$ , делений	$U_2(t + nT)$ , делений	$\Theta$
0 ( $R = 0$ )				
1 ( $R = 100 \text{ Ом}$ )				
2 ( $R = 200 \text{ Ом}$ )				
3 ( $R = 300 \text{ Ом}$ )				
4 ( $R = 400 \text{ Ом}$ )				
5 ( $R = 500 \text{ Ом}$ )				

8. Прodelать измерения аналогично п. 1 для положений переключателя 1–5. Результаты занести в таблицу.

9. Измерить время  $\tau_n$ , равное продолжительности  $n$  периодов колебаний в делениях на экране осциллографа при положении переключателя «1». Рассчитать период колебаний  $T_3$  по формуле  $T_3 = \frac{\tau_n}{n}$ .

### Обработка результатов измерений

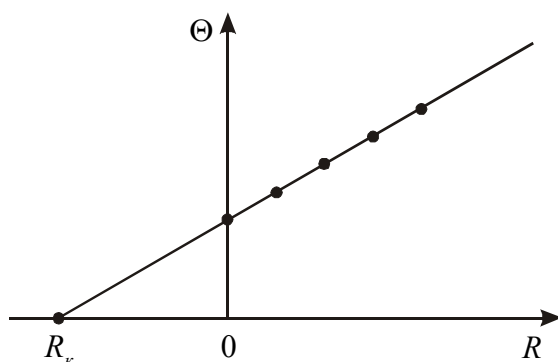


Рис. 9.5

1. По формуле  $\Theta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_1(t)}{U_2(t + nT)}$  рассчитать логарифмический декремент для разных значений  $R$  и построить график  $\Theta = f(R)$  (рис. 9.5). Значения  $R$ , соответствующие различным положениям переключателя, приведены в таблице.

2. Определить омическое сопротивление  $R_\kappa$  катушки как точки пересечения графика с осью абсцисс на рис. 9.5.

3. Рассчитать период колебаний по формуле  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{(R + R_\kappa)^2}{4L^2}}}$

и сравнить с экспериментальным значением  $T_3$ .

Принять  $L = 100 \text{ мГн}$ ,  $C = 0,1 \text{ мкФ}$ .

### Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются затухающими?
2. Записать дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.
3. При каком условии движение колебательной системы становится аperiодическим?
4. Каков физический смысл добротности колебательной системы?
5. От чего зависит частота колебаний в колебательном контуре?

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 10

### Изучение вынужденных колебаний

**Цель работы:** исследование зависимости напряжения на емкости и тока в колебательном контуре от частоты вынужденных колебаний.

**Введение.** Для того чтобы в реальной колебательной системе происходили незатухающие колебания, необходимо компенсировать потери энергии. Подвод энергии можно осуществлять с помощью некоторого периодически действующего фактора  $x(t)$  (например, силы при механических колебаниях), изменяющегося по гармоническому закону

$$x = x_0 \cos \omega t.$$

Колебания, совершающиеся под действием внешнего периодического воздействия, называются вынужденными колебаниями. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний имеет вид

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\delta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = x_0 \cos \omega t. \quad (10.1)$$

Частное решение этого уравнения

$$S = A \cos(\omega t - \psi),$$

где  $\psi$  – сдвиг по фазе колеблющейся величины относительно внешнего воздействия.

Амплитуда вынужденных колебаний  $A$  зависит от  $\omega$ . График функции  $A = f(\omega)$  имеет максимум при некоторой частоте  $\omega = \omega_{\text{рез}}$ . Величина  $\omega_{\text{рез}}$  называется резонансной частотой. Можно показать, что для резонансной частоты справедливо соотношение

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы (частоты вынуждающего переменного напряжения при вынужденных электрических колебаниях в контуре) к частоте  $\omega_{\text{рез}}$  называется резонансом. При  $\omega_0^2 \gg \delta^2$  значение  $\omega_{\text{рез}}$  практически совпадает с собственной частотой  $\omega_0$  колебательной системы.

Рассмотрим колебательный контур (рис. 10.1), к которому подключен источник переменного напряжения, изменяющегося по гармоническому закону

$$U = U_m \cos \omega t,$$

где  $U_m$  – амплитудное значение напряжения источника.

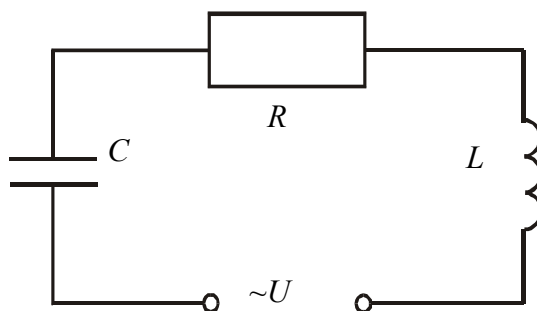


Рис. 10.1

В таком контуре возникает переменный ток, который вызывает на всех элементах цепи падения напряжения:  $U = IR$  на резисторе,  $U_L = L \frac{dI}{dt}$  на катушке и  $U_C = \frac{q}{C}$  на конденсаторе. В любой момент времени сумма напряжений на элементах контура равна приложенному извне напряжению

$$U_R + U_C + U_L = U_m \cos \omega t,$$

или

$$IR + \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = U_m \cos \omega t.$$

С учетом соотношений  $I = \dot{q}$  и  $\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$  получим дифференциальное уравнение электрических колебаний в контуре

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t,$$

полностью совпадающее с уравнением (10.1), из чего следует, что заряд конденсатора совершает колебания по закону

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \quad (10.2)$$

а ток по закону

$$I = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = I_m \cos(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}) = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

где  $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$  – сдвиг фаз между током и приложенным к контуру напряжением,  $I_m = \omega q_m$  – амплитудное значение тока.

Векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на элементах контура приведена на рис. 10.2. Амплитуда  $U_m$  приложенного извне напряжения равна векторной сумме амплитуд этих падений напряжений. Из векторной диаграммы следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1 / \omega C}{R}.$$



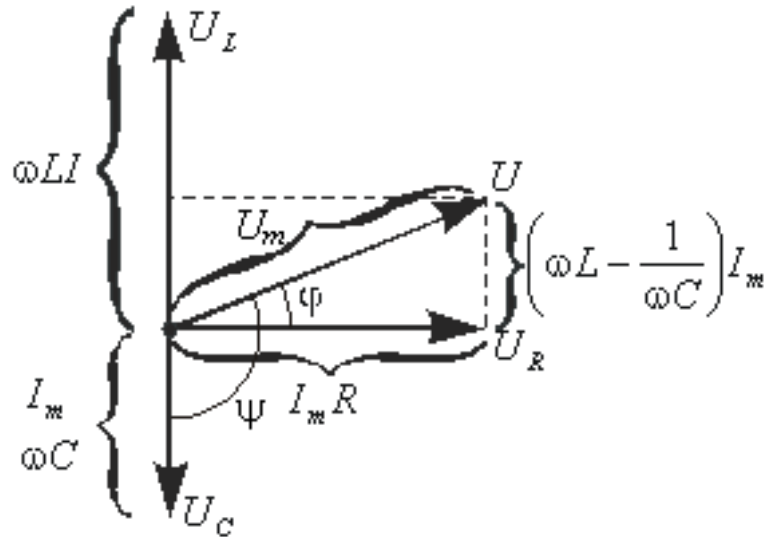


Рис.10.2

Д

ля

прямоугольного треугольника векторов можно также записать

$$(RI_m)^2 + \left( \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_m \right)^2 = U_m^2,$$

откуда получим выражение для амплитуды силы тока (закон Ома для цепи переменного тока)

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}.$$

Разделив выражение (10.2) на  $C$ , получим закон изменения напряжения на конденсаторе

$$U_C = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \psi) = U_{Cm} \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}).$$

Амплитудное значение напряжения на конденсаторе

$$U_{Cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{U_m}{\omega C \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{I_m}{\omega C}. \quad (10.3)$$

Резонансная частота для напряжения на конденсаторе  $U_C$  равна

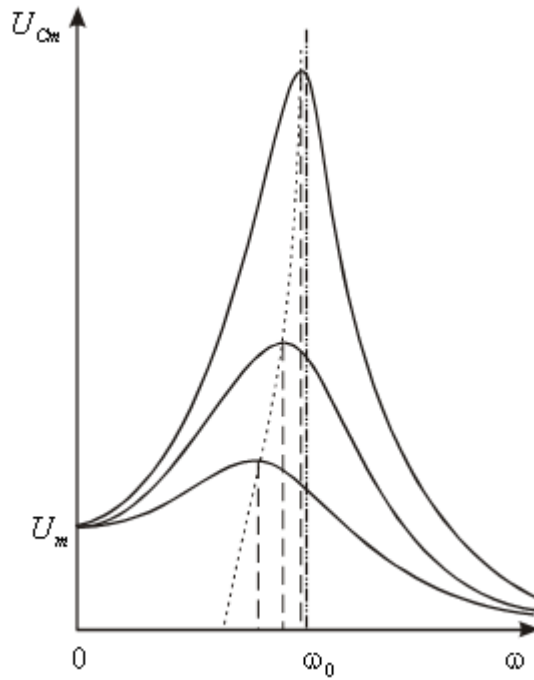


Рис.10.3

$$\omega_{U_{\text{рез}}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \leq \omega_0$$

Резонансные кривые для  $U_C$  изображены на рис. 10.3. При  $\omega \rightarrow 0$  резонансные кривые сходятся в одной точке с координатой  $U_{Cm} = U_m$ , соответствующей напряжению, возникающему на конденсаторе при подключении его к источнику постоянного напряжения  $U_m$ . Максимум при резонансе получается тем выше и резонансная кривая тем острее, чем меньше  $\delta = \frac{R}{2L}$ , т. е. чем меньше активное сопротивление и больше индуктивность контура.

При малом затухании ( $\omega_0^2 \gg \delta^2$ ) резонансную частоту для напряжения можно положить равной  $\omega_0$ . Соответственно можно считать, что

$$\omega_{\text{рез}}L - \frac{1}{\omega_{\text{рез}}C} \approx 0. \quad (10.4)$$

Используя формулы (10.3) и (10.4), найдем отношение амплитуды напряжения на конденсаторе при резонансе  $U_{Cm \text{ рез}}$  к амплитуде внешнего напряжения  $U_m$ :

$$\frac{U_{Cm \text{ рез}}}{U_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = Q.$$

Таким образом, добротность контура показывает, во сколько раз напряжение на конденсаторе превышает приложенное извне напряжение.

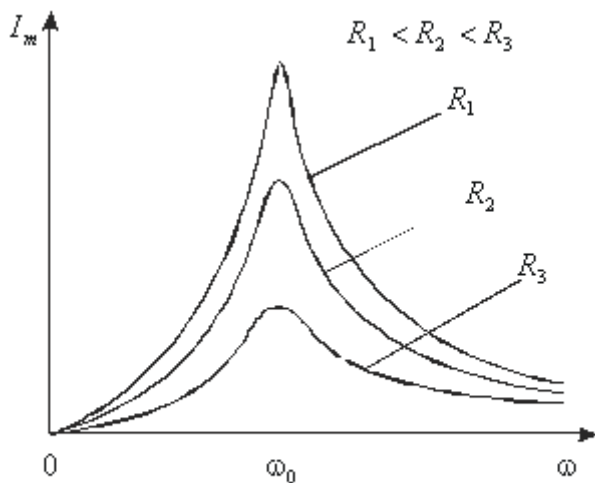


Рис.10.4

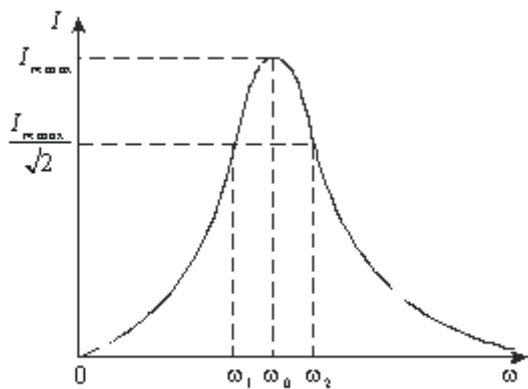


Рис.10.5

Резонансные кривые для силы тока изображены на рис. 10.4. Амплитуда силы тока  $I_m$  имеет максимальное значение при  $\omega L - \frac{1}{\omega C} \approx 0$ . Следовательно, резонансная частота для силы тока не зависит от  $R$  и совпадает с собственной частотой контура  $\omega_0$ . Графики зависимости  $I = f(\omega)$  при различных  $R$  называются резонансными кривыми колебательного контура.

Добротность контура определяет также «остроту» резонансных кривых. На рис. 10.5 изображена одна из резонансных кривых для силы тока в контуре. Частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответствуют току  $I_m = \frac{I_{m \max}}{\sqrt{2}}$  (отношению амплитуд токов, равному  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , соответствует отношение мощностей, равное  $\frac{1}{2}$ ). Относительная ширина контура  $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$  равна величине,

обратной добротности контура  $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$ .

Явление резонанса используют для выделения из сложного напряжения, равного сумме нескольких синусоидальных напряжений, нужной составляющей. Пусть напряжение, приложенное к контуру, равно  $U = U_{m1}\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_{m2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots + U_{mi}\cos(\omega_i t + \varphi_i) + \dots + U_{mn}\cos(\omega_n t + \varphi_n)$ . Настроив контур (посредством изменения  $R$  и  $C$ ) на требуемую частоту  $\omega_i$ , можно получить на конденсаторе напряжение, в  $Q$  раз превышающее значение данной составляющей, в то время как напряжение, создаваемое на конденсаторе другими составляющими, будет слабым. Таким образом осуществляется, например, настройка радиоприемника на нужную длину волны.

## Описание лабораторной установки



Рис.10.6

В состав лабораторной установки входят генератор, лабораторный модуль и милливольтметр (рис. 10.6). Вместо милливольтметра в качестве измерительного прибора можно также использовать осциллограф.

Электрическая схема установки изображена на лицевой панели лабораторного модуля (рис. 10.7). К гнездам «*PO*» (4–5) на панели модуля подключается через балластное сопротивление  $R_1 = 300$  Ом генератор гармонических колебаний, а к гнездам «*PV*» – электронный вольтметр, служащий для измерения напряжения на емкости или образцовом сопротивлении  $R_0$ , что дает возможность рассчитать ток в цепи. Генератор можно также подключать к гнездам 4–6. В этом случае  $R_1 = 0$ . Общее активное сопротивление контура  $R = R_0 + R_1 + R_k$ , где  $R_k$  – омическое сопротивление катушки индуктивности.

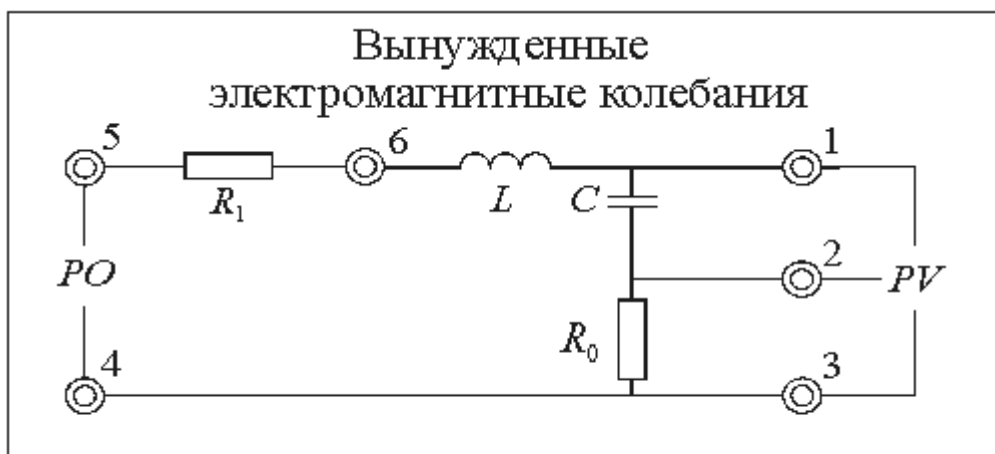


Рис.10.7

### Параметры работы

- Сопротивление резисторов  $R_0 = 10,0$  Ом,  $R_1 = 60,0$  Ом,
- сопротивление катушки индуктивности  $R_L = 100,0$  Ом,
- емкость конденсатора:
  - $C_1 - 0,05$  мкФ,
  - $C_2 - 0,1$  мкФ,
  - $C_3 - 0,22$  мкФ,
  - $C_4 - 0,31$  мкФ,
  - $C_5 - 0,44$  мкФ;
- индуктивность катушки  $L = 240$  мГн.

## Порядок проведения измерений

1. Подсоединить к гнездам  $PO$  (4–6) генератор гармонических колебаний.
2. Подсоединить к гнездам (2–3) электронный вольтметр и установить предел измеряемого переменного напряжения 2 В.
3. Включить генератор гармонических колебаний и установить напряжение не более 0,5 В и в дальнейшем контролировать его с помощью вольтметра в цепи (5–4).
4. Изменяя частоту генератора, определить максимальное значение напряжения  $U_{0\max}$  при резонансе и записать величину этого напряжения и значения резонансной частоты  $\nu_p$ .
5. Изменяя частоту генератора в пределах  $0,01 \nu_p \leq \nu_2 \leq 30 \nu_p$ , где  $\nu_p$  – резонансная частота, снять зависимость  $U_0 = IR_0$ , проделав 15–20 измерений. Измерения вблизи  $\nu_p$  следует производить с минимально возможным шагом по частоте. Результаты занести в таблицу.
6. Закоротить резистор  $R_1$  и проделать такие же измерения, что в п. 4, 5.

$R_1 = 0$				$R_1 = 150 \text{ Ом}$			
$U_{0\max} = \dots \quad \nu_p = \dots$				$U_{0\max} = \dots \quad \nu_p = \dots$			
$\nu, \text{ Гц}$	$U_0, \text{ В}$	$I_1, \text{ мкА}$	$U_{C1}, \text{ В}$	$\nu, \text{ Гц}$	$U_0, \text{ В}$	$I_2, \text{ мкА}$	$U_{C2}, \text{ В}$
.							
.							

7. Подключить вольтметр к гнездам 1–2 и снять зависимость  $U_C = f(\nu)$  при тех же значениях частоты, что и в п. 2. Результаты занести в таблицу.
8. Измерить резонансную частоту при различных значениях емкости конденсатора.

### Обработка результатов измерений

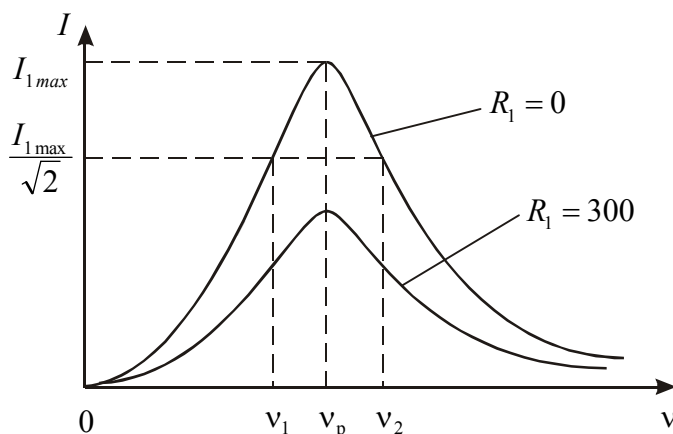


Рис. 10.8

1. По формуле  $I = U_0/R_0$  рассчитать значения тока в контуре и результаты расчетов занести в таблицу. Принять  $R_0 = 10$  Ом.

2. Построить графики зависимости  $I_1 = f(\nu)$  и  $I_2 = f(\nu)$  (рис. 10.8), где  $I_1$  – ток в контуре при  $R_1 = 0$ , а  $I_2$  – ток в контуре при  $R_1 = 300$  Ом.

3. Отложить на графике, соответствующем  $R_1 = 0$  (рис. 10.8), величину  $I_1 = \frac{I_{1max}}{\sqrt{2}}$  и определить значение частот  $\nu_1$  и  $\nu_2$ .

4. Рассчитать добротность контура по формуле  $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$ .

5. Используя теоретическое значение величины добротности  $Q_2^* = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  (10.5) и экспериментальное значение добротности ( $Q_1^* = Q_2^*$ ), определить сопротивление контура  $R$ .

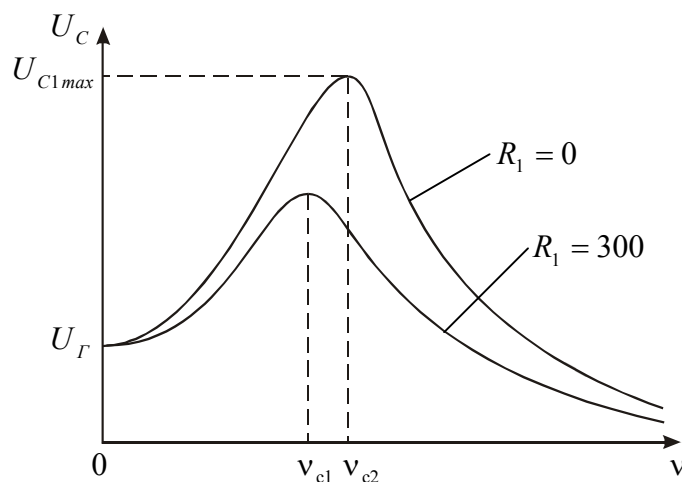


Рис. 10.9

6. Построить графики зависимости  $U_C = f(\nu)$  для случаев  $R_1=0$  и  $R_1=150$  Ом (рис. 10.9).

7. Рассчитать по формуле  $\nu_{c1} = \frac{\sqrt{(2\pi\nu_p)^2 - \beta^2}}{2\pi}$  значения

частоты, при которой напряжение на конденсаторе достигает максимальной величины (при резонансе) и сравнить с частотой  $\nu_{c1}$ , полученной экспериментально. Принять  $\beta = R/2L$ .

8. Прodelать п. 3–7 для случая  $R_1 = 150$  Ом. Сравнить полученные результаты.

9. Определить с помощью графиков  $U_C = f(\nu)$  значение напряжения на генераторе  $U_G$ .

10. Построить зависимость (10.5) и по тангенсу угла наклона определить значение индуктивности катушки.

## Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются вынужденными?
2. Записать дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение.
3. Что называется резонансом?
4. Каков физический смысл добротности при резонансе в колебательном контуре?
5. Пояснить физическую сущность использования явления резонанса в радиотехнике.

## Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 11

### КОМПЕНСАЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

**Приборы и принадлежности:** исследуемый гальванический элемент, нормальный элемент, источник рабочего тока, реохорд, гальванометр, двухполюсный переключатель, магазин сопротивлений.

**Введение.** Компенсационный метод широко применяется для измерения различных электрических величин (электродвижущей силы, напряжения, силы тока, сопротивления). Этот способ измерения характеризуется самой высокой точностью среди прочих методов благодаря тому, что он основан на сравнении измеряемой величины с ее эталоном или образцовой мерой. Поэтому он применяется, в частности, для поверки и градуировки электроизмерительных приборов. На его основе действуют разнообразные самопишущие и показывающие потенциометры (в сочетании с термопарами) в химической, пищевой и других отраслях промышленности, где измерение и регистрация температуры в ходе технологических процессов является необходимым условием. Ниже показано применение компенсационного метода к измерению двух электрических величин – ЭДС и внутреннего сопротивления источника.

**Электродвижущая сила источника тока и ее измерение.** Для поддержания в замкнутой цепи в течение длительного времени не изменяющегося по величине электрического тока необходимо обеспечить постоянство разности потенциалов на отдельных ее участках. Это становится возможным благодаря существованию так называемой сторонней силы (или сил), действующей либо на всем протяжении цепи, либо на некоторых участках ее. Сторонние силы обладают способностью разделять разноименные электрические заряды, поэтому они не могут иметь электрическую природу. Например, в химических источниках тока (гальванические элементы, аккумуляторы) сторонней силой является сила химической реакции.

Стороннюю силу можно охарактеризовать работой, которую совершает источник тока при перемещении электрических зарядов в цепи. Физическая величина, равная работе сторонней силы  $A$ , отнесенной к единице перемещенного положительного заряда  $q$ , называется электродвижущей силой (ЭДС)  $E$ , действующей в цепи или на участке:

$$E = \frac{A}{q}. \quad (11.1)$$

ЭДС гальванического элемента не зависит от размеров электродов и количества электролита, а определяется лишь их химическим составом и при изменении внешних условий изменяется незначительно.

При перемещении заряда от источника тока по замкнутой цепи и возвращении его в исходное положение система, состоящая из источника тока и внешней цепи, не меняет своего состояния. Пусть работа источника по перемещению



электрического заряда идет только на выделение тепла, количество которого определяется законом Джоуля – Ленца:

$$A = I^2 R t + I^2 r t, \quad (11.2)$$

где  $I$  – сила тока в цепи,  $R$  – сопротивление внешней части цепи,  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока,  $t$  – время.

Выражение (2) можно преобразовать следующим образом:

$$A = I t [I(R + r)] = q [I(R + r)], \text{ или}$$

$$\frac{A}{q} = I(R + r).$$

Учитывая, что  $A/q = E$ , получается выражение, называемое законом Ома для полной цепи:

$$E = I(R + r), \quad (11.3)$$

или

$$E = I R + I r = U_{\text{внеш}} + U_{\text{внут}}. \quad (11.4)$$

Таким образом, ЭДС равна сумме напряжений на сопротивлениях внешнего  $U_{\text{внеш}}$  и внутреннего  $U_{\text{внут}}$  участков цепи.

Несмотря на то что ЭДС измеряется в тех же единицах, что и напряжение – вольтах, ее нельзя точно измерить вольтметрами, действие которых основано на прохождении тока через их измерительный механизм. Любой такой вольтметр, подключенный к полюсам источника тока, показывает напряжение  $U_{\text{внеш}}$  меньшее, чем ЭДС источника  $E$  на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника

$$U_{\text{внеш}} = E - I r. \quad (11.5)$$

В некоторых случаях слагаемым  $I r$  можно пренебречь (если сопротивление вольтметра много больше внутреннего,  $R_V \gg r$ ), и тогда  $U_{\text{внеш}} \cong E$ , т. е. показания вольтметра, можно принять за ЭДС источника тока.

Таким образом, можно сказать, что ЭДС источника – это разность потенциалов на его полюсах при разомкнутой внешней цепи  $U_{\text{внеш}} = E$  при  $I=0$ . В компенсационном методе измерения условие «разомкнутой» цепи создается особой схемой включения исследуемого источника и способом измерения: ток в цепи этого источника делают равным нулю.

Рассмотрим электрическую цепь, изображенную на рис. 11.1. Здесь  $E_X$  – исследуемый источник тока,  $E_N$  – нормальный элемент,  $E$  – источник рабочего тока для питания реохорда, ЭДС которого существенно больше ЭДС и исследуемого источника, и нормального элемента,  $AB$  – реохорд (неизолированный высокоомный провод со скользящим контактным движком  $D$  и масштабной линейкой),  $R_{\text{рег}}$  – реостат регулировки рабочего тока,  $G$  – гальванометр.

Источники  $E_X$  и  $E$  присоединяются к точке  $A$  реохорда одноименными полюсами. Это первое условие. Вторым необходимым условием для проведения компенсационных измерений является выполнение неравенств

$U_{AB} > E_X$  и  $U_{AB} > E_N$ , где  $U_{AB}$  – падение напряжения на реохорде за счет протекания по нему рабочего тока. В этом случае на реохорде можно найти такое положение движка  $D_1$ , что напряжение  $U_X$  на участке  $AD_1$   $U_X = E_X$ , тогда ток в цепи гальванометра будет равен нулю. В этом состоит эффект компенсации. При

смещении движка  $D$  в ту или другую сторону в гальванометре появляется ток соответствующего направления.

По правилу Кирхгофа для контура  $A-3-4-D_1-A$ , обходя его по часовой стрелке, можно написать следующее уравнение:

$$-I_2 r_X - I_2 R_G + I_1 R_{AD1} = E_X, \quad (11.6)$$

где  $r_X$  – внутреннее сопротивление источника  $E_X$ ,

$R_G$  – сопротивление гальванометра,

$R_{AD1}$  – сопротивление участка реохорда между точками  $A$  и  $D_1$ .

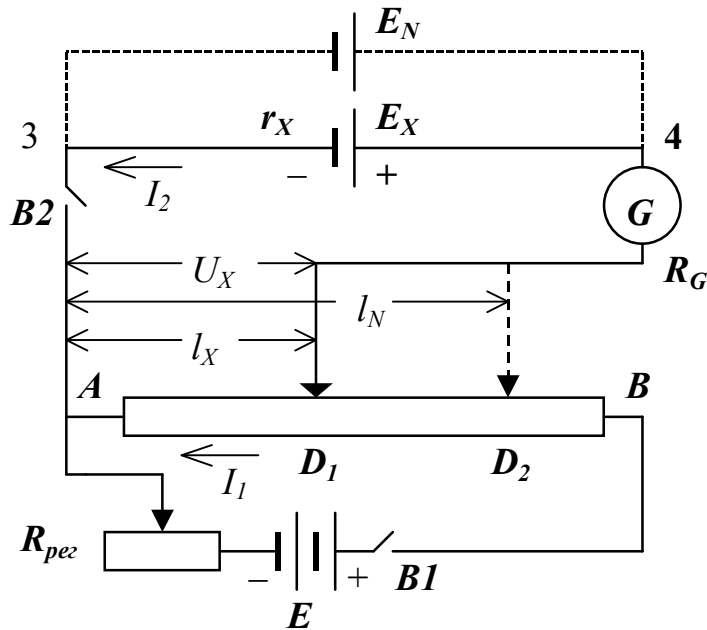


Рис.11.1

Когда ток через гальванометр  $I_2$  сведен к нулю, то уравнение (11.6) переходит в следующее:

$$I_1 R_{AD1} = E_X, \quad (11.7)$$

т. е. ЭДС исследуемого элемента скомпенсирована падением напряжения на участке  $AD_1$  реохорда при прохождении рабочего тока  $I_1$ .

Заменим исследуемый элемент так называемым нормальным элементом  $E_N$ . Передвигая движок по реохорду, можно также найти на нем некоторую точку. Обозначим ее  $D_2$ . Ток в цепи гальванометра также станет равным нулю. Тогда выражение (11.7) следует записать так:

$$I_1 R_{AD2} = E_N. \quad (11.8)$$

Ток в реохорде  $I_1$  при компенсации ЭДС того и другого источников остается одним и тем же, так как  $I_2 = 0$ . Разделив равенство (11.7) на (11.8), получим

$$E_X = E_N \frac{R_{AD1}}{R_{AD2}}. \quad (11.9)$$

Поскольку реохорд представляет собой однородную проволоку одинакового сечения, то отношение сопротивлений участков реохорда можно заменить отношением их длин. Формула (11.9) принимает следующий вид:

$$E_X = E_N \frac{l_X}{l_N}, \quad (11.10)$$

где  $l_X$  – длина участка реохорда  $AD_1$ ,  $l_N$  – длина участка  $AD_2$ .

Таким образом, неизвестная ЭДС может быть измерена путем сравнения ее с известной – ЭДС нормального элемента. Этот метод был предложен немецким физиком И. К. Поггендорфом (1796–1877). Роль измерительного прибора здесь сводится не к измерению величины тока, а к установлению его отсутствия. Для измерения ЭДС с большой точностью нужен очень чувствительный прибор – гальванометр.

Нормальный элемент является образцовой мерой электродвижущей силы в современной электроизмерительной технике благодаря тому, что 1) его ЭДС известна с высокой точностью, 2) она сохраняется в течение длительного времени (десятки лет). Значение ЭДС нормального элемента указывается в его паспорте. В наших условиях ЭДС при  $20^\circ\text{C}$   $E_{N20} = 1,0186$  В. Если температура элемента  $t$  отличается от  $20^\circ$ , то ЭДС вычисляется по формуле

$$E_{Nt} = E_{N20} - 0,00004(t - 20) - 0,000001(t - 20)^2, \text{ вольт.} \quad (11.11)$$

В условиях данной работы температурная поправка лежит за пределами точности измерений, и вводить ее нет необходимости.

## Упражнение 1

### Измерение электродвижущей силы гальванического элемента

**Описание установки.** Электрическая схема экспериментальной установки приведена на рис. 11.2. На лабораторной панели размещены следующие приборы и детали: нормальный элемент  $E_N$ , гальванометр  $G$ , реохорд  $AB$ , двухполюсный переключатель  $П1$ , переключатель чувствительности гальванометра  $П2$ , магазин сопротивлений (к упр. 2), толкатель сдвоенных кнопок  $Кн1$  и  $Кн2$ . Исследуемый элемент  $E_X$  и источник рабочего тока  $E$  установлены под панелью. Провода от них подведены к клеммам  $E_X$  и  $E$  с указанием полярности (+ и –).

Кнопка включения гальванометра  $Кн2$  заблокирована с кнопкой включения рабочего тока  $Кн1$ . Блокировка выполнена так, что при нажатии на их общий толкатель кнопка  $Кн1$  замыкается раньше, чем кнопка  $Кн2$ , а размыкается позже. Такая последовательность замыкания и размыкания цепей предохраняет гальванометр от перегрузки экстратоками.

1. В компенсационных измерениях используется, как правило, гальванометр высокой чувствительности. Для защиты его от перегрузки значительными токами последовательно с ним включается через переключатель  $П2$  добавочный резистор  $R_1$  или  $R_2$ . В начале работы переключатель  $П2$  устанавливается в положение «Грубо», при этом в цепь гальванометра вводится большое сопротивление ( $R_1 = 1$  МОм). После того как достигнута компенсация (стрелка гальванометра приведена к нулю или отклоняется от него на 1–2 деления), переключатель  $П2$  переводится в положение «Точно». При этом в цепи гальванометра оказывается меньшее сопротивление ( $R_2 = 200$  кОм) и процесс компенсации продолжается с большей точностью благодаря большей чувствительности гальванометра.

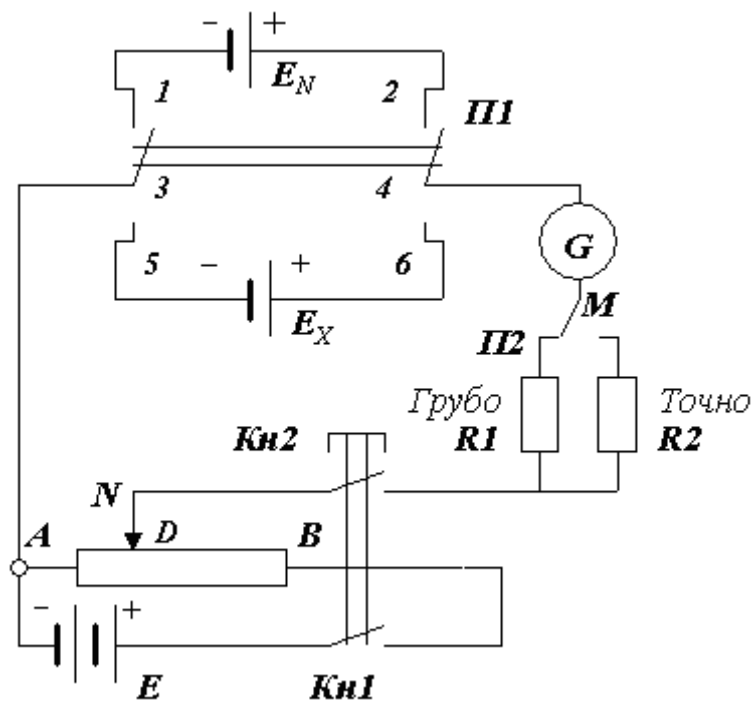


Рис. 11.2

2. При всех измерениях кнопки  $Kn1$  и  $Kn2$  замыкаются на короткое время (1–2 с), так как продолжительное протекание тока по реохорду вызывает его нагревание и изменение сопротивления. Нарушение данного условия приводит к снижению точности измерений.

3. Так как номинальный разрядный ток нормального элемента составляет 1–10 мкА, то его необходимо оберегать от больших токов. Если правильно пользоваться переключателем  $II2$ , ток нормального элемента не превышает указанного выше значения.

### Измерения

1. Двухполюсный переключатель  $III$  поставьте в нейтральное положение, переключатель  $II2$  – в положение «Грубо».

2. Соберите электрическую цепь, схема которой приведена на рис. 11.2.

При сборке цепи имейте в виду следующее:

а) участок цепи от точки  $M$  до точки  $N$  уже собран (под панелью);

б) концы высокоомного провода реохорда присоединены к клеммам  $A$  и  $B$ , а скользящий контакт реохорда – к клемме  $D$ .

3. Дайте возможность лаборанту (или преподавателю) проверить правильность сборки и, получив его разрешение, приступайте к измерениям.

4. Переключателем  $III$  включите в цепь исследуемый элемент  $E_X$ . Замыкая на короткое время кнопки  $Kn1$  и  $Kn2$ , передвигайте движок реохорда до тех пор, пока ток в гальванометре не станет равным нулю (предварительная компенсация достигнута).

5. Переведите переключатель  $II2$  в положение «Точно» и тем же движком добейтесь наилучшей компенсации.

6. Запишите в подготовленную для этого табл. 11.1 длину реохорда  $l_x$ , соответствующую полной компенсации.

7. Поставьте переключатель  $П2$  в положение «Грубо», а переключателем  $П3$  включите в цепь нормальный элемент  $E_N$ . Производя такие же действия, как в п. 4–5, добейтесь наилучшей компенсации ЭДС нормального элемента.

8. Запишите в табл. 11.1 значение  $l_N$ .

9. Повторите поочередно измерение  $l_x$  и  $l_N$  не менее пяти раз.

Таблица 11.1

$l_x$	$l_N$	$E_N$	$E_x$	$\bar{E}_x - E_{xi}$	$(\bar{E}_x - E_{xi})^2$

### Обработка результатов измерений

1. Для каждого из пяти измерений вычислите по формуле (11.10) значение ЭДС исследуемого источника тока  $E_x$ .

2. Вычислите погрешность определения ЭДС по формуле Стюдента как для прямых измерений и запишите окончательный результат в виде

$$E_x = \bar{E}_x \pm \Delta E_x$$

с указанием коэффициента надежности.

### Упражнение 2

#### Определение внутреннего сопротивления гальванического элемента

Внутреннее сопротивление  $r_x$  источника  $E_x$  может быть измерено с помощью электрической цепи, схема которой представлена на рис. 11.3. Она отличается от предыдущей (см. рис. 11.2) тем, что вместо нормального элемента включен магазин сопротивлений  $R$ . Теперь есть возможность измерить ЭДС  $E_x$  (так же, как в упр. 1) и напряжение  $U_{внеш}$  при наличии у источника тока внешней нагрузки в виде известного сопротивления  $R$ . Согласно формуле (5)

$$U_{внеш} = E_x - Ir.$$

С другой стороны,  $U_{внеш} = IR$ .

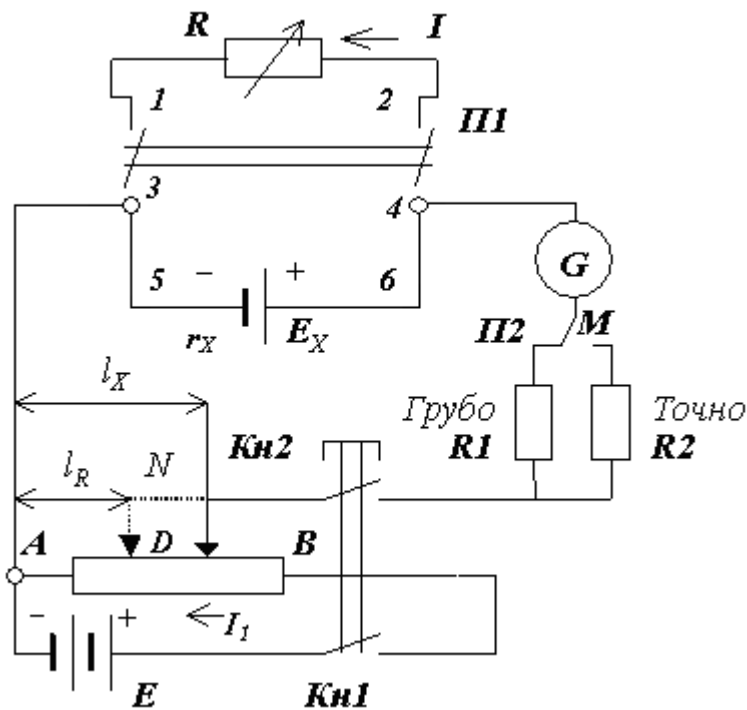


Рис. 11.3

Решение этих уравнений дает формулу для расчета внутреннего сопротивления источника тока:

$$r = R \left( \frac{E_X}{U_{\text{внеш}}} - 1 \right). \quad (11.12).$$

Проводить измерения рекомендуется в следующем порядке.

1. Скомпенсируйте ЭДС источника  $E_X$ . Для этого переведите переключатель  $III$  на клеммы 5–6. Запишите в табл. 11.2 длину компенсирующего участка реохорда  $l_X$ . Из формулы (7) получим

$$I_1 \rho \frac{l_X}{S} = E_X, \quad (11.13)$$

где  $I_1$  – ток в реохорде от источника рабочего тока  $E$ .

2. Замкните источник  $E_X$  на внешнее известное сопротивление  $R$  (магазин сопротивлений Р-32). Конкретное значение сопротивления  $R$  согласуйте с преподавателем. Скомпенсируйте напряжение на полюсах источника  $U_{\text{внеш}}$  и запишите соответствующую длину реохорда  $l_R$ . Вместо формулы (13) для данного случая можно записать, что

$$I_1 \rho \frac{l_R}{S} = U_{\text{внеш}}. \quad (11.14)$$

После подстановки уравнений (11.13, 11.14) в формулу (11.12) получается следующее соотношение для расчета внутреннего сопротивления источника тока:

$$r_X = R \left( \frac{l_X}{l_R} - 1 \right). \quad (11.15)$$

Таблица 11.2

$R$	$l_X$	$l_R$	$r_X$	$\bar{r}_X - r_i$	$(\bar{r}_X - r_i)^2$

3. Сделайте не менее пяти измерений  $l_X$  и  $l_R$  при выбранном значении сопротивления  $R$ , записав результаты в табл. 11.2.

4. Вычислите среднее значение внутреннего сопротивления источника тока по формуле (15). Определите погрешность измерений по Стюденту и запишите результат в виде

$$r_X = \bar{r}_X \pm \Delta r_X,$$

указав коэффициент надежности.

### Контрольные вопросы

1. Что такое химический источник тока? Что лежит в основе его работы? Изучите по учебнику какой-нибудь из них.

2. Что такое сторонние силы? Что собой представляют сторонние силы в химическом источнике тока и что в электрогенераторе электростанции?

3. От чего зависит ЭДС химического источника тока? Почему она не зависит от площади электродов? А что-то зависит от площади?

4. ЭДС измеряется в вольтах. Почему ее нельзя измерить вольтметром? Или все-таки можно? Что показывает при этом вольтметр?

5. В чем состоят преимущества компенсационного метода измерения ЭДС и как эти преимущества достигаются?

6. Какие требования к оборудованию и приборам нужно выполнить для успешного применения компенсационного измерения ЭДС?

7. Нарисуйте принципиальную схему электрической цепи для измерения ЭДС источника тока компенсационным методом.

8. Выведите рабочую формулу для расчета ЭДС по результатам измерений. Обоснуйте допущения, которые сделаны при ее выводе. Все ли они одинаково бесспорны?

9. Что влияет на точность измерения ЭДС компенсационным методом? Каковы средства достижения максимальной точности?

10. С какой целью в установке используются сдвоенные кнопки-выключатели? Какова последовательность их срабатывания?

11. Почему рекомендуется замыкать кнопки лишь на короткое время?

12. Расскажите подробно, как компенсационный метод используется для измерения внутреннего сопротивления источника тока. Почему нельзя измерить внутреннее сопротивление омметром, например?

## Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.
5. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.



## Лабораторная работа № 12

### ЗАВИСИМОСТЬ МОЩНОСТИ И КПД ИСТОЧНИКА ТОКА ОТ НАГРУЗКИ

**Приборы и принадлежности:** лабораторная панель, два аккумулятора, миллиамперметр, вольтметр, переменные резисторы.

**Введение.** Наиболее широко распространенными источниками постоянного тока являются гальванические элементы, аккумуляторы, выпрямители. Присоединим к источнику тока ту часть, которая нуждается в его электрической энергии (лампочка, радиоприемник, микрокалькулятор и т. п.). Эта часть электрической цепи называется общим словом – нагрузкой. Нагрузка обладает некоторым электрическим сопротивлением  $R$  и потребляет от источника ток силой  $I$  (рис. 12.1).

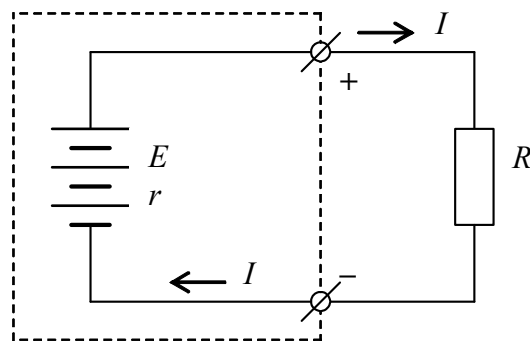


Рис.12.1

Нагрузка образует внешнюю часть электрической цепи. Но есть и внутренняя часть цепи – это фактически сам источник тока, он имеет электрическое сопротивление  $r$ , в нем протекает тот же ток  $I$ . Границей между внутренним и внешним участками цепи являются клеммы «+» и «-» источника тока, к которым присоединяется потребитель электрической энергии (нагрузка).

На рис. 12.1 источник тока охвачен штриховым контуром.

Источник тока с электродвижущей силой  $E$  создает в замкнутой цепи ток, сила которого определяется законом Ома:

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (12.1)$$

При протекании тока по сопротивлениям  $R$  и  $r$  в них выделяется тепловая энергия, определяемая законом Джоуля – Ленца. Мощность во внешней части цепи  $P_e$  – внешняя мощность

$$P_e = I^2 R. \quad (12.2)$$

Эта мощность является полезной.

Мощность во внутренней части  $P_i$  – внутренняя мощность. Она недоступна для использования и поэтому составляет потери мощности источника

$$P_i = I^2 r. \quad (12.3)$$

Полная мощность источника тока  $P$  есть сумма этих двух слагаемых:

$$P = P_e + P_i, \quad P = I^2 R + I^2 r, \quad P = I(IR + Ir). \quad (12.4)$$

Как видно из определений (2, 3, 4), каждая из мощностей зависит и от протекающего тока, и от сопротивления соответствующей части цепи. Рассмотрим эту зависимость по отдельности.

### Зависимость мощности $P_e, P_i, P$ от тока нагрузки

С учетом закона Ома (12.1) полную мощность можно записать так:

$$P = I(IR + Ir) = IE. \quad (12.5)$$

Таким образом, полная мощность источника прямо пропорциональна потребляемому току.

Мощность, выделяющаяся на нагрузке (внешняя), есть

$$P_e = P - P_i = IE - I^2 r = I(E - Ir). \quad (12.6)$$

Она равна нулю в двух случаях:

$$1) I = 0 \text{ и } 2) E - Ir = 0. \quad (12.7)$$

Первое условие справедливо для разомкнутой цепи, когда  $R \rightarrow \infty$ , второе соответствует так называемому короткому замыканию источника, когда сопротивление внешней цепи  $R = 0$ . При этом ток в цепи (см. формулу (12.1)) достигает наибольшего значения – тока короткого замыкания:

$$I_{кз} = E/r. \quad (12.8)$$

При этом токе полная мощность становится наибольшей:

$$P_{нб} = EI_{кз} = E^2/r. \quad (12.9)$$

Однако вся она выделяется внутри источника.

Выясним, при каких условиях внешняя мощность становится максимальной. Зависимость мощности  $P_e$  от тока является (см. формулу (12.6)) параболической:

$$P_e = IE - I^2 r.$$

Положение максимума функции  $P_e(I)$  определим из условия

$$dP_e/dI = 0, \quad dP_e/dI = E - 2Ir.$$

Полезная мощность достигает максимального значения при токе

$$I_{\max} = \frac{1}{2} \frac{E}{r}, \quad (12.10)$$

что составляет половину тока короткого замыкания (12.8) (см. рис. 12.2):

$$I_{\max} = \frac{1}{2} I_{кз} \quad (12.11)$$

Внешняя мощность при этом токе составляет

$$P_{e \max} = E \frac{I_{кз}}{2} - \frac{I_{кз}^2}{4} \frac{E}{I_{кз}}; \quad P_{e \max} = \frac{1}{4} E I_{кз} = \frac{1}{4} P_{нб}, \quad (12.12)$$

т. е. максимальная внешняя мощность составляет четвертую часть наибольшей полной мощности источника.

Мощность, выделяющаяся на внутреннем сопротивлении при токе  $I_{\max}$ , определяется следующим образом:

$$P_i = I_{\max}^2 r = \frac{I_{\kappa 3}^2}{4} r = \frac{I_{\kappa 3}^2}{4} \frac{E}{I_{\kappa 3}} = \frac{1}{4} E I_{\kappa 3}, \quad P_i = \frac{1}{4} P_{\text{нб}}, \quad (12.13)$$

т. е. составляет тоже одну четверть наибольшей полной мощности источника тока. Заметим, что при токе  $I_{\max}$

$$P_e = P_i. \quad (12.14)$$

Когда ток в цепи стремится к наибольшему значению  $I_{\kappa 3}$ , внутренняя мощность

$$P_{\text{инб}} = I_{\kappa 3}^2 r = I_{\kappa 3}^2 \frac{E}{I_{\kappa 3}} = E I_{\kappa 3},$$

т. е. равна наибольшей мощности источника (12.9). Это означает, что вся мощность источника выделяется на его внутреннем сопротивлении, что, разумеется, вредно с точки зрения сохранности источника тока.

Характерные точки графика зависимости  $P_e = P_e(I)$  показаны на рис. 12.2.

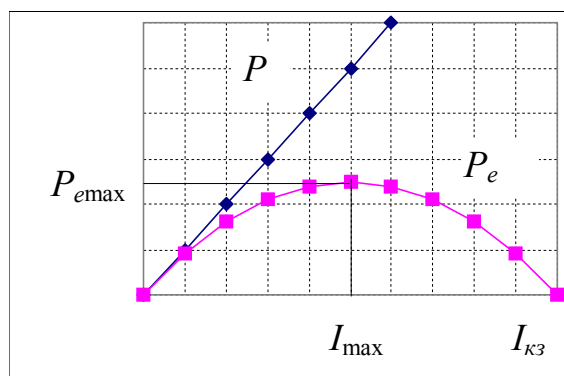


Рис. 12.2

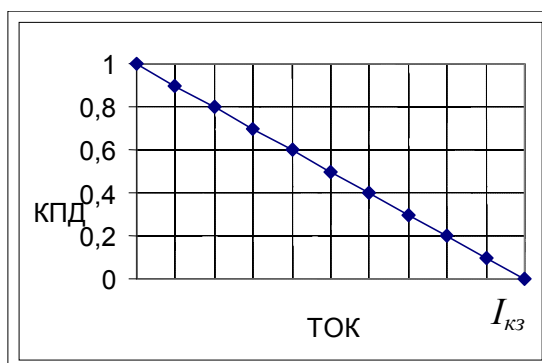


Рис. 12.3

Эффективность работы источника тока оценивается его коэффициентом полезного действия. КПД есть отношение полезной мощности к полной мощности источника:

$$\eta = P_e / P.$$

Используя формулу (12.6), выражение для КПД можно записать следующим образом:

$$\eta = \frac{IE - I^2 r}{IE} = \frac{E - Ir}{E}. \quad (12.15)$$

Из формулы (12.1) видно, что  $E - Ir = IR$  есть напряжение  $U$  на внешнем сопротивлении. Следовательно, КПД

$$\eta = U/E. \quad (12.16)$$

Из выражения (12.15) также следует, что

$$\eta = 1 - \frac{r}{E} I, \quad (12.17)$$

т. е. КПД источника зависит от тока в цепи и стремится к наибольшему значению, равному единице, при токе  $I \rightarrow 0$  (рис. 12.3). С увеличением силы тока КПД уменьшается по линейному закону и обращается в нуль при коротком замыкании, когда ток в цепи становится наибольшим  $I_{кз} = E/r$ .

Из параболического характера зависимости внешней мощности от тока (12.6) следует, что одна и та же мощность на нагрузке  $P_e$  может быть получена при двух различных значениях тока в цепи. Из формулы (12.17) и графика (рис. 12.3) видно, что с целью получения от источника большего КПД предпочтительна работа при меньших токах нагрузки, там этот коэффициент выше.

## 2. Зависимость мощности $P_e$ , $P_i$ , $P$ от сопротивления нагрузки.

Рассмотрим зависимость полной, полезной и внутренней мощности от внешнего сопротивления  $R$  в цепи источника с ЭДС  $E$  и внутренним сопротивлением  $r$ .

Полная мощность, развиваемая источником, может быть записана следующим образом, если в формулу (5) подставить выражение для тока (12.1):

$$P = \frac{E^2}{R + r}. \quad (12.18)$$

Так полная мощность зависит от сопротивления нагрузки  $R$ . Она наибольшая при коротком замыкании цепи, когда сопротивление нагрузки обращается в нуль (12.9). С ростом сопротивления нагрузки  $R$  полная мощность уменьшается, стремясь к нулю при  $R \rightarrow \infty$ .

На внешнем сопротивлении выделяется

$$P_e = I^2 R = \frac{E^2}{(R + r)^2} R = \frac{E^2}{(R + r)} \cdot \frac{R}{(R + r)}, \quad (12.19)$$

$$P_e = P \frac{R}{R + r}. \quad (12.20)$$

Внешняя мощность  $P_e$  составляет часть полной мощности  $P$ , и ее величина зависит от отношения сопротивлений  $R/(R+r)$ . При коротком замыкании внешняя мощность равна нулю. При увеличении сопротивления  $R$  она сначала увеличивается. При  $R \gg r$  внешняя мощность по величине стремится к полной. Но сама полезная мощность при этом становится малой, так как уменьшается полная мощность (см. формулу (12.18)). При  $R \rightarrow \infty$  внешняя мощность стремится к нулю, как и полная.

Каково должно быть сопротивление нагрузки, чтобы получить от данного источника максимальную внешнюю (полезную) мощность (12.19)?

$$P_e = \frac{E^2}{(R + r)^2} R.$$

Найдем максимум этой функции из условия

$$\frac{dP_e}{dR} = 0, \quad E^2 \frac{r^2 - R^2}{(R+r)^4} = 0.$$

Решая это уравнение, получаем  $R_{\max} = r$ .

Таким образом, во внешней цепи выделяется максимальная мощность, если ее сопротивление равно внутреннему сопротивлению источника тока. При этом условии ток в цепи равен  $E/2r$ , т. е. половине тока короткого замыкания (12.8). Максимальная полезная мощность при таком сопротивлении

$$P_{e\max} = \frac{E^2}{4r} = \frac{1}{4} P_{нб}, \quad (12.21)$$

что совпадает с тем, что было получено выше (12).

Мощность, выделяющаяся на внутреннем сопротивлении источника,

$$P_i = I^2 r = \frac{E^2}{(R+r)^2} r = \frac{E^2}{(R+r)} \cdot \frac{r}{(R+r)} = P \frac{r}{R+r}. \quad (12.22)$$

При  $R \rightarrow 0$   $P_i \rightarrow P$ , а при  $R = 0$  достигает наибольшей величины  $P_{i\ нб} = P_{нб} = E^2/r$ . При  $R = r$  внутренняя мощность составляет половину полной,  $P_i = P/2$ . При  $R \gg r$  она уменьшается почти так же, как и полная (12.18).

Зависимость КПД от сопротивления внешней части цепи выражается следующим образом:

$$\eta = \frac{P_e}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r}. \quad (12.23)$$

Из полученной формулы вытекает, что КПД стремится к нулю при приближении сопротивления нагрузки к нулю, и КПД стремится к наибольшему значению, равному единице, при возрастании сопротивления нагрузки до  $R \gg r$ . Но полезная мощность при этом уменьшается почти как  $1/R$  (см. формулу 12.19).

Мощность  $P_e$  достигает максимального значения при  $R_{\max} = r$ , КПД при этом равен, согласно формуле (12.23),  $\eta = r/(r+r) = 1/2$ . Таким образом, условие получения максимальной полезной мощности не совпадает с условием получения наибольшего КПД.

Наиболее важным результатом проведенного анализа является оптимальное согласование параметров источника с характером нагрузки. Здесь можно выделить три области: 1)  $R \gg r$ , 2)  $R \ll r$ , 3)  $R \approx r$ .

Первый случай имеет место там, где от источника требуется малая мощность в течение длительного времени, например в электронных часах, микрокалькуляторах. Размеры таких источников малы, запас электрической энергии в них небольшой, она должна расходоваться экономно, поэтому они должны работать с высоким КПД.

Второй случай – короткое замыкание в нагрузке, при котором вся мощность источника выделяется в нем и проводах, соединяющих источник с нагрузкой. Это приводит к их чрезмерному нагреванию и является довольно распространенной причиной возгораний и пожаров. Поэтому короткое замыкание источников тока большой мощности (динамо-машины, аккумуляторные батареи, выпрямители) крайне опасно.

В третьем случае от источника хотят получить максимальную мощность хотя бы на короткое время, например при запуске двигателя автомобиля с помощью электростартера. Величина КПД при этом не так уж важна. Стартер включается на короткое время. Длительная эксплуатация источника в таком режиме практически недопустима, так как она приводит к быстрому разряду автомобильного аккумулятора, его перегреву и прочим неприятностям.

Для обеспечения работы химических источников тока в нужном режиме их соединяют между собой определенным образом в так называемые батареи. Элементы в батарее могут соединяться последовательно, параллельно и по смешанной схеме. Та или иная схема соединения определяется сопротивлением нагрузки и величиной потребляемого тока.

Важнейшим эксплуатационным требованием к энергетическим установкам является высокий КПД их работы. Из формулы (12.23) видно, что КПД стремится к единице, если внутреннее сопротивление источника тока мало по сравнению с сопротивлением нагрузки.

Параллельно можно соединять элементы, имеющие одинаковые ЭДС. Если соединено  $n$  одинаковых элементов, то от такой батареи можно получить ток

$$I = \frac{E_1}{R + \frac{r_1}{n}}. \quad (12.24)$$

Здесь  $r_1$  – сопротивление одного элемента,  $E_1$  – ЭДС одного элемента.

Такое соединение выгодно применять при низкоомной нагрузке, т. е. при  $R < r_1$ . Так как общее внутреннее сопротивление батареи при параллельном соединении уменьшается в  $n$  раз по сравнению с сопротивлением одного элемента, то его можно сделать близким сопротивлению нагрузки. Благодаря этому увеличивается КПД источника. Возрастает в  $n$  раз и энергетическая емкость батареи элементов.

Если нагрузка высокоомная, т. е.  $R \gg r_1$ , то выгоднее соединять элементы в батарею последовательно. При этом ЭДС батареи будет в  $n$  раз больше ЭДС одного элемента и от источника можно получить необходимый ток

$$I = \frac{nE_1}{R + nr_1}. \quad (12.25)$$

**Целью** данной лабораторной работы является экспериментальная проверка полученных выше теоретических результатов о зависимости полной, внутренней и внешней (полезной) мощности и КПД источника как от силы потребляемого тока, так и от сопротивления нагрузки.

**Описание установки.** Для исследования рабочих характеристик источника тока применяется электрическая цепь, схема которой показана на рис. 12.4. В качестве источника тока используются два щелочных аккумулятора НКН-45, которые соединяются последовательно в одну батарею через резистор  $r$ , моделирующий внутреннее сопротивление источника. Его включение искусственно увеличивает внутреннее сопротивление аккумуляторов, что

- 1) защищает их от перегрузки при переходе в режим короткого замыкания и
- 2) дает возможность изменять внутреннее сопротивление источника по желанию экспериментатора.

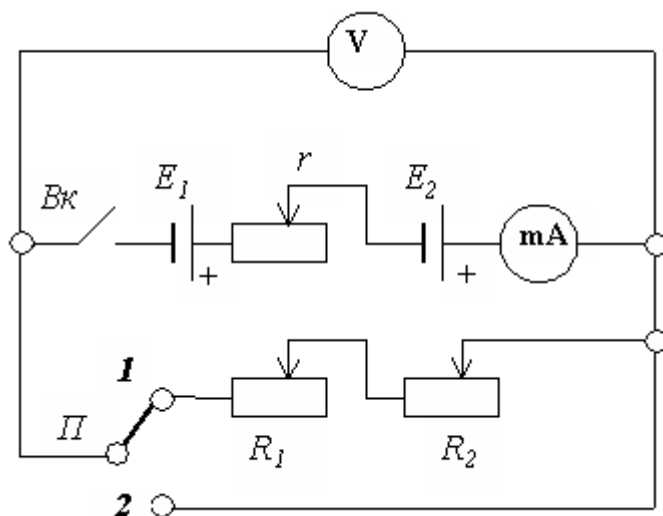


Рис. 12.4

В качестве нагрузки (внешнего сопротивления цепи) применяются два переменных резистора  $R_1$  и  $R_2$ . (один грубой регулировки, другой – тонкой), что обеспечивает плавное регулирование тока в широком диапазоне.

Все приборы смонтированы на лабораторной панели. Резисторы закреплены под панелью, наверх выведены их ручки управления и клеммы, около которых имеются соответствующие надписи.

### Измерения

1. Установите переключатель  $\Pi$  в нейтральное положение, выключатель  $Bк$  разомкните. Ручки резисторов поверните против часовой стрелки до упора (это соответствует наибольшему сопротивлению нагрузки).

2. Соберите электрическую цепь по схеме (рис. 12.4), не присоединяя пока источники тока.

3. После проверки собранной цепи преподавателем или лаборантом присоедините аккумуляторы  $E_1$  и  $E_2$ , соблюдая полярность.

4. Установите ток короткого замыкания. Для этого поставьте переключатель  $\Pi$  в положение 2 (внешнее сопротивление равно нулю) и с помощью резистора  $r$  установите стрелку миллиамперметра на предельное (правое крайнее) деление шкалы прибора – 75 или 150 мА. Благодаря резистору  $r$  в лабораторной установке есть возможность регулировать внутреннее сопротивление источника тока. На самом деле внутреннее сопротивление – величина постоянная для данного типа источников, и изменить его невозможно.

5. Поставьте переключатель  $\Pi$  в положение 1, включив тем самым внешнее сопротивление (нагрузку)  $R=R_1+R_2$  в цепь источника.

6. Изменяя ток в цепи через 5–10 мА от наибольшего до наименьшего значения с помощью резисторов  $R_1$  и  $R_2$ , запишите показания миллиамперметра и вольтметра (напряжение на нагрузке  $U$ ) в таблицу.

7. Поставьте переключатель  $П$  в нейтральное положение. В этом случае к источнику тока присоединен только вольтметр, который обладает довольно большим сопротивлением по сравнению с внутренним сопротивлением источника, поэтому показание вольтметра будет чуть-чуть меньше ЭДС источника. Поскольку у вас нет другой возможности определить ее точное значение, остается принять показание вольтметра за  $E$ . (Подробнее об этом см. в лабораторной работе № 11.)

$N_2$ $nn$	$I$ , $mA$	$U$ , $B$	$E$ , $B$	$P$ , $Bm$	$P_e$ , $Bm$	$P_i$ , $Bm$	$R$ , $Om$	$\eta$

### Обработка результатов

1. Для каждого значения тока вычислите:

- \* полную мощность по формуле (12.5),
- \* внешнюю (полезную) мощность по формуле  $P_e = IU$ ,
- \* внутреннюю мощность из соотношения  $P_i = P - P_e$ ,
- \* сопротивление внешнего участка цепи из закона Ома  $R = U/I$ ,
- \* КПД источника тока по формуле (12.16).

2. Постройте графики зависимостей:

- \* полной, полезной и внутренней мощности от тока  $I$  (на одном планшете),
- \* полной, полезной и внутренней мощности от сопротивления  $R$  (также на одном планшете); разумней построить только часть графика, соответствующего его низкоомной части и отбросить 4–5 экспериментальных точек из 15 в высокоомной области,
- \* КПД источника от величины потребляемого тока  $I$ ,
- \* КПД от сопротивления нагрузки  $R$ .

3. Из графиков  $P_e$  от  $I$  и  $P_e$  от  $R$  определите максимальную полезную мощность во внешней цепи  $P_{e \max}$ .

4. Из графика  $P_e$  от  $R$  определите внутреннее сопротивление источника тока  $r$ .

5. Из графиков  $P_e$  от  $I$  и  $P_e$  от  $R$  найдите КПД источника тока при  $I_{\max}$  и при  $R_{\max}$ .

### Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схему электрической цепи, применяемой в работе.
2. Что собой представляет источник тока? Что является нагрузкой? Что такое внутренний участок цепи? Откуда начинается и где заканчивается внешний участок цепи? Для чего установлен переменный резистор  $r$ ?



3. Что называется внешней, полезной, внутренней, полной мощностью? Какая мощность составляет потери?

4. Почему полезную мощность в этой работе предлагают рассчитывать по формуле  $P_e=IU$ , а не по формуле (12.2)? Обоснуйте эти рекомендации.

5. Сравните экспериментальные результаты, полученные Вами, с расчетными, приведенными в методическом руководстве, как при исследовании зависимости мощности от тока, так и от сопротивления нагрузки.

6. Чем опасны на практике короткие замыкания в цепи? Какие меры предосторожности следует соблюдать, чтобы не допустить короткого замыкания?

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.

2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.

3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

4. Сивков В.Г., Субботин Г.И. Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

5. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 13

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОЛОКИ

**Приборы:** лабораторная установка ФПМ-01.

**Цель работы:** приобретение навыков проведения простейших измерений электрических величин, практическое применение законов постоянного тока, изучение влияния измерительных приборов на результаты измерения.

**Введение.** Согласно закону Ома протекающий по проводнику ток прямо пропорционален напряжению. Коэффициентом пропорциональности является  $1/R$ , где  $R$  – электрическое сопротивление проводника.

$$I = \frac{1}{R} U . \quad (13.1)$$

В свою очередь, сопротивление проводника  $R$  тем больше, чем больше его длина  $l$  и чем меньше площадь поперечного сечения  $S$ :

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (13.2)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление вещества, из которого состоит проводник.

Если проводник имеет правильную геометрическую форму, удельное сопротивление материала можно определить из формулы (13.2), измерив предварительно его длину  $l$ , площадь поперечного сечения  $S$  и электрическое сопротивление  $R$ . Об измерении длины и площади сечения говорить в данный момент не будем.

Сопротивление можно измерить различными способами: 1) прибором для измерения сопротивлений – омметром, 2) методом вольтметра-амперметра и 3) с помощью моста постоянного тока (моста Уитстона, например). В данной лабораторной работе предлагается измерить сопротивление металлической проволоки вторым способом.

Для определения сопротивления проволоки методом вольтметра-амперметра применяется лабораторная установка ФПМ-01. Электрическая цепь полностью собрана и готова к измерениям.

Ручка управления резистором для регулирования величины рабочего тока, выведена на переднюю панель и имеет надпись «Регулировка тока».

#### Измерение сопротивления методом амперметра-вольтметра

Определение сопротивления проволоки методом вольтметра-амперметра сводится к измерению тока  $I$ , протекающего через проволоку, и падения напряжения  $U$ , которое на ней при этом возникает. Сопротивление  $R$  вычисляется из закона Ома (13.1).

В данной лабораторной установке предусмотрено два возможных варианта включения электроизмерительных приборов, используемых в работе. Выбор той или иной схемы включения приборов производится с помощью переключателя  $III$ , имеющего два положения – «Сх-1/Сх-2».

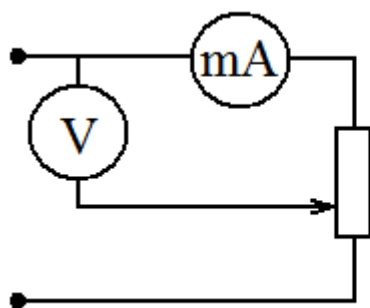


Рис. 13.1. Схема 1

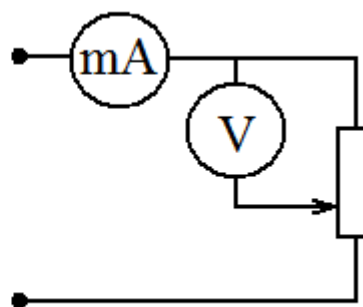


Рис. 13.2. Схема 2

В первом случае вольтметр измеряет падение напряжения на сопротивлении  $R$  и на миллиамперметре. Амперметр имеет очень маленькое внутреннее сопротивление  $r_A \ll R$ . Поскольку через амперметр и сопротивление  $R$  течет одинаковый ток, в соответствии с законом Ома  $\frac{U_A}{U_R} = \frac{r_A}{R}$  и  $U_A \ll U_R$ , падением напряжения на амперметре можно пренебречь.

В случае второй схемы внутреннее сопротивление вольтметра  $R_V \gg R$ , а напряжения на них одинаковы из-за параллельного соединения. Поэтому отношение токов по закону Ома  $\frac{I_V}{I_R} = \frac{R}{R_V}$ . В данном случае можно пренебречь током через вольтметр в силу его малости.

1. Нарисуйте в рабочей тетради обе схемы.
2. Установите скользящий контакт (движок) на стойке с натянутой проволокой в среднее положение.
3. Включите установку в сеть.
4. Переключатель рода работы *П2* поставьте в положение «*B-A*» – измерение сопротивления методом вольтметра-амперметра (кнопка утоплена), переключатель *П1* – в положение «*Cx-1*».
5. Ручкой «Регулировка тока» установите желаемое значение рабочего тока по амперметру (обычно 100–300 мА).
6. Снимите зависимость сопротивления проволоки от ее длины, изменяя положение движка на стойке в интервале от 10 до 50 см через 5 см. В каждом положении снимите показания амперметра и вольтметра, поочередно включая их по схемам *Cx-1* и *Cx-2* (см. таблицу).
7. Выключите установку из сети.

$l$ , см	Cx-1			Cx-2			R, Ом (по уточн. формулам)		
	$I$ , мА	$U$ , В	$R$ , Ом	$I$ , мА	$U$ , В	$R$ , Ом	Cx-1	Cx-2	сред.

## Обработка результатов измерений

1. Вычислите сопротивление  $R$  при обеих схемах включения измерительных приборов, используя закон Ома.

2. Для обеих схем включения постройте (на одном планшете!) графики зависимости сопротивления проволоки от ее длины.

3. Для  $Sx-1$  и  $Sx-2$  вычислите поправки ( $Sx-1$  – для напряжения,  $Sx-2$  – для тока) с целью определения сопротивления проволоки по тем же экспериментальным результатам. При расчетах сопротивления должно быть учтено то, что измерительные приборы имеют свое внутреннее сопротивление. В данном случае внутреннее сопротивление приборов известно и приведено на установке. Диаметр провода также приведен на установке.

4. Внесите в таблицу уточненные значения сопротивления проволоки для обеих схем включения. Сравните полученные значения сопротивления при одной и той же длине проволоки. Найдите средние значения сопротивления, полученного по уточненным формулам для  $Sx-1$ ,  $Sx-2$ . Нанесите их на построенный график в виде точек другого цвета.

5. Определите удельное сопротивление металла, из которого сделана проволока, по формуле (13.2). Для расчета  $\rho$  следует взять такую пару величин  $R$  и  $l$ , которые дадут наименьшую погрешность определения  $\rho$ .

Относительную погрешность измерения удельного сопротивления (приборную) можно оценить по следующей формуле:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta d}{d}\right)^2}. \quad (13.3)$$

Из вышенаписанной формулы следует, что погрешность определения  $\rho$  будет наименьшей (а точность – наибольшей), если длина проводника  $l$  наибольшая. При этом и напряжение  $U$  достигает наибольшего значения. Величина  $\Delta I$  определяется, очевидно, шириной скользящего по проволоке движка. Абсолютная погрешность измерения силы тока  $\Delta I$  и напряжения  $\Delta U$  определяется классом точности используемых электроизмерительных приборов:

$$\Delta I = \frac{\text{класс}_- \text{точности}}{100\%} \cdot I_{\text{ном}},$$

$$\text{аналогично } \Delta U = \frac{\text{класс}_- \text{точности}}{100\%} \cdot U_{\text{ном}}.$$

Номинальное значение – это значение измеряемой величины.

Класс точности указан на шкалах приборов.

Определите  $\Delta I$  и  $\Delta U$  тех измерительных приборов, которыми укомплектована лабораторная установка.

Найдя  $\Delta\rho/\rho$ , определите  $\Delta\rho$  и запишите Ваш экспериментальный результат в стандартном виде:  $\rho \pm \Delta\rho$ .

## Контрольные вопросы

1. Какими способами можно измерить электрическое сопротивление проводников? Что такое омметр? В чем преимущества и недостатки каждого из этих методов?

2. Нарисуйте измерительные схемы  $Sx-1$  и  $Sx-2$ . Чем они отличаются друг от друга? Почему результат измерения одного и того же сопротивления зависит от схемы включения электроизмерительных приборов?

3. Получите уточненные формулы для расчета сопротивления проволоки при включении измерительных приборов по  $Sx-1$  и  $Sx-2$ . Что в этих формулах необходимо учесть дополнительно? Всегда ли это необходимо? Всегда ли возможно?

4. Какую информацию несут графики зависимости сопротивления от длины проволоки? Должны ли они представлять собой прямые линии? Проходят ли они через начало координат?

5. Что называется удельным сопротивлением? В каких единицах оно измеряется в СИ, СГС и технике? От чего оно зависит?

6. Можно ли по величине удельного сопротивления предположить, из какого металла изготовлена проволока?

## Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.

2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.

3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

4. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

5. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 14

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ФЕРРОМАГНЕТИКА

**Цель работы:** изучение намагничивания ферромагнетиков, определение коэрцитивной силы и остаточной намагниченности и построение по результатам опыта основной кривой намагничивания.

**Описание лабораторной установки и вывод расчетных зависимостей.** Лабораторный модуль состоит из кассеты, на лицевой панели которой приведена электрическая схема (рис. 14.1). Внутри кассеты размещается ферритовый сердечник с двумя обмотками, а также печатная плата, которая содержит элементную базу.

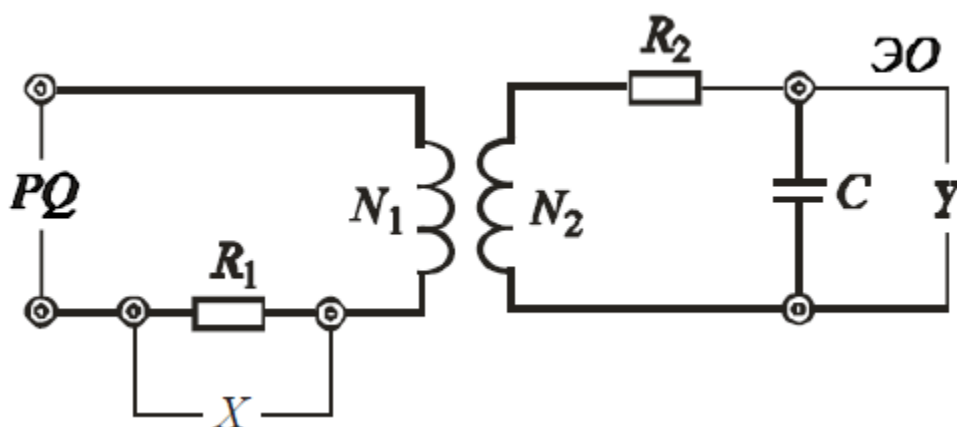


Рис. 14.1

Принципиальная электрическая схема приведена на рис. 14.1. К гнездам  $PQ$  на лицевой панели подключается генератор гармонических колебаний. Сигнал с гнезд ЭО « $Y$ » подается на усилитель вертикальной развертки, а с гнезд ЭО « $X$ » снимается напряжение, которое пропорционально току в обмотке  $N1$ , и подается на вход « $X$ » (СН1) двухканального осциллографа.

Суть эксперимента заключается в независимом определении напряженности магнитного поля  $H$  в ферромагнетике с помощью закона полного тока и магнитной индукции  $B$  на основе использования закона электромагнитной индукции. В работе используется метод наблюдения семейства петель гистерезиса с помощью электронного осциллографа. Для этого на горизонтально отклоняющие пластины подается сигнал, пропорциональный  $H$ , на вертикально отклоняющие пластины – сигнал, пропорциональный  $B$ .

Исследуемый ферромагнетик представляет собой тонкое кольцо – тор, с намотанными на него двумя обмотками  $N1$  и  $N2$ . Когда по обмотке  $N1$  течет ток, внутри сердечника возникает магнитное поле. Если толщина тора меньше его диаметра, величину напряженности магнитного поля можно считать постоянной по сечению тора и равной напряженности в середине сечения.

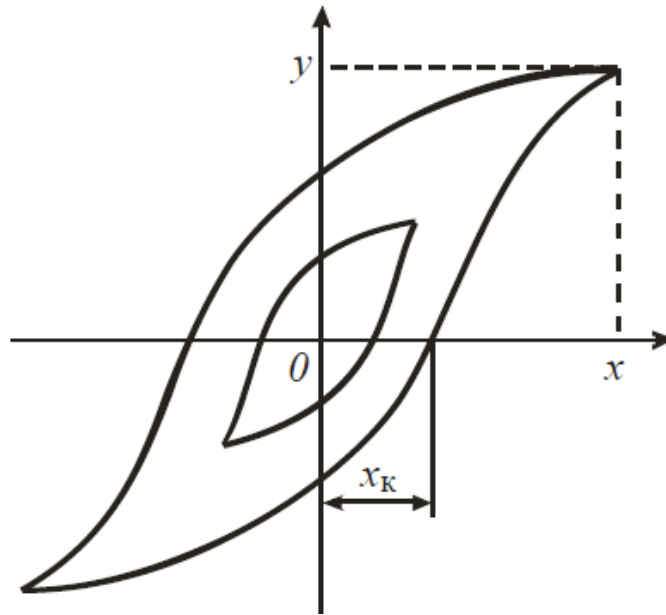


Рис. 14.2

По закону полного тока получим

$$H = \frac{N_1 \cdot I}{l}, \quad (14.1)$$

где  $l$  – длина осевой (средней) линии тора,  $I$  – поле в обмотке  $N1$ . Напряжение  $Ux = IR1$  с резистора сопротивлением  $R1$ , включенного в цепь обмотки  $N1$ , подается на горизонтально отклоняющие пластины осциллографа. Измерим значение  $Ux = \alpha x$ , где  $\alpha x$  – масштабный коэффициент отклонения по горизонтали,  $x$  – величина отклонения в делениях (рис. 14.2).

Определим ток  $I$  и подставим в формулу (14.1). В итоге получим

$$H = \frac{N_1 \cdot \alpha_x}{l \cdot R_1} \cdot x. \quad (14.2)$$

Для определения магнитной индукции в сердечнике наматывается еще одна обмотка с числом витков  $N2$ . При измерении магнитного потока в сердечнике в обмотке возникает ЭДС индукции

$$E = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (14.3)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения сердечника.

Схема включения вторичной обмотки в измерительную цепь показана на рис. 14.1. Параметры схемы подобраны таким образом, что выполняется условие

$$I_2 R_2 \gg U_c,$$

где  $I_2$  – ток в обмотке  $N2$ ,  $U_c$  – напряжение на конденсаторе. Пренебрегая падением напряжения на вторичной обмотке и напряжением на конденсаторе, можно записать закон Ома в виде

$$E = I_2 \cdot R_2. \quad (14.4)$$

Учитывая, что  $I_2 = \frac{-dq}{dt}$  где  $q$  – заряд конденсатора из (14.3) и (14.4), получим

$$dB = \frac{R_2}{N_2 \cdot S} \cdot dq$$

Проинтегрировав это выражение, получим

$$B = \frac{R_2}{N_2 \cdot S} \cdot q \quad (14.5)$$

Так окончательно найдем выражение для расчета магнитной индукции, где  $\alpha y$  – масштабный коэффициент усилителя по вертикали,  $y$  – величина отклонения сигнала на экране осциллографа (рис. 14.3).

### Подготовка модуля к работе

1. Подсоединить к гнездам «PQ» на лицевой панели генератор гармонических колебаний.
2. Соединить гнезда ЭО «У» с разъемом усилителя осциллографа с помощью коаксиального кабеля.
3. Соединить гнезда ЭО «Х» с пластинами горизонтальной развертки «Х», предварительно отключив генератор развертки.
4. Включить в сеть генератор и осциллограф и установить частоту генератора  $\nu = 5\text{кГц}$ .
5. Регулируя величину выходного напряжения генератора и усиление на оси  $y$  осциллографа, установить предельную петлю гистерезиса, соответствующую магнитному насыщению образца, так, чтобы она помещалась на экране.

### Порядок проведения измерений

1. Измерить координаты  $X$  и  $Y$  вершины предельной петли гистерезиса.
2. Уменьшая величину напряжения генератора, получить семейство петель гистерезиса (6–8 петель). Для каждой петли определить координаты  $X$  и  $Y$  ее вершины. Данные занести в табл. 14.2.
3. Срисовать на кальку предельную петлю гистерезиса.
4. Определить координату  $X_k$ , соответствующую коэрцитивной силе  $H_k$ .

Таблица 14.1

C	0,047 мФ
R <sub>1</sub>	32,0 Ом
R <sub>2</sub>	32,0 кОм
Трансформатор	Сердечник $S = 6 \cdot 6 \text{ мм}^2$ $l = 80 \text{ мм}$ $N_1 = 100 \text{ витков}$ $N_2 = 100 \text{ витков}$



Таблица 14.2

№ петли	X делений	У делений	$\alpha_x$ , мВ/дел	$\alpha_y$ , мВ/дел	H, А/м	B, Тл	$\mu$
1							
.							
.							
.							
n							

### Обработка результатов измерений

1. По формулам (14.2) и (14.5) рассчитать значения  $H$  и  $B$  и записать данные в таблицу.
2. Построить график зависимости  $B = f(H)$ .
3. По формуле  $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$  рассчитать величину относительной магнитной проницаемости и результаты занести в таблицу.
4. Построить график зависимости  $\mu = f(H)$ .
5. Для одной из точек основной кривой намагничивания  $B = f(H)$  рассчитать погрешности  $\Delta B$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta \mu$  и записать результат в стандартном виде.
6. По измеренному значению  $H_k$  рассчитать по формуле (14.2) коэрцитивную силу  $H_k$ .

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 15

### ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

**Приборы и принадлежности:** стенд с измеряемыми образцами СЗ-ТТ01-2, универсальный вольтметр В7-78/1.

**Введение.** Твердые тела подразделяются на металлы, диэлектрики и полупроводники в зависимости от их электропроводности. Объяснить такое разнообразие электрических свойств позволяет зонная теория твердых тел. При объединении свободных атомов в кристалл взаимодействие между ними приводит к тому, что энергетические уровни атомов смещаются, расщепляются и расширяются в зоны, образуя зонный энергетический спектр. Энергетические уровни, где электроны могут находиться, называются разрешенными энергетическими зонами. Каждая разрешенная зона содержит столько уровней, сколько атомов содержит кристалл. Расстояние между уровнями 10–22 эВ. Разрешенные зоны разделяются запрещенными энергетическими зонами.

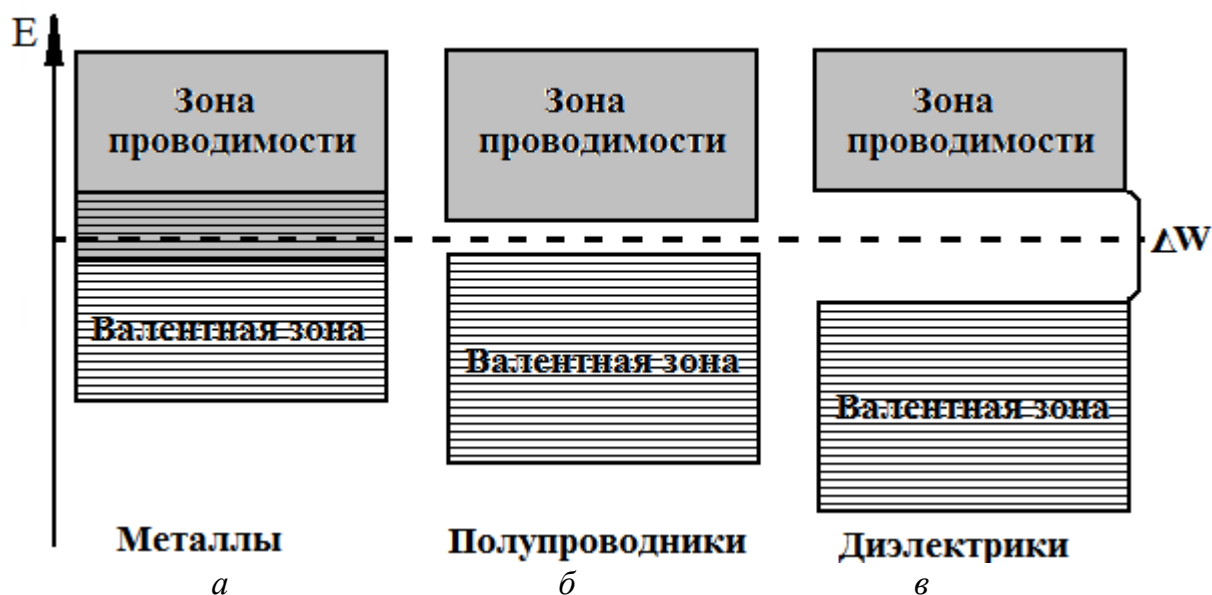


Рис. 15.1

Верхняя заполненная зона называется валентной зоной. Следующая за ней более высокая зона частично заполнена или свободна и образована из энергетических уровней внешних «коллективизированных» электронов изолированных атомов. Эта зона называется зоной проводимости (рис. 15.1). На рис. 15.1, *a* самая верхняя зона, содержащая электроны, заполнена лишь частично, т. е. в ней имеются вакантные уровни. В данном случае электрон, получив сколь угодно малую энергетическую «добавку» (например, при 1 К энергия теплового движения  $kT \sim 10^{-4}$  эВ), сможет перейти на более высокий энергетический уровень той же зоны, т. е. стать свободным и участвовать в проводимости. Таким образом, если в твердом теле имеется зона, лишь частично запол-

ненная электронами, то это тело всегда будет проводником электрического тока. Именно это свойственно металлам.

Валентную зону и зону проводимости разделяет запрещенная зона. Твердые тела являются диэлектриками или полупроводниками в зависимости от ширины запрещенной зоны  $\Delta W$ . Для диэлектриков (рис. 15.1, в) и большей части полупроводников (рис. 15.1, б) ширина запрещенной зоны гораздо больше характерной энергии теплового движения  $kT$   $\Delta W \gg kT$  (например, для NaCl  $\Delta W = 6$  эВ). Поэтому диэлектрики и полупроводники при комнатной температуре обычно ток не проводят, т. е. тепловое движение не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости, и кристалл является диэлектриком, оставаясь им при всех реальных температурах. Если же запрещенная зона достаточно узка, имеет  $\Delta W$  порядка 1 эВ (например, для германия  $\Delta W = 0,72$  эВ), то переброс электронов из валентной зоны в зону проводимости может быть осуществлен сравнительно легко путем теплового возбуждения и кристалл является полупроводником. Таким образом, с повышением температуры у полупроводников растет число электронов, которые вследствие теплового возбуждения переходят в зону проводимости, т. е. электрическая проводимость полупроводников в этом случае увеличивается (а сопротивление, соответственно, падает).

Опытным путем было выяснено, что зависимость сопротивления металлов от температуры (в области средних температур) можно описать следующим соотношением:

$$R_M = R_0(1 + \alpha t^\circ), \quad (15.1)$$

где  $t^\circ$  – температура в градусах Цельсия;

$R_0$  и  $R_M$  – значение сопротивления при  $0^\circ \text{C}$  и температуре  $t^\circ$  соответственно;

$\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к  $1/273 \text{ K}^{-1}$ .

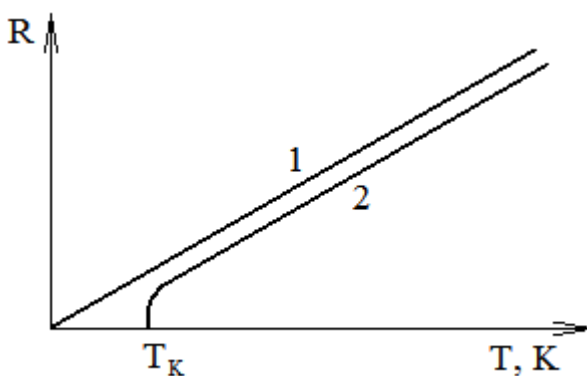


Рис. 15.2

Также температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде  $R_M = \alpha R_0 T$ , где  $T$  – термодинамическая температура. Графически эта температурная зависимость сопротивления металла представлена на рис. 15.2 (прямая 1). Но следование теории наблюдается лишь в определенном интервале температур. Сопротивление многих металлов (например, свинца, олова, цинка, алюминия и др.) и их сплавов при очень низких температурах  $T_K$  (менее 20 К),

называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля (кривая 2), т. е. металл становится абсолютным проводником. Впервые это явление, называемое сверхпроводимостью, обнаружено в 1911 г. Г. Камерлинг-Оннесом для ртути. Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории.

Зависимость сопротивления металлов от температуры нашла применение в технике для точных измерений температуры с помощью так называемых термометров сопротивления. Термометр сопротивления представляет собой проволочный резистор, сопротивление которого при различной температуре хорошо известно. Термометры сопротивления используются для измерения температур в широких пределах. Например, платиновый термометр может работать в интервале температур от  $-200$  до  $1000^\circ\text{C}$ . Термометры сопротивления позволяют измерять температуру с точностью до  $0,003\text{ K}$ .

В отличие от металлов сопротивление полупроводников быстро уменьшается с ростом температуры по следующему закону:

$$R_n = Ae^{\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (15.2)$$

где  $T$  – абсолютная температура,

$e$  – основание натуральных логарифмов,

$k$  – постоянная Больцмана,

$\Delta W$  – ширина запрещенной зоны данного полупроводника,

$A$  – постоянная для данного образца.

При тепловом возбуждении электропроводности количество электронов, переходящих из валентной зоны в зону проводимости, тем больше, чем выше температура и чем уже интервал запрещенных энергий  $\Delta W$ .

Сопротивление полупроводника  $R_n$  описывается формулой (15.2). Сильная зависимость сопротивления полупроводников от температуры дает возможность использовать их в качестве чувствительных термометров. Полупроводниковые термочувствительные элементы называются терморезисторами.

Если прологарифмировать выражение (2), получим следующее:

$$\ln R_n = \ln A + \frac{\Delta W}{2k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (15.3)$$

Согласно уравнению (15.3) величина  $\ln R_n$  линейно зависит от аргумента  $1/T$ , коэффициент  $\Delta W/2k$  представляет собой угловой коэффициент  $b$  прямой, изображенной на рис. 15.3 Для удобства построения графика вместо аргумента  $1/T$  взят  $1000/T$ . Но тогда необходимо угловой коэффициент уменьшить на три порядка.

Таким образом, с одной стороны  $b = \frac{\Delta W}{2 \cdot 10^3 k}$ , с другой

$$b = \frac{\ln R_1 - \ln R_2}{\frac{10^3}{T_1} - \frac{10^3}{T_2}}. \quad (15.4)$$

Отсюда

$$\frac{\Delta W}{2 \cdot 10^3 k} = \frac{\ln R_1 - \ln R_2}{\frac{10^3}{T_1} - \frac{10^3}{T_2}} \quad (15.5)$$

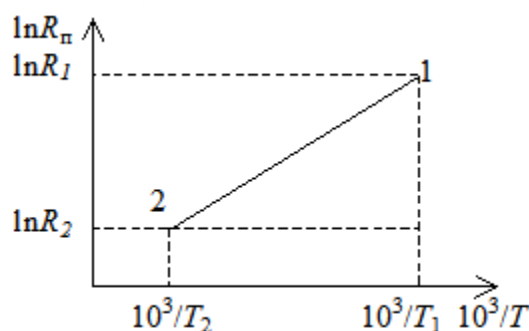


Рис. 15.3

Следовательно,

$$\Delta W = 2 \cdot 10^3 k \cdot b \quad (15.6)$$

Уравнение (15.6) дает возможность определить ширину запрещенной зоны полупроводника  $\Delta W$  из температурной зависимости его сопротивления.

### Описание установки

В экспериментальную установку входит стенд с объектами исследования, источник питания ГН2 и универсальный вольтметр. Источник питания обеспечивает питание термостабилизатора. Кабель от исследуемого стенда подключен к разъему на задней панели источника питания ГН2.

**К РАЗЪЕМАМ НА ПЕРЕДНЕЙ ПАНЕЛИ ГН2 ПОДКЛЮЧАТЬ ЧТО-ЛИБО КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ!** Также запрещается использовать другие элементы на прозрачной панели стенда, кроме R2 и R3.

В данной работе используются только металлический резистор R2 и полупроводниковый терморезистор R3, провода от которых подведены к соответствующим разъемам на верхней прозрачной панели стенда.

С помощью соединительных проводов резистор и терморезистор по очереди подключаются к омметру (в качестве омметра используется универсальный вольтметр В7-78/1).

### Измерения

1. Соберите схему и пригласите преподавателя для ее проверки. Соединительные провода должны быть подключены к разъемам  $V\Omega$  (красный) и общий (черный) универсального вольтметра. Кабель от стенда уже должен быть подключен к разъему на задней панели ГН2.

2. Включите универсальный вольтметр в сеть. Нажмите клавишу  $\Omega 2$  для измерения сопротивления. Измеряемая величина сопротивления высвечивается на табло в Ом или кОм автоматически. На панели стенда имеется терморегуля-

тор, позволяющий измерять температуру исследуемых элементов от  $290^{\circ}\text{K}$  до  $390^{\circ}\text{K}$ . Установка температуры производится регулятором температуры (риска на ручке для ориентировочной установки температуры). Индикатор нагрева показывает, что идет нагрев. При погасании индикатора нагреватель отключается. Для ускорения остывания элементов в стенде расположен вентилятор, который включается тумблером.

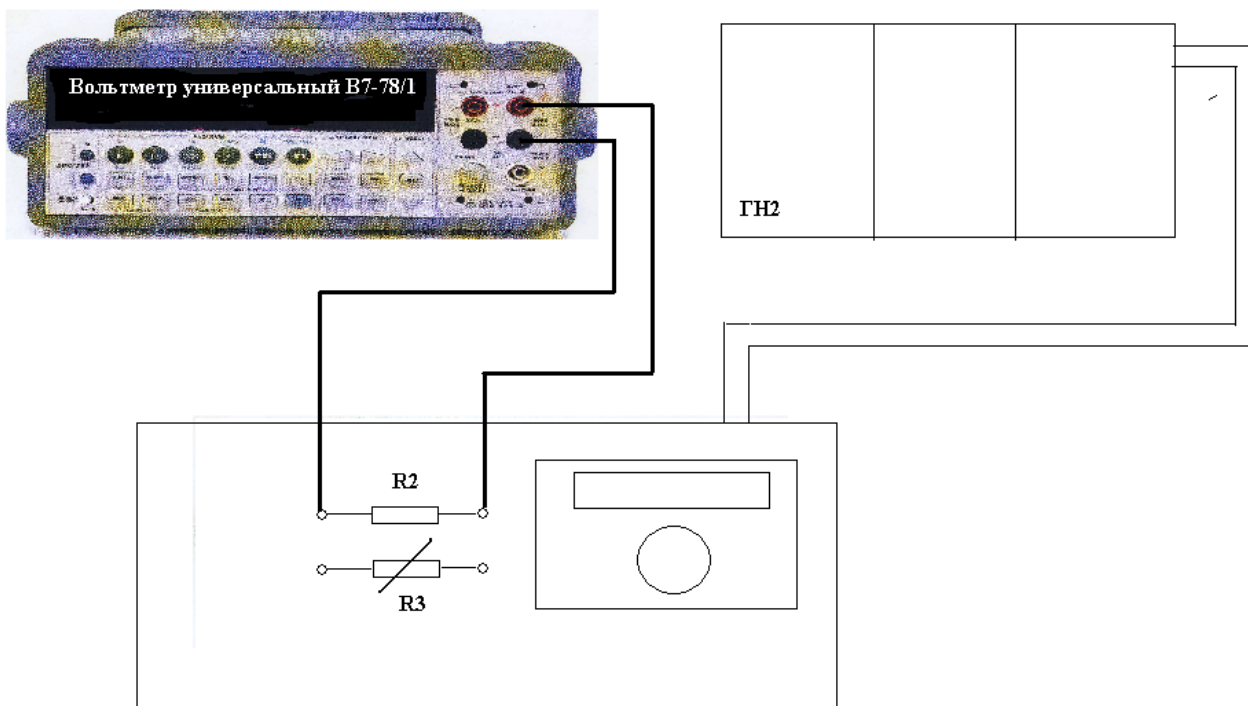


Рис. 15.4

3. Повышая температуру приблизительно на  $5\text{--}10\text{ K}$  от начальной  $290\text{ K}$  до конечной  $390\text{ K}$ , каждый раз производите измерение сопротивлений резистора  $R_2$  и терморезистора  $R_3$ , дожидаясь установления стабильных показаний шкалы термометра.

4. Результаты измерений запишите в таблицу.

	Резистор $R_2$		Терморезистор $R_3$			
$T, ^{\circ}\text{K}$	$R_m, \text{Om}$	$\alpha, \text{K}^{-1}$	$R_n, \text{Om}$	$\ln R_n$	$10^3/T, \text{K}^{-1}$	$\Delta W, \text{эВ}$

### Обработка результатов измерений

1. По данным таблицы постройте графики зависимости сопротивления резистора и терморезистора от температуры. Определите по графику температурный коэффициент  $\alpha$  сопротивления данного металла.

2. Постройте график зависимости  $\ln R_n$  от  $10^3/T$ . Определите угловой коэффициент  $b$  полученной прямой.

3. Вычислите ширину запрещенной зоны  $\Delta W$  полупроводникового материала из уравнения (15.6), переведите ее в более распространенные в данной

области физики единицы – электронвольты, используя существующее между ними соотношение  $1 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .

### Контрольные вопросы

1. По каким признакам все вещества разделяются на проводники, диэлектрики и полупроводники?
2. Как элементарная классическая теория металлов объясняет температурную зависимость их сопротивления?
3. Нарисуйте примерный график зависимости сопротивления различных металлов в широком интервале температур. Где место Вашего эксперимента на этой шкале?
4. Какой формулой описывается зависимость сопротивления металла от температуры в области средних ее значений?
5. Что такое температурный коэффициент сопротивления? Каков его физический смысл? Как его можно определить из экспериментальных данных? В каких случаях требуется знание и учет этого коэффициента?
6. Как ведет себя сопротивление полупроводникового материала с ростом температуры? Подчиняется ли его температурная зависимость классической теории электропроводности? В чем противоречие?
7. Что такое зонная теория электропроводности? Что представляют собой металлы, диэлектрики и полупроводники с точки зрения зонной теории?
8. Как зонная теория объясняет температурную зависимость сопротивления полупроводников? Какой формулой описывается температурная зависимость сопротивления?
9. Можно ли на основании Ваших экспериментальных данных сделать вывод об экспоненциальной зависимости сопротивления термистора от температуры?

### Литература

1. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 16

### ИЗУЧЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДИОДА

**Приборы и оборудование:** лабораторный модуль, источник питания GPS-3030DD, универсальный вольтметр В7-78/1, осциллограф цифровой GDS-2102.

**Введение.** Полупроводниками являются твердые тела, электропроводность которых меньше электропроводности металлов и больше электропроводности диэлектриков. В природе полупроводники существуют в виде элементов (элементы IV, V и VI групп Периодической системы элементов Менделеева), например, Si, Ge, As, Se, Te, и химических соединений, например оксиды, сульфиды, селениды, сплавы элементов различных групп. Различают собственные и примесные полупроводники. Собственными полупроводниками являются химически чистые полупроводники, а их проводимость называется собственной проводимостью. Примером собственных полупроводников могут служить химически чистые Ge, Se, а также многие химические соединения – InSb, GaAs, CdS и др.

При  $0\text{ K}$  и отсутствии других внешних факторов собственные полупроводники ведут себя как диэлектрики. При повышении температуры электроны с верхних уровней валентной зоны могут быть переброшены на нижние уровни зоны проводимости. При наложении на кристалл электрического поля они перемещаются против поля и создают электрический ток. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная электронами, называется электронной проводимостью, или проводимостью *n*-типа (от лат. *negative* – «отрицательный»).

В результате тепловых забросов электронов в валентной зоне возникают вакантные состояния, получившие название дырок. Во внешнем электрическом поле на освободившееся от электрона место – дырку – может переместиться электрон с соседнего уровня, а дырка появится в том месте, откуда ушел электрон, и т. д. Такой процесс заполнения дырок электронами равносителен перемещению дырки в направлении, противоположном движению электрона так, как если бы дырка обладала положительным зарядом, равным по величине заряду электрона. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная квазичастицами – дырками, называется дырочной проводимостью или проводимостью

*p*-типа (от лат. *positive* – «положительный»). Таким образом, в собственных полупроводниках наблюдаются два механизма проводимости – электронный и дырочный. Число электронов в зоне проводимости равно числу дырок в валентной зоне, так как последние соответствуют электронам, возбужденным в зону проводимости.

Одним из наиболее широко распространенных полупроводниковых элементов является германий, имеющий решетку типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентными связями с четырьмя ближайшими соседями.

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется примесной проводимостью. Примесную проводимость полупроводников рас-



смотрим на примере Ge и Si, в которые вводятся атомы с валентностью, отличной от валентности основных атомов на единицу. Упрощенная плоская схема расположения атомов в кристалле Ge дана на рис. 16.1, где каждая черточка обозначает связь, осуществляемую одним электроном. При замещении атома германия пятивалентным атомом мышьяка один электрон не может образовать ковалентной связи, он оказывается лишним и может быть легко при тепловых колебаниях решетки отщеплен от атома, т. е. стать свободным. Избыточный положительный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и поэтому перемещаться по решетке не может. Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу больше валентности основных атомов, носителями тока являются электроны; возникает электронная примесная проводимость (проводимость *n*-типа). Полупроводники с такой проводимостью называются электронными (или полупроводниками *n*-типа).

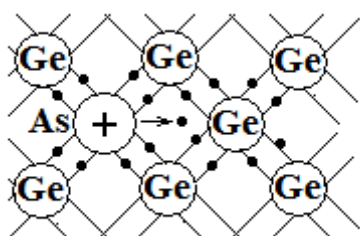


Рис. 16.1

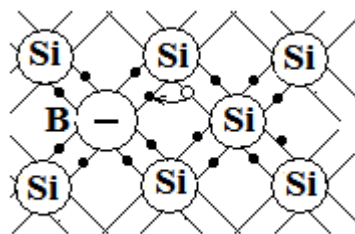


Рис. 16.2

Предположим, что в решетку кремния введен примесный атом с тремя валентными электронами, например бор (рис. 16.2). Для образования связей с четырьмя ближайшими соседями у атома бора не хватает одного электрона, одна из связей остается неупакованной и четвертый электрон может быть захвачен от соседнего атома основного вещества, где соответственно образуется дырка. Последовательное заполнение образующихся дырок электронами эквивалентно движению дырок в полупроводнике, т. е. перемещаются в решетке кремния как свободные положительные заряды. Избыточный же отрицательный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и по решетке перемещаться не может. Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов, носителями тока являются дырки; возникает дырочная проводимость (проводимость *p*-типа). Полупроводники с такой проводимостью называются дырочными (или полупроводниками *p*-типа).

В отличие от собственной проводимости, осуществляющейся одновременно электронами и дырками, примесная проводимость полупроводников обусловлена в основном носителями одного знака: электронами – в случае донорной примеси, дырками – в случае акцепторной. Эти носители тока называются основными.

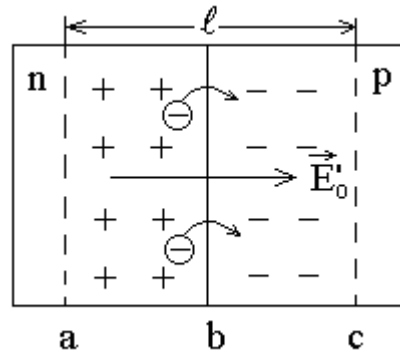


Рис. 16.3

Граница соприкосновения двух полупроводников, один из которых имеет электронную, а другой – дырочную проводимость, называется электронно-дырочным переходом (или *p-n*-переходом); *p-n*-переход имеет большое практическое значение и является основой работы полупроводникового диода. Переход нельзя осуществить просто механическим соединением двух полупроводников. Обычно области различной проводимости создают либо при выращивании кристаллов, либо при соответствующей обработке кристаллов. Например, на кристалл германия *n*-типа накладываемая индиевая «таблетка». Эта система нагревается примерно при  $500^{\circ}\text{C}$  в вакууме или в атмосфере инертного газа; атомы индия диффундируют на некоторую глубину в германий. Затем расплав медленно охлаждают. Так как германий, содержащий индий, обладает дырочной проводимостью, то на границе закристаллизовавшегося расплава и германия *n*-типа образуется *p-n*-переход.

Рассмотрим явления на границе раздела двух полупроводников с различными типами проводимости. Благодаря тому что в *n*-полупроводнике содержится некоторое количество свободных электронов, они начнут диффундировать в *p*-область и рекомбинировать с дырками. В результате возникает слой толщиной  $l$  в области *p-n*-перехода, лишенный подвижных носителей заряда (рис. 16.3). Образовавшийся слой называется запирающим. Толщина его в практически важных полупроводниках имеет величину  $10^{-4} - 10^{-5}$  см. Так как электроны из *n*-полупроводника переходят в *p*-полупроводник, в области *ab* возникает избыточный положительный заряд, связанный с присутствием донорной примеси, в области *bc* – избыточный отрицательный заряд, обусловленный присутствием атомов акцепторной примеси. Таким образом, возникает двойной электрический слой, создающий внутреннее контактное электрическое поле с напряженностью  $E'$ . Это поле препятствует дальнейшему переходу основных носителей заряда через место контакта и при некотором значении  $E'_0$  наступает состояние равновесия. Контактная разность потенциалов составляет несколько десятых долей вольта. Такой потенциальный барьер могут преодолеть только электроны и дырки, обладающие большой кинетической энергией, соответствующей температуре в несколько тысяч градусов. Поэтому при нормальной температуре слой  $l$  является для них непроницаемым – имеющим очень большое электрическое сопротивление.

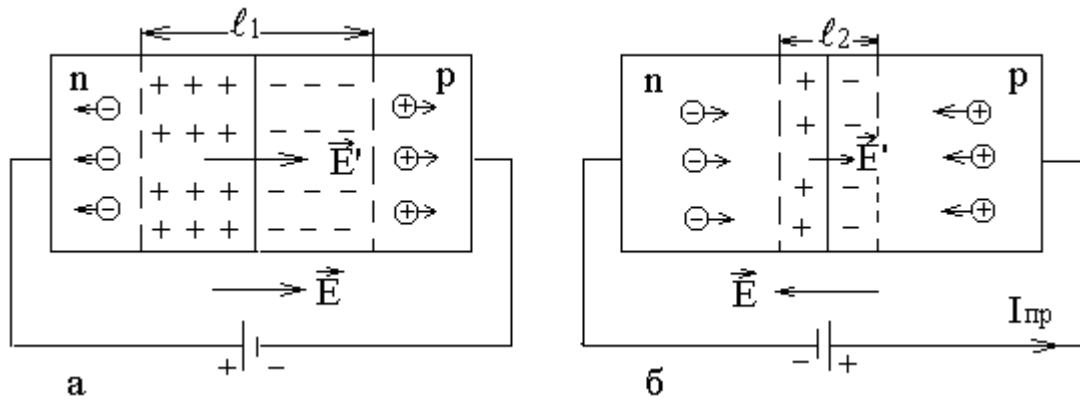


Рис. 16.4

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Присоединим к электронному полупроводнику положительный, а к дырочному – отрицательный полюсы источника тока (рис. 16.4, а). Тогда напряженность внешнего поля  $E$ , совпадающая по направлению с напряженностью  $E'$ , еще дальше отодвинет свободные электроны и дырки от места контакта полупроводников. При этом запирающий слой расширится и его сопротивление возрастет, а ток через контакт не пойдет. Если говорить точнее, пойдет очень слабый ток, обусловленный собственной проводимостью полупроводников, так как внешнее поле способствует переходу через запирающий слой неосновных носителей тока: свободных электронов из дырочного полупроводника в электронный и дырок из электронного полупроводника в дырочный. Но концентрации свободных электронов в дырочном полупроводнике и дырок в электронном полупроводнике весьма малы. Поэтому в данном случае ток будет пренебрежимо мал. Направление  $n \rightarrow p$ , практически не пропускающее тока, называется запирающим (обратным) направлением.

Изменим теперь полярность приложенного напряжения (рис. 16.4, б). Тогда напряженность внешнего поля  $E$ , направленная противоположно напряженности  $E'$ , будет перемещать свободные электроны и дырки навстречу друг другу. Запирающий слой сузится и его сопротивление уменьшится. При определенном значении приложенного внешнего напряжения сопротивление запирающего слоя станет равным сопротивлению самих полупроводников (запирающий слой исчезнет). Через полупроводники пойдет сильный ток. Направление  $p \rightarrow n$ , пропускающее ток, называется пропускным (прямым) направлением.

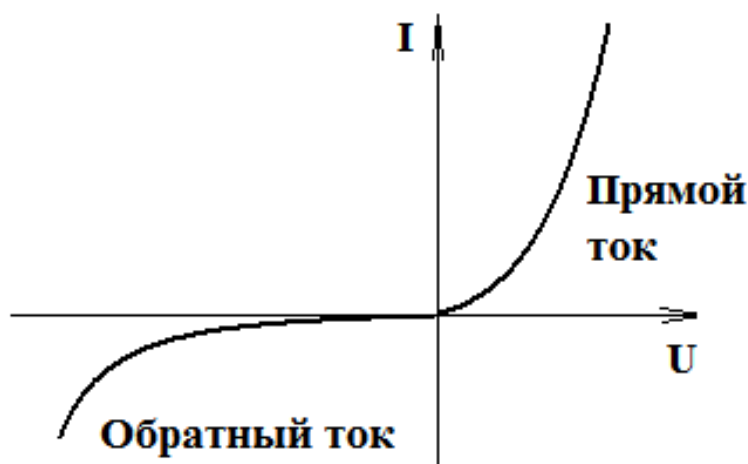


Рис. 16.5

На рис. 16.5 представлена вольт-амперная характеристика  $p-n$ -перехода. Как уже указывалось, при пропускном (прямом) напряжении внешнее электрическое поле способствует движению основных носителей тока к границе  $p-n$ . В результате толщина контактного слоя уменьшается. Соответственно уменьшается и сопротивление перехода (тем сильнее, чем больше напряжение), а сила тока становится большой (правая ветвь на рис. 16.5). При запирающем (обратном) напряжении внешнее электрическое поле препятствует движению основных носителей тока к границе  $p-n$ -перехода и способствует движению неосновных носителей тока, концентрация которых в полупроводниках невелика. Это приводит к увеличению толщины контактного слоя, обедненного основными носителями тока. Соответственно увеличивается и сопротивление перехода. Поэтому в данном случае через  $p-n$ -переход протекает только небольшой ток, полностью обусловленный неосновными носителями тока (левая ветвь рис. 16.5). Быстрое возрастание этого тока означает пробой контактного слоя и его разрушение.

Таким образом, запирающий слой полупроводникового диода обладает односторонней проводимостью, что позволяет использовать его для выпрямления переменного тока.

В данной работе предлагается экспериментально исследовать полупроводниковый диод.

### Упражнение 1

#### Снятие вольт-амперной характеристики диода

**Измерения.** Вольт-амперная характеристика (ВАХ) представляет собой график зависимости тока, протекающего через диод, от прикладываемого напряжения. Процесс снятия вольт-амперной характеристики полупроводникового диода разделен на две части в зависимости от полярности подаваемого на диод напряжения: 1) измерение в прямом направлении, 2) измерение в обратном направлении.

а) Для измерений в прямом направлении применяется принципиальная схема, изображенная на рис. 16.6, а. Несмотря на то что встроенный амперметр показывает суммарный ток диода и вольтметра, последним можно пренебречь

ввиду его малости (сопротивление вольтметра на много порядков больше сопротивления диода в прямом направлении).

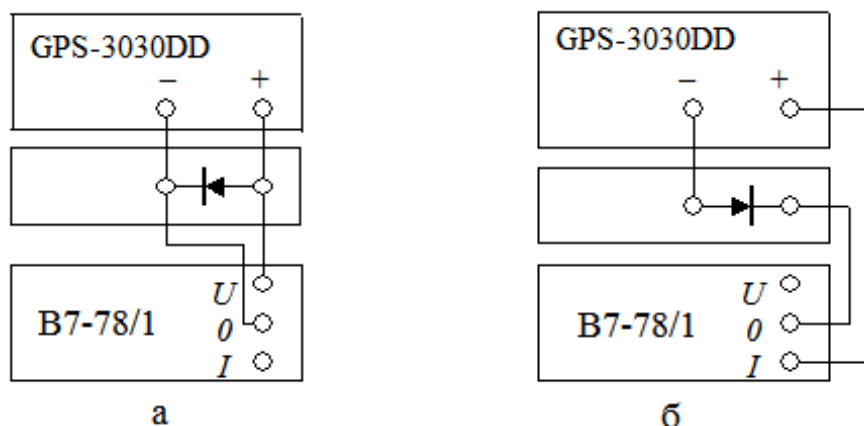


Рис. 16.6

Величина тока в цепи диода задается источником питания GPS-3030DD с помощью ручек CURRENT (COARSE – грубо; FINE – плавно) и соответственно напряжение с помощью ручек VOLTAGE (COARSE – грубо; FINE – плавно). Перед началом работы выкрутите все ручки регуляторов источника питания против часовой стрелки.

1. Соберите электрическую цепь по рис. 16.6, а.
2. Дайте возможность преподавателю или лаборанту проверить собранную цепь.
3. Включите источник питания и универсальный вольтметр в сеть.
4. Регулятор источника питания VOLTAGE (FINE) поверните слегка по часовой стрелке. После этого ручкой регулятора CURRENT (FINE) установите значение тока 0,01 А.
5. На универсальном вольтметре нажмите кнопку  $U=$  – измерение постоянного напряжения, а также кнопку *АВП* – автоматический выбор предела измерения.
6. Запишите показания вольтметра в таблицу при данном токе через диод 0,01А. Увеличивая ток от 0,01 до 0,09 А через 0,01 А, каждый раз записывайте показания вольтметра. Обращайте внимание на размерность величин на индикаторах прибора и в шапке таблицы.
7. Закончив данную серию измерений, выключите все приборы.

б) Для того чтобы снять зависимость тока диода от обратного напряжения, используется принципиальная схема, представленная на рис. 16.6, б. Обратный ток диода сравним по величине с током вольтметра, поэтому микроамперметр включен таким образом, что показывает только ток диода. Здесь универсальный вольтметр работает в режиме амперметра постоянного тока. Величина напряжения на диоде задается встроенным вольтметром на источнике питания. Перед началом работы выкрутите все ручки регуляторов источника питания против часовой стрелки.

1. Соберите электрическую цепь по рис. 16.6, б.

2. Дайте возможность преподавателю или лаборанту проверить собранную цепь.

3. Включите приборы в сеть. На источнике питания слегка поверните ручку регулятора CURRENT (FINE) по часовой стрелке. Установите с помощью регуляторов VOLTAGE (FINE и COARSE) значение напряжения 0,5 В.

4. На вольтметре нажмите кнопку  $I=$  для измерения силы постоянного тока и кнопку *АВП*.

5. Изменяя напряжение на выходе источника питания от 0,5 В до 8,5 В через 1 В, записывайте показания приборов в таблицу.

4. Выключите все приборы.

Прямой ток $I_{пр}, mA$	Прямое напряжение $U_{пр}, B$	Обратное напряжение $U_{обр}, B$	Обратный ток $I_{обр}, mA$

**Обработка результатов.** По данным таблицы постройте график зависимости тока диода от приложенного напряжения в одной системе координат по образцу рис. 16.5 (допускается применение разных масштабов для прямого и обратного тока в силу большой разницы между ними). Полученный график и есть вольт-амперная характеристика данного типа диода, построенная по экспериментальным точкам.

## Упражнение 2

### Наблюдение вольт-амперной характеристики диода и его выпрямляющего действия на осциллографе

Как было сказано выше, полупроводниковые диоды позволяют применять их в качестве выпрямителей переменного тока и создавать на их базе источники постоянного тока. В данном упражнении предлагается пронаблюдать результат выпрямляющего действия диода на экране осциллографа. Для этой цели на лабораторной панели имеется генератор переменного напряжения небольшой мощности  $\Gamma \sim$ , который начинает действовать при соединении его с источником питания GPS-3030DD.

С помощью современного двухлучевого цифрового осциллографа можно наблюдать непосредственно вольтамперную характеристику. Это возможно благодаря тому, что на вертикальный вход (ось  $Y$ ) подается напряжение с резистора  $R$ , пропорциональное току диода (рис. 16.7, б). Луч осциллографа отклоняется в горизонтальном направлении на величину, пропорциональную приложенному к диоду напряжению, а в вертикальном – на величину, пропорциональную протекающему току. В результате возникает кривая зависимости тока диода от приложенного напряжения, т. е. его вольт-амперная характеристика.

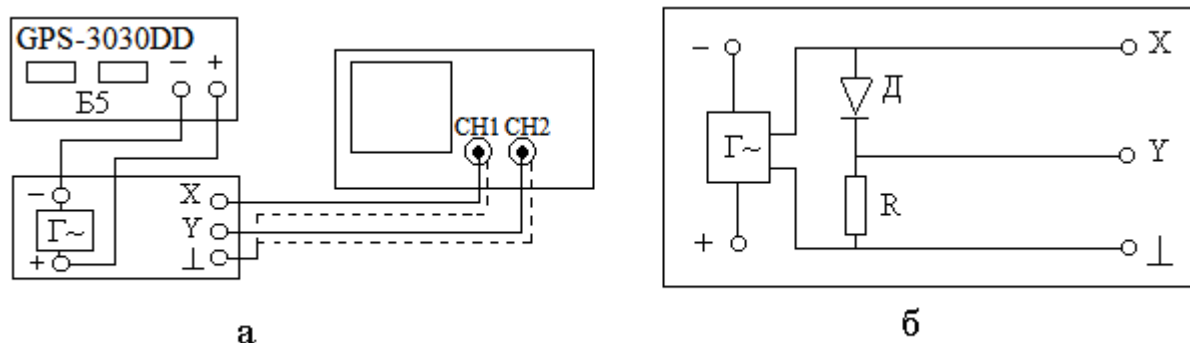


Рис. 16.7

1. Соберите электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 16.7, а.
2. Дайте возможность преподавателю или лаборанту проверить собранную цепь.
3. Включите осциллограф, а затем источник питания в сеть.
4. На источнике питания установите напряжение 8,5 В.
5. На осциллографе включите оба канала (у канала *CH1* кнопка подсвечивается желтым светом, а у канала *CH2* – голубым), затем нажмите кнопку *AUTOSET*. Ручками *POSITION X* и *POSITION Y* установить оптимальное положение изображения сигналов по вертикальной оси.
6. Нажать кнопку *HORI MENU*, выйдет меню управления режимами индикации сигнала по временной оси. Основная развертка – при нажатии на кнопку *F1*. Режим *X-Y* (зависимость величины *Y* от *X*) устанавливается нажатием на кнопку *F5*. В этом режиме можно наблюдать вольт-амперную характеристику (ВАХ).
7. Зарисовать все осциллограммы в тетрадь или сфотографировать их. Сравните полученную кривую ВАХ с той, которую Вы построили в предыдущем упражнении по «точкам».

### Контрольные вопросы

1. Что такое полупроводники *n*- и *p*-типа?
2. Что такое *p-n*-переход и каковы его свойства? Что такое запирающий слой? С чем связано такое название?
3. Как устроен полупроводниковый диод? Что означает прямое и обратное направление включения диода?
4. Что общего между полупроводниковыми и вакуумным диодами и в чем различие?
5. Какие преимущества у полупроводникового диода перед вакуумным и наоборот?
6. Почему при включении полупроводникового диода в обратном направлении ток через него не равен нулю? Существует ли обратный ток в вакуумном диоде?

7. Как получить ВАХ диода на экране осциллографа? В чем сходство и в чем отличие ВАХ, полученной на экране, с характеристикой, построенной «по точкам»?

8. Как получают постоянный ток из переменного с помощью полупроводниковых диодов?

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинум, 2014.

2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.



## Лабораторная работа № 17

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ ПО ПЕТЛЕ ГИСТЕРЕЗИСА

**Цель работы:** изучение явления поляризации в диэлектриках и зависимости поляризации от напряженности электрического поля  $E$ , изучение диэлектрического гистерезиса.

**Оборудование:** стенд с объектами исследования СЗ-РМ02, измеритель статических характеристик ИСХ1-02.

**Введение.** Как известно, диэлектрики – вещества, в которых нет свободных электрических зарядов, поэтому они не могут проводить электрический ток. При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле происходит явление поляризации, т. е. смещения зарядов, входящих в состав молекул, в соответствии с их знаком (положительные заряды смещаются в направлении вектора электрического поля, отрицательные – в противоположном). В результате на поверхности диэлектрика возникают связанные заряды, неспособные свободно перемещаться по диэлектрику. Наличие этих зарядов приводит к тому, что поле внутри диэлектрика уменьшается. Физическая величина, равная отношению модуля вектора напряженности электрического поля в диэлектрике  $E$  к модулю вектора напряженности  $E_0$  однородного электрического поля в вакууме, называется диэлектрической проницаемостью вещества:

$$\varepsilon = \frac{\vec{E}}{\vec{E}_0}.$$

Для количественной характеристики поляризации используется физическая величина, называемая вектором поляризации, или поляризованностью  $\vec{p}$ . Он равен дипольному моменту единицы объема диэлектрика:

$$\vec{p} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V},$$

где  $\vec{p}_i = q \cdot \vec{l}$  – дипольный электрический момент молекулы (вектор  $\vec{l}$  направлен от отрицательного заряда к положительному),  $V$  – объем образца,  $n$  – число диполей в объеме  $V$ .

Для большинства диэлектриков в отсутствии внешнего электрического поля дипольные моменты молекул равны нулю (в случае неполярных молекул), либо расположены хаотично так, что суммарный дипольный момент равен нулю. Для ряда ионных кристаллов центры положительных и отрицательных зарядов, расположенных в одной элементарной ячейке, не совпадают. Каждая такая элементарная ячейка может рассматриваться как диполь. В результате взаимодействия элементарных ячеек друг с другом могут образовываться микроскопические области, в которых дипольные моменты элементарных ячеек ори-

ентированы одинаково. Это приводит к тому, что в кристалле возникают области со спонтанной поляризацией в отсутствие внешнего электрического поля. Такие области называются доменами. Размеры доменов варьируются от  $10^{-2}$  мм до нескольких миллиметров. Направление суммарного дипольного момента каждого домена хаотично по отношению друг другу. Поэтому суммарный дипольный момент всего кристалла равен нулю. Такие вещества называются сегнетоэлектриками.

Для сегнетоэлектриков спонтанная (самопроизвольная) поляризация существует только в определенном интервале температур и в отсутствие внешнего электрического поля. При температуре фазового перехода, называемой точкой Кюри, происходит изменение структуры кристалла. При температуре выше точки Кюри исчезает электрическая несимметричность элементарных ячеек и домены распадаются, наблюдается также резкое возрастание теплоемкости вещества. Происходит превращение сегнетоэлектриков в обычный диэлектрик; кристалл становится неполярным.

К сегнетоэлектрикам относятся, например, сегнетова соль  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (от нее и получили свое название сегнетоэлектрики) и титанат бария  $\text{BaTiO}_3$ . Как правило, сегнетоэлектрики имеют только одну точку Кюри; исключение составляют лишь сегнетова соль ( $-18^\circ\text{C}$  и  $+24^\circ\text{C}$ ) и изоморфные с нею соединения.

При отсутствии внешнего электрического поля сегнетоэлектрик представляет собой как бы мозаику из доменов – областей с различными направлениями поляризованности. Это схематически показано на примере титаната бария (рис. 17.1), где стрелки и знаки  $\square \otimes$ , указывают направление вектора  $P$ .

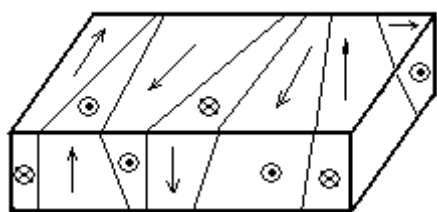


Рис. 17.1

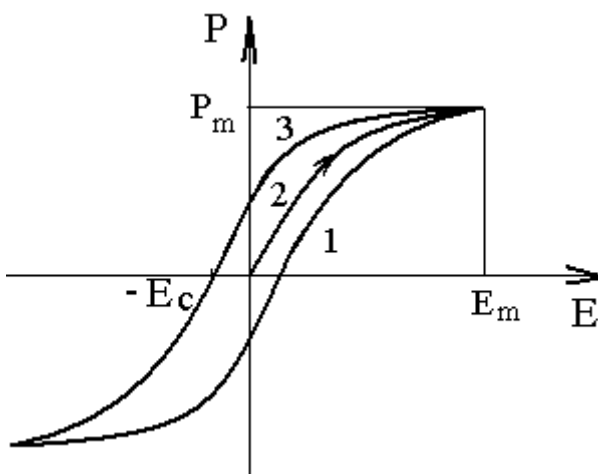


Рис. 17.2

Так как в смежных доменах эти направления различны, то в целом дипольный момент диэлектрика равен нулю. При внесении сегнетоэлектрика во внешнее поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю, а возникшее при этом суммарное электрическое поле доменов будет поддерживать их некоторую ориентацию и после прекращения действия внешнего поля.

Поэтому сегнетоэлектрики имеют аномально большие значения диэлектрической проницаемости (для сегнетовой соли, например, до  $10^4$ ).

Из опыта следует, что для большого класса диэлектриков поляризованность  $P$  линейно зависит от напряженности поля  $E$ . Если диэлектрик изотропный и  $E$  не слишком велико, то

$$P = \chi \varepsilon_0 E, \quad (17.1)$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующая свойства диэлектрика;  $\chi$  – величина безразмерная.

Так как диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = 1 + \chi$ , следовательно,  $\varepsilon$  и  $\chi$  сегнетоэлектриков зависят от напряженности  $E$  поля в веществе, а для других диэлектриков эти величины являются характеристиками вещества.

Для сегнетоэлектриков формула (17.1) не соблюдается; для них связь между векторами поляризованности ( $P$ ) и напряженности ( $E$ ) нелинейная и зависит от значений  $E$  в предшествующие моменты времени. В сегнетоэлектриках наблюдается явление диэлектрического гистерезиса («запаздывания»). Как видно из рис. 17.2, с увеличением напряженности  $E$  внешнего электрического поля поляризованность  $P$  растет, достигая насыщения (кривая 1). Уменьшение  $P$  с уменьшением  $E$  происходит по кривой 2, и при  $E=0$  сегнетоэлектрик сохраняет остаточную поляризованность  $P_0$ , т. е. сегнетоэлектрик остается поляризованным в отсутствие внешнего электрического поля. Чтобы уничтожить остаточную поляризованность, надо приложить электрическое поле обратного направления ( $-E_c$ ). Величина  $E_c$  называется коэрцитивной силой (от лат. *coercitio* – «удерживание»). Если далее  $E$  изменять, то  $P$  изменяется по кривой 3 петли гистерезиса.

Гистерезис можно наблюдать, подводя к образцу сегнетоэлектрика с металлизированными поверхностями (сегнетоконденсатору) переменное напряжение. Площадь петли гистерезиса пропорциональна энергии, рассеянной за один период. Изменяя значения подаваемого напряжения, можно получить семейство петель гистерезиса.

Сняв параметры петли, можно убедиться в нелинейном характере зависимости значения вектора поляризации  $P$  и диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  от напряженности внешнего электрического поля  $E$ . Также можно рассчитать такие характеристики сегнетоэлектрика, как поляризация насыщения, остаточная поляризация, коэрцитивная сила при определенных значениях внешнего напряжения.

Существует значительная зависимость диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  от температуры с аномально большим максимумом при температуре Кюри. После температуры Кюри  $\varepsilon$  резко уменьшается до значений, обусловленных индуцированной поляризацией. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  имеет очень высокое значение ( $10^3$ – $10^4$ ). Это обусловлено тем, что под воздействием внешнего электрического поля ориентируются электрические моменты доменов, а не отдельных атомов или молекул. При переходе через точку Кюри скачкообразно

изменяется целый ряд свойств вещества: структура кристаллической решетки, удельная теплоемкость, показатель преломления и др.

### Описание установки

Установка состоит из стенда с объектами исследования СЗ-РМ02 и измерителя статических характеристик ИСХ1-02. В качестве исследуемого образца используется сегнетоэлектрический конденсатор – вариконд ВК2-4, у которого известны геометрические размеры (написаны на лицевой панели). Он расположен на термостатированной площадке стенда. Стенд содержит также повышающий трансформатор, делитель напряжения, эталонный конденсатор и вентилятор для быстрого охлаждения образца. Стенд подключается к измерителю статических характеристик через измерительные кабели типа «тюльпан» на лицевой панели стенда.

Получить изображение петли гистерезиса сегнетоэлектрика можно на экране графического дисплея прибора. В качестве источника используется встроенный генератор регулируемого синусоидального напряжения.

На схеме исследуемый сегнетоэлектрический конденсатор  $C_2$  последовательно присоединен к эталонному конденсатору  $C_1$ . Напряжение  $U$  на выходе повышающего трансформатора равно сумме напряжений на каждом из конденсаторов:

$$U = U_{C_1} + U_{\text{сегн}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_{\text{сегн}}}.$$

Заряды  $q$  на конденсаторах равны, так как конденсаторы соединены последовательно. Поскольку в схеме  $C_{\text{сегн}} \ll C_1$ , то  $U_{\text{сегн}} \gg U_{C_1}$  и  $U \approx U_{\text{сегн}}$ , т. е. напряжение на выходе трансформатора приблизительно равно напряжению на сегнетоэлектрическом конденсаторе. В этом случае модуль вектора напряженности в сегнетоэлектрическом образце

$$E = \frac{U}{d}, \quad (17.2)$$

где  $d$  – толщина образца.

Из схемы видно, что напряжение на выходе трансформатора пропорционально напряжению на резисторе  $R_1$ :

$$U_{R_1} = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (17.3)$$

Подставив это выражение в формулу (17.2), получаем для напряженности поля сегнетоэлектрического конденсатора  $E = U_{R_1} \frac{(R_1 + R_2)}{R_1 d}$ . (17.4)

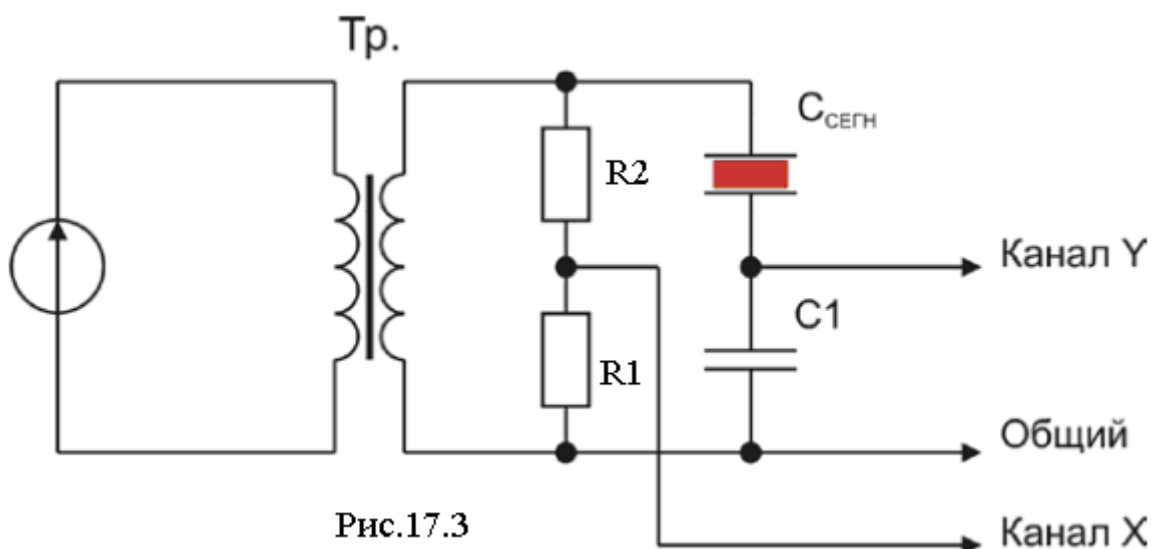


Рис.17.3

Напряжение на эталонном конденсаторе пропорционально заряду на сегнетоэлектрическом образце:

$$U_{C1} = \frac{U_{сегн} C_{сегн}}{C_1}.$$

В то же время

$$q_{сегн} = \sigma S,$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда на пластинах сегнетоэлектрического конденсатора. Можно показать, что  $\sigma = P$ . Тогда

$$U_{C1} = \frac{PS}{C_1} \quad \text{и} \quad P = \frac{U_{C1} C_1}{S}. \quad (17.5)$$

Таким образом, напряжение на эталонном конденсаторе пропорционально модулю вектора поляризации.

### Устройство и принцип работы измерителя статических характеристик ИСХ1

Органы управления прибором показаны на рис. 17.4.

На передней панели прибора расположены:

- 1 – графический дисплей;
- 2 – кнопка выбора режима работы «F»;
- 3 – кнопка выбора шкалы «Шкл.»;
- 4 – кнопка запоминания оцифрованного сигнала «Стоп»;
- 5 – кнопка выбора температурного режима «Темп»;
- 6 – кнопка управления генератором «Генер.»;
- 7 – кнопка выбора коэффициента отклонения «Кус»;
- 8 – кнопка уменьшения выбранной величины «-»;
- 9 – кнопка увеличения выбранной величины «+»;
- 10 – кнопка выключателя «Сеть»;

- 11 – выход генератора;
- 12 – вход тока I;
- 13 – вход напряжения U1;
- 14 – вход напряжения U2;
- 15 – ручка регулировки контраста изображения «Контраст».

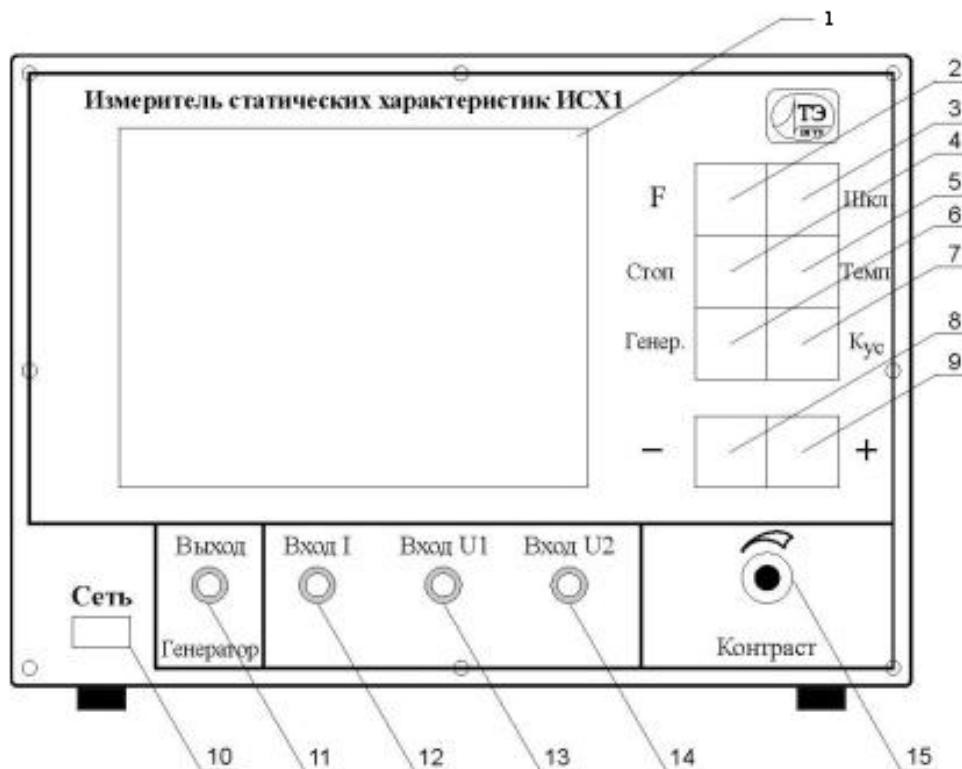


Рис. 17.4

Экран дисплея разделен на два поля (рис. 17.5).

Слева находится поле отображения сигнала; справа – информационное поле.

Поле отображения сигнала содержит координатную сетку, на которую накладывается измеряемый сигнал. Информационное поле разделено на 4 области:

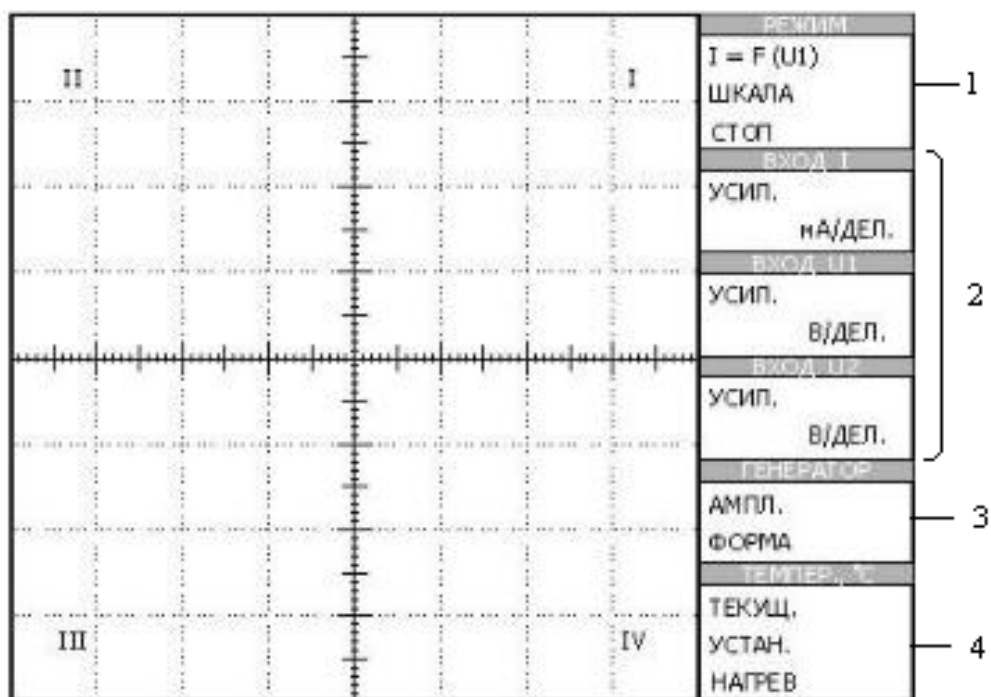


Рис.17.5

- 1 – область общих установок: отображает режим работы прибора (строка «Режим»), шкалу развертки (строка «Шкала») и состояние «стоп-кадр» (строка «Стоп»);
- 2 – область состояния входа I, входа U1 и входа U2: отображает коэффициенты отклонения каналов;
- 3 – область состояния генератора: отображает амплитуду выходного сигнала генератора (строка «Ампл.») и форму выходного сигнала генератора (строка «Форма»);
- 4 – область состояния терморегулятора: отображает текущую температуру образцов (строка «Текущ.»), требуемую температуру образцов (строка «Устан.») и индицирует работу нагревательного элемента (строка «Нагрев»).

### Порядок выполнения работы

1. Собрать схему, изображенную на рис. 17.6.
2. Для включения прибора нажмите кнопку «Сеть», при этом загорится индикатор. Регулировка контраста изображения проводится вращением ручки 15 «Контраст».

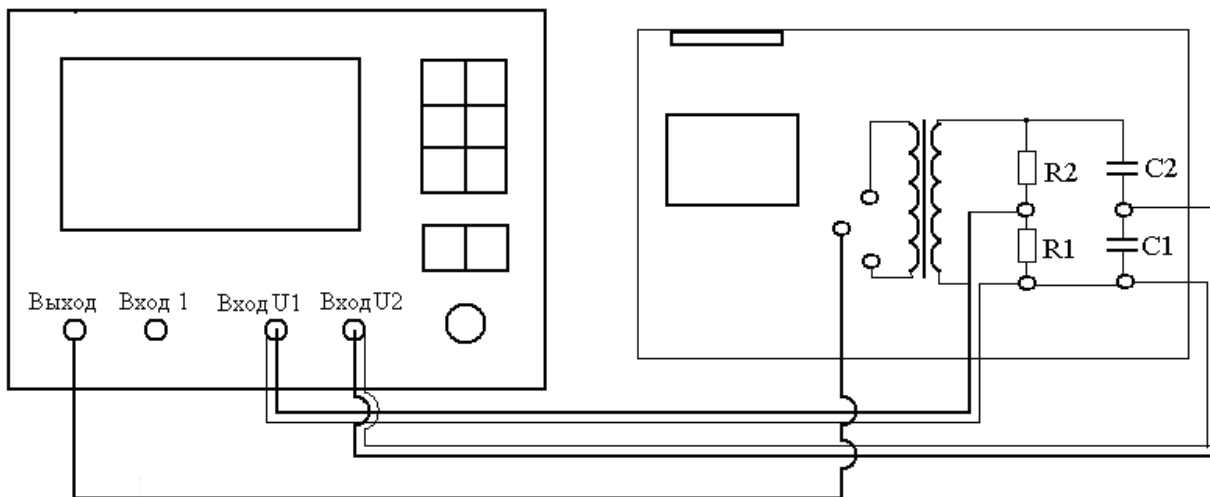


Рис. 17.6

3. Для переключения режима работы нажмите кнопку 2 «F». С помощью кнопок «+» и «-» выберите режим  $U_2 = F(U_1)$  (статическая характеристика).

4. Установите требуемый сигнал на выходе генератора 4 В. Для этого одиночным нажатием кнопки «Генер.» подсветите строку «Форма» и кнопками «+» и «-» выберите необходимую форму сигнала (синусоидальная, треугольная). В работе используется синусоидальная форма сигнала. Повторным нажатием кнопки «Генер.» подсветите строку «Ампл.» и кнопками «+» и «-» установите необходимую амплитуду выходного сигнала (4 вольта). С помощью кнопок «+» и «-» установите такой размер изображения петли гистерезиса, чтобы она помещалась на экране.

5. Для изменения коэффициента отклонения нажмите кнопку «Кус». При этом подсветится надпись «Усил.» того канала, который соответствует выбранному режиму работы. Если режим работы предполагает совместное использование двух каналов, то переход между выбором коэффициентов отклонения каналов осуществляется повторным нажатием кнопки «Кус».

Установить необходимое значение коэффициента отклонения для выбранного канала можно при помощи кнопок «+» или «-», чтобы изображение петли гистерезиса максимально помещалось на экран.

6. Для включения режима «стоп-кадр» необходимо нажать кнопку «Стоп». При этом кадр будет остановлен для проведения измерений. Для выхода из этого режима необходимо нажать кнопку «Стоп» повторно. В режиме «стоп-кадр» активна только кнопка «Стоп».

7. При помощи генератора сигнала постепенно уменьшают напряжение  $U_{ген}$  от 4 В до нуля через 0,2–0,4 В. На экране прибора получают все уменьшающиеся петли гистерезиса. Для определения координат вершин удобно использовать режим «стоп-кадр». Каждый раз заносите в таблицу координаты положительной вершины петли, т. е. координаты амплитудных значений  $X$  и  $Y$  (в делениях шкалы) и значения коэффициентов усиления.

8. Рассчитать значения  $P_m$  и  $E_m$ , пользуясь формулами (17.4) и (17.5).

9. Построить кривую начальной поляризации (график зависимости  $P_m = f(E_m)$ ).



10. Зарисовать предельную петлю, отметив на рисунке значения поляризации насыщения, остаточной поляризации и коэрцитивной силы.

11. Построить график зависимости  $\chi = f(E)$ .

12. Плавнo увеличивая температуру, найдите точку Кюри, при которой исчезает петля гистерезиса.

$E_C =$

$t_{\text{Кюри}} =$

$U_{\text{ген}}$	$x_m$	$K_{\text{всX}}$	$U_{R1}$	$E_m$	$y_m$	$K_{\text{всY}}$	$U_{C1}$	$P_m$	$\chi$
4									
...									
0									

### Контрольные вопросы

1. Каковы механизмы поляризации диэлектриков?
2. Что такое спонтанная поляризуемость сегнетоэлектриков?
3. Какими характерными особенностями обладают сегнетоэлектрики.
4. Зависит ли диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика от напряженности внешнего электрического поля, в котором он находится?
5. Что собой представляет сегнетоконденсатор?
6. Что такое точка Кюри сегнетоэлектрика?
7. Как определить из петли гистерезиса коэрцитивную силу?

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинoм, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 18

### ИССЛЕДОВАНИЕ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ ПО ПЕТЛЕ ГИСТЕРЕЗИСА

**Цель работы:** Изучение основных магнитных свойств ферромагнетиков и их зависимости от напряженности магнитного поля.

**Введение.** Существует класс магнетиков, для которых магнитная проницаемость гораздо больше единицы ( $\mu \approx 10^4$ ). Эти вещества называются ферромагнетиками. Для ферромагнетиков характерно то, что магнитная проницаемость этих веществ зависит от внешнего магнитного поля, а также от истории намагничивания данного образца. Таким образом, характерным для ферромагнитного состояния вещества является наличие в нем самопроизвольной (спонтанной) намагниченности без приложения внешнего магнитного поля.

Явление ферромагнетизма связано с образованием внутри некоторых материалов ниже определенной температуры (точки Кюри) макроскопических намагниченных областей, называемых магнитными доменами. Домены – это макроскопические области (порядка нескольких миллиметров), в которых магнитные моменты атомов ориентируются вдоль одного общего направления. Однако, хотя в ферромагнетике и образуются самопроизвольно намагниченные области, направления магнитных моментов отдельных доменов получаются разными (рис. 18.1), чтобы система имела минимум свободной энергии. Магнитный момент такого тела будет равен нулю в отсутствие магнитного поля.

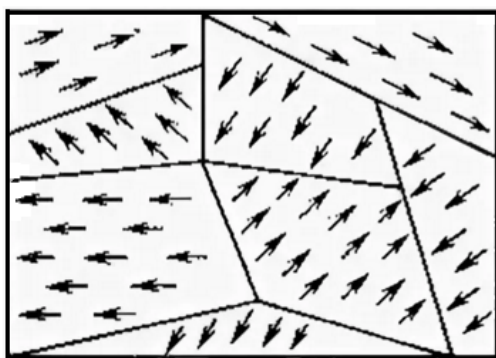


Рис. 18.1

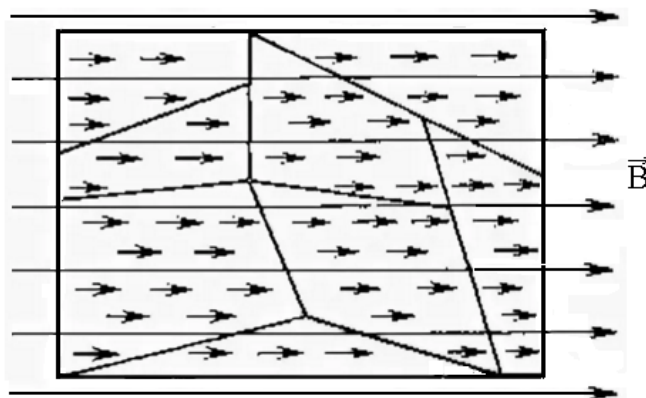


Рис. 18.2

Процесс намагничивания ферромагнитного материала под влиянием внешнего магнитного поля сводится:

- 1) к росту тех доменов, магнитные моменты которых составляют наименьший угол с направлением поля за счет уменьшения размеров других доменов (процесс смещения доменных границ);
- 2) повороту магнитных моментов в направлении внешнего поля (процесс ориентации). Магнитное насыщение достигается тогда, когда рост доменов прекращается и магнитные моменты всех спонтанно намагниченных микроскопических участков окажутся ориентированными в направлении поля (рис. 18.2).

Протекание процессов намагничивания ферромагнитного материала характеризуют кривыми намагничивания  $B(H)$  (рис. 18.3). Относительная магнит-

ная проницаемость  $\mu$  определяется по основной кривой намагничивания как отношение индукции  $B$  в ферромагнетике к напряженности внешнего магнитного поля  $H$  в данной точке кривой:

$$B = \mu_0 \mu H, \quad (18.1)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

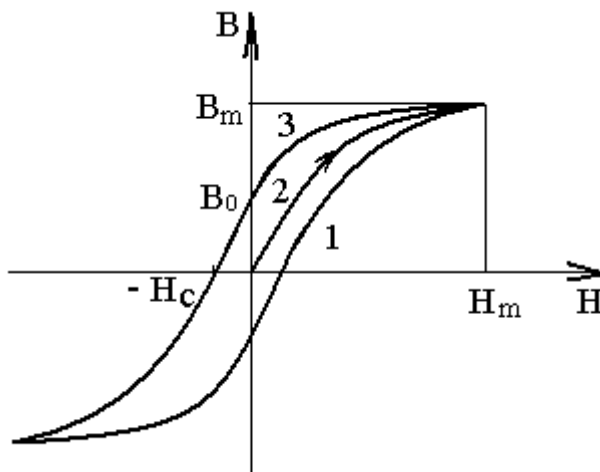


Рис. 18.3

Магнитная проницаемость, определяемая по выражению (18.1), называется статической. Она зависит от величины внешнего магнитного поля. При перемагничивании ферромагнетика зависимость  $B(H)$  характеризуется магнитным гистерезисом. Если медленно производить намагничивание материала во внешнем магнитном поле, а затем, начиная с какой-либо точки основной кривой намагничивания, начать уменьшать напряженность поля, то индукция будет также уменьшаться, но не по основной кривой, а с отставанием. При увеличении поля противоположного направления материал может быть полностью размагничен, перемагничен и при новой перемене направления магнитного поля индукция снова вернется в исходную точку. Таким образом, будет описана кривая, называемая петлей магнитного гистерезиса. В зависимости от максимальной величины напряженности внешнего магнитного поля можно построить семейство петель гистерезиса. Петля гистерезиса называется предельной, если величина напряженности магнитного поля намагничивает ферромагнетик до насыщения. На предельной петле гистерезиса выделяют следующие параметры (рис.18.3): остаточная индукция  $B_0$ , определяемая в точке  $H = 0$  на размагничивающей ветви петли; коэрцитивная сила  $H_c$ , определяющая величину напряженности размагничивающего поля; индукция насыщения  $B_m$ , определяемая как величина индукции магнитного поля при максимальной величине напряженности внешнего поля.

Процесс циклического перемагничивания ферромагнетика характеризуется потерями энергии, вызывающими нагрев материала. Эти потери обусловлены двумя основными причинами: 1) потери, связанные с необратимым смещением доменных границ. Они пропорциональны площади петли гистерезиса и частоте внешнего поля; 2) динамические потери или потери на токи Фуко; они связаны с потерями энергии на вихревые токи, индуцированные в материале внешним полем. Эти потери зависят от сопротивления материала.

В настоящее время известно значительное число ферромагнетиков, отличающихся химическим составом, кристаллической структурой и свойствами. По величине спонтанной намагниченности все ферромагнетики можно разделить на две группы. Первая группа – материалы, обладающие малой коэрцитивной силой  $H_c < 80$  А/м, высокой магнитной проницаемостью  $103 < \mu_{\max} < 106$  и малыми потерями на гистерезис. Первая группа материалов называется магнитомягкими. К ним относятся низкоуглеродистые кремнистые стали, карбонильное железо, пермаллой, ферриты, композиционные магнитодиэлектрики. Используется данная группа материалов в качестве сердечников трансформаторов, электромагнитов, в измерительных приборах, при изготовлении катушек индуктивности.

Вторая группа – материалы, обладающие большой коэрцитивной силой  $H_c > 1000$  А/м и остаточной индукцией  $B_0 > 0.5$  Тл, невысокой магнитной проницаемостью и большой магнитной энергией после намагничивания  $W \sim 10$  кДж/м<sup>3</sup>. Это группа магнитотвердых материалов. К ним относятся легированные стали, литые магнитотвердые сплавы, магниты из порошков, магнитотвердые ферриты, материалы для записи и пластически деформируемые сплавы. Магнитотвердые материалы используются в качестве источников постоянного магнитного поля либо для записи информации.

### Вывод расчетных формул и описание установки

Так как образец выполнен в виде однородного замкнутого сердечника, на котором равномерно распределена первичная (намагничивающая) обмотка с числом витков  $N_1$ , то ток  $I_1$  в этой обмотке и напряженность  $H$  создаваемого им поля связаны соотношением

$$H = \frac{N_1}{l} \cdot I_1,$$

где  $l$  – средняя длина сердечника (ферромагнитного образца). Таким образом, значения напряженности внешнего магнитного поля вычисляют по формуле

$$H = \frac{N_1 X K_{yc}}{l},$$

где  $K_{yc}$  – коэффициент усиления по оси  $X$ .

Для определения магнитной индукции в сердечнике служит измерительная обмотка с числом витком  $N_2$ . При изменении магнитного потока в сердечнике в обмотке возникает ЭДС индукции (закон Фарадея):

$$E = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

В измерительную обмотку включен делитель напряжения, состоящий из резистора  $R_2$  и конденсатора  $C_1$ . Величины сопротивления и емкости таковы, что  $I_2 R_2 \gg U_c$ , где  $I_2$  – ток в обмотке  $N_2$ ,  $U_c$  – напряжение на конденсаторе. Сопротивление самой измерительной обмотки невелико, поэтому падением напряжения на вторичной обмотке и на конденсаторе можно пренебречь. Тогда получим

$$E = I_2 R_2$$

Так как

$$I_2 = -\frac{dq}{dt}$$

где  $q$  – заряд на конденсаторе, окончательно получим

$$dB = \frac{R_2}{N_2 S} dq$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения сердечника. Проинтегрируем это выражение, тогда

$$B = \frac{R_2}{N_2 S} q$$

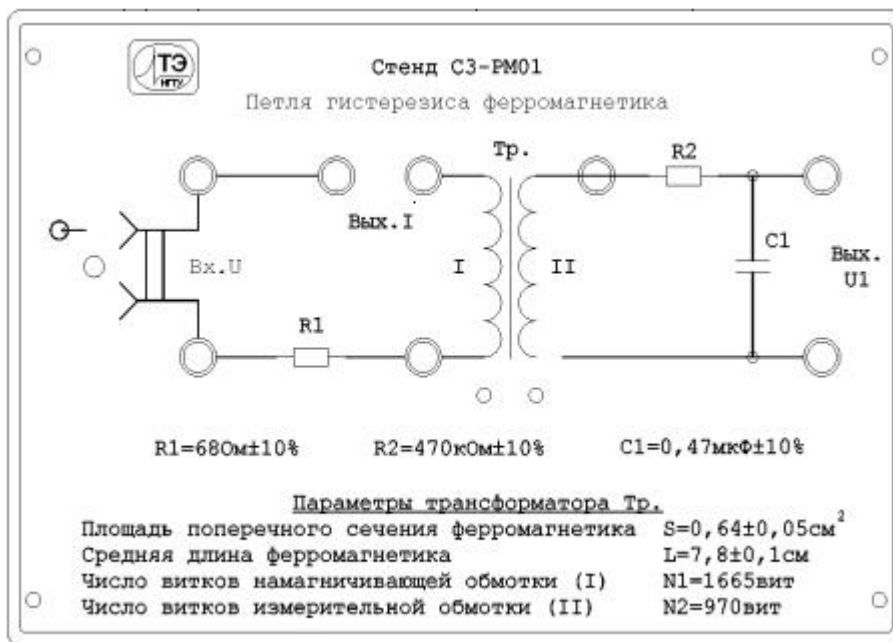


Рис. 18.4

Так как  $q = UC_1 = K_{yc} YC_1$ , окончательно получим выражение для  $B$ :

$$B = \frac{C_1 R_2 K_{yc}}{N_2 S} Y$$

где  $K_{yc}$  – коэффициент усиления по оси  $Y$ .

Свойства ферромагнетиков исследуются на осциллографической установке ИСХ1 (измеритель статических характеристик) с использованием измерительного стенда СЗ-РМ01, который показан на рис. 18.4. Стенд содержит следующие элементы: 1) трансформатор, имеющий ферромагнитный сердечник; 2) два постоянных резистора, формирующих делитель; 3) конденсатор.

### Устройство и принцип работы измерителя статических характеристик ИСХ1

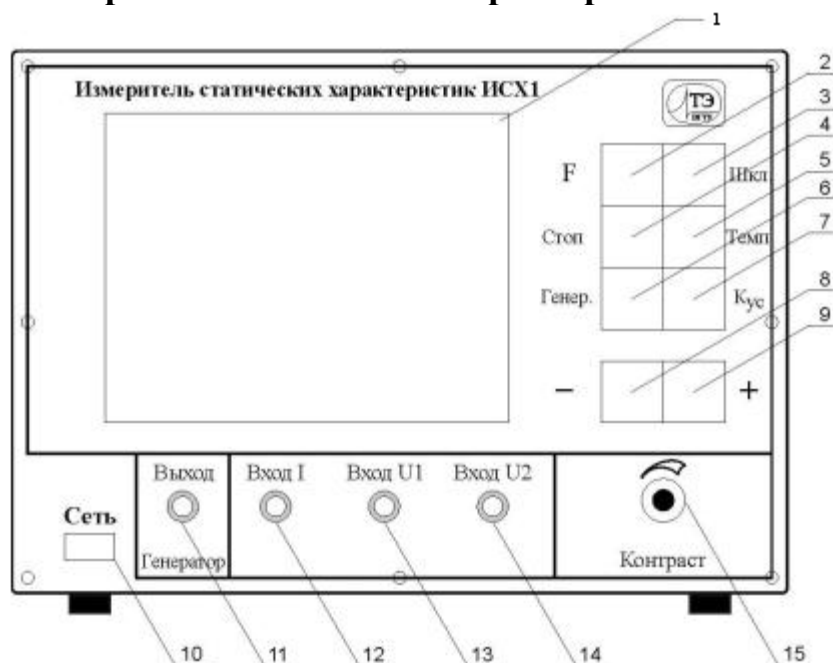


Рис. 18.5

Органы управления прибором показаны на рис. 18.5.

На передней панели прибора расположены:

- 1 – графический дисплей;
- 2 – кнопка выбора режима работы «F»;
- 3 – кнопка выбора шкалы «Шкл.»;
- 4 – кнопка запоминания оцифрованного сигнала «Стоп»;
- 5 – кнопка выбора температурного режима «Темп.»;
- 6 – кнопка управления генератором «Генер.»;
- 7 – кнопка выбора коэффициента отклонения «Кус.»;
- 8 – кнопка уменьшения выбранной величины «-»;
- 9 – кнопка увеличения выбранной величины «+»;
- 10 – кнопка выключателя «Сеть»;
- 11 – выход генератора;
- 12 – вход тока  $I$ ;
- 13 – вход напряжения  $U1$ ;

14 – вход напряжения  $U_2$ ;

15 – ручка регулировки контраста изображения «Контраст».

Экран дисплея разделен на два поля (рис. 18.6).

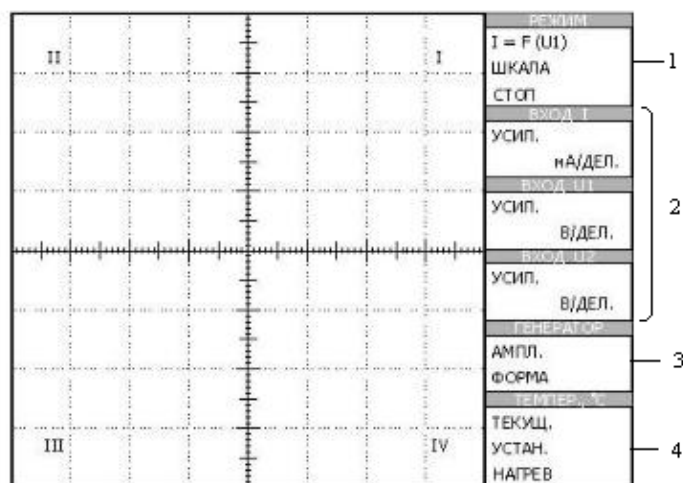


Рис. 18.6

Слева – поле отображения сигнала; справа – информационное поле.

Поле отображения сигнала содержит координатную сетку, на которую накладывается измеряемый сигнал. Информационное поле разделено на 4 области:

1 – область общих установок: отображает режим работы прибора (строка «Режим»), шкалу развертки (строка «Шкала») и состояние стоп-кадр (строка «Стоп»);

2 – область состояния входа  $I$ , входа  $U_1$  и входа  $U_2$ : отображает коэффициенты отклонения каналов;

3 – область состояния генератора: отображает амплитуду выходного сигнала генератора (строка «Ампл.») и форму выходного сигнала генератора (строка «Форма»);

4 – область состояния терморегулятора: отображает текущую температуру образцов (строка «Текущ.»), требуемую температуру образцов (строка «Устан.») и индицирует работу нагревательного элемента (строка «Нагрев»). В данной конфигурации отключена.

### Подготовка установки к работе

Перед включением установки ИСХ1, используя соединительные провода, необходимо подключить стенд СЗ-РМ01 к измерительным клеммам прибора. Для этого сигнал с генератора подается на первичную обмотку трансформатора  $Tr$  на вход генератора, вход  $I$  соединяется с выходным током первичной обмотки  $I_{вых}$ , а выходной сигнал  $U_2$  снимается с выхода  $U_1$  вторичной обмотки. Таким образом, по горизонтальной оси осциллограммы откладывается значение тока, а по вертикальной – значения напряжения.

## Порядок работы с прибором

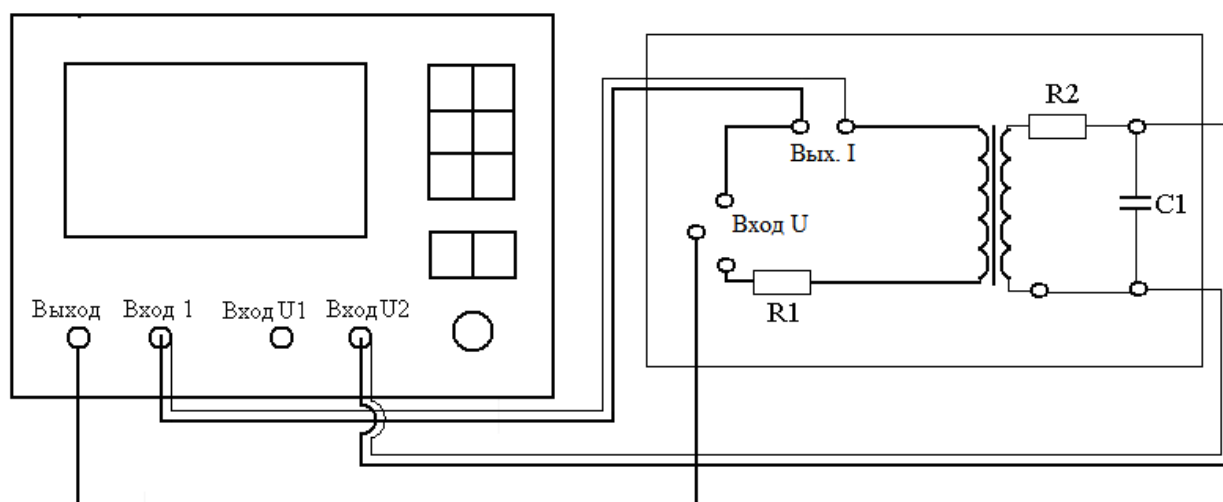


Рис. 18.7

1. Соберите электрическую схему в соответствии с рис. 18.7:
  - выход встроенного генератора соедините со входом  $U$  на стенде;
  - вход  $I$  прибора соответственно с выходом  $I$  на стенде (ось  $X$ );
  - вход  $U2$  с выходом  $U1$  на стенде (ось  $Y$ ).
2. Для включения прибора нажмите кнопку «Сеть», при этом загорится индикатор. Регулировка контраста изображения проводится вращением ручки 15 «Контраст».
3. Для переключения режима работы нажмите кнопку 2 «F». При этом должен подсветиться текущий режим работы. Затем кнопками «+» или «-» выберите необходимый режим:  $U2 = F(I)$  (передаточная характеристика).
4. Установите требуемый сигнал на выходе генератора 10 В. Для этого однократным нажатием кнопки «Генер.» подсветите строку «Форма» и кнопками «+» и «-» выберите необходимую форму сигнала (синусоидальная, треугольная). В работе используется синусоидальная форма сигнала. Повторным нажатием кнопки «Генер.» подсветите строку «Ампл.» и кнопками «+» и «-» установите необходимую амплитуду выходного сигнала (10 В).
5. Для изменения коэффициента отклонения нажмите кнопку «Кус». При этом подсветится надпись «Усил.» того канала, который соответствует выбранному режиму работы. Если режим работы предполагает совместное использование двух каналов, то переход между выбором коэффициентов отклонения каналов осуществляется повторным нажатием кнопки «Кус». Установить необходимое значение коэффициента отклонения для выбранного канала можно при помощи кнопок «+» или «-», чтобы изображение петли гистерезиса максимально помещалось на экран.
6. Для включения режима «стоп-кадр» необходимо нажать кнопку «Стоп». При этом кадр будет остановлен для проведения измерений. Для выхода из этого режима необходимо нажать кнопку «Стоп» повторно. В режиме «стоп-кадр» активна только кнопка «Стоп».



7. Если при включении прибора или во время его работы происходят какие-нибудь сбои, рекомендуется пригласить преподавателя или лаборанта.

Определение основных параметров петли гистерезиса проводится при максимальном ее размере. Для получения максимального размаха петли необходимо установить максимальное значение напряжения  $U_{ген} = 10 В$ . При этом значении  $U_{ген}$  определите остаточную индукцию  $B_0$  и коэрцитивную силу  $H_c$  (см. рис. 18.3). При помощи генератора сигнала постепенно уменьшают напряжение  $U_{ген}$  от 10 В до нуля через 1 В. На экране прибора получаются все уменьшающиеся петли гистерезиса. Для определения координат вершин удобно использовать режим «стоп-кадр». При этом каждый раз занесите в таблицу координаты положительной вершины петли, т. е. координаты амплитудных значений  $X$  и  $Y$  (в делениях шкалы).

$B_0 =$

$H_c =$

$U_{ген}, В$	$X, дел.$	$K_{yc}(X)$	$H_m, а/м$	$Y, дел.$	$K_{yc}(Y)$	$B_m, тесла$	$\mu$
10							
...							
0							

Кривая, соединяющая вершины петель, есть основная кривая намагничивания. По результатам координат амплитудных значений  $B_m$  и  $H_m$  постройте график зависимости  $B(H)$ .

Согласно выражению (18.1) вычислите магнитную проницаемость ферромагнетика для различных значений напряженности внешнего магнитного поля (через 1 В):

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$

Результат вычислений занесите в таблицу и постройте зависимость  $\mu(H)$ .

### Контрольные вопросы

1. Какие материалы называются ферромагнетиками? Физическая сущность спонтанной намагниченности.
2. Каковы основные свойства ферромагнетиков?
3. Что такое магнитный гистерезис? Назовите его причины. Что такое остаточная индукция и коэрцитивная сила?
4. Какова зависимость магнитной проницаемости  $\mu$  ферромагнетика от температуры? Что такое  $t$  Кюри? Какие процессы происходят в кристалле ферромагнетика при переходе через  $t$  Кюри?
5. Объясните зависимость  $\mu$  от  $H$ .
6. Почему и как с помощью гистерезисной петли можно определить потери энергии?
7. Группы ферромагнетиков, их применение.

## Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 19

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА ИЗ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВАКУУМНОГО ДИОДА

**Приборы и принадлежности:** лабораторная панель «Вакуумный диод», миллиамперметр постоянного тока, стабилизированные источники питания.

**Введение.** Простейшей электронной лампой является диод. Слово «диод» (греческий корень «ди» – два) означает, что в этой лампе имеются два электрода. Таким образом, диод представляет собой стеклянный баллон, из которого выкачан воздух и внутри которого находятся катод и анод. От этих электродов сквозь стенки баллона проходят выводы.

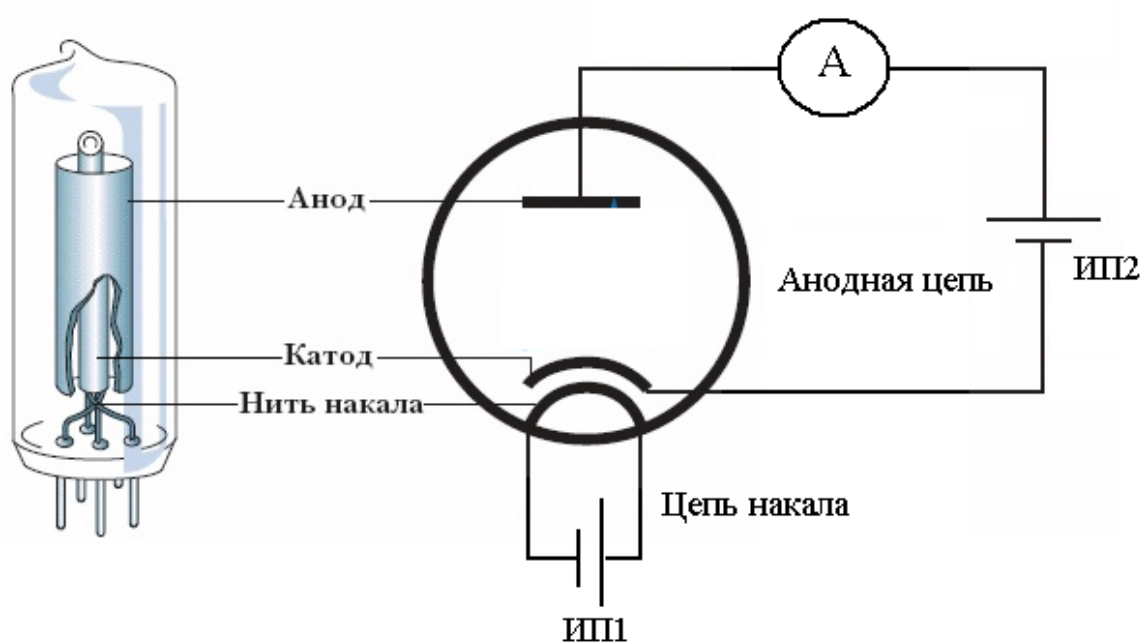


Рис. 19.1

Если составить электрическую цепь, принципиальная схема которой приведена на рис.19.1, содержащую вакуумный диод, источник анодного питания *ИП2* и амперметр, то при холодном катоде ток в цепи отсутствует, так как внутреннее пространство диода лишено носителей тока (вакуум). Если же катод нагреть до высокой температуры путем пропускания тока через него от источника тока накала *ИП1*, то благодаря термоэлектронной эмиссии с поверхности катода в диоде появятся свободные электроны. Они образуют вокруг катода электронное облако. Другие электроны, вылетающие из катода, испытывают отталкивающее действие со стороны ранее вылетевших, поэтому часть электронов, имеющих наименьшие скорости, падает обратно на катод. Если же второй электрод – анод – соединить с положительным полюсом источника *ИП2*, то под действием электрического поля электроны будут двигаться от катода к аноду.

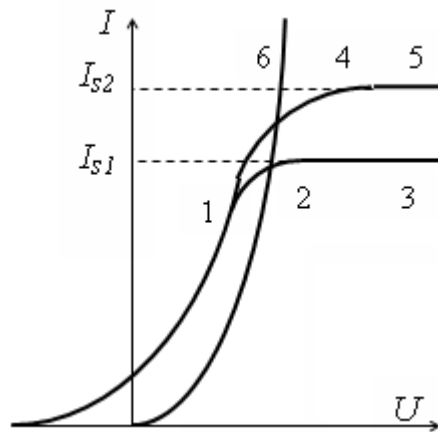


Рис. 19.2

Таким образом, в цепи, содержащей вакуумный диод, возникнет ток, силу которого можно измерить при разных напряжениях. Кривая, изображающая зависимость тока в диоде от анодного напряжения, называется вольт-амперной характеристикой диода (рис. 19.2).

Если напряжение равно нулю, ток в диоде очень слабый. По мере увеличения положительного потенциала анода ток возрастает (до точки 1), а затем практически перестает увеличиваться (участок кривой 2–3). Говорят, что ток достиг насыщения –  $I_{S1}$ . Такое явление наступает тогда, когда все электроны, эмиттированные катодом, оказываются на аноде. При повышении температуры катода (за счет пропуска тока большего накала) количество эмиттируемых электронов увеличивается, ток диода возрастает (точка 4) и снова достигает насыщения (участок 4–5), но при этом его значение  $I_{S2}$  больше прежнего  $I_{S1}$ . В диодах с оксидированным катодом при нормальном режиме работы ток насыщения практически не достигается (6).

При достижении насыщения все эмиттированные электроны попадают на анод. Рост анодного тока при этом должен прекратиться. Если катод изготовлен из чистого металла, это действительно так. При оксидированном катоде анодный ток продолжает расти, только значительно медленнее. Причиной роста является то, что в отсутствие пространственного заряда повышение анодного напряжения приводит к снижению эффективной работы выхода электронов из катода. Это явление носит название эффекта Шоттки.

Аналитическая зависимость анодного тока от величины положительного анодного напряжения в вакуумном диоде с плоскими, цилиндрическими и сферическими электродами установлена Ленгмюром в 1913 г.<sup>2</sup> Было показано, что на участке вольт-амперной характеристики, удаленном от области насыщения, в диоде с электродами любой геометрии выполняется «закон трех вторых» Ленгмюра (см. приложение к данной работе):

$$I = K \cdot U^{3/2}, \quad (19.1)$$

где  $I$  – анодный ток электронной лампы,

$U$  – разность потенциалов между катодом и анодом,

<sup>2</sup> Ленгмюр Ирвинг (1881–1957) – американский физик и химик.

$K$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от формы и размеров электродов. Для плоских параллельных электродов коэффициент  $K$  таков [1]:

$$K = \frac{4\sqrt{2}\epsilon_0 S}{9d^2} \cdot \sqrt{\frac{e}{m}}, \quad (19.2)$$

где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,

$S$  – площадь катода (и анода),

$d$  – расстояние между электродами,

$e$  – заряд электрона,

$m$  – масса электрона.

Для цилиндрических коаксиальных электродов

$$K = \frac{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 L}{9\beta^2 R} \cdot \sqrt{\frac{e}{m}}, \quad (19.3)$$

где  $L$  – длина катода,

$R$  – радиус анода,

$\beta$  – коэффициент, зависящий от отношения радиусов анода и катода [2].

Чтобы определить удельный заряд электрона  $e/m$ , достаточно экспериментально снять вольт-амперную характеристику диода и построить график зависимости анодного тока от анодного напряжения в степени  $3/2$ . Если в таких координатах характеристика диода представляет собой прямую линию, это свидетельствует о справедливости «закона трех вторых» и о качественном проведении эксперимента. Наклон прямой к оси абсцисс дает величину  $K$  в уравнении (19.1). Если при этом известны конструкция лампы и размеры ее электродов, то, подставив значение  $K$  в формулу (19.2) или (19.3), можно определить удельный заряд электрона, что является целью лабораторной работы.

**Описание установки.** В данной работе снимается вольт-амперная характеристика вакуумного диода 3Ц18П с цилиндрическими коаксиальными электродами. Лампа располагается на лабораторной панели. Электрическая цепь установки состоит из двух частей – накальной и анодной.

Накальная цепь содержит стабилизированный источник питания ИПП1 типа GPS-3030DD со встроенным амперметром, измеряющим ток накала лампы.

В анодную цепь входит стабилизированный источник питания ИПП2 типа GPR-11Н30D, создающий и измеряющий анодное напряжение, а также вольтметр универсальный В7-78/1, позволяющий измерять анодный ток. Блок-схема установки в целом представлена на рис. 19.3.

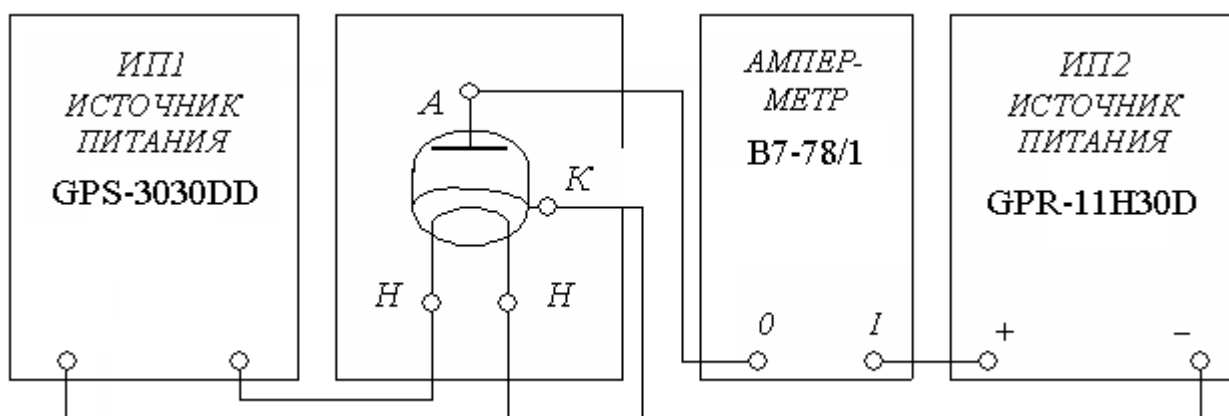


Рис. 19.3

### Измерения

1. Подготовить установку к работе:

- тумблеры «Сеть» всех приборов поставьте в положение «Выключено»;
- переключатель « $\frac{\text{внешн.}}{\text{внутр.}}$ » на передней панели источника питания *ИП1*

установите в положение «внутр.», регулятор  $U$  – в крайнее левое положение, регулятор  $I$  – в крайнее правое, переключатель индикации  $V/A$  – в положение  $A$  (измерение тока в амперах);

- на передней панели источника питания *ИП2* переключатель напряжения установите на 10 В, переключатель тока – на 200 мА.

2. Соберите электрическую цепь, соответствующую блок-схеме (рис. 19.3).

3. Предъявите собранную цепь для проверки преподавателю или лаборанту.

4. Включите источник питания цепи накала *ИП1* и регулятором « $U$ » установите ток накала 160 мА. Прогрейте лампу в этом режиме не менее 5 мин.

5. Включите универсальный прибор, нажмите на его передней панели клавишу  $I=$  (измерение постоянного тока) и клавишу  $ABП$  – режим автоматического выбора предела измерения.

6. Включите источник питания анодной цепи *ИП2*.

7. Повышая напряжение на аноде лампы от 10 до 90 В через каждые 10 В, измерьте анодный ток. Результаты измерений занесите в табл. 19.1.

8. Те же измерения проведите еще при следующих значениях тока накала: 180, 200.

Таблица 19.1

		$I_H=160 \text{ мА}$	$I_H=180 \text{ мА}$	$I_{H2}=200 \text{ мА}$
$U, \text{В}$	$U^{3/2}$ $(\text{В})^{3/2}$	$I, \text{мА}$	$I, \text{мА}$	$I, \text{мА}$

## Обработка результатов измерений

1. Постройте вольт-амперную характеристику диода  $I = I(U)$  для одного тока накала на одном листе планшета.

2. Постройте график зависимости анодного тока  $I$  от  $U^{3/2}$  при трех значениях тока накала 160, 180 и 200 мА (три линии на одном графике).

3. Выделите на каждом графике линейный участок и найдите угловой коэффициент  $K$  каждого, выразив его в единицах СИ. Результаты обработки графиков занесите в табл. 19.2.

Таблица 19.2

$R=$	$L=$	$\beta^2=$			
$\Delta I,$ <i>мА</i>	$\frac{\Delta U^{3/2}}{(B)^{3/2}},$	$K,$ $A \cdot (B)^{-3/2}$	$e/m,$ <i>Кл/кг</i>	$\Delta(e/m),$ <i>Кл/кг</i>	$[\Delta(e/m)]^2,$ $(Кл/кг)^2$

4. Взяв геометрические параметры лампы (они записаны на лабораторной панели установки), по формуле (19.3) рассчитайте удельный заряд электрона. Найдите среднее значение  $e/m$  и полуширину доверительного интервала по Стьюденту.

5. Сравните полученное значение  $e/m$  с табличным значением. Проанализируйте результат сравнения.

### Контрольные вопросы

1. Что такое диод? Как устроен вакуумный диод?
2. Что такое термоэлектронная эмиссия? Где это явление находит применение в данной работе?
3. Нарисуйте вольт-амперную характеристику вакуумного диода и расскажите о характерных участках этой кривой.
4. Что такое насыщение? Что такое ток насыщения? Можно ли его изменить в данном диоде, почему и как?
5. Что такое «закон трех вторых»? Какой участок вольт-амперной характеристики подчиняется этому закону? Используйте для ответа построенные графики. Почему в диоде не выполняется закон Ома?
6. С какой целью строится график зависимости анодного тока от напряжения в степени три вторых? Что из него извлекается и как?
7. Что такое удельный заряд электрона? Какова методика его нахождения в данной работе?
8. Покажите, что при вычислении удельного заряда по формуле, полученной из (19.3), в СИ получается результат в Кл/кг.
9. Какие факторы могут приводить к отклонению от «закона трех вторых»?

## Приложение к лабораторной работе № 19

### РАСЧЕТ ТОКА В ВАКУУМНОМ ДИОДЕ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Чтобы установить связь между током диода и приложенным напряжением, решим задачу о движении электронов в пространстве катод-анод. Для этого прежде всего нужно знать, как распределен потенциал электрического поля в указанном промежутке.

Рассмотрим пару цилиндрических коаксиально расположенных электродов: катод радиуса  $r_K$  и анод радиуса  $R$  (рис. 19.5).

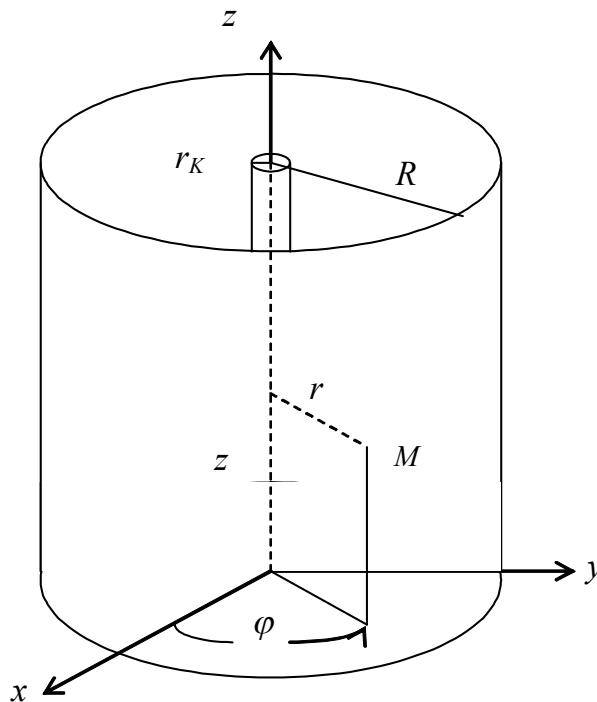


Рис. 19.4

С целью упрощения расчетов сделаем следующие допущения:

1. Расстояние между электродами значительно меньше их длины, поэтому потенциал изменяется только в радиальном направлении.
2. Пространственный заряд, образованный термоэлектронами, имеет всюду одинаковую плотность и не изменяется со временем.
3. Потенциал катода равен нулю ( $V_0 = 0$ ).
4. Начальная скорость термоэлектронов равна нулю.
5. Масса электронов постоянна, не зависит от их скорости.

Потенциал  $V$  в пространстве катод-анод можно найти, решая уравнение Пуассона, которое в СИ имеет вид

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (19.4)$$

где  $\nabla^2$  – оператор Лапласа,  $\rho$  – объемная плотность заряда. Знак «минус» обусловлен знаком пространственного заряда.



Объемная плотность заряда связана с плотностью тока  $j$  следующим образом:

$$j = n \cdot e \cdot v = -\rho \cdot v, \quad (19.5)$$

где  $n$  – число электронов в единице объема,

$e$  – заряд электрона,

$v$  – скорость направленного движения электронов.

Здесь знак «минус» показывает, что направление тока противоположно скорости движения носителей заряда.

Так как

$$j = \frac{I}{S}, \quad (19.6)$$

где  $S$  – площадь боковой поверхности цилиндра радиуса  $r$ , то для объемной плотности заряда получится следующее выражение:

$$\rho = -\frac{I}{2\pi \cdot r \cdot L \cdot v}, \quad (19.7)$$

где  $L$  – длина рабочей части катода.

Скорость электронов в произвольной точке можно определить из условия

$$\frac{mv^2}{2} = eV$$

следующим образом:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}. \quad (19.8)$$

Учитывая осевую симметрию электродов и такую же геометрию электрического поля в диоде (рис. 19.4), запишем уравнение Пуассона (4) в цилиндрической системе координат через переменные  $r, \varphi, z$ :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \quad (19.9)$$

В этом уравнении производная по  $\varphi$  равна нулю в силу осевой симметрии поля, а производная по  $z$  равна нулю исходя из сделанного выше допущения о длинных цилиндрических электродах (п. 1). С учетом сказанного уравнение (19.9) будет уравнением одной переменной  $r$ .

Подставим выражения (19.7) и (19.8) в уравнение (19.9) и получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = CV^{-1/2}, \quad (19.10)$$

где

$$C = \frac{I}{2\pi\varepsilon_0 L \sqrt{2e/m}}. \quad (19.11)$$

Будем искать потенциал  $V$ , удовлетворяющий уравнению (19.10), в виде

$$V = D \cdot r^\alpha, \quad (19.12)$$

где  $D$  и  $\alpha$  – некоторые постоянные, пока неизвестные. Подставим выражение (19.12) в уравнение (19.10), получим

$$D\alpha^2 r^{\alpha-1} = CD^{-1/2} r^{-\alpha/2}.$$

Сравнивая показатели степени переменной  $r$  и коэффициенты, стоящие в той и другой частях равенства, найдем, что

$$\alpha = \frac{2}{3}, \quad D = \left(\frac{9C}{4}\right)^{2/3}.$$

Таким образом, выражение потенциала  $V$  как функции  $r$  – расстояния от оси коаксиальных электродов имеет вид

$$V = \left(\frac{9}{4} \frac{I}{2\pi\epsilon_0 L \sqrt{2e/m}}\right)^{2/3} r^{2/3}. \quad (19.13)$$

Если принять  $r=R$  ( $R$  – радиус анода), то из выражения (19.13) можно получить зависимость тока диода  $I$  от напряжения между его электродами  $U$ , которое в данном случае совпадает со значением потенциала анода:

$$I = \frac{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 L}{9R} \cdot \sqrt{e/m} \cdot U^{3/2}. \quad (19.14)$$

Итак, получен «закон трех вторых». Теоретическая вольт-амперная характеристика диода, соответствующая этому закону, изображается кривой 6 (см. рис. 19.2).

Аналогичным образом получается расчетная формула для анодного тока в случае диода с плоскими электродами.

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5 изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 20

### ИЗУЧЕНИЕ ДЕЙСТВИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВОДНИК С ТОКОМ

**Цель работы** – экспериментальное изучение закона Ампера; определение магнитной индукции в воздушном зазоре постоянного магнита.

#### Введение

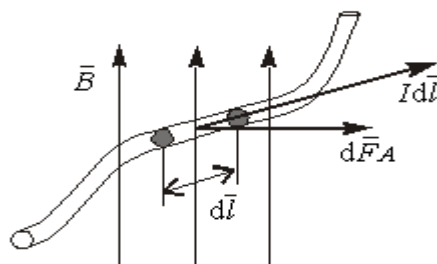


Рис. 20.1

На элемент  $d\vec{l}$  проводника с током  $I$ , находящийся в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  (рис. 20.1), действует сила  $d\vec{F}$ , значение которой определяется законом Ампера:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (20.1)$$

На прямолинейный проводник длиной  $b$  с током  $I$ , расположенный перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля действует сила, значение которой находится интегрированием (1) по длине проводника:

$$F_A = \int_0^b dF = IBb, \quad (20.2)$$

где  $I$  – сила тока в проводнике;  $b$  – длина проводника;  $B$  – магнитная индукция.

В технике широко используются приборы, в которых магнитное поле создается в малом кольцевом зазоре  $l$  постоянными магнитами 2 и 4 (рис. 20.2). В пределах зазора линии магнитного поля направлены радиально, а значение магнитной индукции зависит только от расстояния до точки  $O$ . Если в такое магнитное поле поместить рамку 3 с током  $I$ , свободно вращающуюся вокруг оси  $O$ , то на нее будет действовать пара сил Ампера.

Момент этих сил относительно оси вращения  $O$  зависит от значения магнитной индукции в тех точках пространства, где расположены стороны рамки, параллельные оси вращения, от силы тока в рамке, ее геометрических размеров, числа витков  $N$  намотанного на нее провода, но не зависит от угла поворота рамки:

$$M = F_A a N, \quad (20.3)$$

где  $M$  – момент сил Ампера относительно оси вращения;  $F_A$  – сила Ампера;  $N$  – число витков,  $a$  – ширина рамки.

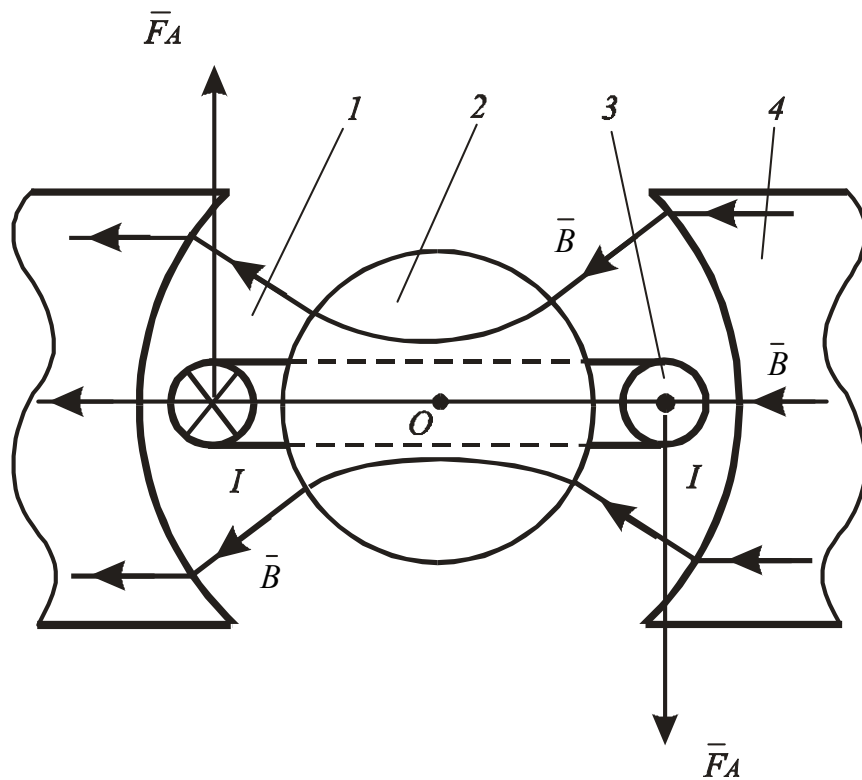


Рис. 20.2. Рамка с током в радиальном магнитном поле

Из (20.2) и (20.3) имеем

$$M = IBb a N, \quad (20.4)$$

где  $b$  – длина рамки.

Если момент сил Ампера  $M_{(A)}$ , приложенный к рамке  $I$  (рис. 20.3), уравновесить моментом силы тяжести  $mg$ , действующей на стрелку 2, жестко связанную с рамкой, то значение момента сил Ампера можно определить по углу поворота  $\alpha$  рамки, при котором достигается механическое равновесие:

$$M_{(A)} = M_{(mg)} \quad (20.5)$$

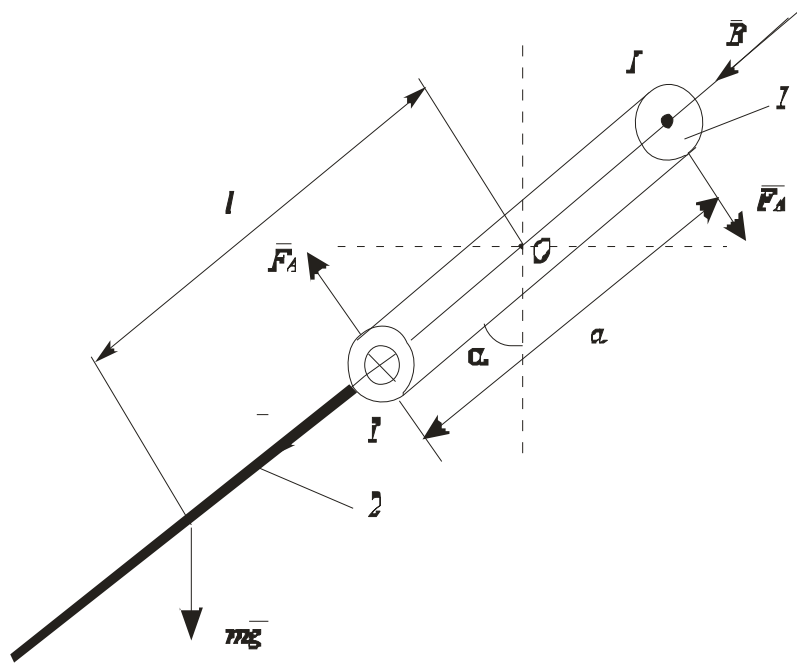


Рис. 20.3 Момент силы тяжести уравнивает момент силы ампера

Из (20.4) и (20.5) и рис.20.3 следует:

$$F_A a N = I B b a n = m g l \sin \alpha, \quad (20.6)$$

где  $I$  – сила тока в рамке,  $B$  – магнитная индукция,  $a$  – ширина рамки,  $b$  – длина рамки,  $l$  – расстояние от центра масс стрелки до оси вращения рамки,  $m$  – масса стрелки,  $N$  – число витков рамки,  $\alpha$  – равновесный угол поворота рамки. Из (20.6) следует:

$$F_A = \frac{m g l}{a N} \sin \alpha. \quad (20.7)$$

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка представляет собой амперметр магнито-электрической системы, в котором измерительная рамка находится в радиальном поле постоянных магнитов, как это показано на рис. 20.2. На стрелке прибора, занимающей вертикальное положение в отсутствие тока, закреплена тонкая металлическая трубочка. Измерительная шкала амперметра заменена транспортиром для измерения углов отклонения стрелки.

Для учета методической погрешности, связанной с наличием момента упругих сил  $M_y$ , возникающих в подвеске рамки при ее повороте, необходимо поставить корпус прибора на левую боковую грань и измерить угол  $\beta$  отклонения груза от вертикали. По углу  $\beta$  можно определить коэффициент жесткости подвески  $k$ .

Так как  $M_y = k\beta$ , то при равновесии рамки с грузом момент силы тяжести равен моменту упругих сил

$$m g l \cos \beta = k \beta.$$

Отсюда

$$k = \frac{mgl \cos \beta}{\beta}.$$

С учетом момента упругих сил выражение (20.6) принимает вид

$$F_A a N = m g l \sin \alpha + k \alpha, \quad (20.8)$$

а выражение (20.7) –

$$F_A = \frac{mgl \sin \alpha}{aN} + \frac{mgl \cos \beta}{aN\beta} \alpha. \quad (20.9)$$

Из (20.2) и (20.9) получим выражение для расчета магнитной индукции

$$B = \frac{mgl}{INab} \left( \sin \alpha + \frac{\alpha}{\beta} \cdot \cos \beta \right) \quad (20.10)$$

### Порядок выполнения работы

Измерьте зависимость угла  $\alpha$  отклонения груза (поворота рамки) от силы тока  $I$  в рамке:

– подключите модуль лабораторной работы соединительным кабелем к источнику питания. Регулятор напряжения на источнике питания установите в крайнее левое положение;

– к нижнему штекерному разъему модуля подсоедините прибор для измерения силы тока в рамке;

– произведите измерение силы тока в рамке для углов отклонения от 5 до 45°. Результаты измерений запишите в табл. 20.2;

– выключите электропитание. Положите модуль лабораторной работы на левую боковую грань и измерьте угол  $\beta$  отклонения груза от горизонтали, результат измерений запишите в табл. 20.2.

### Параметры лабораторной работы

Таблица 20.1

Масса стрелки $m$	80 мг
Расстояние от центра масс стрелки до оси вращения $l$	3 см
Ширина рамки $a$	18 мм
Длина рамки $b$	13 мм
Число витков рамки $N$	50
Предельный угол отклонения стрелки $\alpha$	50°

Таблица 20.2

Зависимость угла отклонения от силы тока в рамке

№	$I, A$	$\alpha^\circ$	$F_A, H$

### Обработка результатов измерений

1. По данным табл. 20.2 рассчитайте по формуле (20.9) значения силы Ампера и результаты запишите в табл. 20.2.

2. Постройте график зависимости силы Ампера от силы тока в рамке, проведя через экспериментальные точки прямую, выходящую из начала координат.

3. Используя выражение (20.2) найдите по тангенсу угла наклона прямой на графике значение магнитной индукции  $B$  в воздушном зазоре постоянного магнита.

4. Рассчитайте погрешность измерения  $\Delta F_A$  и  $\Delta B$ , запишите окончательный результат в стандартной форме.

### Контрольные вопросы

1. Запишите закон Ампера для силы, действующей на проводник с током в магнитном поле.

2. Запишите условие равновесия рамки с учетом момента упругих сил.

3. Какова зависимость силы Ампера от силы тока в рамке?

4. Каким образом в данной лабораторной работе можно оценить работу сил Ампера?

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.

2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.

3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

4. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 21

### ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ЗАРЯДА И РАЗРЯДА КОНДЕНСАТОРОВ

**Приборы и оборудование:** лабораторная панель, звуковой генератор; цифровой осциллограф.

**Введение.** Простейший конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), расположенных на малом расстоянии друг от друга. Чтобы внешние тела не оказывали влияния на емкость конденсатора, его обкладки располагают относительно друг друга так, чтобы поле, создаваемое накапливающимися на них зарядами, было сосредоточено практически полностью внутри.

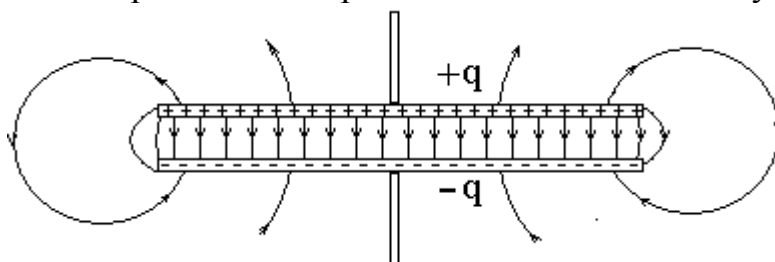


Рис. 21.1

Это означает, что линии вектора  $E$ , начинающиеся на одной обкладке, должны заканчиваться на другой, т. е. заряды на обкладках должны быть одинаковы по модулю и противоположны по знаку ( $q$  и  $-q$ ). Основной характеристикой конденсатора является его емкость. В отличие от емкости уединенного проводника под емкостью конденсатора понимают отношение заряда конденсатора к разности потенциалов между обкладками (эту разность называют напряжением):

$$C = q/U.$$

Под зарядом  $q$  конденсатора имеют в виду заряд, расположенный на положительно заряженной обкладке. Емкость конденсатора зависит от его геометрии (размеров и формы обкладок), от зазора между ними и от заполняющей конденсатор среды.

**Емкость плоского конденсатора.** Этот конденсатор состоит из двух параллельных пластин, разделенных зазором шириной  $d$ . Если заряд конденсатора  $q$ , то напряженность поля между его обкладками

$$E = \sigma/\epsilon_0,$$

где  $\sigma = q/S$  – поверхностная плотность заряда,  $S$  – площадь каждой пластины. Следовательно, напряжение между обкладками

$$U = Ed = \frac{qd}{\epsilon_0 S}.$$

Тогда емкость  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Этот расчет был проведен без учета искажения поля у краев пластин (без учета краевых эффектов).



Чем меньше зазор  $d$  по сравнению с линейными размерами пластин, тем точнее определяется емкость реального плоского конденсатора полученным выражением.

**Разряд конденсатора.** Если обкладки заряженного конденсатора емкости  $C$  замкнуть через сопротивление  $R$ , то через него потечет ток. Пусть  $I$ ,  $q$ ,  $U$  – мгновенные значения тока, заряда положительной обкладки и разности потенциалов между обкладками (напряжения). Считая ток  $I$  положительным, когда он течет от положительной обкладки к отрицательной (рис. 21.2), запишем

$$I = -\frac{dq}{dt}.$$

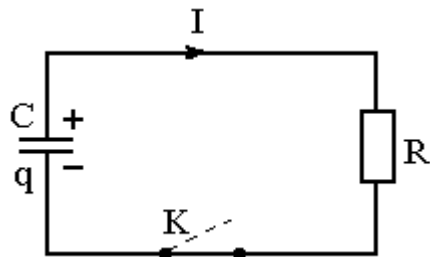


Рис. 21.2

Согласно закону Ома для внешнего участка цепи, содержащего сопротивление  $R$ ,

$$RI = U.$$

Учитывая, что  $I = -dq/dt$  и  $U = q/C$ , преобразуем предыдущее уравнение к виду

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0.$$

В этом дифференциальном уравнении переменные разделяются, и после интегрирования мы получим

$$q = q_0 e^{-t/\tau}, \quad (21.1)$$

где  $q_0$  – начальный заряд конденсатора, а  $\tau$  – постоянная, имеющая размерность времени:

$$\tau = RC.$$

Эту постоянную называют временем релаксации. Из (21.1) видно, что  $\tau$  есть время, за которое заряд конденсатора уменьшается в  $e$  раз.

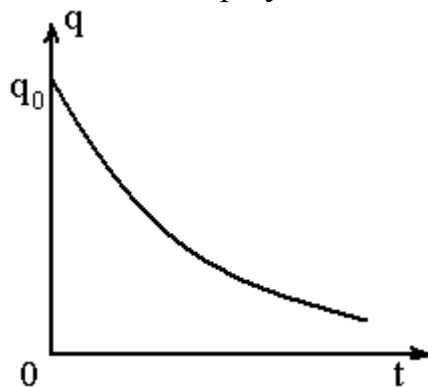


Рис. 21.3

Продифференцировав (21.1) по времени, найдем закон изменения тока

$$I = -\frac{dq}{dt} = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (21.2)$$

где  $I_0 = q_0/\tau$  – сила тока в момент  $t = 0$ . На рис. 21.3 показан график зависимости  $q(t)$  – заряда на конденсаторе от времени. График зависимости  $I(t)$  имеет подобный вид. Напряжение на конденсаторе равно  $U(t) = \frac{q_0}{C} e^{-t/\tau}$ .

**Заряд конденсатора.** Рассмотрим цепь, содержащую последовательно соединенные конденсатор  $C$ , сопротивление  $R$  и источник ЭДС  $E$  (рис. 21.4). Первоначально конденсатор не заряжен (ключ  $K$  разомкнут). В момент  $t = 0$  ключ замкнули и в цепи пошел ток, заряжающий конденсатор. Увеличивающиеся заряды на обкладках конденсатора будут все в большей степени препятствовать прохождению тока, постепенно уменьшая его.

Теперь ток в цепи будем считать положительным, когда он течет в направлении к положительно заряженной обкладке конденсатора:  $I = dq/dt$ . Применим закон Ома для неоднородного участка цепи к участку  $I-E-R$ :

$$RI = \varphi_1 - \varphi_2 + E,$$

где под  $R$  понимается полное сопротивление этого участка, включая внутреннее сопротивление источника ЭДС.

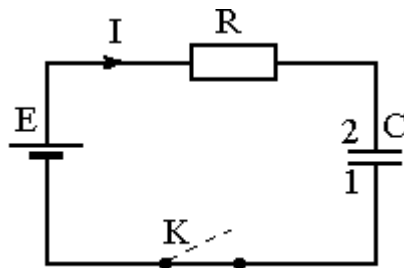


Рис. 21.4

Учитывая, что  $I = dq/dt$  и  $\varphi_1 - \varphi_2 = U = \frac{q}{C}$ , перепишем предыдущее уравнение в виде

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E - q/C}{R}.$$

Разделение переменных дает

$$\frac{Rdq}{E - q/C} = dt.$$

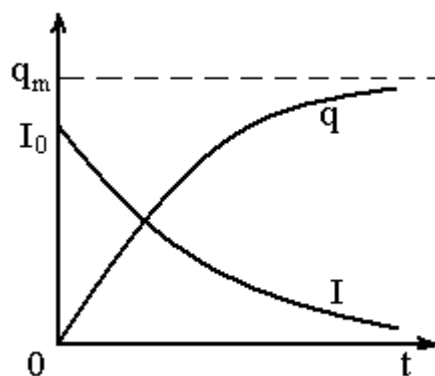


Рис. 21.5

Проинтегрировав это уравнение с учетом начального условия ( $q=0$  при  $t=0$ ), получим

$$RC \ln\left(1 - \frac{q}{EC}\right) = -t,$$

откуда

$$q = q_m (1 - e^{-t/\tau}). \quad (21.3)$$

Здесь  $q_m = EC$  – предельное значение заряда на конденсаторе (при  $t \rightarrow \infty$ ),  $\tau = RC$ . Закон изменения тока со временем

$$I = \frac{dq}{dt} = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (21.4)$$

Где  $\tau = RC$ .

Графики зависимостей  $q(t)$  и  $I(t)$  показаны на рис. 21.5.

**Описание установки.** В данной работе используется лабораторный модуль, содержащий 3 конденсатора неизвестной емкости, переменное сопротивление с возможностью выбора 1–10 кОм, цифровой осциллограф GDS-2102 и звуковой генератор GFG-3015.

Функциональная схема лабораторной установки представлена на рис. 21.6. Подаваемый с выхода генератора прямоугольный импульс через сопротивление подается на конденсатор. Конденсатор заряжается. Время заряда конденсатора можно изменить, изменяя сопротивление  $R$ . В момент паузы происходит разряд конденсатора по цепи  $RC$ . Время разряда определяется параметрами этой цепи. Визуально процесс заряда/разряда можно наблюдать на экране осциллографа.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с описанием цифрового осциллографа и звукового генератора (см. приложение).

2. Подготовить приборы к работе и собрать электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 21.6. Установить переключатель емкостей в положение  $C_1$ , сопротивление – 1 кОм.

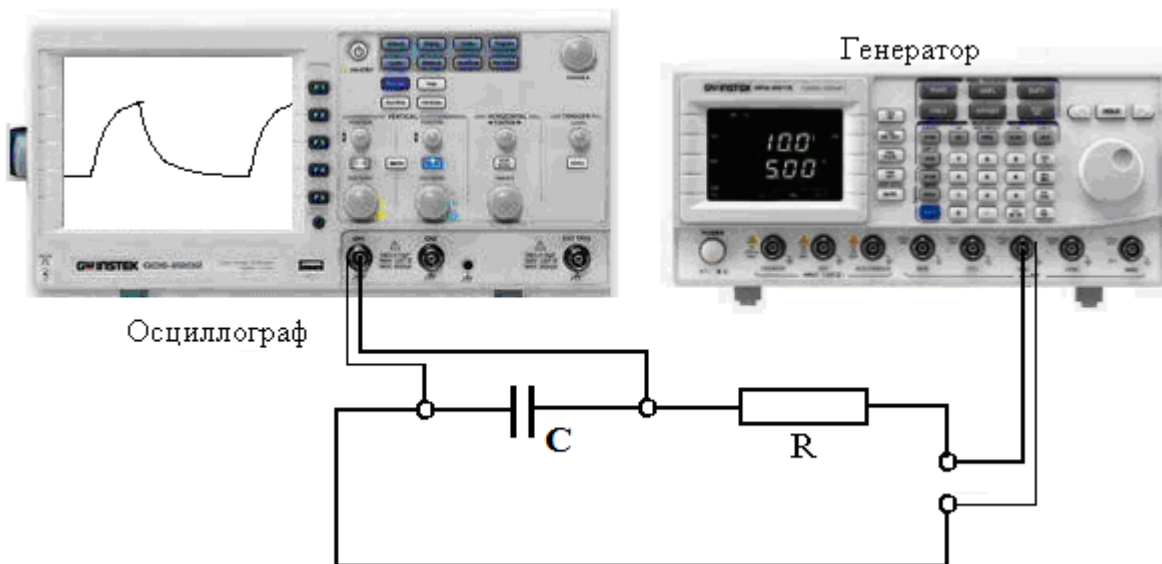


Рис. 21.6

3. Дать проверить схему преподавателю или лаборанту.

4. Включить приборы в сеть. Установить вид сигнала звукового генератора – прямоугольные импульсы, частоту 20–30 Гц, амплитуду 5 В.

5. Добиться устойчивого изображения сигнала на осциллографе с помощью кнопки «AutoSet» либо изменяя масштаб с помощью ручек «Вольт/Дел», «Время/Дел» и перемещая сигнал с помощью ручки «Смещение». На экране должно помещаться 1–2 периода изображения.

6. Перевести осциллограф в режим курсорных измерений. Совместить одну из курсорных линий с осью  $X$ , другую (перпендикулярную ей) – с осью  $Y$ . Измерить на кривой разряда значение  $U(t_1)$  при  $t=t_1$  и  $U(t_2)$  при  $t=t_2$ . Занести в табл. 21.1.

7. Рассчитать значение постоянной релаксации и емкости конденсатора по формуле

$$\ln\left(\frac{U(t_1)}{U(t_2)}\right) = \frac{t_2 - t_1}{\tau}. \quad (21.5)$$

8. Повторить те же действия с тем же конденсатором, но с другими сопротивлениями 3–5 раз.

Таблица 21.1

R	$t_1$	$U(t_1)$	$t_2$	$U(t_2)$	$\ln\left(\frac{U(t_1)}{U(t_2)}\right)$	$\tau$	$C_1$

Таблица 21.2

R	$t_1$	$U(t_1)$	$t_2$	$U(t_2)$	$\ln\left(\frac{U(t_1)}{U(t_2)}\right)$	$\tau$	$C_2$

Таблица 21.3

R	$t_1$	$U(t_1)$	$t_2$	$U(t_2)$	$\ln\left(\frac{U(t_1)}{U(t_2)}\right)$	$\tau$	$C_3$

9. Прodelать действия п. 6–8 с двумя другими конденсаторами, заполнив аналогично табл. 21.2 и 21.3.

10. Рассчитать погрешность определения емкости по формуле Стюдента и записать результаты в стандартном виде с указанием погрешности и коэффициента доверия.

### Контрольные вопросы

1. Что называется временем релаксации?
2. Получите размерность произведения  $RC$ .
3. Для чего в лабораторной работе используются прямоугольные импульсы, а не синусоидальные?
4. Какой должна быть частота следования импульсов и от чего она зависит?
5. Вывести рабочую формулу (21.5).

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 22

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ С ИНДУКТИВНОСТЬЮ

**Цель работы:** изучить переходные процессы в цепи с индуктивностью при включении и выключении источника постоянного тока, измерить время релаксации и индуктивность катушки.

**Приборы и оборудование:** генератор, лабораторный модуль с катушкой и резисторами, осциллограф.

**Введение.** Физически переходные процессы – это переход системы от одного энергетического состояния к другому. Если в электрической цепи присутствуют емкости или индуктивности, являющиеся накопителями электрической или магнитной энергии, то переходной процесс не может происходить скачком, так как с энергетических позиций невозможны скачкообразные изменения энергии.

Другими словами, переходный процесс – это процесс установления силы тока в электрической цепи при подключении к источнику напряжения или процесс спада силы тока до нуля при выключении.

Пусть цепь состоит из постоянной индуктивности  $L$ , сопротивления  $R$ , амперметра  $A$ , источника ЭДС  $E$  и специального ключа  $K$  (рис. 22.1, *a*).

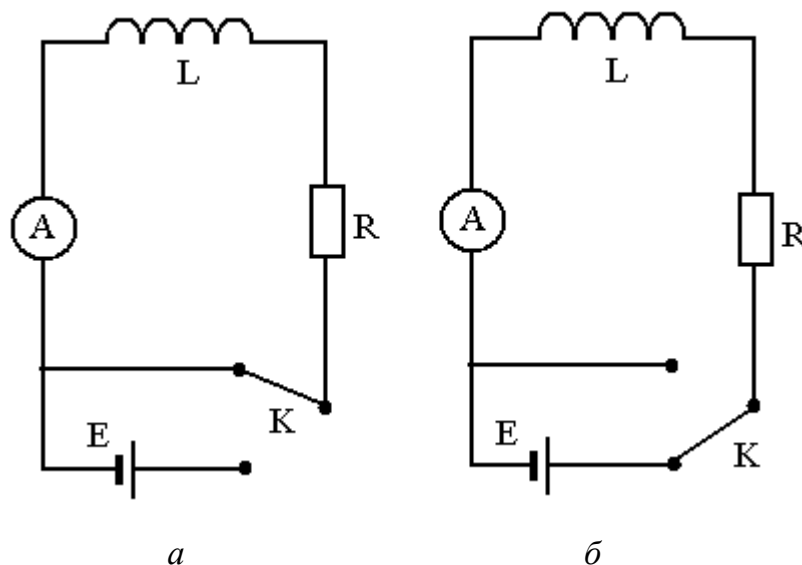


Рис. 22.1

Первоначально ключ  $K$  находится в нижнем положении (рис. 22.1, *б*) и в цепи течет ток  $I = E/R$  (сопротивление источника ЭДС  $E$  считаем пренебрежимо малым).

В момент  $t=0$  быстро повернем ключ  $K$  по часовой стрелке из нижнего положения в верхнее (рис. 22.1, *a*). При этом произойдет следующее: на очень короткое время ключ замкнул источник  $E$  и тут же выключил его из цепи, не нарушая ее замкнутости. Ток через индуктивность  $L$  начнет убывать, а это значит, что возникнет ЭДС самоиндукции  $E_0 = -L \frac{dI}{dt}$ , противодействующая

убыванию тока по правилу Ленца. В каждый момент ток в цепи будет определяться законом Ома  $I = E/R$ , или  $RI = -L \frac{dI}{dt}$ .

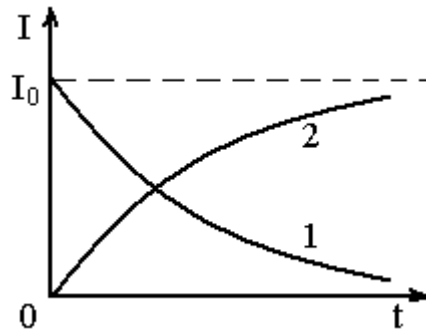


Рис. 22.2

Разделив переменные, получим  $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$ .

Интегрирование этого уравнения по  $I$  (от  $I_0$  до  $I$ ) и по  $t$  (от  $0$  до  $t$ ) дает

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{Rt}{L},$$

или

$$I = I_0 e^{-t/\tau}, \quad (22.1)$$

где  $\tau$  – постоянная, имеющая размерность времени,  $\tau = L/R$ . Ее называют постоянной времени (временем релаксации). Эта величина характеризует скорость убывания тока: из (22.1) следует, что  $\tau$  есть время, в течение которого сила тока уменьшается в  $e$  раз. Чем больше значение  $\tau$ , тем медленнее спадает ток. На рис. 22.2 показан график зависимости  $I(t)$  – убывания силы тока со временем (кривая 1).

**Установление тока при замыкании цепи.** В момент  $t=0$  быстро повернем ключ  $K$  против часовой стрелки из верхнего положения в нижнее (рис. 22.1, б). Этим самым мы подключили к индуктивности  $L$  источник  $E$ . Ток в цепи начнет нарастать и опять возникает ЭДС самоиндукции, противодействующая этому нарастанию. Согласно закону Ома  $RI = E + E_s$ , или

$$RI = E - L \frac{dI}{dt}.$$

Перенесем  $E$  в левую часть уравнения и введем новую переменную  $u = RI - E$ ,  $du = R dI$ . После этого полученное уравнение преобразуем к виду

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau},$$

где  $\tau = L/R$  – постоянная времени. Интегрирование по  $u$  (от  $-E$  до  $RI - E$ ) и по  $t$

(от  $0$  до  $t$ ) дает  $\ln\left[\frac{(RI - E)}{(-E)}\right] = -\frac{t}{\tau}$ ,

или

$$I = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad (22.2)$$

где  $I_0 = E/R$  представляет собой установившийся ток (при  $t \rightarrow \infty$ ). Из уравнения (22.2) видно, что быстрота установления тока определяется той же постоянной  $\tau$ . График зависимости  $I(t)$  – возрастания силы тока со временем показан на рис. 22.2 (кривая 2).

**Описание установки.** В данной работе используется лабораторный модуль, содержащий 2 катушки неизвестной индуктивности, переменное сопротивление с возможностью выбора 1–10 кОм, цифровой осциллограф GDS-2102 и звуковой генератор GFG-3015.

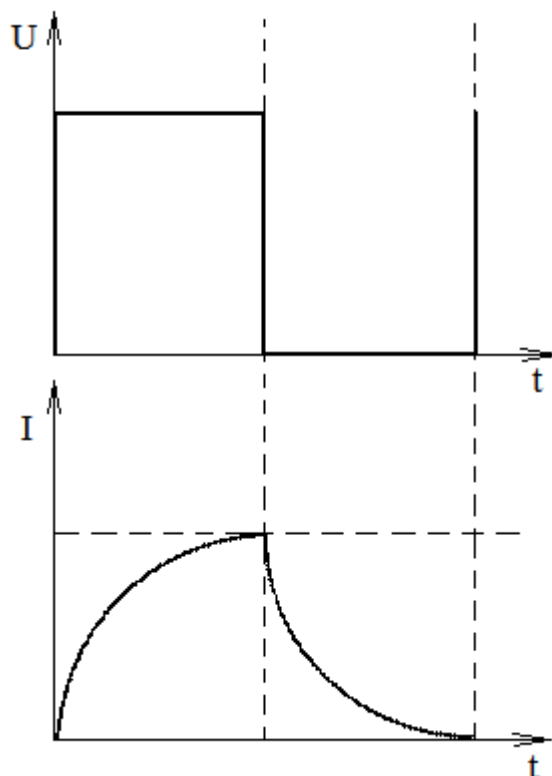


Рис. 22.3

Подаваемый с выхода генератора прямоугольный импульс (рис. 22.3) через сопротивление подается на катушку индуктивности. Ток через катушку постепенно нарастает. Время установления максимального тока можно изменить, изменяя сопротивление  $R$ . В момент паузы происходит падение тока в цепи. Характерное время релаксации определяется параметрами цепи  $RL$ . Визуально весь переходный процесс можно наблюдать на экране осциллографа.

Функциональная схема лабораторной установки представлена на рис. 22.4.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с описанием цифрового осциллографа и звукового генератора (см. приложение).

2. Подготовить приборы к работе и собрать электрическую цепь по схеме, изображенной на рис. 22.4. При этом использовать ТТЛ-выход генератора! Установить переключатель индуктивностей в положение  $L_1$ , переключатель сопротивлений – в положение 11.



3. Дать проверить схему преподавателю или лаборанту.
4. Включить приборы в сеть. Установить вид сигнала звукового генератора – прямоугольные импульсы, частоту 100 Гц, амплитуду 5 В.

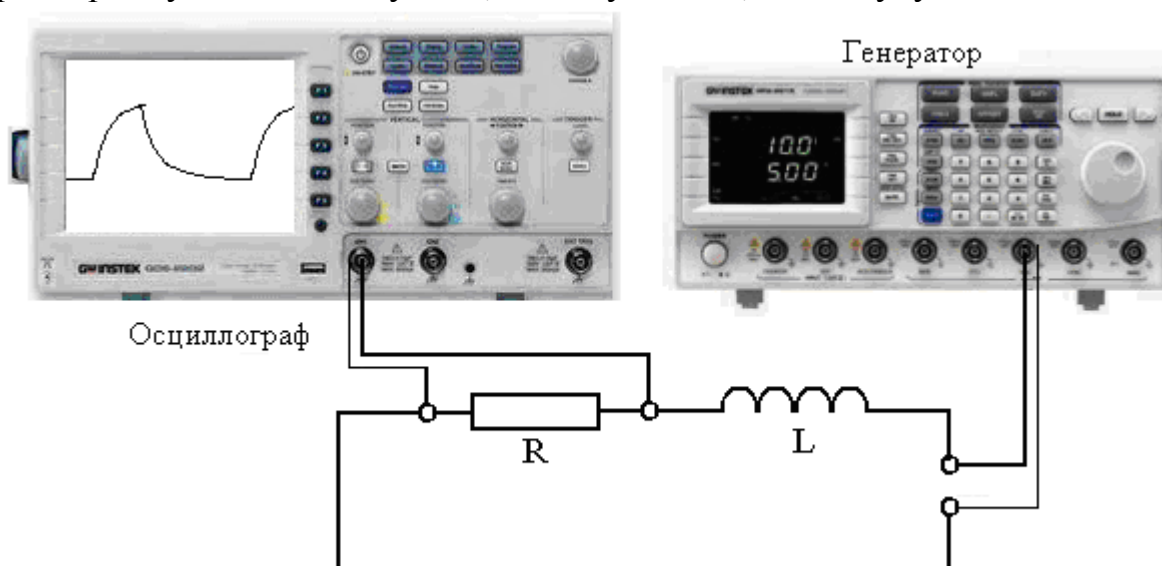


Рис. 22.4

Добиться устойчивого изображения сигнала на осциллографе с помощью кнопки «AutoSet», либо, изменяя масштаб с помощью ручек «Вольт/Дел», «Время/Дел» и перемещая сигнал с помощью ручки «Смещение». На экране должно помещаться 1–2 периода изображения.

Перевести осциллограф в режим курсорных измерений. Совместить одну из курсорных линий с осью  $X$ , другую (перпендикулярную ей) с осью  $Y$ . Измерить на кривой разряда значение  $U(t_1)$  при  $t=t_1$  и  $U(t_2)$  при  $t=t_2$ . Занести в табл. 22.1.

На канал  $CH1$  осциллографа подается напряжение с резистора  $R$ , которое пропорционально току, поэтому отношение напряжений можно приравнять к отношению токов:

$$\frac{U(t_1)}{U(t_2)} = \frac{I(t_1)}{I(t_2)}.$$

5. Рассчитать значение постоянной релаксации и индуктивности катушки.

6. Повторить те же действия с катушкой  $L_2$ , заполнив аналогично табл. 22.2.

Таблица 22.1

R	$t_1$	$U(t_1)$	$t_2$	$U(t_2)$	$\ln\left(\frac{U(t_1)}{U(t_2)}\right)$	$\tau$	$L_1$

Таблица 22.2

R	$t_1$	$U(t_1)$	$t_2$	$U(t_2)$	$\ln\left(\frac{U(t_1)}{U(t_2)}\right)$	$\tau$	$L_2$

7. Рассчитать погрешность определения индуктивности по формуле Стьюдента и записать результаты в стандартном виде с указанием погрешности и коэффициента доверия.

### Контрольные вопросы

1. Объясните явление самоиндукции. Как направлены токи самоиндукции согласно правилу Ленца при включении и выключении источника тока?
2. Что такое индуктивность? В чем заключается ее роль в электрической цепи?
3. Какие процессы протекают в  $RL$  цепи при включении и выключении источника тока?
4. Дайте определение времени релаксации.

### Литература

1. Братухин Ю.К., Путин Г.Ф. Обработка экспериментальных данных / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2003.
2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.
3. Савельев И.В. Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 23

### ИЗМЕРЕНИЕ СДВИГА ФАЗ В ЦЕПЯХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

**Приборы и принадлежности:** лабораторная панель «Переменный ток. Закон Ома» с резистором, конденсатором и катушкой, источник переменного тока – генератор GFG-315, универсальный вольтметр В7-78/1.

**Введение.** Рассмотрим электрическую цепь (рис. 23.1), содержащую (в общем случае) активное сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$ , в которую включен источник переменного тока с напряжением на выходе

$$u = U_m \cos \omega t, \quad (23.1)$$

где  $u$  – мгновенное напряжение – напряжение в момент времени  $t$ ,  
 $U_m$  – амплитуда напряжения,  
 $\omega$  – циклическая частота колебаний напряжения.

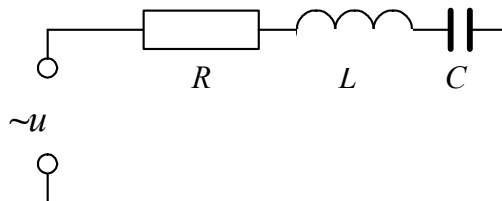


Рис. 23.1

Принято считать, что активное сопротивление всей цепи (в том числе сопротивление проводов, сопротивление обмотки катушки) сосредоточено в  $R$ , емкость всей цепи – в  $C$ , а индуктивность – в  $L$ . Такая цепь называется контуром с сосредоточенными параметрами. Согласно второму правилу Кирхгофа для данной цепи можно написать следующее уравнение:

$$u_C + iR = U_m \cos \omega t - L \frac{di}{dt}, \quad (23.2)$$

где  $i$  – мгновенное значение тока в цепи, изменяющееся, как и напряжение, с частотой  $\omega$ ,  $u_C$  – напряжение на конденсаторе.

Рассмотрим ряд цепей с различными нагрузками и соответствующие им уравнения.

1. Пусть к источнику присоединено только активное сопротивление  $R$  (рис. 23.2, *a*). При этом  $L=0$ ,  $C \rightarrow \infty$ . Сопротивление называется активным потому, что в нем происходит превращение энергии электрического тока во внутреннюю энергию проводника или в механическую работу.

Уравнение (23.2) для данного частного случая принимает вид

$$iR = U_m \cos \omega t,$$

из которого следует, что ток

$$i_R = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_{Rm} \cos \omega t, \quad (23.3)$$

где  $I_{Rm}$  – амплитуда тока в цепи с активной нагрузкой,  $I_{Rm} = U_m/R$ .

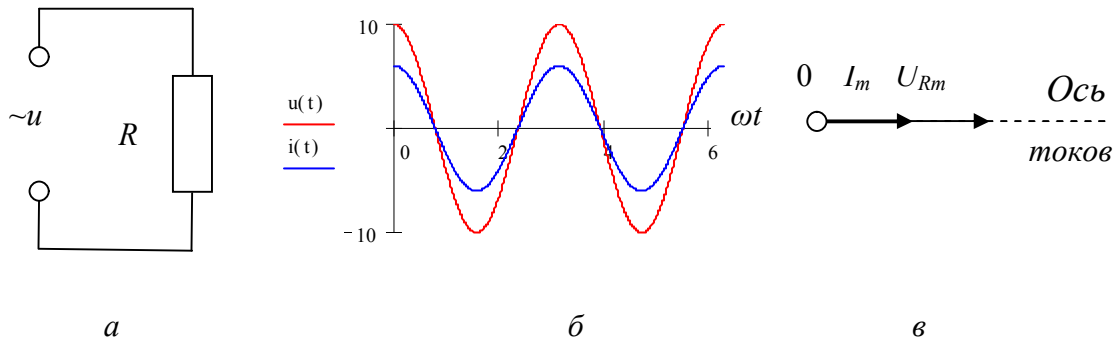


Рис. 23.2

Таким образом, колебания силы тока в цепи, содержащей только активное сопротивление, совпадают по фазе с колебаниями напряжения (рис. 23.2, б). Векторная диаграмма для данной ситуации представлена на рис. 23.2, в.

2. Пусть нагрузкой источника переменного тока является катушка индуктивности  $L$ . Активным и емкостным сопротивлением данной цепи пренебрежем (рис. 23.3, а).

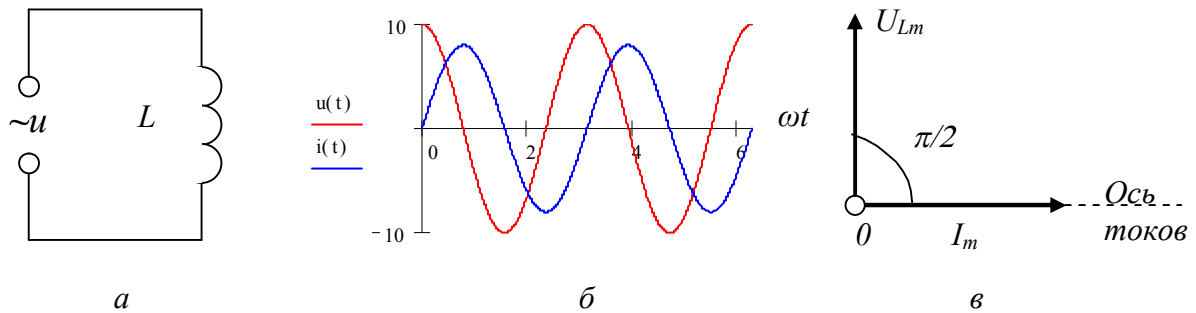


Рис. 23.3

Уравнение Кирхгофа (23.2) для такого контура имеет вид

$$U_m \cos \omega t - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (23.4)$$

Величина ЭДС самоиндукции  $L \frac{di}{dt}$  численно равна падению напряжения на индуктивности  $L$ , которое в дальнейшем обозначим  $U_L$ .

Из уравнения (23.4) можно написать, что

$$di = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \cdot dt \quad (23.5)$$

Проинтегрируем уравнение (23.5) и получим для тока следующее выражение:

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + const$$

Так как в цепи нет постоянной составляющей тока, то  $const=0$ .

Таким образом, ток в цепи только с индуктивностью имеет вид

$$i_L = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_{Lm} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (23.6)$$

где  $I_{Lm}$  – амплитуда тока  $I_{Lm} = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_{Lm}}{X_L}$ . (23.7)

Сравнивая выражение (23.7) с приведенным ранее (23.3), можно сделать вывод, что величина  $\omega L$  в случае индуктивной нагрузки играет роль сопротивления. Она носит название индуктивного сопротивления и обозначается  $X_L$ .

Из сравнения формул (23.6) и (23.1) видно, что ток в цепи, содержащей чисто индуктивную нагрузку, отстает от напряжения по фазе на  $\pi/2$  радиан (рис. 23.3, б). На векторной диаграмме вектор напряжения  $U_{Lm}$  повернут на угол  $\pi/2$  от вектора тока в положительном направлении – против часовой стрелки, вектор тока  $I_m$  отстает от него.

3. Пусть в цепь источника переменного тока включен только конденсатор емкостью  $C$  без диэлектрических потерь энергии (рис. 23.4, а).

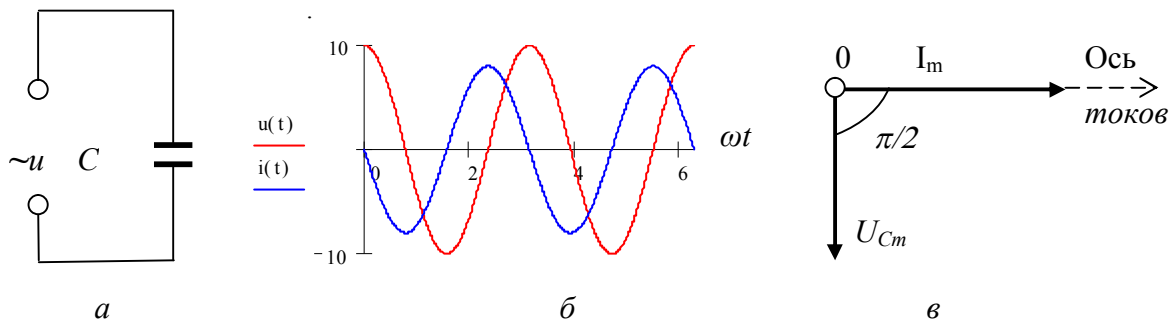


Рис. 23.4

Напряжение на конденсаторе  $C$  равно выходному напряжению источника

$$u_C = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t. \quad (23.8)$$

Так как  $i = \frac{dq}{dt}$  и  $q = Cu$ , то  $i = \frac{d}{dt}(CU_m \cos \omega t)$ .

$$i_C = -CU_m \omega \sin \omega t = I_{Cm} \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (23.9)$$

где  $I_{Cm} = C \omega U_m = \frac{U_{Cm}}{1/C \omega} = \frac{U_{Cm}}{X_C}$ . (23.10)

Величина  $X_C = 1/\omega C$  (23.11) называется емкостным сопротивлением цепи. (Индекс  $C$  при обозначении тока указывает лишь на то, что он протекает в цепи с чисто емкостной нагрузкой.)

Для постоянного тока  $\omega=0$ , поэтому конденсатор представляет бесконечно большое сопротивление. С ростом частоты переменного тока емкостное сопротивление уменьшается.

Из сравнения формул (23.9) и (23.1) видно, что протекающий через конденсатор ток опережает по фазе напряжение на емкости на  $\pi/2$  (рис. 23.4, б).

На векторной диаграмме (рис. 23.4, в) вектор тока  $I_{Cm}$  повернут на угол  $\pi/2$  от  $U_{Cm}$  в сторону положительного направления вращения.

Сопротивления  $X_C$  и  $X_L$  называют реактивными. На них не происходит превращения энергии электрического тока во внутреннюю энергию нагрузки, несмотря на наличие сопротивления (в этом смысл их названия).

4. Рассмотрим электрическую цепь с сосредоточенными параметрами  $R$ ,  $L$ ,  $C$  (рис. 23.5, а). Под действием переменного напряжения  $U_{BX}$  в цепи установится переменный ток  $I$ , величина которого одинакова во всех элементах – резисторе, катушке и конденсаторе, так как они соединены последовательно (ток через каждый из вольтметров считаем пренебрежимо малым по сравнению с  $I$ ). Протекающий ток вызывает на них падение напряжения:  $U_R = IR$  – на активном сопротивлении,  $U_L = IX_L = I\omega L$  – на индуктивности и  $U_C = IX_C = I \cdot 1/\omega C$  – на емкости. Величинами  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ,  $U_{BX}$  обозначены напряжения, которые показывают соответствующие вольтметры. Сумма напряжений должна быть равна приложенному к данной цепи напряжению  $U_{BX}$ . Но эта сумма не может быть ни арифметической, ни алгебраической, а только векторной, так как между напряжениями существует фазовые сдвиги.

Для расчета цепей переменного тока применяются два метода: 1) так называемый символический – это аналитический метод с использованием комплексных переменных и 2) графический – метод векторных диаграмм. Воспользуемся вторым.

Построение векторной диаграммы для последовательного контура производится в следующем порядке.

1. В произвольном направлении, например горизонтально, прочерчивают ось токов и на ней в определенном масштабе откладывают вектор тока  $I_m$ . Вместо амплитудного значения можно откладывать эффективное,  $I = I_m / \sqrt{2}$ , т. е. показание прибора. Это эквивалентно уменьшению масштаба диаграммы в  $\sqrt{2}$  раз.

2. В том же направлении откладывают вектор  $U_R$  – падение напряжения на активном сопротивлении, которое синфазно току. Масштаб для напряжения должен быть выбран, разумеется, свой.

3. Под углом  $-\pi/2$  к вектору тока строят вектор  $U_C$ , так как напряжение на конденсаторе отстает от тока по фазе на эту величину.

4. Под углом  $+\pi/2$  к оси токов проводят вектор  $U_L$ , так как напряжение на индуктивности опережает ток по фазе.

5. Находят векторную сумму всех напряжений, получается вектор  $U_{BX}$ . Видно, что ток в цепи  $I$  не совпадает по фазе с приложенным к ней напряжением  $U_{BX}$  (рис. 23.5, б).  $\varphi$  – разность фаз тока и напряжения (по-другому сдвиг фаз между током и напряжением).

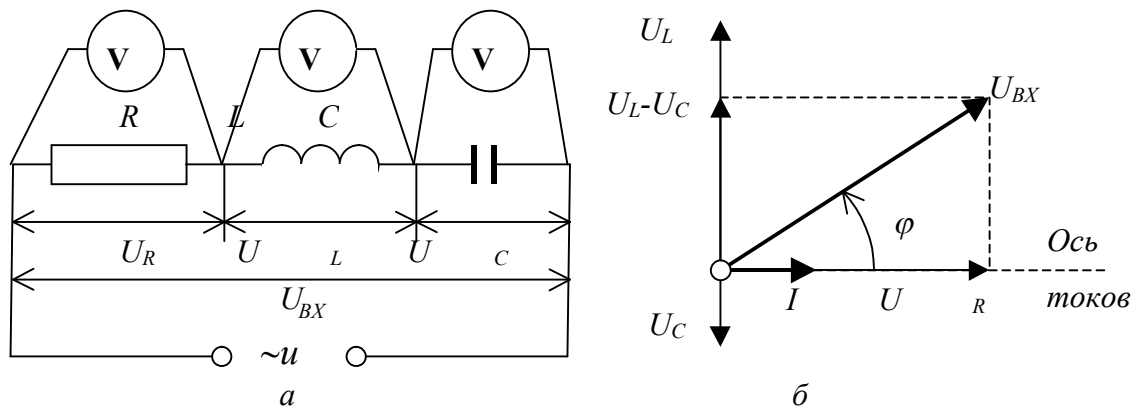


Рис. 23.5

6. Измерение длины суммарного вектора с учетом масштаба напряжения дает входное напряжение в вольтах, а угол сдвига фаз измеряется на диаграмме транспортиром или вычисляется тригонометрически. В этом состоит графический способ расчета цепи.

Итак, если напряжение на входе цепи изменяется по закону  $u = U_m \cos \omega t$ , то в цепи течет ток  $i = I_m \cos(\omega t + \varphi)$ , причем разность фаз  $\varphi$  может быть как положительной, так и отрицательной.

Аналитически величины  $I_m$  и  $\varphi$  определяются следующим образом.

Из векторной диаграммы следует, что

$$U_{BX}^2 = (U_L - U_C)^2 + U_R^2,$$

$$U_m^2 = I_m^2 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + I_m^2 R^2. \quad (23.12)$$

Отсюда

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (23.13)$$

Вместо амплитудных значений в формуле (23.13) можно писать эффективные (или действующие) значения тока и напряжения, которые в  $\sqrt{2}$  раз меньше амплитудных

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (23.14)$$

Уравнение (23.14) выражает закон Ома для цепей переменного тока. Роль сопротивления здесь играет выражение, стоящее в знаменателе,

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}, \quad (23.15)$$

которое называется полным сопротивлением.

Таким образом, переменный ток в участке цепи прямо пропорционален переменному напряжению на этом участке и обратно пропорционален его полному сопротивлению. Так можно сформулировать закон Ома.

Разность между фазой тока и фазой напряжения (сдвиг фаз) зависит от активного и реактивного сопротивлений. Из рис. 23.5, б следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \quad (23.16)$$

**Целью** работы является определение сдвига фаз между током и напряжением с применением векторных диаграмм в наиболее часто встречающихся цепях переменного тока.

### Упражнение 1 Цепь с емкостной нагрузкой (RC-цепь)

Чтобы построить векторную диаграмму, необходимо знать падение напряжения на всех элементах рассматриваемой цепи.

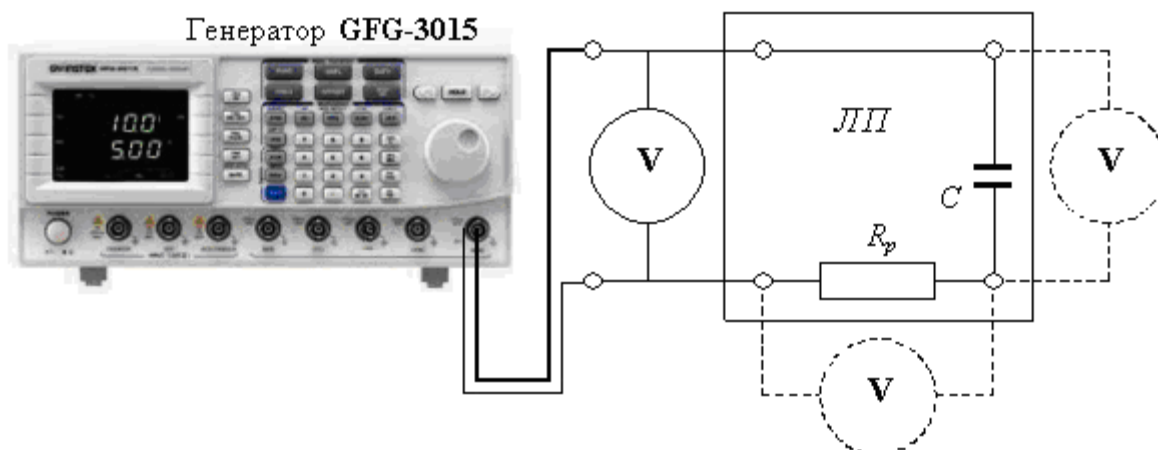


Рис. 23.6

### Измерения

1. Соберите электрическую цепь (RC-цепь) по схеме (рис. 23.6), где ЛП – лабораторная панель. Предложите преподавателю или лаборанту проверить ее. В цепи отсутствует амперметр. Поэтому силу тока в цепи предлагается определять из закона Ома по падению напряжения на резисторе с известным сопротивлением  $R_p$ .

2. Включите вольтметр. Нажмите клавишу измерения переменного напряжения  $U_{\sim}$  и клавишу АВП – автоматический выбор предела измерения.

3. В данной работе используется генератор GFG-3015. Перед началом работы ознакомьтесь с его описанием (приложение «Генератор»)! С помощью кабеля подключите разъем генератора «основной» (в правом нижнем углу прибора). Установите частоту генератора 1 кГц. Включите генератор в сеть, установите входное напряжение  $U_{BX}=3-4$  В (оно же – напряжение на выходе генератора).



4. Присоединяя поочередно вольтметр параллельно конденсатору  $C$  и резистору  $R_p$ , запишите его показания  $U_C$  и  $U_R$  точностью три значащие цифры в соответствующие колонки табл. 23.1.

Таблица 23.1

$R_p =$								
$\nu,$ кГц	$U_{BX},$ В	$U_R,$ В	$U_C,$ В	$I,$ А	$Z_1,$ Ом	$C,$ Ф	$\varphi_{зр},$ град.	$\varphi_{ан},$ град.

5. Проведите аналогичные измерения при частотах генератора 2, 3, 4, 5 кГц, каждый раз проверяя и поддерживая прежнее входное напряжение.

6. Выключите генератор. С помощью того же универсального вольтметра измерьте сопротивление резистора  $R_p$  и запишите его в табл. 23.1.

### Обработка результатов измерений

1. Для всех частот постройте векторные диаграммы напряжений на миллиметровой бумаге. Делать это надо так: проведите ось токов, отложите на ней вектор тока  $I$  (в масштабе). На этой же оси отложите вектор  $U_R$  (в своем масштабе). Из конца вектора  $U_R$  под углом  $-\pi/2$  постройте вектор  $U_C$  (Падением напряжения на активном сопротивлении конденсатора в данном случае можно пренебречь.)

2. Постройте суммарный вектор двух вышеуказанных. Проверьте, что векторная сумма падений напряжения на конденсаторе и резисторе, полученная Вами, равна входному напряжению.

3. На полученных диаграммах измерьте транспортиром угол между вектором входного напряжения и вектором тока  $I$  и впишите его в колонку  $\varphi_{зр}$  табл. 1. Это искомая разность фаз, найденная графически.

Сдвиг по фазе тока и напряжения можно найти аналитически из формулы (23.16). Обозначим его  $\varphi_{ан}$ :

$$\varphi_{ан} = \arctg \frac{U_C}{U_R}.$$

4. Сравните между собой значения углов, полученные графическим и аналитическим способами. Их совпадение или близкие величины подтверждают теоретические положения, изложенные во введении, экспериментальным результатам. Если углы отличаются более чем на 5% друг от друга, то в измерениях или вычислениях, скорее всего, содержится ошибка.

5. Вычислите ток в цепи  $I$  и сопротивление конденсатора  $Z_1 = X_C$  на всех частотах:

$$I = \frac{U_R}{R_p}, \quad Z_1 = \frac{U_C}{I}.$$

6. Из формулы (23.11) найдите емкость  $C$  при всех частотах  $\nu$ :

$$C = \frac{1}{2\pi\nu} \cdot \frac{1}{Z_1}.$$

Вычислите среднее значение емкости по всем измерениям, а также полуширину доверительного интервала  $\Delta C$ .

## Упражнение 2

### Цепь с индуктивной нагрузкой (RL-цепь)

В качестве индуктивной нагрузки применяется катушка, содержащая несколько тысяч витков медного провода и не содержащая железного сердечника. При наличии ферромагнитного сердечника индуктивность катушки зависит от протекающего по ней тока. Нам желательно иметь ее постоянной, несмотря на изменение тока в ходе опыта.

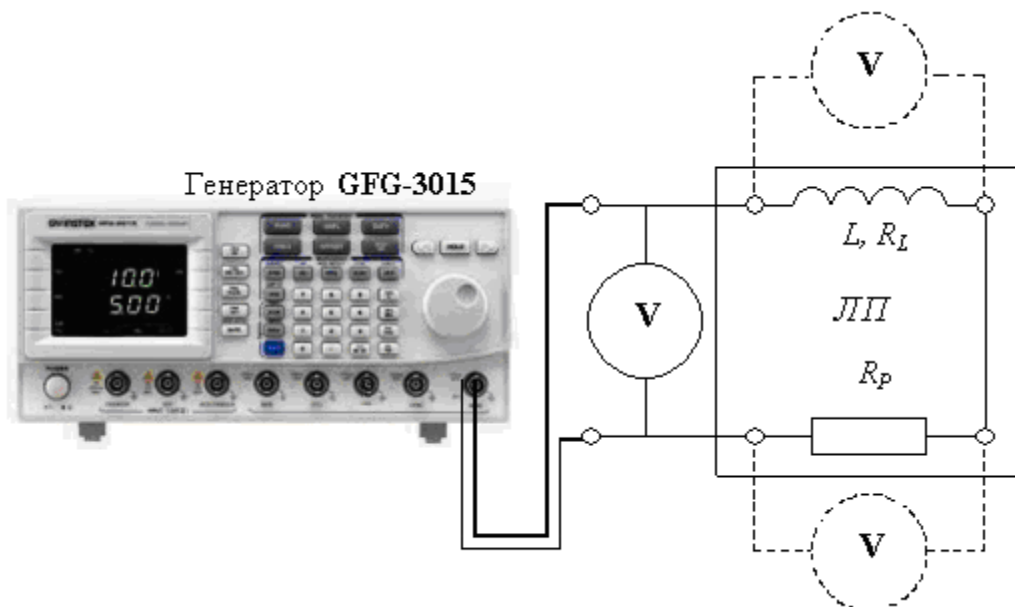


Рис. 23.7

### Измерения

1. Не собирая цепь, включите вольтметр в сеть, нажмите клавишу  $R$  и клавишу  $ABП$ , измерьте сопротивление постоянному току резистора  $R_P$  и катушки  $R_L$ , запишите их в табл. 23.2.

2. Соберите электрическую цепь по схеме (рис. 23.7).

3. Включите вольтметр параллельно выходу генератора. Нажмите клавиши  $U$  и  $ABП$ .

4. Установите частоту генератора 1 кГц, включите генератор в сеть. Установите по вольтметру напряжение на выходе (оно же входное напряжение для нагрузки)  $U_{BX}=3-4$  В.

5. Присоединяя вольтметр поочередно к клеммам катушки  $L$  и резистора  $R_P$ , измерьте  $U_L$  и  $U_R$  с точностью до трех значащих цифр.

6. Повторите подобные измерения на частотах 2–5 кГц, поддерживая одно и то же напряжение  $U_{BX}$ .

Таблица 23.2

$R_P =$					$R_L =$					
$\nu,$ кГц	$U_{BX},$ В	$U_L,$ В	$U_R,$ В	$I,$ мА	$Z_2,$ Ом	$L,$ Гн	$IR_L,$ В	$I\omega L,$ В	$\varphi_{cp},$ град.	$\varphi_{ан},$ град.

### Обработка результатов измерений

1. Постройте на миллиметровой бумаге векторные диаграммы по данным табл. 23.2. Но в отличие от идеальной индуктивности, рассмотренной во введении, реальная катушка обладает некоторым активным сопротивлением  $R_L$ , которое Вы измерили в п. 1. Поэтому ее полное сопротивление

$$Z_2 = \sqrt{R_L^2 + (\omega L)^2}, \quad (23.17)$$

и  $U_L$  – падение напряжения на нем. При этом вектор  $U_L$  не перпендикулярен вектору тока  $I$ . Чтобы построить  $U_L$ , его надо представить как сумму двух слагаемых:

$$\vec{U}_L = \overrightarrow{IR_L} + \overrightarrow{I\omega L}.$$

Первое слагаемое  $\overrightarrow{IR_L}$  совпадает по фазе с током и поэтому сонаправлено с вектором тока, второе – перпендикулярно вектору тока и опережает его по фазе.

Чтобы построить векторную диаграмму по полученным результатам, отложите в выбранном масштабе вдоль оси токов вектор  $U_R$ , к нему прибавьте вектор такого же направления  $IR_L$ , затем из его конца под углом  $+\pi/2$  постройте вектор  $I\omega L$ . Если соединить начало первого вектора с концом последнего, получится суммарный вектор, который должен быть равен  $U_{BX}$ .

Действительно,  $\vec{U}_{BX} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$ .

2. Измерьте транспортиром угол между вектором тока и вектором входного напряжения. Назовем его углом сдвига фаз, определенным графическим способом –  $\varphi_{cp}$ .

3. Определите ток в цепи из закона Ома  $I = U_R / R_P$ .

4. Найдите полное сопротивление катушки по формуле

$$Z_2 = U_L / I.$$

5. Из формулы (23.17) найдите  $L$  при каждой частоте. Вычислите среднее значение индуктивности  $\bar{L}$  и полуширину доверительного интервала  $\Delta L$ .

6. Из формулы (23.16) найдите угол сдвига фаз  $\varphi_{ан}$  между током в цепи и напряжением. Назовем его углом, определенным аналитически.

$$\varphi_{ан} = \arctan \frac{\omega L}{R} = \arctan \frac{I\omega L}{I(R_P + R_L)} = \arctan \frac{I\omega L}{U_R + IR_L}. \quad (23.18)$$

Сравните значения углов  $\varphi_{гр}$  и  $\varphi_{ан}$  на всех частотах. Есть ли между ними разница и чему она равна?

### Упражнение 3 Цепь с комбинированной нагрузкой (RCL-цепь)

Рассмотрим электрическую цепь переменного тока, содержащую все элементы – активное сопротивление  $R$ , емкость  $C$  и индуктивность  $L$ .

#### Измерения

1. Соберите цепь по схеме (рис. 23.8).
2. Измерьте при входном напряжении 3–4 В и частотах 1–5 кГц падение напряжения на резисторе, катушке и конденсаторе и запишите их в соответствующие колонки табл. 23.3.

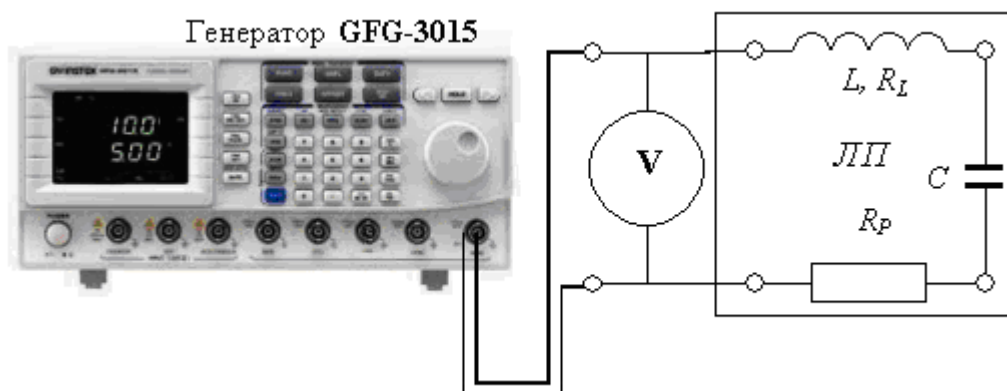


Рис. 23.8

#### Обработка результатов измерений

1. Определите ток в цепи из закона Ома, если известно падение напряжения  $U_R$  на известном сопротивлении  $R_P$ :

$$I = U_R / R_P.$$

2. Рассчитайте все остальные величины, входящие в табл. 23.3.

Таблица 23.3

		$R_P =$				$R_L =$				
<i>№</i> <i>изм.</i>	<i>v,</i> <i>кГц</i>	$U_{ВХ}$ <i>B</i>	$U_R$ <i>B</i>	$U_L$ <i>B</i>	$U_C$ <i>B</i>	$I$ <i>A</i>	$I\omega L$ <i>B</i>	$IR_L$ <i>B</i>	$\varphi_{гр}$ <i>град.</i>	$\varphi_{ан}$ <i>град.</i>

3. Постройте векторные диаграммы для данной цепи. Эту работу рационально выполнять в следующем порядке:

- а) по оси токов отложите вектор  $U_R$ ;
- б) из конца вектора  $U_R$  в том же направлении проведите вектор  $IR_L$ ;
- в) из конца вектора  $IR_L$  под углом  $+\pi/2$  постройте вектор  $I\omega L$ ;
- г) из конца вектора  $I\omega L$  проведите противоположный ему вектор  $U_C$ ;

д) проведите вектор из начала первого к концу последнего вектора. Это есть суммарный вектор всех перечисленных выше векторов. Ясно, что по модулю он должен быть равен входному напряжению. Направление вектора входного напряжения по отношению к вектору тока в данной цепи дает угол сдвига фаз между ними.

4. Измерьте транспортиром угол, образованный вектором  $U_{BX}$  и ось токов. Это угол сдвига фаз между током и напряжением, который определен графическим методом. Обозначьте его, как и прежде,  $\varphi_{gp}$ .

Активным сопротивлением конденсатора и проводов можно пренебречь ввиду их малости по сравнению с емкостным сопротивлением и активным сопротивлением резистора и катушки.

Разумеется, вместо вычисления падений напряжения на индуктивном  $I\omega L$ , емкостном  $I/\omega C$  и активном сопротивлении  $I(R_p + R_L)$  можно было бы ограничиться определением указанных сопротивлений. Но этого не сделано. Тем самым хотим обратить внимание студентов на совпадение показания вольтметра  $U_C$  с  $I/\omega C$ , на отличие  $U_L$  от  $I\omega L$  и подчеркнуть причину этого.

5. Рассчитайте угол сдвига фаз из формулы (23.16). Назовем его аналитическим –  $\varphi_{ан}$ :

$$\varphi_{ан} = \arctg \frac{I\omega L - U_C}{I(R_p + R_L)}.$$

Сравните его с углом, который был получен графическим способом.

6. Постройте график зависимости угла сдвига фаз  $\varphi_{gp}$  от частоты  $\nu$  переменного тока по данным таблиц 23.1, 23.2 и 23.3.

7. Вывод (по всей работе в целом) запишите в своей рабочей тетради.

### Контрольные вопросы

1. Что такое активное сопротивление в цепи переменного тока? Какие элементы цепи обладают активным сопротивлением? Будут ли они его иметь в цепи постоянного тока?

2. Что такое индуктивное сопротивление? От чего оно зависит? По какой формуле оно вычисляется в работе? От чего зависит индуктивность?

3. Докажите, что напряжение на индуктивности опережает ток по фазе. Изобразите векторную диаграмму для данного случая.

4. Докажите, что колебания напряжения на емкости отстают по фазе от тока. Нарисуйте векторную диаграмму в этом случае.

5. Что такое емкостное сопротивление? От чего оно зависит? Как находится в данной работе? Есть ли среди Ваших результатов такие, на основании которых можно утверждать, что активное сопротивление конденсатора мало по сравнению с емкостным?

6. Что такое метод векторных диаграмм и как им пользоваться в конкретной ситуации?

## Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 24

### ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

**Приборы и принадлежности:** переменный резистор, катушка индуктивности, конденсатор, амперметр и вольтметр переменного тока.

**Введение.** Закон Ома и правила Кирхгофа, установленные для постоянного тока, остаются справедливыми для мгновенных значений переменных токов и напряжений в цепях небольшой протяженности, если их изменения происходят не слишком быстро.

Электромагнитные возмущения распространяются по электрической цепи в виде электромагнитной волны со скоростью  $c$ . Если за время  $\tau=l/c$ , необходимое для прохождения электрического сигнала от источника в самую удаленную точку цепи ( $l$  – размер цепи), сила переменного тока изменяется незначительно, то мгновенные значения тока в любом сечении цепи в данный момент будут практически одинаковы. Токи, удовлетворяющие такому условию, называются квазистационарными. Для периодически изменяющихся токов условие квазистационарности запишется следующим образом:

$$\tau = (l/c) \ll T, \text{ или } l \ll \lambda,$$

где  $T$  – период колебаний переменного тока,

$\lambda$  – длина электромагнитной волны.

Ток промышленной частоты (50 Гц) квазистационарен в цепях протяженностью до  $10^2$  км (так как  $\lambda=6 \cdot 10^6$  м при  $T=1/50$  с). Для квазистационарных токов справедливы закон Ома, закон Джоуля – Ленца и др. В условиях данной лабораторной работы мы будем иметь дело с электрическими цепями, протяженность которых существенно меньше приведенной выше.

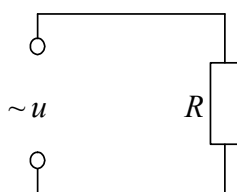


Рис. 24.1

1. Пусть цепь переменного тока состоит из источника и резистора  $R$ , а емкостным и индуктивным сопротивлениями можно пренебречь в силу их малости. Такого рода нагрузка для источника является активной, т. е. в ней происходит преобразование энергии электрического тока в тепловую или механическую (рис. 24.1).

В цепь включен источник переменного тока, на выходе которого напряжение изменяется по закону

$$u = U_m \cos \omega t, \quad (24.1)$$

где  $u$  – мгновенное напряжение (напряжение в момент времени  $t$ ),

$U_m$  – амплитуда напряжения,

$\omega$  – циклическая частота изменения напряжения.

При выполнении условия квазистационарности ток в любом месте цепи определяется законом Ома

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t, \quad (24.2)$$

где  $I_m$  – амплитуда тока

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \quad (24.3)$$

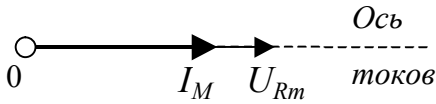


Рис. 24.2

Соотношения между токами и напряжениями в различных электрических цепях становятся более наглядными, если их представить в виде векторов на так называемой векторной диаграмме. Как она строится? Выбирают произвольное направление, которое принимают, например, за ось токов (рис. 24.2). Вдоль этого направления откладывают направленный отрезок прямой, пропорциональный  $I_m$  – вектор тока. Вектор напряжения  $U_{Rm}$  будет направлен туда же, так как согласно соотношению (24.2) напряжение и ток в случае активной нагрузки изменяются синфазно. Совокупность вектора напряжения и вектора тока образуют векторную диаграмму рассматриваемой электрической цепи

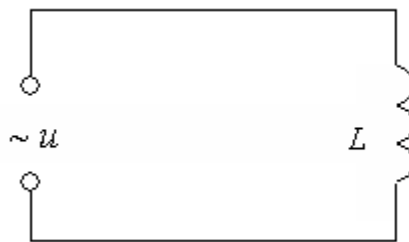


Рис. 24.3

2. Подадим переменное напряжение (24.1) на катушку индуктивности  $L$  с пренебрежимо малым активным сопротивлением (рис. 24.3). По катушке потечет переменный ток  $i$ , вследствие чего возникнет ЭДС самоиндукции

$$E_{si} = -L \frac{di}{dt}.$$

В стационарных условиях величина ЭДС самоиндукции уравновешивается приложенным напряжением со стороны источника

$$L \frac{di}{dt} = U_m \cos \omega t, \quad (24.4)$$

которое назовем падением напряжения на индуктивности и обозначим  $u_L$ :

$$u_L = L \frac{di}{dt}. \quad (24.5)$$

Перепишем уравнение (24.4) в виде



$$di = \frac{U_m}{L} \cos \omega t \cdot dt \quad (24.6)$$

и проинтегрируем его с целью определения тока в цепи

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t + const$$

Так как в рассматриваемой цепи нет постоянной составляющей тока, то  $const=0$ . Таким образом,

$$i = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = I_m \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (24.7)$$

$$\text{где } I_m = U_m / \omega L. \quad (24.8)$$

Сравнивая полученное выражение (24.8) с (24.3), видим, что роль сопротивления в случае индуктивной нагрузки играет величина

$$X_L = \omega L, \quad (24.9)$$

которую называют индуктивным сопротивлением. Если  $L$  взять в генри,  $\omega$  – в  $c^{-1}$ , то  $X_L$  будет выражено в омах. Индуктивное сопротивление растет с увеличением частоты переменного тока  $\omega$ . Постоянному току индуктивность не оказывает сопротивления.

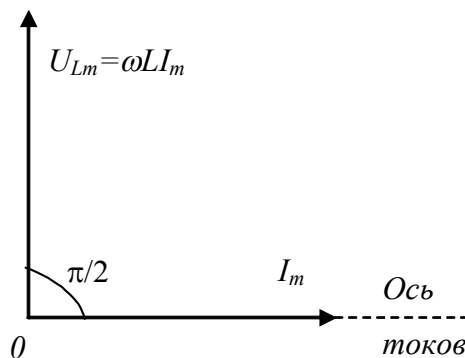


Рис. 24.4

Заменив в формуле (24.5)  $U_m$  на  $\omega L I_m$ , получим следующее выражение для падения напряжения на индуктивности:

$$u_L = \omega L I_m \cos \omega t. \quad (24.10)$$

Из сравнения выражений (24.7) и (24.10) видно, что ток, текущий через индуктивность, отстает по фазе от приложенного напряжения  $u_L$  на  $90^\circ$ . Векторная диаграмма для индуктивной нагрузки приведена на рис. 24.4. Вектор  $U_{Lm}$  проводится под углом  $\pi/2$  радиан к вектору  $I_m$ .

3. Пусть на конденсатор емкости  $C$  (рис. 24.5) подано переменное напряжение (1), под действием которого конденсатор перезаряжается с частотой  $\nu = \omega/2\pi$ , вследствие чего по цепи идет переменный ток. Напряжение на конденсаторе равно приложенному напряжению  $u$ :

$$u_C = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t. \quad (24.11)$$



Рис. 24.5

Отсюда  $q = CU_m \cos \omega t$ .

Производная  $dq/dt$  дает ток в цепи  $i$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega CU_m \sin \omega t = I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (24.12)$$

где

$$I_m = \omega CU_m = \frac{U_m}{1/\omega C}. \quad (24.13)$$

Сравнение выражений (24.13) и (24.3) показывает, что величина  $1/\omega C$  играет роль сопротивления, его называют емкостным сопротивлением и обозначают  $X_C$ :

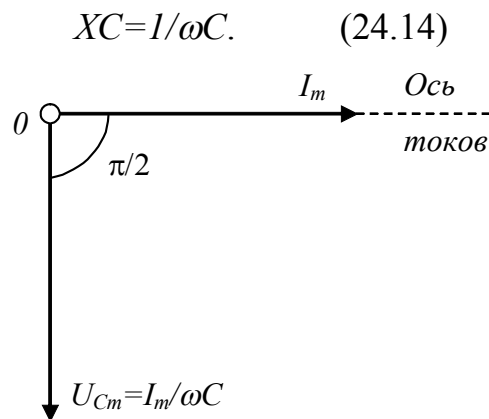


Рис. 24.6

Если взять емкость  $C$  в фарадах,  $\omega$  – в  $c^{-1}$ , то  $X_C$  получается в омах. Для постоянного тока ( $\omega=0$ ) конденсатор представляет бесконечно большое сопротивление. С ростом частоты переменного тока сопротивление конденсатора уменьшается.

При сравнении соотношения (24.12) с (24.1) видно, что протекающий через конденсатор ток опережает по фазе приложенное напряжение на  $90^\circ$ . Таким образом, в случае емкостной нагрузки вектор тока на векторной диаграмме повернут относительно вектора напряжения на  $+\pi/2$  радиан (рис. 24.6).

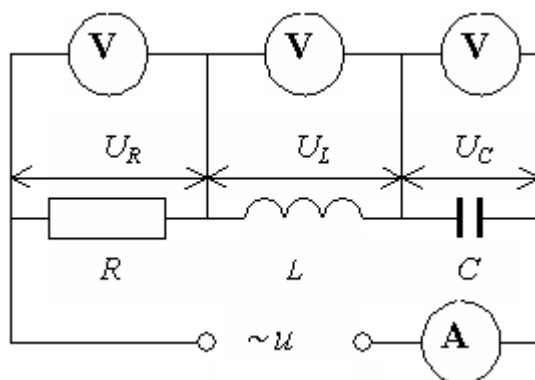


Рис. 24.7

4. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из активного сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , соединенных последовательно между собой и с источником переменного напряжения (рис. 24.7). В цепи установится переменный ток, который вызовет на активном сопротивлении падение напряжения  $UR=IR$ , на индуктивном –  $UL=I\omega L$ , на емкостном –  $UC=I/\omega C$ . Все падения напряжения в сумме должны составлять входное напряжение, т. е. напряжение источника  $U$ . Здесь  $U$ ,  $UR$ ,  $UL$ ,  $UC$ ,  $I$  – показания соответствующих приборов, т. е. эффективные величины. Эта сумма не может быть арифметической, она может быть только векторной, так как между отдельными слагаемыми существуют фазовые сдвиги. Векторная диаграмма для данной цепи построена с учетом этих сдвигов (рис. 24.8). Вместо амплитудных значений тока и напряжения она построена по эффективным величинам (в отличие от примеров, представленных на рис. 24.2; 24.4; 24.6). Это равноценно изменению масштаба диаграммы в  $\sqrt{2}$  раз.

Построение векторной диаграммы производится в следующем порядке.

Из некоторой точки  $0$  (назовем ее началом) в произвольном направлении (например, горизонтально) проводим прямую, которую назовем осью. В данном случае удобно начать построение с выбора оси токов, поскольку в рассматриваемой цепи ток одинаков во всех ее элементах. Из начала вдоль оси токов проводим направленный отрезок, пропорциональный току  $I$ . Это будет вектор тока. В этом же направлении в выбранном масштабе проводим вектор напряжения  $UR=IR$ , так как падение напряжения на активном сопротивлении синфазно току. Из того же начала проводим вектор  $UL=IL\omega$  под углом  $+\pi/2$  к вектору тока, так как напряжение на индуктивности опережает ток, и под углом  $-\pi/2$  проводим вектор  $UC=I/C\omega$ , поскольку это напряжение отстает от тока. Складывая все три вектора напряжения, мы получим входное напряжение  $U$ .

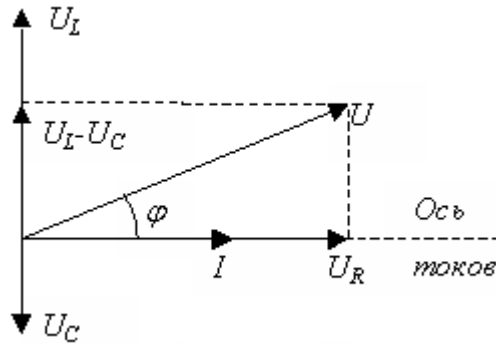


Рис. 24.8

Из диаграммы видно, что между приложенным к цепи полным напряжением и током в ней наблюдается сдвиг по фазе. Угол сдвига фаз  $\varphi$  определяется следующим образом:

$$\varphi = \arccos \frac{U_R}{U}, \text{ или}$$

$$\varphi = \arcsin \frac{U_L - U_C}{U}. \quad (24.16)$$

Из прямоугольного треугольника, гипотенуза которого  $U$ , следует, что

$$(RI)^2 + \left[ \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I \right]^2 = U^2,$$

Откуда  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (24.17)$

Величина, равная

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (24.18)$$

называется полным сопротивлением цепи.

Итак, если напряжение на входе цепи изменяется по закону

$$u = U_m \cos \omega t,$$

то в цепи течет ток

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $\varphi$  и  $I_m$  определяются формулами (24.16) и (24.17). Формула (24.17) является законом Ома для цепей переменного тока, который можно сформулировать так: переменный ток в участке цепи прямо пропорционален переменному напряжению на этом участке и обратно пропорционален его полному сопротивлению.

В зависимости от величины индуктивного  $X_L$  и емкостного  $X_C$  сопротивлений ток в цепи может отставать от приложенного напряжения (при  $X_L > X_C$ ) или опережать его (при  $X_L < X_C$ ).

Выше был написан закон Ома для переменного тока в случае чисто активной нагрузки (24.3), индуктивной (24.8) и емкостной (24.13). Формулы (24.17) и (24.18) могут быть применены к цепям, представляющим собой любую комбинацию  $R, L, C$ .

**Целью** данной лабораторной работы является проверка выполнения закона Ома в цепях различной модификации и определение на его основании индуктивности катушки и емкости конденсатора.

**Описание установки.** Установка состоит из лабораторной панели, на которой помещены переменный резистор, двухсекционная катушка без ферромагнитного сердечника ( $L_1 - 1200$  витков медного провода и  $L_2 - 2400$  витков), две группы конденсаторов –  $C_1$  и  $C_2$ , вольтметр, амперметр и тумблер включения источника тока. В качестве источника используется сеть промышленной частоты ( $\nu=50$  Гц,  $\omega=2\pi\nu=314$  с<sup>-1</sup>) с пониженным до безопасных значений напряжением.

### Упражнение 1 Измерение индуктивности катушки и угла сдвига фаз между током и напряжением в RL-цепи

#### Измерения

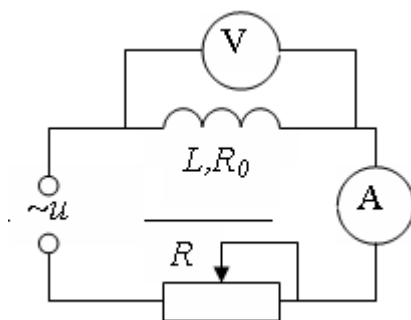


Рис. 24.9

1. Подготовьте к работе электронный вольтметр ВЗ-38 – поставьте переключатель на наибольший предел измерения с целью предохранить вольтметр от перегрузки.

2. Соберите электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 24.9. Предложите преподавателю или лаборанту проверить правильность сборки цепи.

3. Включите установку и вольтметр в сеть.

4. Установите с помощью переменного резистора  $R$  ток в цепи поочередно 25; 30; 35; 40 мА и запишите в табл. 24.1 соответствующие показания вольтметра  $U_L$ .

5. Измерьте входное напряжение  $U$ .

6. Запишите сопротивление катушки постоянному току  $R_0$  (его величина, указанная в омах, написана около ее клемм). Отметьте в табл. 24.1, какие клеммы катушки задействованы.

7. Выключите установку и вольтметр из сети.

Таблица 24.1

$I$	$U_L$	$U$	$R_0$	$Z_1$	$Z$	$L$	$I\omega L$	$\varphi_1$

## Обработка результатов измерений

1. На основании закона Ома (24.17) вычислите полное сопротивление катушки  $Z_1$  по формуле

$$Z_1 = \frac{U_L}{I}. \quad (24.19)$$

2. Из формулы (20) определите индуктивность  $L$  для каждого измерения

$$Z_1 = \sqrt{R_0^2 + (\omega L)^2}. \quad (24.20)$$

3. Вычислите падение напряжения на индуктивном сопротивлении  $I\omega L$ .

4. Вычислите полное сопротивление всей цепи  $Z=U/I$ . Сравните между собой  $Z_1$ ,  $Z$ ,  $X_L$ .

5. Постройте векторные диаграммы напряжений как прямоугольный треугольник по двум сторонам – катету  $I\omega L$  и гипотенузе  $U=IZ$ . Каков физический смысл второго катета этого треугольника? Обратите внимание, как изменяется угол  $\varphi_1$  между вектором тока  $I$  и вектором напряжения  $U$  по мере увеличения тока в цепи.

6. Вычислите разность фаз  $\varphi_1$  между током  $I$  и напряжением  $U$  по одной из формул (24.16), например по формуле (24.21):

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{I\omega L}{U}. \quad (24.21)$$

7. Найдите среднее значение  $\bar{L}$  и полуширину доверительного интервала  $\Delta L$  по Стьюденту. Результат запишите в виде

$$L = \bar{L} \pm \Delta L \quad \text{при } p=0,95.$$

## Упражнение 2

### Определение емкости конденсатора и угла сдвига фаз между током и напряжением в RC-цепи

#### Измерения

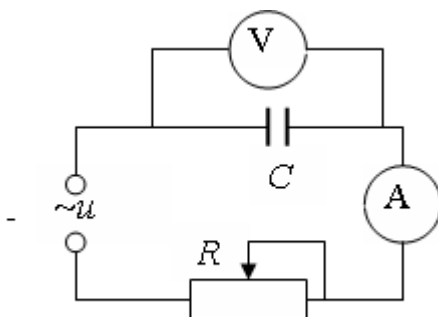


Рис. 24.10

1. Соберите новую электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 24.10. Предел измерения вольтметра – наибольший. Отметьте в табл. 24.2, какой из двух конденсаторов задействован –  $C_1$  или  $C_2$ .

2. После проверки лаборантом или преподавателем правильности сборки включите установку и вольтметр в сеть.
3. Установите поочередно ток в цепи 25; 30; 35; 40 мА и запишите соответствующие ему показания вольтметра  $U_C$ .
4. Измерьте входное напряжение  $U$ .
5. Выключите установку и вольтметр из сети.

### Обработка результатов измерения

1. На основании закона Ома (24.17) определите сопротивление конденсатора переменному току  $Z_2$  по формуле

$$Z_2 = \frac{U_C}{I}. \quad (24.22)$$

Можно считать, что полное сопротивление конденсатора есть емкостное сопротивление, так как его активное сопротивление  $R_C$ , как правило, значительно меньше емкостного (почему?) и им можно пренебречь. Какова физическая природа активного сопротивления конденсатора?

$$Z_2 = \sqrt{(1/\omega C)^2 + R_C^2}$$

$$Z_2 \cong 1/\omega C.$$

Таблица 24.2

I	U <sub>C</sub>	U	Z <sub>2</sub>	Z	R	IR	φ <sub>2</sub>	C

2. Найдите полное сопротивление цепи  $Z$  для всех измерений по формуле

$$Z = U/I,$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + Z_2^2}.$  (24.23)

Сравните между собой  $Z_2$ ,  $Z$ .

3. Из формулы (24.23) найдите сопротивление резистора  $R$ .
4. Вычислите падение напряжения на резисторе  $IR$ .
5. Постройте векторные диаграммы напряжений, используя для этого  $U_C$  и  $IR$ . Чему равна сумма этих напряжений?
6. Вычислите разность фаз  $\varphi_2$  тока и напряжения по формуле

$$\varphi_2 = \arcsin \frac{U_C}{U}.$$

Измерьте угол сдвига фаз на векторных диаграммах и напишите их рядом с соответствующими векторами. Совпадают ли они с вычисленными? Какова причина зависимости разности фаз от тока?

7. Вычислите емкость конденсатора для всех измерений по формуле

$$C = 1/\omega Z_2. \quad (24.24)$$

8. Найдите среднее значение емкости  $\bar{C}$  и полуширину доверительного интервала  $\Delta C$ . Результат запишите в виде

$$C = \bar{C} \pm \Delta C \text{ при } p=0,95.$$

**Упражнение 3**  
**Проверка закона Ома**  
**Измерения**

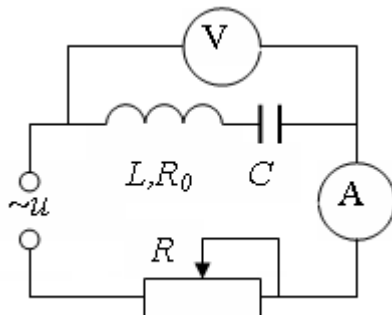


Рис. 24.11

1. Соберите электрическую цепь по схеме (рис. 24.11). Предел измерения вольтметра – наибольший. Конденсатор и катушка в этом упражнении должны быть теми же, что и в упр. 1, 2.

2. После проверки лаборантом или преподавателем правильности сборки включите установку и вольтметр в сеть.

3. Измерьте напряжение на указанном участке цепи при 5–6 значениях тока. Результаты запишите в табл. 24.3.

4. Измерьте входное напряжение  $U$ .

**Обработка результатов**

1. Найдите полное сопротивление  $Z_3$  участка цепи, содержащего  $L$  и  $C$ , для каждого измерения по формуле

$$Z_3 = U_{LC} / I .$$

Назовем его измеренным сопротивлением нагрузки  $L, C$ .

Таблица 24.3

$I$	$U_{LC}$	$U$	$R_0$	$Z_3$ <i>измерен.</i>	$Z_3$ <i>вычисл.</i>

2. Найдите среднее значение  $\bar{Z}_3$  (измеренное) и  $\Delta Z_3$  по Стьюденту.

3. Используя значения  $\bar{L}$  и  $\bar{C}$ , найденные ранее в упр. 1, 2, вычислите сопротивление данного участка цепи по формуле



$$Z_3 = \sqrt{R_0^2 + (\omega \bar{L} - 1/\omega \bar{C})^2}.$$

Будем называть найденное значение сопротивления вычисленным.

4. Сравните между собой измеренное и вычисленные значения сопротивления. Их совпадение с точностью до погрешностей измерения свидетельствует о Ваших правильных и безошибочных действиях:

- измеренное  $Z_3 = \bar{Z}_3 \pm \Delta Z$ ,
- вычисленное  $Z_3 = \bar{Z}_3 \pm \Delta Z$ .

5. По результатам всех упражнений, в одних осях координат, постройте графики зависимости тока от действующего напряжения на катушке, конденсаторе и участке цепи  $L-C$ . Продлите линии графиков до пересечения с осями. Какой вид имеют графики? Какой вывод из этого результата должен быть сделан (см. формулу (24.17))?

6. На примере собственного опыта Вы видите, что между током и напряжением во всех рассмотренных случаях существует линейная связь. Следовательно, закон Ома (24.8), (24.13), (24.17) для цепей переменного тока, содержащих элементы  $R$ ,  $C$ ,  $L$ , выполняется. За это качество указанные элементы и составленные из них цепи называются линейными.

В ходе выполнения других лабораторных работ Вам встретятся и такие случаи, в которых закон Ома не имеет места, например, 1) в электрическую цепь входит катушка с ферромагнитным сердечником, 2) цепь содержит вакуумный или полупроводниковый диод.

### Контрольные вопросы

1. Какие токи называются квазистационарными? Являются ли они такими в условиях данной лабораторной работы?

2. Что такое активное сопротивление в цепи переменного тока? Какие элементы цепи обладают активным сопротивлением? Будут ли они его иметь в цепи постоянного тока?

3. Что такое индуктивное сопротивление? От чего оно зависит? По какой формуле оно вычисляется в работе? Что такое индуктивность, от чего она зависит? Обладает ли цепь индуктивностью, если в ней нет катушки?

4. Докажите, что напряжение на индуктивности опережает ток по фазе. Изобразите векторную диаграмму для данного случая.

5. Докажите, что колебания напряжения на емкости отстают по фазе от тока. Нарисуйте векторную диаграмму в этом случае.

6. Что такое емкостное сопротивление? От чего оно зависит? Как находится в данной работе? Что такое емкость, от чего она зависит? Обладает ли электрическая цепь емкостью при отсутствии в ней конденсатора?

7. Сформулируйте закон Ома для цепей переменного тока. Как производится проверка выполнения этого закона и каков ее результат?

## Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.
2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.
3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 25

### ЗАТУХАЮЩИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

**Приборы и принадлежности:** лабораторная панель «Затухающие колебания», источник постоянного тока, осциллограф, магазин сопротивлений.

**Введение.** Замкнутая электрическая цепь, состоящая из конденсатора  $C$ , соединенного последовательно с катушкой индуктивности  $L$ , называется колебательным контуром. Реальный колебательный контур обладает электрическим сопротивлением, которое на схеме показано в виде резистора  $R$ .

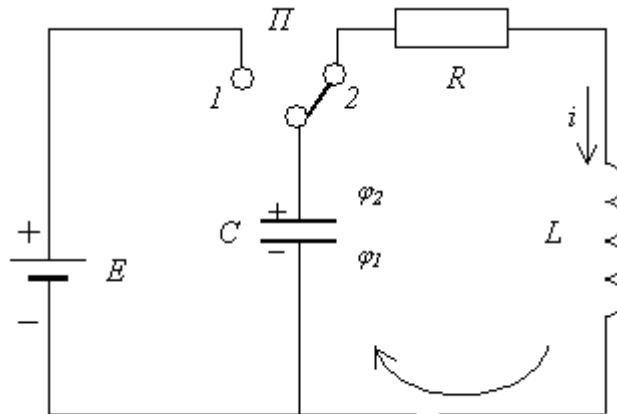


Рис. 25.1

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из колебательного контура  $C$ ,  $L$ ,  $R$  и источника постоянного тока, ЭДС которого  $E$  (рис. 25.1).

При помощи переключателя  $\Pi$  подключим источник питания к конденсатору (переключатель  $\Pi$  в положении 1) и зарядим его. Конденсатор при этом запасет некоторое количество энергии. Затем поставим переключатель  $\Pi$  в положение 2. Теперь заряженный конденсатор будет входить в замкнутую цепь колебательного контура и все процессы в контуре будут происходить без участия источника питания, а только под влиянием энергии конденсатора.

Напишем для данного контура уравнение по второму правилу Кирхгофа

$$Ri + u = E_{\text{син}},$$

где  $i$  – ток в цепи,

$u$  – напряжение на конденсаторе,

$E_{\text{син}}$  – ЭДС самоиндукции катушки.

В результате некоторых замен получим следующее уравнение:

$$Ri + \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt}. \quad (25.1)$$

Оно содержит несколько неизвестных функций времени:  $i$ ,  $q$ ,  $di/dt$ . Выразим их через другую функцию, но одну, например, через напряжение на конденсаторе  $u$ , учитывая, что

$$q = Cu, \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}, \quad \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u}{dt^2}.$$

Тогда уравнение (25.1) примет вид

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u = 0,$$

или 
$$\ddot{u} + \frac{R}{L} \dot{u} + \frac{1}{LC} u = 0. \quad (25.2)$$

Воспользуемся обозначениями, употребляемыми в учебной литературе,

$$\frac{R}{L} = 2\beta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2,$$

и перепишем уравнение (29.2) так:

$$\ddot{u} + 2\beta\dot{u} + \omega_0^2 u = 0. \quad (25.3)$$

$\beta$  – коэффициент затухания.

Таким образом, получено дифференциальное уравнение второго порядка, решая которое можно получить напряжение на конденсаторе  $u$  как функцию времени.

Предположим сначала, что активное сопротивление контура мало по сравнению с реактивным и им можно пренебречь ( $R \rightarrow 0$ ). Уравнение (25.3) в этом случае будет выглядеть так:

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = 0. \quad (25.4)$$

Его решением является одна из гармонических функций

$$\begin{aligned} u &= U_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \\ u &= U_m \sin(\omega_0 t + \alpha), \end{aligned} \quad (25.5)$$

либо их линейная комбинация.

Из возможных решений выберем то, которое удовлетворяет начальным условиям: при  $t=0$  (момент переключения переключателя  $\Pi$  на рис. 25.1 из положения 1 в положение 2) напряжение на конденсаторе максимально –  $U_{m0}$  и ток в контуре отсутствует,  $i=0$ . Этим условиям удовлетворяет функция

$$u = U_{m0} \cos \omega_0 t. \quad (25.6)$$

Здесь  $\omega_0$  – собственная частота колебаний контура, которая определяется его параметрами  $L$  и  $C$ :

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}. \quad (25.7)$$

Таким образом, функция (25.6) является уравнением незатухающих колебаний с частотой  $\omega_0$ . Следует заметить, что наряду с колебаниями напряжения в контуре будут совершать колебания по гармоническому закону с той же частотой и другие физические величины (ток в цепи, заряд конденсатора, напряженность электрического поля в конденсаторе, индукция магнитного поля в катушке). Поэтому электрическая цепь с такими свойствами называется колебательным контуром.

Если активное сопротивление контура невелико, так что  $\beta^2 \ll \omega_0^2$ , то уравнение (25.3) имеет следующее решение:

$$u = U_{m0} \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad (25.8)$$

где  $U_{m0}$  – напряжение на конденсаторе в момент времени  $t=0$ .

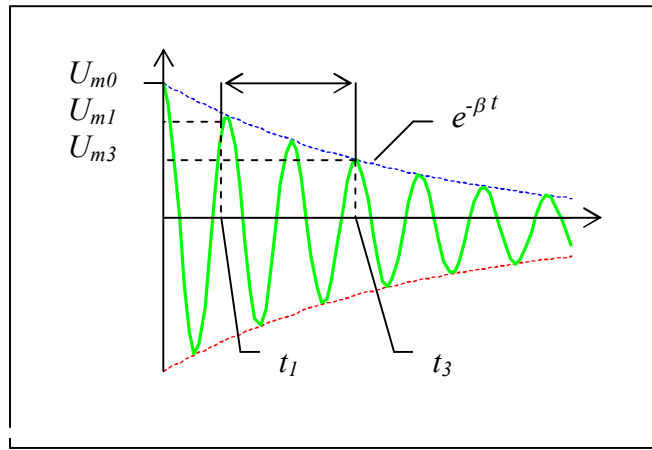


Рис. 25.2

При  $t=0$   $u=U_{m0}$ , следовательно, начальная фаза колебаний  $\alpha=0$ .

Из формулы (25.8) видно, что амплитуда колебаний убывает с течением времени как  $e^{-\beta t}$ , т. е. процесс колебаний в контуре не строго периодический, колебания являются затухающими (рис. 25.2).  $\beta$  называется коэффициентом затухания. Частота затухающих колебаний  $\omega$  отличается от частоты незатухающих колебаний  $\omega_0$  в меньшую сторону:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (25.9)$$

За период колебаний в этом случае можно принять приблизительно величину  $T = 2\pi/\omega$ , назвав ее квазипериодом.

Для характеристики скорости затухания колебаний вводится физическая величина, называемая логарифмическим декрементом затухания, который по определению есть логарифм отношения наибольших отклонений двух следующих друг за другом колебаний:

$$\Lambda = \ln \frac{U_m(t)}{U_m(t+T)}. \quad (25.10)$$

Логарифмический декремент затухания связан с коэффициентом затухания  $\beta$  и периодом колебаний  $T$  следующим образом:

$$\Lambda = \beta T. \quad (25.11)$$

При слабом затухании  $\omega \approx \omega_0$  период можно считать равным  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , то

$$\Lambda = \frac{R}{2L} 2\pi\sqrt{LC}; \quad \Lambda = \pi R\sqrt{C/L}. \quad (25.12)$$

Для характеристики колебательных свойств системы, в том числе колебательного контура, применяется величина  $Q$ , называемая добротностью контура, которая также связана с длительностью процесса затухания колебаний. Она определяется так:

$$Q = \frac{\pi}{\Lambda}. \quad (25.13)$$

Выясним физический смысл добротности. Амплитуда напряжения на конденсаторе убывает со временем по закону  $e^{-\beta t}$ . Энергия заряженного конденсатора пропорциональна квадрату амплитуды, т. е. энергия уменьшается как

$e^{-2\beta t}$ . Относительное уменьшение энергии за один период колебаний будет таким:

$$\frac{\Delta w}{w} = \frac{w(t) - w(t+T)}{w(t)} = \frac{1 - e^{-2\beta T}}{1} = 1 - e^{-2\Lambda}.$$

При небольшом затухании декремент  $\Lambda < 1$ , поэтому

$$\frac{\Delta w}{w} \cong 1 - (1 - 2\Lambda) = 2\Lambda,$$

$$\text{откуда } \Lambda = \frac{1}{2} \frac{\Delta w}{w}.$$

Подставив это выражение декремента затухания в формулу (25.13), получим

$$Q = 2\pi \frac{w}{\Delta w}. \quad (25.14)$$

Таким образом, добротность колебательного контура оказывается пропорциональна отношению энергии, содержащейся в контуре, к потере энергии  $\Delta w$  за время одного колебания (за период).

Рассмотрим случай сильного затухания, когда  $\beta = \omega_0$ . Согласно формуле (25.9) колебания в таких условиях становятся невозможными, так как  $\omega = 0$ , напряжение на конденсаторе уменьшается со временем аperiодически:

$$u = U_{m0} e^{-\beta t}.$$

Такой процесс имеет место в том случае, если активное сопротивление контура достигает критической величины (или превышает ее). Значение критического сопротивления можно найти из условия  $\beta^2 = \omega_0^2$ :

$$\frac{R_{KP}^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}, \quad R_{KP} = 2\sqrt{L/C}. \quad (25.15)$$

**Целью работы** является изучение электрических колебаний, определение квазипериода, декремента затухания в зависимости от параметров контура.

**Описание установки.** Исследуемый колебательный контур размещен на лабораторной панели «Затухающие колебания». Он состоит из катушки индуктивности  $L$ , набора конденсаторов  $C1-C5$ , любой из которых можно включить в контур с помощью клавишного переключателя. Колебания в контуре возбуждаются короткими прямоугольными импульсами, получаемыми от генератора импульсов  $ГИ$ , находящегося внутри лабораторной панели (рис. 25.3).

Активное сопротивление контура состоит из сопротивления катушки  $R_L$  и сопротивления магазина  $R_M$ , присоединяемого последовательно к катушке через соответствующие клеммы на панели. Благодаря магазину активное сопротивление контура можно изменять по желанию экспериментатора.

Затухающие колебания напряжения на конденсаторе наблюдаются на экране осциллографа. Включение осциллографа параллельно конденсатору практически не влияет на параметры колебательного контура и не отражается на электрических процессах в нем благодаря большому входному сопротивле-

нию осциллографа (порядка МОм) и его малой входной емкости (порядка десятка пФ).

### Упражнение 1 Измерение периода электрических колебаний

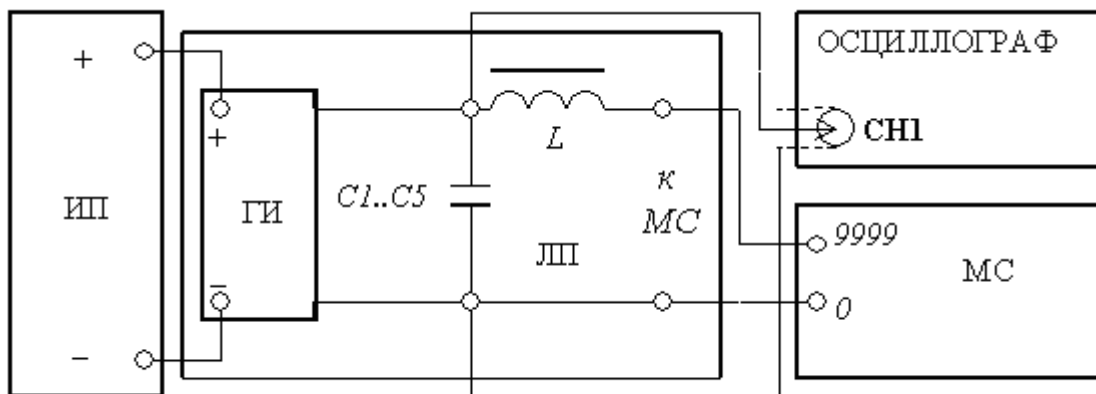


Рис. 25.3

#### Измерения

1. Соберите электрическую цепь по схеме (рис. 25.3), где *ЛП* – лабораторная панель «Затухающие колебания», *ИП* – источник питания постоянного тока, *МС* – магазин сопротивлений.

Обратите внимание, что на *Y*-вход (*CH2*-вход) осциллографа подается напряжение с конденсатора колебательного контура. Это сделано неслучайно. Тем самым можно сравнить результат аналитического решения – функции (25.8) – с опытом. Здесь Вы имеете возможность увидеть, как выглядит эта функция на экране осциллографа, т. е. убедиться (или усомниться) в правильности решения.

На магазине *МС* поставьте нулевое сопротивление, на панели *ЛП* включите один из конденсаторов контура.

На источнике питания *ИП* поставьте выходное напряжение 6 В.

После проверки цепи преподавателем включите осциллограф в сеть кнопкой *ON*, затем – источник питания *ИП*.

Добейтесь устойчивого изображения на экране нескольких цугов затухающих колебаний. Это можно сделать двумя способами:

1) нажать кнопку *AUTOSET*;

2) войти в *MENU* (под ручкой *TRIGGER*), с помощью *F2* выбрать синхронизацию по каналу *CH1* (*SOURCE CH1*), ручкой *TRIGGER* добейтесь устойчивого изображения. С помощью ручек *VOLTS/DIV* и *TIME/DIV* установить такую амплитуду и такой период, чтобы весь волновой цуг помещался на экране.

Срисуйте осциллограмму в свой лабораторный журнал (либо сохраните ее на флешку). Определите период колебаний напряжения на конденсаторе, наблюдаемых вами на экране, при каждом значении емкости *C* и при  $R_M=0$ . Это можно сделать двумя способами:

- 1) пользуясь экранной сеткой осциллографа и зная цену одного деления сетки;
- 2) нажав кнопку CURSOR и пользуясь линиями курсора, перемещая их с помощью ручки VARIABLE.

Результаты запишите в табл. 25.1.

Таблица 25.1

$C$ ,	$n$	$\Delta t$	$T = \Delta t / n$	$T^2$	$\omega$	$L$

### Обработка результатов измерений

1. По формуле (25.7) вычислите индуктивность катушки  $L$  при всех значениях емкости контура. Результат представьте в стандартном виде:

$$L = \bar{L} \pm \Delta L, \text{ при } p=0,95.$$

2. Постройте графики зависимости:

- периода колебаний от емкости контура,
- квадрата периода колебаний  $T^2$  от  $C$ .

3. Вычислите  $R_{KP}$  по формуле (25.15) для наибольшей и наименьшей емкости.

4. Установите на магазине сопротивлений найденное значение критического сопротивления и наблюдайте вид осциллограмм. Срисуйте их в лабораторную тетрадь для отчета (или сохраните на флешку и распечатайте). Укажите на осциллограммах амплитуду импульсов и их длительность.

5. Посмотрите форму напряжений на конденсаторе колебательного контура при нескольких значениях сопротивления  $R_M$ , на 1–2 порядка превышающих критическое сопротивление  $R_{KP}$ .

### Упражнение 2

#### Измерение логарифмического декремента затухания в зависимости от сопротивления контура

#### Измерения

1. Поставьте на магазине  $MC$  нулевое сопротивление.
2. Установите горизонтальную линию развертки осциллографа строго посередине экрана.

3. Измерьте наибольшее отклонение одного из колебаний  $U_{m1}$  в вольтах.

Это можно сделать, умножив число делений координатной сетки осциллографа на цену деления в вольтах, либо воспользовавшись функцией CURSOR. Чтобы исключить влияние запускающего импульса на результаты измерения отклонений от оси графика, лучше не брать в расчет первое колебание (в начале цуга).

Отсчитайте  $n$ -е колебание (5...10) и измерьте его величину  $U_{mn}$  (см. рис. 25.2). Результаты запишите в табл. 25.2.



Таблица 25.2

$C$	$R_M$	$U_{m1}$	$n$	$U_{mn}$	$\Lambda$	$Q$

4. Повторите измерения, увеличивая активное сопротивление контура с помощью магазина  $MC$  через 10 Ом, доведя его до 90 Ом.

5. Повторите измерения п. 2–3 с другим конденсатором в контуре.

### Обработка результатов

1. Вычислите логарифмический декремент затухания по формуле

$$\Lambda = \frac{1}{n-1} \ln \frac{U_{m1}}{U_{mn}}. \quad (25.16)$$

2. Постройте график зависимости логарифмического декремента затухания от сопротивления магазина  $R_M$  при обеих емкостях. Экстраполируйте графики к  $\Lambda=0$ . Обратите внимание, где они пересекают ось абсцисс. Проанализируйте полученные результаты.

### Упражнение 3

#### Измерение логарифмического декремента затухания в зависимости от емкости контура

#### Измерения

1. Поставьте на магазине сопротивлений  $R_M=0$  или 10 Ом.

2. Снимите зависимость наибольших отклонений луча от оси осциллограммы затухающих колебаний, как это рекомендовано в п. 3 упр. 2, последовательно включая конденсаторы всех имеющихся емкостей. Результаты запишите в табл. 25.3.

Таблица 25.3

$R_M$	$C$	$U_{m1}$	$n$	$U_{mn}$	$\Lambda$	$\Lambda^2$

3. Повторите измерения п. 2, но для сопротивления  $R_M$  на 10 Ом больше.

### Обработка результатов

1. Найдите логарифмический декремент  $\Lambda$  и  $\Lambda^2$ .

2. Постройте графики  $\Lambda^2$  от  $C$  для обоих сопротивлений. Проанализируйте полученный результат.

## Упражнение 4 Наблюдение затухающих колебаний на фазовой плоскости

### Измерения

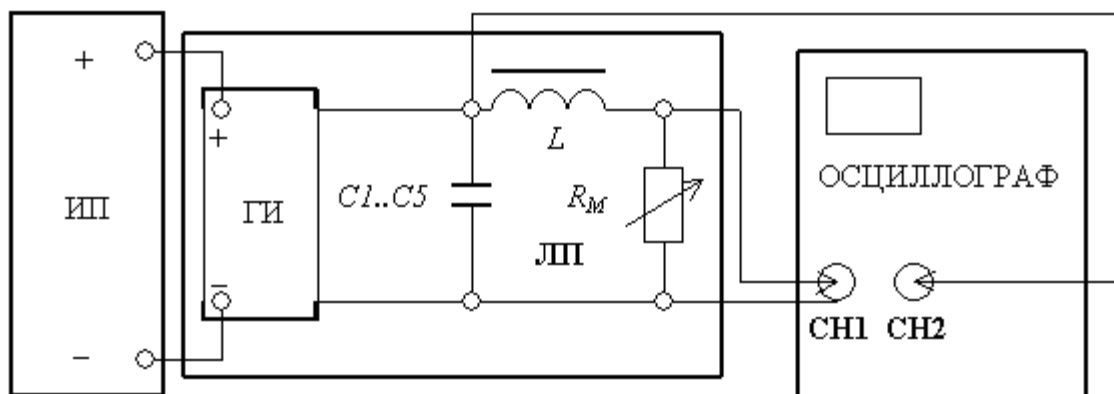


Рис. 25.4

1. Соберите электрическую цепь по схеме (рис. 25.4). Подключите вход осциллографа *CH1* к сопротивлению нагрузки, а вход *CH2* – к конденсатору.

2. Поставьте на магазине 200–300 Ом. Включите осциллограф в сеть. Войдите в пункт MENU, горизонтальное меню – это меню управления режимами индикации входного сигнала по временной оси. Для этого нажмите верхнюю клавишу MAIN. Наблюдайте за формой сигнала и сдвигом фаз. Затем нажмите клавишу X-Y. Канал *CH1* будет входом для оси X, а канал *CH2* – входом для оси Y. Наблюдайте видоизменения фазовых кривых при изменении емкости и сопротивления колебательного контура.

3. Срисуйте ряд осциллограмм, записав около них параметры контура.

4. Оцените логарифмические декременты затухания колебаний в контуре по наблюдаемым кривым и сравните их с полученными в упр. 2.

### Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схему колебательного контура. Зарядите конденсатор. Опишите происходящие в контуре процессы после замыкания цепи.

2. Напишите для замкнутого колебательного контура уравнение Кирхгофа, решите его и проанализируйте решение.

3. От чего зависит частота затухающих колебаний? Совпадает ли она с собственной частотой колебаний в идеальном контуре?

4. От чего зависит скорость затухания колебаний? Что называется логарифмическим декрементом затухания? Каков его физический смысл?

5. Что такое добротность колебательного контура? Каков физический смысл этой величины?

6. Как зависит период колебаний от емкости контура (по Вашим данным)? Зачем предлагается построить график зависимости квадрата периода колебаний от емкости? Что можно сказать на основании его анализа?

7. Как влияет дополнительное активное сопротивление, вводимое в контур, на характер процесса затухания колебаний?

8. Почему при одном и том же активном сопротивлении контура логарифмический декремент тем больше, чем больше емкость контура?

9. Как получается фазовая кривая на экране осциллографа?

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.

2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 26

### ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ

**Приборы и принадлежности.** Реостат, катушка с выдвигаемым железным сердечником, магазин емкостей, амперметр, вольтметр.

**Резонанс напряжений.** Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных активного сопротивления  $R$ , емкости  $C$ , индуктивности  $L$  и источника переменного тока (рис. 26.1). В цепи, содержащей индуктивность и емкость, могут, при определенных условиях, возникнуть электрические колебания, поэтому она называется колебательным контуром. Собственная частота колебаний определяется параметрами колебательного контура и равна

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (26.1)$$

Лабораторная установка позволяет изменять по желанию экспериментатора параметры  $L$  и  $C$  в некоторых пределах и, следовательно, изменять собственную частоту колебаний в контуре.

Пусть рассматриваемая цепь соединена последовательно с источником переменного тока, напряжение на выходе которого меняется со временем с частотой  $\omega$  по гармоническому закону следующим образом:

$$u(t) = U_m \cos \omega t. \quad (26.2)$$

Под действием этого напряжения в цепи протекает переменный ток той же частоты. Фаза тока может не совпадать с фазой напряжения, пусть разность фаз напряжения и тока составляет  $\varphi$  радиан:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (26.3)$$

где  $u(t)$ ,  $i(t)$  – мгновенные значения напряжения и тока,  $U_m$ ,  $I_m$  – амплитуды напряжения и тока, которые в  $\sqrt{2}$  раз больше эффективных значений, показываемых измерительными приборами.

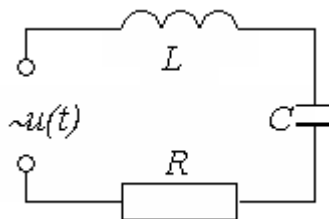


Рис. 26.1

Согласно закону Ома для переменного тока амплитуды тока и напряжения связаны следующим образом:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad (26.4)$$

Разность фаз напряжения и тока определяется из соотношения

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}. \quad (26.5)$$

Величина  $\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = Z$  называется полным сопротивлением цепи, которое складывается из активного  $R$ , индуктивного  $\omega L$  и емкостного  $1/\omega C$  сопротивлений.

Рассмотрим случай, когда источник переменного тока работает на одной постоянной частоте  $\omega$ . Путем изменения индуктивности (или емкости) цепи можно добиться того, чтобы индуктивное сопротивление стало равно по величине емкостному  $\omega L = 1/\omega C$ . Это произойдет, когда произведение  $LC$  будет равно  $1/\omega^2$ , т. е. когда собственная частота (26.1) контура  $\omega_0$  точно совпадет с частотой колебаний источника. В этом случае частота называется резонансной:

$$\omega_{рез} = 1/\sqrt{LC}. \quad (26.6)$$

Факт совпадения частот приводит к следующим результатам.

1. Полное сопротивление цепи  $Z$  становится наименьшим из всех возможных значений при данных  $R, L, C$ .
2. Ток, протекающий в цепи и потребляемый от источника, согласно формуле (26.4) становится наибольшим при данном входном напряжении  $U$ .
3. Падения напряжения на емкости и индуктивности оказываются одинаковыми по величине  $U_C = U_L$  и противоположными по фазе.
4. Падение напряжения на активном сопротивлении становится равным напряжению, приложенному к цепи извне:  $U_R = U$ .
5. Благодаря тому что ток достигает наибольшего значения, напряжение на конденсаторе и напряжение на катушке достигает значительных величин, превышающих подобные напряжения при прочих условиях.

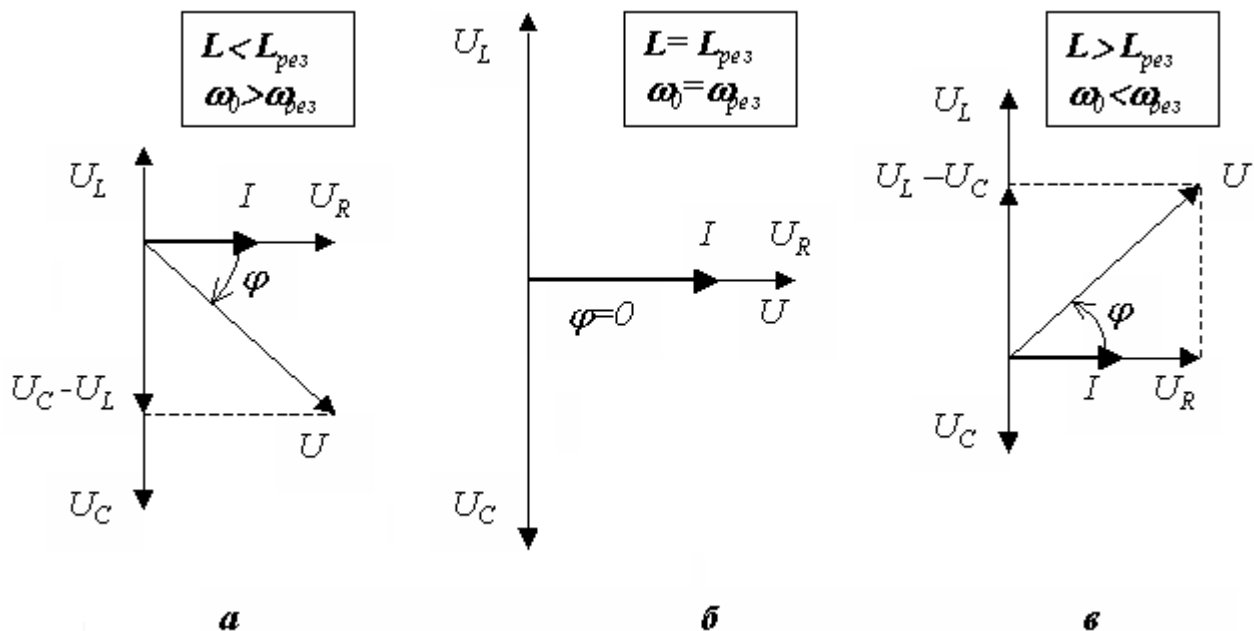


Рис. 26.2

Это явление повышения напряжения на реактивных элементах в последовательной электрической  $RCL$ -цепи носит название резонанса напряжений.

Проиллюстрируем описываемые явления с помощью векторных диаграмм, представленных на рис. 26.2 (о диаграммах см. лабораторную работу № 24).

Будем считать, что в ходе опытов емкость остается неизменной, а индуктивность можно плавно изменять так, чтобы собственная частота контура могла быть как меньше, так и больше частоты источника, а также равна ей. Последнее условие соответствует резонансу, и частота называется резонансной.

Если индуктивность цепи меньше того значения, при котором наступает резонанс, сопротивление цепи носит емкостной характер ( $1/\omega C > \omega L$ ) и полное напряжение согласно формуле (26.5) отстает от тока:  $\varphi < 0$  (рис. 26, а).

Если индуктивность превышает соответствующее резонансу значение, нагрузка приобретает индуктивный характер, т. е.  $\omega L > 1/\omega C$ , входное напряжение опережает ток в цепи. Из формулы (26.5) следует, что тангенс угла сдвига фаз положителен. Векторная диаграмма для данной ситуации представлена на рис. 26.2, в.

На рис. 26.2, б изображена диаграмма для резонансных условий, на которой отражены характерные черты, указанные выше.

**Резонанс токов.** Рассмотрим разветвленную цепь, содержащую индуктивность и емкость, включенные параллельно с источником переменного тока (рис. 26.3). Напряжение на входе цепи изменяется по тому же закону (26.2):

$$u(t) = U_m \cos \omega t.$$

Оно является общим и для индуктивности, и для емкости.

Каков ток в конденсаторе, катушке и во всей цепи?

Чтобы ответить на эти вопросы, можно построить векторную диаграмму. Ее построение начинается с выбора оси напряжений, так как в данном случае напряжение является общим для обоих элементов цепи (рис. 26.4).

Полная сила тока, потребляемая от источника, равна сумме токов в ветвях, но только эта сумма векторная, так как фазы складываемых токов различны: ток в конденсаторе опережает напряжение на нем на  $\pi/2$ , ток в катушке – отстает на такую же величину (рис. 26.4). Так будет в том случае, если активным сопротивлением указанных элементов цепи можно пренебречь.

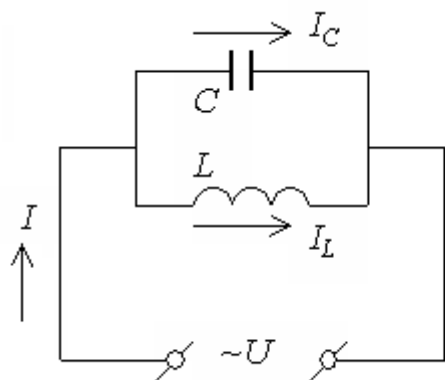


Рис. 26.3

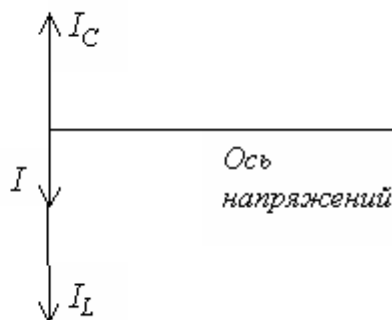


Рис. 26.4

Сила тока в каждой ветви определяется законом Ома:

$$I_L = \frac{U_m}{\omega L} \cos(\omega t - \pi/2) \quad I_C = \frac{U_m}{1/\omega C} \cos(\omega t + \pi/2) \quad (26.7)$$

Так как токи в ветвях изменяются в противофазах, то полный ток источника равен их разности и величина его определяется следующим выражением:

$$I_m = \left( \frac{1}{\omega L} - \frac{1}{1/\omega C} \right) U_m. \quad (26.8)$$

Если индуктивное и емкостное сопротивления равны, скобка обращается в нуль и, следовательно, ток в подводящих к контуру проводах отсутствует. Это значит, что при таком условии ток от источника данная цепь не потребляет, сопротивление контура становится бесконечно большим. Но при этом токи в ветвях не равны нулю, они равны друг другу и могут достигать значительных величин. Они циркулируют в параллельных ветвях, осуществляя обмен энергией между катушкой с ее магнитным полем и конденсатором, в котором локализовано электрическое поле. Такое явление в параллельном контуре называется резонансом токов. Оно наступает тогда, когда путем изменения параметров собственную частоту контура сделали равной частоте источника внешнего напряжения. В идеальном параллельном контуре значение резонансной частоты такое же, как в последовательном (26.6):

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (26.9)$$

Полученные выводы сделаны для цепи, в которой отсутствует активное сопротивление. На самом деле катушка индуктивности обладает омическим сопротивлением – сопротивлением того провода, которым она намотана, –  $R_L$ . Конденсатор на частоте 50 Гц также обладает небольшим активным сопротивлением  $R_C$ , связанным с его диэлектрическими потерями. С учетом сказанного эквивалентную схему данной цепи можно изобразить, как показано на рис. 26.5.

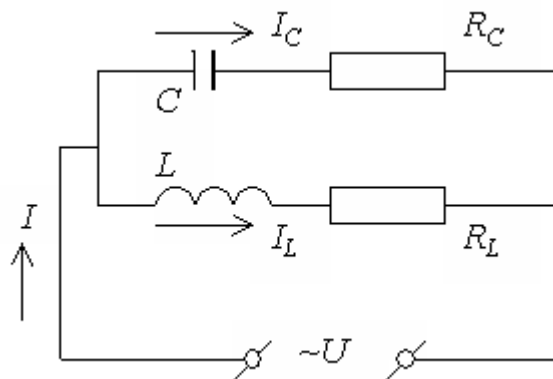


Рис. 26.5

В этом случае разность фаз между напряжением и током в каждой ветви не будет равна  $\pi/2$ . Но так как  $R_L < \omega L$  и  $R_C < 1/\omega C$ , то она близка к  $\pi/2$ .

Разности фаз определяются следующими соотношениями:

$$\sin \varphi_L = \frac{\omega L}{\sqrt{(\omega L)^2 + R_L^2}}, \quad \sin \varphi_C = \frac{1/\omega C}{\sqrt{(1/\omega C)^2 + R_C^2}} \quad (26.10)$$

Теперь векторы неколлинеарны, как было в идеальном случае. Модули этих векторов определим из эквивалентной схемы (рис. 26.5):

$$I_L = \frac{U}{\sqrt{(\omega L)^2 + R_L^2}}; \quad I_C = \frac{U}{\sqrt{(1/\omega C)^2 + R_C^2}}. \quad (26.11)$$

С учетом сказанного векторная диаграмма будет выглядеть примерно так, как изображено на рис. 26.6, т. е. сумма токов не равна нулю.

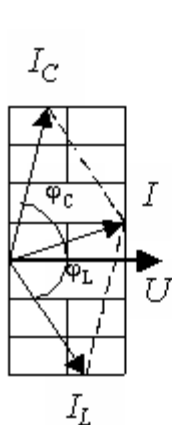


Рис.26.6

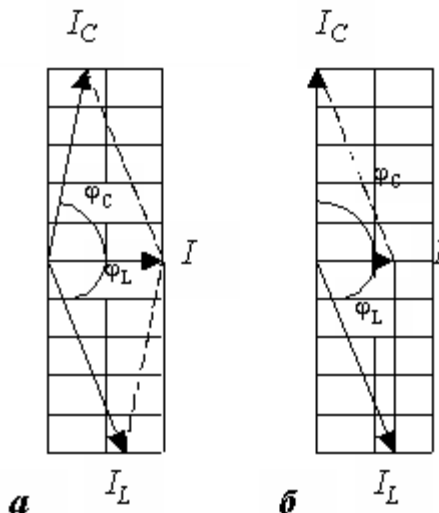


Рис.26.7

Путем изменения индуктивности катушки можно достичь совпадения по фазе результирующего тока в контуре и приложенного к нему напряжения. В этом случае ток, потребляемый от источника, не становится равным нулю, но оказывается минимальным. Это характерно для резонанса токов в параллельном контуре (см. рис. 26.7, а).

В реальных условиях активное сопротивление конденсатора настолько мало по сравнению с сопротивлением емкостным, что им можно пренебречь и считать угол  $\varphi_C \cong \pi/2$  (рис. 26.7, б). Тогда из прямоугольного треугольника на векторной диаграмме рис. 26.7, б можно написать, что

$$I_C/I_L = \sin \varphi_L. \quad (26.12)$$

Из формул (26.10), (26.11) и (26.12) получается выражение для резонансной частоты параллельного контура следующего вида:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_L^2}{L^2}}. \quad (26.13)$$

Таким образом, резонансная частота параллельного контура при учете его активного сопротивления получается несколько меньше по сравнению с резонансной частотой идеального контура (26.9) и тем меньше, чем больше  $R$ .

На векторной диаграмме (рис. 26.7, б) видно, что результирующий ток, потребляемый от источника, становится при резонансе синфазным с входным напряжением – как при активной нагрузке, т. е. контур в момент резонанса ведет себя как чисто активная нагрузка.



Ток, потребляемый от источника при резонансе  $I$ , тем меньше, чем меньше активное сопротивление катушки  $R_L$  (см. рис. 26.7, б). В то же время ток в конденсаторе и ток в катушке значительно больше  $I$ .

Итак, при резонансе токов имеют место следующие явления:

1. Сопротивление контура наибольшее.
2. Потребляемый от источника ток наименьший.
3. Токи в ветвях могут значительно превышать ток, потребляемый от источника.

Наблюдениям и изучению резонансных явлений в последовательном и параллельном контурах посвящена данная работа. Все измерения проводятся на переменном токе промышленной частоты.

### Упражнение 1 Резонанс напряжений

**Описание установки.** Все приборы и принадлежности, необходимые для выполнения работы, смонтированы на лабораторной панели.

Магазин емкостей состоит из двух конденсаторов –  $C_1=10$  и  $C_2=15$  мкФ.

Катушка индуктивности  $L$  содержит 2800 витков медного провода. Железный сердечник можно вдвигать / выдвигать с помощью ходового винта и рукоятки: таким образом изменяется индуктивность цепи. Положение сердечника отмечается по шкале, нуль которой соответствует полностью выдвинутому сердечнику (самая малая индуктивность).

Питание переменным током подведено к клеммам  $\sim U$  и производится от сети через понижающий трансформатор.

#### Измерения

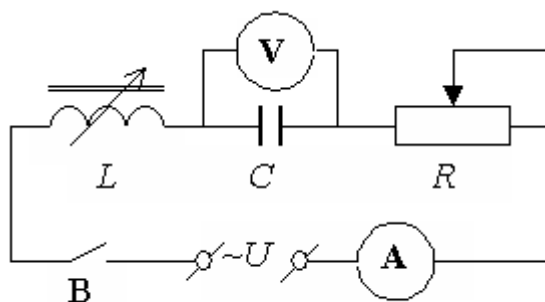


Рис.26.8

1. Перед сборкой электрической цепи приведите все приборы в исходное состояние:

- а) на реостате установите наибольшее сопротивление,
- б) сердечник полностью выдвиньте из катушки,
- в) переключатель пределов измерения амперметра установите на наибольший предел,

г) на универсальном электронном вольтметре В7-35 левый переключатель установите в положение « $\sim$ », правый – в положение  $V$ .

2. Соберите электрическую цепь по рис. 26.8, включив в нее сначала конденсатор  $C_2=15$  мкФ.

3. Предложите преподавателю или лаборанту проверить собранную цепь.

4. Включите кабель питания панели и электронного вольтметра в сеть.

5. Вдвигая сердечник в катушку, снимите показания амперметра и вольтметра через каждый сантиметр перемещения сердечника. Единицы измерения напряжения высвечиваются на вольтметре индикаторной лампочкой. Результаты впишите в табл. 26.1.

Таблица 26.1

$U=$								
$l, \text{ см}$	$C_2=15 \text{ мкФ}$ $R$		$C_2=15 \text{ мкФ}$ $\frac{1}{2}R$		$C_2=15 \text{ мкФ}$ $R=0$		$C_1=10 \text{ мкФ}$ $R=0$	
	$I, \text{ мА}$	$U_C, \text{ В}$	$I, \text{ мА}$	$U_C, \text{ В}$	$I, \text{ мА}$	$U_C, \text{ В}$	$I, \text{ мА}$	$U_C, \text{ В}$

6. Уменьшите сопротивление реостата вдвое и повторите измерения п. 5.

7. Повторите такие же измерения при полностью выведенном сопротивлении реостата.

8. Выключите установку из сети. Замените конденсатор в цепи на  $C_1=10$  мкФ и проведите с ним измерения п. 5 с нулевым сопротивлением реостата.

9. Измерьте входное напряжение этим же вольтметром, подключив его к клеммам источника переменного тока  $\sim U$ .

### Обработка результатов

1. Постройте семейства кривых  $I=f(l)$  и  $U=f(l)$  при трех сопротивлениях реостата и обеих емкостях.

2. Вычислите индуктивность катушки при резонансе  $L_{рез}$  для обеих емкостей из условия

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L_{рез} ,$$

где  $\omega=2\pi\nu$ ,  $\nu=50$  Гц – частота промышленного переменного тока.

### Упражнение 2 Резонанс токов

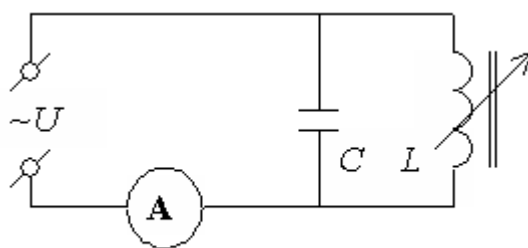


Рис.26.9

1. Соберите электрическую цепь по рис. 26.9. Сначала рекомендуется включить конденсатор  $C_2=15$  мкФ.

2. После проверки цепи преподавателем или лаборантом приступайте к измерениям. Вдвигая сердечник в катушку, снимите показания амперметра через каждый сантиметр перемещения. Результаты впишите в табл. 26.2.

3. Отключив цепь от источника, замените конденсатор на  $C_1=10$  мкФ и повторите измерения п. 2.

4. Измерьте входное напряжение на клеммах  $\sim U$  и впишите  $U$  в табл. 26.2.

Таблица 26.2

U=				
l, см	$C_2=15$ мкФ		$C_1=10$ мкФ	
	I	Z	I	Z

### Обработка результатов измерения

1. Постройте график зависимости тока от положения сердечника для обоих конденсаторов.

2. Вычислите сопротивление контура по формуле

$$Z = U/I.$$

3. Постройте график зависимости сопротивления от положения сердечника. Его можно построить на том же планшете, что и предыдущий.

### Контрольные вопросы

1. Нарисуйте схему последовательного и параллельного колебательного контура. За что эти цепи получили название колебательного контура?

2. Сформулируйте и напишите закон Ома для переменного тока.

3. Как определяется сдвиг фаз между током и напряжением источника в последовательном контуре?

4. Что такое резонанс в электрической цепи? В чем это проявляется? Как можно обнаружить резонанс? Перечислите признаки возникновения резонанса напряжений и резонанса токов в соответствующих цепях.

5. Почему при резонансе падение напряжения на индуктивности и падение напряжения на емкости могут быть больше напряжения, которое дает источник?

6. Чему равна резонансная частота? Изменяется ли собственная частота контура в ходе выполнения работы? Чем это достигается?

7. Как зависит индуктивность катушки от свойств сердечника? Почему для успешного выполнения данной работы используется катушка, содержащая большое число витков и железный сердечник?

8. Получите формулу (26.12) в указанном приближении.

9. Сопоставьте полученные Вами результаты с теоретическими предпосылками и формулами (26.6), (26.12).

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бином, 2014.

2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 27

### ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

**Приборы и принадлежности:** лабораторная панель «Колебательный контур», генератор сигналов низкочастотный ГЗ-120, вольтметр В7-38, осциллограф С1-94.

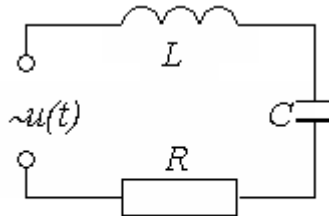


Рис.27.1

**Введение.** Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из резистора с активным сопротивлением  $R$ , катушки с индуктивностью  $L$  и конденсатора емкостью  $C$  (рис. 27.1). Предположим, что соединительные провода не обладают ни сопротивлением, ни емкостью, ни индуктивностью. Такая электрическая цепь называется цепью с сосредоточенными параметрами.

В каком-то месте разорвем последовательную цепь элементов и на образовавшиеся контакты подадим переменное периодическое напряжение  $U(t)$  от внешнего источника тока, которое изменяется со временем по гармоническому закону

$$u(t) = U_m \cos \omega t, \quad (27.1)$$

где  $u(t)$  – мгновенное значение напряжения в момент времени  $t$ ,  $U_m$  – амплитуда входного напряжения,  $\omega$  – круговая (циклическая) частота колебаний входного напряжения.

Для описания изменений напряжения и тока в такой цепи достаточно написать и решить одно уравнение – уравнение Кирхгофа (в дальнейшем нам предстоит в этом убедиться). Согласно второму правилу Кирхгофа, алгебраическая сумма падений напряжения на всех элементах замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в контуре.

$$iR + u_c = -L \frac{di}{dt} + u(t), \quad (27.2)$$

где  $i$  – мгновенное значение тока в цепи,  $u_c$  – напряжение на конденсаторе,  $-L \frac{di}{dt}$  – ЭДС самоиндукции катушки.

Вместо ЭДС источника тока в уравнение поставлено напряжение на его зажимах  $u(t)$ , тем самым учтено и исключено падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника.

Перепишем уравнение (27.2) так:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_c = U_m \cos \omega t. \quad (27.3)$$

Перейдем в уравнении (27.3) к одной переменной, например, к  $u$  – напряжению на конденсаторе (индекс  $C$  в дальнейшем опустим для упрощения записи), используя следующие замены:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad \text{и} \quad \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u}{dt^2}. \quad (27.4)$$

После этого уравнение (27.3) примет вид

$$LC \frac{d^2u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u_C = U_m \cos \omega t. \quad (27.5)$$

Разделив все члены уравнения (27.5) на  $LC$  и вводя обозначения, принятые в учебной литературе,

$$\frac{R}{L} = 2\beta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad (27.6)$$

$$\text{получим} \quad \ddot{u} + 2\beta\dot{u} + \omega_0^2 u = U_m \omega_0^2 \cos \omega t. \quad (27.7)$$

Величина  $\beta$  называется коэффициентом затухания,  $\omega_0$  – собственной частотой контура.

Решив полученное уравнение (27.7) и используя соотношения (27.4), можно получить ответы на вопросы о том, как изменяется напряжение на конденсаторе и других элементах цепи, как изменяется ток в цепи со временем, от чего зависит их величина и т. п. Таков теоретический подход к анализу данной цепи. Затем сравниваются теоретические результаты с экспериментальными. В этом состоит одна из задач данной лабораторной работы.

Итак, решаем неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка (27.7). Его решение представляет собой сумму двух слагаемых

$$u = u_1 + u_2,$$

где  $u_1$  – общее решение соответствующего однородного уравнения,

$u_2$  – одно из частных решений неоднородного уравнения.

Общее решение однородного уравнения

$$\ddot{u}_1 + 2\beta\dot{u}_1 + u_1 = 0$$

представляет собой затухающие собственные колебания, которые рано или поздно затухнут, т. е.  $u_1$  обратится в нуль. Поэтому для нас представляет наибольший интерес нахождение слагаемого  $u_2$ , характеризующего установившиеся колебания напряжения под действием внешнего источника (так называемые вынужденные колебания).

Частное решение уравнения (27.7) имеет вид

$$u_2 = \frac{U_m \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}} \cos(\omega t - \psi). \quad (27.8)$$

Итак, в рассматриваемой электрической цепи с течением времени устанавливаются вынужденные колебания с той же частотой, какова частота колебаний источника. Амплитуда вынужденных колебаний напряжения на конденсаторе – то, что стоит перед знаком  $\cos$  в формуле (27.8) – не зависит от времени

и определяется в основном частотой собственных колебаний  $\omega_0$  и частотой внешнего воздействия  $\omega$ , такова

$$u_{2m} = \frac{U_m \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\beta\omega)^2}}. \quad (27.9)$$

Характерный вид резонансных кривых напряжения на конденсаторе колебательного контура, определяемых формулой (27.9), показан на рис. 27.2.

Исследуем амплитуду колебаний напряжения на конденсаторе  $u_{2m}$  (27.9) на экстремум. Амплитуда становится максимальной в том случае, если знаменатель минимален, а его производная по  $\omega$  обращается в нуль:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} \left[ (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2 \right] &= 0, \\ 4\omega(\omega^2 + 2\beta^2 - \omega_0^2) &= 0. \end{aligned}$$

Полученное выражение обращается в нуль, если 1)  $\omega = 0$ , но этот случай для нас в данный момент не представляет интереса; или 2)  $\omega^2 + 2\beta^2 - \omega_0^2 = 0$ . Отсюда следует, что при некоторой частоте источника амплитуда колебаний становится наибольшей. Такую частоту называют резонансной –  $\omega_p$ . Для резонансной частоты из условия (27.2) получается следующая формула:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (27.10)$$

Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний при определенном значении частоты внешнего воздействия называется резонансом.

Если коэффициент затухания  $\beta$  небольшой, т. е.  $2\beta^2 \ll \omega_0^2$ , то резонансная частота почти совпадает с собственной частотой контура  $\omega_0$ . Амплитуда напряжения на конденсаторе при этом равна

$$u_{2p} = \frac{U_m \omega_0}{2\beta}. \quad (27.11)$$

Из формулы (27.8) видно, что напряжение на конденсаторе  $u_2$  и входное напряжение  $u(t)$  (27.1) не совпадают по фазе. Разность фаз  $\psi$  между ними, так же как и амплитуда, зависит в основном от частот  $\omega$  и  $\omega_0$ ; ее можно определить так:

$$\psi = \arctg \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (27.12)$$

На рис. 27.2. изображен график зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты источника. График зависимости разности фаз от частоты колебаний источника представлен на рис. 27.3.

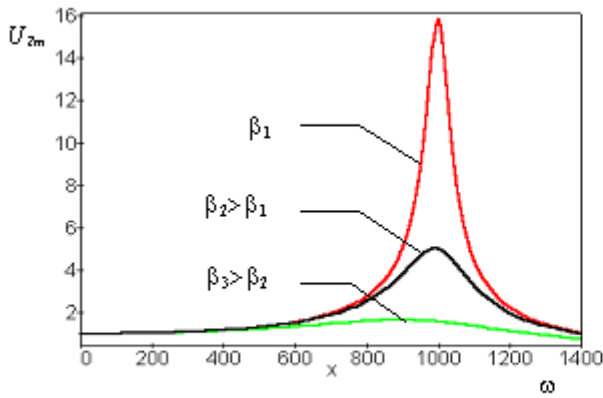


Рис.27.2

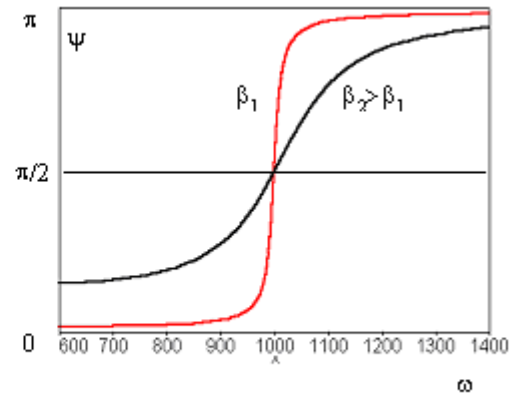


Рис.27.3

Если от величин  $\beta$  и  $\omega_0$  перейти к параметрам колебательного контура  $L$ ,  $C$ ,  $R$ , то для амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе вместо выражения (27.9) получится следующая формула:

$$u_{2m} = \frac{U_m}{\omega C \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}. \quad (27.13)$$

Вместо выражения (27.10) для резонансной частоты  $\omega_p$  получается формула

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}. \quad (27.14)$$

Амплитуда напряжения (27.11) на резонансной частоте такова:

$$u_{2p} = U_m \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (27.15)$$

Зная напряжение на конденсаторе (27.8), можно вычислить заряд конденсатора, а затем и ток в контуре:

$$q = Cu, \quad i = \frac{dq}{dt},$$

$$q = \frac{CU_m \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \psi),$$

$$i = -\frac{CU_m \omega_0^2 \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \psi),$$

$$i = \frac{CU_m \omega_0^2 \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (27.16)$$

Таким образом, ток в конденсаторе опережает напряжение на нем по фазе на  $\pi/2$ .

Амплитуда тока также изменяется с частотой источника резонансным образом согласно формуле



$$i_m = \frac{CU_m \omega_0^2 \omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (27.17)$$

а график этой зависимости приведен на рис. 27.4.

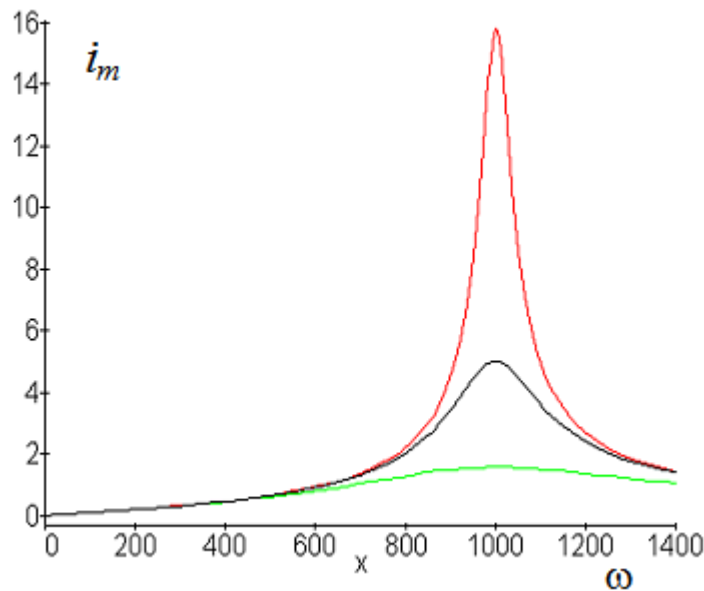


Рис. 27.4

Амплитуда силы тока имеет максимальное значение при частоте, совпадающей с собственной частотой контура  $\omega_0$ . Амплитуда, выраженная через параметры цепи  $L$ ,  $C$ ,  $R$ , запишется так:

$$i_m = \frac{U_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}. \quad (27.18)$$

Для разности фаз вместо формулы (27.12) запишем следующую:

$$\psi = \arctg \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (27.19)$$

### Цель лабораторной работы

- наблюдение резонанса напряжений в последовательном контуре,
- снятие резонансных характеристик такого контура,
- определение его резонансной частоты,
- сравнение результатов, полученных при теоретическом анализе, с опытными данными.

## Упражнение 1 Получение резонансных кривых колебательного контура

### Измерения

1. Соберите электрическую цепь согласно схеме, представленной на рис. 27.5. Напряжение синусоидальной формы подается с соответствующего выхода генератора сигналов GFG-3015 на входные клеммы лабораторной панели, обозначенные знаками  $\sim$  Г. Перед началом работы ознакомьтесь с описанием генератора и методикой работы с ним (см. приложение).

Все элементы электрической цепи колебательного контура уже соединены на лабораторной панели (ЛП). Величину емкости и активного сопротивления можно изменять с помощью переключателей  $R1 \dots R3$  и  $C1, C2$ .

$R1$  – омическое сопротивление катушки 114 Ом, последовательно с которым включается резистор 330 Ом, если нажата и зафиксирована клавиша  $R2$ , или 1,0 кОм, если утоплена клавиша  $R3$ .

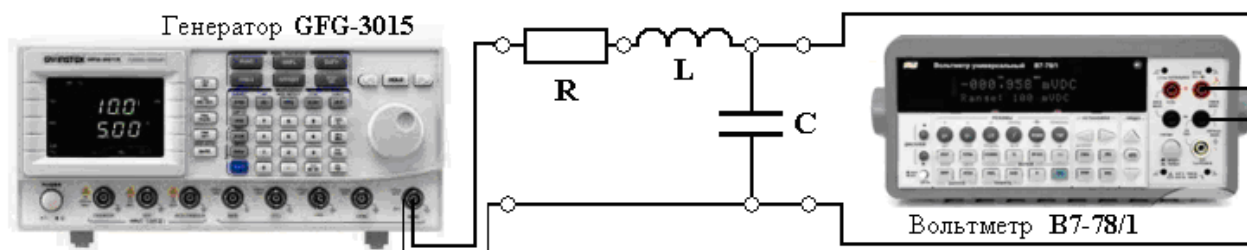


Рис. 27.5

Начать измерения рекомендуем при нажатых клавишах  $R1, C1$ .

2. На вольтметре В7-78/1 нажмите клавишу  $U_{\sim}$ , так как предстоит измерять переменное напряжение.

3. Предложите преподавателю или лаборанту проверить установку.

4. Включите генератор и вольтметр в сеть 220 В.

5. Установите амплитудное напряжение генератора 2 В. Обратите внимание на то, что при этом показывает вольтметр.

6. Определите, в каком частотном диапазоне лежит резонансная частота данного электрического контура. Для этого поворачивайте регулятор частоты на всех разрядах и найдите, где показания вольтметра становятся наибольшими. В этом диапазоне в дальнейшем и следует снимать резонансную характеристику контура.

7. Изменяя частоту генератора через 100–200 Гц, снимите показания вольтметра и запишите их в таблицу. Эти измерения проведите с обоими конденсаторами при трех сопротивлениях.

ν, Гц	Напряжение на конденсаторе $U_C$ , В					
	$C1=0,011 \text{ мкФ}$			$C2=0,033 \text{ мкФ}$		
	$R1=114$	$R2=444$	$R3=1,14$	$R1=114$	$R2=444$	$R3=1,14$
	Ом	Ом	кОм	Ом	Ом	кОм

## Обработка результатов

1. Постройте графики зависимости напряжения на конденсаторе колебательного контура от частоты колебаний источника. С какими теоретическими результатами согласуются полученные данные?

2. По резонансным кривым определите резонансную частоту того и другого контура.

3. Рассчитайте индуктивность катушки, включенной в контур, по формуле (27.17), положив в ней  $R=0$ , т. е. считая  $2\beta^2 \ll \omega_0^2$  (проверьте это!).

## Упражнение 2

### Наблюдение разности фаз между напряжением на конденсаторе и напряжением источника колебаний

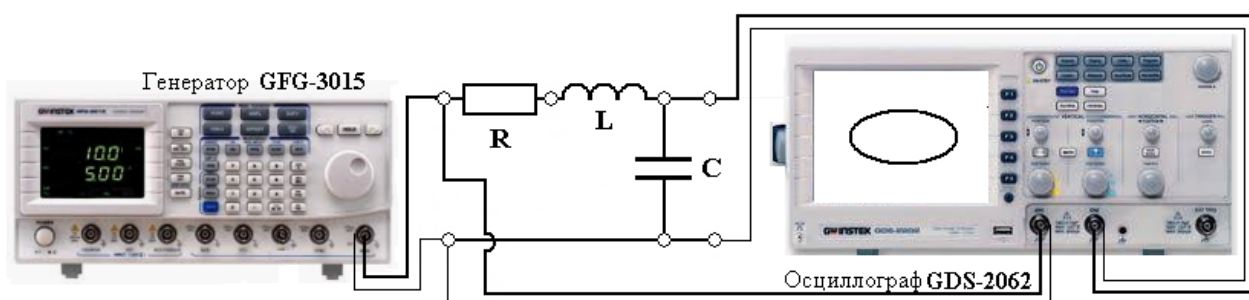


Рис. 27.6

Согласно теории, фазовая резонансная кривая, представленная на рис. 27.3, при резонансной частоте проходит через отметку  $\pi/2$ . Этот факт можно использовать для получения соответствующей фигуры Лиссажу на экране осциллографа. С этой целью на  $Y$ -вход осциллографа подается напряжение с конденсатора колебательного контура, а на  $X$ -вход – напряжение с выхода генератора (см. рис. 27.6). При этом происходит сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний, сдвинутых друг по отношению к другу на некоторый угол  $\psi$ . (Подробнее о сложении колебаний см. работу № 30).

## Измерения

1. Перед началом работы ознакомьтесь с описанием цифрового осциллографа (см. приложение). Соберите электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 27.6 и, не включая приборы в сеть, дайте проверить ее преподавателю или лаборанту. Развертка осциллографа – ждущая. В этом случае горизонтальная развертка производится напряжением генератора GFG-3015. После проверки включите осциллограф, затем генератор в сеть 220 В. Установите выходное напряжение генератора 2–3 В.

2. Вращая регулятор частоты генератора в области резонансной частоты данного контура, наблюдайте изменение размеров и ориентации эллипса на экране осциллографа. Нарисуйте в тетради осциллограммы при резонансной, при более низкой и более высокой частоте генератора.

3. Добейтесь того, чтобы оси эллипса совпали с осями координатной сетки осциллографа. Спишите то значение частоты генератора, при которой это положение достигнуто. Совпадает ли полученное значение частоты с резонансным значением, полученным из резонансных кривых? Подумайте, какой из способов определения резонансной частоты дает более точный результат.

### Упражнение 3

#### Наблюдение разности фаз между приложенным напряжением и током в колебательном контуре

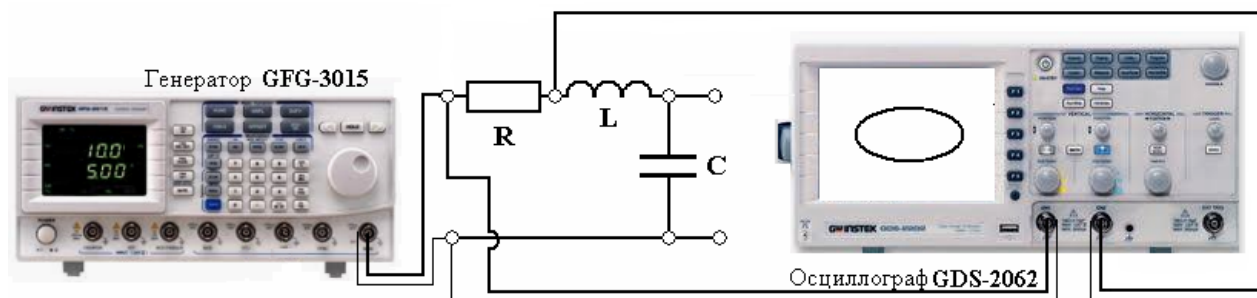


Рис. 27.7

Из теории следует, что последовательный колебательный контур на резонансной частоте представляет собой чисто активную нагрузку. Следовательно, между напряжением, приложенным к входным клеммам контура, и током в нем разность фаз равна нулю. Чтобы убедиться в этом, произведите сложение на осциллографе двух напряжений: одного – входного (полного) напряжения контура и другого – падения напряжения на активном сопротивлении, которое пропорционально протекающему по контуру току. Это явление подробно анализируется в работе № 23.

### Измерения

1. Для реализации поставленной выше задачи соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 27.7. Активное сопротивление вначале поставьте наибольшее –  $R_3$ , потом его можно уменьшить.

2. После того как преподаватель или лаборант проверит собранную цепь, включите в сеть осциллограф и генератор. Амплитудное напряжение на выходе генератора установите 2–3 В.

3. Так как на экране осциллографа наблюдается результат сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, то, скорее всего, там будет наблюдаться эллипс. Ручками регулировки осциллографа установите подходящее для наблюдения изображение.

4. Медленно вращая регулятор частоты генератора около резонансной частоты данного контура (Вы ее ориентировочно знаете из упр. 1), наблюдайте за изменением формы эллипса. Что происходит с эллипсом, если Вы переходите через резонансную частоту «снизу – вверх» или наоборот? Нарисуйте (или

снимите на кальку) наблюдаемые на экране осциллограммы при резонансной частоте, а также при частотах несколько ниже и несколько выше резонансной.

5. Добейтесь превращения эллипса в наклонную прямую. Что это означает? Запишите частоту генератора, при которой такое событие произошло. Сравните полученное значение с резонансными частотами, полученными в предыдущих упражнениях из наблюдения других резонансных эффектов. Какой из методов определения резонансной частоты колебательного контура, по Вашему мнению, оказался наиболее простым, какой – наиболее точным?

### Контрольные вопросы

1. Рассмотрите колебательный контур, который содержит источник переменного напряжения. Напишите для него уравнение Кирхгофа, решите и проанализируйте.

2. Рассмотрите на Ваших графиках, как изменяется амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе при изменении частоты. На какую частоту приходятся максимумы резонансных кривых? Что такое резонансная частота колебательного контура? К какому значению будет стремиться амплитуда, если частоту устремить к нулю? А если к бесконечности?

3. Влияет ли включение вольтметра параллельно конденсатору колебательного контура на его резонансную частоту?

4. Как производится измерение разности фаз между током в контуре и напряжением? Что показывают полученные результаты?

5. Как измерить разность фаз между входным напряжением и напряжением на конденсаторе? Что показывает фазовая резонансная кривая?

### Литература

1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.

2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

## Лабораторная работа № 28

### АНАЛОГОВЫЙ ОСЦИЛЛОГРАФ: УСТРОЙСТВО И ПРИМЕНЕНИЕ

**Приборы и принадлежности:** осциллограф GOS – 620, звуковой генератор, модуль ФПЭ – 20, источник питания ИП.

**Введение.** Осциллограф – прибор, предназначенный для наблюдения электрического сигнала, подаваемого на его вход, т. е. с его помощью можно визуализировать изменение физической величины со временем, а также измерять амплитуду, длительность коротких импульсных сигналов, а также частоту периодических процессов.

Осциллографы можно разделить на две группы – аналоговые и цифровые. В основе конструкции аналоговых осциллографов лежит электронно-лучевая трубка (ЭЛТ). Это стеклянная колба, откачанная до высокого вакуума (порядка  $10^{-6}$  мм рт. ст.), внутри которой расположены электронная пушка, фокусирующая и отклоняющая системы и люминесцентный экран.

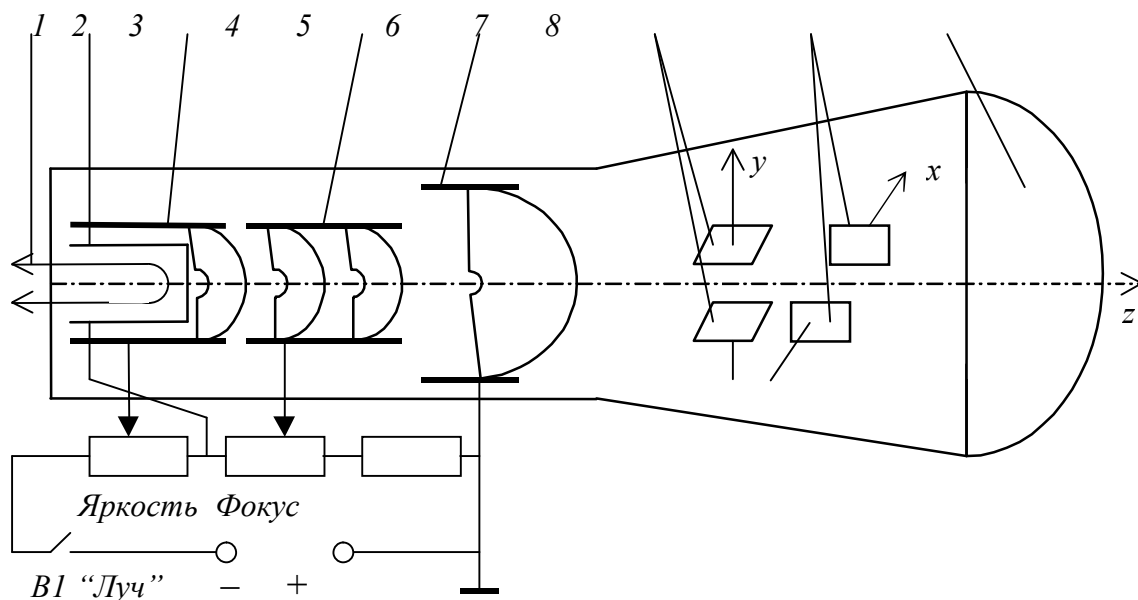


Рис. 28.1

Подогреватель (1), катод (2), модулятор (3) и оба анода (4, 5) образуют так называемую электронную пушку (рис. 28.1). Назначение электронной пушки – сформировать узкий направленный пучок электронов и обеспечить управление его интенсивностью и фокусировкой.

Потенциал модулятора изменяется относительно катода от нуля до небольшого отрицательного значения, благодаря чему регулируется количество электронов, пролетающих через его диафрагму, а следовательно, и яркость изображения на экране.

Потенциал первого анода составляет сотни вольт относительно катода, в то время как потенциал второго анода значительно выше – 1–5 кВ. Основное назначение анодов – придать электронам направленное движение со значительной скоростью в сторону экрана. Таким образом, аноды выполняют функции

ускоряющих электродов, причем основная роль в этом процессе принадлежит второму.

Фокусирующее действие электрического поля поясняет рис. 28.2. Пусть электрон подлетает со скоростью  $\vec{v}_1$  к эквипотенциальной поверхности с потенциалом  $V_1$ . Его скорость лежит в плоскости рисунка и составляет угол  $\alpha_1$  с направлением электрического поля (с нормалью к эквипотенциальной поверхности, на рисунке – к линии). Спроецируем вектор скорости на оси координат

$$v_{1z} = v_1 \cos \alpha_1, \quad v_{1y} = v_1 \sin \alpha_1, \quad v_{1x} = 0.$$

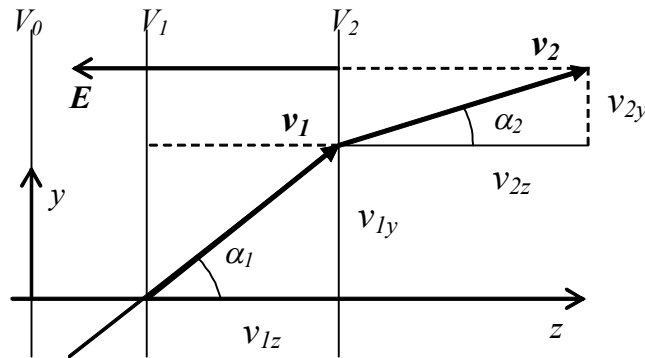


Рис. 28.2

Векторы скорости на рис. 28.2 обозначены жирным шрифтом, проекции векторов на оси координат – светлым. При переходе к следующей эквипотенциальной линии с потенциалом  $V_2$  проекция скорости на ось  $y$  не изменяется, поскольку в этом направлении электрическая сила на электроны не действует, а проекция на ось  $z$  изменится.

По условию  $V_2 > V_1$ , поэтому  $v_{2z}$  увеличится по сравнению с  $v_{1z}$  и траектория электрона приблизится к направлению поля, заданному вектором  $E$ . Рассчитаем изменение угла  $\alpha$ . На основании равенства проекций скорости на ось  $y$  можно написать, что

$$v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2, \quad (28.1)$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Пусть скорость электрона на первой эквипотенциальной линии  $V_0$  близка к нулю. Тогда кинетическая энергия электрона  $mv_1^2/2$  на следующей эквипотенциальной линии равна  $eV_1$ , а на третьей эквипотенциальной линии его энергия  $mv_2^2/2 = eV_2$ . Переходя в формуле (28.1) от скорости к потенциалу, получим

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}. \quad (28.2)$$

Формула (28.2) определяет «преломление» траектории электрона в электрическом поле и аналогична закону преломления света, из которого следует, что  $\alpha_2 < \alpha_1$ . Таким образом, рассмотренная система электродов ЭЛТ с описанной конфигурацией электрических полей действует на пучок электронов как две собирающие линзы (так называемые электростатические линзы). Изме-

няя напряжением на фокусирующем электроде (ручка «Фокус» на панели управления осциллографа), можно изменять структуру эквипотенциальных поверхностей обеих электростатических линз и фокусное расстояние системы. При правильно установленных потенциалах на всех электродах пучок фокусируется на флуоресцентном экране.

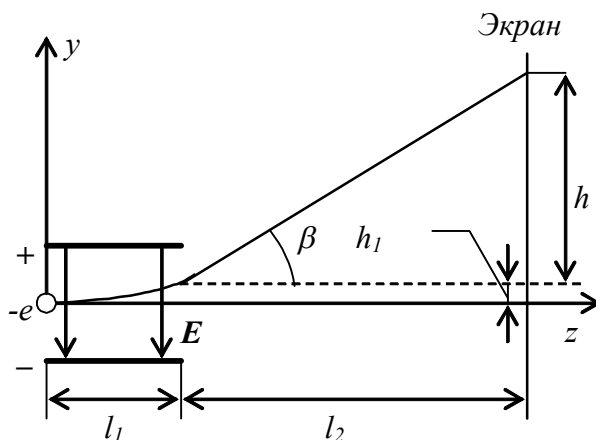


Рис. 28.3

Рассмотрим действие отклоняющих пластин (рис. 28.3). При отсутствии напряжения на отклоняющих пластинах электронный пучок попадает в центр экрана. Если же на верхнюю пластину подать положительный потенциал, а на нижнюю – отрицательный, то он отклонится в направлении положительно заряженной пластины и световое пятно на экране переместится вверх.

При смене полярности на противоположную пятно смещается от центра вниз. Таким образом, каждому значению напряжения на пластинах соответствует определенное место светового пятна на экране.

Пусть электрон, двигаясь вдоль оси  $z$  со скоростью  $v_0$ , влетает в однородное электрическое поле пары вертикально отклоняющих пластин. В начальный момент вектор скорости электрона перпендикулярен напряженности электрического поля пластин  $E$ . Электрическое поле второй пары пластин пока будем считать равным нулю.

Движение электрона вдоль оси  $z$  является равномерным, так как все ускоряющие поля пройдены и остались позади:

$$z = v_0 t. \quad (28.3)$$

Движение вдоль оси  $y$  – равноускоренное, с ускорением  $a$  до той поры, пока электрон находится в пространстве между пластинами:

$$y = \frac{at^2}{2}. \quad (28.4)$$

Ускорение электрона можно найти из второго закона Ньютона:

$$a = \frac{eE_y}{m}. \quad (28.5)$$

Подставляя ускорение  $a$  и время  $t$  из формулы (28.3) в выражение (28.4), получим



$$y = \frac{eE_y}{2mv_0^2} z^2 \quad (28.6)$$

Таким образом, траектория движения электрона между пластинами представляет собой параболу. На выходе из этого пространства (т. е. при  $z=l$ ) траектория отклоняется от первоначального направления на угол  $\beta$  и смещается от оси  $z$  на величину  $h$ :

$$h_1 = \frac{eE_y}{2mv_0^2} l_1^2,$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{eE_y}{mv_0^2} l_1, \quad (28.7)$$

где  $l_1$  – длина отклоняющих пластин.

Выражение (28.7) получено путем дифференцирования уравнения (28.6) по  $z$ .

Найдем отклонение по вертикали светового пятна на экране осциллографической трубки  $h$  от его центра. Обозначим расстояние от пары отклоняющих пластин до экрана  $l_2$ :

$$h = h_1 + l_2 \operatorname{tg}\beta = \frac{eE_y l_1}{mv_0^2} \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right). \quad (28.8)$$

Выражение в скобках, которое представляет собой расстояние до экрана от середины пластин, обозначим просто  $l$ . Тогда

$$h = \frac{eE_y l_1 l}{mv_0^2}. \quad (28.9)$$

Скорость электронов  $v_0$  определяется потенциалом второго анода

$$\frac{mv_0^2}{2} = eV_2. \quad (28.10)$$

Напряженность поля между отклоняющими пластинами равна

$$E_y = \frac{U_y}{d}, \quad (28.11)$$

где  $U_y$  – напряжение между пластинами,  $d$  – расстояние между ними.

Подставляя полученные выражения для скорости электронов и напряженности поля в формулу (9), окончательно получим

$$h = \frac{l_1 l}{2dV_2} U_y. \quad (28.12)$$

Итак, смещение луча на экране пропорционально напряжению на отклоняющих пластинах.

Чтобы на экране осциллографа можно было увидеть, как в некотором физическом процессе величина  $y$  меняется в зависимости от величины  $x$ , необходимо на горизонтально отклоняющие пластины подать напряжение, пропорциональное  $x$ , а на вертикально отклоняющие пластины подать напряжение, про-

порциональное  $y$ . Тогда электронный луч начертит на экране линию, соответствующую зависимости  $y = f(x)$ . Если луч заставить повторить тот же путь по экрану многократно, то вследствие инерционности глаза наблюдатель увидит неподвижный график зависимости  $y = f(x)$ .

На практике часто приходится наблюдать изменение различных физических величин в зависимости от времени, т. е.  $y = f(t)$ . При этом на вертикально отклоняющие пластины необходимо подать напряжение, пропорциональное исследуемой величине  $y$ , а на горизонтально отклоняющие – напряжение, изменяющееся пропорционально времени.

Если на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ подать переменное периодически изменяющееся напряжение с частотой, например, 50 Гц, то электронный луч будет колебаться в вертикальной плоскости с такой частотой, и 50 раз в секунду он «начертит» на экране светящуюся вертикальную линию длиной  $L_y$  (рис. 28.5). Если же переменное напряжение подать на горизонтально отклоняющие пластины, то электронный луч оставит на экране трубки горизонтальную линию.

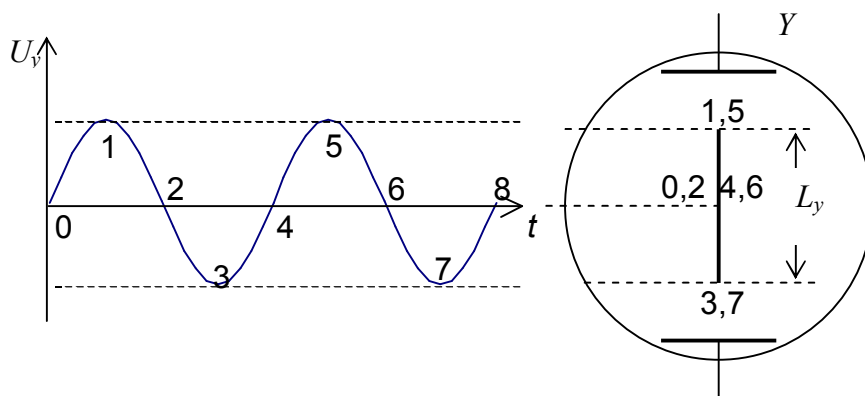


Рис. 28.4

Для исследования напряжений, изменяющихся со временем, используются обе пары отклоняющих пластин. На вертикально отклоняющие пластины подается исследуемое напряжение, на пару горизонтально отклоняющих пластин – так называемое напряжение развертки. Для создания этого напряжения, величина которого меняется пропорционально времени, в осциллографе есть генератор развертки.

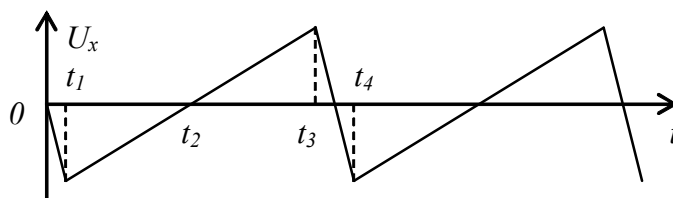


Рис. 28.5

Под действием этого напряжения луч смещается по экрану слева направо. Однако, когда луч дойдет по горизонтали до крайнего правого положения, его нужно мгновенно перевести в исходное, т. е. крайнее левое положение, а физический процесс повторить сначала. Следовательно, напряжение генератора раз-

вертки скачком должно измениться до первоначального значения. Поэтому зависимость напряжения генератора развертки от времени должна иметь вид, показанный на рис. 28.5. Такое напряжение называется пилообразным.

Для того чтобы картина на экране осциллографа получилась устойчивой, необходимо, чтобы частота пилообразного напряжения совпадала с частотой изучаемого физического процесса или была меньше ее в целое число раз.

Рассмотрим местоположение луча на экране осциллографа в различные моменты процесса развертки.

Пусть на вертикально отклоняющих пластинах напряжение отсутствует, а на горизонтально отклоняющие пластины подано напряжение развертки  $U_x$  указанной выше формы (рис. 28.5). В момент  $t_1$  луч осциллографа находится в крайнем положении слева от центра экрана. По мере увеличения напряжения луч перемещается вправо, и в момент  $t_2$  он проходит через центр экрана, а в момент  $t_3$  достигает крайнего правого положения. В течение промежутка  $t_3-t_4$  луч быстро возвращается в исходную позицию на левом краю экрана и процесс повторяется. Горизонтальная линия, которую при этом прочерчивает луч, называется линией развертки.

Напряжение развертки вырабатывается в самом осциллографе генератором развертки, который может работать в различных режимах, основные из них – периодический (автоколебательный) и ждущий.

Процессы, повторяющиеся через неодинаковые промежутки времени, а также имеющие характер коротких периодических или однократных импульсов, наблюдать при периодической развертке сложно. Значительно лучшие условия наблюдения таких сигналов будут в том случае, если начало развертки совпадает с моментом поступления сигнала на вход осциллографа.

Подобные развертки называются ждущими, или однократными. Длительность процесса развертки должна быть несколько больше длительности исследуемого импульса, тогда он целиком будет укладываться в пределы экрана.

Генератор развертки, переключенный на ждущий режим работы, приводится в действие внешним запускающим сигналом, под влиянием которого он вырабатывает только один «пилообразный» импульс, после чего возвращается в исходное состояние и «ждет» поступления следующего сигнала запуска.

Рассмотрим блок синхронизации. Как частота колебаний генератора пилообразного напряжения, так и его амплитуда не остаются строго постоянными. Поэтому изображение на экране ЭЛТ будет сдвигаться то в одну, то в другую сторону вдоль горизонтальной оси. Для достижения устойчивости осциллограммы напряжение развертки синхронизируют с исследуемым напряжением. Синхронизация в простейшем случае состоит в том, что начало каждого периода пилообразного напряжения принудительно (воздействием исследуемого сигнала) совмещают с одной и той же фазой исследуемого сигнала. Тогда при случайных изменениях частоты любого из этих напряжений они оказываются связанными, а значит, синхронными. Частота синхронизирующего напряжения может быть и намного больше частоты развертки. Тогда синхронизация осуществляется один раз за несколько периодов исследуемого напряжения.

В качестве напряжения синхронизации в осциллографе часто используют напряжение исследуемого сигнала (т. н. «внутренняя» синхронизация). Иногда необходимо синхронизировать генератор развертки напряжением, не связанным с исследуемым сигналом («внешняя» синхронизация). Поэтому в генераторах горизонтальной развертки обычно предусматривают переключение вида синхронизации.

Заметим, что чувствительность ЭЛТ обычно невелика. Для отклонения луча на весь экран нужны десятки и даже сотни вольт на отклоняющих пластинах. Поэтому при исследовании малых напряжений сигнал приходится предварительно усиливать. Характеристиками усилителя – его линейностью и полосой пропускаемых частот – во многом определяется качество осциллографа.

Целью данной лабораторной работы является изучение аналогового двухканального осциллографа GOS 620, освоение его органов управления, приобретение навыков получения простых осциллограмм и производства некоторых измерений.

Перед измерениями проводится калибровка осциллографа по вертикальной (напряжение) и горизонтальной (время) осям.

### **Упражнение 1** **Калибровка осциллографа**

1) Нажмите выключатель сетевого питания «POWER». При включении осциллографа загорается индикатор. В течение приблизительно 20 с на экране должна появиться линия развертки. Если луч не появляется приблизительно в течение 60 с, проверьте правильность установки органов управления.

2) Установите желательную яркость и фокус изображения с помощью ручек «INTEN», «FOCUS».

3) Подайте на вход «CH1» (канал 1) сигнал с выхода калибратора. Клемма калибратора находится слева внизу от экрана. Подключившись к ней, можно подать сигнал с известными параметрами, чтобы увидеть соотношение этих параметров с делениями экранной сетки.

4) Установите переключатель AC-DC-GND в положение «AC». На экране должно наблюдаться изображение сигнала.

5) Отрегулируйте четкость изображения ручкой «Фокус».

6) Совместите с помощью ручек «POSITION» изображение сигнала с линиями шкалы. Параметры калибровочного сигнала: размах колебаний, т. е. двойная амплитуда, 2 В, частота 1 кГц.

### **Упражнение 2** **Определение параметров синусоидальных сигналов**

В качестве генератора фиксированных частот в работе используется модуль ФПЭ-20 «Круговая развертка». На задней панели он уже подключен к источнику питания «ИП». Генератор имеет четыре клавиши регулирования частоты для выбора неизвестной частоты (грубо) и ручку регулятора (плавно), которая находится слева. Соберите следующую схему.

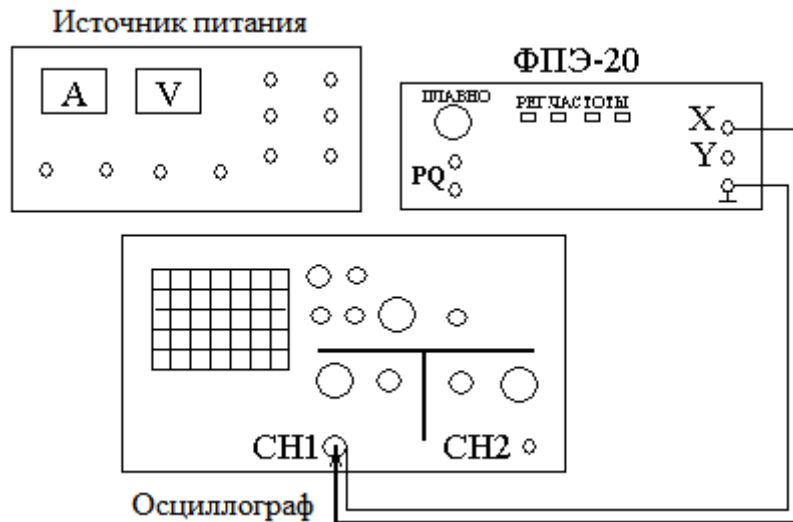


Рис. 28.6

Нажимая поочередно клавиши на панели генератора фиксированных частот и каждый раз добиваясь устойчивого и пропорционального изображения на экране осциллографа, заполните табл. 28.1. Здесь  $n$  – период, в делениях координатной сетки;  $\tau$  – цена деления, в секундах;  $T$  – период, в секундах;  $\nu$  – частота, в герцах;  $N$  – амплитуда, в делениях;  $u$  – цена деления, в вольтах;  $U$  – амплитуда, в вольтах.

Таблица 28.1

№	$n$	$\tau$	$T$	$\nu$	$N$	$u$	$U$
Сигнал 1							
Сигнал 2							
Сигнал 3							
Сигнал 4							

### Упражнение 3 Определение частоты методом фигур Лиссажу

Электронно-лучевая трубка осциллографа имеет две пары управляющих пластин, отклоняющих пучок электронов в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Если подать переменное напряжение на обе пары пластин одновременно, то луч будет участвовать в двух колебательных движениях, происходящих во взаимно перпендикулярных плоскостях. При переводе осциллографа в режим  $X$ - $Y$  вход канала 1 используется как ось  $X$ , а вход канала 2 – как ось  $Y$ . Тогда на экране осциллографа будет наблюдаться результат совместного действия обоих напряжений в виде фигур Лиссажу.

Итак, рассмотрим сложение двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одной частоты  $\omega$ , совершающихся вдоль координатных осей  $x$  и  $y$ ,

$$x = a \cos \omega t, \quad y = b \cos (\omega t + \varphi), \quad (28.13)$$

где  $\varphi$  – разность фаз между рассматриваемыми колебаниями.

Выражение (28.13) представляет собой заданное в параметрической форме уравнение траектории точки, участвующей в обоих колебаниях. Если исключить параметр  $t$ , то можно получить уравнение траектории в декартовых координатах:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (28.14)$$

Таким образом, вид траектории зависит от разности фаз  $\varphi$ .

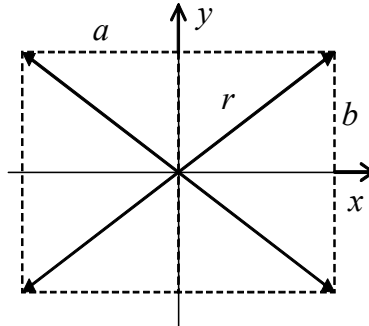


Рис. 28.7

1. Пусть  $\varphi = 0$ . В этом случае уравнение (28.14) принимает следующий вид:

$$\left( \frac{x}{a} - \frac{y}{b} \right)^2 = 0, \quad (28.15)$$

$$y = \frac{b}{a} x. \quad (28.16)$$

Это уравнение прямой, проходящей через начало координат (рис. 28.7). Луч осциллографа будет совершать колебания вдоль этой прямой с частотой  $\omega$  и амплитудой  $r$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}. \quad (28.17)$$

2. При разности фаз  $\varphi = \pm \pi$  уравнение (28.14) примет вид

$$\left( \frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right)^2 = 0,$$

откуда видно, что результирующее движение луча представляет собой гармоническое колебание вдоль другой прямой (см. рис. 28.7)

$$y = -\frac{b}{a} x. \quad (28.18)$$

3. При разности фаз  $\varphi = \pm \pi/2$  уравнение (28.14) примет такой вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (28.19)$$

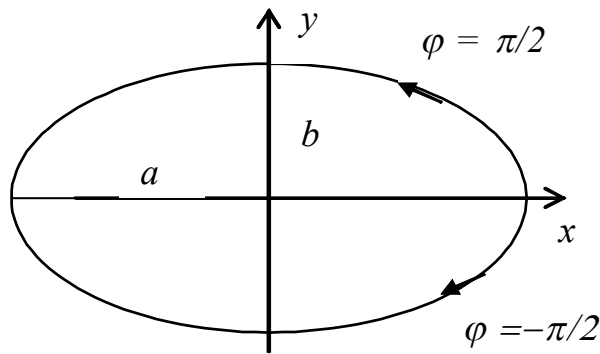


Рис. 28.8

т. е. уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат (рис. 28.8). При равенстве амплитуд, т. е.  $a=b$ , эллипс переходит в окружность.

Если частоты взаимно перпендикулярных колебаний неодинаковы, но кратны, то траектории результирующего движения луча имеют вид довольно сложных кривых, называемых фигурами Лиссажу (рис. 28.9).

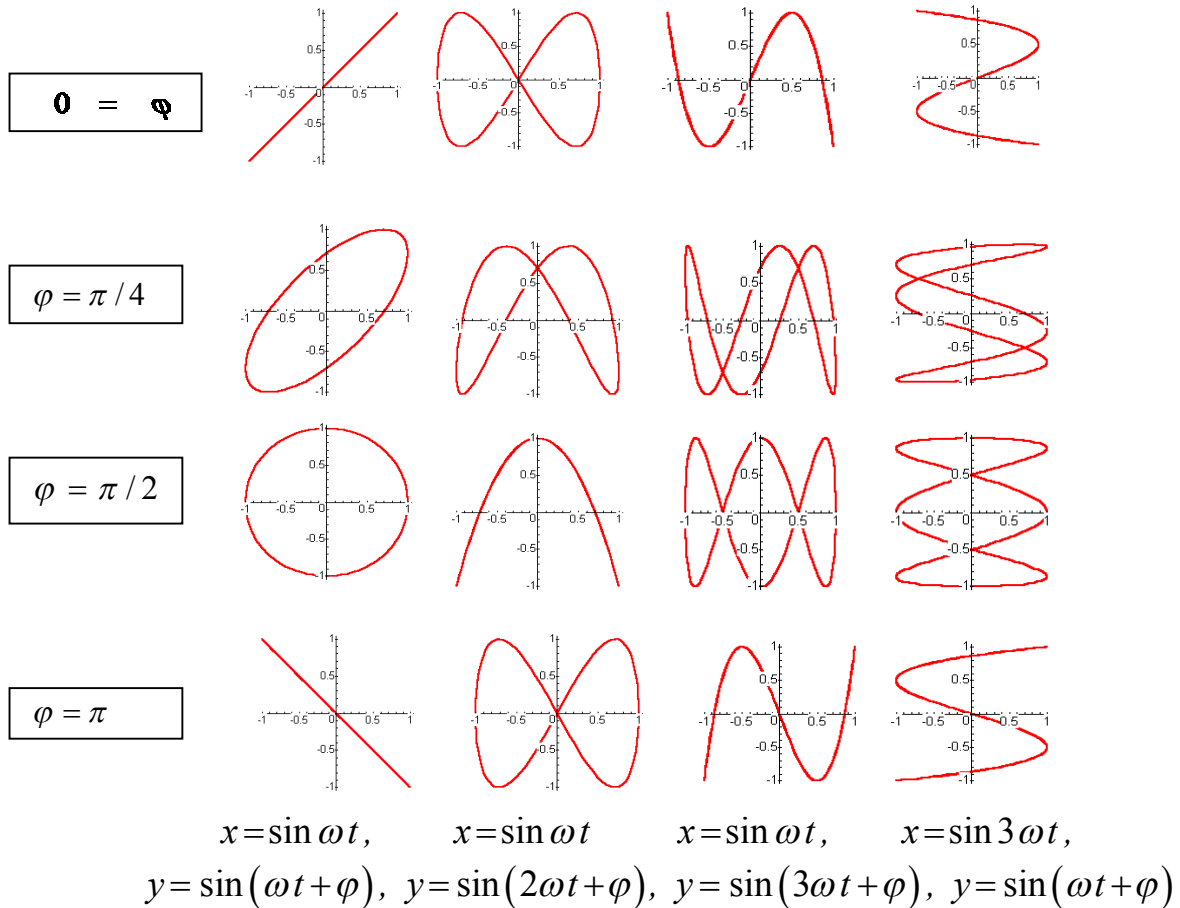


Рис. 28.9

Пусть частота колебаний вдоль оси  $x$  равна  $\omega_x$ , а вдоль оси  $y$  в  $n$  раз больше, т. е.

$$n = \frac{\omega_y}{\omega_x}. \quad (28.20)$$

В этом случае уравнение траектории движения точки будет уравнением  $n$ -й степени. Если  $n$  – число рациональное, т. е. может быть представлено в виде отношения двух целых чисел

$$n = \frac{n_x}{n_y}, \quad (28.21)$$

то из выражений (28.20) и (28.21) можно написать следующие отношения:

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{T_x}{T_y} = \frac{n_x}{n_y}, \quad (28.22)$$

где  $\omega$  и  $T$  – циклическая частота и период колебаний вдоль соответствующих осей.

Перепишем последнее выражение в виде

$$n_y T_x = n_x T_y = t_1.$$

Отсюда следует, что за время  $t_1$  точка совершает  $n_x$  колебаний в направлении оси  $y$  и  $n_y$  колебаний вдоль оси  $x$ . По истечении времени  $t_1$  точка будет иметь прежнюю фазу колебаний, траектория следующего движения будет накладываться на предыдущую и на экране образуется устойчивая картина. По фигурам Лиссажу можно определить частоту колебаний одного источника, если частота другого известна.

Выберем одну из приведенных кривых. Пусть она  $n_x$  раз пересекает ось  $x$  и  $n_y$  раз – ось  $y$ . В соответствии с формулой (28.22) можно написать, что

$$\frac{n_x}{n_y} = \frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{2\pi\nu_y}{2\pi\nu_x}.$$

Если на горизонтальный вход осциллографа подано напряжение известной частоты  $\nu_x$ , а на вертикальный – неизвестной  $\nu_y$ , то

$$\nu_y = \frac{n_x}{n_y} \nu_x. \quad (28.23)$$

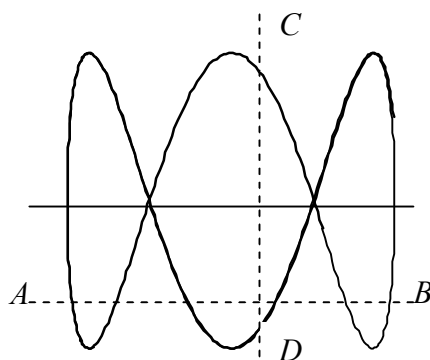


Рис. 28.10

Таким образом, вытекает следующее правило нахождения неизвестной частоты по фигурам Лиссажу. Через полученную фигуру проводят две взаимно перпендикулярные прямые  $AB$  и  $CD$ , параллельные осям координат (рис. 28.10). Подсчитывают число точек пересечения фигуры с прямой  $AB$  –  $n_x$  и с прямой  $CD$  –  $n_y$ . На данном рисунке  $n_x=6$ ,  $n_y=2$ , так что неизвестная частота  $\nu_y = 6/2 \nu_x$ .



Во избежание ошибок прямые  $AB$  и  $CD$  не рекомендуется проводить через узлы, а также по касательным.

### Порядок работы

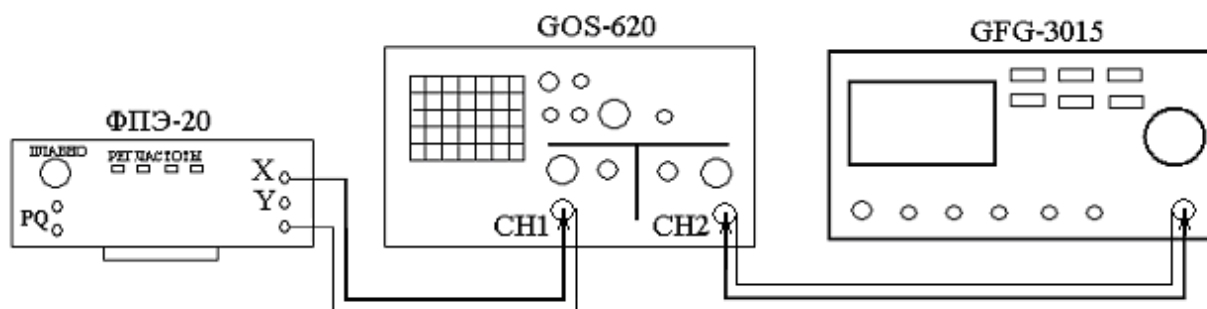


Рис. 28.11

1. Соберите схему (рис. 28.11)
2. Пригласите для проверки преподавателя или лаборанта.
3. Нажмите первую клавишу генератора фиксированных частот ФПЭ-20.
4. Изменяя плавно частоту генератора GFG-3015, получите на экране поочередно изображение эллипса, «восьмерки», двойной «восьмерки», каждый раз записывая частоту в табл. 28.2. Ручка регулировки частоты «Плавно» при этом должна находиться в том же положении, что и в предыдущем упражнении.
5. Повторите все манипуляции п. 4, нажимая по очереди все клавиши генератора ФПЭ-20. Для каждой частоты получите по 3 вида фигур Лиссажу, для частот кратности 1:1, 1:2, 1:3.
6. Срисуйте в свой лабораторный журнал вид нескольких фигур Лиссажу, указав частоты обоих генераторов.

Таблица 28.2

№ нажатой кнопки	Вид фигуры Лиссажу	Частота генератора ФПЭ-20, $\nu_x$ , Гц	Частота генератора GFG-3015 $\nu_y$ , Гц
1			
2			
3			
4			

**Обработка результатов** сводится к расчету частоты генератора ФПЭ-20 по формуле (28.23). Таким образом, шкала генератора ФПЭ-20 будет проградуирована в единицах частоты, в качестве которой берется ее среднее значение, полученное от фигур разного вида. Найдите погрешность каждой из частот, результат представьте в стандартном виде  $\nu = \bar{\nu} \pm \Delta \nu$ .

### Контрольные вопросы

1. Как реализуется сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний в данной работе? Есть ли механические аналогии такого процесса?

2. Рассмотрите поведение электронного луча при одновременном приложении двух напряжений одинаковой частоты  $X$  и  $Y$  к входу осциллографа, имеющих одинаковые фазы и отличающиеся на  $\pm\pi/2$ .

3. Можно ли выполнить данное упражнение, используя вместо осциллографа вольтметр переменного напряжения? Если нельзя, то почему; если можно, то какой вольтметр.

### Литература

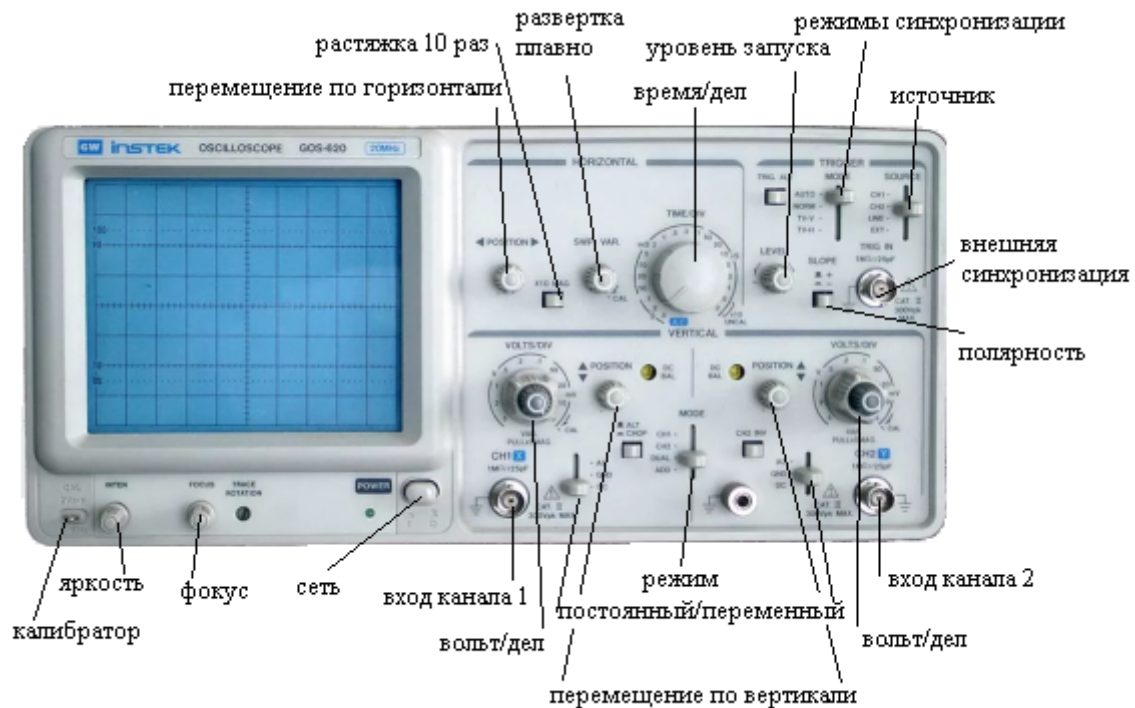
1. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы: учебник. 9-е изд. М.: Бинوم, 2014.

2. *Савельев И.В.* Курс физики: учеб. пособие: в 3 т. 5-е изд., стер. СПб.: Лань, 2018. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика.

3. *Сивков В.Г., Субботин Г.И.* Физический практикум по электричеству и магнетизму / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2009.

4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебник. 15-е изд. М.: Академия, 2012.

ОПИСАНИЕ АНАЛОГОВОГО ОСЦИЛЛОГРАФА GOS 620



Все органы управления осциллографа можно разделить на четыре группы:

**1. Управление электронно-лучевой трубкой:**

INTEN (яркость) – регулирует яркость изображения. Изменяется потенциал модулятора по отношению к катоду и тем самым изменяется интенсивность электронного пучка и, следовательно, яркость изображения.

FOCUS (фокус) – регулировка фокуса изображения. Изменяется потенциал первого анода.

**2. Органы управления тракта вертикального отклонения:**

CH 1(X) (Канал 1) – вход канала 1. В режиме X-Y – входной канал X-оси.

CH 2(Y) (Канал 2) – вход канала 2. В режиме X-Y – входной канал Y-оси.

AC-DC-GND – переключатели режима входов усилителя. DC: открытый вход (на вход усилителя пропускается весь сигнал, включая постоянную составляющую); AC: закрытый вход (на вход пропускается только переменная составляющая сигнала). GND: Вход усилителя отключается от источника сигнала и заземляется.

VOLTS/DIV (вольт/дел). Переключатели, устанавливающие коэффициенты отклонения каналов от 5 мВ/дел до 5 В/дел в 10 диапазонах. На переключателях находятся ручки VARIABLE (плавно). Плавное изменение коэффициентов отклонения каналов с перекрытием не менее чем в 2,5 раза в каждом положении переключателей вольт/дел. Когда ручка вытянута (режим×5), происходит увеличение размера изображения (чувствительности усилителя) в 5 раз.

CH1 и CH2 DC BAL – балансировка каналов 1 и 2.

POSITION (положение) – регулировка положения лучей обеих каналов по вертикали.

INV CH 2 (инвертирование в канале 2) – инвертирование сигнала в канале 2.

VERT MODE (режимы). Переключатель режима работы усилителя в положениях:

– CH 1: на экране наблюдается сигнал канала 1.

– CH 2: на экране наблюдается сигнал канала 2.

– DUAL: на экране наблюдаются изображения сигналов обоих каналов.

– ADD: на экране наблюдается алгебраическая сумма или разность (при нажатии кнопки CH 2 INV) сигналов каналов 1 и 2.

ALT/CHOP. Когда кнопка отжата в двухканальном режиме, режим работы коммутатора выбирается автоматически, исходя из положения ручки время/дел. При нажатии на кнопку коммутатор принудительно переключается в режим «попеременный». Происходит одновременная прорисовка обоих каналов – эффект двухлучевого осциллографа.

### **3. Органы управления синхронизацией:**

SOURCE (источник). Выбирает режим внутренней и (или) внешней синхронизации:

CH 1 (Канал 1) (X-Y): развертка синхронизируется сигналом с первого канала;

CH 2 (Канал 2): развертка синхронизируется сигналом со второго канала;

LINE (сеть): развертка синхронизируется от питающей сети переменного напряжения;

EXT (внешний): развертка синхронизируется внешним сигналом.

EXT TRIG IN – вход подачи сигнала внешней синхронизации или исследуемого сигнала непосредственно на входной усилитель X. Чтобы использовать этот вход, переключите выключатель (23) в положение EXT. Для входа синхронизации используйте вход (24) на задней панели.

TRIG.ALT: при нажатии развертка поочередно синхронизируется сигналом с 1-го и 2-го каналов. В результате на экране осциллографа появляется устойчивая картина 1-го и 2-го каналов.

SLOPE (полярность) – переключатель полярности синхронизирующего сигнала: «+» – развертки синхронизируются положительным перепадом исследуемого сигнала; «-» – развертки синхронизируются отрицательным перепадом исследуемого сигнала.

LEVEL (уровень) – выбирает уровень исследуемого сигнала, при котором происходит запуск развертки.

TRIGGER MODE: выбор режима работы запуска развертки:

AUTO – автоматический режим запуска развертки; используется, если нет сигнала синхронизации, или его частота меньше 25 Гц;

NORM – ждущий режим: развертка запускается только при наличии входного сигнала;

TV-V – синхронизация по вертикали (по кадрам);

TV-H – синхронизация по горизонтали (по строкам).

#### **4. Органы управления разверткой:**

TIME/DIV – устанавливает коэффициент развертки от 0,2 мкс/дел. До 0,5 с/дел. 20 ступенями. При переводе в положение X-Y (крайнее левое) обеспечивается наблюдение фигур Лиссажу.

SWP.VAR (развертка плавно) – обеспечивает плавную регулировку коэффициента развертки с перекрытием 2,5 раза в каждом положении переключателя время/дел. При расчете периода сигнала по экрану осциллографа ручка должна находиться в крайнем правом положении (риска CAL).

POSITION (положение) – перемещает изображение по горизонтали.

×10 MAG (увеличение в 10 раз) – скорость развертки увеличивается в 10 раз.

### **ПОРЯДОК РАБОТЫ Одноканальный режим**

Перед включением прибора убедитесь, что органы управления осциллографом установлены в положениях, указанных ниже. При отжатой кнопке POWER проверьте:

Кнопки INTEN, FOCUS, POSITION, LEVEL – в среднем положении.

Переключатель VERT MODE – в положении CH1.

Переключатели ALT/CHOP, CH2 INV, TRIG ALT и X10 MAG – отжаты.

Переключатель VOLTS/DIV в положении 0,5 В/дел., TIME/DIV в положении 0,5 мс/дел.

Ручки VARIABLE и SWP.VAR – в крайнем правом положении.

Переключатель TRIGGER MODE – в положении AUTO.

Включите осциллограф, нажав кнопку POWER (выключатель сетевого питания). При его включении загорается индикатор (5).

Перед измерениями проводится калибровка осциллографа по вертикальной (напряжение) и горизонтальной (время) осям. Клемма калибратора находится слева внизу от экрана. Подключившись к ней, можно подать сигнал с известными параметрами (2 В, 1000 Гц) на любой из каналов, чтобы увидеть соотношение этих параметров с делениями экранной сетки.

### **Двухканальный режим работы.**

Установите переключатель VERT MODE в положение DUAL. На экране, кроме сигнала с канала 1, будет наблюдаться прямая линия развертки канала 2 (органы управления должны быть установлены, как описано выше). Подайте сигнал на второй канал. Переключатель AC-DC-GND установите в положение AC. Установите «удобный» размер изображения с помощью ручек VOLTS/DIV и TIME/DIV. При использовании двухканального режима (DUAL или ADD режим) сигнал канала 1 или канала 2 может быть засинхронизирован посредством переключения выключателя SOURCE.

### **Режим работы X-Y**

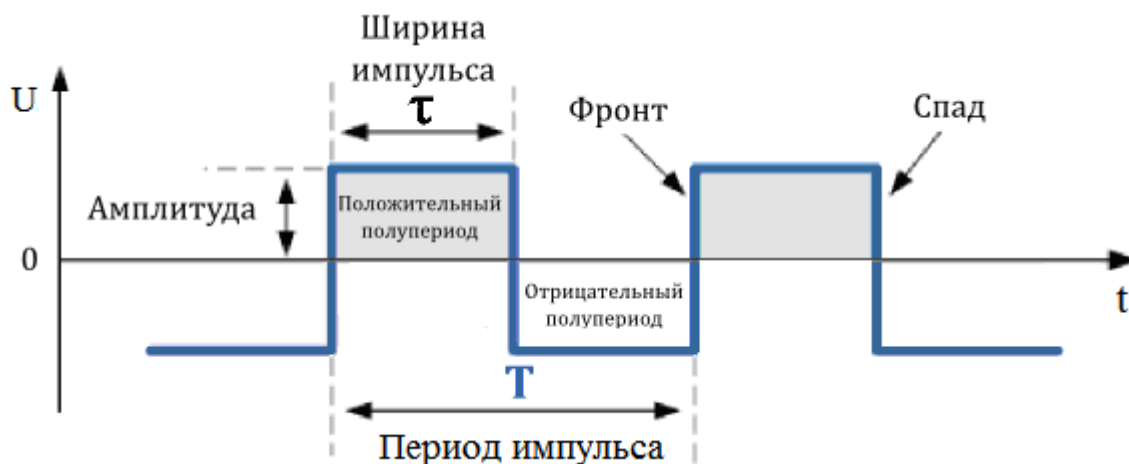
Переключатели VOLTS/DIV (вольт/дел) повернуть до положения X-Y. В результате на экране будет происходить сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний различной амплитуды от каналов CH1 и CH2.

## Генератор GFG-3015

### Инструкция по применению

Разработка компании GOOD WILL Instek (Тайвань).

Генератор – источник, вырабатывающий сигналы синусоидальной, треугольной, прямоугольной формы, частотой до 15 000 МГц.



Электрический сигнал – периодическое изменение напряжения в системе, или чередование следующих друг за другом импульсов. Каждый импульс имеет начало, обычно называемое фронтом, ширину и спад, его окончание. Сигнал можно охарактеризовать следующими параметрами:

- период (T) – время одного колебания;
- частота сигнала ( $\nu$ ) – число колебаний в единицу времени, величина, об-

ратная периоду колебаний,  $\nu = \frac{1}{T}$  ;

- ширина или длительность импульса ( $\tau$ );
- скважность (S) – отношение периода импульса к его длительности, это величина безразмерная и выражается чаще всего в процентах, рассчитывается по формуле

$$S = \frac{T}{\tau} .$$



### Установка частоты выходного сигнала генератора

Нажмите кнопку «Частота», на табло зажжется светодиод «Частота». Установленное текущее значение частоты отображается на светодиодном индикаторе с указанием размерностей. Установка частоты выходного сигнала осуществляется:

Способ 1: прямым набором числового значения частоты и вводом соответствующей размерности (Гц, кГц, МГц).

Способ 2:

- Кнопками ◀ или ▶ выберите корректируемый разряд;
- Корректируемый разряд будет мигать несколько секунд;
- Вращением регулятора влево или вправо установите необходимое значение частоты;

•Для блокировки случайного изменения частоты нажмите кнопку «Удерж», на табло загорится индикатор «HOLD», кнопки ◀, ▶ и вращающийся регулятор будут заблокированы.

В случае превышения допустимых пределов установки частоты выходного сигнала на индикаторе в поле частоты появится надпись «E01».

### Установка уровня выходного сигнала

Нажмите кнопку «Ампл», на табло зажжется светодиод «Амплитуда». Установленное текущее значение уровня отображается на светодиодном индикаторе с указанием размерностей.

Установка уровня выходного сигнала осуществляется:

Способ 1:

Прямым набором числового значения уровня выходного сигнала и вводом соответствующей размерности ( $V_{pp}$ ;  $V_{rms}$ ; dBm).

Способ 2:

- Кнопками ◀ или ▶ выберите корректируемый разряд;
- Корректируемый разряд будет мигать несколько секунд;
- Вращением регулятора влево или вправо установите необходимое значение уровня;



•Для блокировки случайного изменения частоты нажмите кнопку «УДЕРЖ», на табло загорится индикатор «HOLD», кнопки ◀, ▶ и вращающийся регулятор будут заблокированы.

В случае превышения допустимых пределов установки уровня выходного сигнала на индикаторе в поле частоты появится надпись «E03».

### **Установка асимметрии выходного сигнала**

$K_A$  – коэффициент асимметрии, определяющий соотношение временных параметров в сигналах прямоугольной и треугольной форм. Так как коэффициент асимметрии есть величина, обратная скважности, т. е.  $K_A = \frac{1}{S} = \frac{\tau}{T}$ , асимметричный сигнал – это сигнал, у которого  $K_A \neq 0,5$ . Обычно регулировка асимметрии используется для регулировки времени нарастания и спада сигнала треугольной формы или изменения скважности прямоугольного сигнала. Нажмите кнопку «Асимм», на табло зажжется светодиод «Асимм». Установленное текущее значение асимметрии отображается на светодиодном индикаторе в процентах.

Установка асимметрии выходного сигнала осуществляется:

Способ 1: Прямым набором числового значения асимметрии и нажатием на кнопку размерности «ГРАД / %».

Способ 2:

- Кнопками ◀ или ▶ выберите корректируемый разряд;
- Корректируемый разряд будет мигать несколько секунд;
- Вращением регулятора влево или вправо установите необходимое значение асимметрии;

•Для блокировки случайного изменения асимметрии нажмите кнопку «Удерж», на табло загорится индикатор «Удерж», кнопки ◀, ▶ и вращающийся регулятор будут заблокированы.

В случае превышения допустимых пределов установки величины асимметрии выходного сигнала на индикаторе в поле частоты появится надпись «E07».

### **Установка смещения постоянной составляющей выходного сигнала**

Нажмите кнопку «Смещ», на табло зажжется светодиод «Смещ». Установленное текущее значение смещения постоянной составляющей отображается на светодиодном индикаторе. В режиме «смещение» можно калибровать значение постоянного напряжения (регулировка смещения приводит к изменению постоянной составляющей на выходе сигнала от –5 В до +5 В).

Установка смещения постоянной составляющей выходного сигнала осуществляется:

Способ 1: Прямым набором числового значения уровня выходного сигнала и нажатием на кнопку «Vpp».

Способ 2:

- Кнопками ◀ или ▶ выберите корректируемый разряд;
- Корректируемый разряд будет мигать несколько секунд;
- Вращением регулятора влево или вправо установите необходимое значение уровня;
- Вращением регулятора влево или вправо установите необходимое значение уровня;
- Для блокировки случайного изменения величины постоянной составляющей нажмите кнопку «Удерж», на табло загорится индикатор «Удерж», кнопки ◀, ▶ и вращающийся регулятор будут заблокированы.

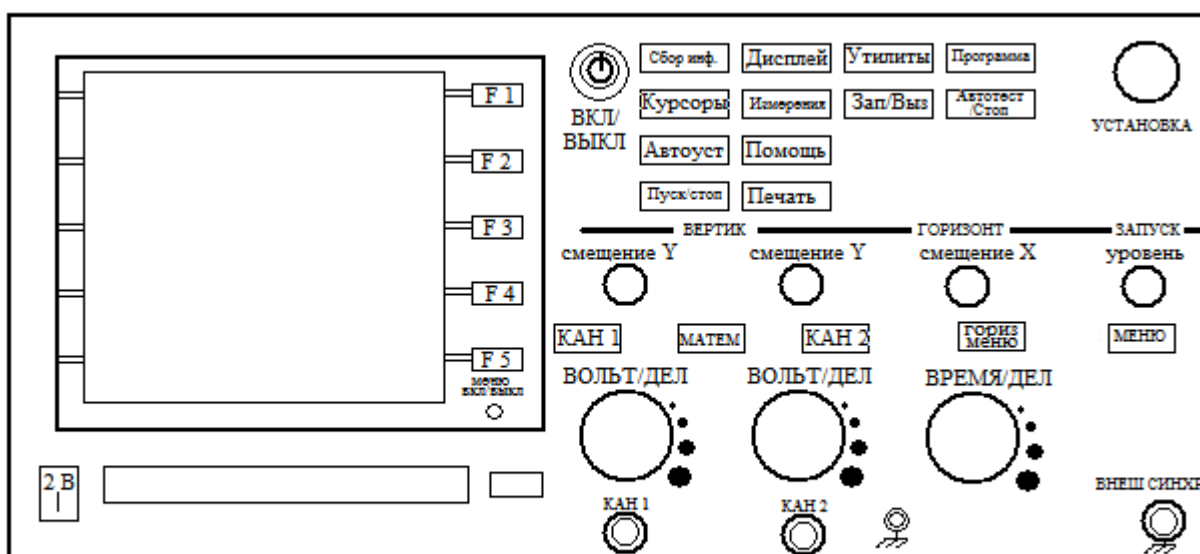
В случае превышения допустимых пределов установки величины смещения уровня выходного сигнала на индикаторе в поле частоты появится надпись «E05».

## Цифровой осциллограф GDS-2062/2102 Описание

Цифровые осциллографы GDS-2062/2102, применяемые в лаборатории – это современные приборы, предназначенные для исследования и измерения параметров периодических и непериодических электрических сигналов до 100 МГц частоты. Данные осциллографы имеют 2 независимых входных канала. Осциллографы обеспечивают цифровое запоминание сигнала (во внутреннюю энергонезависимую память можно сохранять до 8 осциллограмм), измерение в диапазоне амплитуд от 2 мВ до 300 В и временных интервалов от 1 нс до 10 с, автоматическую установку размеров изображения и автоматическое измерение параметров с выводом результата измерения на цветной ж/к экран. Осциллограф поддерживает математическую обработку сигналов: сложение, вычитание, умножение, деление.

Осциллографы обеспечивают возможность подключения к компьютеру. В данных моделях имеется интерфейс USB для сохранения данных, что является нормой для современных цифровых осциллографов. Кроме того, пользователем могут создаваться видеофайлы в формате *avi*. Эта функция, по сути «цифровой магнитофон», позволяет повторно воспроизводить на ПК сохраненные осциллограммы.

**ВНИМАНИЕ! ОСЦИЛЛОГРАФ ЯВЛЯЕТСЯ СЛОЖНЫМ ПРИБОРОМ, ПО УРОВНЮ БЛИЗКИМ К КОМПЬЮТЕРУ! НЕ СЛЕДУЕТ БЕЗДУМНО НАЖИМАТЬ НА КНОПКИ! ПРЕЖДЕ ОБРАТИТЕСЬ К СПЕЦИАЛИСТУ!**



## Подготовка осциллографа к измерениям

Включить осциллограф. Включение осциллографа осуществляется кнопкой ON/STBY (ВКЛ/ВЫКЛ) – первая кнопка справа от экрана осциллографа в верхнем ряду. При включении осциллографа на его экране появляются:

1. Осциллограммы сигналов, подаваемых по первому CH1 (подсветка желтым светом) и по второму CH2 (подсветка голубым цветом) каналам;

2. Функциональное меню, расположенное справа от масштабной сетки (пять окон, соответствующих кнопкам F1÷F5). Функциональное меню служит для задания режимов работы осциллографа, различных видов измерений, а также для представления результатов измерений. Все выполняемые осциллографом функции задаются с помощью кнопок четырех верхних рядов и кнопок F1÷F5. Экран может быть расширен за счет отказа от индикации меню, тогда вместо 10 делений на экран можно получить 12 (кнопка меню вкл/выкл).

3. Информация о видах связи каналов CH1 и CH2 с исследуемым сигналом (внизу под масштабной сеткой).

Каждый канал имеет 3 режима работы со входным сигналом:



– открытый канал (сигнал передается без изменений);



– закрытый канал (передается только переменная составляющая сигнала);



– канал закрыт для входного сигнала.

Изменение вида связи любого канала с сигналом выполняется с помощью кнопки CH (у канала CH1 кнопка подсвечивается желтым светом, а у канала CH2 – голубым) и кнопки F1. Нажатием кнопки CH вызывается меню, содержащее режимы:  $\sim$  /  $\equiv$  /  $\text{⚡}$ , а нажатием кнопки F1 устанавливается требуемый вид связи.

4. Масштабы по вертикальной и горизонтальной осям. Масштаб по вертикальной оси устанавливается в вольтах –  $U$  или милливольтмах –  $mU$  и соответствует одному большому делению сетки осциллографа. Изменение масштаба в каждом канале выполняется с помощью ручки VOLTS/DIV (ВОЛЬТ/ДЕЛ). Меняя масштабы, следует установить оптимальные (как можно лучше использующие поле экрана, но не выходящие за его пределы) размеры изображения сигналов по вертикали на первом и втором каналах. Масштаб по горизонтальной оси устанавливается в миллисекундах –  $mS$  или микросекундах  $\mu S$ . Изменение масштаба по горизонтальной оси выполняется с помощью ручки TIME/DIV (ВРЕМЯ/ДЕЛ);

5. Для получения устойчивого изображения сигнала служит меню TRIGGER (запуск). В опциях можно выбрать тип синхронизации (F1), канал, по которому происходит синхронизация сигнала (F2) и режим работы синхронизации (F3). Ручкой LEVEL (уровень) устанавливается уровень синхронизации.

6. Управление режимами индикации входного сигнала по временной оси выбирается нажатием на кнопку «ГОРИЗ. МЕНЮ». Далее выбирается либо основная развертка (зависимость амплитуды сигнала от времени - кнопка F1), либо наблюдение сигнала в плоскости XY (нажатием на кнопку F5). При этом канал 1 (CH1) будет входом для оси X, а канал 2 (CH2) – входом для оси Y. В режиме XY можно получить фигуры Лиссажу или непосредственно графики, т.е. зависимости величины Y от величины X.

### **Курсорные измерения**

1. Ручками POSITION (СМЕЩЕНИЕ) VERTICAL установить необходимое положение изображения сигнала, как на первом, так и на втором канале по вертикальной оси.

2. Ручкой POSITION (СМЕЩЕНИЕ) HORIZONTAL установить оптимальное положение изображения сигнала по горизонтальной оси.

3. Установить осциллограф в режим курсорных измерений. Установка осциллографа в этот режим осуществляется кнопкой Cursor (КУРСОРЫ) (первая кнопка во втором ряду сверху). При этом на экране появляется меню «Cursor (КУРСОРЫ): ГОРИЗОНТ, ВЕРТИК».

4. Выбор горизонтальных курсоров осуществляется кнопкой F2. Повторным нажатием кнопки F2 курсорам задается активная или пассивная позиции. При активной позиции курсор изображен сплошной линией и может перемещаться по горизонтали. Управление перемещением курсора выполняется с помощью вращения ручки VARIABLE (УСТАНОВКА) – в правом верхнем углу. При пассивной позиции курсор изображен штриховой линией и зафиксирован.

5. Выбор вертикальных курсоров осуществляется кнопкой F3. Управление ими осуществляется аналогично – с помощью повторного нажатия кнопки F3 они приводятся в пассивное либо активное состояние и перемещаются также с помощью ручки VARIABLE.

6. Для обоих курсоров, вертикальных или горизонтальных результат измерения отображается в абсолютных единицах измерения амплитуды или времени, а также результат относительных измерений между курсорами, отображаемый символом Δ.

*Учебное издание*

**Зильберман** Евгения Сократовна  
**Зильберман** Евгений Анатольевич  
**Сивков** Владимир Григорьевич

**Общий физический практикум  
по электричеству и магнетизму**

Учебное пособие

Редактор *М. А. Шемякина*  
Корректор *Н. А. Антонова*  
Компьютерная вёрстка: *Е. А. Шкураток*

---

Объем данных 6,51 Мб  
Подписано к использованию 28.11.2019

---

Размещено в открытом доступе  
на сайте [www.psu.ru](http://www.psu.ru)  
в разделе НАУКА / Электронные публикации  
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр  
Пермского государственного  
национального исследовательского университета  
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15