

ПЕРМСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

М. П. Сорокин, Г. И. Субботин

## ОБЩИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА  
И ТЕРМОДИНАМИКА



Пермь 2020

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

М. П. Сорокин, Г. И. Субботин

# ОБЩИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

*Допущено методическим советом  
Пермского государственного национального  
исследовательского университета в качестве  
учебного пособия для студентов  
естественно-научных факультетов*

Издание второе, переработанное



Пермь 2020

ББК 536+539.1(075.8)  
УДК 22.317+22.36я73  
С654

### **Сорокин М. П.**

С654 Общий физический практикум. Молекулярная физика и термодинамика [Электронный ресурс] : учебное пособие. Изд. 2-е, перераб. / М. П. Сорокин, Г. И. Субботин ; переизд. Н. В. Колчанов, Е. А. Колчанова ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2020. – 4,49 Мб; 101 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/sorokin-subbotin-obshhij-fizicheskij-praktikum.pdf>. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-3451-4

Пособие является руководством к физическому практикуму по курсу общей физики. В него включены описания 14 лабораторных работ, каждое из которых содержит краткое теоретическое введение, описание методики измерения, указания по выполнению практического задания и обработке результатов измерений.

Предназначено для студентов естественно-научных специальностей университетского профиля.

**ББК 536+539.1(075.8)**  
**УДК 22.317+22.36я73**

*Издается по решению ученого совета физического факультета  
Пермского государственного национального исследовательского университета*

*Рецензенты:* кафедра общей физики ПНИПУ (и.о. зав. кафедрой, д-р физ.-мат. наук, профессор **А. В. Перминов**);

доцент кафедры физики и технологии ПГГУ, канд. физ.-мат. наук  
**С. В. Субботин**

© ПГНИУ, 2020  
© Сорокин М. П., Субботин Г. И.,  
переиздание, 2020  
© Колчанов Н. В., Колчанова Е. А., подг.  
переиздания, 2020  
© Сорокин М. П., Субботин Г. И., 2007

ISBN 978-5-7944-3451-4

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
Введение.....	5
1. Лабораторная работа № 201 <b>Изучение закона нормального распределения Гаусса</b> .....	16
2. Лабораторная работа № 212 <b>Определение скорости звука и показателя адиабаты воздуха</b> .....	22
3. Лабораторная работа № 221 <b>Определение коэффициента вязкости жидкости из закона Пуазейля</b> .....	29
4. Лабораторная работа № 222 <b>Определение коэффициента вязкости растворов капиллярным вискозиметром</b> .....	36
5. Лабораторная работа № 223 <b>Определение коэффициента вязкости жидкости по методу Стокса в изотермических условиях</b> .....	41
6. Лабораторная работа № 224 <b>Определение коэффициента поверхностного натяжения методом отрыва кольца</b> .....	47
7. Лабораторная работа № 226 <b>Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения раствора от его концентрации и температуры</b> .....	52
8. Лабораторная работа № 228 <b>Определение теплоемкости воздуха в политропическом процессе</b> .....	59
9. Лабораторная работа № 230 <b>Определение абсолютной и относительной влажности воздуха</b> .....	65
10. Лабораторная работа № 240 <b>Определение энергии активации трансляционного движения молекул в жидкости</b> .....	71
11. Лабораторная работа № 241 <b>Определение вязкости воздуха и средней длины свободного пробега молекул</b> .....	77
12. Лабораторная работа № 243 <b>Построение изотерм Амага для воздуха</b> ..	81
13. Лабораторная работа № 244 <b>Определение показателя адиабаты воздуха методом экстраполяции</b> .....	85
14. Лабораторная работа № 245 <b>Определение показателя адиабаты воздуха методом Клемана–Дезорма</b> .....	92
Приложения.....	98

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое вниманию читателей издание представляет собой учебное пособие к лабораторному практикуму для студентов физических и других естественно-научных специальностей университетов.

Авторы приносят извинения за причиняемые читателям неудобства, связанные с отсутствием порядковой нумерации лабораторных работ. Это вызвано тем, что описания работ были подготовлены в лаборатории молекулярной физики в разное время, а изменение нумерации всех существующих работ неизбежно внесло бы нежелательную путаницу.

Работы, и поставленные вновь, и с подвергшимися значительным изменениям описаниями или установками, получили трёхзначные номера в отличие от прежних – двузначных. Например, лабораторная работа «Определения коэффициента вязкости жидкости по методу Стокса», обозначаемая раньше № 23, в настоящем издании имеет № 223 (цифра 2 в третьем разряде указывает на её принадлежность к лаборатории молекулярной физики).

Список рекомендуемых учебных пособий приведён с «запасом». Это означает, что нет необходимости прочитывать все источники. Студент, готовясь к лабораторной работе, изучает фактический материал по тому учебнику, который у него имеется, авторы же первыми в списке приводят те издания, которым отдают предпочтение.

В текущее издание были внесены следующие изменения:

- 1) введена нумерация глав, количество которых совпадает с числом лабораторных работ (14 глав);
- 2) описание к лабораторной работе № 212 расположено в начале пособия (в первом издании лабораторная работа № 212 находится в конце пособия);
- 3) введена двойная нумерация формул, рисунков и таблиц, объединяющая сквозную нумерацию вместе с нумерацией в пределах лабораторной работы;
- 4) в связи с заменой психрометров на более точные в описании к лабораторной работе № 230 улучшен рис.9.1 штатного прибора и существенно переработаны подразделы «Измерения» и «Обработка результатов измерений»;
- 5) в связи с бурным развитием цифровой техники и программного обеспечения к ней в последние 10 лет потеряли актуальность и были исключены подразделы «Определение доверительного интервала с использованием калькулятора» и «Построение графиков по результатам измерений в Excel» из раздела «Приложения».

## ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что физики делятся на теоретиков и экспериментаторов. Теоретики, имея бумагу и карандаш, могут, исходя из фундаментальных законов физики, предсказать те или иные явления, вычислить физические свойства тел и т.п. Экспериментаторы те же задачи решают путем проведения опытов и накопления опытных фактов<sup>1</sup>. Например, период колебания математического маятника  $T$  можно вычислить по формуле, полученной из второго закона Ньютона:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где  $l$  – длина маятника,  $g$  – ускорение свободного падения.

Ту же задачу можно решить экспериментально. Для этого надо изготовить модель математического маятника, измерить время  $t$  нескольких полных колебаний  $n$  и вычислить период по формуле

$$T = \frac{t}{n}. \quad (1)$$

С теоретическими методами исследований студенты знакомятся на практических занятиях при решении задач, а экспериментальными навыками овладевают в лабораториях физического практикума. Чтобы грамотно поставить эксперимент, физику необходимо хорошо владеть и теорией. Поэтому в каждом методическом руководстве к лабораторным работам приводится краткая теория практического задания, которую следует знать каждому студенту.

Экспериментальная физика сопряжена с измерениями, которые, в свою очередь, сопровождаются погрешностями измерений. Например, при измерении  $t$  в формуле (1) экспериментатору приходится пускать в ход и останавливать секундомер. При этом кнопка секундомера может быть нажата чуть раньше или чуть позже фиксируемого момента времени. При многократном измерении одной и той же величины получается ряд численных значений этой величины, каждое из которых является *случайным*. Этот путь, таким образом, приводит нас к разбросу экспериментальных результатов. Погрешности измерений, связанные с разбросом экспериментальных данных, являются случайными величинами, исключить которые невозможно опытным путем. Их можно учесть только в среднем. Для этого необходимо знать законы, которым подчиняются случайные экспериментальные величины и случайные погрешности.

**Определение случайной погрешности.** Пусть при  $n$  измерениях физической величины  $X$  получены следующие результаты:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Наиболее вероятное значение измеряемой величины будет находиться вблизи среднего арифметического значения экспериментальных данных

---

<sup>1</sup> «Ничего нельзя сказать о глубине лужи, пока в нее не ступишь». [Таранов П.С. Золотая книга руководителя. М.: Фаир-Пресс, 2001. С.396].

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i .$$

Величина  $\bar{x}$  стремится к истинному значению  $x_0$  измеряемой величины при  $n \rightarrow \infty$ .

Величина  $\bar{x} - x_i = (\Delta x)_i$  есть случайная погрешность  $i$ -го измерения.

Опыт показывает, что случайные погрешности  $\Delta x$  подчиняются определенным закономерностям: положительные и отрицательные погрешности встречаются одинаково часто; малые погрешности встречаются чаще, чем большие, и т.п.

Пусть  $dn$  – число измерений, погрешности которых попали в интервал от  $\Delta x$  до  $\Delta x + d(\Delta x)$ , где  $n$  – общее число измерений, тогда  $dn/n = dp$  будет вероятностью того, что ошибки попали в указанный интервал. Математическая вероятность  $p$  выражается дробью и лежит в пределах  $0 \leq p \leq 1$ . Если  $p = 0$  – событие невозможное, а если  $p = 1$  – событие достоверное (неизбежное).

Выражение  $\frac{dn}{nd(\Delta x)}$  называется плотностью вероятности, т.е. вероятностью того, что погрешность попала в единичный интервал величины  $\Delta x$ . Функция  $f(\Delta x)$  называется функцией распределения плотности вероятности:

$$\frac{dn}{nd(\Delta x)} = f(\Delta x).$$

Эта функция, согласно сказанному выше, должна удовлетворять условиям:

- 1)  $f(\Delta x) \geq 0$  – вероятность не может быть отрицательной;
- 2)  $f(-\Delta x) = f(+\Delta x)$  – функция распределения должна быть четной;
- 3)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta x) \cdot d(\Delta x) = 1$  – получить ошибку, какую угодно (от  $-\infty$  до  $+\infty$ ),

есть событие достоверное (неизбежное).

Графически функция  $f(\Delta x)$  при указанных условиях имеет вид колоколообразной фигуры, изображенной на рис. 1. Указанными свойствами обладает ряд функций:

$$1) f(\Delta x) = \frac{A}{1 + a(\Delta x)^2} \text{ – формула Коши,}$$

$$2) f(\Delta x) = A \cdot e^{-a(\Delta x)^2} \text{ – функция Гаусса,}$$

$$3) f(\Delta x) = \frac{A}{e^{a(\Delta x)} + e^{-a(\Delta x)}} \text{ – гиперболический секанс.}$$

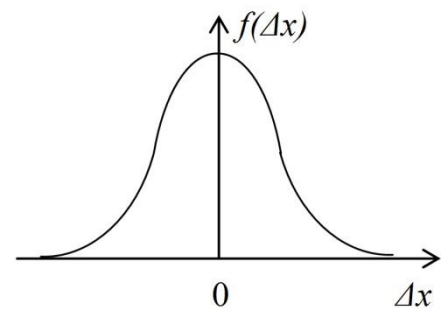


Рис. 1

В теории погрешностей выбрали функцию Гаусса, так как она 1) подтверждается экспериментально, 2) позволяет провести обработку экспериментальных данных до конца.

Функция Гаусса содержит два параметра:  $A$  и  $a$ . Нетрудно видеть, что параметр  $A$  определяет максимум функции при  $\Delta x = 0$ , а второй параметр  $a$  определяет крутизну «горки», изображенной на рис. 1.

В теории погрешностей вместо параметра  $a$  вводят ширину «горки», которая определяется расстоянием между ординатами, проходящими через точки перегиба функции ( $\Delta x = \pm \sigma$  на рис. 1). Выразим  $A$  и  $a$  через  $\sigma$ . Для этого приравняем вторую производную от функции  $f(\Delta x)$  к нулю. В результате при  $\Delta x = \sigma$  из полученного уравнения найдем

$$a = \frac{1}{2\sigma^2}.$$

Так как  $f(\Delta x)$  – функция распределения плотности вероятности, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta x) d(\Delta x) = 1.$$

Из последнего уравнения получим, что

$$A = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

Таким образом, закон нормального распределения Гаусса примет вид

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}, \text{ или}$$

$$f(\Delta x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(\Delta x)^2}, \quad (2)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия (мера рассеяния случайной величины);  $\sigma$  – средняя квадратичная погрешность измерений;  $h = 1/\sqrt{2}\sigma$  – мера точности.

На практике величину  $\sigma$  оценивают средней квадратичной погрешностью  $S_{n,x}$  небольшой серии из  $n$  измерений:

$$S_{n,x} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}. \quad (3)$$

В теории погрешностей доказывается, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_{n,x} = \sigma$ .

Если провести несколько серий по  $n$  измерений величины  $X$ , то получим серию из  $\bar{x}$ , которая будет подвержена меньшему разбросу, чем  $x$ . Это иллюстрирует рис. 2, где на числовой оси крестиками отмечены отдельные измерения, а вертикальными стрелками – средние значения  $\bar{x}$  каждой серии.

На практике обычно определяют среднюю квадратичную погрешность среднего арифметического  $\bar{x}$ :

$$S_{n,\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} = \frac{S_{n,x}}{\sqrt{n}}. \quad (4)$$

Это фундаментальный закон возрастания точности при росте числа измерений. Из последней формулы следует, что при  $n \rightarrow \infty$   $S_{n,\bar{x}} \rightarrow 0$ .

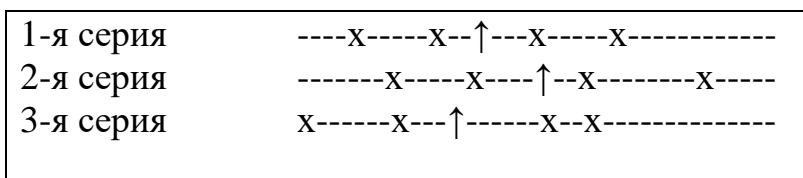


Рис. 2



Однако получить «сверхточный» результат путем увеличения числа измерений невозможно. Стремится к нулю лишь случайная погрешность, но остаются погрешность прибора  $\Delta_{\text{пр}}$  и погрешность округления  $\Delta_{\text{окр}}$ , которые начинают играть главную роль.

**Доверительный интервал и надежность результата.** Вероятность  $p$  того, что истинное значение  $x_0$  находится внутри интервала от  $\bar{x} - \Delta x$  до  $\bar{x} + \Delta x$ , в терминах государственного стандарта (ГОСТ) называется *доверительной вероятностью* (в обиходе ее называют также коэффициентом надежности или просто надежностью), а интервал  $\bar{x} \pm \Delta x$  – доверительным интервалом. В физике результат измерения всегда указывается в виде интервала. Этим физические измерения отличаются от грубых или оценочных измерений, где результат дается одним числом.

При достаточно большом количестве измерений ( $n > 30$ ) доверительному интервалу  $\bar{x} \pm S_{n,\bar{x}}$  соответствует надежность  $p = 0.68$ , вдвое большему интервалу  $\bar{x} \pm 2S_{n,\bar{x}} - p = 0.95$ , интервалу  $\bar{x} \pm 3S_{n,\bar{x}} - p = 0.997$  (промежуточные значения определяются по специальной таблице).

В физической лаборатории ГОСТом рекомендуется брать  $p = 0.95$  и окончательный результат записывать в виде

$$x = \bar{x} \pm 2S_{n,\bar{x}} \quad (5)$$

при  $p = 0.95$ .

При малом числе измерений заданному  $p$  соответствует больший доверительный интервал по сравнению с (5). В этом случае окончательный результат следует записывать так:

$$x = \bar{x} \pm t_{p,n} S_{n,\bar{x}} = \bar{x} \pm \Delta x,$$

где  $t_{p,n}$  – коэффициент Стьюдента, он зависит от  $p$  и  $n$  и определяется по специальной таблице. При доверительной вероятности  $p = 0.95$  коэффициент Стьюдента при увеличении числа измерений  $n$  от 2 до  $\infty$  изменяется от 12.7 до 2.0. Обратите внимание, что результат в физике всегда указывается не одним числом, а в виде интервала (от ... и... до) с указанием надежности.

**Приборная погрешность.** Если измерять микрометром толщину оптической стеклянной пластинки, изготовленной с микронной точностью, то разброса экспериментальных данных не будет. Это не означает, что измерения будут абсолютно точными. Если измерять ту же пластинку разными микрометрами, то результаты могут быть разными. В этом случае разброс результатов нескольких замеров обусловлен тем, что не существует двух совершенно идентичных микрометров. Каждый микрометр содержит индивидуальную погрешность. Если усреднить эти погрешности, это и будет приборная погрешность всех микрометров данного класса, которая указывается в паспорте прибора или нанесена на самом приборе и называется предельной ошибкой  $\delta$  с надежностью 0.997 ( $3\sigma$ ). Так как в физической лаборатории рекомендуется задавать надежность 0.95 ( $2\sigma$ ), то в этом случае нужно предельную ошибку разделить на 3 и умножить на 2. В итоге для приборной погрешности получается формула

$$\Delta_{пр} = 2/3 \delta.$$

Например, для некоторых микрометров  $\delta = 0.01$  мм и  $\Delta_{пр} = 0.007$  мм.

**Погрешность округления.** При считывании показаний прибора десятые доли наименьшего деления прибора обычно не учитываются. При этом происходит автоматическое округление сотых и десятых долей наименьшего деления шкалы прибора. В цифровых приборах последняя значащая цифра на табло является результатом автоматического округления последующих разрядов числа. Для заданной надежности  $p$  ошибка округления вычисляется по формуле

$$\Delta_{окр} = p \omega / 2,$$

где  $\omega$  – цена наименьшего деления измерительного прибора. Например, для микрометра  $\omega = 0.01$  мм,  $\Delta_{окр} = 0.005$  мм.

**Суммарная погрешность.** Суммарная погрешность прямого измерения вычисляется по формуле

$$\Delta x = \sqrt{\left(\overset{\circ}{\Delta x}\right)^2 + \Delta_{пр}^2 + \Delta_{окр}^2}. \quad (6)$$

В этом случае доверительный интервал  $\bar{x} \pm \Delta x$  будет соответствовать надежности, с которой вычислены  $\overset{\circ}{\Delta x}$ ,  $\Delta_{пр}$ ,  $\Delta_{окр}$ . Если одна из погрешностей под корнем в два и более раз меньше других, ею можно пренебречь.

**Косвенные измерения.** Все сказанное выше относилось к прямым измерениям, когда искомая величина непосредственно считывается со шкалы прибора. На практике чаще всего физические величины определяются косвенно, т.е. из формулы, аргументами которой являются измеряемые величины  $x_1, x_2, x_3 \dots$ . В этом случае искомую величину можно рассматривать как функцию нескольких измеряемых величин:  $z = f(x_1, x_2, x_3)$ , а погрешностью искомой величины считать дифференциал этой функции. Однако, чтобы надежность для интервала искомой величины была такая же, как для измеряемых величин, погрешность рекомендуется вычислять по формуле, аналогичной формуле (6):

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \Delta x_3\right)^2}.$$

Например, при определении плотности твердого тела цилиндрической формы диаметра  $d$  и высоты  $h$  используется формула

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}.$$

Для погрешности в этом случае получаем формулу

$$\Delta \rho = \sqrt{\left(\frac{4}{\pi d^2 h} \Delta m\right)^2 + \left(2 \frac{4m}{\pi d^3 h} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{4m}{\pi d^2 h^2} \Delta h\right)^2}.$$

Вычисление абсолютной погрешности значительно упрощается, если вначале вычислять *относительную* погрешность, в данном случае  $\Delta \rho_{отн}$ :

$$\Delta\rho_{\text{отн}} = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta d}{d}\right)^2}.$$

Из последнего выражения получаем  $\Delta\rho = \bar{\rho} \cdot \Delta\rho_{\text{отн}}$ .

Иногда в особых случаях, когда измерения производятся в невоспроизводимых условиях, для каждого измерения вычисляется искомая величина и полученные данные обрабатываются затем как прямые измерения (примером такой обработки служит работа № 223).

**Промахи.** Если в ряду измеренных значений физической величины имеется такое, которое значительно отличается от всех остальных, можно предполагать, что оно является результатом грубой ошибки, которую часто называют промахом. Причиной этого явления могут служить сильные внешние помехи (сотрясение, сквозняк и т.п.), неправильно считанное показание прибора и, наконец, просто описка. В любом случае отбрасывать непонравившийся результат без веских оснований нельзя. Так, после отбрасывания одного результата может появиться соблазн отбросить и еще ряд измерений. Такая лакировка результатов недопустима.

Для того чтобы отбросить выскакивающий результат, нужны объективные основания. На практике обычно отбрасывают такие измерения, вероятность появления которых меньше 0.01. Для этого можно руководствоваться таким правилом. Если вызывающий сомнение результат измерения  $x_m$  отличается от среднего значения измеряемой величины более чем на 2.5 среднеквадратичные погрешности,

$$|x_m - \bar{x}| > 2.5S_{n,x},$$

такой результат с чистой совестью можно отбросить.

После отбрасывания грубого измерения находят из оставшихся измерений новое среднее измеряемой величины и его среднеквадратичную погрешность.

**Систематические погрешности.** Систематической называется ошибка, которая при многократном измерении какой-либо величины остается постоянной. Систематическая погрешность обусловлена неисправностью измерительного прибора (например, смещена шкала термометра), неточностью используемой формулы (в которой, например, не учтена сила трения), неправильной методикой измерения и т. п. Иногда экспериментатор может и не подозревать о существовании систематической погрешности. Исключить или выявить систематическую погрешность можно, изменив принципиально метод измерения. Если заведомо известно о существовании систематической погрешности и нет возможности ее исключить, указывать в этом случае надежность результата не имеет смысла. В таких случаях достаточно ограничиваться лишь оценкой погрешности измерений по упрощенным формулам:

$$\Delta z = \sum_k \left| \frac{\partial z}{\partial x_k} \Delta x_k \right|, \quad \text{или} \quad \Delta z = \frac{1}{n} \sum_i |\Delta z_i|,$$

где  $z = z(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k)$ .

**Точность измерений.** Точность измерений определяется не самой абсолютной погрешностью  $\Delta x$ , а относительной погрешностью –  $\Delta x_{\text{отн}} = \Delta x / \bar{x}$ . Пусть, например, при определении массы платиновой проволоки измерили ее длину  $l$  и диаметр  $d$  и получили такие результаты:  $l = (12.0 \pm 0.1)$  см и  $d = (0.32 \pm 0.01)$  мм. Спрашивается, что измерено точнее? Часто считают, что диаметр измерен точнее, так как погрешность  $\Delta d$  составляет сотые доли миллиметра, в то время как длина указана с погрешностью 0.1 см. Если же оценить относительную погрешность, то получим  $\Delta l_{\text{отн}} = \Delta l / l = 0.1 / 12.0 \cdot 100 \% = 0.8 \%$ , а  $\Delta d_{\text{отн}} = \Delta d / d = 0.01 / 0.32 \cdot 100 \% = 3 \%$ .

Как видим, длина проволоки измерена точнее, хотя она и измерялась линейкой, а диаметр – микрометром. Многих часто дезориентирует запятая и ее местоположение. Не это является определяющим, тем более что запятую всегда можно убрать, если записать числа в таком виде:  $l = 120 \cdot 10^{-1}$  см,  $d = 32 \cdot 10^{-2}$  мм.

**Значащие цифры, точность числа и правила приближенных вычислений.** Если в предыдущем примере выразить результат измерения  $l$  в разных единицах, то получим  $l = \underline{120}$  мм =  $\underline{12.0}$  см =  $0.\underline{120}$  м =  $0.000\underline{120}$  км. Но чтобы точность записываемого числа не страдала от этого, в каждом числе сохранены три значащие цифры. Точность результата при этом, разумеется, не изменится. В любом числе цифры от 1 до 9 и 0 в середине или в конце числа называются значащими, а нули *впереди* числа не являются значащими (они определяют порядок числа). В приведенном примере значащие цифры подчеркнуты. Незначащие цифры можно убрать, если записать числа в таком виде:  $l = 120$  мм =  $120 \cdot 10^{-1}$  см =  $120 \cdot 10^{-3}$  м =  $120 \cdot 10^{-6}$  км.

Из приведенного примера видно, что  $l$  выражается тремя значащими цифрами. Число значащих цифр определяет точность числа. Последняя значащая цифра числа является сомнительной, так как она, как правило, получена в результате округления следующих за ней цифр. Очевидно, что погрешность сомнительной цифры не может превышать единицы. Если быть точным, то ошибка сомнительной цифры не может быть больше половины единицы (вспомните правило округления). Для простоты мы будем считать эту ошибку равной единице. Зависимость точности числа от количества значащих цифр иллюстрирует такой пример.

$$\begin{aligned} \sin 25^\circ &= 0.4226 \pm 0.0001 \text{ (отн. погрешность } 0.02\%) = 0.423 \pm 0.001 \text{ (} 0.24\%) = \\ &= 0.42 \pm 0.01 \text{ (} 2.4\%) = 0.4 \pm 0.1 \text{ (} 25\%). \end{aligned}$$

При обработке экспериментальных данных ошибка сомнительной цифры может быть больше единицы. При записи экспериментального результата не следует писать цифры, стоящие после сомнительной цифры, и нельзя округлять верные цифры, чтобы не снижать точность числа. Например, если с помощью микрометра получен результат точно 2,00 мм, неправильно писать 2 мм.

При обработке экспериментальных данных не рекомендуется *начинать* вычисления на калькуляторе. Вначале требуется *оценить* результат. Для этого нужно округлить все числа до одной или двух значащих цифр и записать их в одной системе единиц так, чтобы слева от запятой была одна значащая цифра. После этого подставить числа в формулу и произвести вычисления в уме («на

пальцах»). Например, в приведенном выше примере по определению массы платиновой проволоки используется формула

$$m = \frac{\pi d^2}{4} l \rho.$$

Результаты измерений и табличные данные в системе СГС:  $l = 1.2 \cdot 10^1$  см;  $d = 3.2 \cdot 10^{-2}$  см;  $\pi = 3.1$ ;  $\rho = 2.1 \cdot 10^1$  г/см<sup>3</sup> – подставим в формулу. Все числа должны быть *равноточными* (сохранены две значащие цифры).

$$m = \frac{3.1 \cdot 3.2^2 \cdot 10^{-4}}{4} 1.2 \cdot 10^1 \cdot 2.1 \cdot 10^1 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ г.}$$

Как видим, приближенный результат легко вычисляется в уме. После этого можно считать на калькуляторе. Это делается для предотвращения грубых ошибок при подсчете результатов на калькуляторе от невнимательного введения чисел. Если на калькуляторе получается «не тот результат», который был получен при устном счете, это сразу должно насторожить и настроить на проверку. Если же сравнить не с чем, результат с калькулятора будет принят за истину.

После того как результат получен на калькуляторе, необходимо округлить его так, чтобы число значащих цифр было равно числу значащих цифр в наименее точном из исходных чисел. Точность вычислений не может быть выше точности измерений. Кстати, при решении задач по молекулярной физике часто достаточно ограничиваться оценкой результата. Например, при вычислении числа молекул в 1 см<sup>3</sup> воздуха не имеет смысла писать результат вычислений с точностью до пяти значащих цифр, здесь вполне достаточно и двух цифр. Правильная запись чисел характеризует грамотность исследователя.

При обработке экспериментальных данных, согласно ГОСТ, абсолютная погрешность округляется до двух значащих цифр, если первая значащая цифра ее не превышает двух, и до одной значащей цифры – во всех остальных случаях.

В учебной лаборатории допускается во всех случаях округлять погрешность до одной значащей цифры. Основной результат в этом случае округляется до той значащей цифры, разряд которой совпадает с разрядом первой значащей цифры погрешности. Например, в результате обработки экспериментальных данных получен результат  $x = (2.8534 \pm 0.0243)$  г/см<sup>3</sup>. Правильно его нужно записать так:

$$x = (2.85 \pm 0.02) \text{ г/см}^3.$$

**Построение графиков.** Графики строятся на *миллиметровой* бумаге простым графитовым карандашом. По оси абсцисс откладывают независимую величину, по оси ординат – функцию от нее. Масштаб по осям нужно выбирать так, чтобы график занимал весь лист с наклоном к осям примерно 45°. По осям отложить равномерный и удобный для чтения масштаб. Рекомендуется для единицы выбрать отрезок в 2; 5; 10; 20; 50 мм. Ни в коем случае не отмечать на осях те значения, которые получены в опыте. График вклеивается в журнал (тетрадь) «лицом» к таблице, на основании которой он построен.

На рис. 3 приведен пример построения «кондиционного» графика в сравнении с неудачным.

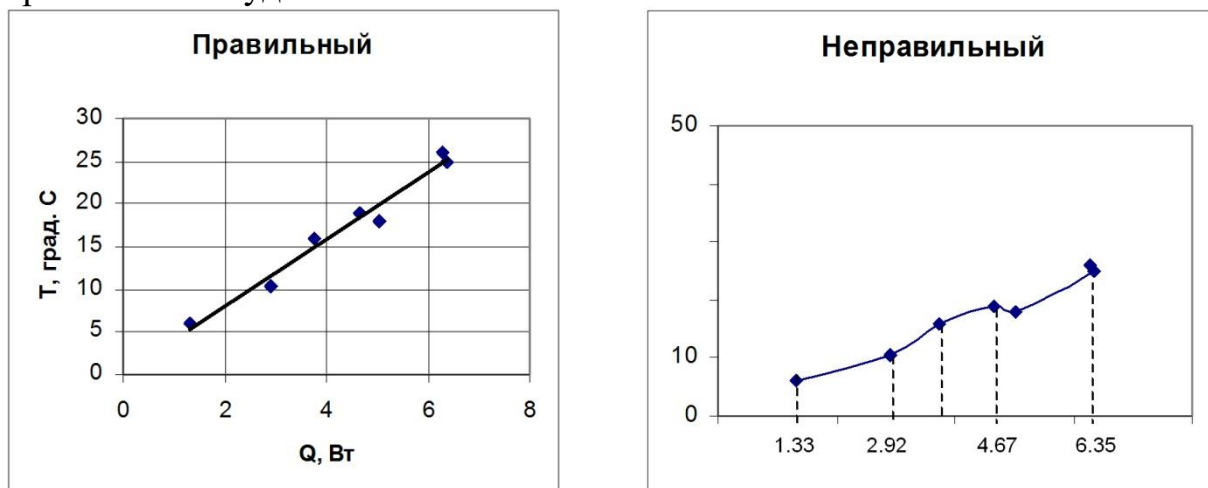


Рис. 3

**Оформление работы в тетради.** Все записи в тетради необходимо вести на правой стороне (нечетные страницы). Четные страницы оставлять для вычислений, примечаний, черновиков и т. п.

Каждая работа должна начинаться с новой страницы. Заголовок работы должен быть выделен. После заголовка работы необходимо записать кратко теорию, в которой должны быть отражены следующие моменты: постановка задачи (что должно быть получено в результате выполнения работы), какие физические величины будут измеряться в работе, какова их размерность и в каких единицах они измеряются; какой метод использован в работе (его характеристика). Обязательно схематически нарисовать экспериментальную установку и написать рабочую формулу и формулы для вычисления погрешностей.

Экспериментальные результаты записывать только в заранее заготовленные таблицы (использование в лаборатории черновиков категорически запрещается). Экспериментальные результаты – это Ваше достояние! Они могут быть только **подлинными**, а не копиями!

Если измеряемая величина сильно зависит от внешних условий, например, от температуры или давления, необходимо записать условия эксперимента.

Окончательный результат записывать в конце работы с указанием доверительного интервала, надежности результата и внешних условий. Окончательный результат должен быть *выделен*. Если есть возможность, полученный результат сравнивают с имеющимися табличными данными, указав источник этих данных.

Если в измерениях содержатся систематические погрешности (например, неучтенная формулами сила трения), то указывать доверительный интервал не имеет смысла. В этом случае ограничиваются оценкой точности метода измерений.

Для характеристики качества результатов и используемого метода рекомендуется всегда оценивать относительную погрешность результата.

Все записи в тетради должны быть датированы, страницы пронумерованы. Ниже приводится *примерный* шаблон оформления страницы лабораторного журнала (рабочей тетради), содержащий минимум требуемой информации. Разумеется, нет необходимости группировать её в пределах одной страницы.

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. *Зайдель А.Н.* Ошибки измерений физических величин. Л.: Наука, 1974. 108 с.
2. *Методы физических измерений (лабораторный практикум по физике)* / отв. ред. Р.И. Солоухин. Новосибирск: Наука, 1975. 292 с.
3. *Братухин Ю.К., Путин Г.Ф.* Обработка экспериментальных данных / Перм. ун-т. Пермь, 2003. 80 с.

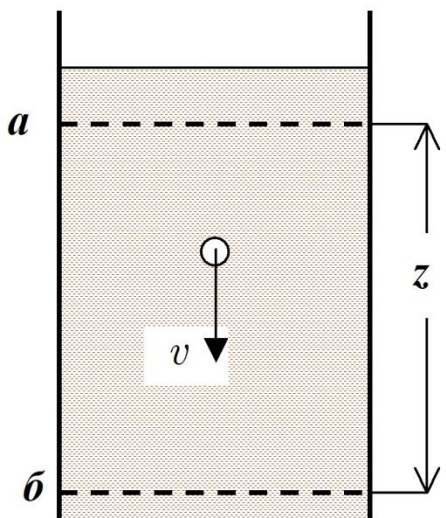
16.11.2006

Лабораторная работа № 223

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

**Приборы и принадлежности:** цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью в пассивном термостате, шарики, инструментальный микроскоп, секундомер.

**Цель работы:** 1) изучение динамики движения шара в вязкой среде, 2) определение коэффициента вязкости жидкости *методом Стокса*.

<p><i>Схема опыта</i></p> 	<p style="text-align: center;"><i>Рабочая формула</i></p> $\eta = \frac{(\rho - \rho_{жк})g}{18z} D^2 t = AD^2 t$
	<p style="text-align: center;"><i>Погрешность</i></p> $\Delta\eta = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{\eta} - \eta_i)^2}$

Таблица

$\rho =$		$\rho_{жк} =$		$z =$		$t =$	
<i>№</i>	$n_1,$	$n_2,$	$D,$	$t,$	$\eta$	$\bar{\eta} - \eta_i$	$(\bar{\eta} - \eta_i)^2$
<i>изм.</i>	<i>мм</i>	<i>мм</i>	<i>мм</i>	<i>с</i>			

### Результаты работы

Коэффициент вязкости раствора глицерина в воде

$$H = (12.8 \pm 0.5) \text{ Пз при } p = 0.95 \text{ и } t = 20^\circ\text{C.}$$

### Выводы

1. Метод Стокса является абсолютным способом определения коэффициента вязкости прозрачной жидкости.

2. Сравнить полученный результат с табличным не представляется возможным, так как неизвестна концентрация испытуемого раствора.



## ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГАУССА

**Принадлежности:** экспериментальная установка, сыпучий материал (пшено).

**Введение.** Экспериментальная физика сопряжена с измерениями, которые, в свою очередь, связаны с ошибками (погрешностями) измерений. Наиболее существенными являются случайные погрешности, которые приводят к разбросу экспериментальных данных при неоднократном измерении одной и той же физической величины, несмотря на одинаковые условия опыта, одинаковую точность и тщательность измерений. Эти погрешности носят случайный характер и не могут быть исключены опытным путем. Учесть же их можно только в среднем, для чего необходимо знать законы, которым подчиняются случайные ошибки.

Наиболее вероятное значение измеряемой величины  $x$  будет находиться вблизи среднего арифметического значения  $\bar{x}$ , полученного из экспериментальных результатов:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.1)$$

Величина  $\bar{x} - x_i = \Delta x_i$  есть погрешность  $i$ -го измерения. Величина  $x$  стремится к истинному значению  $x_0$  измеряемой величины при большом числе измерений, т.е. при  $n \rightarrow \infty$ .

Опыт показывает, что случайные погрешности  $\Delta x$  подчиняются определенным закономерностям: отрицательные и положительные погрешности реализуются одинаково часто; малые погрешности встречаются чаще, чем большие, и т.д.

Пусть  $dn$  – число измерений, ошибки которых попали в интервал от  $\Delta x$  до  $\Delta x + d(\Delta x)$ , а  $n$  – общее число измерений, тогда  $\frac{dn}{n}$  будет вероятностью того,

что ошибки попали в указанный интервал, а  $\frac{dn}{nd(\Delta x)}$  будет плотностью

вероятности, т.е. вероятностью того, что ошибки попали в *единичный* интервал величины  $\Delta x$ . Эта величина, очевидно, зависит от  $\Delta x$ , поэтому ее зависимость от  $\Delta x$  носит название *функции распределения* плотности вероятности:

$$\frac{dn}{nd(\Delta x)} = f(\Delta x). \quad (1.2)$$

Введенная функция, согласно сказанному выше, должна удовлетворять таким условиям:

- 1)  $f(\Delta x) \geq 0$  – вероятность не может быть отрицательной;
- 2)  $f(-\Delta x) = f(\Delta x)$  – быть четной;

$$3) \int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta x) d(\Delta x) = 1 - \text{удовлетворяют условию нормировки.}$$

Получить какую угодно ошибку есть событие достоверное, а вероятность *всех* достоверных событий равна единице.

Таковыми свойствами обладает ряд функций, например:

$$1) f(\Delta x) = \frac{A}{1 + a(\Delta x)^2} - \text{формула Коши;}$$

$$2) f(\Delta x) = Ae^{-a(\Delta x)^2} - \text{функция Гаусса;}$$

$$3) f(\Delta x) = \frac{A}{e^{a(\Delta x)} + e^{-a(\Delta x)}} - \text{гиперболический секанс.}$$

В теории погрешностей выбрали вторую – функцию Гаусса, так как она подтверждается экспериментально и позволяет провести обработку экспериментальных данных до конца.

Если по оси абсцисс откладывать  $\Delta x$ , а по оси ординат –  $f(\Delta x)$ , то получим кривую, показанную на рис.1.1.

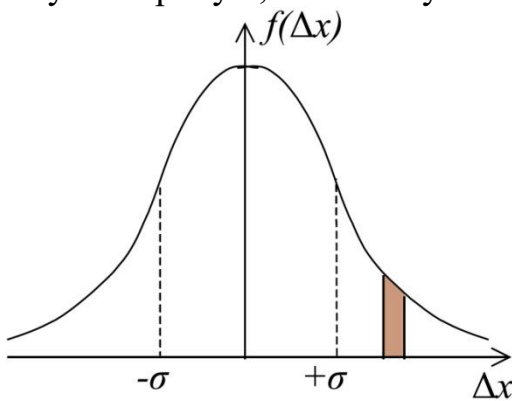


Рис. 1.1

Выбранная функция определяется двумя параметрами:  $A$  и  $a$ . Нетрудно понять, что параметр  $A$  определяет максимум функции при  $\Delta x = 0$ , второй параметр  $a$  определяет крутизну «горки», изображенной на рис.1.1. На практике вместо  $a$  вводят ширину «горки», которая определяется расстоянием между ординатами, проходящими через точки перегиба графика функции ( $\Delta x = \pm\sigma$  на рис. 1.1)

Выразим  $A$  и  $a$  через  $\sigma$ . Для этого приравняем вторую производную от функции  $f(\Delta x)$  к нулю. Из полученного уравнения найдем  $a = \frac{1}{2}\sigma^2$ . Так как  $f(\Delta x)$  – функция плотности вероятности, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\Delta x) d(\Delta x) = 1. \quad (1.3)$$

Из последнего уравнения получим, что  $A = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ .

Таким образом, закон нормального распределения Гаусса примет вид

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.4)$$

или

$$f(\Delta x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2(\Delta x)^2}, \quad (1.5)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия (мера рассеяния случайной величины),  $\sigma$  – средняя квадратичная погрешность измерений,  $h = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}}$  – мера точности.

**Целью** данной лабораторной работы является проверка выполнения закона нормального распределения случайных экспериментальных величин на механической модели (аналог доски Гамильтона).

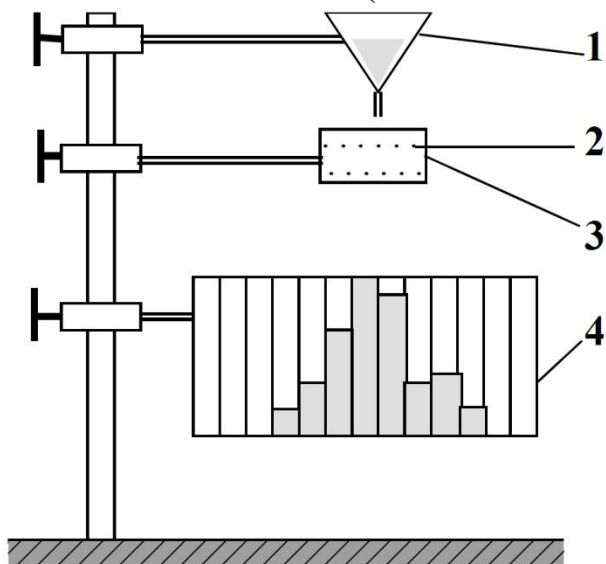


Рис. 1.2

**Описание прибора.** Сыпучий материал (пшено) из воронки 1 на рис. 1.2 высыпается через ряд сеток 2, отклоняющих частицы от вертикального направления. Рассыпаемое зерно собирается в ящике с узкими ячейками 4, давая представление о характере рассеяния случайных отклонений зерен от вертикали. Сетки располагаются в держателе 3 таким образом, чтобы одна из струн верхней сетки была помещена точно под отверстие воронки, а все остальные сетки смещены одна относительно другой на

половину периода сеток так, чтобы струна каждой сетки приходилась под середину промежутка предыдущей. При соударении частиц со струнами происходит элементарное отклонение вправо и влево с равной вероятностью. Величина отклонения случайна, и место, куда попадет конкретное зерно, – случайно. Таким образом, есть предположение, что здесь воспроизводится закон нормального распределения случайных отклонений от вертикали в плоскости, перпендикулярной щели воронки и струнам. Плоский ящик 4 имеет прозрачные стенки из плексигласа, на которых нанесены горизонтальные риски, позволяющие определить высоту уровня зерна в каждой ячейке.

**Измерения.** 1. В держатель 3 вставляется три или четыре сетки таким образом, чтобы центральная струна верхней сетки находилась под щелью воронки. Через воронку сыплют зерно до тех пор, пока центральные ячейки ящика 4 не наполнятся почти доверху. Измеряется уровень зерна  $y_i$  в каждой ячейке в условных единицах (число рисок) с точностью до десятых долей. Результаты измерений заносят в табл. 1.1.

Очевидно, что уровень зерна в  $i$ -той ячейке  $y_i$  пропорционален числу зерен, попавших в эту ячейку. Величина отклонения  $x_i$  есть расстояние  $i$ -той ячейки от средней, где число зерен максимально и координата которой принимается равной нулю, а интервал между ячейками  $\Delta x$  принимается за единицу.

2. Повторить опыт, бросив в воронку щепотку зерен, примерно 10...20 штук.

Таблица 1.1

$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^2 y_i$	$\frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x_i^2}$	$\frac{h}{\sqrt{\pi}} \left( \sum_i y_i \right) e^{-h^2 x_i^2}$
1	2	3	4	5	6
·					
·					
-2					
-1					
0					
+1					
+2					
·					
·					

**Обработка результатов.** 1. По данным табл. 1.1 строится гистограмма. Гистограмма – это столбчатая диаграмма, представляющая собой совокупность смежных прямоугольников. Площадь каждого прямоугольника пропорциональна числу зерен в ячейке (в нашем случае она равна  $y_i$ , так как ширина ячеек равна 1). В результате гистограмма будет иметь вид, подобно тому, как выглядят ячейки с зерном на рис.1.2.

2. На основании данных таблицы можно найти меру точности  $h$  закона нормального распределения. Определение меры точности данной серии случайных независимых величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , распределяющихся по нормальному закону, состоит в том, чтобы найти такое значение  $h$ , при котором появление данной серии величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$  будет наиболее вероятным. Здесь  $n$  – общее число зерен. Другими словами, нужно найти такую кривую нормального распределения, для которой данная серия объема  $n$  будет наиболее вероятной.

Из формулы (1.2) следует, что вероятность  $dp$  того, что ошибка попала в интервал шириной  $d(\Delta x)$ , равна  $f(\Delta x)d(\Delta x)$ . Она численно равна площади полоски, заштрихованной на рис.1.1. В нашем случае вероятность  $p(x_i)$  того, что зерно отклонилось на величину  $x_i$ , будет равна  $y_i(\Delta x)_i = y_i$ , так как  $(\Delta x)_i$  условно равно 1, и, следовательно,

$$p(x_i) = y_i = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x_i^2}. \quad (1.6)$$

Здесь принято, что  $\Delta x = 1$ , а все  $x_i$ , относящиеся к одной ячейке, считаются одинаковыми. Вероятность получить серию независимых  $x_1, x_2, \dots, x_n$  равна произведению вероятностей всех  $x_i$  (согласно теореме умножения вероятностей)<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Теорему умножения вероятностей можно проиллюстрировать следующим примером. При одном бросании «правильной» монеты вероятность выпадения «герба» и «решки» одинакова и равна

В нашем случае для  $n$  случайных событий  $x_i$  вероятность

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n = \left( \frac{h}{\sqrt{\pi}} \right)^n e^{-h^2(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)},$$

или

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left( \frac{h}{\sqrt{\pi}} \right)^n e^{-h^2 \sum x_i^2}, \quad (1.7)$$

По условию эта вероятность должна быть максимальна, т.е.  $\frac{dp}{dn} = 0$ .

Возьмем производную от выражения (1.7) и приравняем ее к нулю.

$$n \left( \frac{h}{\sqrt{\pi}} \right)^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \sum x_i^2} - \left( \frac{h}{\sqrt{\pi}} \right)^n e^{-h^2 \sum x_i^2} \cdot 2h \sum x_i^2 = 0.$$

Из этого уравнения найдем

$$h^2 = \frac{n}{2 \sum x_i^2}. \quad (1.8)$$

Здесь  $\sum x_i^2$  следует понимать как полную сумму  $n$  величин  $x_i^2$ . В каждой  $i$ -той ячейке  $n_i = ky_i$ , а  $n = \sum n_i = k \sum y_i$ . Поэтому

$$\sum x_i^2 = \sum x_i^2 ky_i. \quad (1.9)$$

Учитывая (1.9), окончательно получим

$$h = \sqrt{\frac{\sum y_i}{2 \sum x_i^2 y_i}}. \quad (1.10)$$

Чтобы вычислить  $h$ , надо заполнить столбцы 3 и 4 табл. 1.1. Вычислив  $h$ , заполните в табл. 1.1 столбец 5.

3. Постройте на отдельном листе график функции  $y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \sum x_i^2}$ . Путем

графического интегрирования найдите площадь под кривой функции между ординатами  $-\sigma$  и  $+\sigma$ , а также между  $-2\sigma$  и  $+2\sigma$ , принимая полную площадь под кривой за единицу.

4. Если для найденной меры точности построить кривую (1.6), то она не совпадет с экспериментальными данными, так как указанная функция нормирована к 1, а площадь экспериментальной гистограммы при  $\Delta x_i = 1$  составляет  $S = \sum y_i$ . Поэтому теоретическую функцию распределения нужно

брать с нормировочным коэффициентом  $A = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \sum y_i$ . Учитывая это, заполните

столбец 6 табл. 1.1 и постройте график теоретической кривой на том же листе, где нарисована гистограмма.

$P(r)=P(p)=0.5$ . При бросании двух монет возможны следующие события: гг, рр, гр, рг. Вероятность каждого из этих четырех равновероятных событий равна 0.25. Например,  $P(gr)=P(r) \cdot P(p)=0.5 \cdot 0.5=0.25$ .

5. Построить гистограмму по результатам опыта с небольшим числом частиц (по результатам п.2 раздела «Измерения»).

### **Контрольные вопросы**

1. Чему равна вероятность получения ошибки  $\Delta x = \sigma$  ?
2. Чему равна площадь под кривой нормального распределения?
3. Всегда ли при измерениях реализуется закон нормального распределения?
4. Как найти вероятность ошибки в интервале от  $-\Delta x$  до  $+\Delta x$  ?

### **Список рекомендуемой литературы**

1. *Физический практикум. Механика и молекулярная физика* / под ред. В.И. Ивероновой. М.: Наука, 1967. С. 316–324.
2. *Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика*. М.: Физматлит, 2006. С. 228–239.
3. *Методы физических измерений (лабораторный практикум по физике)* / отв. ред. Р.И. Солоухин. Новосибирск: Наука, 1975. С. 6–14.

## 2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 212

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА

**Принадлежности:** экспериментальная установка в сборе.

**Введение.** Лапласом<sup>3</sup> было установлено, что скорость распространения звуковых волн в газах описывается формулой

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (2.1)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – температура газа;  $\mu$  – молярная масса;  $\gamma$  – показатель адиабаты. Для *идеального газа* он равен отношению изобарной молярной теплоемкости к изохорной,

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (2.2)$$

**Цель работы.** Экспериментально определить скорость звука в воздухе и из формулы (2.1) найти для него показатель адиабаты.

Звуковые волны, распространяющиеся в газах, могут быть только *продольными*. Они представляют собой чередование сжатий (уплотнений) газа и его разрежений, «убегающих» от источника со скоростью  $v$ . Не удивительно, что такие волны называют бегущими.

Рассмотрим распространение упругих (звуковых) волн в длинной (длина много больше ее диаметра) трубе, заполненной воздухом. Пусть труба наглухо закрыта с торцов твердыми крышками. Звуковая волна будет распространяться вдоль оси трубы, попеременно отражаясь от крышек. Направим ось  $x$  вправо по оси трубы, начало оси поместим на левой крышке (рис.2.1). Рассмотрим сначала явления у *левого* конца трубы. На крышку падает пришедшая *справа* волна, отражается от нее и уходит в противоположном направлении.

Напишем уравнения двух плоских монохроматических волн с одинаковой амплитудой, распространяющихся в противоположных направлениях. Учтем, что при отражении *фаза* отраженной волны изменяется на некоторую величину  $\Delta\alpha$ .

$$\xi_1 = a \sin(\omega t + kx) \text{ – падающая волна,}$$

$$\xi_2 = a \sin(\omega t - kx - \Delta\alpha) \text{ – отраженная волна,}$$

где  $\xi$  – смещение частиц среды от равновесного положения;  $k$  – волновое число.

Эти волны будут интерферировать, и каждая частица воздуха будет участвовать в колебаниях, вызванных как падающей, так и отраженной волной, т.е. ее смещение будет суммой смещений от воздействия на частицу *обеих* волн.

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = a \sin(\omega t + kx) + a \sin(\omega t - kx - \Delta\alpha),$$

---

<sup>3</sup> Пьер Симон Лаплас (P.Laplace) – французский астроном, физик, математик (1749–1827).

$$\xi = 2a \cos\left(kx + \frac{\Delta\alpha}{2}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\Delta\alpha}{2}\right). \quad (2.3)$$

Полученное уравнение (2.3) не является уравнением бегущей волны, в котором фаза колебаний определяется комбинацией двух переменных  $t + \frac{x}{v}$ , а здесь они входят в уравнение порознь и фаза колебаний определяется только временем  $t$ . Такую волну называют *стоячей*, а уравнение (2.3) – *уравнением стоячей волны*.

Модуль выражения, стоящего перед знаком синуса, называется *амплитудой* стоячей волны, которая зависит только от координаты  $x$ .

$$A(x) = \left| 2a \cos\left(kx + \frac{\Delta\alpha}{2}\right) \right|. \quad (2.4)$$

Изменение фазы  $\Delta\alpha$  можно найти из граничных условий. Так как торцевые стенки жесткие, то смещение  $\xi$  частиц воздуха вблизи стенки всегда равно нулю, т.е.

$$A(0) = 0, \quad \text{или} \quad \cos\frac{\Delta\alpha}{2} = 0. \quad (2.5)$$

Отсюда получаем, что  $\Delta\alpha = \pi$ . Кроме того, амплитуда смещения, как это видно из выражения (2.4), будет равна нулю во всех точках, удовлетворяющих условию

$$kx_n + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{2}, \dots, (2n+1)\frac{\pi}{2}; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

Таким образом, в точках с координатами  $x_n = n\frac{\lambda}{2}$  колебаний не будет (рис.2.1). Эти точки называются *узлами* стоячей волны.

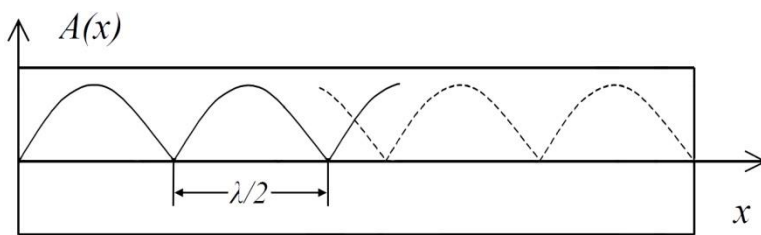


Рис. 2.1

В узлах частицы воздуха неподвижны все время. В частности, расположение узлов не меняется с течением времени. В этом отношении стоячая волна существенно отличается от бегущей волны,

где величина смещения частиц из положения равновесия (и в том числе нулевые смещения) с течением времени перемещаются вдоль оси  $x$ .

В точках, которые удовлетворяют условию

$$kx' + \frac{\pi}{2} = 0, \pi, 2\pi, \dots, n\pi; \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.7)$$

колебания, напротив, будут происходить с максимальной амплитудой, равной  $2a$ . Координаты их можно найти по формуле

$$x'_n = (2n-1)\frac{\lambda}{4}; \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

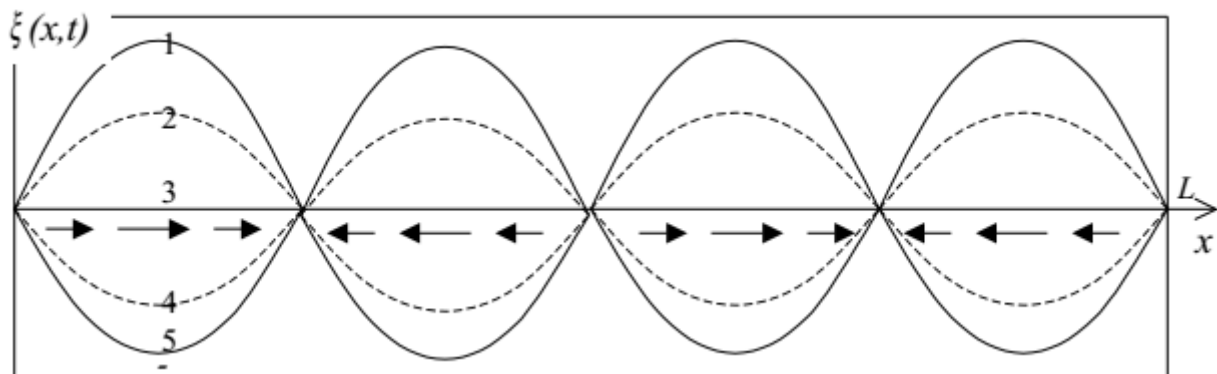


Эти точки называются *пучностями* стоячей волны. Нетрудно показать, что расстояния как между соседними узлами, так и между пучностями равны  $\lambda/2$ .

Аналогичные явления будут происходить и у правого конца трубы (см. рис. 2.1). В общем случае узлы и пучности, возникающие у правого конца трубы, могут не совпадать с узлами и пучностями, возникающими у левого края трубы. В этом случае колебания в трубе будут иметь нерегулярный характер. Стационарная стоячая волна может образоваться лишь в том случае, если исходящая от левого конца трубы бегущая волна после отражения от двух противоположных крышек трубы и прохождения пути  $2L$  возвращается в исходную точку и отражается с фазой, отличающейся от исходной волны (с учетом изменения фазы при отражениях) на  $2\pi n$ , где  $n$  – целое число. Поэтому условие образования в трубе стационарной стоячей волны в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$k\left(2L + 2\frac{\lambda}{2}\right) = 2\pi n, \quad (2.9)$$

т.е. когда длина трубы равна целому числу длин полуволн. В этом случае колебания будут иметь вид, представленный на рис. 2.2. Стрелки показывают направление смещения частиц воздуха  $\xi$  для момента времени  $t = 0$ .



**Рис. 2.2.** Волны смещения соответствуют моментам времени:  
 $1 - t = 0$ ;  $2 - t = T/8$ ;  $3 - t = T/4$ ;  $4 - t = 3T/8$ ;  $5 - t = T/2$ .

При отсутствии затухания колебания, изображенные на рис. 2.2, будут существовать неограниченно долго без постороннего источника, возбуждающего их. Подобные колебания называются собственными колебаниями системы или модами. Частоты собственных колебаний частиц среды в стоячей волне такого вида можно найти из условия

$$L = n\frac{\lambda}{2}, \quad \text{где } n - \text{целое число.}$$

Откуда следует, что длины волн собственных колебаний  $\lambda_n = \frac{2L}{n}$  и собственные частоты подчиняются соотношениям

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = v\frac{n}{2L}. \quad (2.10)$$

Интервалы между соседними частотами (гармониками) одинаковы и равны

$$\nu_n - \nu_{n-1} = \frac{v}{2L}. \quad (2.11)$$

Мы видим, что ограниченная с двух сторон упругая среда (подобные системы называются резонаторами) характеризуется бесконечным числом собственных частот (гармоник).

Если на левом конце трубы имеется источник звука, то, как следует из условия (2.9), при отражении от левого края трубы исходная волна, возвращаясь назад, совершает  $n$  полных колебаний, столько же колебаний за это время совершает и источник звука. Поэтому отражающаяся от левого края волна будет иметь ту же фазу, что и источник звука. При этом произойдет усиление звука, которое называется резонансом. Из рис. 2.2 видно, что в узлах волны смещения будут находиться пучности стоячей волны давления. Если на правом конце трубы (в пучности давления) установить микрофон, он будет регистрировать наибольшее давление (резонанс).

Таким образом, описанный резонатор можно использовать для измерения скорости звука в воздухе. Это можно осуществить двумя способами:

1. Изменяя длину трубы (фактически расстояние между источником и отражателем), измерить расстояние между двумя соседними пучностями при постоянной частоте звука, т.е.  $\Delta L = \frac{\lambda}{2}$ . Скорость звука в этом случае можно найти по формуле

$$v = 2\Delta L\nu. \quad (2.12)$$

2. При постоянной длине трубы, изменяя частоту генератора звука, найти расстояние между двумя соседними гармониками. В этом случае скорость звука находится по формуле

$$v = 2L(\nu_n - \nu_{n-1}). \quad (2.13)$$

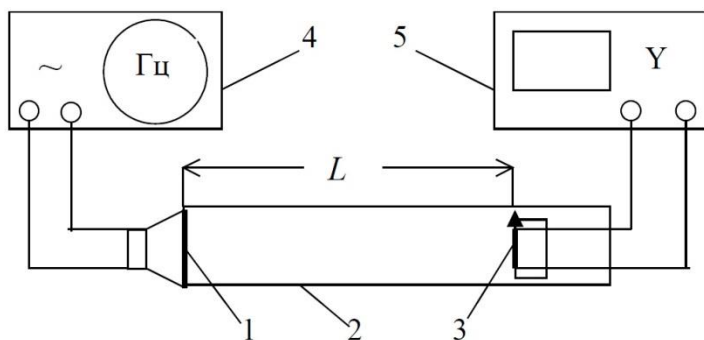


Рис. 2.3

#### Описание установки.

Экспериментальная установка схематически изображена на рис. 2.3. В одном конце металлической трубы 2 находится источник звука – телефон 1, мембрана которого колеблется под влиянием переменного электрического тока, получаемого от звукового генератора 4. Внутри трубы перемещается поршень 3, выполняющий роль отражателя звуковых волн. В него вмонтирован микрофон, воспринимающий звуковые колебания существующих перед ним волн. Электрические колебания от микрофона подаются на Y-вход электронного осциллографа 5, на экране которого возможно наблюдение этих колебаний и определение их амплитуды. Для измерения перемещения отражателя на трубе вдоль прорези закреплена измерительная линейка.

**Измерения.** Настройку генератора и осциллографа производит лаборант или преподаватель. Крутить ручки настройки, не оговоренные в инструкции, запрещается.

Убедитесь, что два провода от звукового генератора подведены к телефону, а два провода от микрофона – к осциллографу. Если чего-то нет – скажите об этом лаборанту.

1. Включить шнуры осциллографа и генератора в сеть переменного тока 220 В.

2. Тумблер звукового генератора перевести в положение «Вкл». Через 2-3 мин повернуть ручку «Регулятор выхода» по часовой стрелке до появления звука небольшой громкости.

3. Включить осциллограф тумблером «Сеть». Отрегулировать яркость и фокусировку изображения синусоиды. Ручками «Усиление» установить приемлемый размер изображения, поместив его в середине экрана регуляторами смещения луча по горизонтали  $\leftrightarrow$  и вертикали  $\updownarrow$ .

4. Установить какую-либо частоту генератора из диапазона от 600 до 2000 Гц, записать ее в табл. 2.1.

5. Поршень с микрофоном придвинуть возможно ближе к телефону. Синусоида должна занимать почти весь экран, но не выходить за его пределы. Медленно удаляя поршень, найти такое положение микрофона, при котором колебания на экране осциллографа становятся наибольшими по амплитуде. Назовем это положение «первым резонансом» и запишем его координату на линейке –  $L_1$ .

6. Продолжая медленно удалять микрофон, считать, сколько еще резонансов появилось. Записать номер последнего –  $n$ , а также его координату на линейке –  $L_n$ .

7. Так как резонансы наступают через равные промежутки  $\frac{\lambda}{2}$ , то на отрезке  $(L_n - L_1)$  таких промежутков будет  $(n - 1)$ . По формулам

$$\lambda = \frac{2(L_n - L_1)}{n - 1}, \quad (2.14)$$

$$v = \frac{2(L_n - L_1)}{n - 1} \cdot \nu, \quad (2.15)$$

вычислить длину волны  $\lambda$  и скорость звука  $v$ .

8. Изменить частоту звукового генератора и повторить измерения еще на 6-7 частотах из указанного выше диапазона.

9. Из всех полученных значений скорости звука найти среднее  $\bar{v}$ .

10. Вычислить полуширину доверительного интервала по формуле

$$\Delta v = t_{p,k} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{v} - v_i)^2}{k(k-1)}},$$

где  $t_{p,k}$  – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности  $p = 0.95$  и заданном числе измерений  $k$ . Несмотря на то что измерения скорости звука являются косвенными, полная погрешность результата находится, как при прямых измерениях. При этом оценивается лишь случайная погрешность. Это связано с тем, что условия опыта не повторяются и измерения приводятся для разных по величине частот звука и координат резонансов.

11. Записать окончательный результат в виде

$$v = \bar{v} \pm \Delta v$$

с указанием доверительной вероятности  $p = 0.95$  и температуры, при которой производились измерения.

12. Вычислить относительную погрешность  $E = \frac{\Delta v}{\bar{v}} \cdot 100\%$ .

13. Используя полученное выше значение средней скорости звука в воздухе при данных условиях и применяя формулу (2.1), найти показатель адиабаты  $\gamma$ .

14. Сравнить найденные значения скорости звука и показателя адиабаты с табличными при сопоставимых условиях.

**Таблица 2.1**

$t, ^\circ\text{C} =$

№ п/п	$\nu$ , Гц	$L_1$ , м	$L_n$ , м	$n$	$\lambda$ , м	$v$ , м/с	$(\bar{v} - v_i)$ , м/с	$(\bar{v} - v_i)^2$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>
1								
2								
...								

### Контрольные вопросы

1. Напишите уравнение прямой бегущей, отраженной и стоячей волн. Почему стоячая волна не уносит энергию от источника?

2. Какие стоячие волны образуются в закрытых и открытых трубах?

3. Как связана скорость распространения звуковых волн с упругими свойствами среды?

4. Почему процесс распространения звука в газах является адиабатическим?

5. Как определить, установились ли собственные колебания воздушного столба в той трубе, с которой вы экспериментировали?

6. Почему в данной работе рекомендуется определять расстояние между пучностями, а не между узлами стоячей волны?

### Дополнение

Пусть труба закрыта с левого конца, а правый конец ее открыт в атмосферу (рис. 2.4). В этом случае стоячие волны смещений возникают при условии

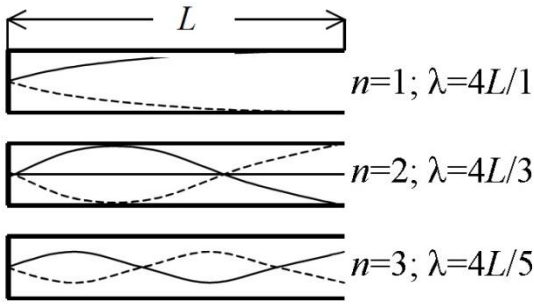


Рис. 2.4

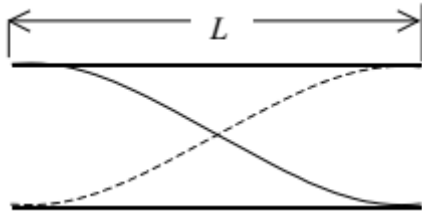


Рис. 2.5

$$k\left(2L + \frac{\lambda}{2}\right) = 2\pi n, \text{ откуда}$$

$$L = (2n - 1)\frac{\lambda}{4}, \text{ где } n = 1, 2, \dots$$

В трубе, открытой с обеих сторон (рис. 2.5), стационарная стоячая волна возникает при условии

$$k2L = 2\pi n, \text{ откуда}$$

$$L = n\frac{\lambda}{2}, \text{ где } n = 1, 2, \dots$$

Аналогичная ситуация будет и для свободного твердого стержня, если в нем возбудить продольные упругие волны звуковых частот (рис. 2.6).

Если стержень закрепит посередине, четные гармоники не возбуждаются и в этом случае

$$L = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

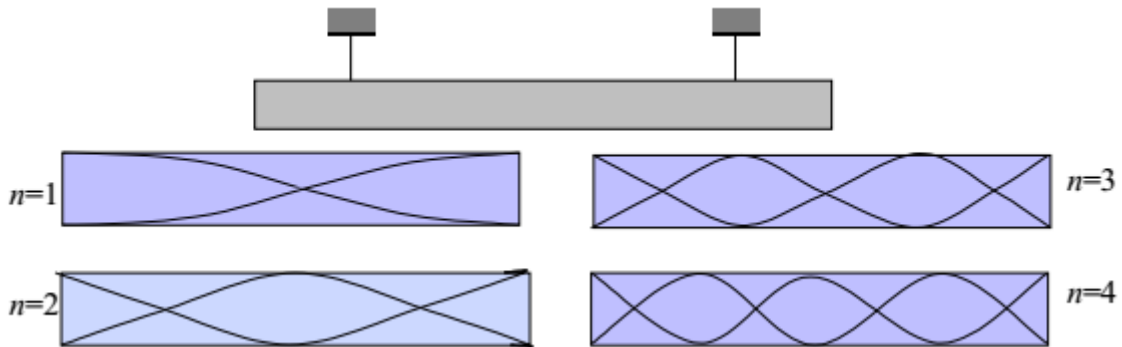


Рис. 2.6

### Список рекомендуемой литературы

1. Стрелков С.П. Механика. СПб.: Лань, 2005. §137–148.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. СПб.: Лань, 2005. §93, 94, 99, 102.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. §81–85.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ИЗ ЗАКОНА ПУАЗЕЙЛЯ<sup>4</sup>

**Приборы и принадлежности:** экспериментальная установка в сборе, капилляр, стакан, секундомер, термометр, технические весы.

**Введение.** При изучении гидродинамических явлений в жидкости часто требуется знать ее *коэффициент вязкости*  $\eta$ . Он является важной характеристикой жидкости, зависящей как от ее природы, так и от температуры.

Согласно формуле Ньютона сила внутреннего трения между двумя соседними соприкасающимися слоями, движущимися друг относительно друга,

$$f = \eta \frac{dv}{dn} \Delta S. \quad (3.1)$$

Величина  $\frac{dv}{dn}$  называется градиентом скорости. Градиент – это вектор, направленный в сторону наиболее быстрого возрастания физической величины, в данном случае – в сторону увеличения скорости слоев текущей жидкости. Поскольку градиент берется от скалярных величин, то в формуле (3.1) фигурирует изменение *модуля* скорости.

$\Delta S$  – элементарная площадка на поверхности соприкасающихся слоев, перпендикулярная градиенту скорости.

Найдем объем вязкой жидкости  $V$ , протекающей в ламинарном режиме через трубу радиуса  $R$  за время  $t$ . Рассмотрим горизонтальную (пока) цилиндрическую трубу длиной  $l$  (рис. 3.1). Пусть жидкость течет в направлении оси  $x$ .

Мысленно выделим внутри текущей жидкости цилиндрический слой длиной  $dl$  с внутренним радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ . При стационарном течении жидкости (т.е. скорость не изменяется со временем) согласно законам Ньютона сумма всех сил, действующих на выделенный цилиндрический слой, должна быть равна нулю. Будем считать, что равнодействующие всех сил приложены к центру масс  $C$  слоя.

Вдоль оси трубы на цилиндрический слой действуют

а) силы давления со стороны жидкости, находящейся слева и справа от выделенного объема;

б) силы трения на внешней и внутренней поверхности слоя, которые возникают на каждом элементе цилиндрических поверхностей, соприкасающихся с соседними текущими слоями (эти силы условно показаны в виде шести коротких стрелок на рис. 3.1).

<sup>4</sup> Жан Луи Мари Пуазейль (J.Poiseuille) – французский физиолог и физик (1799–1868).

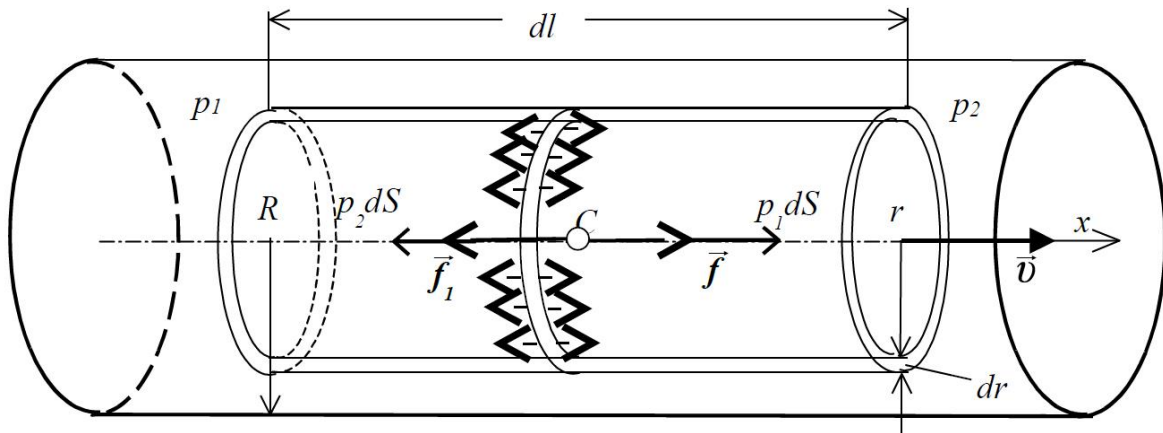


Рис. 3.1

Поскольку жидкость *внутри* цилиндрического слоя течет быстрее его, то равнодействующая сил трения  $\vec{f}$  (вышеупомянутых шести стрелок) направлена в сторону движения самого слоя. В соответствии с формулой (3.1) ее величина такова:

$$f = \eta \frac{dv}{dr} 2\pi r dl, \quad (3.2)$$

где  $2\pi r dl$  – площадь соприкосновения «трущихся» слоев, т.е. площадь *внутренней боковой* поверхности цилиндрического слоя.

С внешней стороны на слой также действуют силы трения. Так как внешние слои жидкости, расположенные ближе к неподвижной стенке трубы, движутся медленнее цилиндрического слоя, то они его притормаживают, поэтому их равнодействующая  $\vec{f}_1$  направлена в сторону, противоположную направлению движения слоя, и равна

$$\vec{f}_1 = \vec{f} + d\vec{f}. \quad (3.3)$$

Сумма  $\vec{f}$  и  $\vec{f}_1$  в проекции на ось  $x$ , которую мы направили вдоль оси трубы в сторону течения жидкости, равна

$$\begin{aligned} -f_1 + f &= -(f + df) + f = -df, \\ -df &= -2\pi\eta dl \cdot d\left(r \frac{dv}{dr}\right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Так как выделенный слой жидкости течет с постоянной скоростью, то силы вязкого трения должны быть уравновешены силами давления на его торцевые поверхности, площадь которых равна  $2\pi r dr$ .

$$-2\pi\eta dl \cdot d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = p_1 2\pi r dr - p_2 2\pi r dr,$$

или

$$d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = -\frac{p_1 - p_2}{\eta dl} r dr. \quad (3.5)$$

Разность давлений в выбранных сечениях обозначим  $dp$ ,  $p_1 - p_2 = dp$ .

Проинтегрируем последнее уравнение:

$$r \frac{dv}{dr} = -\frac{dp}{\eta dl} \cdot \frac{r^2}{2} + C,$$

или

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{dp}{2\eta dl} r + \frac{C}{r}. \quad (3.6)$$

Поскольку на стенке трубы скорость течения равна нулю, а на оси трубы она максимальна, то при  $r=0$ ,  $\frac{dv}{dr} = 0$  (условие экстремума). Это условие выполняется, если в уравнении (3.6)  $C = 0$ . Перепишем уравнение (3.6) так:

$$dv = -\frac{dp}{2\eta dl} r dr. \quad (3.7)$$

Чтобы найти зависимость  $v = v(r)$ , проинтегрируем написанное дифференциальное уравнение (3.7). Получается

$$v = -\frac{dp}{2\eta dl} \frac{r^2}{2} + C_1. \quad (3.8)$$

Константу интегрирования  $C_1$  найдем из второго граничного условия: при  $r = R$  (на внутренней стенке трубы) скорость  $v = 0$ .

$$C_1 = \frac{dp}{2\eta dl} \frac{R^2}{2}. \quad (3.9)$$

В результате скорость жидкости как функция расстояния от оси трубы  $r$  приобретает следующий вид:

$$v = \frac{1}{4\eta} \frac{dp}{dl} (R^2 - r^2). \quad (3.10)$$

Величина  $\frac{dp}{dl}$  называется градиентом давления.

Таким образом, скорость течения вязкой жидкости в цилиндрической трубе зависит от  $r$  – расстояния слоя до оси трубы. Скорость течения вязкой жидкости имеет так называемый параболический профиль.

Рассмотрим ту же трубу, но расположенную под некоторым углом  $\alpha$  к горизонту (рис. 3.2). Наклонная труба для жидкости – то же самое, что наклонная плоскость для скользящего по ней твердого тела.

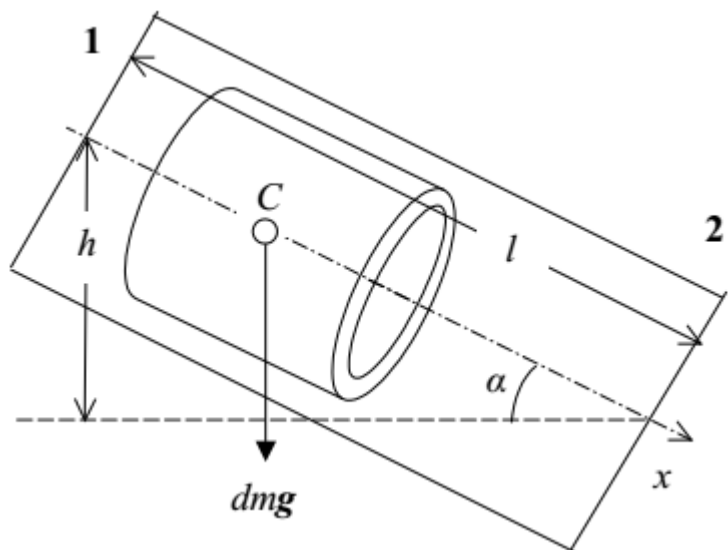


Рис. 3.2



Рассмотрим объем жидкости в пределах прежнего цилиндрического слоя. Обозначим его массу  $dm$ .

К прежнему уравнению (3.5) в проекции на ось  $x$  должна быть добавлена составляющая силы тяжести  $dm \cdot g \sin \alpha$ , отчего уравнение принимает вид

$$-2\pi\eta dl \cdot d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = p_1 2\pi r dr - p_2 2\pi r dr + dm \cdot g \sin \alpha, \quad (3.11)$$

где  $dm = \rho \cdot 2\pi r dr$ ,  $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ ,  $\rho$  – плотность жидкости. Тогда

$$d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = -\frac{p_1 - p_2}{\eta dl} \cdot r dr - \frac{\rho g}{\eta} r dr \cdot \frac{h}{l},$$

или

$$d\left(r \frac{dv}{dr}\right) = -\left(\frac{p_1 - p_2}{\eta dl} + \frac{\rho g}{\eta} \cdot \frac{h}{l}\right) r dr. \quad (3.12)$$

Из условий опыта следует (см. схему установки на рис.3.3), что  $p_2 = p_{атм}$ , так как жидкость выливается в среду с атмосферным давлением. На входе жидкости в трубу давление  $p_1 = p_{атм} + \rho g H$ . Таким образом, перепад давлений между концами трубы длиной  $l$  равен  $p_1 - p_2 = \rho g H$ .

Решая уравнение (3.12) аналогично решению уравнения (3.5), получим следующую формулу скорости вязкой жидкости в цилиндрической *наклонной* трубе:

$$v = \frac{\rho g}{4\eta l} (H + h) (R^2 - r^2). \quad (3.13)$$

Объем жидкости  $dV$ , вытекшей из цилиндрического слоя за время  $t$ , зависит как от площади *сечения слоя*  $dS = 2\pi r dr$ , так и от скорости жидкости в нем  $v = v(r)$ , определяемой формулой (3.13):

$$dV = 2\pi r dr \cdot vt. \quad (3.14)$$

Чтобы найти объем жидкости  $V$ , протекшей через *всю* трубу за это время, нужно вычислить интеграл по *всему сечению трубы*, а именно:

$$V = \int_0^R 2\pi r dr \cdot \frac{\rho g}{4\eta l} (H + h) (R^2 - r^2) t,$$

или

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \rho g (H + h) t. \quad (3.15)$$

Формула (3.15), полученная Пуазейлем и Стоксом, носит название закона Пуазейля.

Из формулы (3.15) можно определить коэффициент вязкости жидкости  $\eta$ , так как

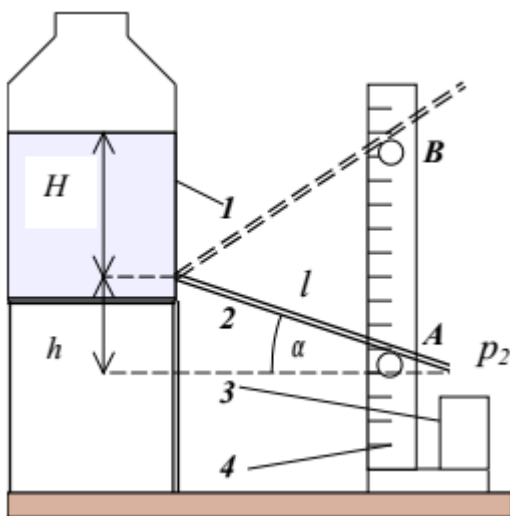


Рис. 3.3

все остальные величины, входящие в нее, поддаются непосредственному измерению. Такой метод определения коэффициента вязкости является абсолютным:

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8Vl} \rho g (H + h)t. \quad (3.16)$$

Нужно иметь в виду, что формула (3.15) справедлива лишь для ламинарного течения жидкости (число Рейнольдса  $Re < 1000$ , где  $Re = \frac{\rho v r}{\eta}$ ).

Чтобы обеспечить этот режим, в опыте применяется длинная трубка малого диаметра – капилляр.

Поскольку коэффициент вязкости жидкости зависит от ее температуры, то при проведении опытов необходимо измерить температуру и полученные результаты привести с ее указанием.

**Целью** работы является овладение абсолютным способом измерения коэффициента вязкости жидкости с использованием формулы расхода.

**Описание установки.** Экспериментальная установка (рис.3.3) состоит из стеклянного сосуда **1** с дистиллированной водой. К нему посредством короткого резинового шланга присоединен капилляр **2**, по которому вода может стекать в стакан **3**, если капилляр опирается на нижний упор **A** стойки **4**. Поскольку положение упора можно изменять, то имеется возможность не только придавать капилляру различные углы наклона (изменять  $h$ ), но и располагать его горизонтально. Когда течение жидкости нужно прекратить, конец капилляра следует переложить на опору **B**.

**Измерения.** 1. Измерьте длину  $l$  и внутренний радиус  $R$  капилляра и запишите в табл. 3.1. Укрепите свободный конец капилляра на опоре **B** стойки.

2. Измерьте линейкой величины  $H$  и  $h$  (рис.3.3), обратите внимание на то, чтобы уровень воды  $H$  в сосуде был не менее половины его высоты. Если воды недостаточно – подлейте. В нерабочем состоянии держите капилляр на опоре **B** стойки.

3. Измерьте термометром температуру воды  $t^\circ$  в сосуде. Выясните, равна ли она комнатной температуре в данный момент?

4. Взвесьте на технических весах пустой стакан и запишите его массу  $m_0$  в табл. 3.1.

5. Переложите капилляр на опору **A**, подставьте под него взвешенный стакан.

6. Ослабьте зажим на входе воды в капилляр. Как только струйка воды начала течь в стакан – пустите в ход секундомер.

7. Когда в стакан натечет примерно 100 мл воды, перекройте пальцем ее течение из капилляра и одновременно остановите секундомер. Поднимите капилляр и поместите его конец на верхнюю опору **B**.

8. Для нахождения объема  $V$  воды, протекшей за время  $t$  через капилляр, взвесьте тот же стакан с набравшейся в него водой –  $m$ , после взвешивания слейте ее обратно в сосуд **1**.

9. Плотность воды при данной температуре выпишите из справочной таблицы.

10. Повторите опыт 3–5 раз, варьируя местоположение нижней опоры  $A$ , записывайте каждый раз  $h, H$ .

**Обработка результатов измерений.** 1. По формуле (3.16) найдите величину коэффициента вязкости воды  $\eta$  для каждого измерения.

2. Вычислите погрешность результата по формуле, взяв доверительную вероятность  $p = 0.95$ :

$$\Delta\eta = t_{p,k} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (\bar{\eta} - \eta_i)^2}{k(k-1)}}.$$

3. Окончательный результат представьте в стандартном виде с указанием доверительной вероятности  $p$ :

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta.$$

Рядом запишите температуру воды, при которой получен результат.

4. Вычислите относительную погрешность  $E = \frac{\Delta\eta}{\bar{\eta}} \cdot 100\%$ .

5. Сравните найденное значение коэффициента динамической вязкости воды с табличным значением при данной температуре.

**Таблица 3.1**

$m_0 =$		$R =$	$l =$		$t^\circ =$	$\rho =$		
№ п/п	$h$	$H$	$m$	$V$	$t$	$\eta$	$(\bar{\eta} - \eta_i)$	$(\bar{\eta} - \eta_i)^2$
1								
2								
3								
...								
Сред.								
$\Sigma$								

### Контрольные вопросы

1. Что такое идеальная жидкость и что такое реальная?

2. Напишите формулу Ньютона для силы вязкого трения и поясните значение всех входящих в нее величин. Дайте определение коэффициента вязкости, выведите его размерность.

3. Выведите формулу скорости ламинарного течения вязкой жидкости в цилиндрической трубе. Нарисуйте профиль скорости в ней. Каков профиль скорости идеальной жидкости?

4. Что такое число Рейнольдса? Какими величинами оно определяется? (Длина трубы в их число не входит). Почему же в работе оговаривается, что капилляр берется длинный?

5. Выведите формулу Пуазейля для объема жидкости, протекшей через цилиндрическую трубу за одну секунду (формулу расхода).

6. Нарисуйте схематически экспериментальную установку. Что в ходе данной работы необходимо измерить, чтобы определить коэффициент вязкости жидкости данным методом?

7. Почему вместо объема вытекающей воды предлагается определять ее массу?

#### **Список рекомендуемой литературы**

1. *Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А.* Курс общей физики. Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. С.307–316.
2. *Фриш С.Э., Тиморева А.В.* Курс общей физики. СПб.: Лань, 2006. Т.1, §39.
3. *Стрелков С.П.* Механика. СПб.: Лань, 2005. С.376–381.
4. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика, молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. § 75–77.
5. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.1. Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. §96–97.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ РАСТВОРОВ КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

**Приборы и принадлежности:** вискозиметр<sup>5</sup> капиллярный в пассивном термостате, испытуемые растворы, секундомер, термометр, резиновая груша.

**Введение.** Если в текущей жидкости соседние слои имеют различную скорость, то между ними возникает сила внутреннего (вязкого) трения, определяемая законом Ньютона:

$$f = \eta \frac{dv}{dn} \Delta S, \quad (4.1)$$

где  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения (или коэффициент вязкости);  $\frac{dv}{dn}$  – градиент скорости – это вектор, который направлен в сторону наибыстрейшего возрастания скорости слоев текущей жидкости;  $\Delta S$  – элементарная площадка на поверхности соприкосновения слоев, перпендикулярная градиенту скорости.

Если течение жидкости *ламинарное* (слоистое) и *установившееся* (скорость движения отдельных слоев не меняется со временем), то зависимость объема жидкости, протекающей через трубу за время  $t$ , от ее радиуса  $R$ , длины  $l$  и перепада давления  $\Delta p$  на концах трубы определяется законом Пуазейля (см. «Введение» к работе № 221):

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \Delta p t. \quad (4.2)$$

Закон Пуазейля используется для определения коэффициента вязкости жидкости. Однако процедура нахождения  $\eta$  требует значительного количества испытуемой жидкости (порядка литра) и знания других физических величин ( $V$ ,  $R$ ,  $l$ ,  $t$ ,  $\Delta p$ ). В связи с этим она становится довольно трудоемкой, требует длительного времени для производства измерений и поэтому не всегда применима.

На том же законе Пуазейля основан другой, более простой и менее затратный относительный метод определения коэффициента вязкости, использующий специальный прибор – *капиллярный вискозиметр*. Для работы с капиллярным вискозиметром требуется около 10 мл испытуемой жидкости и измерения проводятся сравнительно быстро. Он особенно хорош для проведения многочисленных рутинных измерений. Однако для его применения требуется наличие так называемой *эталонной жидкости*, коэффициент вязкости и плотность которой известны с высокой точностью. Поскольку этот метод относительный, то, как всякий относительный метод, он точнее, чем абсолютный. Точность достигает 0.1%.

Запишем закон Пуазейля дважды: первый раз для испытуемой жидкости:

<sup>5</sup> Вискозиметр – от лат. *viscosus* (вязкий).

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \Delta p t, \quad (4.3)$$

второй раз – для эталонной жидкости:

$$V = \frac{\pi R^4}{8\eta_0 l} \Delta p_0 t_0. \quad (4.4)$$

Заставим одинаковый объем  $V$  обеих жидкостей последовательно протечь по одному и тому же капилляру, засекая в обоих случаях время истечения  $t$ ,  $t_0$ . Приравняв правые части уравнений (4.3) и (4.4), получим

$$\frac{\Delta p t}{\eta} = \frac{\Delta p_0 t_0}{\eta_0},$$

откуда определим неизвестный коэффициент вязкости испытуемой жидкости

$$\eta = \eta_0 \frac{\Delta p}{\Delta p_0} \frac{t}{t_0}. \quad (4.5)$$

Поскольку течение через капилляр вискозиметра происходит под действием гидростатического давления столбика жидкости, то

$$\Delta p = \rho g h, \quad \Delta p_0 = \rho_0 g h_0, \quad (4.6)$$

где  $\rho$ ,  $h$  – плотность и высота столба испытуемой жидкости,  $\rho_0$ ,  $h_0$  – то же эталонной.

Так как в опытах берутся столбики жидкости обязательно одинаковой высоты ( $h = h_0$ ), то в формуле (4.5) вместо отношения перепадов давлений останется отношение плотностей этих жидкостей:

$$\eta = \eta_0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{t}{t_0}. \quad (4.7)$$

Таким образом, зная время истечения двух сравниваемых жидкостей и их плотности, можно найти коэффициент вязкости исследуемой жидкости, взяв коэффициент  $\eta_0$  эталонной жидкости из справочных таблиц при той температуре, при которой проводился текущий эксперимент.

О вязкости испытуемой жидкости можно говорить и в терминах относительной вязкости, имея в виду число, показывающее, во сколько раз коэффициент ее вязкости больше или меньше вязкости эталонной жидкости в идентичных условиях, –  $\frac{\eta}{\eta_0}$ .

**Целью** работы является овладение методикой определения коэффициента вязкости капиллярным вискозиметром, а также изучение зависимости коэффициента вязкости от концентрации растворов.

**Устройство капиллярного вискозиметра.** Вискозиметр такой конструкции предложил Оствальд<sup>6</sup>. Вискозиметр представляет собой U-образную стеклянную трубку (рис. 4.1). Широкое колено 1 заканчивается в

<sup>6</sup> Вильгельм Фридрих Оствальд (W. Ostwald) – немецкий химик (1853–1932). Нобелевская премия 1909 г.

нижней части расширением 2, являющимся резервуаром для испытуемой жидкости. Другое колено содержит капилляр 3 калиброванного сечения, имеющий в верхней части два резервуара – 4 и 5. Выше и ниже резервуара 4 имеются две риски (метки) *m* и *n*, между которыми помещается определенный объем испытуемой жидкости. Время истечения этого объема измеряется в ходе работы.

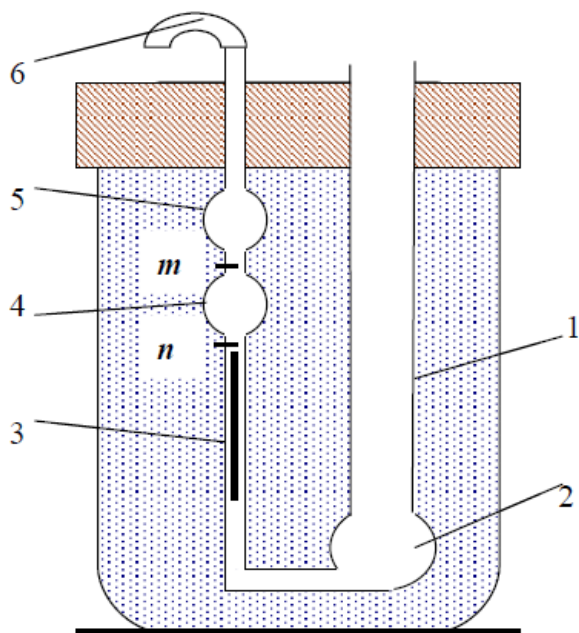


Рис. 4.1

Испытуемая жидкость вводится в вискозиметр через конец широкой трубки 1 с помощью вороночки с тонким кончиком. Ее количество доводится до метки, нанесенной на широкую часть резервуара 2. Через резиновую трубку 6 с помощью резиновой груши втягивается воздух, и уровень жидкости в левом колене поднимается выше метки *m*, примерно до середины резервуара 5. После этого груша отсоединяется, уровень жидкости начинает опускаться, жидкость стекает вниз через капилляр. Когда уровень опускающейся жидкости проходит мимо метки *m*, пускают в ход секундомер, когда

мениск проскакивает нижнюю метку *n*, секундомер останавливают. Таким образом, секундомер показывает время истечения объема жидкости, заключенной между метками.

Вискозиметр помещается в сосуд с водой, играющий роль пассивного термостата. Благодаря большой теплоемкости воды в сосуде ее температура за время проведения измерений практически не изменяется.

**Измерения.** 1. Перед измерениями необходимо тщательно промыть вискозиметр дистиллированной водой, а затем сполоснуть небольшим количеством испытуемой жидкости, вылив ополоски в канализацию.

2. Через широкое колено вискозиметра 1 залейте с помощью вороночки (а не груши; груша всегда должна быть сухой!) испытуемую жидкость, чтобы ее уровень достиг отметки на стенке резервуара 2. Запишите в табл. 4.1 концентрацию *C* влитого раствора.

3. Присоедините к трубке 6 сжатую резиновую грушу и затем, отпустив ее, следите за подъемом жидкости и поступлением ее в резервуар 4. Когда уровень жидкости достигнет середины второго расширения 5 на капиллярном колене, грушу аккуратно отсоедините. Теперь уровень жидкости начнет понижаться, поэтому нужно следить за ним. Приготовьтесь включить секундомер.

4. Как только уровень жидкости сравняется с меткой *m*, пустите секундомер в ход. Когда мениск достигнет метки *n*, остановите секундомер. Чтобы точнее засечь момент прохождения меток, глаз наблюдателя должен

находиться на одном уровне с метками. Запишите показание секундомера  $t$  в табл. 4.1.

5. Повторите измерение времени  $t$  истечения этого раствора не менее трех раз, чтобы потом можно было усреднить результаты измерений.

6. Проведите такие же измерения со всеми предложенными растворами.

7. Проведите не менее трех раз аналогичные измерения с эталонной жидкостью. В данной работе эталоном является дистиллированная вода. Эти результаты запишите в табл. 4.2.

8. Измерьте температуру воды в термостате, считая, что испытуемые жидкости имеют такую же.

9. Выпишите из справочных таблиц (они имеются у лаборанта) плотность используемых растворов  $\rho$  при соответствующих концентрациях, плотность воды  $\rho_0$  и ее коэффициент вязкости  $\eta_0$  при той температуре, при которой проведены Ваши измерения.

**Таблица 4.1**

№ п/п	$C$	$\rho$	$t$	$(\bar{t} - t_i)$	$(\bar{t} - t_i)^2$	$\eta$
1						
2						
3						
...						
Сред.						
$\Sigma$						

**Таблица 4.2**

№ п/п	$t$ °C	$\rho_0$	$\eta_0$	$t_0$	$(\bar{t}_0 - t_{0i})$	$(\bar{t}_0 - t_{0i})^2$
1						
2						
3						
...						
Сред.						
$\Sigma$						

**Обработка результатов.** 1. Вычислите коэффициент вязкости по формуле (4.7), подставив в нее средние значения  $\bar{t}_0$  и  $\bar{t}$ .

2. Вычислите относительную погрешность определения коэффициента вязкости по приведенной ниже формуле, в которой учитывается только погрешность определения времени истечения обеих жидкостей. Погрешности других величин, входящих в формулу (4.7), не учтены, потому что эти величины известны с гораздо большей точностью.

$$\frac{\Delta\eta}{\bar{\eta}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta t}{\bar{t}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_0}{\bar{t}_0}\right)^2},$$



где

$$\Delta t = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{t} - t_i)^2},$$
$$\Delta t_0 = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{t}_0 - t_{0i})^2},$$

$n$  – число измерений для каждого раствора.

3. Окончательный результат для каждого  $j$ -того раствора с указанием его концентрации запишите в стандартном виде

$$\eta_j = \bar{\eta}_j \pm \Delta \eta_j, \text{ при } p = 0.95.$$

4. Постройте график зависимости коэффициента вязкости растворов от их концентрации  $C$ .

### Контрольные вопросы

1. Что называется коэффициентом вязкости, каков его физический смысл?
2. Поясните сущность метода определения коэффициента вязкости капиллярным вискозиметром. Выведите рабочую формулу. Покажите на схематическом рисунке вискозиметра высоту гидростатического столбика, давление которого приводит к течению жидкости в капилляре.
3. Нарисуйте схематически капиллярный вискозиметр и поясните назначение всех его деталей.
4. С какой целью вискозиметр помещается в сосуд с водой? Как зависит вязкость жидкости от температуры?
5. Какие достоинства и недостатки имеет данный способ определения коэффициента вязкости по сравнению с другими, известными Вам, методами?
6. Построив график зависимости коэффициента вязкости растворов от их концентрации, объясните полученный результат.

### Список рекомендуемой литературы

1. *Физический практикум. Механика и молекулярная физика* / под ред. В.И. Ивероновой. М.: Наука, 1967. С. 230–232.
2. *Стрелков С.П.* Механика. СПб.: Лань, 2005. С.376–381.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика, молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §75–77.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА В ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

**Приборы и принадлежности:** цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью в пассивном термостате, шарики из сплава Вуда (или иного вещества), инструментальный микроскоп, секундомер.

**Введение.** При движении одного тела по поверхности другого между ними возникает сила трения, направленная в сторону, противоположную движению рассматриваемого тела. Подобная ситуация возникает и при движении жидкости. Между соседними слоями жидкости, движущимися с разными скоростями, возникает *сила внутреннего трения*  $f$  (ее также называют *силой вязкого трения*), которая *определяется формулой Ньютона*

$$f = \eta \frac{dv}{dn} \Delta S, \quad (5.1)$$

где  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения жидкости (или коэффициент динамической вязкости);  $\frac{dv}{dn}$  – градиент скорости, вектор, направленный перпендикулярно вектору скорости в направлении наиболее быстрого ее увеличения;  $\Delta S$  – элементарная площадка на поверхности соприкосновения смежных «трущихся» слоев жидкости (она расположена перпендикулярно градиенту скорости).

На рис. 5.1 схематически показан твердый шарик, движущийся вниз со скоростью  $\vec{v}_1$  в безграничной жидкой среде. Как показывает опыт, на поверхности тела, смачиваемого данной жидкостью, всегда существует прилипший слой этой жидкости, движущийся вместе с телом с той же скоростью  $\vec{v}_1$ . Поэтому имеет место трение *между этим слоем и слоями жидкости*, окружающими шарик.

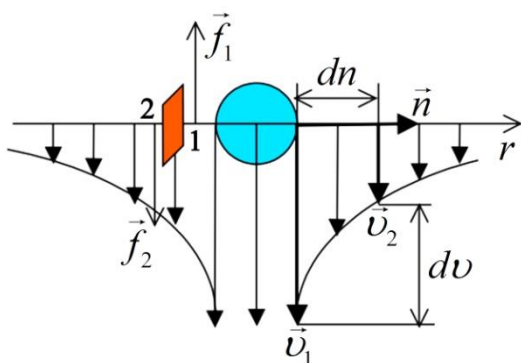


Рис. 5.1

Кроме векторов скорости нескольких слоев жидкости на рис. 5.1 проведена огибающая, которая дает представление о *профиле* скорости вязкой жидкости в окрестности утопающего шарика.

На границе смежных слоев жидкости изображена некоторая площадка, расположенная параллельно вектору скорости течения жидкости (перпендикулярно градиенту скорости, направленному против нормали  $\vec{n}$ ).

На слой жидкости 2, находящийся слева от площадки, действует касательная сила  $\vec{f}_2$  в направлении течения. На слой жидкости 1 действует тормозящая сила (сила внутреннего трения)  $\vec{f}_1$  со стороны медленнее движущегося слоя 2,

направленная в сторону, противоположную движению слоя  $l$  и шарика, являющегося в данном случае причиной перемещения слоев жидкости. Таким образом, на шарик действует сила сопротивления, препятствующая его движению вниз. Формула (5.1) справедлива при *ламинарном* (слоистом) обтекании твердого тела жидкостью.

Коэффициент вязкости  $\eta$  является важной характеристикой жидкости. Он зависит прежде всего от природы жидкости и ее температуры. Физический смысл коэффициента вязкости и его размерность можно установить на основании формулы Ньютона (5.1).

Рассмотрим условия проведения эксперимента. Опустим твердый шарик в сосуд, в котором находится неподвижная жидкость. Поперечные размеры сосуда значительно больше радиуса шарика. Если плотность материала шарика больше плотности жидкости, шарик начнет тонуть. При своем движении вниз он увлекает за собой прилегающие слои жидкости так, как это рассмотрено выше.

Вычислить силу сопротивления, действующую на тело *произвольной* формы, движущееся в *вязкой* среде (жидкости или газе), не просто. Кроме формы тела для силы сопротивления имеет значение, каков характер движения жидкости в окрестности движущегося тела – ламинарный или турбулентный. Это определяется числом Рейнольдса  $Re$ :

$$Re = \frac{\rho_{ж} v r}{\eta}. \quad (5.2)$$

Для тел сферической формы радиуса  $r$ , движущихся со скоростью  $v$  относительно безграничной среды плотностью  $\rho_{ж}$  и вязкостью  $\eta$ , критическое значение числа Рейнольдса  $Re_{кр}$  составляет 0.5. Если для какого-то конкретного опыта  $Re > Re_{кр}$ , то обтекание будет турбулентным (завихренным), если же  $Re < Re_{кр}$  – то ламинарным (слоистым).

В случае ламинарного обтекания шарика Стокс<sup>7</sup> нашел силу сопротивления его движению в вязкой среде, которая определяется формулой, называемой формулой Стокса:

$$F = 6\pi\eta r v. \quad (5.3)$$

Таким образом, на шарик, медленно погружающийся в жидкость, действуют три силы (рис. 5.2):

1. Сила тяжести

$$F_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g,$$

где  $\frac{4}{3} \pi r^3$  – объем шарика;  $\rho$  – плотность материала, из которого он изготовлен;  $g$  – ускорение свободного падения.

<sup>7</sup> Джордж Габриэль Стокс (G. Stokes) – английский физик и математик (1819–1903).

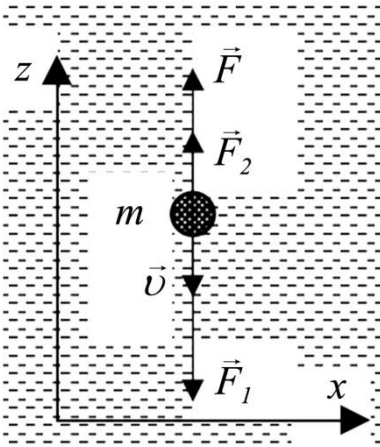


Рис. 5.2

## 2. Выталкивающая сила (сила Архимеда)

$$F_2 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{жс} g,$$

где  $\rho_{жс}$  – плотность жидкости, в которую погружен шарик.

3. Сила сопротивления  $F$ , обусловленная вязким трением (5.3).

Все три силы направлены вдоль одной прямой – вертикали. Уравнение движения шарика в проекции на вертикальную ось  $z$  имеет следующий вид (проекции на оси  $x, y$  тождественно равны нулю):

$$m \frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 - F,$$

или

$$ma = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_{жс}) g - 6\pi\eta r v. \quad (5.4)$$

В момент погружения шарика в жидкость начальную скорость можно считать равной нулю, а дальнейшее движение – ускоренным. По мере увеличения скорости шарика сила сопротивления возрастает, ускорение  $a = \frac{dv}{dt}$  уменьшается. Это происходит до тех пор, пока шарик не достигнет такой скорости  $v_*$ , при которой сумма трех сил станет равной нулю. С этого момента и ускорение станет равным нулю. Тогда уравнение (5.4) примет следующий вид:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_{жс}) g - 6\pi\eta r v_* = 0. \quad (5.5)$$

Из этого уравнения можно определить коэффициент вязкости жидкости  $\eta$ , так как все остальные величины, входящие в него, могут быть найдены экспериментально:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_{жс})gr^2}{9v_*}. \quad (5.6)$$

Радиус шарика  $r$  заменим диаметром  $D/2$ , а скорость равномерного движения  $v_*$  выразим через отрезок пути  $z$  (см. рис. 5.3) и время прохождения шариком этого участка  $t$ , тогда  $v_* = z/t$ . Теперь соотношение (5.6) приобретает вид рабочей формулы для обработки измерений:

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_{жс})g}{18z} D^2 t = AD^2 t, \quad (5.7)$$

где коэффициент  $A$  объединил в себе те величины, которые не изменяются в условиях данного опыта, и его можно (и нужно) вычислить заранее.

**Целью** работы является изучение динамики движения тела в вязкой среде и на основании этого определение коэффициента вязкости жидкости *методом Стокса*.

**Описание установки.** Установка состоит из стеклянного цилиндрического сосуда, наполненного исследуемой жидкостью (раствор глицерина в воде или какое-либо масло – это указано непосредственно на установке). На боковой поверхности сосуда имеются две горизонтальные метки *a* и *б*, расположенные друг от друга на расстоянии *z* (рис. 5.3). Метка *a* установлена на таком расстоянии от поверхности, что при приближении к ней шарики успевают приобрести постоянную скорость падения  $v_*$  (ее место определяется опытным путем или рассчитывается). Цилиндр с исследуемой жидкостью помещается в сосуд большого объема, заполненный водой. Благодаря значительной массе воды теплоемкость водной оболочки большая, поэтому она играет роль пассивного термостата, обеспечивающего поддержание практически постоянной температуры на протяжении всех измерений.

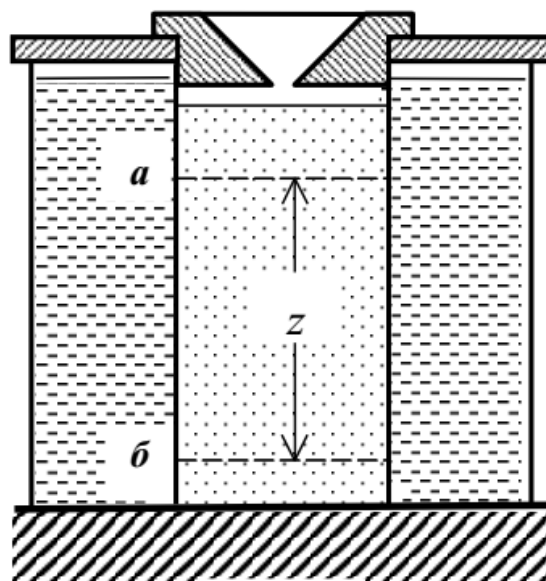


Рис. 5.3

В работе используются шарики из сплава Вуда<sup>8</sup> или другого вещества.

**Измерения.** 1. Положите один из шариков на часовое стекло и поместите последнее на столик инструментального микроскопа. Приемы работы с микроскопом объяснит преподаватель (или лаборант).

2. Измерьте диаметр шарика  $D = n_2 - n_1$ , результат запишите в табл. 5.1.

3. Опустите шарик в цилиндр с испытуемой жидкостью. Шарик должен двигаться как можно ближе к оси цилиндра. Если он случайно оказался вблизи стенки, такое измерение даст некорректный (почему?) результат и его не следует включать в таблицу.

4. В момент прохождения шарика мимо верхней метки *a* пустите в ход секундомер, при достижении шариком нижней метки *б* остановите его. Время движения шарика *t* от одной метки до другой, показанное секундомером, запишите в табл. 5.1.

5. Проведите данный опыт с 10 шариками, повторив измерения п.1–4.

6. Измерьте стальной линейкой расстояние *z* между метками *a* и *б*, погружая ее в термостатирующую воду (но не в испытуемую жидкость!).

7. Спишите с установки данные о плотности шариков и жидкости.

8. Так как вязкость жидкости в значительной мере зависит от температуры, укажите температуру испытуемой жидкости, погрузив термометр **в воду** термостата. Результат запишите в табл. 5.1.

<sup>8</sup> Легкоплавкий сплав Вуда (температура плавления 70°C) состоит из Bi (50%), Pb(25%), Sn(14%), Cd(11%). Его состав предложил в 1860 г. американский дантист Барнабас Вуд (B. Wood).

Таблица 5.1

$\rho =$		$\rho_{жс} =$		$z =$		$t^{\circ}\text{C} =$	
№ п/п	$n_1$	$n_2$	$D$	$t$	$\eta$	$(\bar{\eta} - \eta_i)$	$(\bar{\eta} - \eta_i)^2$

### Обработка результатов измерений

1. По результатам *каждого* измерения вычислите коэффициент вязкости жидкости  $\eta$ .

2. Найдите среднее арифметическое коэффициента  $\bar{\eta}$ .

3. Определите полуширину доверительного интервала по формуле Стьюдента

$$\Delta\eta = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{\eta} - \eta_i)^2},$$

где  $t_{p,n}$  – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности  $p = 0.95$  и заданном числе измерений  $n$ .

4. Окончательный результат запишите в виде

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta$$

с указанием доверительной вероятности  $p = 0.95$  и температуры.

### Контрольные вопросы

1. Напишите формулу Ньютона для силы вязкого трения, поясните все величины, входящие в нее. Дайте определение коэффициента вязкости. Найдите его размерность. В каких единицах он измеряется: в СГС или СИ?

2. Напишите формулу Стокса. При каких условиях она справедлива?

3. Пусть шарик погружается в безграничную вязкую среду. Какие силы на него действуют? Напишите уравнение движения. Выведите формулу для определения коэффициента вязкости.

4. Почему в опыте время движения шарика отсчитывается не от поверхности жидкости? Нарисуйте графики зависимости скорости и ускорения от времени, приняв за начало отсчета времени момент начала движения шарика и положив начальную скорость, равную нулю.

5. Найдите ускорение тонущего шарика в начальный момент.

6. Ко всякой ли жидкости можно применить данный метод определения коэффициента вязкости?

7. Абсолютным или относительным методом определения коэффициента внутреннего трения жидкости является метод Стокса?

### Список рекомендуемой литературы

1. *Физический практикум. Механика и молекулярная физика* / под ред. В.И. Ивероновой. М.: Наука, 1967. С. 226–230.
2. *Стрелков С.П.* Механика. СПб.: Лань, 2005. §39–40.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика, молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §75–78.
4. *Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А.* Курс общей физики. Механика. М.: Изд. центр «Академия», 2004. С. 307–316.
5. *Матвеев А.Н.* Механика и теория относительности. М.: Высш. шк., 1976. §55.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА

**Принадлежности:** динамометр (весы Жолли<sup>9</sup>), штангенциркуль, дистиллированная вода.

**Цель работы.** Изучить поверхностное натяжение и измерить коэффициент поверхностного натяжения воды.

**Введение.** Наличие у жидкости свободной поверхности приводит к существованию особой категории явлений, называемых поверхностными или капиллярными. В поверхностных явлениях участвуют только те молекулы, которые находятся непосредственно у самой поверхности в тонком слое толщиной порядка радиуса молекулярного действия.

Радиусом молекулярного действия называется расстояние  $\delta$ , на которое распространяется молекулярное взаимодействие. На рис.6.1(а) точками отмечены молекулы, а кружками изображены сферы молекулярного действия. Если молекулы находятся в приграничном слое толщиной  $2\delta$  (порядка  $10^{-7}$  см), то суммарная сила  $\vec{f}$ , действующая на них со стороны соседних молекул, направлена внутрь жидкости. Величина этой силы в зависимости от положения молекулы изображена на рис. 6.1(б).

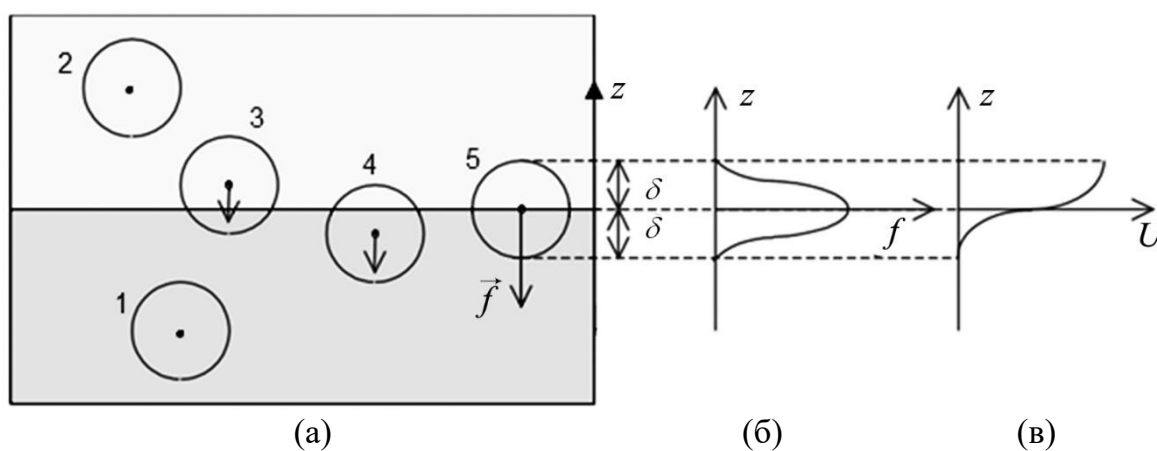


Рис. 6.1

Если молекулы находятся в однородной среде, т.е. в жидкости или в газе (молекулы 1 и 2 на рис. 6.1(а)), равнодействующая сила со стороны окружающих их молекул равна нулю. Если в сфере молекулярного действия оказываются молекулы, принадлежащие различным фазам (сферы 3, 4, 5), то равнодействующая сил взаимодействия не равна нулю и направлена в сторону жидкости.

Чтобы выйти на поверхность жидкости, молекула должна затратить энергию на преодоление этих сил. Поэтому потенциальная энергия молекулы  $U$  в поверхностном слое превышает ее энергию внутри жидкости (при  $z > \delta$ ).

<sup>9</sup> Филипп Иоганн фон Жолли (Jolly F.) – немецкий физик-экспериментатор (1809–1884).



Зависимость этой «избыточной» энергии от положения молекул изображена на рис. 6.1(в). Избыточная энергия всех молекул поверхностного слоя называется поверхностной энергией. Очевидно, что поверхностная энергия пропорциональна площади  $S$  свободной поверхности жидкости:

$$U = \sigma S, \quad (6.1)$$

где  $\sigma$  – удельная поверхностная энергия, т.е. энергия единицы поверхности. Величину  $\sigma$  измеряют в единицах Дж/м<sup>2</sup> (в СИ) или эрг/см<sup>2</sup> (в СГС).

Как известно из механики, силы действуют всегда так, чтобы привести систему в состояние с наименьшей энергией. В частности, и поверхностная энергия стремится принять наименьшее возможное значение (в данных условиях за счет уменьшения  $S$ ). Именно с этим связано стремление капелек жидкости (или пузырьков газа) принять сферическую форму. При заданном объеме шар из всех тел обладает наименьшей поверхностью.

Тенденция свободной поверхности к сокращению обусловлена проявлением сил поверхностного натяжения  $\vec{f}$ . Это силы касательны к свободной поверхности жидкости и перпендикулярны к любой линии  $l$  на поверхности жидкости. Таким образом, на линию, ограничивающую какой-либо участок поверхности жидкости, действуют силы, направленные перпендикулярно этой линии по касательной к поверхности. Они вынуждают, в частности, свободную каплю жидкости принимать шарообразную форму.

На рис. 6.2 схематически показан сильно увеличенный элемент металлического кольца длины  $l$ , соприкасающийся с поверхностью смачивающей жидкости и поэтому имеющей вогнутый мениск. В качестве такой линии  $l$  здесь взята граница, на которой соседствуют три фазы данной системы: твердое тело, жидкость и газ (воздух, пар).

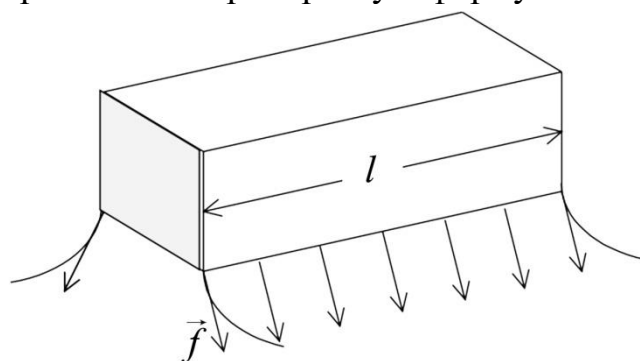


Рис. 6.2

Сила, отнесенная к единице длины выбранной линии, называется коэффициентом поверхностного натяжения. Таким образом,

$$F = \alpha l, \quad (6.2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения. Единица измерения коэффициента поверхностного натяжения – Н/м (в СИ) или дина/см (в СГС). Можно показать, что численно  $\alpha = \sigma$ . Введение двух коэффициентов связано с описанием одного и того же физического явления с разных сторон: с энергетической и с силовой. В литературе за ним закрепилось одно название – «коэффициент поверхностного натяжения».

Величина коэффициента поверхностного натяжения зависит от свойств жидкости, а также от температуры. Она всегда уменьшается с повышением температуры и обращается в нуль при критической температуре, при которой исчезает различие между жидкостью и ее паром.

Существует много способов измерения коэффициента поверхностного натяжения жидкости. В данной работе используется метод, основанный на измерении максимальной силы, возникающей при отрыве металлического кольца от поверхности жидкости.

**Описание прибора.** Установка для определения величины коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$  изображена на рис. 6.3. Тонкостенное кольцо 5 из материала, хорошо смачиваемого исследуемой жидкостью, подвешивается на пружине 3. Ось кольца расположена вертикально. Кольцо касается поверхности исследуемой жидкости. Если медленно опускать столик 6, то вместе с жидкостью будет опускаться кольцо и растягиваться пружина, к которой подвешено кольцо. При этом будет изменяться форма поверхности в месте соприкосновения кольца с жидкостью. Фрагменты картин в различных стадиях показаны в кружочках справа. На этих рисунках силы поверхностного натяжения, действующие на кольцо, обозначены буквой  $\vec{f}$ .

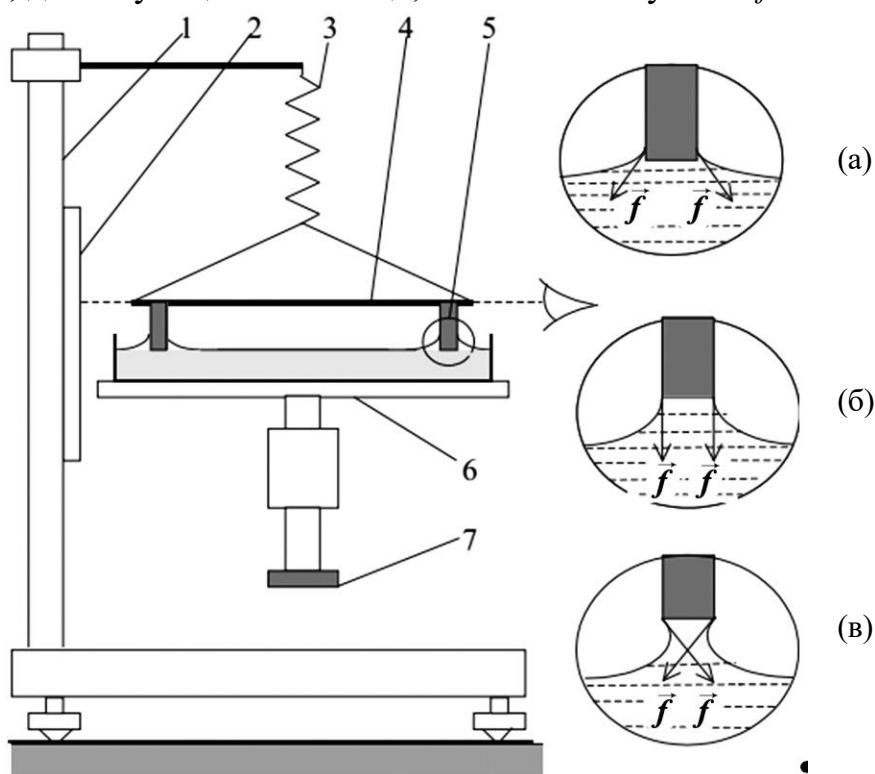


Рис. 6.3

По мере опускания столика 6 величина сил будет оставаться постоянной, но их направление будет изменяться и, следовательно, их равнодействующая будет тоже изменяться. В некоторый момент равнодействующая этих сил достигает максимума (фрагмент (б)). Именно эта сила фиксируется динамометром. Ее величина, очевидно, будет равна

$$F = \alpha(\pi D_1 + \pi D_2) = 2\pi\alpha(D_1 - d), \quad (6.3)$$

где  $D_1$  и  $D_2$  – внешний и внутренний диаметры кольца соответственно,  $d$  – толщина кольца. Отсюда

$$\alpha = \frac{F}{\pi(D_1 + D_2)} = \frac{F}{2\pi(D_1 - d)}. \quad (6.4)$$

**Измерения.** Прежде чем определить силу поверхностного натяжения жидкости, следует провести некоторые предварительные действия.

1. Измерить штангенциркулем наружный диаметр кольца в разных диаметральных сечениях, а также его толщину  $d$ . Результаты записать в табл. 6.1.

2. Протереть торец кольца ватой, смоченной спиртом, чтобы на нем не осталось загрязнений от случайных прикосновений к его поверхности при обмерах.

3. Проградуировать пружинный динамометр (весы Жолли), т.е. снять зависимость длины (или удлинения) пружины от нагрузки  $mg$ . Для этого винтом 7 опустить столик 6 на возможно низкий уровень, чтобы кольцо висело в воздухе свободно. Измерить на шкале 2 и записать координату  $z_0$  пластинки 4. Помещая поочередно на пластинку 4, к которой прикреплено кольцо 5, гирьки массой от 1 до 5 г, каждый раз измерить координату  $z_1$  пластинки по зеркальной шкале 2. Чтобы исключить ошибку от параллакса, глаз наблюдателя должен располагаться так, чтобы пластина совпадала с изображением в зеркале. Результаты записать в табл. 6.1.

**Таблица 6.1**

№ п/п	$D_1$	$d$	$m$	$mg$	$z_1$

4. Поставить наполненную дистиллированной водой кювету на столик 6 и медленно поднимать его с помощью микрометрического винта 7 до тех пор, пока поверхность воды не коснется кольца. При этом надо следить за тем, чтобы нижний обрез кольца коснулся воды всеми краями одновременно.

5. Медленно опуская столик, зафиксировать его координату  $z_2$ , при которой кольцо отрывается от поверхности воды (как это делалось при ее градуировке пружины). Повторить эти измерения 7 раз и результаты записать в табл. 6.2.

**Таблица 6.2**

№ п/п	$z_2$	$F$	$\alpha$	$(\bar{\alpha} - \alpha_i)$	$(\bar{\alpha} - \alpha_i)^2$

**Обработка результатов измерений.** 1. Вычислите средние значения  $D_1$  и  $d$ .

2. Постройте график зависимости координаты  $z_1$  от нагрузки  $m$  (от 0 до 5 г), связанной с силой, растягивающей пружину,

$$F = mg .$$

3. Для каждой координаты  $z_2$  найдите из графика массу грузика  $m_*$ , который вызвал бы такое же удлинение пружины, какое вызывает сила

поверхностного натяжения жидкости. Последнюю найдите из известного соотношения:

$$F = m_* g .$$

Выразив силу  $F$ , растягивающую пружину, в динах, результаты запишите в табл. 6.2.

4. Вычислите по формуле (6.4) коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha_i$  для каждого измерения  $z_2$ , используя средние значения  $D_1$  и  $d$ .

5. Найдите среднее значение  $\bar{\alpha}$  и вычислите  $\Delta\alpha$  по формуле

$$\Delta\alpha = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{\alpha} - \alpha_i)^2} ,$$

где  $t_{p,n}$  – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности  $p = 0.95$  и заданном числе измерений  $n$ .

6. Запишите окончательный результат в виде

$$\alpha = \bar{\alpha} \pm \Delta\alpha$$

с указанием доверительной вероятности. Так как коэффициент поверхностного натяжения жидкостей зависит от температуры, укажите температуру, при которой он измерен.

7. Вычислите относительную погрешность  $E = \frac{\Delta\alpha}{\bar{\alpha}} \cdot 100\%$ .

### Контрольные вопросы

1. Как направлены силы поверхностного натяжения?
2. Каков физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?
3. Почему при отсутствии внешних сил капля жидкости принимает форму шара?
4. Почему при повышении температуры коэффициент поверхностного натяжения жидкости уменьшается?
5. Для чего в работе используется зеркальная шкала?
6. Почему в работе используется тонкостенное кольцо? Можно ли для определения коэффициента  $\alpha$  использовать сплошной цилиндр диаметром  $D_1$ ?

### Список рекомендуемой литературы

1. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §106–108.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика, молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §115–119.

## ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ РАСТВОРА ОТ ЕГО КОНЦЕНТРАЦИИ И ТЕМПЕРАТУРЫ

**Принадлежности.** Экспериментальная установка, набор растворов, электроплитка.

**Введение.** Наличие у жидкости свободной поверхности приводит к существованию особой категории явлений, называемых поверхностными или капиллярными. В поверхностных явлениях участвуют только те молекулы, которые находятся непосредственно у самой поверхности в тонком слое толщиной порядка радиуса *молекулярного действия*.

Радиусом молекулярного действия называется расстояние  $\delta$  ( $\approx 10^{-7}$  см), на которое распространяется действие молекулы, находящейся в центре сферы. Такая сфера называется сферой *молекулярного действия*. На рис. 7.1(а) точками отмечены молекулы, а кружками изображены сферы молекулярного действия. Центральная молекула взаимодействует с теми молекулами, которые оказались внутри сферы. Если молекулы находятся в приграничном слое толщиной  $2\delta$  (сферы 3, 4, 5), то суммарная сила  $\vec{f}$ , действующая на них со стороны соседних молекул, направлена внутрь жидкости. Величина этой силы в зависимости от положения молекулы относительно поверхности жидкости изображена на рис. 7.1(б).

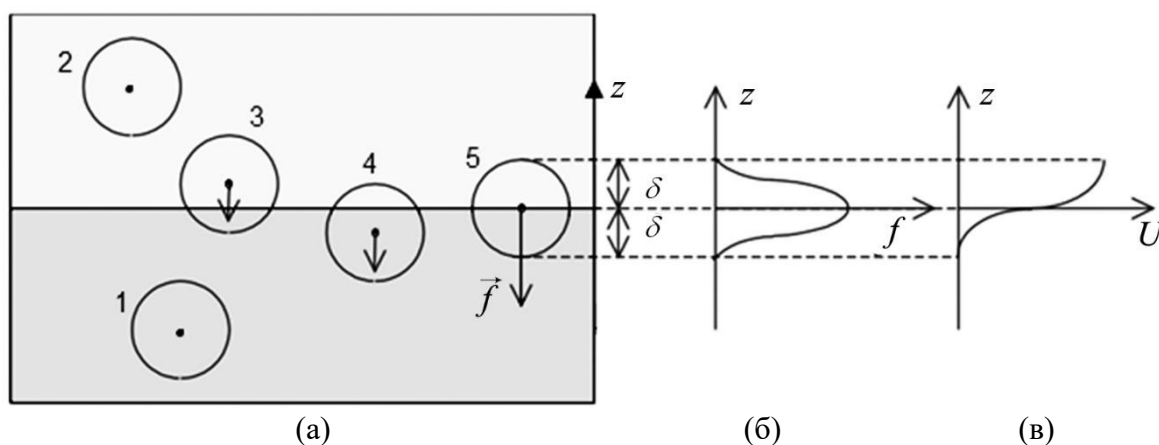


Рис. 7.1

Молекулы внутри жидкости или газа (в сферах 1 и 2) окружены со всех сторон такими же молекулами с одинаковой плотностью, и равнодействующая сила со стороны окружающих их молекул равна нулю.

Чтобы молекула жидкости вышла на поверхность, а тем более перешла из жидкой фазы в газовую, она должна затратить часть своей кинетической энергии на работу против этих сил. Поэтому потенциальная энергия молекулы  $U$  в поверхностном слое превышает ее энергию внутри жидкости (при  $z > \delta$ ). Зависимость этой избыточной энергии от положения молекул изображена на рис. 7.1(в). Избыточная энергия всех молекул поверхностного слоя называется

поверхностной энергией. Очевидно, что поверхностная энергия пропорциональна площади  $S$  свободной поверхности жидкости:

$$U = \sigma S, \quad (7.1)$$

где  $\sigma$  – удельная поверхностная энергия, т.е. энергия единицы поверхности. Величину  $\sigma$  измеряют в Дж/м<sup>2</sup> (в СИ) или эрг/см<sup>2</sup> (в СГС).

Как известно из механики, силы действуют всегда так, чтобы привести систему в состояние с наименьшей энергией. В частности, и поверхностная энергия стремится принять наименьшее возможное значение (наименьшее  $S$ ). Именно с этим связано стремление капелек жидкости (или пузырьков газа в жидкости) принять сферическую форму (рис. 7.2). При заданном объеме шар обладает наименьшей из всех фигур поверхностью.

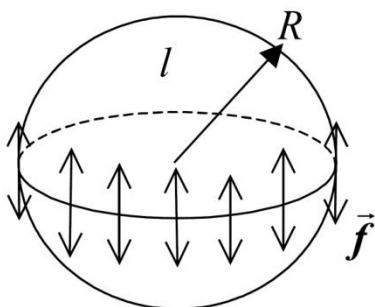


Рис. 7.2

Тенденция свободной поверхности к сокращению обусловлена касательными к свободной поверхности жидкости силами  $\vec{f}$ . Эти силы перпендикулярны к воображаемой линии  $l$  на поверхности жидкости. Таким образом, на линию, ограничивающую какой-либо участок поверхности, действуют силы, направленные перпендикулярно этой линии по касательной к поверхности (рис.7.2).

Сила, отнесенная к единице длины контура, называется коэффициентом поверхностного натяжения. Итак,

$$F = \alpha l, \quad (7.2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент поверхностного натяжения.

Единицы измерения коэффициента поверхностного натяжения – Н/м или дина/см. Можно показать, что  $\alpha = \sigma$ . С одной стороны, это энергетическая, а с другой – силовая характеристика *одного* явления – поверхностного натяжения. Величина коэффициента поверхностного натяжения зависит от природы жидкости. Она уменьшается с повышением температуры и обращается в нуль при критической температуре, где исчезает различие между жидкостью и паром.

Стремление свободной поверхности жидкости к сокращению приводит к тому, что давление под искривленной поверхностью жидкости оказывается иным, чем под плоской поверхностью. Под вогнутой поверхностью давление меньше, а под выпуклой больше, чем под плоской. Добавочное давление, обусловленное искривлением поверхности жидкости, зависит от коэффициента поверхностного натяжения и кривизны поверхности.

Установить эту связь можно довольно просто. Рассечем мысленно сферическую каплю жидкости радиуса  $R$  плоскостью на два полушария (рис. 7.2). Из-за поверхностного натяжения поверхностные слои полушарий притягиваются друг к другу с силой

$$F = \alpha \cdot 2\pi R. \quad (7.3)$$

Эта сила (6.3) прижимает полушария друг к другу по экваториальной поверхности площади  $\pi R^2$  и, следовательно, приводит к возникновению *дополнительного* давления под искривленной поверхностью жидкости:

$$\Delta p = \frac{\alpha 2\pi R}{\pi R^2} = \frac{2\alpha}{R}, \quad (7.4)$$

где  $\frac{1}{R}$  – кривизна поверхности шара. Это давление (6.4) называют часто капиллярным, а также давлением Лапласа. В общем случае, когда поверхность жидкости имеет произвольную форму,

$$\Delta p = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (7.5)$$

где  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$  является средней кривизной поверхности в данной точке;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны поверхности в двух взаимно перпендикулярных нормальных сечениях.

Существует много способов измерения коэффициента поверхностного натяжения. В данной работе используется *метод максимального давления в пузырьках*. Он основан на измерении максимального давления  $\Delta p_m$  при образовании пузырька воздуха, выдавливаемого из капиллярного кончика радиуса  $r$  в жидкость (рис. 7.3). Для выдавливания пузырька воздуха из «кончика» капилляра давление  $p_1$  в нем должно быть не меньше давления снаружи, которое складывается из давления внешнего  $p_2$ , давления гидростатического  $\rho gh$  и капиллярного давления сферической поверхности жидкости  $\frac{2\alpha}{R}$ , т.е.

$$p_1 = p_2 + \rho gh + \frac{2\alpha}{R}. \quad (7.6)$$

Разность давлений  $p_1 - p_2$  вполне доступна для измерения внешним манометром:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho gh + \frac{2\alpha}{R}. \quad (7.7)$$

Максимальное значение капиллярного давления, очевидно, будет при радиусе пузырька  $R_2 = r$ . В этот момент пузырек имеет форму полусферы радиуса  $r$ , равного радиусу капилляра. Радиусы кривизны мениска  $R_1$  и  $R_2$  больше радиуса упомянутой выше полусферы (см. рис. 7.3), поэтому по мере искривления мениска давление в пузырьке  $\Delta p$  сначала увеличивается до тех пор, пока пузырек не примет форму полусферы. При этом давление достигает *максимума*

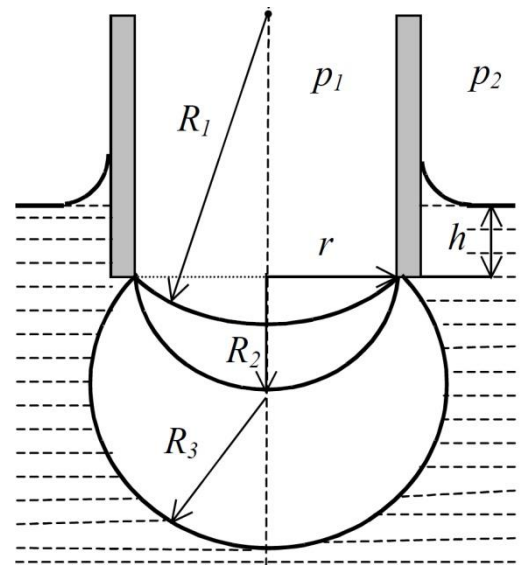


Рис. 7.3

$$\Delta p_m = \rho g h + \frac{2\alpha}{r}. \quad (7.8)$$

Дальнейшее увеличение размера пузырька сопровождается увеличением радиуса кривизны сферической поверхности и уменьшением давления  $\Delta p$ .

**Описание установки.** Схема экспериментальной установки показана на рис. 7.4. Плотнo закрытый цилиндрический сосуд 5 с исследуемой жидкостью соединен шлангами через крестовину 2 с аспиратором 1 и манометром 7. Через пробку в этот сосуд введена стеклянная трубка 4 с оттянутым «кончиком», верхний конец которой открыт в атмосферу, а нижний тонкий «кончик» слегка касается поверхности исследуемой жидкости, т.е. глубина погружения  $h \approx 0$ . При открытии крана аспиратора над исследуемой жидкостью создается разрежение и атмосферное давление выдавливает через «кончик» пузырек воздуха.

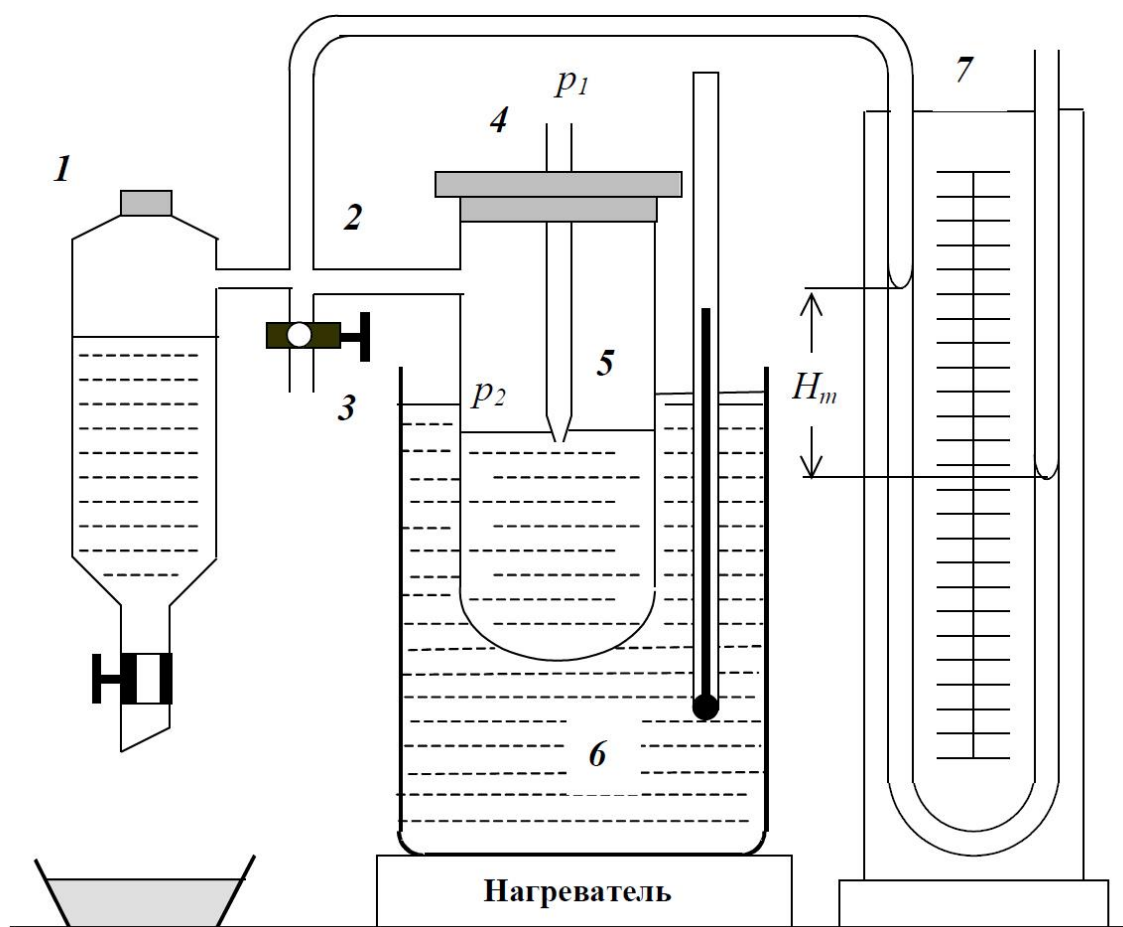


Рис. 7.4

Максимальное давление  $\Delta p_m$  фиксируется манометром 7. При этом условии

$$\Delta p_m = \rho_0 g H_m = \frac{2\alpha}{r}, \quad (7.9)$$

где  $\rho_0$  – плотность жидкости в манометре 7;  $g$  – ускорение свободного падения;  $H_m$  – максимальная разность уровней жидкости в манометре. Основным измерительным прибором в данной установке является манометр.



Чувствительностью установки называется отношение изменения показания манометра  $\delta H_m$  к изменению измеряемой величины  $\delta\alpha$ . Из формулы (6.9) следует, что чувствительность установки

$$\frac{\delta H_m}{\delta\alpha} = \frac{2}{\rho_0 g r}. \quad (7.10)$$

Для повышения чувствительности установки можно заполнить манометр жидкостью малой плотности, уменьшить радиус «кончика»  $r$ , понизить *эффективное* значение ускорения свободного падения. Для наших условий реальна последняя из трех возможностей.

Уменьшения  $g$  можно достичь, если расположить манометр наклонно под углом  $\varphi$  к горизонту. Для наклонного манометра  $g_{eff} = g \sin \varphi$ . Тогда формула (6.9) приобретает вид

$$\rho_0 H_m g \sin \varphi = \frac{2\alpha}{r}, \quad (7.11)$$

откуда следует, что коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости, содержащейся в сосуде **5**, можно рассчитать по следующей формуле:

$$\alpha = \frac{1}{2} \rho_0 g r \sin \varphi \cdot H_m = A \cdot H_m, \quad (7.12)$$

где  $A$  – постоянная для данной лабораторной установки величина, называемая *постоянной прибора*.

Постоянную прибора можно и нужно измерить, проведя опыт с доступной жидкостью, коэффициент поверхностного натяжения которой известен с хорошей точностью.

Для поддержания и изменения температуры исследуемой жидкости сосуд **5** помещается в стакан **6**, наполненный водой и стоящий на нагревателе.

### Упражнение 1. Определение постоянной прибора

**Измерения.** 1. Налить в сосуд **5** дистиллированную воду так, чтобы «кончик» слегка соприкасался с ее поверхностью.

2. Залить в аспиратор воду до уровня бокового отростка.

3. Открыть кран **3**, создав внутри прибора атмосферное давление. Уровни жидкости при этом в коленах манометра выравниваются и устанавливаются на высоте  $h_0$ . Произвести отсчет  $h_0$  и записать его в табл. 7.1.

4. Закрыть кран **3**. Плавно открывая кран аспиратора, установить такую скорость вытекания воды из аспиратора, чтобы пузырьки от «кончика» отрывались не часто.

5. Когда частота образования пузырьков установится, произвести по манометру в момент отрыва пузырьков не менее 7 отсчетов верхнего максимального уровня жидкости в манометре  $h_1$ .

6. Вычислить  $H_0 = 2(\bar{h}_1 - h_0)$  по среднему значению  $h_1$ .

7. Определить постоянную прибора из формулы (7.12) следующим образом:

$$A = \frac{\alpha_0}{H_0}, \quad (7.13)$$

где  $\alpha_0$  – коэффициент поверхностного натяжения воды, взятый из справочных таблиц при температуре опыта. Определив постоянную данного прибора, можно найти коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости по формуле

$$\alpha = A \cdot H_m, \quad (7.14)$$

где  $H_m$  вычисляется аналогично  $H_0$ .

**Таблица 7.1**

№ п/п	$t, ^\circ\text{C}$	$\alpha_0$	$h_0$	$h_1$	$H_0$	$A$

### **Упражнение 2. Исследование зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры.**

1. Не выливая дистиллированную воду из сосуда **5**, включить нагреватель. Когда температура воды в стакане **6** достигнет  $70\text{--}80^\circ\text{C}$ , выключить нагреватель, чтобы вода медленно остывала.

2. Через каждые  $7\text{--}8^\circ\text{C}$  производить измерения по методу, описанному в упражнении 1 (п. 3–5). Для записи полученных результатов заготовить табл. 7.2.

3. Определив таким образом  $\alpha$  по формуле (7.14) при нескольких значениях температуры, построить график зависимости коэффициента поверхностного натяжения  $\alpha$  от температуры.

**Таблица 7.2**

№ п/п	$t, ^\circ\text{C}$	$h_0$	$h_1$	$H_m$	$\alpha$

### **Упражнение 3. Исследование зависимости коэффициента поверхностного натяжения раствора от его концентрации.**

1. Вылить воду из сосуда **5** и налить туда раствор спирта в воде известной концентрации  $C$ , причем во избежание ошибки рекомендуется предварительно прополоскать сосуд и «кончик» тем очередным раствором, который предполагается исследовать.

2. Определив, как и в предыдущих упражнениях, высоту  $H_m$ , найти соответствующие значения  $\alpha$  по формуле (7.14). Форму таблицы выбрать самим.

3. Подобные измерения повторить для нескольких растворов разной концентрации и по полученным данным построить график зависимости  $\alpha$  от

концентрации. При построении графика полезно использовать также табличные данные  $\alpha$  для чистых компонентов растворов.

### Контрольные вопросы

1. Почему газовый пузырек принимает сферическую форму?
2. Чему равен коэффициент поверхностного натяжения при критической температуре?
3. Почему при наклоне манометра увеличивается его чувствительность?
4. К абсолютному или относительному методу относится принятый здесь способ измерения  $\alpha$ ?
5. Перечислите другие методы измерения  $\alpha$ .
6. Вычислите по данным опыта радиус «кончика» капилляра  $r$ .
7. Что такое капиллярное давление?

### Список рекомендуемой литературы

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §108–109.
2. *Матвеев А.Н.* Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 1981. С. 262–264, 266–268.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §115–119.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВОЗДУХА В ПОЛИТРОПИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ

**Принадлежности:** экспериментальная установка в сборе.

**Введение.** Согласно первому закону термодинамики тепло, подведенное к термодинамической системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (8.1)$$

Количество тепла, необходимое для нагревания термодинамической системы (тела) на один кельвин, называется теплоёмкостью системы (тела). Обозначим ее  $C_c$ ,

$$C_c = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (8.2)$$

Она измеряется в Дж/К. Эта теплоемкость зависит от массы системы. Поэтому на практике пользуются удельной теплоемкостью, т.е. теплоемкостью единицы массы – килограмм (или г). Обозначают ее  $c$ ,

$$c = \frac{1}{M} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (8.3)$$

и измеряют в Дж/(кг·К). В термодинамике обычно используют молярную теплоемкость, т.е. теплоемкость одного моля вещества. Обозначают ее  $C$ ,

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (8.4)$$

и измеряют в Дж/(моль·К). Здесь  $\nu = M/\mu$  – количество молей вещества. Таким образом,

$$C = \frac{\mu}{M} \frac{\delta Q}{dT} = \mu c. \quad (8.5)$$

Рассмотрим в качестве термодинамической системы идеальный газ. Теплоемкость зависит как от природы газа, так и от условий его нагревания, т.е. от термодинамического процесса, в котором газ участвует. Обычно для газов выделяют две наиболее часто встречающиеся теплоемкости: молярную теплоемкость при постоянном объеме  $C_v$  и молярную теплоемкость при постоянном давлении  $C_p$ .

Расширим ряд термодинамических процессов, включив в рассмотрение адиабатический и изотермический. В ходе адиабатического процесса система не обменивается теплом с другими телами, т.е.  $\delta Q = 0$ . Тогда из определения (8.2) следует, что теплоемкость в адиабатическом процессе равна нулю.

В ходе изотермического процесса температура не изменяется, т.е.  $dT = 0$ . Из определения (8.2) следует, что теплоемкость  $C_T = \pm\infty$ . Таким образом, теплоемкость газа может принимать *любые* значения, если обеспечить условия для осуществления подходящего процесса. Термодинамический процесс, в ходе

которого теплоемкость газа *постоянна*, называется политропическим. Названные выше изопрцессы представляют собой частные случаи политропического процесса.

Выведем уравнение политропического процесса для *идеального* газа, используя для этого первое начало термодинамики (8.1) и условие постоянства теплоемкости газа в этом процессе  $C_n = \text{const}$ .

Запишем первый закон термодинамики (8.1) для одного моля идеального газа следующим образом:

$$C_n dT = C_v dT + p dV. \quad (8.6)$$

Выразим температуру из уравнения состояния идеального газа и найдем ее дифференциал, чтобы исключить  $dT$  из написанного выше уравнения (8.6):

$$T = \frac{pV}{R}, \quad dT = \frac{1}{R}(pdV + Vdp). \quad (8.10)$$

После преобразований получим дифференциальное уравнение

$$\frac{C_n - C_p}{C_n - C_v} p dV = -V dp. \quad (8.11)$$

Постоянная по величине безразмерная комбинация из теплоемкостей  $C_n$ ,  $C_p$ ,  $C_v$  обозначается одной константой  $n$ , которая называется показателем политропы:

$$n = \frac{C_n - C_p}{C_n - C_v}. \quad (8.12)$$

Если разделить переменные в уравнении (8.11) и проинтегрировать его, получим *уравнение политропического процесса* в переменных  $p, V$ :

$$pV^n = \text{const}. \quad (8.13)$$

В частном случае, при  $n=1$ , уравнение (8.13) переходит в уравнение Бойля–Мариотта<sup>10</sup> (уравнение изотермического процесса), при  $n=\gamma$  – в уравнение Пуассона<sup>11</sup> для адиабатического процесса. В первом случае имеет место идеальный теплообмен между системой и нагревателем, во втором – система идеально теплоизолирована. А что если теплоизоляция не идеальна и имеет место некоторое поступление тепла к системе от окружающих тел? Такой процесс вполне возможен. Если при этом теплоемкость системы остается постоянной, то такой процесс называется политропическим и описывается уравнением (8.13).

Теплоемкость идеального газа в политропическом процессе можно получить из формулы (8.12), например, в таком виде:

$$C_n = C_v - \frac{R}{n-1}, \quad C_n = \frac{n-\gamma}{(n-1)(\gamma-1)} R. \quad (8.14)$$

<sup>10</sup> Роберт Бойль (R.Boyle) – английский химик и физик (1627–1691); Эдм Мариотт (E.Mariotte) – французский физик (1620–1684).

<sup>11</sup> Семион Дени Пуассон (S.Poisson) – французский математик, механик, физик (1781–1840).

**Целью** данной лабораторной работы является определение показателя политропы и теплоёмкости воздуха в одном из политропических процессов.

**Описание установки и метода измерений.**

Для проведения политропического процесса в данной работе используется установка Клемана–Дезорма. Она состоит из стеклянного баллона 1 (рис. 8.1), соединенного шлангами с насосом 5 и водяным манометром 4. Сосуд 1 содержит 10 л исследуемого газа (в данном случае – воздуха) при комнатной температуре  $T_1$ . Перед началом опыта открывают на некоторое время кран 3, чтобы в баллоне установилось атмосферное давление  $p_1$ .

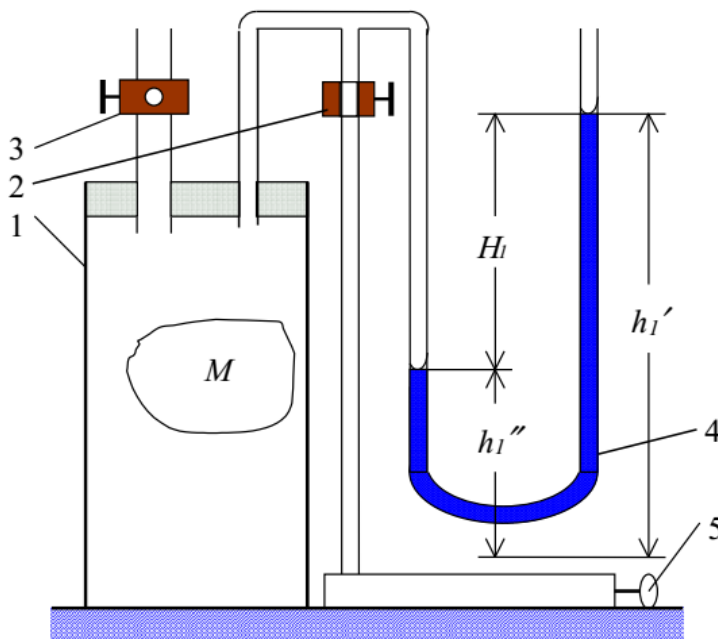


Рис. 8.1

(состояние 1 на рис. 8.2). Так как все газовые законы справедливы для систем с постоянной массой, мысленно выделим в баллоне 1 некоторую порцию газа массой  $M$ . В дальнейшем все уравнения термодинамических процессов в этом газе будут относиться к ней.

**Цикл Клемана–Дезорма**

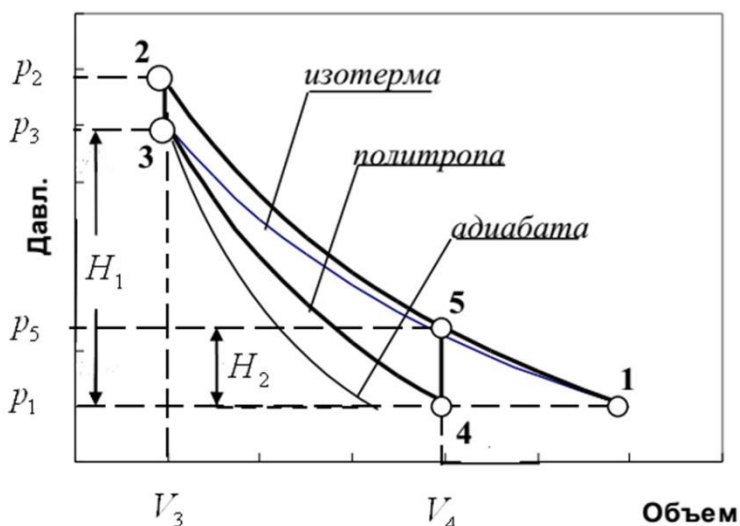


Рис. 8.2

Закрывают кран 3, а кран 2 открывают, и с помощью насоса 5 накачивают в сосуд некоторое дополнительное количество воздуха из окружающей атмосферы (именно такая ситуация изображена на Рис.8.1). При этом давление в баллоне становится выше атмосферного, а объем выделенной порции газа  $M$  уменьшается под действием возрастающего давления (кривая 1–2 на рис. 8.2). После этого кран 2 закрывают. В

процессе работы насоса температура газа в баллоне постепенно повышается и в состоянии 2 оказывается больше окружающей,  $T_2 > T_1$ . По этой причине кривая сжатия 1–2 расположена выше изотермы, соответствующей комнатной температуре  $T_1$ . Если теперь газ оставить в покое на некоторое время, то за счет

теплообмена через стенки сосуда его температура постепенно выравнивается с окружающей  $T_3 = T_1$ , а давление газа в баллоне понижается до  $p_3$  (изохора 2–3 на рис. 8.2).

Манометр показывает  $H_1$  – разность давлений (в мм) водяного столба между давлением в сосуде  $p_3$  и давлением в атмосфере  $p_1$  (другое колено манометра сообщается с ней). Давление газа в баллоне при этом

$$p_3 = p_1 + H_1. \quad (8.15)$$

Затем открывают кран 3 на *короткое время*, в течение которого давление в баллоне успевает выровняться с атмосферным (кривая 3–4 на рис. 8.2), после чего кран 3 немедленно закрывают. *Этот процесс нельзя считать адиабатическим*, так как расширение газа происходит недостаточно быстро и небольшой теплообмен имеет место. Поэтому будем считать расширение газа процессом *политропическим*. Политропа на диаграмме  $pV$  располагается в «секторе» между изотермой и адиабатой (рис. 8.2). Расширяясь, система производит работу в основном за счет своей внутренней энергии. В результате температура газа понижается по сравнению с исходной (комнатной) до некоторого значения  $T_4$ . Так как теперь кран 3 закрыт, то далее газ будет нагреваться в изохорических условиях за счет притока тепла извне. Температура его постепенно повышается и сравнивается с температурой окружающей среды  $T_1$  (прямая 4–5 на рис. 8.2). Давление газа при этом становится выше атмосферного на величину  $H_2$ , так что давление газа в состоянии 5 равно следующему:

$$p_5 = p_1 + H_2. \quad (8.16)$$

Состояния 3 и 5 лежат на изотерме  $T_1 = \text{const}$ . Согласно закону Бойля–Мариотта

$$p_3 V_3 = p_5 V_5. \quad (8.17)$$

Состояния 3 и 4 лежат на одной политропе. Параметры состояний 3 и 4 связаны уравнением (8.13):

$$p_3 V_3^n = p_1 V_4^n. \quad (8.18)$$

Чтобы исключить из этих уравнений неизвестные объемы, возведем уравнение (8.17) в степень  $n$  и разделим его на уравнение (8.18), в результате чего получим следующее:

$$p_3^{n-1} = \frac{p_5^n}{p_1}. \quad (8.19)$$

Подставив  $p_3$  из равенства (8.15) и  $p_5$  из равенства (8.16) в выражение (8.19) и произведя необходимые преобразования, получим следующее соотношение:

$$\left(1 + \frac{H_1}{p_1}\right)^{n-1} = \left(1 + \frac{H_2}{p_1}\right)^n. \quad (8.20)$$

Каждую скобку равенства (8.20) представим в виде биномиального ряда. В силу *малости* дробных слагаемых в скобках по сравнению с единицей ограничимся двумя первыми членами разложения. Действительно, если  $H \approx 10 \dots 30$  см водяного столба и  $p_1 \sim 10^3$  см (примерно 10 м водяного столба), то отношение  $H/p_1$  составляет не более 0.03.

$$1 + (n-1) \frac{H_1}{p_1} = 1 + n \frac{H_2}{p_1}. \quad (8.21)$$

Из последнего выражения получается следующая формула для определения показателя политропы:

$$n = \frac{H_1}{H_1 - H_2}. \quad (8.22)$$

**Измерения.** 1. Открыть кран 3, чтобы в баллоне установилось атмосферное давление. При этом вода в коленях манометра установится на *одном* уровне. После этого закрыть кран 3.

2. Открыть кран 2 и, работая насосом, накачать в баллон такое количество воздуха, чтобы разность уровней в манометре составила 25...30 см, и закрыть кран 2.

3. Наблюдать за положением уровней жидкости в манометре. Они сначала двигаются, но их движение постепенно замедляется и, наконец, прекращается (если установка герметична). Записать в табл. 8.1 положение уровней воды в коленях манометра, чтобы затем определить (см. рис. 8.1)

$$H_1 = h'_1 - h''_1.$$

4. Открыть кран 3, чтобы накачанный ранее воздух мог выйти из баллона в атмосферу. Как только уровни жидкости в манометре сравняются, закрыть кран 3. (Здесь будьте особенно внимательны, так как процесс скоротечен.)

5. Наблюдать за изменением положения уровней в манометре – они расходятся. Когда их движение прекратится, взять отсчет положения уровней по шкале манометра, записать их в табл. 8.1, определить величину  $H_2$  так же, как это делалось в п.3.

6. Данный способ измерения не отличается большой точностью, поэтому повторить весь опыт (п.1–5) не менее 7 раз.

**Обработка результатов измерений** 1. По формуле (8.22) вычислить величину  $n$  для каждого измерения. Найти ее среднее значение. Поскольку в расчетную формулу входит *отношение* давлений, то их можно подставлять в любых единицах высоты водяного столба – миллиметрах, сантиметрах и т.д.

2. Вычислить полуширину доверительного интервала по формуле Стьюдента, как для прямых измерений (здесь  $m$  – число измерений):

$$\Delta n = t_{p,m} \sqrt{\frac{1}{m(m-1)} \sum_{i=1}^m (\bar{n} - n_i)^2},$$

где  $t_{p,m}$  – коэффициент Стьюдента для  $m$  измерений при доверительной вероятности  $p = 0.95$ .



3. Окончательный результат записать в стандартном виде,

$$n = \bar{n} \pm \Delta n,$$

с указанием доверительной вероятности  $p = 0.95$ .

4. Определить относительную погрешность измерения  $E = \frac{\Delta n}{\bar{n}} \cdot 100\%$ .

5. Используя полученное среднее значение показателя политропы, вычислить по формуле (8.14) молярную, а также удельную теплоемкость воздуха в данном политропическом процессе. В качестве  $\gamma$  использовать табличное значение.

6. Рассчитать массу воздуха  $M_1$  в баллоне в исходном состоянии 1.

7. Рассчитать массу накачанного воздуха в процессе 1–2:  $\Delta M_1 = (M_3 - M_1)$ .

8. Рассчитать температуру газа  $T_4$  в баллоне к концу процесса расширения 3–4.

**Таблица 8.1**

Давл. атмосфер. $p_1$			Темпер. комн. $t_1$ °C				Объем сосуда $V$		
№ п/п	$h'_1$	$h''_1$	$H_1$	$h'_2$	$h''_2$	$H_2$	$n$	$(\bar{n} - n_i)$	$(\bar{n} - n_i)^2$

### Контрольные вопросы

1. Что называется теплоемкостью – удельной, молярной?
2. Чему равна молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении и при постоянном объеме? От чего они зависят?
3. Почему  $C_p$  больше, чем  $C_v$ , и на сколько?
4. Чему равна молярная теплоемкость идеального газа при постоянной температуре и при постоянной энтропии?
5. Напишите уравнения адиабаты, изотермы и политропы.
6. Чему равно теоретическое значение  $\gamma$  для воздуха? Сравните полученный Вами показатель политропы с показателем адиабаты  $\gamma$ .
7. Проанализируйте полученное значение молярной теплоемкости. Что означает отрицательная теплоемкость?

### Список рекомендуемой литературы.

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §21–22.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §86–89.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Академия, 2006. §53–55.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: Академия, 2005. §9.5; 9.6; 10.12.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНОЙ И ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА

**Принадлежности:** психрометр.

**Введение.** В атмосферном воздухе всегда содержится водяной пар, значение которого очень велико во многих природных и производственных процессах: атмосферные осадки, сельскохозяйственное производство, погода и т.д. Поэтому влагосодержание можно рассматривать как один из специфических параметров состояния воздуха, подобно давлению и температуре, так как уровень влажности сильно влияет и на самочувствие человека. В природе содержание влаги в воздухе зависит от климатических и погодных условий местности, в жилых и производственных помещениях – от санитарно-гигиенических условий их содержания.

Количественной характеристикой содержания водяного пара в воздухе является его *влажность*. Различают влажность абсолютную и относительную. *Абсолютная* влажность показывает, какое количество водяного пара содержится в воздухе при данных условиях. Это количество может быть выражено:

а) массой водяного пара, содержащегося в одном кубическом метре воздуха, т.е. плотностью водяного пара  $\rho$ ;

б) парциальным давлением водяного пара в воздухе (эту величину также называют упругостью пара и обозначают  $e$ )<sup>12</sup>.

Пар, который находится в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется насыщенным. Упругостью *насыщенного* пара  $E$  называется его давление при *максимальном* содержании водяного пара в воздухе в данных условиях. Дальнейшее увеличение содержания пара становится невозможным, так как влага начинает конденсироваться на окружающих предметах и выпадать в виде *росы*.

Водяной пар в воздухе можно с достаточной степенью точности считать идеальным газом. Тогда упругость пара  $e$  будет связана с его плотностью  $\rho$  уравнением Менделеева–Клапейрона<sup>13</sup>

$$\rho = \frac{e\mu}{RT}, \quad (9.1)$$

где  $\mu$  – молярная масса водяного пара;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура.

Самочувствие человека связано не столько с абсолютным содержанием влаги в воздухе, сколько с относительным. Поэтому наряду с абсолютной влажностью употребляется и другая его характеристика – относительная

<sup>12</sup> По-видимому, обозначение связано с французским словом *élasticité* – упругий.

<sup>13</sup> Дмитрий Иванович Менделеев – российский химик (1834–1907); Бенуа Поль Эмиль Клапейрон (B. Clapeyron) – французский физик (1799–1864).

влажность. Это есть отношение, выраженное в процентах, фактической упругости пара к упругости насыщенного пара при той же температуре:

$$f = \frac{e}{E} \cdot 100\% . \quad (9.2)$$

Благоприятной для жизни человека является влажность 40...60 %.

### Основные методы измерения влажности воздуха

1. Абсорбционный метод основан на «жадном» поглощении паров воды некоторыми веществами (например, хлоридом кальция  $\text{CaCl}_2$ , фосфорным ангидридом  $\text{P}_2\text{O}_5$ ). Для этого пропускают определенный объем воздуха через трубку, содержащую такое вещество, и по увеличению ее массы судят о содержании водяного пара в прошедшем воздухе.

2. Работа конденсационного гигрометра основана на определении точки росы, т.е. температуры, при которой начинается конденсация водяного пара, содержащегося в воздухе, на охлаждаемой металлической поверхности прибора, для которой он становится насыщенным.

3. Психрометр<sup>14</sup> Августа<sup>15</sup> и психрометр Ассмана<sup>16</sup> используются в данной работе для определения влажности воздуха в помещении лаборатории. Их принцип действия можно изучить при выполнении лабораторного задания.

Психрометр Августа состоит из двух одинаковых термометров, расположенных рядом. Ртутный шарик одного из них обернут марлей и смочен дистиллированной водой. Сухой термометр показывает температуру воздуха в помещении, а смоченный термометр показывает, как правило, более низкую температуру, так как с его поверхности происходит испарение воды, что сопровождается поглощением тепла от окружающих тел, в том числе и от термометра.

Степень испарения зависит от содержания влаги в воздухе, и, следовательно, чем влаги меньше, тем интенсивность испарения больше, тем ниже температура, показываемая смоченным термометром. По показаниям обоих термометров и по соответствующим психрометрическим таблицам можно определить абсолютную и относительную влажность воздуха. В этом состоит цель работы.

Психрометр Ассмана (см. рис. 9.1) отличается от прибора Августа наличием вентилятора 4 (аспиратора<sup>17</sup>), вызывающего принудительную циркуляцию воздуха через воздухопровод 3 около термометров 1 и 2 со скоростью приблизительно 2 м/с, что обеспечивает повышение точности измерений.

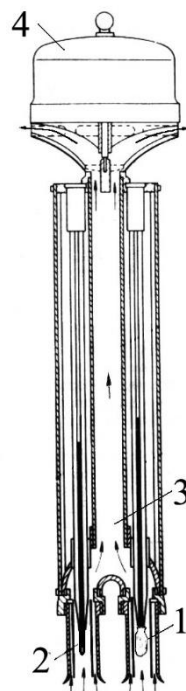


Рис. 9.1

<sup>14</sup> Психрометр от греч. ψυχρός – холодный и μέτρον – измеряю; гигрометр от греч. υγρα – влажность.

<sup>15</sup> Е. August – немецкий физик и изобретатель (1795–1870).

<sup>16</sup> Рихард Ассман – немецкий аэролог (1845–1918).

<sup>17</sup> Аспиратор – механическое устройство для отбора проб воздуха, в данном случае – обдува.

**Вывод психрометрической формулы.** Пусть показания сухого термометра –  $t_0$ , влажного –  $t_1$ . Масса воды  $m$ , испаряющаяся в единицу времени с поверхности  $S$ , выражается формулой, предложенной Дальтоном:

$$m = k \frac{E_1 - e}{p} S, \quad (9.3)$$

где  $E_1$  – упругость насыщенного пара при температуре испаряющейся воды  $t_1$  (т.е. при температуре смоченного термометра);  $e$  – фактическая упругость водяного пара в воздухе (абсолютная влажность);  $p$  – атмосферное давление;  $k$  – коэффициент, зависящий от условий испарения воды, в частности, от скорости движения воздуха около смоченного термометра. Чем интенсивнее обдувается смоченный термометр, тем больше масса испаряющейся воды, тем больше  $k$ .

Если удельная теплота парообразования  $r$ , то количество тепла, необходимое для испарения воды массой  $m$  со смоченного термометра, равно

$$Q = rm = rk \frac{E_1 - e}{p} S. \quad (9.4)$$

Так как температура смоченного термометра  $t_1$  ниже температуры окружающего воздуха  $t_0$ , которую показывает сухой термометр, то от более нагретого воздуха к менее нагретому телу термометра через ту же поверхность  $S$  подойдет следующее количество тепла:

$$Q_1 = \alpha(t_0 - t_1)S, \quad (9.5)$$

где  $\alpha$  – некоторая постоянная.

Отсчет температуры производится после установления стационарного процесса в системе, т.е. после того, как показания термометров установятся окончательно и перестанут изменяться. При этом условии все пришедшее тепло идет на испарение воды с поверхности смоченного термометра,  $Q_1 = Q$ .

$$rk \frac{E_1 - e}{p} S = \alpha(t_0 - t_1)S,$$

откуда

$$E_1 - e = \frac{\alpha}{rk}(t_0 - t_1)p.$$

Если обозначить  $\frac{\alpha}{rk} = A$ , то получается формула для определения упругости водяного пара  $e$  (абсолютной влажности) воздуха, которая носит название *психрометрической* формулы:

$$e = E_1 - A(t_0 - t_1)p. \quad (9.6)$$

Постоянная величина  $A$  наряду с табличной константой  $r$  содержит коэффициенты  $\alpha$  и  $k$ , зависящие от конкретного прибора, поэтому для каждого психрометра она определяется индивидуально. Такая операция называется градуировкой прибора. Она делается путем одновременного измерения влажности в одних и тех же условиях градуируемым психрометром и, например, абсорбционным методом или другим проградуированным ранее

психрометром. Именно так в данной работе определяется постоянная  $A$  для психрометра Августа.

Аналогичным образом определена константа  $A$  для психрометра Ассмана. Ее значение для данного прибора составляет  $0.00066 \text{ K}^{-1}$ . Благодаря обдуву термометров константа  $A$  психрометра Ассмана меньше за счет увеличения  $k$ , чем константа прибора Августа.

Для определения влажности воздуха по формуле (9.6) наряду с измерениями температуры необходима так называемая психрометрическая таблица, содержащая сведения о давлении (упругости) насыщенного пара при различной температуре.

**Целью** работы является определение влажности воздуха в помещении лаборатории с помощью штатного психрометра (Ассмана), а также проведение градуировки неизвестного психрометра (Августа).

**Измерения.** Измерения абсолютной влажности с помощью психрометра Ассмана и градуировку психрометра Августа необходимо делать параллельно. При этом рекомендуется использовать один и тот же штатный прибор, представленный на рис.9.1. Этим приёмом обеспечивается, во-первых, измерение влажности разными психрометрами в одинаковых условиях, так как температура в помещении лаборатории и влажность воздуха в течение длительного времени постоянными могут не быть. Во-вторых, сокращается общая продолжительность эксперимента.

Необходимо выполнить следующую последовательность действий.

1. Заранее заготовить табл. 9.1 и 9.2.
2. Выбрать единицы измерения давления (например, Па, мм.рт.ст. и др.) и записать атмосферное давление  $p$  по показанию лабораторного барометра.
3. Смочить водой марлевую оболочку, прикреплённую к одному из термометров.
4. Включить aspirator штатного прибора, который в этом случае будет являться психрометром Ассмана.
5. Наблюдая за показаниями смоченного термометра, дождаться (5–10 мин) такого состояния, когда уровень ртути в нём перестанет понижаться.
6. Записать в табл. 9.1 показания сухого ( $t_0$ ) и смоченного ( $t_1$ ) термометров.
7. Отключить aspirator штатного прибора, который без обдува становится психрометром Августа.
8. Наблюдая за показаниями смоченного термометра, дождаться (10–15 мин) такого состояния, когда уровень ртути в нём перестанет изменяться. Чтобы Ваше дыхание не повлияло на результаты измерений, рекомендуется экранировать термометры во время снятия показаний, например, тетрадкой.
9. Записать в табл. 9.2 показания сухого ( $t'_0$ ) и смоченного ( $t'_1$ ) термометров без обдува.

10. Повторить опыт (пункты 4–9) 3–5 раз, смачивая каждый раз термометр с марлевой оболочкой заново.

**Таблица 9.1**

$A = 0.00066 \text{ K}^{-1}$			$p =$			
№ п/п	$t_0, ^\circ\text{C}$	$t_1, ^\circ\text{C}$	$E_0$	$E_1$	$e$	$(\bar{e} - e_i)^2$

**Таблица 9.2**

$p =$			$\bar{e} =$			
№ п/п	$t'_0, ^\circ\text{C}$	$t'_1, ^\circ\text{C}$	$E'_1$	$\bar{A}', \text{K}^{-1}$	$(\bar{A}' - A'_i)^2$	

### Обработка результатов измерений

1. Из таблицы раздела «Приложения» (в конце пособия), где представлена зависимость упругости насыщенного пара от температуры, взять значения  $E_0$ ,  $E_1$  и  $E'_1$ , соответствующие значениям сухого и смоченного термометров. Занести эти значения в табл. 9.1 и 9.2.

2. Используя показания психрометра Ассмана (табл. 9.1), рассчитать по формуле (9.6) абсолютную влажность воздуха в помещении лаборатории, найти среднее значение  $\bar{e}$ .

3. Определить погрешность  $\Delta e$  по формуле Стьюдента как для прямых измерений при доверительной вероятности  $P = 0.95$ :

$$\Delta e = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{e} - e_i)^2}.$$

4. Записать результат в стандартном виде:  $e = \bar{e} \pm \Delta e$ .

5. Используя уравнение Менделеева–Клапейрона (9.1), выразить абсолютную влажность воздуха в единицах плотности. Практичнее это сделать в  $\text{г/м}^3$ .

6. Определить относительную влажность воздуха по формуле (9.2).

7. Используя формулу (9.6), вычислить константу психрометра Августа и её среднее значение  $\bar{A}'$ , считая влажность известной, равной  $\bar{e}$ , полученной с использованием психрометра Ассмана в п. 2.

8. Найти погрешность  $\Delta A'$  по формуле Стьюдента как для прямых измерений при доверительной вероятности  $P = 0.95$ :

$$\Delta A' = t_{p,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{A}' - A'_i)^2}.$$

9. Записать результат в стандартном виде:  $A' = \bar{A}' \pm \Delta A'$ .

### Контрольные вопросы

1. Какими величинами характеризуется содержание водяных паров в атмосфере?
2. Напишите формулу связи парциального давления (упругости) водяного пара в атмосфере и его плотности. Какие предположения при этом делаются?
3. Как зависит упругость насыщенного пара от температуры?
4. Выведите психрометрическую формулу (9.6).
5. Почему измерения психрометром с вентилятором дают более точные результаты?
6. Покажите, что константа  $A$  имеет размерность обратной температуры.
7. Сравните константу  $A$  для психрометра Ассмана и таковую для психрометра Августа. Какая из них больше и почему?
8. В чем преимущества и недостатки одного психрометра перед другим?
9. Почему константа  $A$  для психрометра Ассмана указана как известная аппаратурная постоянная, а для психрометра Августа такой постоянной нет и ее приходится определять для каждого конкретного прибора?
10. Сравните количество водяного пара в  $1 \text{ м}^3$  воздуха с плотностью воздуха в лаборатории. Какую часть массы воздуха составляет пар?

### Список рекомендуемой литературы

1. *Динамическая метеорология* / под ред. Д.Л. Лайхтмана. Л.: Гидрометеиздат, 1976. С.64–68.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §113, 114.
3. *Практикум по общей физике* / под ред. В.Ф. Ноздрева. М.: Просвещение, 1971. С.118–125.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ АКТИВАЦИИ ТРАНСЛЯЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ МОЛЕКУЛ В ЖИДКОСТИ

**Приборы и принадлежности:** экспериментальная установка в сборе, резиновая груша, секундомер.

**Введение.** Характер *теплового* движения молекул в жидкостях существенно отличается от их движения в газах, поэтому и механизмы внутреннего трения в них различны. В газах сила трения возникает благодаря передаче импульса хаотически движущимися молекулами от одного слоя текущего газа к другому – параллельному, находящемуся на расстоянии средней длины свободного пробега молекул или ближе.

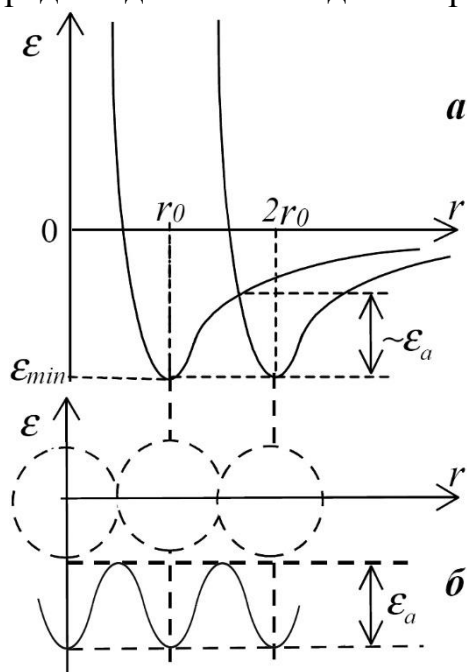


Рис. 10.1

Молекулы жидкости расположены практически «вплотную» друг к другу, поэтому свойства жидкостей в значительной степени определяются силами взаимодействия между ними, т.е. насколько сильно молекулы связаны с соседними и как часто они могут отрываться от своего окружения. Каждая молекула находится в электрическом поле, созданном окружающими молекулами. Если рассмотреть пару молекул, одна из которых находится в начале отсчета, а другая приближается к ней издалека, то энергия их взаимодействия друг с другом  $\epsilon = \epsilon(r)$  выглядит так, как это показано на рис. 10.1 *a*, где  $r$  – расстояние между молекулами. Видно, что потенциальная энергия принимает наименьшее значение  $\epsilon_{min}$ , если расстояние

между молекулами  $r_0$ . Его принято называть *равновесным расстоянием*. При таком удалении молекул друг от друга энергия минимальна, так как силы взаимного притяжения между ними уравнивают силы отталкивания. Поэтому пара взаимодействующих молекул «предпочитает» находиться именно на равновесном расстоянии. Образно говоря, каждая молекула жидкости находится на дне *потенциальной ямы*. Как удаление молекул на  $r > r_0$ , так и сближение их на  $r < r_0$  приводит к возрастанию энергии. Это энергетически «невыгодно» как молекулам, так и жидкости в целом.

Если рассматривать не отдельные пары молекул, а взять объем жидкости внутри *сферы молекулярного действия*, в пределах которого сохраняется *ближний порядок* в расположении молекул, то потенциальную энергию взаимодействия в некотором выбранном направлении  $r$  можно качественно представить в виде графика на рис. 10.1 *б*. Здесь показано, что потенциальные ямы, в которых локализованы молекулы, разделены потенциальными



барьерами величиной  $\varepsilon_a$ . (Молекулы изображены в виде кружков, ограниченных пунктирными линиями).

Наряду с потенциальной энергией молекулы жидкости обладают кинетической энергией, связанной с их тепловым движением. Тепловое движение молекул включает в себя: а) вращательное движение вокруг осей, совпадающих с осями симметрии (или линиями химических связей); б) колебательное движение относительно положения равновесия *в пределах одной потенциальной ямы*; в) трансляционное движение, которое можно представить как *перескоки* молекул *из одной потенциальной ямы в другую*, соседнюю. Перескоки возможны в том случае, если кинетическая энергия колеблющейся молекулы окажется достаточной для преодоления потенциального барьера.

*Средняя* кинетическая энергия теплового движения молекул в жидкостях  $kT$  несколько меньше величины потенциального барьера, разделяющего потенциальные ямы соседствующих молекул, поэтому молекулы сравнительно долго находятся в пределах своей ямы в окружении одних и тех же «соседей». Такая ситуация приводит к существованию в жидкостях так называемого ближнего порядка в расположении молекул. Согласно закону распределения по энергиям некоторые молекулы обладают энергией, существенно большей средней тепловой и сравнимой с  $\varepsilon_a$ . Такие молекулы выскакивают из «своей» потенциальной ямы и попадают в одну из соседних. Какие это молекулы и в какую яму они попадут – событие случайное.

Обладая достаточной кинетической энергией, молекула может оказаться на вершущке потенциального барьера. Но одного этого условия недостаточно, чтобы она оказалась в соседней потенциальной яме. Молекула «скатится» в прежнюю яму, если все соседние потенциальные ямы заняты и рядом не окажется вакантного места – «дырки». Появление дырок связано с отсутствием в жидкостях дальнего порядка и неизбежными флуктуациями плотности при интенсивном тепловом движении молекул. С увеличением температуры концентрация дырок возрастает. В такие дырки и попадают молекулы, покинувшие свою потенциальную яму.

Таким образом, чтобы молекула смогла преодолеть потенциальный барьер, тепловая энергия должна достичь некоторой величины  $\varepsilon_a$ , которую называют *энергией активации трансляционного движения молекул*. Благодаря трансляционному перемещению молекул происходит диффузия в жидкости и возникает внутреннее трение при ее течении. Такой характер движения молекул объясняет малую скорость диффузии и большую вязкость жидкостей по сравнению с газами. Чем больше энергия активации трансляционного движения молекул жидкости, тем больше ее коэффициент вязкости (при прочих равных условиях). С другой стороны, для *данной* жидкости коэффициент вязкости сильно зависит от температуры, которая определяет среднюю энергию теплового движения молекул  $kT$ . Увеличивая температуру жидкости, мы приближаем тепловую энергию  $kT$  к величине потенциального барьера, тем самым увеличиваем число молекул, обладающих достаточной энергией для его преодоления. Это ведёт к увеличению числа перескоков и снижению вязкости жидкости. Кроме того, с ростом температуры увеличивается «концентрация

дырок», что также приводит к увеличению вероятности перемещения молекул и способствует уменьшению вязкости жидкости.

Вероятность перескоков  $p$  молекулы из одной потенциальной ямы в другую можно описать следующей формулой:

$$p \sim e^{-\frac{\varepsilon_a}{kT}}.$$

Чем чаще происходят перескоки, тем больше текучесть жидкости и меньше ее вязкость. (Текучесть – свойство, обратное вязкости). Поэтому можно считать, что коэффициент вязкости жидкости обратно пропорционален вероятности перескоков ее молекул:

$$\eta \sim \frac{1}{p}.$$

Я.И. Френкель<sup>18</sup> показал, что температурная зависимость коэффициента вязкости жидкости описывается формулой

$$\eta = AT \cdot e^{\frac{\varepsilon_a}{kT}}.$$

Она получена на основании анализа многочисленных экспериментальных результатов, полученных для различных жидкостей.

Первый сомножитель  $AT$  изменяется при нагревании значительно медленнее, чем второй – экспоненциальный, поэтому его можно заменить постоянной величиной  $\eta_0$  с размерностью коэффициента вязкости. Это вполне допустимо в нешироком температурном интервале, что имеет место в условиях данной лабораторной работы.

$$\eta = \eta_0 \cdot e^{\frac{\varepsilon_a}{kT}} : \quad (10.1)$$

Формула (10.1) носит название формулы Френкеля–Андрэде<sup>19</sup>. Здесь  $T$  – абсолютная температура;  $k$  – постоянная Больцмана;  $\varepsilon_a$  – энергия активации трансляционного движения молекул жидкости;  $\eta_0$  – коэффициент вязкости исследуемой жидкости при некоторой фиксированной температуре  $T_0$ .

**Целью** данной лабораторной работы является определение энергии активации  $\varepsilon_a$  движения молекул в исследуемой жидкости путем измерения температурной зависимости ее вязкости. Это предлагается сделать следующим образом.

Если прологарифмировать выражение (10.1), получается

$$\ln \eta = \ln \eta_0 + \frac{\varepsilon_a}{k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (10.2)$$

Недостаток полученного соотношения в том, что под знаком логарифма оказались размерные величины – коэффициент вязкости. Чтобы этого избежать, обе части формулы (10.1) разделим предварительно на  $\eta_0$ , а затем прологарифмируем. В координатах  $\ln(\eta/\eta_0)$  от  $1/T$  уравнение (10.2) – уравнение прямой. Если экспериментальные точки на этом графике будут хорошо ложиться на прямую, это будет означать, во-первых, что формула

<sup>18</sup> Яков Ильич Френкель – российский физик-теоретик (1894–1952).

<sup>19</sup> Эдвард Невиль да Коста Андрэде – английский физик (1887–1972).

Френкеля–Андрате применима к исследуемой жидкости, и, во-вторых, что из углового коэффициента прямой можно определить энергию активации трансляционного движения молекул  $\varepsilon_a$ .

Для определения вязкости жидкости в данной работе предлагается использовать капиллярный вискозиметр.

Время вытекания  $t$  выделенного объема жидкости в капиллярном вискозиметре тем больше, чем больше ее вязкость:  $\eta \sim t$  (формула (4.7) в лабораторной работе № 222).

Изменением плотности жидкости с температурой можно пренебречь и считать плотность постоянной, так как диапазон изменения температуры небольшой. Поэтому вместо графика зависимости  $\ln(\eta/\eta_0)$  от  $1/T$  можно построить график  $\ln(t/t_0)$  от  $1/T$ . Такая замена связана только с изменением предэкспоненциального множителя в формуле (10.1), угловой коэффициент построенного графика от этого не изменится. В качестве  $t_0$  можно вполне взять 1 с.

По угловому коэффициенту экспериментальной прямой в координатах  $\ln \bar{t}$  от  $1/\bar{T}$  (она строится по средним значениям измеренных величин  $\bar{t}$  и  $\bar{T}$ ) следует определить энергию активации движения молекул исследуемой жидкости  $\varepsilon_a$  по формуле

$$\varepsilon_a = k \frac{\Delta(\ln \bar{t})}{\Delta(1/\bar{T})}. \quad (10.3)$$

### Описание установки

Лабораторная работа выполняется на установке, схематическое изображение которой приведено на рис. 10.2. В термостат с дистиллированной водой помещен капиллярный вискозиметр 1 с исследуемой жидкостью, электрический нагреватель 4, термометр 2 и мешалка 3, приводимая во вращение электродвигателем. В данной установке жидкостный термометр заменен электронным термометром с цифровой индикацией и термопарой, помещенной в баллон  $a$  вискозиметра. Это позволяет измерять непосредственно температуру исследуемой жидкости.

**Измерения.** 1. Путем визуального наблюдения убедитесь, что в вискозиметре имеется исследуемая жидкость и она заполняет резервуар  $a$  вискозиметра не менее чем наполовину. **Вам не следует ни удалять, ни заменять ее!** Если жидкости недостаточно – сообщите об этом лаборанту. Состав жидкости меняется время от времени, пополнять ее количество может

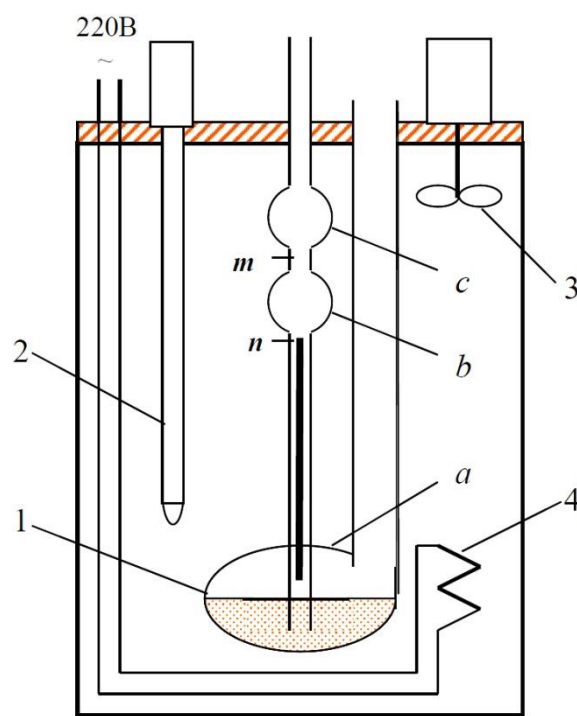


Рис. 10.2

только лаборант. Какая именно жидкость находится в вискозиметре, указано на установке.

2. Включите установку в электрическую сеть 220 В, нагреватель при этом должен быть выключен. Включите мешалку. Она должна работать в течение всего времени выполнения работы. Отключать ее нужно только при измерении времени вытекания (при выполнении п. 3–4 указаний, приводимых ниже).

3. Осторожно присоедините сжатую резиновую грушу к шлангу вискозиметра и, отпустив ее, следите за тем, как поднимается по капилляру вискозиметра исследуемая жидкость, заполняя резервуар *b*. Когда жидкость заполнит его, пройдет отметку *m* и примерно наполовину заполнит верхний резервуар *c*, осторожно отсоедините грушу от шланга. *Остановите мешалку.* Это следует сделать потому, что вибрации, создаваемые работающим двигателем мешалки, могут помешать установлению ламинарного течения жидкости в капилляре вискозиметра.

4. После отсоединения груши уровень жидкости в вискозиметре начнет понижаться и Вам за ним надо следить. Когда уровень достигнет верхней метки *m*, пустите в ход секундомер, а когда уровень жидкости совпадет с нижней меткой *n*, остановите его. Запишите показание секундомера в табл. 10.1. Запишите также температуру.

Измерения времени истечения при данных условиях проведите не менее трех раз (одна серия измерений).

5. Включите мешалку, затем включите нагреватель и увеличьте температуру на 3...4 °С. Сделайте необходимую выдержку, чтобы новое значение температуры установилось во всей системе. Снова измерьте время вытекания жидкости из резервуара *b* не менее трех раз при новых условиях так, как это Вы уже делали ранее (п. 4).

6. Проведите такие серии измерений через каждые 3...4 °С, доведя температуру к концу измерений до 40...42 °С.

7. Закончив измерения, выключите нагреватель, мешалку и всю установку из сети.

**Таблица 10.1**

№ изм.	$T, \text{ К}$	$\bar{T}, \text{ К}$	$t, \text{ с}$	$\bar{t}, \text{ с}$	$1/\bar{T}$	$\ln \bar{t}$

**Обработка результатов измерений.** 1. Найдите среднее значение времени истечения  $\bar{t}$  и  $\ln \bar{t}$ , среднюю температуру  $\bar{T}$  и обратную температуру  $1/\bar{T}$  в каждой серии из трех измерений.

2. Постройте график зависимости  $\ln \bar{t}$  от  $1/\bar{T}$ .

3. По угловому коэффициенту, найденному из графика, рассчитайте энергию активации молекул  $\varepsilon_a$  по формуле (10.3). Выразите ее в электрон-вольтах, считая, что  $1 \text{ эВ} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Дж}$  (так принято в этой области физики).

### Контрольные вопросы

1. Поясните строение жидкости с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Что такое ближний и дальний порядок в расположении молекул?
2. Каков механизм внутреннего трения в жидкостях? Чем он отличается от механизма трения в газах?
3. Как зависит коэффициент вязкости жидкости от температуры? Почему вязкость жидкостей с ростом температуры падает, а плотных газов – растет?
4. Что такое энергия активации трансляционного движения молекул в жидкости? Как она определяется в данной работе?
5. Сравните энергию активации, полученную Вами, со средней энергией теплового движения молекул жидкости в условиях данного эксперимента. Какая из них больше? Как это согласуется с результатами Ваших опытов?
6. Почему в условиях данной работы вместо зависимости  $\ln \eta = f(1/T)$  можно построить график  $\ln t = f_1(1/T)$ ?

### Список рекомендуемой литературы

1. *Лабораторные занятия по физике* / под ред. Л.Л. Гольдина. М.: Наука, 1983. С.255–261.
2. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975. С.224–228.
3. *Матвеев А.Н.* Молекулярная физика. М: Высшая школа, 1987. §54.
4. *Кикоин И.К., Кикоин А.К.* Молекулярная физика. М.: Наука, 1976. §97.
5. *Радченко И.В.* Молекулярная физика. М.: Наука, 1965. § 15.1, §15.4.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА И СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА МОЛЕКУЛ

**Приборы и принадлежности:** экспериментальная установка в сборе, секундомер, мерный стаканчик.

**Введение.** Средней длиной пробега молекул в газе  $\bar{\lambda}$  называется среднее расстояние, которое пролетает молекула от одного столкновения до следующего. Она зависит от условий, при которых находится газ, и от свойств молекул таким образом:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 n}, \quad (11.1)$$

где  $d_{эф}$  – эффективный диаметр молекулы;  $n$  – концентрация молекул (число молекул в единице объёма газа).

Согласно молекулярно-кинетической теории газа тепловое хаотическое движение молекул газа является причиной так называемых явлений переноса, к которым, в частности, относится *внутреннее трение* (или *вязкость*). Дальнейшие рассуждения и выводы относятся к *плотным газам*, в которых длина свободного пробега молекул намного меньше характерного размера сосуда, в нашем случае длина пробега меньше радиуса капилляра. Из теории получается не только ньютоновский закон внутреннего трения, но и *коэффициент внутреннего трения*  $\eta$ , который выражается следующей формулой:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho, \quad (11.2)$$

где  $\bar{\lambda}$  – средняя длина свободного пробега молекул в газе;  $\bar{v}$  – средняя скорость теплового движения молекул;  $\rho$  – плотность газа при данных условиях.

Формула (11.2) даёт возможность определить длину свободного пробега молекул газа, если предварительно измерен коэффициент внутреннего трения, рассчитана средняя скорость молекул и плотность по известным формулам молекулярно-кинетической теории идеального газа:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \quad \rho = \frac{\mu p}{RT}, \quad (11.3)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура;  $p$  – давление;  $\mu$  – молярная масса газа. В этом случае

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\bar{v}\rho}. \quad (11.4)$$

Коэффициент внутреннего трения газа измеряют различными способами. В данной работе применяется метод, основанный на использовании закона Пуазейля, сущность которого заключается в следующем. При ламинарном

движении жидкости по трубе круглого сечения, как показали Пуазейль и Стокс, за время  $t$  протекает объём жидкости

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta p t. \quad (11.5)$$

Эта формула справедлива не только для капельных жидкостей, но и для *плотных* газов (когда  $\lambda \ll r$  – радиуса трубки), если им обеспечен ламинарный режим течения. Предполагается, что в трубке (капилляре) достаточной длины и малого радиуса при условиях, близких к нормальным, газ течёт *ламинарно*. Здесь  $r$  – радиус капилляра;  $\Delta p$  – разность давления на концах капилляра длиной  $l$ .

**Целью** данной лабораторной работы является определение коэффициента внутреннего трения воздуха и длины свободного пробега его молекул.

**Описание установки**  
Лабораторная установка, схема которой (в разрезе) представлена на рис. 11.1, состоит из аспиратора 2 с водой 3 (аспиратор – от латинского *aspirare* – дуть, выдыхать). Через пробку аспиратора проходит стеклянный капилляр 1 и трубка для соединения аспиратора с U-образным водяным манометром 8.

При вытекании воды из аспиратора давление внутри его становится ниже, чем атмосферное давление снаружи, на величину  $\Delta p$ . Таким образом, благодаря этой разности давлений на концах капилляра через него внутрь аспиратора втекает воздух из окружающей среды. При установившемся процессе медленного течения воздуха его объём, прошедший через капилляр за время  $t$ , равен объёму жидкости, вытекшей из аспиратора. Таким образом, зная объём воздуха, прошедшего через капилляр за время  $t$ , можно найти коэффициент вязкости воздуха  $\eta$  из закона Пуазейля (11.5).

**Измерения.** Прежде чем приступать к измерениям, убедитесь достаточно ли количества воды в аспираторе – ее должно быть не менее половины объёма.

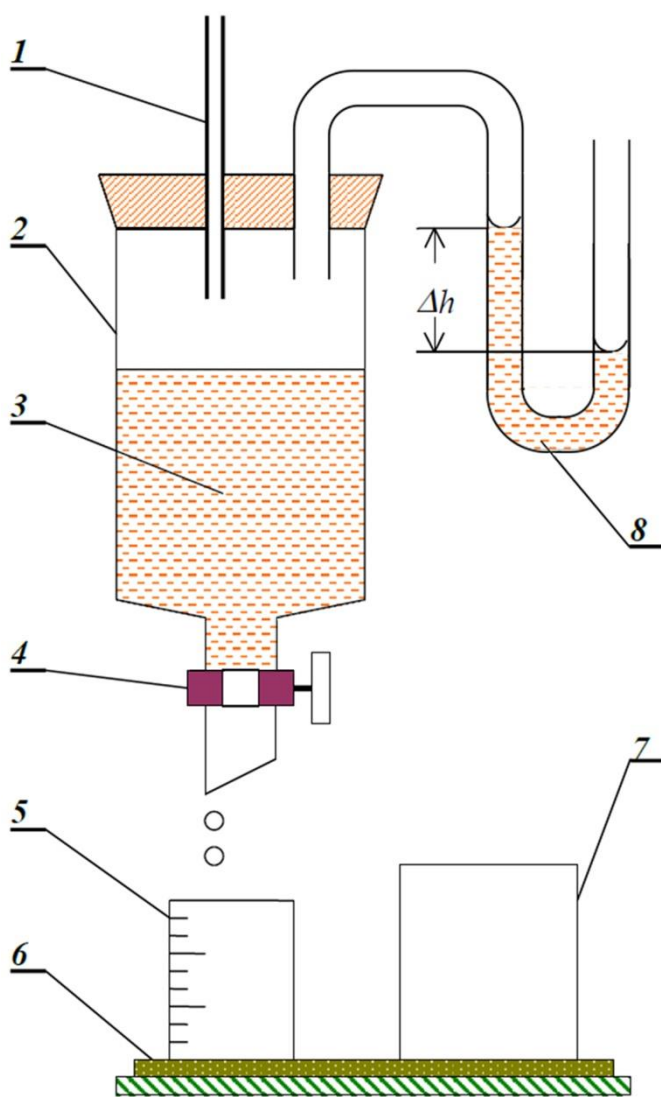


Рис. 11.1

1. Медленно открывайте кран **4**, пока вода не начнет капать в подставленный для этого балластный стакан **7**. Следите при этом за уровнями жидкости в манометре: сначала они начинают разниться, но постепенно их движение замедляется и, наконец, прекращается, что соответствует установлению стационарного движения во всей системе (воды – в аспираторе, воздуха – в капилляре).

2. Запишите разность уровней жидкости в манометре  $\Delta h$  в табл. 11.1.

3. Передвиньте подставку **6** и поставьте под кран мерный стаканчик **5**, одновременно запустив секундомер. Когда в него нальется некоторое количество воды (10...20 мл), остановите секундомер и снова поставьте под кран балластный стакан. Время наполнения мерного сосуда  $t$  запишите в табл. 11.1. Кран при этом лучше оставить открытым, чтобы сразу перейти к следующему измерению.

4. Освободите мерный стаканчик от воды и повторите измерения п.2–3 еще 3–4 раза.

5. Запишите радиус капилляра  $r$ , его длину  $l$ , а также температуру  $t$  °C в лаборатории и атмосферное давление  $p_{атм}$ .

**Таблица 11.1**

$r =$		$l =$		$t^{\circ}\text{C} =$		$p_{атм} =$
№ изм.	$\Delta h$	$\Delta p$	$t$	$V$	$\eta$	$(\bar{\eta} - \eta_i)^2$

**Обработка результатов.** 1. Вычислите разность давлений  $\Delta p = \rho_w g \Delta h$ , где  $\rho_w$  – плотность воды.

2. Из формулы (11.5) найдите коэффициент внутреннего трения воздуха. Результат запишите в стандартном виде:

$$\eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta$$

при коэффициенте доверия  $P = 0.95$ .

3. По формулам (11.3) вычислите среднюю скорость теплового движения молекул  $\bar{v}$  и плотность воздуха  $\rho$  в лаборатории в день проведения опыта.

4. По формуле (11.4) найдите среднюю длину свободного пробега молекул  $\bar{\lambda}$ .

5. Из формулы (11.1) найдите эффективный диаметр молекулы воздуха и сравните полученный результат с табличным.

6. Во введении было сделано предположение, что течение воздуха в капилляре *ламинарное*. Подтвердите (или опровергните) это допущение соответствующим расчетом числа Рейнольдса.

7. Напишите заключение о проведенной работе.



### Контрольные вопросы

1. При каких условиях выполняется закон Пуазейля?
2. Сравните найденную величину средней длины свободного пробега молекул со средним расстоянием между молекулами при тех же условиях и со средними размерами молекул. О чем свидетельствует это сравнение?
3. Как зависит средняя длина свободного пробега молекул от температуры газа, давления?
4. Как зависит коэффициент внутреннего трения в газах от температуры, давления?
5. Нарисуйте примерный график изменения давления газа над поверхностью воды в аспираторе как функцию времени, взяв за начало отсчета момент открытия крана аспиратора.
6. Оцените погрешность вычисления плотности воздуха, вызванную подстановкой в формулу (11.3) атмосферного давления, в то время как давление в аспираторе отличается от него.
7. Укажите возможные источники погрешностей определения коэффициента внутреннего трения воздуха данным методом.

### Список рекомендуемой литературы

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т. 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §86, 87, 89.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §129–132.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Академия, 2006. §46–48.
4. *Физический практикум: Механика и молекулярная физика* / под ред. В.И.Ивероновой. М., 1967. С.237–239.
5. *Стрелков С.П.* Механика. СПб.: Лань, 2005. §111.

## ПОСТРОЕНИЕ ИЗОТЕРМ АМАГА ДЛЯ ВОЗДУХА

**Принадлежности:** экспериментальная установка в сборе.

**Введение.** Термодинамической системой называется тело или сочетание нескольких тел, находящихся в тепловом контакте, свойства и поведение которых изучаются средствами термодинамики. Свойства любой системы и ее состояние описывается рядом физических величин, которые называются термодинамическими параметрами. Система, не обменивающаяся энергией с окружающими телами, называется изолированной. В термодинамике постулируется, что изолированная система рано или поздно приходит к термодинамическому равновесию и выйти из него самостоятельно (без внешнего воздействия) не может. В состоянии равновесия параметры системы имеют одинаковые значения во всех её точках.

Рассмотрим термодинамическую систему – идеальный газ. Параметрами состояния газа являются его температура  $T$ , давление  $p$  и объем  $V$ . Уравнение, связывающее параметры состояния между собой, называется уравнением состояния системы. Для идеального газа уравнением состояния является уравнение Менделеева–Клапейрона

$$pV = \frac{M}{\mu} RT, \quad (12.1)$$

где  $M$  – масса газа;  $\mu$  – молярная масса;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

При бесконечно медленном изменении параметров газ переходит из одного равновесного состояния в другое через ряд равновесных состояний. Такой термодинамический процесс называется равновесным или квазистатическим. Но бесконечно медленный процесс – это абстракция. Практически квазистатическим можно считать процесс, протекающий настолько медленно, что отклонение параметров системы от равновесных значений пренебрежимо малы.

В термодинамике особо выделяют такие процессы, в которых один из параметров поддерживается постоянным; их называют изопроцессами. Рассмотрим один из них – изотермический, в ходе которого сохраняется температура. Два других параметра идеального газа – давление и объем – изменяются при этом так, что их произведение остается постоянным. Этот факт был обнаружен экспериментально Бойлем и Мариоттом и носит название закона Бойля–Мариотта:

$$pV = const. \quad (12.2)$$

Кривая, определяемая этим уравнением, в координатах  $p, V$  является гиперболой и носит название изотермы. Однако по одному виду кривой на графике часто трудно определить, какую математическую кривую она представляет. Поэтому практикуется довольно распространенный прием *спрямления* зависимости. Для этого уравнение переписывается в таких переменных, в которых график представляет собой прямую линию. В случае

изотермического процесса спрямление произойдет, если построить график зависимости произведения  $pV$  от давления (или объема). Такие графики в указанных координатах называются изотермами Амага<sup>20</sup>. Если изотермы Амага представляют собой семейство прямых, параллельных оси  $p$ , произведение  $pV$  остается постоянным, следовательно, закон Бойля–Мариотта выполняется, т.е. газ – идеальный.

**Целью работы** является построение изотерм Амага для воздуха при комнатной температуре и проверка применимости к нему в данных условиях модели идеального газа.

**Описание установки и методики измерений.** Схематическое изображение экспериментальной установки приведено на рис. 12.1. На стойке 6 закреплена U-образная трубка 7, один конец которой закрыт, а другой соединен шлангом 5 с манометром 4 и насосом 1. Трубка частично заполнена водой так, что в закрытом конце трубки находится некоторое количество *воздуха*. С помощью насоса Камовского 1 на «жидкий поршень» можно оказывать различное давление, которое передается воздушному столбику, представляющему собой в данном случае исследуемую термодинамическую систему.

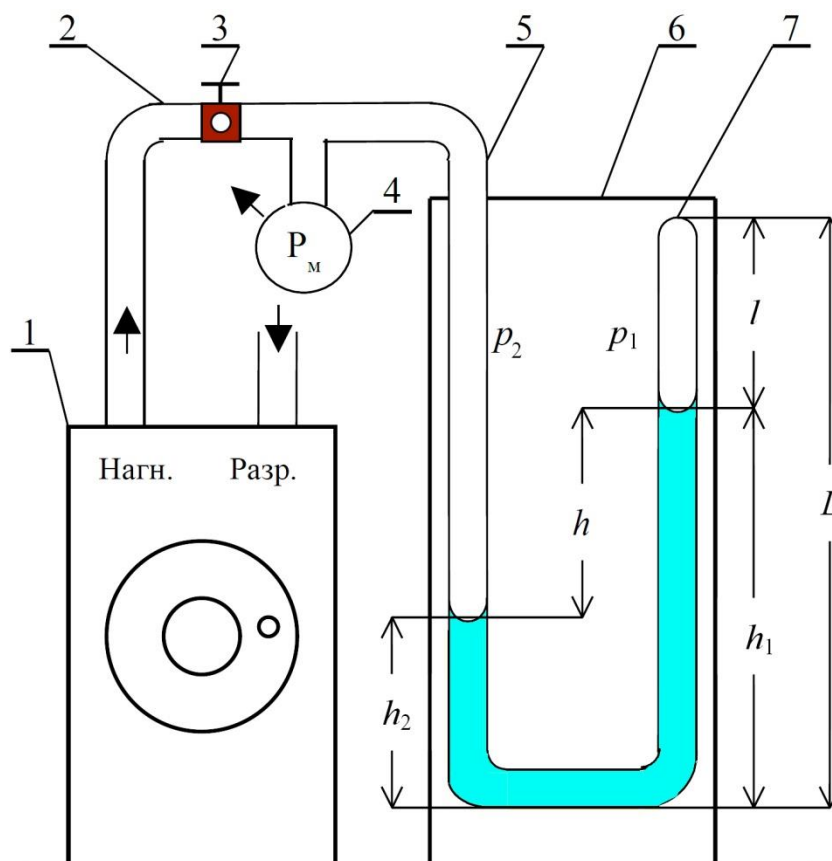


Рис. 12.1

Манометр 4 сконструирован таким образом, что он показывает разность между давлением  $p_2$  в месте его установки и атмосферным давлением,

<sup>20</sup> Амага Эмиль (Amagat E.) – французский физик (1841–1915).

т.е. показания манометра  $p_m$  – числа алгебраические. Положительные показания манометра означают, что давление на выходе насоса выше атмосферного, отрицательные – ниже его. Таким образом,

$$p_2 = p_a + p_m. \quad (12.3)$$

Газ в закрытом колене подвергается изотермическому сжатию (или разрежению). Согласно закону Бойля–Мариотта (12.2) имеет место равенство

$$p_1 V_1 = p_1 l S = const, \quad (12.4)$$

где  $p_1$  и  $V_1$  – давление и объем газа в закрытом колене U-образной трубки,  $l$  – длина воздушного столбика в закрытом колене,  $S$  – сечение трубки, занятой воздушным столбиком.

Давление  $p_1$  отличается от указанного выше  $p_2$ , так как в коленах U-образной трубки столбы воды находятся на разных уровнях. Давление  $p_1$  можно найти по закону Паскаля из следующего соотношения:

$$\begin{aligned} p_1 + \rho g h_1 &= p_2 + \rho g h_2, \\ p_1 &= p_2 + \rho g (h_2 - h_1), \\ p_1 &= p_a + p_m + \rho g (h_2 - h_1). \end{aligned} \quad (12.5)$$

Теперь уравнение изотермического процесса (12.4) приобретает следующий вид (постоянная величина  $S$  включена в  $const$ .):

$$\left[ p_a + p_m + \rho g (h_2 - h_1) \right] l = const. \quad (12.6)$$

В данной работе экспериментально проверяется справедливость равенства (12.6), полученного выше из закона Бойля–Мариотта для *идеального* газа.

**Измерения.** 1. Убедитесь, что стрелка манометра 4 находится на нулевой отметке. При таком состоянии системы возьмите отсчет положения уровней воды в обоих коленах  $h_1$  и  $h_2$  (см. рис. 12.1), их сумму запишите в табл. 12.1, обозначив ее  $H = h_1 + h_2$ . Эта постоянная величина понадобится в последующем расчете.

2. Запишите длину трубки  $L$  (см. рис. 12.1), температуру  $t$  °C в лаборатории, атмосферное давление  $p_a$ .

3. Присоедините шланг 2 к нагнетательному патрубку насоса, помеченному надписью «Нагн.».

4. Откройте кран 3 (ручка крана ориентирована вдоль трубопровода).

5. Вращая рукоятку насоса по часовой стрелке, установите на манометре максимальное давление, после чего закройте кран 3.

6. Запишите в табл. 12.1 показание манометра  $p_m$  со своим знаком и уровень воды  $h_1$  в закрытом колене. Вследствие утечки воздуха из-за негерметичности воздушной магистрали давление будет непрерывно изменяться без Вашего участия. Используйте это явление для измерений. Когда стрелка манометра устанавливается на очередном делении его шкалы, записывайте в табл. 12.1 его показания  $p_m$  и уровень столбика воды в закрытом колене трубки  $h_1$ . Проведите измерения на всех делениях шкалы по мере движения стрелки от максимального давления до нуля.

Таких измерений должно быть не менее **трех** серий.

7. Пересоедините шланг от нагнетательного патрубка к откачивающему с надписью «Разр.». Повторите измерения п.5–6 при давлении в системе ниже атмосферного. Таких измерений также должно быть не менее **трех** серий.

**Таблица 12.1**

$h_1+h_2 = H =$		$L =$		$t^{\circ}\text{C} =$		$p_a =$
$N_{\text{э}} \text{ изм.}$	$p_m$	$h_1$	$h_2$	$p_1$	$l$	$p_1 l$

**Обработка результатов измерений.** 1. Заполните все столбцы в табл. 12.1. Найдите  $h_2 = H - h_1$  и  $l = L - h_1$ . Вычислите  $p_1$  по формуле (12.5).

2. Найдите при каждом  $p_m$  среднее значение из трех серий измерений  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $p_1$ ,  $l$ ,  $p_1 l$ .

3. Постройте графики: 1) зависимость давления  $p_1$  от длины столбика воздуха  $l$  (объема); 2) зависимость произведения  $p_1 l$  от давления газа  $p_1$ .

4. Проанализируйте построенные графики. Сопоставьте полученные результаты с поставленной целью работы.

### Контрольные вопросы

1. Перечислите все изопроцессы. Почему для газа их три? Сформулируйте газовые законы для всех изопроцессов и запишите соответствующие уравнения.

2. Что такое идеальный газ? Запишите уравнение состояния идеального газа. Выведите уравнения изопроцессов как следствия уравнения состояния идеального газа. Можно ли атмосферный воздух назвать идеальным газом в условиях проведения данного исследования? Если – да, то на основании чего; если – нет, то почему.

3. Какую информацию об исследованной термодинамической системе содержат построенные Вами графики?

4. Можно ли утверждать, что Ваши опыты с газом проводились в изотермических условиях?

### Список рекомендуемой литературы

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §7–8.
2. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. М.: Наука, 1976. С.18–19, 32–39.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §87–89, 103.
4. *Радченко И.В.* Молекулярная физика. М.: Наука, 1965. С.20–26, 216–228.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА МЕТОДОМ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

**Принадлежности:** экспериментальная установка в сборе, секундомер.

**Введение.** Объектом изучения (термодинамической системой) является воздух, заключенный в баллоне 1 при атмосферном давлении (рис. 13.1). В данных условиях можно считать его идеальным газом. Термодинамическими параметрами такой системы являются объем, давление, температура. С ними связан ряд термодинамических функций, таких как внутренняя энергия, свободная энергия, *энтропия*.

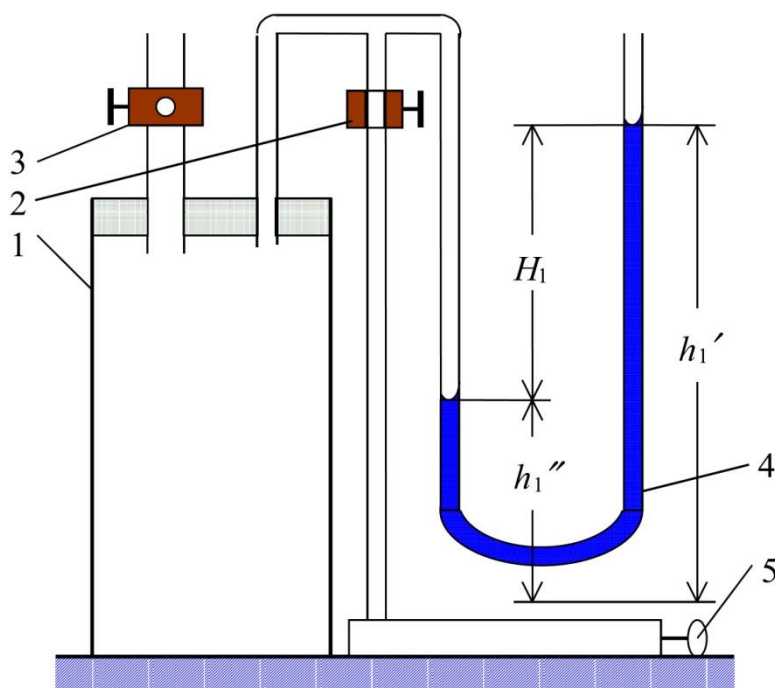


Рис. 13.1

Пусть система получает от теплового резервуара с температурой  $T_1$ , роль которого выполняет воздух в лаборатории, некоторое количество теплоты  $\delta Q$ . Согласно первому началу термодинамики тепло  $dQ$  идет на изменение внутренней энергии системы  $dU$  и на совершение системой работы  $\delta A$ :

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (13.1)$$

Таким образом, путем нагревания систему можно перевести из одного состояния в другое, параметры которого, естественно, будут отличаться от прежних. Величина  $dU$  при этом определяется исключительно параметрами начального и конечного состояний, в то время как  $\delta Q$  и  $\delta A$  зависят не только от параметров, но и от того, в ходе какого термодинамического процесса происходила передача тепла. Так что  $Q$  и  $A$  не являются функциями состояния системы, а  $\delta Q$  и  $\delta A$  не являются их полными дифференциалами. Однако если вместо  $\delta Q$  взять отношение  $\delta Q/T$ , то оно становится полным дифференциалом

некоторой функции состояния системы, названной Клаузиусом *энтропией*. Обозначим энтропию системы  $S$ , а ее дифференциал –  $dS$ , так что

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (13.2)$$

Доказать, что энтропия  $S$  является функцией состояния, можно, исходя из второго закона термодинамики. Для этого запишем первое начало термодинамики в виде

$$T \cdot dS = dU + \delta A,$$

проведя с системой круговой процесс с одним термостатом. В этом случае

$$\oint T \cdot dS = \oint dU + \oint \delta A.$$

Откуда следует, что  $\oint T \cdot dS = A$ . Но второй закон термодинамики утверждает, что «невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счет охлаждения теплового резервуара» (формулировка Томсона). Следовательно,  $\oint dS = 0$ , а энтропия  $S$  является, таким образом, функцией состояния.

Согласно (13.2) приращение энтропии  $dS$  и  $\delta Q$  имеют одинаковые знаки. Если система получает тепло от теплового резервуара,  $\delta Q > 0$ , ее энтропия увеличивается. Если система отдает тепло,  $\delta Q < 0$ , ее энтропия уменьшается. Если система участвует в адиабатическом процессе, где  $\delta Q = 0$ , то энтропия ее не изменяется и  $dS = 0$ . Таким образом, в нашем случае по знаку  $dS$  можно судить о направлении теплового потока в термодинамическом процессе.

Найдем энтропию идеального газа массой  $M$  и молярной массой  $\mu$ . Для этого воспользуемся уравнением первого начала термодинамики (13.1), в которое подставим  $dU$  и  $\delta A$ ,

$$\delta Q = \frac{M}{\mu} C_v dT + p dV.$$

Заменим давление  $p$ , выразив его из уравнения состояния идеального газа:

$$p = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V}.$$

$$\delta Q = \frac{M}{\mu} C_v dT + \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} dV.$$

Разделим обе части уравнения на температуру  $T$ , получим следующее:

$$dS = \frac{M}{\mu} \left( C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} \right).$$

Считая число молей газа  $\frac{M}{\mu}$  постоянным, правую часть равенства можно представить так:

$$dS = \frac{M}{\mu} d(C_v \ln T + R \ln V).$$

Проинтегрировав это уравнение, получим энтропию идеального газа

$$S = \frac{M}{\mu} (C_v \ln T + R \ln V + S_0). \quad (13.3)$$

Таким образом, энтропия идеального газа определена с точностью до некоторой постоянной  $S_0$ . Величиной  $S_0$  пока интересоваться не будем, так как в большинстве практических задач ставится вопрос не о величине самой энтропии, а об ее *изменении* в ходе конкретного термодинамического процесса.

Выразив объем  $V$  из уравнения состояния газа и заменив его в формуле (13.3), есть возможность записать энтропию идеального газа через параметры  $(p, T)$ , которые являются более подходящими в условиях данной лабораторной работы:

$$S = \frac{M}{\mu} (C_p \ln T - R \ln p + S_0). \quad (13.4)$$

### Цикл Клемана-Дезорма

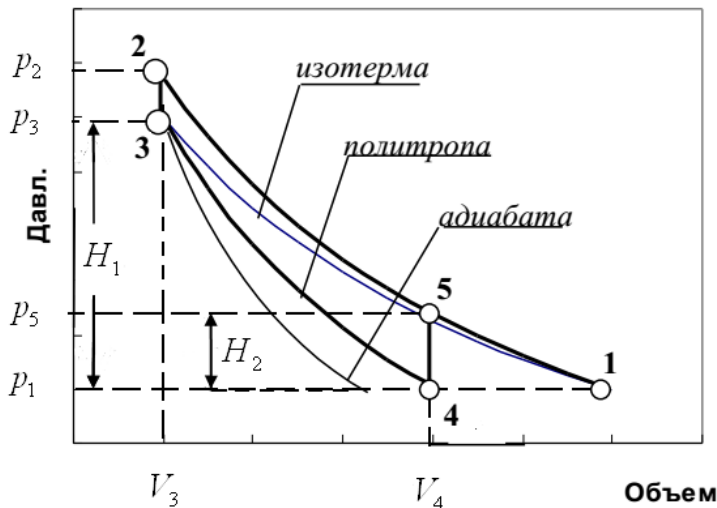


Рис. 13.2

Рассмотрим те процессы в газе, которые можно реализовать по методике Клемана-Дезорма (рис. 13.2).

Найдем изменение энтропии воздуха при его расширении в *политропическом* процессе **3–4**. На основании результатов, полученных в работе № 228, мы пришли к выводу, что в условиях нашей лаборатории указанный процесс не является адиабатическим.

Воспользуемся формулой (13.4) и запишем энтропию в

конечном **4** и исходном **3** состояниях, а также ее изменение:

$$S_4 = \frac{M}{\mu} C_p \ln T_4 - \frac{M}{\mu} R \ln p_4 + \frac{M}{\mu} S_0,$$

$$S_3 = \frac{M}{\mu} C_p \ln T_1 - \frac{M}{\mu} R \ln p_3 + \frac{M}{\mu} S_0,$$

$$\Delta S_{3-4} = \frac{M}{\mu} C_p \ln \frac{T_4}{T_1} - \frac{M}{\mu} R \ln \frac{p_4}{p_3},$$

где  $p_4 = p_1$  – атмосферное давление;  $p_3 = p_1 + H_1$  ( $H_1$  – превышение давления газа в баллоне над атмосферным в состоянии **3**).

Несмотря на то что часть газа выходит из баллона, мы считаем количество молей газа, участвующего в процессе, постоянным ввиду небольшого превышения давления в состоянии **3** над атмосферным (примерно на 3%). Следовательно, масса вышедшего газа составляет примерно столько же процентов относительно массы газа в баллоне. Измерения остальных величин



не отличаются большей точностью, поэтому данное допущение вполне уместно.

Температуру  $T_4$  можно найти из закона Шарля для процесса изохорического нагревания **4–5**:

$$\frac{p_1}{p_5} = \frac{T_4}{T_5}.$$

Так как  $T_5 = T_1$ ,  $p_5 = p_1 + H_2$ , то

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_1}{p_1 + H_2}.$$

Воздух – газ двухатомных молекул, его молярная теплоемкость согласно молекулярно-кинетической теории идеального газа  $C_p = 7R/2$ .

$$\Delta S_{3-4} = \frac{M}{\mu} R \left( \frac{7}{2} \ln \frac{p_1}{p_1 + H_2} - \ln \frac{p_1}{p_1 + H_1} \right).$$

Перевернем дроби, стоящие под знаками логарифма, сопроводив это изменением знаков перед  $\ln$ :

$$\Delta S_{3-4} = \frac{M}{\mu} R \left[ \ln \left( 1 + \frac{H_1}{p_1} \right) - \frac{7}{2} \ln \left( 1 + \frac{H_2}{p_1} \right) \right].$$

Учитывая, что отношения  $\frac{H_1}{p_1} \ll 1$  и  $\frac{H_2}{p_1} \ll 1$ , разложим каждый из логарифмов в ряд и возьмем только первый член разложения, а именно  $\ln \left( 1 + \frac{H_1}{p_1} \right) \approx \frac{H_1}{p_1}$  и  $\ln \left( 1 + \frac{H_2}{p_1} \right) \approx \frac{H_2}{p_1}$ , получим

$$\Delta S_{3-4} = \frac{M}{\mu} R \frac{H_1 - \left( \frac{7}{2} \right) H_2}{p_1}. \quad (13.5)$$

Так как масса газа  $M$  не известна, ее можно исключить, выразив  $\Delta S_{3-4}$  в безразмерной форме, выбрав в качестве единицы измерения  $\Delta S_{3-1}$ .

Из формулы (13.5) следует, что при чрезвычайно медленном вытекании газа из баллона **1** (рис. 13.1) процесс расширения будет изотермическим, представленным на рис. 13.2 кривой **3–1**. Тогда при любом  $H_1$  величина  $H_2 = 0$  и

$$\Delta S_{3-4} = (\Delta S)_T = \frac{M}{\mu} R \frac{H_1}{p_1}.$$

Изменение энтропии  $\Delta S_{3-4}$  в безразмерной форме примет при этом вид

$$\frac{\Delta S_{3-4}}{\Delta S_{3-1}} = 1 - \frac{7}{2} \frac{H_2}{H_1}. \quad (13.6)$$

Полученная функция – нелинейная. Ее можно линеаризировать, выразив  $\frac{H_2}{H_1}$  из формулы

$$n = \frac{H_1}{H_1 - H_2}. \quad (13.7)$$

(Вывод формулы (13.7) см. в описании работы № 228).

Таким образом, из формулы (13.6) окончательно получим

$$\frac{\Delta S_{3-4}}{(\Delta S)_T} = 3.5 \frac{1}{n} - 2.5. \quad (13.8)$$

Написанное уравнение дает на графике прямую линию, если по оси абсцисс откладывать  $1/n$ , а по оси ординат – отношение  $\Delta S_{3-4}/(\Delta S)_T$ , вычисленное по формуле (13.6). Построенный график дает возможность путем экстраполяции найти показатель адиабаты  $\gamma = C_p/C_V$  при  $\Delta S_{3-4} = 0$ .

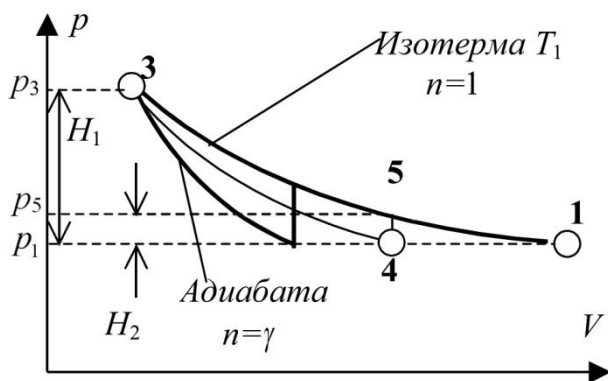


Рис. 13.3

В последующих опытах предлагается выявить влияние продолжительности процесса расширения газа на величину  $\Delta S_{3-4}$ , считая, что чем медленнее газ выходит из баллона, тем больше тепла поступает в баллон и тем ближе будет процесс расширения к изотермическому. А чем быстрее вытекает газ, тем ближе процесс к адиабатическому. Все проводимые в

лабораторных условиях процессы расширения будут изображаться на диаграмме  $p, V$  кривыми (политропами), лежащими между изотермой и адиабатой. Одна из политроп 3–4 показана на рис. 13.3.

Итак, в данной работе есть возможность определить изменение энтропии в ряде политропических процессов, а также путем экстраполяции найти  $\gamma$ . Это является научно-методической целью данной работы.

**Описание установки.** Экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда 1 (рис. 13.1), соединенного с насосом 5 и водяным манометром 4.

Сосуд 1 содержит 10 л исследуемого газа (воздуха) при комнатной температуре  $T_1$ . Перед началом опыта открывают на некоторое время кран 3, чтобы в сосуде установилось атмосферное давление  $p_1$ , после чего кран 3 закрывают. В этом случае состояние системы соответствует точке 1 на рис. 13.3, а на рис. 13.1 – открытому крану 2 и закрытому крану 3. Если теперь поработать насосом 5, то масса воздуха в баллоне увеличится, что приведет к повышению его давления по сравнению с атмосферным.

**Измерения.** 1. Открыть кран 3 на баллоне на 3–5 секунд, тем самым уравнивается давление в баллоне с атмосферным. Уровни жидкости в манометре 4 при этом оказываются на одной высоте, после чего кран 3 закрывают.

2. Накачивая насосом 5 воздух в сосуд, довести разность уровней воды в манометре 4 до 20...30 см. Как только желаемая разность уровней создана, закрыть кран 2 между насосом и баллоном.

3. Наблюдать за перемещением уровней в манометре. Когда их движение прекратится, что соответствует состоянию 3 на рис. 13.3, записать положение уровней  $h'_1$ ,  $h''_1$  и их разность  $H_1$  в табл. 13.1.

4. Открыть кран 3. Накачанный ранее воздух выходит из баллона в атмосферу – имеет место процесс 3–4. Как только уровни воды в манометре сравняются, закрыть кран 3. После закрытия крана уровни жидкости в манометре перемещаются. Подождите, когда прекратится их движение, это соответствует состоянию 5 на рис. 13.3. Записать в табл. 13.1 отсчеты положения уровней на шкале манометра  $h'_2$  и  $h''_2$ , а также их разность  $H_2$ .

5. Процесс выпуска воздуха надо произвести разными темпами: а) максимально быстро; б) с умеренной скоростью (продолжительность выпуска 7...15 с); в) медленно (продолжительность 20...30 с). Время выпуска  $\tau$  засекают по секундомеру и записывают в табл. 13.1. Таких измерений провести не менее десяти.

**Таблица 13.1**

Атмосферное давление, $p_1$			Комн. темпер., $t_1$ °C =			Объём сосуда, $V$				
<i>№</i>	$h'_1$	$h''_1$	$H_1$	$\tau$ , с	$h'_2$	$h''_2$	$H_2$	$n$	$1/n$	$\frac{\Delta S_{3-4}}{(\Delta S)_T}$
<i>изм.</i>										

**Обработка и анализ результатов.** 1. Рассчитать показатель политропы  $n$  по формуле (13.7) для каждого измерения, а также  $1/n$ .

Поскольку все проведённые процессы расширения газа 3–4 лежат между изотермой 3–1 и адиабатой, то найденные значения показателя политропы  $n$  должны быть в пределах от 1 до  $\gamma$ .

2. Вычислить величину изменения энтропии  $\Delta S_{3-4}/(\Delta S)_T$  в каждом проведенном Вами процессе по формуле (13.6).

3. Построить график зависимости  $\Delta S_{3-4}/(\Delta S)_T$  от  $1/n$ . В опытах не было возможности провести процесс расширения ни бесконечно медленно (изотермически), ни достаточно быстро (адиабатически). При  $\Delta S_{3-4}/(\Delta S)_T \rightarrow 1$  на графике должно выполняться одно условие:  $n \rightarrow 1$ . А при  $\Delta S_{3-4}/(\Delta S)_T \rightarrow 0$  – другое:  $n \rightarrow \gamma$ . Экстраполируя график к  $\Delta S_{3-4}/(\Delta S)_T = 0$ , определить показатель  $n_0$  при  $\Delta S_{3-4} = 0$ .

4. Оценить относительную ошибку определения показателя адиабаты  $n_0$  методом экстраполяции по формуле

$$(\Delta n_0)_{\text{относит.}} = \frac{n_0 - \gamma}{n_0} 100\% ,$$

где  $\gamma$  – теоретическое значение показателя адиабаты для воздуха.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое энтропия? Каковы свойства этой функции состояния системы?
2. Сформулируйте второй закон термодинамики в терминах энтропии.
3. Что такое политропический процесс? Напишите уравнение политропического процесса. Какое значение принимает показатель политропы в адиабатическом, изотермическом, изохорическом, изобарическом процессах?
4. Какова масса воздуха в баллоне в исходном состоянии **1**?
5. Какую массу воздуха (примерно) накачивают в баллон насосом? Какую часть она составляет по отношению к массе воздуха в исходном состоянии?
6. Сравните приращение энтропии с темпом расширения воздуха  $\tau$ .

### **Список рекомендуемой литературы.**

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §21–22.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §87–88.
3. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. М.: Академия, 2005. §11.3–11.4.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА–ДЕЗОРМА

**Принадлежности:** экспериментальная установка в сборе.

**Введение.** Согласно *первому закону термодинамики* тепло, подведенное к термодинамической системе, идет на изменение ее внутренней энергии и на совершение системой работы:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Количество теплоты, необходимое для нагревания *одного моля* вещества на один кельвин, называется *молярной теплоемкостью*. Обозначим её  $C$ . Если же нагревают 1 кг или 1 г вещества (т.е. *единицу массы*), теплоемкость называется *удельной* –  $c$ . Она в  $\mu$  раз меньше молярной. Действительно, если  $\mu$  – молярная масса данного вещества,  $\nu$  – число молей, то

$$C = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}, \quad \nu = \frac{M}{\mu}, \quad C = \mu c.$$

Рассмотрим в качестве термодинамической системы *идеальный газ*. Теплоемкость зависит как от природы газа, так и от условий его нагревания, т.е. от термодинамического процесса, в котором газ участвует. Обычно для газов выделяют две теплоемкости: молярную теплоемкость при постоянном объеме  $C_V$  и молярную теплоемкость при постоянном давлении  $C_p$ .

Из первого закона термодинамики следует, что для идеального газа имеет место так называемое уравнение Майера:

$$C_p = C_V + R, \tag{14.1}$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Согласно уравнению (14.1) теплоемкость газа в изобарическом процессе  $C_p$  больше, чем в изохорическом  $C_V$ , а их отношение больше единицы:

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma. \tag{14.2}$$

Отношение теплоемкостей  $\gamma$  называется *показателем адиабаты*, так как входит в уравнение адиабатического процесса (14.3), которое называется также уравнением Пуассона,

$$pV^\gamma = const. \tag{14.3}$$

Величина  $\gamma$  различна для разных газов. Знание и измерение  $\gamma$  представляет практический интерес, поскольку с ней связаны некоторые явления в газах, например, скорость распространения звука, упругость, теплоемкость. Определение показателя адиабаты как вычисление отношения предварительно измеренных теплоемкостей газа  $C_p$  к  $C_V$  не практикуется, так как эти измерения слишком трудоемки и не дают требуемой точности.

Практически рациональнее измерять  $\gamma$ , а теплоемкость  $C_p$  и  $C_V$  вычислять по следующим формулам, полученным из уравнений (14.1) и (14.2):

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}. \quad (14.4)$$

Показатель адиабаты  $\gamma$  экспериментально можно определить, например, из измерений скорости звука в газе  $v$  (см. лабораторную работу № 212):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \quad (14.5)$$

где  $T$  – температура,  $\mu$  – молярная масса газа.

Но это не единственная возможность. В 1819 г. Клеман и Дезорм предложили способ измерения  $\gamma$  газов путем их адиабатического расширения.

**Целью** работы является определение отношения  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  для воздуха методом Клемана–Дезорма<sup>21</sup>.

Адиабатическим называется процесс, в котором термодинамическая система *не обменивается* теплом с окружающими телами (система теплоизолирована *идеально*). Поскольку в природе не существует идеальных теплоизоляционных материалов, то адиабатическими процессами могут быть признаны те из них, которые происходят *быстро* настолько, что можно пренебречь количеством тепла, прошедшим за время процесса через оболочку, по сравнению с внутренней энергией системы.

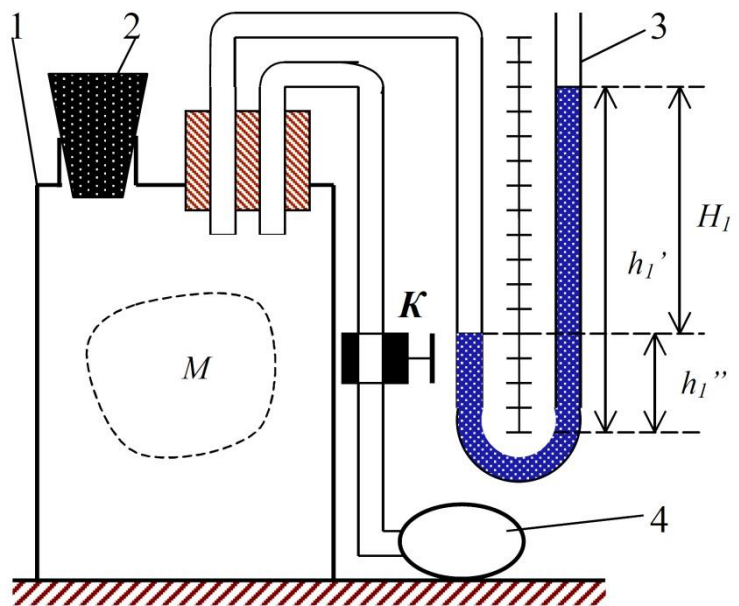


Рис. 14.1

Так как измерить параметры газа во время быстропротекающего процесса затруднительно, в данном методе наблюдают за изменением давления и температуры системы в исходном и конечном состояниях. Ниже поясняется суть метода Клемана–Дезорма.

**Описание установки и методики измерений.** Экспериментальная установка для определения  $\gamma$  состоит из стеклянного баллона 1 (рис. 14.1), соединенного шлангами с насосом 4 и водяным манометром 3. По сравнению с лабораторной работой № 228 в данной установке процесс расширения воздуха максимально ускорен, что делает его близким к адиабатическому.

Баллон 1 содержит несколько литров исследуемого газа (воздуха) при комнатной температуре  $T_1$ . Перед началом опыта приоткрывают пробку 2, чтобы в баллоне установилось *атмосферное* давление  $p_1$ . (состояние 1 на

<sup>21</sup> Ch.B. Desormes (1777–1862), N. Clement (1779–1841) – французские химики.

рис. 14.2). Так как все газовые законы справедливы для систем с неизменной массой, *мысленно* выделим в баллоне 1 некоторую порцию газа массой  $M$ . В дальнейшем все уравнения термодинамических процессов в этом газе будут относиться к ней.

### Цикл Клемана–Дезорма

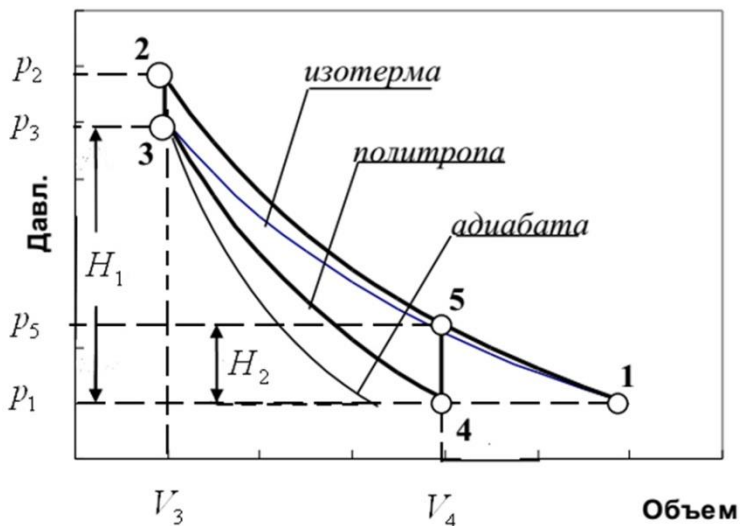


Рис.14.2

Закрывают отверстие пробкой 2, открывают кран  $K$  и с помощью насоса 4 накачивают в сосуд некоторое дополнительное количество воздуха из окружающей атмосферы. При этом давление в баллоне становится выше атмосферного (именно такая ситуация изображена на рис. 14.1), а объем выделенной порции газа  $M$  уменьшается под действием возросшего давления (кривая 1–2 на рис. 14.2). После этого кран  $K$  закрывают. В процессе работы

насоса температура газа в баллоне повышается и в состоянии 2 оказывается больше окружающей:  $T_2 > T_1$ . По этой причине кривая сжатия 1–2 расположена выше изотермы, соответствующей комнатной температуре  $T_1$ . Если теперь газ оставить в покое на некоторое время, то за счет теплообмена через стенки сосуда его температура постепенно выравнивается с окружающей:  $T_3 = T_1$ , а давление газа в баллоне понижается до  $p_3$  (изохора 2–3 на рис. 14.2).

Манометр показывает разность давлений  $H_1$  в сосуде и в атмосфере (другое колено манометра сообщается с ней) в миллиметрах водяного столба.

Давление газа в баллоне при этом равно

$$p_3 = p_1 + H_1. \quad (14.6)$$

Затем пробку 2 открывают на *короткое время*, в течение которого давление в баллоне успевает выровняться с атмосферным (кривая 3–4), и немедленно закрывают. Этот процесс в силу его скоротечности можно считать адиабатическим расширением газа в сосуде. В результате температура газа понижается по сравнению с исходной (комнатной) до некоторого значения  $T_4$ . Так как теперь баллон закрыт, то газ будет нагреваться в изохорических условиях за счет притока тепла извне. Температура его постепенно повышается и сравнивается с температурой окружающей среды  $T_1$  (прямая 4–5). Давление газа при этом становится выше атмосферного на величину  $H_2$ , так что давление газа в состоянии 5 равно

$$p_5 = p_1 + H_2. \quad (14.7)$$

Состояния 3 и 5 лежат на изотерме  $T_1 = \text{const}$ . Согласно закону Бойля–Мариотта

$$p_3 V_3 = p_5 V_4. \quad (14.8)$$

Состояния **3** и **4** лежат на одной адиабате. Параметры состояний **3** и **4** связаны уравнением Пуассона (14.3):

$$p_3 V_3^\gamma = p_1 V_4^\gamma. \quad (14.9)$$

Чтобы исключить из этих уравнений неизвестные объемы, возведем уравнение (14.8) в степень  $\gamma$  и разделим его на уравнение (14.9), в результате чего получим следующее:

$$p_3^{\gamma-1} = \frac{p_5^\gamma}{p_1}. \quad (14.10)$$

Подставив  $p_3$  из равенства (14.6) и  $p_5$  из равенства (14.7) в выражение (14.10) и произведя необходимые преобразования, получим следующее соотношение:

$$\left(1 + \frac{H_1}{p_1}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{H_2}{p_1}\right)^\gamma. \quad (14.11)$$

Каждую скобку равенства (14.11) представим в виде биномиального ряда. Ввиду *малости* дробных слагаемых в скобках по сравнению с единицей ограничимся двумя первыми членами разложения. Действительно, если  $H \approx 10 \dots 30$  см водяного столба и  $p_1 \approx 75$  см ртутного столба, то отношение  $H/p_1$  составляет не более 0.03:

$$1 + (\gamma - 1) \frac{H_1}{p_1} = 1 + \gamma \frac{H_2}{p_1}.$$

Из последнего выражения получается следующая формула для определения показателя адиабаты методом Клемана–Дезорма:

$$\gamma = \frac{H_1}{H_1 - H_2}. \quad (14.12)$$

В расчетную формулу (14.12) входит отношение давлений, поэтому безразлично, в каких единицах измерять давление. Поскольку лабораторная установка оборудована водяным манометром, то давление удобно измерять высотой водяного столба, т.е. в миллиметрах водяного столба (мм.вод.ст.).

**Измерения.** 1. Приоткрыть пробку **2**, чтобы в баллоне установилось атмосферное давление. При этом вода в коленах манометра установится на одном уровне. После этого вставить стеклянную пробку на место. Стеклянная пробка требует осторожного обращения, поэтому не следует прикладывать к ней значительных усилий. Вакуумная смазка на ее поверхности способствует герметичности соединения. Надо оберегать её от прилипания пыли и т.п.

2. Открыть кран **К** и, *аккуратно* работая насосом и следя за манометром, накачать в баллон такое количество воздуха, чтобы разность уровней в манометре составила 25...30 см, затем закрыть кран.

3. Наблюдать за положением уровней воды в манометре. Сначала уровни перемещаются, но их движение постепенно замедляется и, наконец, они останавливаются (если установка герметична). Записать в табл. 14.1 положение уровней воды в коленах манометра, чтобы затем определить разность давлений  $H_1$ :  $H_1 = h_1' - h_1''$  (см. рис. 14.1).



4. Открыть пробку 2, чтобы накачанный ранее воздух вышел из баллона в атмосферу. Это происходит быстро. Поэтому заткнуть пробку, не мешкая, чтобы исключить дальнейшую утечку воздуха из баллона.

5. Наблюдать за изменением положения уровней в манометре – они начинают различаться. Когда их движение прекратится, отсчет положения уровней воды по шкале манометра записать в табл. 14.1, определить величину  $H_2$  так же, как это делалось в п.3.

6. Данный способ измерения не отличается большой точностью, поэтому повторить весь опыт не менее 7 раз.

**Таблица 14.1**

Атмосферное давление, $p_1$			Комн. темпер., $t_1^\circ\text{C} =$				Объём сосуда, $V$		
№ изм.	$h'_1$	$h''_1$	$H_1$	$h'_2$	$h''_2$	$H_2$	$\gamma$	$(\bar{\gamma} - \gamma_i)$	$(\bar{\gamma} - \gamma_i)^2$

**Обработка результатов измерений.** 1. По формуле (14.12) вычислить величину  $\gamma$  для каждого измерения. Найти ее среднее значение.

2. Вычислить полуширину доверительного интервала по формуле Стьюдента как для прямых измерений при доверительной вероятности  $P = 0.95$ :

$$\Delta\gamma = t_{P,n} \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{\gamma} - \gamma_i)^2}.$$

3. Окончательный результат представить в стандартном виде

$$\gamma = \bar{\gamma} \pm \Delta\gamma.$$

4. Определить относительную погрешность измерения  $\Delta\gamma/\bar{\gamma}$ .

5. Сравним полученное значение  $\bar{\gamma}$  с тем, что дает молекулярно-кинетическая теория, которое можно вычислить по формуле

$$\gamma = \frac{(i+2)}{i}, \quad (14.13)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы рассматриваемого газа.

Будем считать воздух однородным двухатомным газом (содержанием других газов, в том числе и водяного пара, пренебрежем, считая его незначительным). Что показывает сравнение?

Провести следующие вычислительные действия.

6. Рассчитать массу воздуха  $M_1$  в баллоне в исходном состоянии **1**.

7. Рассчитать массу воздуха, накачанного в процессе **1–2**,  $\Delta M_1 = M_3 - M_1$ .

8. Рассчитать температуру газа  $T_4$  в баллоне к концу расширения **3–4**.

9. Рассчитать массу воздуха  $\Delta M_2 = M_3 - M_4$ , вышедшего из сосуда в атмосферу в процессе **3–4**. Сравнить  $\Delta M_2$  с  $\Delta M_1$  и объяснить, почему эти величины разные.

### Контрольные вопросы

1. Что называется теплоемкостью – удельной, молярной?
2. Чему равна молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении и при постоянном объеме? От чего они зависят?
3. Почему  $C_p$  больше, чем  $C_v$  и на сколько? Каков физический смысл универсальной газовой постоянной  $R$ ?
4. Напишите уравнение адиабаты и сравните его с уравнением изотермы.
5. Чему равны теоретическое и табличное значения  $\gamma$  для воздуха? Почему полученное Вами значение отличается от табличного?
6. Почему на рис. 14.2 кривая **3–4** идет круче кривой **1–2**? Почему обе кривые идут круче кривой **1–3**?

### Список рекомендуемой литературы

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т 2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2006. §21–22.
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. Механика и молекулярная физика. СПб.: Лань, 2005. §87–88.
3. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высшая школа, 1990. С.91–96.
4. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. М.: Высшая школа, 1989. §9.6, 10.12.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 1. Коэффициенты Стьюдента $t_{P,n}$ при $P = 0.95$

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{P,n}$	12.7	4.3	3.2	2.8	2.6	2.4	2.4	2.3	2.3

### 2. Доверительная вероятность $P$ для интервалов $\Delta x = k\sigma$

$\Delta x$	$\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
$P$	0.68	0.95	0.997

### 3. Случайная ошибка функции

Если  $z = f(x)$ , то  $\Delta z = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x$ .

Если  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , то  $\Delta z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}$ .

### 4. Математические формулы

Интеграл Пуассона  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ .

Бином Ньютона  $(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \dots$

Некоторые приближённые формулы при  $x \ll 1$ :

$$\sin x = x,$$

$$\cos x = 1,$$

$$\ln(1+x) = x.$$

### 5. Некоторые физические константы

Число Авогадро  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$  1/моль.

Число Лошмидта (число молекул газа при н.у.)  $N_L = 2.69 \cdot 10^{19}$  1/см<sup>3</sup>.

Молярный объём идеального газа при н.у.  $V_\mu = 22.4$  л/моль.

Постоянная Больцмана  $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К.

Газовая постоянная  $R = 8.31$  Дж/(моль·К).

Диаметр молекул  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2O$  и т.п.  $(3-4) \cdot 10^{-8}$  см.

Средняя длина свободного пробега молекул в газе при н.у.  $\bar{\lambda} \approx 5 \cdot 10^{-6}$  см.

Вязкость воздуха при н.у.  $\eta = 1.7 \cdot 10^{-4}$  Па·с  $\Pi = 1.7 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

## 6. Коэффициент вязкости $\eta$ при различной температуре (пуаз)<sup>22</sup>

Температура, $t^{\circ}\text{C}$	Вода, П	Касторовое масло, П
5	$1.52 \cdot 10^{-2}$	37.6
10	$1.31 \cdot 10^{-2}$	24.2
15	$1.14 \cdot 10^{-2}$	15.1
20	$1.002 \cdot 10^{-2}$	9.50

## 7. Коэффициент поверхностного натяжения воды

Температура, $t^{\circ}\text{C}$	$\alpha$ , дина/см
5	74.8
10	74.0
15	73.3
20	72.5

## 8. Греческий алфавит

A $\alpha$	альфа	N $\nu$	ню
B $\beta$	бета	Ξ $\xi$	кси
Г $\gamma$	гамма	Ο $\omicron$	омикрон
Δ $\delta$	дельта	Π $\pi$	пи
E $\epsilon$	эпсилон	Ρ $\rho$	ро
Z $\zeta$	дзета	Σ $\sigma$	сигма
H $\eta$	эта	Τ $\tau$	тау
Θ $\theta$ ϑ	тэта	Φ $\phi$	фи
I $\iota$	иота	Χ $\chi$	хи
K $\kappa$ $\kappa$	каппа	Υ $\upsilon$	ипсилон
Λ $\lambda$	ламбда	Ψ $\psi$	пси
M $\mu$	мю	Ω $\omega$	омега

<sup>22</sup> Краткий справочник химика / сост. В.И. Перельман. М.: ГНТИ, 1954.

**9. Давление (упругость) насыщенного водяного пара (мм рт.ст.)  
при температуре от 5 до 30 °С**

°С	Десятые доли градуса									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	6.54	6.59	6.64	6.68	6.73	6.78	6.82	6.87	6.92	6.96
6	7.01	7.06	7.11	7.16	7.21	7.26	7.31	7.36	7.41	7.46
7	7.51	7.56	7.62	7.67	7.72	7.78	7.83	7.88	7.94	7.99
8	8.04	8.10	8.16	8.21	8.27	8.32	8.38	8.44	8.49	8.55
9	8.61	8.67	8.73	8.79	8.84	8.90	8.96	9.02	9.09	9.15
10	9.21	9.27	9.33	9.40	9.46	9.52	9.58	9.65	9.71	9.78
11	9.84	9.91	9.98	10.04	10.11	10.18	10.24	10.31	10.38	10.45
12	10.52	10.59	10.66	10.73	10.80	10.87	10.94	11.01	11.08	11.16
13	11.23	11.30	11.38	11.45	11.53	11.60	11.68	11.76	11.83	11.91
14	11.99	12.06	12.14	12.22	12.30	12.38	12.46	12.54	12.62	12.71
15	12.79	12.87	12.95	13.04	13.12	13.20	13.29	13.38	13.46	13.55
16	13.63	13.72	13.81	13.90	13.99	14.08	14.17	14.26	14.35	14.44
17	14.53	14.62	14.72	14.81	14.90	15.00	15.09	15.19	15.28	15.38
18	15.48	15.58	15.67	15.77	15.87	15.97	16.07	16.17	16.27	16.37
19	16.48	16.58	16.68	16.79	16.89	17.00	17.10	17.21	17.32	17.43
20	17.54	17.64	17.75	17.86	17.97	18.09	18.20	18.31	18.42	18.54
21	18.65	18.76	18.88	19.00	19.11	19.23	19.35	19.47	19.59	19.71
22	19.83	19.95	20.07	20.19	20.32	20.44	20.56	20.69	20.82	20.94
23	21.07	21.20	21.32	21.45	21.58	21.71	21.84	21.98	22.11	22.24
24	22.38	22.51	22.65	22.78	22.92	23.06	23.20	23.34	23.48	23.62
25	23.76	23.90	24.04	24.18	24.33	24.47	24.62	24.76	24.91	25.06
26	25.21	25.36	25.51	25.66	25.81	25.96	26.12	26.27	26.43	26.58
27	26.74	26.90	27.06	27.21	27.37	27.54	27.70	27.86	28.02	28.18
28	28.35	28.51	28.68	28.85	29.02	29.18	29.35	29.52	29.70	29.87
29	30.04	30.22	30.39	30.57	30.74	30.92	31.10	31.28	31.46	31.64
30	31.82	32.01	32.19	32.38	32.56	32.75	32.93	33.12	33.31	33.50

*Учебное издание*

**Сорокин Михаил Павлович**  
**Субботин Геннадий Иванович**

**Общий физический практикум.**  
**Молекулярная физика и термодинамика**

Учебное пособие

Издание второе, переработанное  
Подготовка переиздания: *Н. В. Колчанов, Е. А. Колчанова*

Редактор *Л. А. Богданова*  
Корректор *Л. И. Семицетова*  
Компьютерная вёрстка: *Н. В. Колчанов, Е. А. Колчанова*

---

Объем данных 4,49 Мб  
Подписано к использованию 23.03.2020

---

Размещено в открытом доступе  
на сайте [www.psu.ru](http://www.psu.ru)  
в разделе НАУКА / Электронные публикации  
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр  
Пермского государственного  
национального исследовательского университета  
614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15