

ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ

Материалы региональной
научно-практической конференции
студентов, аспирантов и молодых ученых

Выпуск 14



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ

*Материалы
региональной научно-практической конференции
студентов, аспирантов и молодых ученых*

Выпуск 14



Пермь 2021

УДК 53(470.53)
ББК 22.3(2Рос4Пер)
Ф503

Физика для Пермского края [Электронный ресурс] : материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых / под общ. ред. Н. Н. Картавых ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2021. – Вып. 14. – 23,5 Мб; 252 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/fizika-v-permskom-krae-2021.pdf>. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-3689-1 (вып. 14)
ISBN 978-5-7944-1699-2

В сборнике представлены материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, проходившей на базе Пермского государственного национального исследовательского университета с 15 по 29 апреля 2021 г. Традиционно в конференции принимали участие не только представители вузов и научных учреждений Пермского края, но и работники наукоемких промышленных предприятий региона.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, физики твердого тела, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред, радиофизики и электроники, информационных технологий, методов и средств защиты информации.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК 53(470.53)
ББК 22.3(2Рос4Пер)

*Издается по решению ученого совета физического факультета
Пермского государственного национального исследовательского университета*

ISBN 978-5-7944-3689-1 (вып. 14)
ISBN 978-5-7944-1699-2

© ПГНИУ, 2021

ОРГАНИЗАТОРЫ

Физический факультет Пермского государственного национального
исследовательского университета

Председатель конференции

Гаврилов К. А. – к. ф.-м. н., декан физического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета.

Члены оргкомитета

Бабушкин И. А. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой общей физики;

Волынцев А. Б. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой нанотехнологий и микро-
системной техники;

Демин В. А. – д. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой теоретической физики;

Лунегов И. В. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой радиоэлектроники и защиты
информации;

Макаров Д. В. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой физики фазовых переходов;

Машкин С. В. – к. т. ф., доцент кафедры радиоэлектроники и защиты информа-
ции.

Ученый секретарь конференции

Картавых Н. Н. – к. ф.-м. н., зам. декана физического факультета по научной
работе.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Мальков Н. А., Булатов М. И.</i> Исследование влияния аммиака на механические характеристики оптических волокон с органическими покрытиями.....	7
<i>Малькова А. А.</i> Изготовление интегрального микродискового резонатора на основе оксида кремния.....	12
<i>Масалкин Д. Н., Сосунов А. В.</i> Энергия активации дрейфа рабочей точки интегрально-оптических схем.....	18
<i>Чулаков А. В., Семенова О. Р.</i> Влияние плазмохимической обработки на формирование протонообменных фаз в монокристалле ниобата лития.....	23
<i>Шаматова А. А., Малькова А. А.</i> Обзор различных типов оптических резонаторов и методов их изготовления.....	30
<i>Задорожный Н. И., Ильин В. А.</i> Линейный анализ устойчивости слабопроводящей жидкости в электрическом поле при униполярной инжекции заряда.....	35
<i>Казанцев П. Н., Краузин П. В.</i> Определение магнитного потенциала в неоднородно нагретой магнитной жидкости: шаровая полость и горизонтальный цилиндр.....	41
<i>Кропачева Д. С., Макаров Д. В.</i> Переход Фредерикса в бинарной смеси нематических жидких кристаллов.....	47
<i>Кучукова А. Т., Краузина М. Т., Краузин П. В.</i> Численное моделирование тепловой конвекции жидкости в горизонтальном кольцевом зазоре.....	53
<i>Суханов М. О., Ильин В. А.</i> Многомодовая модель электроконвекции идеального диэлектрика	59
<i>Филимонов А. В., Краузин П. В.</i> Установление равновесного распределения концентрации коллоидных частиц в эллиптическом цилиндре.....	65
<i>Чупеев И. А., Петров Д. А.</i> Ориентационные переходы в магнитокомпенсированных суспензиях гетитовых частиц в жидком кристалле.....	71
<i>Агеева М. В.</i> Динамика осцилляторов с кулоновским взаимодействием.....	77
<i>Галицын О. В.</i> Моделирование термокапиллярного эффекта в горизонтальной системе вода-воздух с отрицательным градиентом температуры в вычислительном пакете OpenFOAM.....	82

<i>Демина Т. В., Демин В. А.</i> Расчет производства энтропии для стационарного многовихревого течения в ячейке Хеле-Шоу.....	85
<i>Ковычева Е. И.</i> Динамика магнитного момента в дипольном поле решетки.....	94
<i>Колесниченко Е. В., Хохрякова К. А.</i> Волны на свободной поверхности слоя магнитной жидкости, расположенного на жидкой подложке.....	99
<i>Колупаев В. С.</i> Форма линии контакта капли на неоднородной подложке с учётом движения линии контакта под действием осесимметричных вибраций.....	105
<i>Пермякова Э. В., Голдобин Д. С.</i> Метод экспоненциальных временных разностных схем для уравнений длинноволновой конвекции.....	109
<i>Хабин М. Р., Колчанов Н. В., Евграфова А. В., Марышев Б. С.</i> Моделирование течения через пористую среду с учетом закупорки.....	115
<i>Хаямов Д. О., Демин В. А.</i> Исследование углеродного покрытия оптического волокна и определение его шероховатости.....	122
<i>Шубенков И. С., Любимова Т. П.</i> Конвекция трёхкомпонентной смеси с эффектом соре в подогреваемой снизу горизонтальной полости пористой среды.....	128
<i>Гончаров М. М., Сафарян К. А., Юрина А. Д., Трефилов И. А., Кондрашов А. Н.</i> Применение оптоволоконных датчиков для восстановления температурных полей методом нейронной сети.....	134
<i>Козлов М. В., Любимова Т. П., Рыбкин К. А., Фаттахова И. А., Синицына В. О.</i> Динамика роста одиночного парогазового пузыря в сонохимическом реакторе.....	139
<i>Кучинский М. О., Любимова Т. П., Рыбкин К. А., Синицына В. О., Фаттахова И. А.</i> Исследование интенсивности кавитационных событий в растворах NaCl при ультразвуковом воздействии.....	145
<i>Николаев А. П., Ожегов М. А., Новикова О. А., Заякина И. А., Сафарян К. А.</i> Модель вращающейся галактики.....	151
<i>Сафарян К. А., Трефилов И. А., Гончаров М. М., Юрина А. Д., Кондрашов А. Н.</i> Моделирование утечки в пористую среду.....	156
<i>Трефилов И. А., Сафарян К. А., Гончаров М. М., Юрина А. Д., Кондрашов А. Н.</i> Методика восстановления физических полей по спектральным оптическим сигналам.....	162
<i>Шакирова В. Я., Семёнов В. А.</i> Параметрическая неустойчивость электростатического подвеса в переменном электрическом поле.....	167

<i>Юрина А. Д., Мельников Р. М., Банников М. В.</i> Исследование морфологии поверхности разрушения титанового сплава ВТ-3 при гигацикловой усталости.....	170
<i>Барский А. М., Маниуров А. В.</i> Автоматизация учета рабочего времени посредством двухфакторной идентификации.....	175
<i>Богданов Н. Д., Маниуров А. В.</i> Проектирование цифрового бих-фильтра методом инвариантности импульсной характеристики при аналого-цифровой трансформации.....	181
<i>Жужгов М. В., Семёнов В. А.</i> Об основных направлениях развития платформ ERP систем.....	187
<i>Задворных А. А., Апенько В. А., Склярченко М. С.</i> Беспроводной низкопотребляющий датчик вскрытия уличного колодца.....	193
<i>Исаев М. В., Маниуров А. В.</i> Микропроцессорный анализатор звуковых колебаний.....	199
<i>Кольчурин М. Л., Вайтанец М. С., Постаногов Н. А., Моисеев В. И.</i> Рекомендации по реализации безопасной авторизации в условиях микросервисной архитектуры.....	205
<i>Лунегов А. И., Мушинский С. С., Лунегов И. В.</i> Компенсация шумов относительной интенсивности источника оптического излучения волоконно-оптического гироскопа методом цифровой обработки сигнала.....	211
<i>Назарова Л. Р., Моисеев В. И.</i> Построение динамической многоточечной виртуальной частной сети на платформе MikroTik RouterOS...	218
<i>Оборин К. М., Маниуров А. В.</i> Параметрический эквалайзер на основе набора всепропускающих цифровых фильтров.....	223
<i>Сурин Н. В., Черепанов И. Н.</i> Исследование нейросети на основе концепции Редозубова.....	229
<i>Трясолобова А. А., Маниуров А. В.</i> Разработка одноканального цифрового фотоплетизмографа.....	235
<i>Устюгов М. В., Маниуров А. В.</i> Отладочная плата на основе микроконтроллера STM32F103VET6.....	241
<i>Шаронов К. Д., Маниуров А. В.</i> Стабилизатор тока индуктора импульсного преобразователя расхода.....	246

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АММИАКА НА МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН С ОРГАНИЧЕСКИМИ ПОКРЫТИЯМИ

Н. А. Мальков^a, М. И. Булатов^b

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bПермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В данной работе проведено исследование деградации механических характеристик оптических волокон (ОВ) в двух типах защитно-упрочняющих покрытий (ЗУП) после выдержки в аммиачной атмосфере. Предел прочности был измерен до и после выдержки.

Ключевые слова: оптическое волокно; предел прочности, акрилатное покрытие; полиимидное покрытие; двухточечный изгиб

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF AMMONIA ON THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF OPTICAL FIBERS WITH ORGANIC COATINGS

N. A. Malkov^a, M. I. Bulatov^b

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bPerm National Research Polytechnic University,
29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

In this paper investigated the degradation of mechanical characteristics of optical fiber (OF) in two types of protection coating after exposure in ammonia atmosphere. The strength measured before and after exposure.

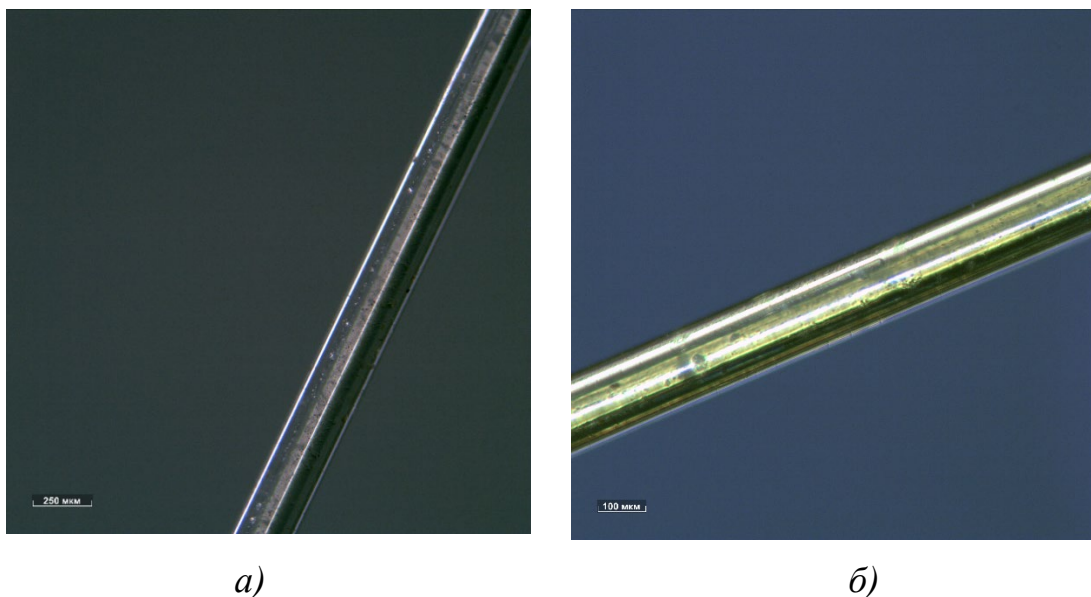
Keywords: optical fiber; strength; acrylate coating; polyimide coating; two point bend

В настоящее время спектр применения ОВ постоянно расширяется. При этом существует ряд ограничений, которые не позволяют использовать ОВ в некоторых технологических процессах, связанных с химическим производством, например, производство удобрений или взрывчатых веществ. Одним из таких ограничений является влияние химических элементов на механические характеристики.

Молекулы воды, водород и ОН-группы являются основными возбудителями напряжений в кварцевом стекле, так как они соразмерны с длиной Si-O-Si мостика ($\sim 3.4 \text{ \AA}$) и без затруднения проникают в вершину трещины, чем вызывают коррозию и постепенное разрушение оптического волокна. Некоторые соединения имеют аналогичные размеры и так же могут выступать в качестве возбудителей напряжений, например, аммиак (NH_3), который является полярным растворителем [1]. Соединение аммиака играет

важную роль в промышленном процессе и является побочным продуктом сельскохозяйственной деятельности. Многие технологические процессы, такие как производство удобрений, пластмасс, взрывчатых веществ используют аммиак в качестве сырья.

Для защиты оптического волокна от внешнего воздействия используются полимерные защитно-упрочняющие покрытия. Для нормальных климатических условий используется акрилатное покрытие (рис. 1а). За счет низкой стоимости это покрытие чаще всего используется для защиты телекоммуникационных волокон. Для условий, где температура достигает 300°C используется полиимидное покрытие (рис. 1б). Данный тип покрытия используется для защиты датчиков давления и температуры в нефтяных скважинах. Несмотря на большое количество публикаций с данными типами покрытий, стойкость покрытий к аммиаку малозначительно рассмотрена в литературе.



*Рис. 1. Защитно-упрочняющие покрытия:
а) акрилат; б) полиимид*

В работе [2] показано, что аммиак уменьшает предел прочности волокна в полиимидном покрытии на ~ 22% в течение 2 часов. Данный временной промежуток не позволяет оценить, как сильно деградирует волокно при увеличенном времени. Также не было упоминания про состояние покрытия после эксперимента.

Цель исследования – изучить влияние аммиака на механические характеристики ОВ в акрилатном и полиимидном ЗУП.

Для исследования в аммиачной атмосфере с увеличенным временным диапазоном, использовалась стеклянная ёмкость с керамическим поддоном (рис. 2). Благодаря данной конструкции возможно поместить образцы как в 10 % водный раствор аммиака, так и в его испарения. Измерения предела

прочности производились после следующих временных промежутков: 1 час, 1 день, 3 дня, 7 дней.

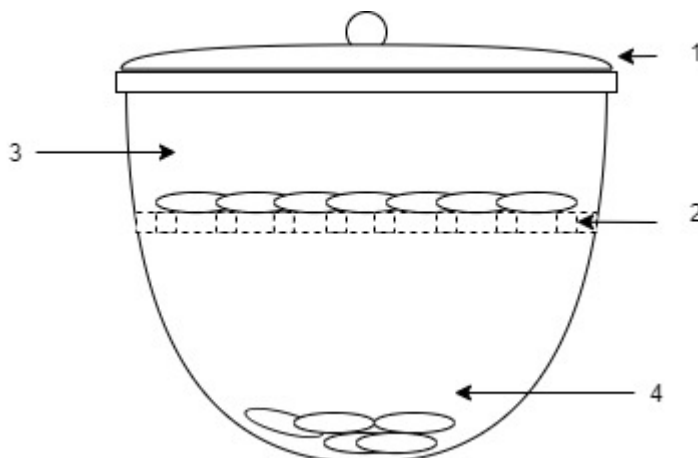


Рис. 2. Стеклоянная ёмкость: 1 – крышка; 2 – керамический поддон; 3 – образцы волокон в испарениях; 4 – образцы волокон в водном растворе

Метод двухточечного изгиба [3], который использовался для измерения предела прочности в данной работе, заключается в том, что образец оптического волокна, изогнутый в виде «U» - образной трубки, помещают между двумя параллельными пластинами (рис. 3). Одна пластина находится в неподвижном состоянии, а вторая с помощью шагового двигателя с точностью 0.01 мм создает нагрузку на волокно. При движении пластины уменьшается радиус изгиба волокна, что провоцирует увеличение механического напряжения в месте перегиба.

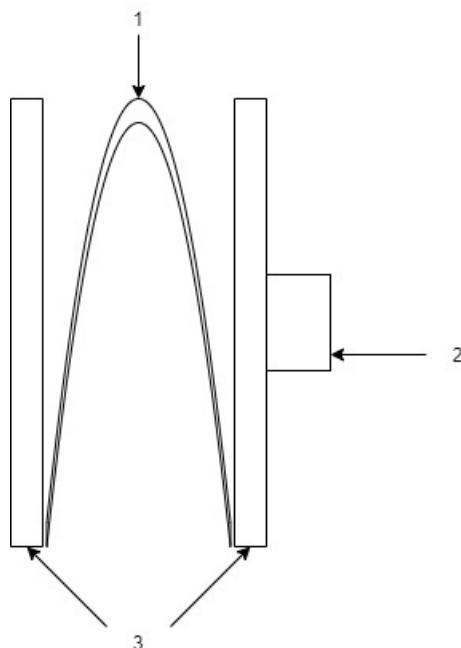


Рис.3. Типичная схема установки двухточечного изгиба: 1 – место максимальной нагрузки ОВ; 2 – акустический датчик фиксации разрушения; 3 – нагруженные пластины

Механическое напряжение, при котором наступило разрушение ОВ называется пределом прочности. Предел прочности определяется выражением

$$\sigma = \varepsilon E_0(1 + \alpha\varepsilon), \quad (1)$$

где E_0 – модуль Юнга кварца (72 ГПа), α – параметр, корректирующий нелинейность зависимости растяжения от прикладываемой нагрузки ($\alpha = 2.125$).

После разрушения волокна, которое было зафиксировано акустическим датчиком, измеряется расстояние между плитами и производится расчет с учётом коэффициента

$$\varepsilon = 1.198 \frac{d_f}{D-d_c}, \quad (2)$$

где d_f – диаметр сердцевины волокна (мкм), D – расстояние между плоскопараллельными пластинами при разрушении волокна (мкм), d_c – наружный диаметр волокна по кварцевой оболочке [4].

На графиках рис. 4 показана зависимость ухудшения предела прочности от увеличения времени выдержки. При этом прочность в растворе имеет большую тенденцию к ухудшению за счет дополнительного смачивания водной частью раствора и, как следствие, ускоренное диффундирование аммиака в кварцевое стекло. Данная зависимость согласуется с исследованием [2]. В первый час выдержки прочность волокна в акрилате уменьшилась на 3.6 %, а для волокна в полиимиде на 14.8%.

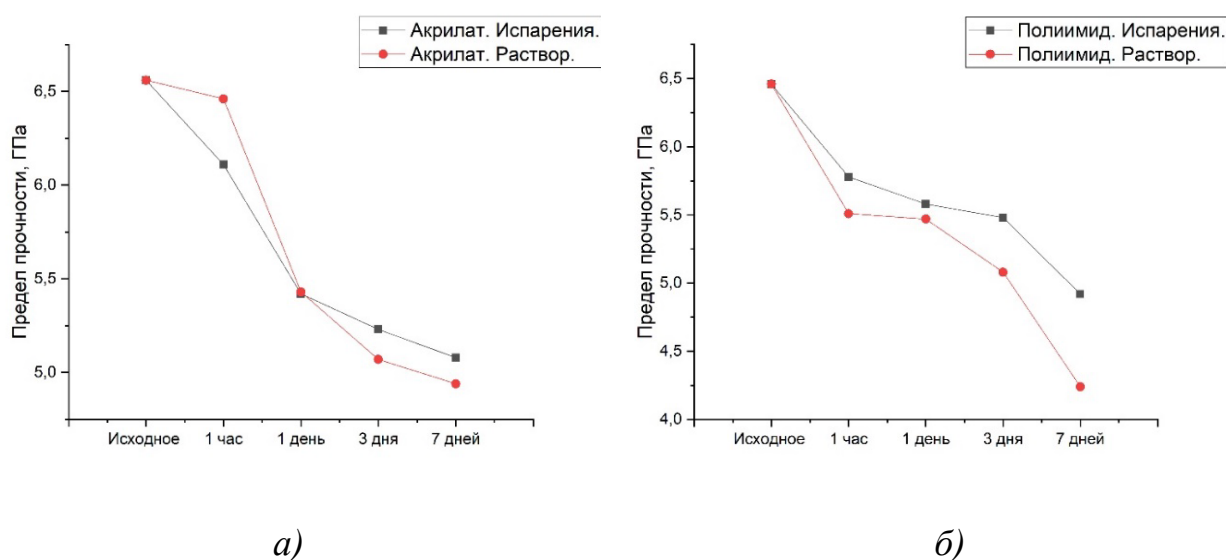


Рис. 4. Графики зависимости предела прочности от времени выдержки:
а) ОВ в акрилатном ЗУП; б) ОВ в полиимидном ЗУП

На микроскопе Leica DMI8 была проведена оценка деградации защитного покрытия после 7 дней выдержки. Полиимидное покрытие

окислилось и поменяло цвет с желтого на черный (рис. 5а). Данный процесс, вероятно, вызвал дополнительные образования микротрещин и, как следствие, ухудшение прочности. У акрилатного покрытия внешних изменений замечено не было (рис. 5б).

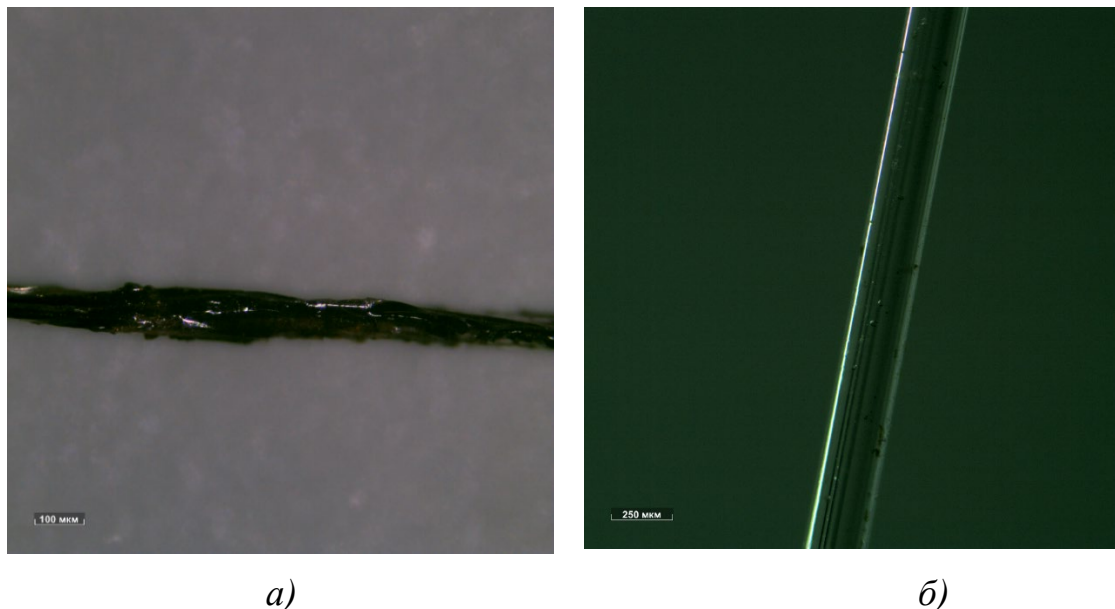


Рис.5. 7 дней выдержки: а) полиимид; б) акрилат

Аммиак является агрессивной разрушающей средой для обоих рассмотренных типов покрытия. В течение всего периода выдержки наблюдается постоянная тенденция ухудшения механических характеристик, в том числе деградация полиимидного покрытия.

После 7 дней выдержки предел прочности волокна в акрилатном покрытии уменьшился на ~22 %, а для волокна в полиимиде на ~ 30 %.

Список литературы

1. *Michalske T. A., Bunker B. C.* Steric effects in stress corrosion fracture of glass // *Journal of the American Ceramic Society.* 1987. Vol. 70 (10). P. 780–784.
2. *Kosolapov A. F., Plastinin E. A., Semjonov S. L. et al.* Advanced polyimide varnish for optical fiber coating fabrication // *Bulletin of the Lebedev Physics Institute.* 2017. Vol. 44. P. 159–162.
3. *Severina I., El Abdi R., Poulain M.* Aging study of silica optical fibers under acid environment // *Proceedings of 17th International Conference on Optical Fibre Sensors.* Bruges, Belgium, 2005. Vol. 5855. P.172–175.
4. *Matthewson M. J., Kurkjian C. R., Gulati S. T.* Strength measurement of optical fibers by bending // *Journal of the American Ceramic Society.* 1986. Vol. 69 (11). P. 815–821.

ИЗГОТОВЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО МИКРОДИСКОВОГО РЕЗОНАТОРА НА ОСНОВЕ ОКСИДА КРЕМНИЯ

А. А. Малькова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Методами электронно-лучевой литографии, жидкостного и плазмохимического травления был изготовлен дисковый подвешенный резонатор на основе оксида кремния на кремниевой подложке. Исследованы зависимости угла клина и шероховатости стенок резонатора от параметров жидкостного травления оксида кремния. Выполнен ввод излучения, наблюдается его распространение в резонаторе.

Ключевые слова: микродисковый резонатор; угол клина; шероховатость стенок; жидкостное травление оксида кремния

FABRICATION OF INTEGRATED MICRODISK RESONATOR BASED ON SILICON OXIDE

A. A. Malkova

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

Silica disk suspended resonator were fabricated on a silicon substrate by e-beam lithography, wet and plasma chemical etching. Dependences of the wedge angle and wall roughness on the wet etching of silica were investigated. Radiation was introduced, its propagation in the resonator is observed.

Keywords: microdisk resonator; wedge angle; wall roughness; wet etching of silica

В качестве чувствительных элементов в датчиках угловых скоростей могут применяться оптические резонаторы. Чувствительность устройства зависит от добротности и диаметра резонатора: чем выше их произведение, тем чувствительнее прибор. В настоящее время активно ведутся исследования по миниатюризации устройств, а значит, для сохранения чувствительности при меньших размерах резонатор должен обладать большей добротностью [1].

Для создания датчиков малых размеров целесообразно использовать интегрированные на подложке микродисковые резонаторы шепчущей галереи. Такие устройства обладают наибольшей добротностью при меньших размерах (до 108 для 500 мкм), при этом позволяя расположить на одной подложке несколько элементов [2].

В статьях [3–4] используются резонаторы типа «подвешенный диск», которые имеют так называемую «грибовидную» геометрию – диск расположен на пьедестале, диаметр которого меньше диаметра самого диска (рис. 1). Диск на пьедестале окружен воздухом или другим материалом с

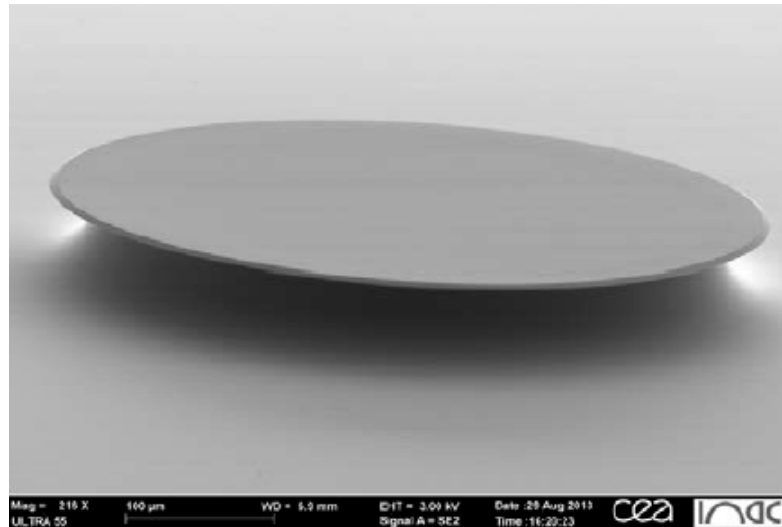


Рис. 1. СЭМ-изображение дискового подвешенного резонатора [3]

меньшим, чем у материала резонатора, показателем преломления, что обеспечивает большое оптическое ограничение моды со стороны подложки.

В данной работе методами электронно-лучевой литографии, жидкостного и плазмохимического травления был изготовлен дисковый подвешенный резонатор SiO_2 диаметром 400 мкм и толщиной 2 мкм на кремниевой подложке. Этапы формирования дискового резонатора представлены на рис. 2.

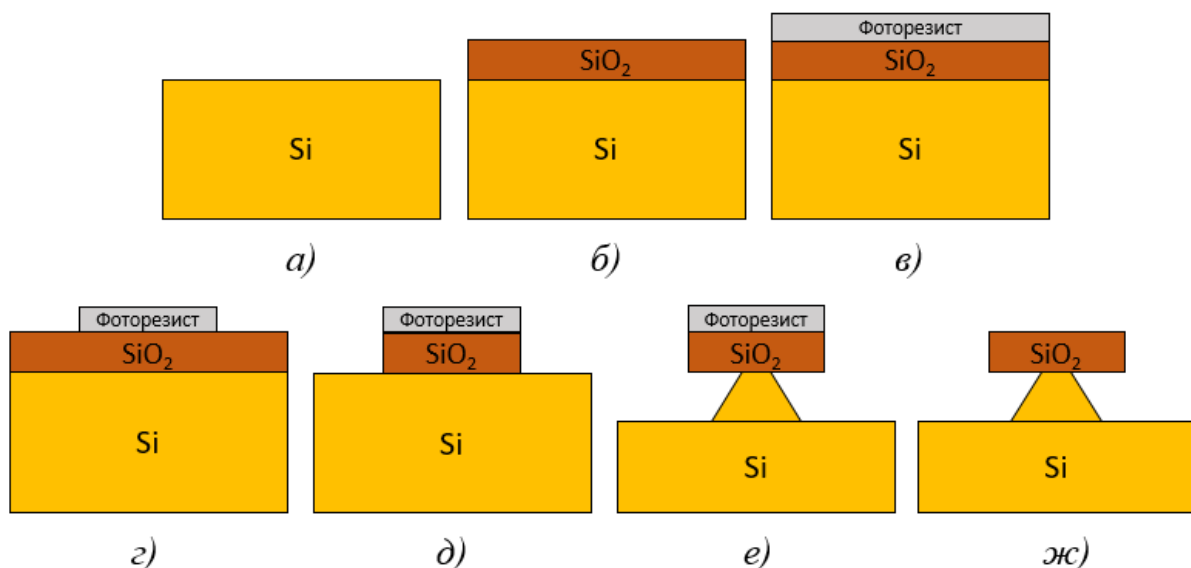


Рис. 2. Этапы формирования дискового подвешенного резонатора:
 а) очистка кремниевой подложки; б) термическое окисление кремния;
 в) нанесение резиста; г) электронно-лучевая литография; д) травление оксида кремния в буферном растворе плавиковой кислоты; е) плазмохимическое травление кремния; ж) снятие резиста, очистка образца

Очищенная подложка кремния с ориентацией <100> была подвергнута термическому окислению в среде влажного кислорода для формирования равномерного слоя оксида кремния толщиной 2 мкм. Методом центрифугирования на образец был нанесен промотор адгезии ГМДС (гексаметилдисилазан), а после химической активации ГМДС – отрицательный электронный резист толщиной 2 мкм. Методом электронно-лучевой литографии была сформирована резистивная маска – диск диаметром 400 мкм.

Для формирования диска из оксида кремния использовалось жидкостное травление оксида кремния в буферном растворе плавиковой кислоты.

Жидкостное травление в отсутствие отслаивания резиста считается изотропным, травимый материал будет иметь круговой профиль, радиус которого растет пропорционально изотропной скорости травления u_i . При слабой адгезии маски травления к оксиду кремния (при отслаивании маски) возникает дефект, называемый «областью стопы» [5]. На рис. 3 продемонстрировано, как формируется дополнительный фронт травления, который имеет угол наклона (угол клина)

$$\theta_m = \sin(u_i/u_m),$$

где u_m – скорость отслаивания защитной маски.

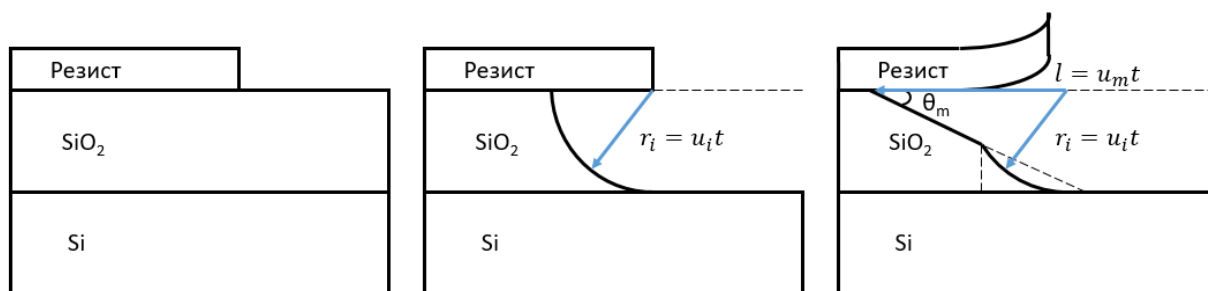
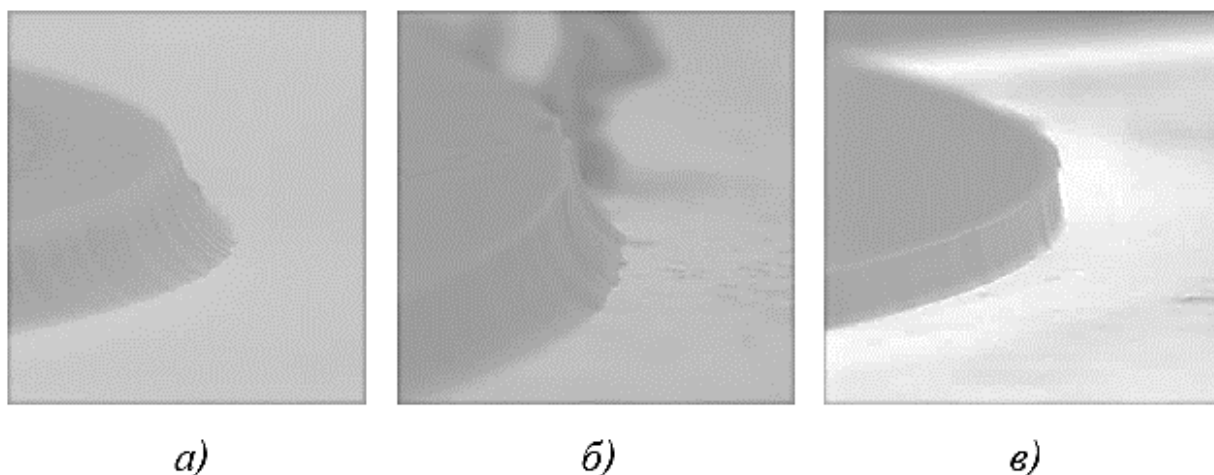


Рис. 3. Схематическое представление формирования дополнительного фронта травления

В статье [6] исследовалась зависимость добротности резонатора от угла клина дискового резонатора и было установлено, что устройства с более вертикальными стенками имеют большую добротность. Следовательно, для получения высокодобротного резонатора необходимо стремиться к прямому углу клина при травлении оксида кремния. Для этого можно увеличивать адгезию резистивной маски к оксиду кремния, используя промоторы адгезии. В данной работе используется ГМДС.

Кроме этого, «область стопы» вносит вклад в шероховатость стенки резонатора, что так же негативно сказывается на его добротности. Устранить дефект можно, увеличив время жидкостного травления [5].

Была проведена серия экспериментов, время травления варьировалось от 10 до 60 мин, полученные образцы исследовались на сканирующем электронном микроскопе (рис. 4).



*Рис. 4. Образцы после жидкостного травления, время травления:
а) 22 минуты; б) 36 минут; в) 60 минут*

Скорость травления оксида кремния в буферном травителе с составом $\text{HF} : \text{NH}_4\text{F} = 1 : 6$ составила 95 нм/мин, следовательно, для травления пленки толщиной 2 мкм требуется 22 мин. При увеличении времени травления были отмечены положительные изменения: увеличился угол клина резонатора – после травления продолжительностью 1 час стенки резонатора стали практически вертикальными, шероховатость поверхности уменьшилась.

Следующий этап – формирование кремниевого пьедестала – осуществлялся методом плазмохимического травления. Для того, чтобы излучение распространялось в резонаторе, не вытекая в подложку, нужно сформировать пьедестал, чтобы край дискового резонатора был окружен воздухом. В области, где локализована мода, должен выполняться эффект полного внутреннего отражения, для этого «подвешенный» край резонатора должен выступать не менее, чем на 2 мкм. Был подобран режим травления, при котором за 10 мин формируется необходимый пьедестал (рис. 5). При более длительном травлении маска из резиста разрушается, начинает травиться оксид кремния.

Заключительный этап – тестирование резонатора. Чтобы проверить, распространяется ли излучение внутри резонатора, было изготовлено биконическое волокно, был выполнен ввод видимого излучения ($\lambda = 635$ нм). На рис. 6 видно, что свет распространяется в резонаторе. Однако, из-за большой шероховатости поверхности, ввести излучение 1550 нм для расчета спектральных характеристик резонатора не удалось.

В дальнейшем планируется изготовить резонатор с меньшей шероховатостью поверхности. Предположительно, эта шероховатость наследуется от резистивной маски, и уменьшить ее можно, используя фоторезист с большим разрешением. Однако, толщина такого резиста будет меньше, он будет быстрее стравливаться в плазме, поэтому необходимо использовать металлическую подмаску. Также благодаря тому, что

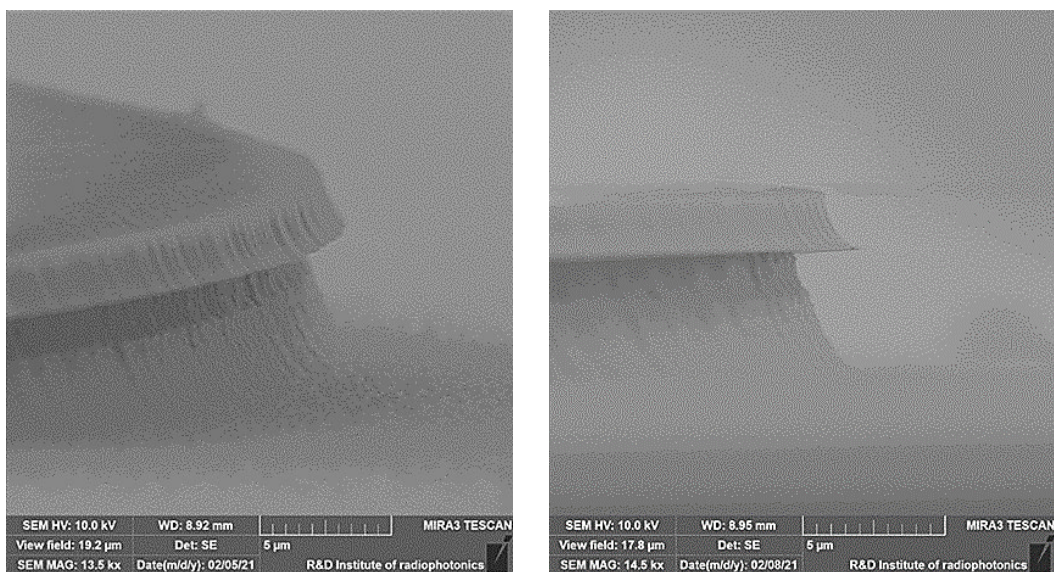


Рис. 5. Образец после плазмохимического травления

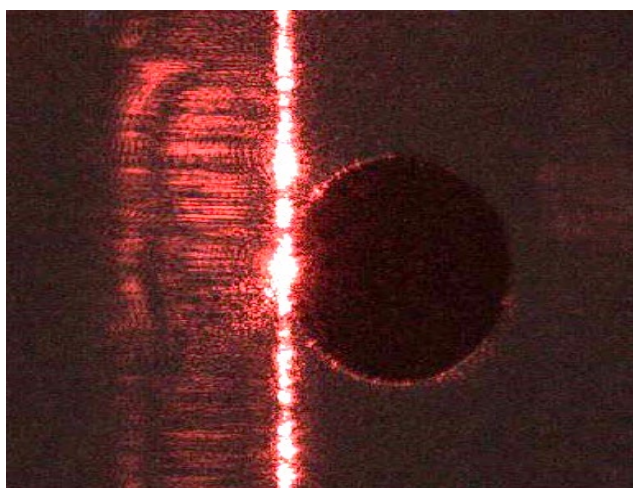


Рис. 6. Ввод видимого излучения в резонатор

металлическая маска менее подвержена разрушению в плазме, появится возможность увеличить время плазмохимического травления и получить более высокий кремниевый пьедестал с меньшим диаметром.

Список литературы

1. *Городецкий М. Л.* Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: Физматлит. 2011. 416 с.
2. *Chen C., Wang J.* Optical biosensors: An exhaustive and comprehensive review // *Analyst*. 2020. Vol. 145 (5). P. 1605–1628.
3. *Amrane T., Jager J.-B., Jager T., Calvo V., Leger J. M.* Towards a fully integrated optical gyroscope using whispering gallery modes resonators // *Proceedings of International Conference on Space Optics*. Tenerife, Canary Islands, Spain, 2014. Vol. 10563. P. 105633Z-1-6.

4. *Schmidt C., Chipouline A., Käsebier T., Kley E.-B., Tünnermann A.* Observation of optical coupling in microdisk resonators // *Physical Review A*. 2009. Vol. 80 (4). P. 043841-1-9.
5. *Ghulinyan M., Bernard M., Bartali R., Pucker G.* Formation of mach angle profiles during wet etching of silica and silicon nitride materials // *Applied Surface Science*. 2015. Vol. 359. P. 679–686.
6. *Lee H., Chen T., Li J., Yang K. Y., Jeon S.* Chemically etched ultrahigh-Q wedge-resonator on a silicon chip // *Nature Photonics*. 2012. Vol. 6 (6). P. 369–373.

ЭНЕРГИЯ АКТИВАЦИИ ДРЕЙФА РАБОЧЕЙ ТОЧКИ ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИХ СХЕМ

Д. Н. Масалкин, А. В. Сосунов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе представлены расчеты энергии активации дрейфа рабочей точки интегрально-оптической схемы на ниобате лития X-среза. Показано, что энергия активации составляет порядка 0,5 эВ. Полученные расчеты указывают на низкую стабильность ИОС.

Ключевые слова: интегрально-оптическая схема; ниобат лития; энергия активации; дрейф

ACTIVATION ENERGY OF DRIFT OF OPERATING POINT OF INTEGRATED OPTICAL CIRCUITS

D. N. Masalkin, A. V. Sosunov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

This paper presents the calculations of the activation energy for the operating point of integrated optical circuit based on lithium niobate X-cut. It is shown that the activation energy is about 0.5 eV. The obtained calculations indicate the low stability of integrated optical circuit.

Keywords: integrated optical circuits; lithium niobate; energy activation; drift

Введение

Модулятор интенсивности излучения на основе кристалла ниобата лития (НЛ), являющийся интерферометром типа Маха-Цендера, представляет собой интегрально-оптическую схему (ИОС), состоящую из нескольких оптических волноводов и параллельной им системы электродов.

При подаче напряжения на электроды ИОС изменяется показатель преломления в волноводах вследствие электрооптического эффекта. Соответственно распространение оптического излучения в плечах ИОС происходит с разными скоростями, вследствие чего образуется разность фаз. За счет получаемого фазового сдвига в плечах интерферометра происходит модуляция сигнала [1]. На рис. 1 показана схема одного из самых распространённых на сегодняшний день модуляторов интенсивности излучения на основе интерферометра Маха-Цендера.

Передаточной функцией ИОС называется зависимость выходной интенсивности излучения от набегающей в плечах разности фаз. Передаточная функция ИОС имеет следующий вид:

$$I_{out}(t) = T_{mod} \frac{I_{in}}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{V_{\pi}} V(t) - \varphi \right) \right], \quad (1)$$

где I_{out} – интенсивность выходного излучения, I_{in} – интенсивность входного излучения, T_{mod} – коэффициент передачи модулятора, $V(t)$ – напряжение, φ – фаза; V_{π} – полуволновое напряжение. Полуволновое напряжение – это напряжение, при котором разность фаз излучения равна π .

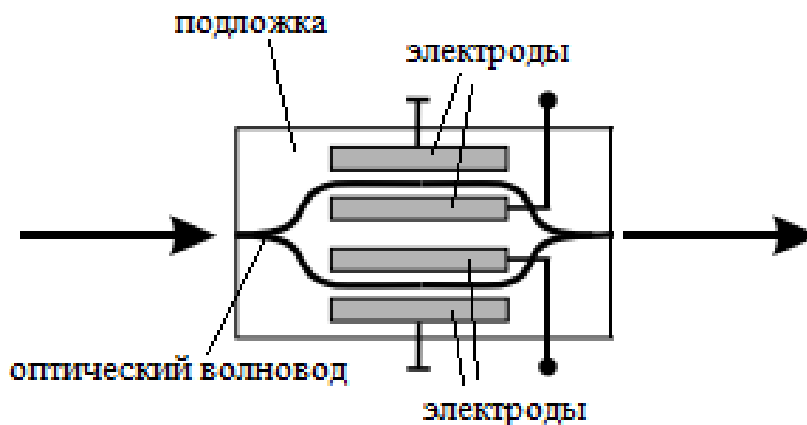


Рис. 1. Оптическая схема по типу интерферометра Маха-Цендера

К недостаткам ИОС можно отнести нелинейность передаточной функции и дрейф рабочей точки. Дрейф рабочей точки выражается в неконтролируемом изменении выходной оптической мощности от времени или изменении внешних условий. Одним из способов оценки надежности и работоспособности ИОС является оценка энергии активации E_a дрейфа рабочей точки [2].

Целью данной работы является оценка энергии активации дрейфа рабочей точки ИОС на ниобате лития X-среза.

Методика

Исследование дрейфа рабочей точки ИОС проводили по следующей методике. Для проведения эксперимента подготовили установку (рис. 2), которая состояла из источника оптического сигнала, модулятора, электрической части, элемента Пельтье, фотоприемника и персонального компьютера. В качестве источника излучения использовали узкополосный лазер с длиной волны $\lambda = 1.55$ мкм и мощностью 3 мВт. В качестве фотоприемника использовали миниатюрный измеритель оптической мощности Viavi JDSU с максимальной частотой записи 0.2 Гц. Электрическая часть состояла из малощумящего источника питания на 9 В, резистора с изменяемым сопротивлением и мультиметра.

Для восстановления передаточной функции ИОС проводили измерения выходной оптической мощности путем скачкообразного изменения полярности напряжения на электродах ИОС в диапазоне ± 8 В с шагом 1 В. Восстановление передаточной функции (уравнения), исследуемой ИОС, проводили с помощью программы Wolfram Mathematica 12.1.



Рис. 2. Блок-схема экспериментальной установки

Температурные исследования ИОС проводили по схеме, представленной на рис. 2 с применением элемента Пельтье в диапазоне температур от +20 до -30 °С при постоянном напряжении 5 В в течение 6 часов. Оценку дрейфа рабочей точки ИОС проводили путем расчета энергии активации [2].

Экспериментальные результаты

На рис. 3 представлена экспериментально восстановленная передаточная функция исследуемой ИОС. Точками показаны экспериментальные данные, а сплошной линией теоретически рассчитанная передаточная функция ИОС. Передаточная функция ИОС является периодической косинусоидой. Полученный результат с высокой степенью точности согласуется с теорией. Вычисленное по передаточной функции полувольтное напряжение составило 4.5 В.

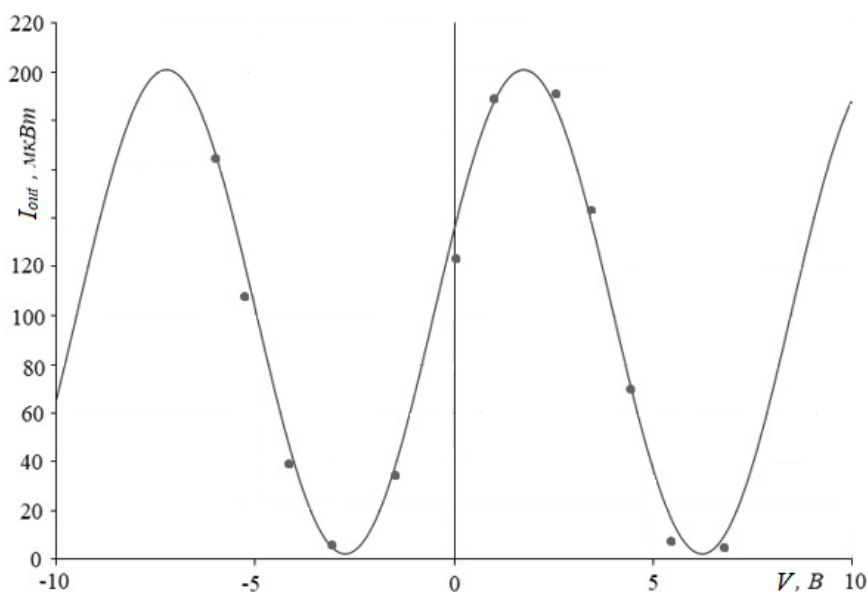


Рис. 3. Восстановленная передаточная функция ИОС

Одним из ключевых параметров ИОС является их надежность. При существенном отклонении рабочей точки из заданного положения драйвером, возникают ошибки при передаче данных, и ИОС может выходить из строя. Известно, что чем меньше энергия активации дрейфа рабочей точки, тем большего числа ошибок можно ожидать [3].

Экспериментально установлено, что дрейф рабочей точки при изменении температуры ускоряется, а затем выходит в новое равновесное состояние (насыщение). Таким образом, дрейф рабочей точки может быть представлен в виде степенной функции, зависящей от времени и от температуры:

$$I(t)/I(V_0) = a \cdot t^n, \quad (2)$$

$$I(t)/I(V_0) = (b \cdot t)^n, \quad (3)$$

где I – интенсивность излучения, a и n – константы, b – константа, имеющая физический смысл скорости дрейфа рабочей точки, зависящей от температуры и пропорциональной функции Аррениуса:

$$b \sim e^{-(E_a/kT)}, \quad (4)$$

где k – постоянная Больцмана (8.62×10^{-5} эВ/К).

Таким образом, определив значения интенсивности излучения в зависимости от времени и температуры можно вычислить E_a согласно уравнениям 2 и 3. Для вычисления коэффициентов a , b , n производили линейную аппроксимацию исходных температурных кривых интенсивности излучения в логарифмическом масштабе (рис. 4). Из угла наклона кривой и пересечения с осью ординат были вычислены коэффициенты a и n . Коэффициент b вычисляли из равенства уравнений (2) и (3).

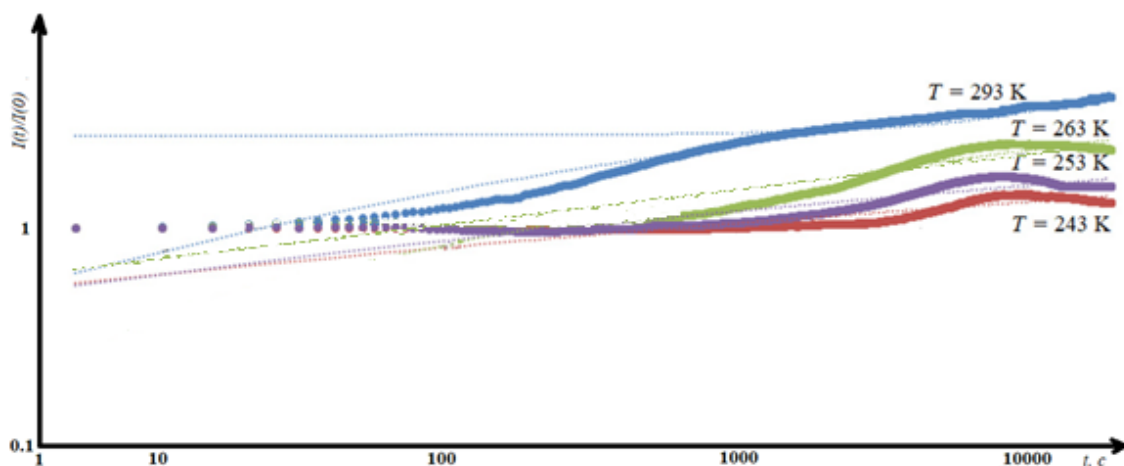


Рис. 4. Дрейф рабочей точки ИОС при различных температурах

На рис. 5 представлен график Аррениуса для исследуемой ИОС. Вычисленная величина $E_a = 0.5$ эВ для ИОС на основе ниобата лития X-среза существенно меньше по сравнению с результатами других авторов ($E_a = 0,7-1,4$ эВ) [3]. Это может быть обусловлено несколькими факторами. Во-первых,

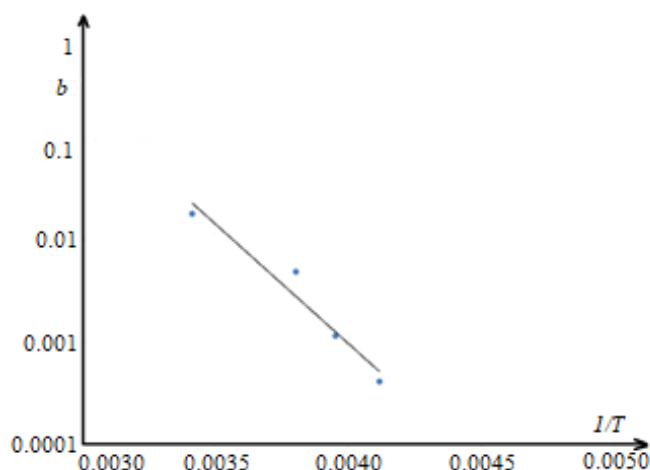


Рис. 5. График Аррениуса

исследования проводили в частично корпусированном модуляторе, во-вторых, требуется больше данных о поведении ИОС в широком интервале температур.

Заключение

Интегрально-оптические схемы получили широкое применение в самых разнообразных сферах деятельности. Однако дрейфовые явления могут создавать систематические ошибки при передаче данных под действием различных внешних факторов.

В ходе данной работы экспериментально восстановлена передаточная функция исследуемой ИОС и определена величина полуволнового напряжения, которая составила 4,5 В, что позволило установить рабочую точку на линейном участке передаточной функции в ходе температурных испытаний.

Разработана схема исследования ИОС при отрицательных температурах. На основе полученных экспериментальных данных произведена оценка энергии активации дрейфа рабочей точки, которая составила $E_a=0,5$ эВ. Полученный результат показывает высокую степень подверженности дрейфовым процессам и вероятности большого числа отказов в течение всего срока службы ИОС [3].

Список литературы

1. Wooten E. L., Kissa K. M., Yi-Yan A. et al. Review of lithium niobate modulators for fiber-optic communications systems // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics . 2000. Vol. 6 (1). P. 69–82.
2. Nagata H. Activation energy of DC-drift of x-cut LiNbO₃ optical intensity modulators // IEEE Photonics Technology Letters. 2000. Vol. 12 (4). P. 386–388.
3. Nagata H., Papasavvas N., Maack D. R. Bias stability of OC48 x-cut lithium niobate optical modulators: four years of biased aging test results // IEEE Photonics Technology Letters. 2003. Vol. 15 (1). P. 42–44.

ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ФОРМИРОВАНИЕ ПРОТОНООБМЕННЫХ ФАЗ В МОНОКРИСТАЛЛЕ НИОБАТА ЛИТИЯ

А. В. Чулаков, О. Р. Семенова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе методом дифракционного структурного анализа проведено исследование влияния предварительного травления в аргоновой плазме поверхности монокристаллов X-среза ниобата лития на структурное состояние протонообменных фаз, формирующихся при создании планарных волноводов. Показано, что плазменная обработка снижает количество поверхностных дефектов, что в свою очередь отражается на структурных характеристиках, полученных волноводах.

Ключевые слова: ниобат лития; аргоновая плазма; планарный волновод

EFFECT OF PLASMA CHEMICAL TREATMENT ON THE CREATION OF PROTON-EXCHANGE PHASES IN A SINGLE CRYSTAL OF LITHIUM NIOBATE

A. V. Chulakov, O. R. Semenova

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

In this paper, the influence of pre-etching in the argon plasma of the surface of single crystals is studied by the method of diffraction structural analysis X-cut of lithium niobate on the structural state of proton-exchange phases formed during the creation of planar waveguides. It is shown that plasma treatment reduces the number of surface defects, which in turn affects the structural characteristics of the waveguides obtained.

Keywords lithium niobate; argon plasma; planar waveguide

Планарные и канальные волноводы на основе монокристаллов ниобата лития, сформированные путем протонного обмена, часто используются при создании интегральных оптических устройств [1]. При изготовлении волноводных каналов широко применяется плазменная обработка для очистки поверхности, травления жертвенных слоев при фотолитографии. Эти процессы могут влиять на структурное состояние поверхности монокристаллов ниобата лития и на процессы формирования протонообменных фаз. В результате плазменной обработки на поверхности кристалла могут возникать дополнительные дефекты структуры – точечные дефекты, дислокации. Следует отметить, что состояние поверхностного слоя может оказывать существенное влияние на процесс протонного обмена и оптические характеристики волноводов [2].

Однако строгой теории плазменной обработки поверхности, которая могла бы надежно предсказать экспериментальные данные до их получения, нет. Так при плазменной обработке поверхности монокристалла может появиться рельеф, а возможна и полировка (сглаживание поверхности), второе может существенно улучшить характеристики волновода.

В данной работе исследуется влияние плазменной обработки поверхности монокристаллов ниобата лития X-среза на структурное состояние планарных волноводов, сформированных на их основе.

Обработка поверхности монокристаллических пластин ниобата лития (размером $10 \times 15 \times 1$ мм³) проводилась на установке для плазмохимического травления ЭТНА-100ПТ с использованием Ar-плазмы, мощность на индукторе составляла 50 Вт, мощность смещения на образец 70 Вт, напряжение смещения на образец 72–77 В, давление в камере 0.5 мбар, расход аргона 70 см³/мин, продолжительность обработки составила 5 и 10 мин для двух серий образцов соответственно.

Формирование планарных волноводов осуществлялось на образцах X-среза монокристалла ниобата лития при температуре 190°C в течение 2 ч в циркониевом реакторе закрытого типа в бензойной кислоте. Для стабилизации структуры волноводов и восстановления электрооптических коэффициентов был использован отжиг в воздушной атмосфере при температуре 350°C в течение 6 ч.

На поверхности образцов ниобата лития, не подвергнутых плазменной обработке, после протонного обмена наблюдается большое количество полос, параллельных кристаллографическому направлению [121]. Изображение поверхности исследуемых образцов, полученное с помощью оптического микроскопа Leitz Ergolux при 10-кратном увеличении, показано на рис. 1.

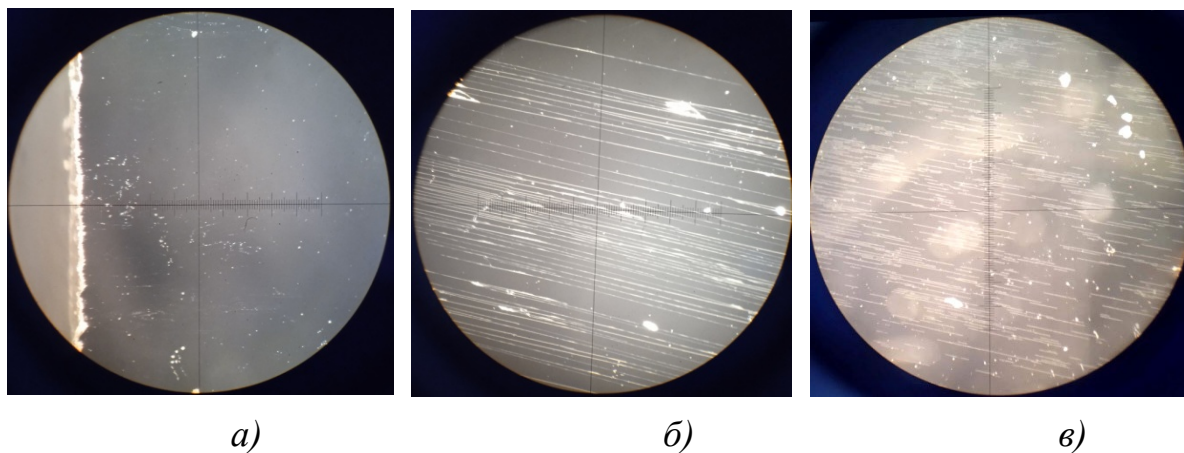


Рис. 1. Оптическое изображение поверхности образца, не обработанного в плазме:

а) до протонного обмена; б) после протонного обмена; в) после отжига

Отметим, что последующий отжиг не влияет на картину распределения этих поверхностных дефектов. Заметим, что аналогичное повреждение поверхности наблюдалось при протонном обмене в бензойной кислоте, содержащей небольшое количество воды в работе [3], и связано с растравом поверхности в наиболее напряженных областях монокристалла. На поверхности образцов, обработанных в плазме, подобных дефектов обнаружено не было.

Для анализа структурных изменений в кристаллической решетке исследуемых образцов был выбран метод двухкristальной дифракции рентгеновских лучей. На рис. 2. представлены кривые дифракционного отражения (110) и (220) исходного и обработанных плазмой монокристаллов, полученные на рентгеновском двухкristальном дифрактометре ДРОН-УМ1. Используемое излучение отвечает β -линии К-серии характеристического спектра кобальтового анода ($\lambda_{\beta} = 1.62073 \text{ \AA}$). По дифракционным пикам кривых видно, что имеет место деформация кристаллической решетки ниобата лития в приповерхностных слоях, так как пики (110) не симметричны. Предположительно, эта деформация связана с наличием дефектов, которые образуются при подготовке пластин ниобата лития, т.е. при шлифовке и полировке, на заводе изготовителе. Видно, что плазменная обработка не влияет на форму дифракционных максимумов, что свидетельствует о неизменности деформированного слоя. В то же время сравнивая кривые (220) образцов после плазменной обработки с кривыми (220) исходного кристалла, видны явные отличия, на рис. 2 (случай б и в) – пики (220) симметричны. Так как кривые (220) отвечают отражениям от более глубоких слоев кристалла, то есть предположение, что плазменная обработка приводит к снятию внутренних напряжений, что объясняет наличие поверхностных дефектов, показанных на рис. 1.

На рис. 3 представлены дифракционные кривые (отражение (110)) протонированных образцов. Из рис. 3, видно, что на поверхности ниобата лития сформировались новые кристаллические фазы. Этот вывод следует из того, что на кривых появилось несколько разных по величине пиков, расположенных в области меньших углов (слева от наибольшего максимума). Эти пики отвечают фазе с бóльшим параметром решетки. Максимальный пик на рис. 3 соответствует пику подложки.

После протонного обмена для качественной оценки прошедших при протонном обмене процессов производилась декомпозиция пиков протонообменных фаз, регистрируемых на дифрактограммах, в программе Fityk. Определив микродеформацию кристаллической решетки по смещению дифракционных максимумов, с помощью структурно-фазовой диаграммы из работы [4] были определены фазы, образовавшиеся в волноводах после протонного обмена, результаты приведены в табл. 1.

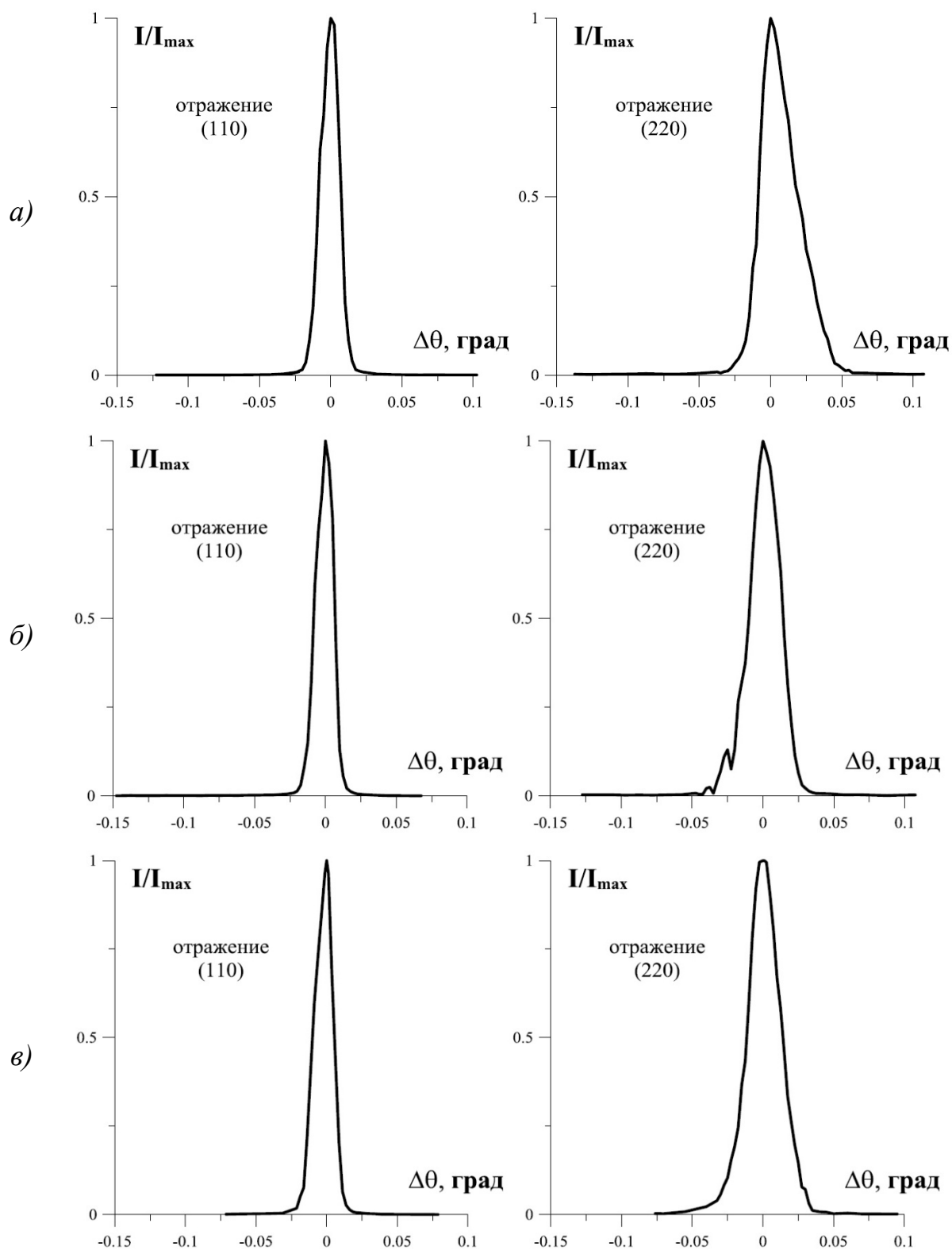


Рис. 2. Дифракционные кривые отражения (110) и (220) для образцов ниобата лития: а) в исходном состоянии; б) после 5 мин плазменной обработки; в) после 10 мин плазменной обработки

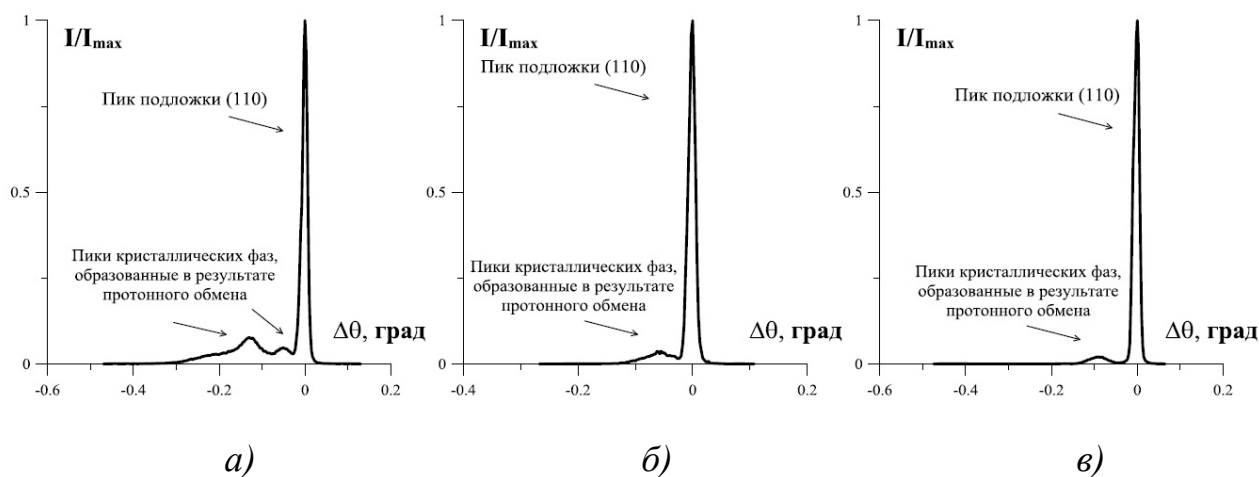


Рис. 3. Кривые дифракционного отражения (110) для монокристалла ниобата лития после протонного обмена для образцов: а) без предварительной обработки; б) после 5 мин плазменной обработки; в) после 10 мин плазменной обработки

Из табл. 1 видно, что в образцах, которые подвергались плазменной обработке, отсутствуют фазы β_1 , β_2 . Однако в работе [5] было показано, что фазы β_2 и β_3 не могут существовать самостоятельно без фазы β_1 . Причиной того, что они не были обнаружены, по всей видимости, является их малая толщина, ниже порога чувствительности дифракционного структурного анализа. Так же заметим, что дифракционного структурного анализа недостаточно для полной идентификации фазового состава и необходимо провести оптические измерения приращения необыкновенного показателя преломления полученных протонообменных слоев.

Табл. 1. Формирование протонообменных фаз в исследуемых образцах

Тип обработки	Протонообменная фаза и соответствующая ей деформация		
	β_1	β_2	β_3
Без обработки	0.0076	0.0025	0.0067
Плазма 5 мин	—	0.0030	—
Плазма 10 мин	—	0.0047	—

На рис. 4 показаны дифракционные кривые для отожженных образцов. Из рис. 4 видно, что в ходе отжига изменилось структурное состояние поверхностных слоев, дифракционные максимумы широкие, отличаются от дифракционных пиков на рис. 1 и 2.

Результаты декомпозиции пиков и последующего анализа микродеформации решетки, показывают, что во всех отожженных образцах образовалась, α -фаза. Пики обоих порядков разбиваются на два подпика: α -фаза и пик подложки. Величина микродеформации α -фазы приведена в табл. 2.

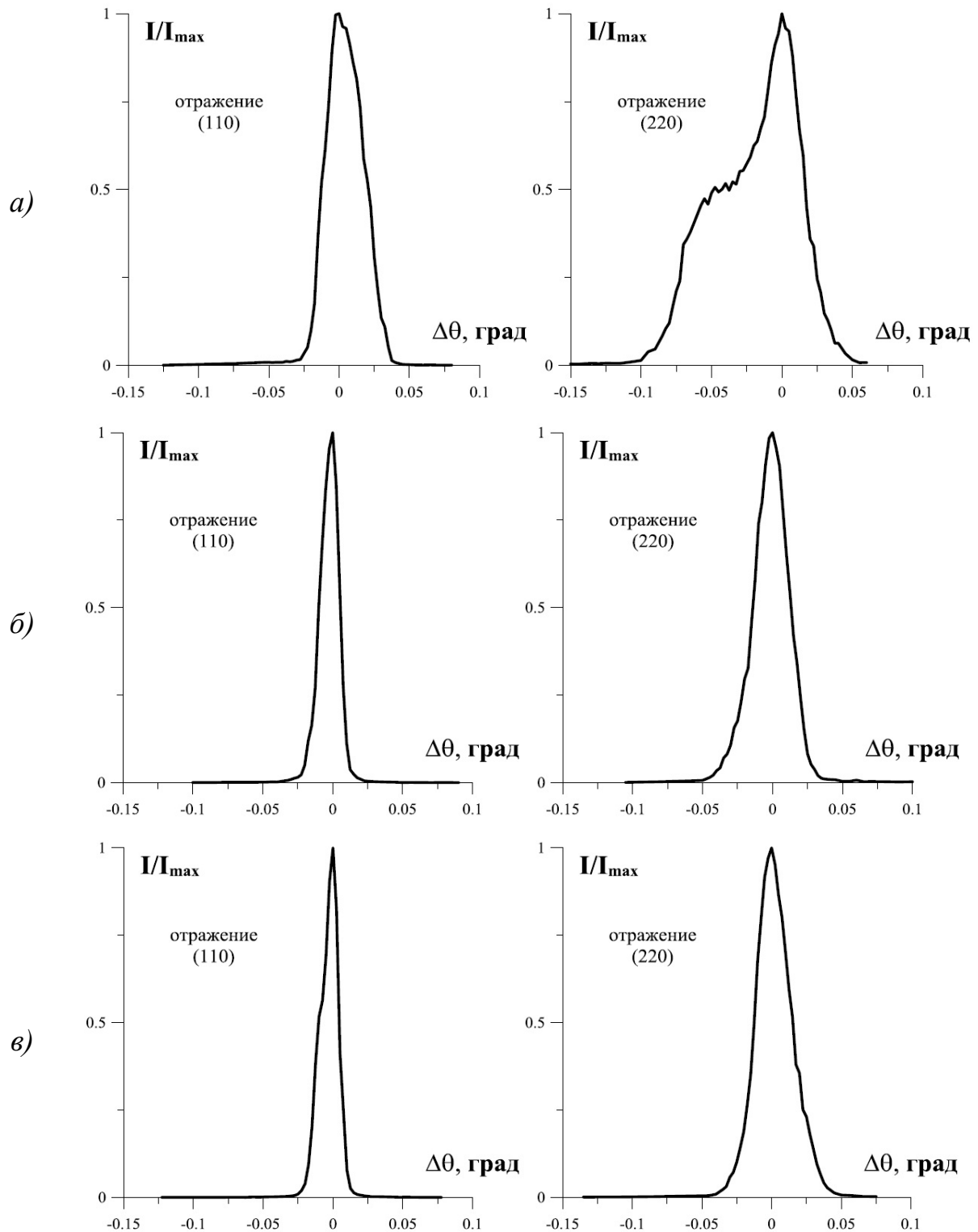


Рис. 4. Дифракционные кривые отражения (110) и (220) для отождествленных образцов ниобата лития: а) в исходном состоянии; б) после 5 мин плазменной обработки; в) после 10 мин плазменной обработки

Табл. 2. Микродеформация кристаллической решетки для α -фазы в сформированных волноводах

Тип обработки поверхности образца	Микродеформация
Без обработки	0.00021
Плазма 5 мин	0.00018
Плазма 10 мин	0.00023

Отметим, что дифракционные максимумы отоженных образцов, подвергнутых плазменной обработке, уже, интенсивнее и симметричнее, чем пик необработанного образца, что свидетельствует о меньшей глубине протонированного слоя подложки.

Таким образом, плазменная обработка приводит к менее выраженному фазовому составу протонообменных слоев, но последующий постобменный отжиг приводит к тому же составу фаз. Есть предположение, что на предварительно обработанных в плазме образцах формируются волноводы меньшей глубины. Кроме того, плазменная обработка снизит уровень механических напряжений в поверхностных слоях монокристалла.

Список литературы

1. *Jackel J., Rice C. E., Veselka J. J.* Proton exchange for high-index waveguides in LiNbO₃ // *Applied Physics Letters*. 1982. Vol. 41 (7). P. 607–608.
2. *Петухов И. В., Кичигин В. И., Мушинский С. С., Сидоров Д. И., Семенова О. Р.* Влияние плазменной обработки поверхности кристаллов ниобата лития на процесс протонного обмена в расплавах бензойной кислоты // *Вестник Пермского университета. Серия: Химия*. 2019. Т. 9. Вып. 4. С. 371–379.
3. *Mushinsky S. S., Minkin A. M., Kichigin V. I., Petukhov I. V., Shevtsov D. I., Malinina L. N., Volyntsev A. B., and Shur V. Ya.* Water effect on proton exchange of X-cut lithium niobate in the melt of benzoic acid // *Ferroelectrics*. 2015. Vol. 476. P. 84–93.
4. *Коркишко Ю. Н., Федоров В. А.* Структурно-фазовая диаграмма протонообменных H_xLi_{1-x}NbO₃ волноводов в кристаллах ниобата лития. *Кристаллография*. 1999. Т. 44. № 2. С. 271–280.
5. *Мушинский С. С., Петухов И. В., Пермякова М. А., Кичигин В. И., Малинина Л. Н., Волынцев А. Б.* Особенности структурно-фазовых превращений при отжиге протонообменных слоев в кристаллах ниобата лития // *Конденсированные среды и межфазные границы*. 2017. Т. 19. № 4. С. 551–560.

ОБЗОР РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ И МЕТОДОВ ИХ ИЗГОТОВЛЕНИЯ

А. А. Шаматова, А. А. Малькова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе рассмотрены различные типы резонаторов. Проведен обзор современных методов их изготовления и характеристик устройств, полученных этими методами.

Ключевые слова: резонаторы с модами шепчущей галереи; добротность

REVIEW OF DIFFERENT TYPES OF OPTICAL RESONATORS AND METHODS FOR THEIR FABRICATION

A. A. Shamatova, A. A. Malkova

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

Various types of resonators are considered in this work. A review of modern methods of their manufacture and characteristics of devices obtained by these methods is carried out.

Keywords: resonators with a whispering gallery modes; quality factor

Оптические микрорезонаторы – это структуры, способные удерживать свет в небольших пространствах [1].

Добротность (Q) – один из наиболее важных параметров, определяемый как соотношение между энергией, запасенной в оптическом резонаторе, и энергией, теряемой за один период колебаний.

$$Q = 2\pi\nu \frac{\text{запасенная энергия}}{\text{энергия потерь}} = 2\pi\nu\tau = \frac{\nu}{\delta\nu},$$

где ν – резонансная частота, τ – время жизни кольца полости, а $\delta\nu$ – ширина резонансной линии в частотной области [2].

Было доказано, что структуры, имеющие круговую симметрию, могут поддерживать так называемые моды шепчущей галереи (МШГ), которые можно интерпретировать как акустические или электромагнитные волны, которые циркулируют и сильно ограничены внутри структуры. С точки зрения геометрической оптики ограничение описывается оптическими лучами, которые полностью внутренне отражаются и фокусируются самой поверхностью.

Резонаторы МШГ можно классифицировать в соответствии с их геометрией и включать сферы, тороиды, бутылки, пузырьки, диски, кольца, цилиндры и капилляры.

Жидкие микросферы или микрокапли, которые можно наблюдать в природе, были первыми МШГ резонаторами, которые стали предметом исследования [1]. Сфера имеет низкую шероховатость поверхности, что позволяет датчику достигать чрезвычайно высоких значений добротностей 10^{10} . Это одно из самых больших экспериментально наблюдаемых значений добротности, и оно было достигнуто огневой полировкой поверхности сферы для уменьшения потерь на рассеяние [3].

В статье [4] представлены первые микросферические оптические резонаторы с высокой добротностью, изготовленные методом выдувания стекла (рис. 1).

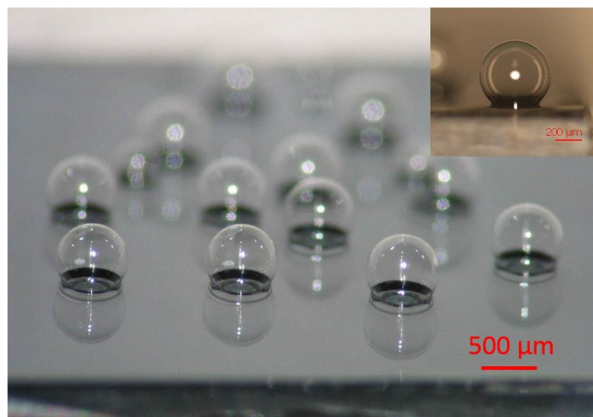


Рис. 1. Чиповые стеклянные микросферические оболочки, выдутые на кремниевой подложке. На вставке показана почти идеальная стеклянная микросферическая оболочка со сферичностью 0.996

В этой работе были получены стеклянные оболочки почти сферической формы, сферичность составляет 0.985 – 0.996. Технология выдувания стекла позволяет изготавливать микросферы радиусом от 0.2 мм до 1 мм и с толщиной стенок от 0.3 до 10 мкм. Микросферические стеклянные оболочки оказались отличными оптическими резонаторами с добротностью свыше 50 миллионов. Эти оптические резонаторы могут использоваться как сверхчувствительные датчики температуры с возможным разрешением 55 мкК [4].

Кольцевой резонатор состоит из кольцевого волновода, соединенного с одним или двумя канальными волноводами. Использование высококонтрастной кремниевой фотоники в качестве платформы для кольцевых резонаторов уменьшает занимаемую площадь, а также улучшает свободный спектральный диапазон (*FSR*) и точность [5].

Недавно волноводы из нитрида кремния (Si_3N_4) с низкими потерями были изучены как потенциальные кандидаты для платформ фотонной интеграции. По сравнению с кремниевым волноводом Si_3N_4 имеет широкую полосу пропускания длин волн в диапазоне от видимого до ближнего инфракрасного диапазона.

В работе [6] был получен кольцевой резонатор, имеющий радиус 100 мкм. Зазор между волноводом и кольцом регулировался от 0.1 мкм до 0.2 мкм (рис. 2).

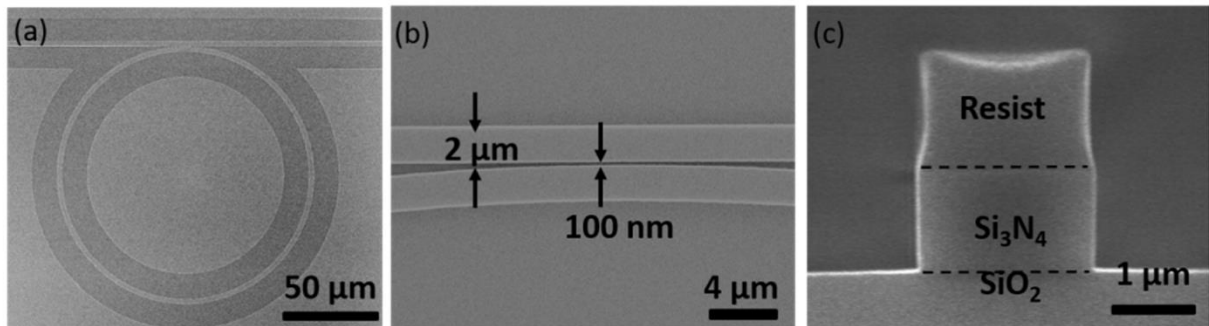


Рис. 2. СЭМ-микрофотография изготовленного волновода из Si_3N_4 :
а) вид сверху; б) увеличенный вид области соединения;
с) поперечное сечение

Кольцевые резонаторы на основе Si_3N_4 демонстрируют большой потенциал для будущих экономичных нелинейных интегральных фотонных схем, которые занимают меньше места и потребляют меньше энергии. Этот метод обеспечивает преимущества низкотемпературного осаждения и простой оптимизации показателя преломления. Были изготовлены кольцевые резонаторы с решетчатыми элементами связи, которые показали предварительные средние волноводные потери 2.9 дБ/см и высокую добротность 5.2×10^4 [6].

Дисковые резонаторы становятся вероятными кандидатами на встроенные фильтры с небольшой полосой пропускания и опорные генераторы с высокой добротностью. Достоинством дисковых резонаторов является высокая добротность. Резонаторы с вибрирующими алмазными дисками способны достигать значений добротности, превышающих 380 000 на 3 ГГц. В дополнение к впечатляюще высокой добротности дисковые резонаторы также могут работать на частотах от 3–30 МГц до 300–3000 МГц [7].

Монокристаллический алмаз – материал с исключительными оптическими, механическими и химическими свойствами и, следовательно, отличный кандидат для интегрированной нанофотоники. В статье [8] представлен способ изготовления структуры автономных микродисков на опорной стойке с помощью прямого фрезерования сфокусированным ионным пучком (рис. 3). Резонаторы на монокристаллических алмазных микродисках диаметром 10.5 мкм толщиной 300 нм, изготовленные данным методом имеют оптическую добротность до 5720 на длине волны 1492 нм. Свободный спектральный диапазон (FSR) резонатора составляет 25 нм.

Для устранения повреждений, вызванных ионным пучком, использовались термический отжиг и очистка в плавиковой кислоте. Отжиг снижает оптические потери и, таким образом, позволяет увеличить

оптическую добротность до 5 раз, что является важным требованием для снижения пороговой мощности для возбуждения механических колебаний в оптомеханических генераторах.

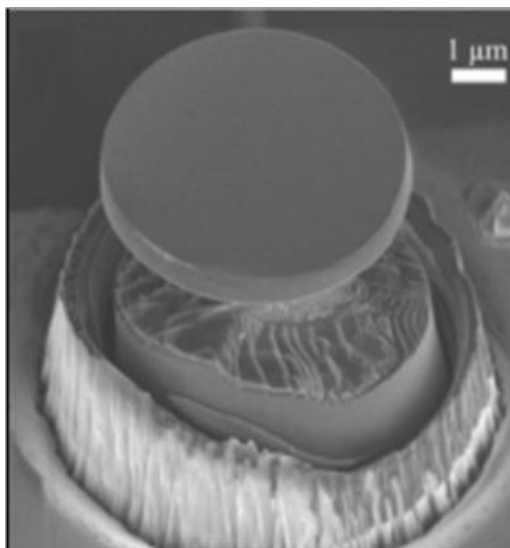


Рис. 3. СЭМ-микрофотография алмазного микродиска (диаметра 5.9 мкм, толщина 800 нм)

Оптические резонаторы в виде микротороидов работают по принципу полного внутреннего отражения [9]. Тороидальная форма этих резонаторов обеспечивает дополнительный уровень геометрического контроля над сферическими полостями. Лазерное оплавление используется для создания очень гладкой поверхности, так как эффективно устраняет литографические дефекты; таким образом было достигнуто значение добротностей до 4×10^8 для длины волны равной 1550 нм вместе с очень малым объемом моды примерно равным 180 мкм^3 [1].

Из обзора статей по оптическим резонаторам за последние пять лет можно отметить, что наибольшее внимание привлекают сферические, кольцевые и дисковые резонаторы. При меньших размерах они позволяют достигать наивысших добротностей (до 10^{11}). Наиболее распространенными являются методы изготовления с помощью выдувания стекла, литографии (ультрафиолетовой, электронно-лучевой) и химического травления.

Список литературы

1. *Righini G. C., Soria S.* Biosensing by WGM microspherical resonators // *Sensors*. 2016. Vol. 16 (6). P. 905-1-25.
2. *Berneschi S., Bettazzi F., Giannetti A. et al.* Optical whispering gallery mode resonators for label-free detection of water contaminants // *TrAC Trends in Analytical Chemistry*. 2020. Vol. 126. P. 115856-1-16.
3. *Su J.* Label-free biological and chemical sensing using whispering gallery mode optical resonators: past, present, and future // *Sensors*. 2017. Vol. 17 (3). P. 540-1-18.

4. Zhang C., Cocking A., Freeman E., Liu Z., Tadiadapa S. On-chip glass microspherical shell whispering gallery mode resonators // Scientific reports. 2017. Vol. 7 (1). P. 14965-1-11.
5. Li A., Bogaerts W. Using backscattering and backcoupling in silicon ring resonators as a new degree of design freedom // Laser & Photonics Reviews. 2019. Vol. 13 (6). P. 1800244-1-18.
6. Cheng X., Hong J., Spring A. M., Yokoyama S. Fabrication of a high-Q factor ring resonator using LSCVD deposited Si₃N₄ film // Optical Materials Express. 2017. Vol. 7 (7). P. 2182–2187.
7. Chorsi H. T., Chorsi M. T., Gedney S. D. A conceptual study of microelectromechanical disk resonators // IEEE Journal on Multiscale and Multiphysics Computational Techniques. 2017. Vol. 2. P. 29–37.
8. Graziosi T., Mi S., Kiss M., Quack N. Single crystal diamond micro-disk resonators by focused ion beam milling // APL Photonics. 2018. Vol. 3 (12). P. 126101-1-9.
9. Su J., Goldberg A. FG., Stoltz B. M. Label-free detection of single nanoparticles and biological molecules using microtoroid optical resonators // Light: Science & Applications. 2016. Vol. 5 (1). P. e16001-1-6.

ЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ ПРИ УНИПОЛЯРНОЙ ИНЖЕКЦИИ ЗАРЯДА

Н. И. Задорожный, В. А. Ильин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле плоского горизонтального конденсатора рассмотрена новая модель униполярной инъекции заряда. Найдены равновесные распределения электрического потенциала и плотности заряда в аналитическом и численном виде. Проведено исследование линейной устойчивости жидкости. Найдены зависимости порогов конвекции от параметров инъекции.

Ключевые слова: электроконвекция; слабопроводящая жидкость

LINEAR STABILITY ANALYSIS OF POORLY CONDUCTIVE LIQUID UNDER UNIPOLAR CHARGE INJECTION IN AN ELECTRIC FIELD

N. I. Zadorozhny, V. A. Il'in

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

In a poorly conductive liquid in a steady electric field of a flat capacitor new unipolar injection model is investigated. Numerical and analytical solutions to equilibrium distribution of electric potential and charge density were found. A study of linear stability has been carried out. Relationship between convection threshold and injection parameters have studied.

Keywords: electroconvection; poorly conductive liquid

Введение

Электроконвекция слабопроводящих жидкостей в электрическом поле привлекает внимание тем, что представляет собой способ прямого преобразования энергии электрического поля в энергию движения. Электрическое поле может сильно изменить пороги тепловой конвекции и обеспечить эффективный способ управления движением жидкостей.

Влияние электрического поля на движение жидкости происходит благодаря действию специфических механизмов неустойчивости, связанных с различными способами возникновения заряда в жидкости [1]. Несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических работ, остаются открытыми вопросы, связанные с возникновением и эволюцией электроконвективных движений. Один из основных механизмов

зарядообразования в жидкости – инжекционный. Он связан с инжекцией свободных зарядов с поверхности электрода.

Результаты решений электрогидродинамических задач можно использовать при проектировании различных устройств, строящихся на законах электрогидродинамических взаимодействий, описанных в [2]: ЭГД-насосы, распылители, фильтры, и многих других.

В настоящей работе рассматривается инжекционный механизм образования зарядов в жидкости. Он связан с инжекцией свободных зарядов с поверхности электрода. Существуют разные механизмы инжекции [1]. В работе рассмотрена униполярная инжекция, в которой плотность свободных зарядов, инжектируемых с катода, выражается зависимостью: $\rho_e = q_0 + aE_z$.

В случае, когда $q_0 = 0$, модель инжекции использовалась ранее в работах [3–5]. В этих работах были найдены равновесные распределения электрического потенциала и плотности заряда. Была изучена линейная устойчивость слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе в постоянном электрическом поле.

В настоящей работе аналогичное исследование проведено, когда $q_0 \neq 0$. Используется электрогидродинамическое приближение. Инжектируемые с поверхности катода заряды движутся через слой жидкости, изменяя в ней распределение электрического поля. Диффузия заряда не учитывается.

Постановка задачи

Рассмотрим бесконечный плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости в вертикальном постоянном электрическом поле в невесомости. Ось x направлена вдоль нижней границы слоя, ось z – перпендикулярна границам слоя. Два плоских электрода лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = h$ (рис. 1), h – толщина слоя. Инжекция заряда происходит с нижней обкладки – катода. Электрическое поле направлено вниз.

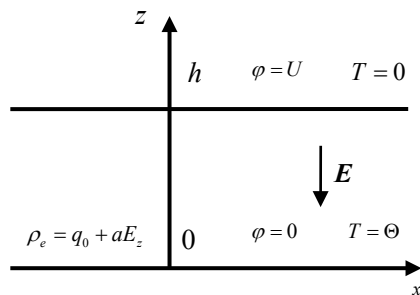


Рис. 1. Геометрия задачи

Безразмерная система уравнений электрогидродинамики, описывающая задачу, имеет вид [5]:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} - \text{Gr}_e \rho_e \nabla \varphi,$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_e = B(\rho_e^2 - \nabla \varphi \cdot \nabla \rho_e),$$

$$\text{div} \mathbf{v} = 0, \Delta \varphi + \rho_e = 0.$$

Здесь приведены уравнение Навье–Стокса, закон сохранения заряда, уравнение неразрывности и уравнение Пуассона; \mathbf{v} – вектор скорости жидкости, p – превышение давления над гидростатическим, ρ_e – плотность свободных зарядов, φ – потенциал электрического поля.

Здесь введены следующие безразмерные параметры:

$$\text{Gr}_e = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 U^2}{\rho \nu_0^2}, \text{Pr} = \frac{\nu_0}{\chi}, B = \frac{bU}{\nu_0}, A = \frac{ah}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

где Gr_e – электрическое число Грасгофа, Pr – число Прандтля, B – подвижность зарядов, A – параметр инжекции. В них использованы следующие размерные физические величины: ρ – массовая плотность жидкости; ν_0 – коэффициент кинематической вязкости; χ – коэффициент температуропроводности; ε – диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная; b – подвижность зарядов.

Граничные условия задачи имеют вид:

$$z = 0: \mathbf{v} = 0, \varphi = 0, \rho_e = q_0 - A \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

$$z = 1: \mathbf{v} = 0, \varphi = 1.$$

Равновесное решение

Было найдено равновесное распределение для потенциала ($\mathbf{v} = 0, \partial/\partial t = 0$):

$$\varphi_0 = \frac{2}{3C_1} (C_1 z + C_2)^3 + C_3.$$

Система уравнений для неизвестных коэффициентов, полученная с использованием граничных условий, была решена аналитически с помощью пакета компьютерной алгебры Maple в предположении, что $|2AC_1/q_0^2| \ll 1$. Путем последовательных разложений в ряд Тейлора было получено аналитическое решение. Оказалось, что это решение справедливо в случае, когда выполняются неравенства: $3/4 \ll A/q_0 \ll 5/4$. Из-за узких границ

применимости аналитического решения, для последующих расчётов было использовано численное решение для неизвестных коэффициентов. Методом Пауэлла (модификацией метода градиентного спуска) библиотеки SciPy в Python 3 было найдено численное решение φ и ρ_e для разных значений параметров инъекции (A , q_0).

Из проведенного анализа было выявлено, что изгиб кривой $\varphi(z)$ зависит от величин модулей A и q_0 : чем они больше, тем сильнее выгибается кривая и наоборот для $\rho_e(z)$ соответственно. На рис. 2 представлены результаты для $q_0 = -100$. Полученные для $q_0 = 0$ результаты аналогичны такому же исследованию в работе [5].

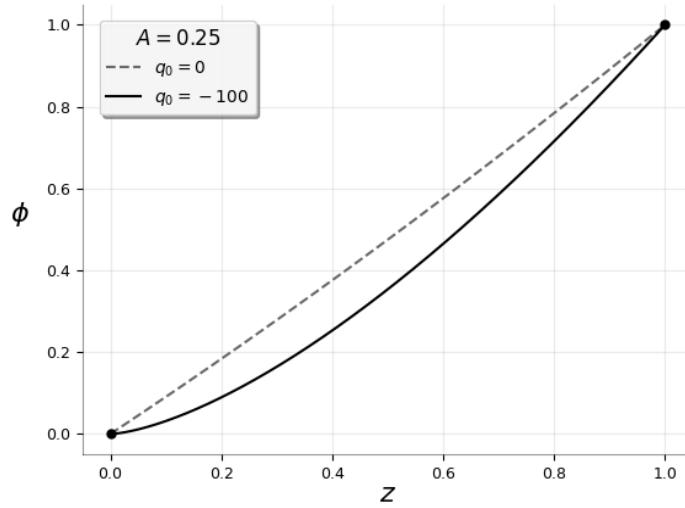


Рис. 2. Распределение потенциала $\varphi(z)$ при $A = 0.25$, $q_0 = 0$ и $q_0 = -100$

Анализ устойчивости

Проведём исследование линейной устойчивости жидкости в изотермическом случае. Будем рассматривать плоские возмущения: $\partial/\partial y = 0$, $\mathbf{v} = (u, 0, w)$. Потенциал и плотность заряда представим в виде двух частей: равновесной и отклонения ($\varphi \rightarrow \varphi_0 + \varphi$, $\rho_e \rightarrow \rho_{e0} + \rho_e$). После линеаризации уравнения Навье-Стокса и ряда математических преобразований получим систему уравнений в следующем виде [4, 5]:

$$-\lambda(w'' - k^2 w) = w^{IV} - 2k^2 w'' + k^4 w + Gr_e k^2 (\varphi'_0 \rho_e - \rho'_{e0} \varphi),$$

$$-\lambda \rho_e + \rho'_{e0} w = B(2\rho_{e0} \rho_e - \varphi'_0 \rho'_e - \rho'_{e0} \varphi'),$$

$$\varphi'' - k^2 \varphi + \rho_e = 0.$$

Будем варьировать параметры задачи следующим образом: $Gr_c = 5000F^2$, $B = 5F$ [3–5] и будем искать решения относительно новой переменной F – безразмерного напряжения.

Для решения этой системы был использован пакет компьютерной алгебры Maple. Методом стрельбы с использованием метода хорд, а для решения дифференциальных уравнений – методом Рунге–Кутты–Фельберга, была решена краевая задача для ортогональных начальных условий.

После серии вычислений были найдены нейтральные кривые. Выяснилось, что при увеличении коэффициента A порог устойчивости жидкости уменьшается. На рис. 3 показана зависимость безразмерного напряжения – параметра F_{min} от волнового числа k при разных значениях q_0 при параметре инъекции $A = 0.2$. С увеличением модуля q_0 порог возникновения конвекции уменьшается.

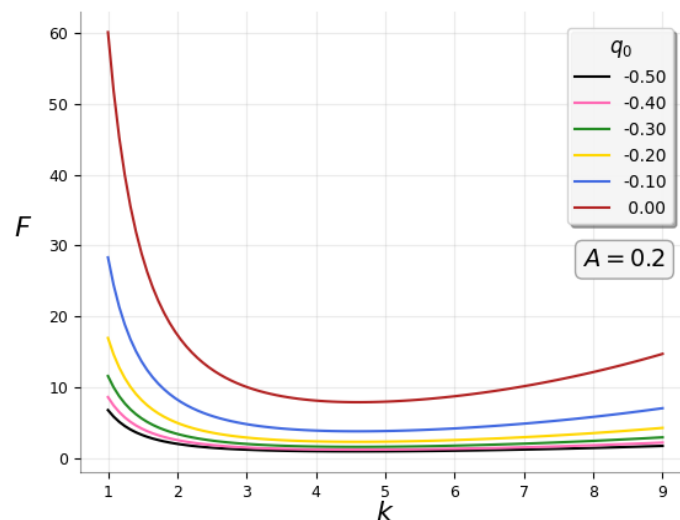


Рис. 3. Зависимость параметра F_{min} от волнового числа k при разных значениях q_0 при параметре инъекции $A = 0.2$

Рассмотрим зависимости минимального значения параметра F_{min} от q_0 при разных значениях параметра инъекции A (рис. 4а), и от параметра инъекции A при разных q_0 (рис. 4б). Из них видно, что при фиксированном значении A и увеличении значения параметра q_0 , а также при фиксированном q_0 и увеличении A пороги конвекции уменьшаются.

Заключение

В изотермическом случае изучена линейная устойчивость слабопроводящей жидкости в постоянном электрическом поле

горизонтального конденсатора при униполярной инжекции заряда с новым законом инжекции. Найдены аналитические и численные зависимости равновесных решений для электрического потенциала и плотности заряда для заданных параметров. Найдены нейтральные кривые. Установлены критические параметры для различных значений коэффициентов, определяющих инжекцию. Получен вывод: при увеличении по модулю любого из параметров инжекции уменьшается порог возникновения конвекции.

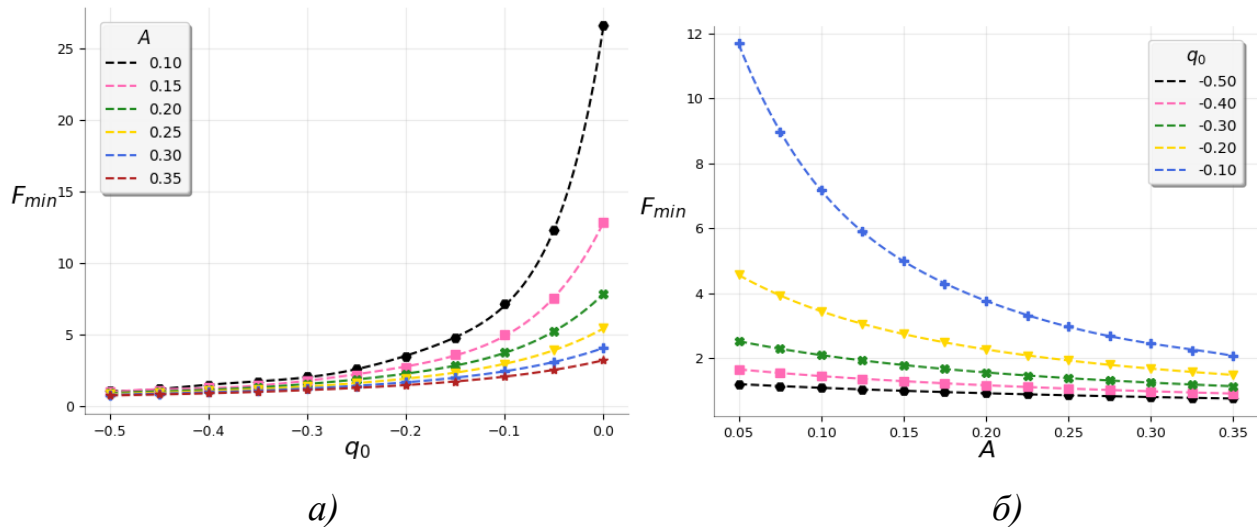


Рис. 4. Зависимость минимального значения параметра F_{min} :
 а) от q_0 при разных значениях параметра инжекции A ;
 б) от параметра инжекции A при разных q_0 (б)

Список литературы

1. Жакин А. И. Электрогидродинамика // Успехи физических наук. 2012. Т. 182. С. 495–520.
2. Афанасьев С. Б., Стишков Ю. К. Электрофизические процессы в жидкостях и газах. Раздел 4. ЭГД-устройства: учебно-методическое пособие. СПб, 2007. 87 с.
3. Верещага А. Н. Унарная электроконвекция в плоском слое // Гидродинамика и процессы тепломассопереноса. 1989. С. 42–47.
4. Ильин В. А., Петров Д. А. Исследование динамики переноса заряда через слабопроводящую жидкость в модулированном электрическом поле // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2009. Вып. 1. С. 26–30.
5. Ильин В. А., Петров Д. А. Линейный анализ устойчивости слабопроводящей жидкости в электрическом поле при униполярной инжекции заряда // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2011. Вып. 1. С. 31–35.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА В НЕОДНОРОДНО НАГРЕТОЙ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ: ШАРОВАЯ ПОЛОСТЬ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ЦИЛИНДР

П. Н. Казанцев, П. В. Краузин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе исследуется влияние температурной зависимости магнитной проницаемости внутри полости, наполненной неоднородно нагретой магнитной жидкостью (МЖ), на распределение напряженности магнитного поля. Получены распределения напряженности внутри нескольких полостей с помощью двух подходов, в которых различным образом учитывается неоднородность магнитной проницаемости. Проведено сравнение результатов двух подходов.

Ключевые слова: магнитная жидкость; шаровая полость; горизонтальный цилиндр

COMPUTATION OF MAGNETIC POTENTIALS OF INHOMOGENEOUS HEATED FERROFLUID: SPHERICAL AND CYLINDRICAL CAVITIES

P. N. Kazantsev, P. V. Krauzin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

In this paper, the influence of the temperature dependence of the magnetic permeability inside a cavity filled with inhomogeneously heated ferrofluid on the distribution of the magnetic field is investigated. The distributions of the H-field inside of two cavities are obtained using approaches, in which the inhomogeneity of the magnetic permeability is taken into account differently. The results of two approaches are compared.

Keywords: ferrofluid; spherical cavity; horizontal cylinder

Рассмотрим сферическую (рис. 1а) и цилиндрическую (рис. 1б) полости, окруженные бесконечным массивом и заполненные магнитной жидкостью. Коэффициенты теплопроводности и магнитные проницаемости жидкости и массива равны λ_f , λ_m , μ_f , μ_m , соответственно. Вдали от полости заданы однородное магнитное поле H_∞ и температурный градиент γ_∞ , соответствующий подогреву снизу.

Система уравнений конвекции несжимаемой МЖ имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) &= -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} + \mu_{f0} M \nabla H, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T_f &= \kappa_f \Delta T_f, \quad \frac{\partial T_m}{\partial t} = \kappa_m \Delta T_m, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{B} = \mu_{f0} (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ – плотность жидкости, \mathbf{v} – скорость, p – давление, η – коэффициент сдвиговой вязкости, $\kappa = \lambda/\rho c_p$ – коэффициент температуропроводности, c_p – изобарная удельная теплоемкость, T – температура, \mathbf{M} – вектор намагниченности, \mathbf{H} – вектор напряженности магнитного поля, \mathbf{B} – вектор магнитной индукции.

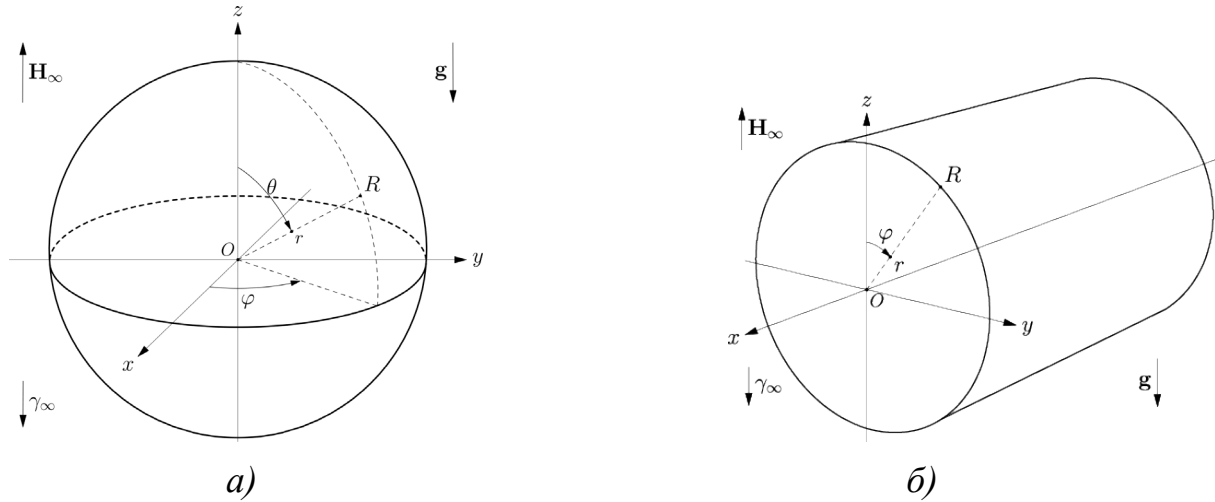


Рис. 1. Геометрические конфигурации:
а) шаровая полость; б) горизонтальный цилиндр

Замыкают систему (1) уравнения состояния:

$$\rho = \rho(T, p), \quad \mathbf{M} = M(H, T) \mathbf{H} / H.$$

На границах полости должны выполняться следующие условия для температуры и магнитного поля:

$$\begin{aligned} T_f &= T_m, & \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial n} &= \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial n}, \\ (\mathbf{B}_f - \mathbf{B}_m) \cdot \mathbf{n} &= 0, & (\mathbf{H}_f - \mathbf{H}_m) \cdot \boldsymbol{\tau} &= 0, \end{aligned}$$

где \mathbf{n} и $\boldsymbol{\tau}$ – векторы нормали и касательной к поверхности сферической полости. Для скорости ставится условие прилипания: $\mathbf{v} = 0$.

Пусть жидкость в рассматриваемом объеме неподвижна. Тогда распределения температуры внутри двух полостей определяются выражениями [2,3]:

$$T_f^{(s)}(r, \theta) = T_0 + \frac{3\gamma_\infty}{2 + \lambda} r \cos \theta, \quad T_f^{(c)}(r, \varphi) = T_0 + \frac{2\gamma_\infty}{1 + \lambda} r \cos \varphi, \quad (2)$$

где $\lambda = \lambda_{\text{ж}}/\lambda_{\text{м}}$, а T_0 – температура жидкости в центре полости.

Для отыскания магнитного потенциала ($\mathbf{H} = \nabla \psi$) в состоянии механического равновесия можно использовать два различных подхода.

В первом подходе напряженность магнитного поля и намагниченность внутри полости представляется в виде суммы постоянного значения, обусловленного внешним магнитным полем (а также температурным

градиентом для намагниченности), и малой добавки, связанной с реакцией среды на это поле:

$$H_f = H_0 + \delta H, \quad M_f = M_0 + \delta M. \quad (3)$$

После подстановки (3) в уравнения Максвелла и последующих преобразований отыскание распределения магнитного потенциала в полости и массиве сведется к решению дифференциальных уравнений вида

$$\Delta \psi_f = \alpha \frac{H_0}{\gamma R} \mathbf{e}_H \cdot \nabla T_f, \quad \Delta \psi_m = 0, \quad (4)$$

с использованием граничных условий

$$\psi_f = \psi_m, \quad \mu_f \frac{\partial \psi_f}{\partial n} = \mu_m \frac{\partial \psi_m}{\partial n}. \quad (5)$$

При этом $\alpha = \frac{K_{f0} \gamma R}{(1 + \chi_{f0}^{(r)}) H_0}$ – малый параметр, где γ – модуль градиента

температуры внутри полости и $\chi_{f0}^{(r)} = \left. \frac{\partial M_f}{\partial H_f} \right|_{T_f=T_0, H_f=H_0}$, $K_{f0} = \left. \frac{\partial M_f}{\partial T_f} \right|_{T_f=T_0, H_f=H_0}$.

Во втором подходе краевая задача для магнитного поля внутри полости и в массиве сводится к решению дифференциальных уравнений Максвелла в терминах магнитного потенциала:

$$\nabla \cdot (\mu_f \nabla \psi_f) = 0, \quad \nabla \cdot (\mu_m \nabla \psi_m) = 0, \quad (6)$$

с теми же граничными условиями (4).

Магнитная проницаемость в жидкости μ_f в общем случае не является пространственной константой и определяется выражением:

$$\mu_f = \mu_{f0} \left(1 - \alpha \frac{\delta T}{\gamma R} \right), \quad (7)$$

где $\mu_{f0} = \mu_f(T_0)$, δT – градиентный вклад в распределение температуры внутри полости. В то же время магнитную проницаемость в массиве с высокой степенью точности можно считать постоянной.

С учетом (7) система дифференциальных уравнений (6) принимает вид:

$$\Delta \psi_f - \frac{\alpha}{R} (\delta T \Delta \psi_f + \nabla \delta T \cdot \nabla \psi_f) = 0, \quad \Delta \psi_m = 0, \quad (8)$$

с граничными условиями:

$$\psi_f = \psi_m, \quad \mu_{f0} \left(1 - \alpha \frac{\delta T}{\gamma R} \right) \frac{\partial \psi_f}{\partial n} = \mu_m \frac{\partial \psi_m}{\partial n}. \quad (9)$$

После подстановки соответствующих распределений температуры (2) в уравнения двух подходов (4) и (8) и решения их с использованием граничных условий (5) и (9) соответственно можно получить распределения магнитных потенциалов в шаровой полости и цилиндре, а затем – напряженность магнитного поля и намагниченность (табл. 1). Отметим, что в данной задаче мы ограничиваемся первым порядком малости по α .

Табл. 1. Сравнение результатов двух подходов

	Подход №1	Подход №2
<i>Шаровая полость</i>		
ψ_f	$H_0 \left(r \cos \theta + \alpha \frac{r^2}{6R} \right)$	$H_0 \left(r \cos \theta + \alpha \frac{2\mu \cos^2 \theta + 1}{2\mu + 3} \frac{r^2}{2R} \right)$
\mathbf{H}_f	$H_0 \left(\mathbf{e}_z + \alpha \frac{r}{3R} \mathbf{e}_r \right)$	$H_0 \left(\mathbf{e}_z + \frac{\alpha}{2\mu + 3} \frac{r}{R} \left[2\mu \cos \theta \mathbf{e}_z + \mathbf{e}_r \right] \right)$
H_f	$H_0 \left(1 + \alpha \frac{z}{3R} \right)$	$H_0 \left(1 + \alpha \frac{2\mu + 1}{2\mu + 3} \frac{z}{R} \right)$
\mathbf{M}_f	$M_0 \left(\mathbf{e}_z + \alpha \frac{r}{3R} \mathbf{e}_r \right)$	$M_0 \left(\mathbf{e}_z + \frac{\alpha}{2\mu + 3} \frac{r}{R} \left[\frac{2\mu + 3\mu_{f0}}{1 - \mu_{f0}} \cos \theta \mathbf{e}_z + \mathbf{e}_r \right] \right)$
M_f	$M_0 \left(1 + \alpha \frac{z}{3R} \right)$	$M_0 \left(1 + \alpha \left[\frac{2\mu + 1}{2\mu + 3} - \frac{\mu_{f0}}{\mu_{f0} - 1} \right] \frac{z}{R} \right)$
<i>Горизонтальный цилиндр</i>		
ψ_f	$H_0 \left(r \cos \varphi + \alpha \frac{r^2}{4R} \right)$	$H_0 \left(r \cos \varphi + \alpha \frac{2\mu \cos^2 \varphi + 1}{\mu + 1} \frac{r^2}{4R} \right)$
\mathbf{H}_f	$H_0 \left(\mathbf{e}_z + \alpha \frac{r}{2R} \mathbf{e}_r \right)$	$H_0 \left(\mathbf{e}_z + \frac{\alpha}{2\mu + 2} \frac{r}{R} \left[2\mu \cos \varphi \mathbf{e}_z + \mathbf{e}_r \right] \right)$
H_f	$H_0 \left(1 + \alpha \frac{z}{2R} \right)$	$H_0 \left(1 + \alpha \frac{2\mu + 1}{2\mu + 2} \frac{z}{R} \right)$
\mathbf{M}_f	$M_0 \left(\mathbf{e}_z + \alpha \frac{r}{2R} \mathbf{e}_r \right)$	$M_0 \left(\mathbf{e}_z + \frac{\alpha}{2\mu + 2} \frac{r}{R} \left[\frac{2(\mu + \mu_{f0})}{1 - \mu_{f0}} \cos \theta \mathbf{e}_z + \mathbf{e}_r \right] \right)$
M_f	$M_0 \left(1 + \alpha \frac{z}{2R} \right)$	$M_0 \left(1 + \alpha \left[\frac{2\mu + 1}{2\mu + 2} - \frac{\mu_{f0}}{\mu_{f0} - 1} \right] \frac{z}{R} \right)$

Как можно заметить, результаты двух подходов в нулевом порядке малости по α полностью совпадают. С учетом первого порядка малости

появляются некоторые расхождения, которые проявляются не только в появлении зависимости от других пространственных переменных, но и в учете дополнительных параметров среды – магнитной проницаемости в жидкости и в массиве.

Суть этих различий заключается в том, что в первом подходе мы явным образом не учитывали зависимость магнитной проницаемости МЖ от температуры, поэтому при использовании граничных условий считали этот параметр постоянным. В то же время во втором подходе было явным образом получено выражение для магнитной проницаемости в полости, учитывающее зависимость от внешнего температурного градиента. Влияние данной неоднородности было учтено на всех этапах поиска напряженности магнитного поля и намагниченности.

Сравним модули напряженности магнитного поля и намагниченности, полученные двумя подходами, в шаровой полости (рис. 2). Увеличение относительной магнитной проницаемости приводит к нарастанию относительной разницы напряженности магнитного поля. В то же время для намагниченности мы имеем обратную картину. Подобные закономерности проявляются и для горизонтального цилиндра.

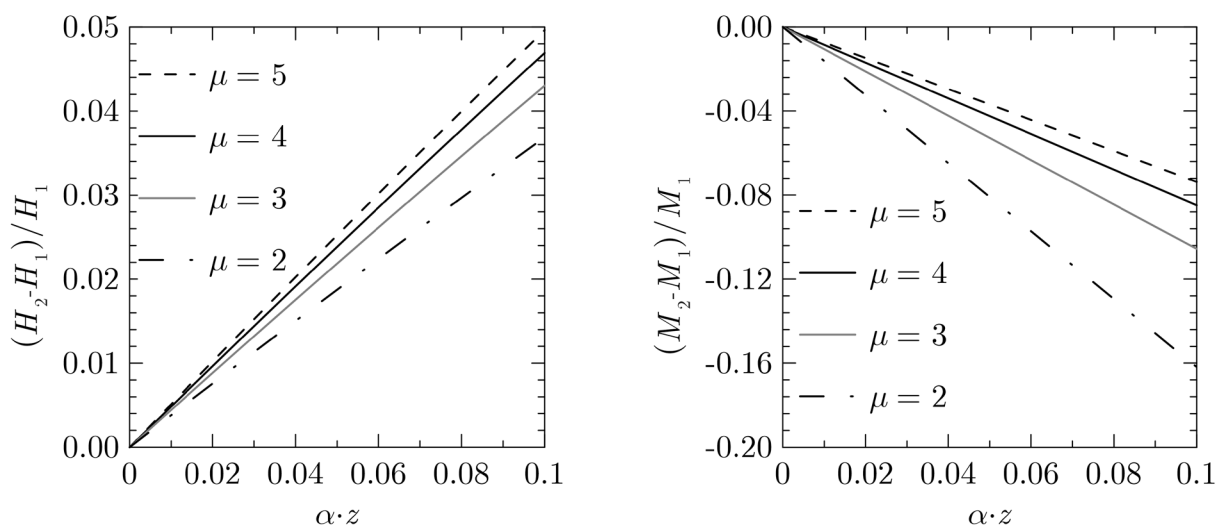


Рис. 2. Относительная разность модулей напряженности и намагниченности в шаровой полости, полученных двумя подходами

Как результат описанных выше расхождений – отличающиеся выражения для пондеромоторной магнитной силы $F = \mu_0 M \nabla H$, которая и является основной при осуществлении термомагнитной конвекции. Относительная разность модулей магнитной силы, полученных двумя подходами, изображена на рис. 3 в тех же обозначениях для μ , что и на рис. 2.

Таким образом, были определены магнитный потенциал, напряженность магнитного поля и намагниченность неоднородно нагретой жидкости в двух геометрических конфигурациях с помощью двух подходов,

в которых различным образом учитывалась неоднородность магнитной проницаемости. Выявлено, что учет зависимости магнитной проницаемости от температуры вносит определенный вклад в распределения напряженности, намагниченности и, как следствие, пондеромоторной магнитной силы. Обнаружено, что принципиальное различие между подходами заключается в учете температурной зависимости магнитной проницаемости в граничных условиях. При этом второй подход является более точным, так как в большей мере учитывает температурную неоднородность параметров системы.

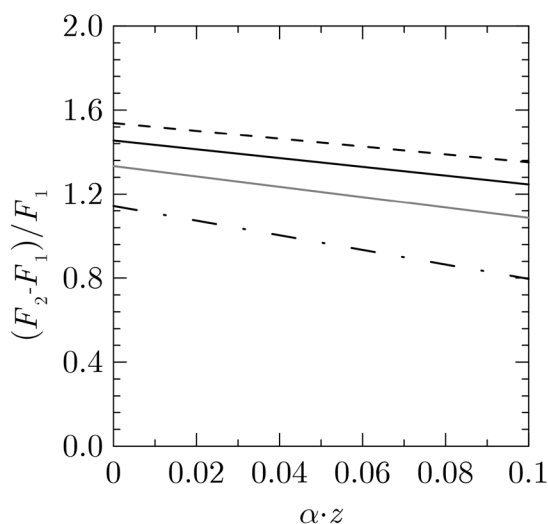


Рис. 3. Относительная разность модулей пондеромоторной магнитной силы в шаровой полости, полученных двумя подходами

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 20-01-00491).

Список литературы

1. *Баитовой В. Г., Берковский Б. М., Вислович А. Н.* Введение в термомеханику магнитных жидкостей. М.: ИВТАН, 1985. 188 с.
2. *Казанцев П. Н., Краузин П. В.* Конвективная устойчивость магнитной жидкости в шаровой полости в магнитном поле, параллельном силе тяжести // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2019. С. 21–26.
3. *Krakov M. S., Nikiforov I. V.* Natural convection in a horizontal cylindrical enclosure filled with a magnetic nanofluid: Influence of the uniform outer magnetic field // International Journal of Thermal Sciences. 2018. Vol. 133. P. 41–54.

ПЕРЕХОД ФРЕДЕРИКСА В БИНАРНОЙ СМЕСИ НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛОВ

Д. С. Кропачева, Д. В. Макаров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Теоретически изучен магнитный переход Фредерикса в плоском слое, заполненном смесью двух нематических жидких кристаллов. Описание ведется в рамках континуального подхода, основу которого составляет потенциал Озеена-Франка для бинарной смеси. На границах слоя сцепление молекул жидких кристаллов предполагалось жестким и планарным. Найдено поле Фредерикса и произведен расчет угла поворота директора в центре слоя от напряженности магнитного поля. Получено пространственное распределение директора внутри слоя при различных значениях материальных параметров смеси.

Ключевые слова: жидкий кристалл; переход Фредерикса; бинарная смесь

FREEDERICKSZ TRANSITION IN A BINARY MIXTURE OF NEMATIC LIQUID CRYSTALS

D. S. Kropacheva, D. V. Makarov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The magnetic Freedericksz transition in a flat layer filled with a mixture of two nematic liquid crystals is studied theoretically. The description is performed in the framework of the continuum approach based on the Oseen-Frank potential for a binary mixture. At the boundaries of the layer, the anchoring of the liquid crystal molecules was assumed to be rigid and planar. The Freedericksz field is found and the angle of rotation of the director in the center of the layer from the magnetic field strength is calculated. The spatial distribution of the director inside the layer at different values of the material parameters of the mixture is obtained.

Keywords: liquid crystal; Freedericksz transition; binary mixture

Как известно [1, 2], жидкокристаллическому, или мезоморфному, состоянию вещества присущи одновременно свойства жидкостей (текучесть) и кристаллов (анизотропия). Жидкие кристаллы (ЖК) характеризуются чрезвычайно подвижной ориентационной структурой, изменяющейся под воздействием сравнительно слабых внешних факторов, что ведет к изменению их физических свойств в целом. Для практического применения бывает удобно использовать не одноконпонентные жидкие кристаллы, а их различные смеси, поскольку варьирование состава смеси позволяет подобрать нужные физические характеристики ЖК системы. Цель данной работы заключается в том, чтобы теоретически изучить индуцированный магнитным полем переход Фредерикса в плоском слое, заполненном смесью двух нематических жидких кристаллов.

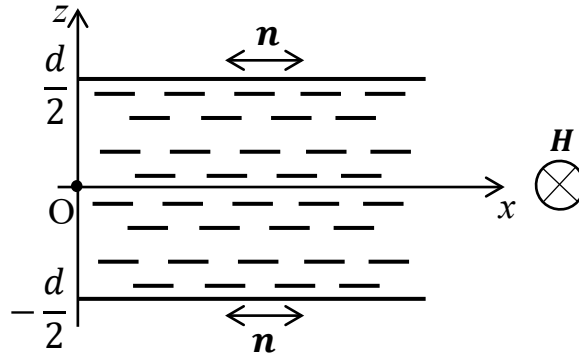


Рис. 1. Слой жидкокристаллической смеси в магнитном поле

Рассмотрим слой бинарной жидкокристаллической смеси толщиной d (рис. 1). Начало координат выберем в середине слоя, а ось z направим по нормали к слою. Будем полагать, что на ограничивающих слой пластинах созданы условия жесткого планарного сцепления директора \mathbf{n} с осью легкого ориентирования вдоль оси x . Ортогонально плоскости слоя приложим магнитное поле $\mathbf{H} = (0, H, 0)$.

Проанализируем ориентационную структуру ЖК в магнитном поле при различных значениях материальных параметров компонент смеси в рамках континуального подхода. Полная свободная энергия слоя бинарной смеси НЖК может быть записана следующим образом [1–3]:

$$F = \int F_V dV, \quad F_V = F_d^{(1)} + F_d^{(2)} + F_{mag}^{(1)} + F_{mag}^{(2)}, \quad (1)$$

$$F_d^{(1)} = y_1 \left[\frac{K_{11}^{(1)}}{2} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{22}^{(1)}}{2} (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{33}^{(1)}}{2} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 \right],$$

$$F_d^{(2)} = y_2 \left[\frac{K_{11}^{(2)}}{2} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{22}^{(2)}}{2} (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \frac{K_{33}^{(2)}}{2} (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 \right],$$

$$F_{mag}^{(1)} = -y_1 \frac{\chi_a^{(1)}}{2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})^2,$$

$$F_{mag}^{(2)} = -y_2 \frac{\chi_a^{(2)}}{2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})^2,$$

где $F_d^{(i)}$ – потенциал Озеена-Франка каждой из компонент бинарной системы; $F_{mag}^{(i)}$ – плотность энергии взаимодействия магнитного поля с НЖК компонентами смеси; $K_{11}^{(i)}$, $K_{22}^{(i)}$ и $K_{33}^{(i)}$ – константы Франка компонент смеси (индексы $i = 1, 2$ нумеруют компоненты); $\chi_a^{(i)}$ – анизотропии диамагнитной

восприимчивости компонент смеси; y_1, y_2 – объемные доли компонент смеси ($y_1 + y_2 = 1$).

Для изучаемой геометрии задачи (рис. 1) векторное поле директора \mathbf{n} внутри слоя НЖК можно искать в следующем виде:

$$\mathbf{n} = (\cos\varphi(z), \sin\varphi(z), 0), \quad (2)$$

где φ – угол между директором и осью легкого ориентирования на стенках слоя.

Учитывая выражение (2), плотность свободной энергии примет вид:

$$F_V = \frac{1}{2} \left(y_1 K_{22}^{(1)} + y_2 K_{22}^{(2)} \right) \left(\frac{d\varphi}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(y_1 \chi_a^{(1)} + y_2 \chi_a^{(2)} \right) H^2 \sin^2 \varphi. \quad (3)$$

Введем следующие безразмерные переменные:

$$\zeta = \frac{z}{d}, \quad h = \frac{H}{H_0}, \quad H_0 = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_{22}^{(1)}}{\chi_a^{(1)}}}, \quad K = \frac{K_{22}^{(2)}}{K_{22}^{(1)}}, \quad \chi = \frac{\chi_a^{(2)}}{\chi_a^{(1)}}, \quad (4)$$

где ζ – это безразмерная координата; h – безразмерная напряженность магнитного поля; H_0 – критическое поле Фредерикса в ЖК в отсутствие второй компоненты смеси [1, 2] ($y_2 = 0$); K – отношение модулей ориентационно-упругих деформаций компонент смеси; χ – отношение анизотропий магнитной восприимчивости компонент смеси.

С учетом введенных переменных (4) получаем объемную плотность свободной энергии (3) в безразмерной форме:

$$\tilde{F} = \frac{1}{2} (y_1 + y_2 K) \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} \right)^2 - \frac{1}{2} (y_1 + y_2 \chi) \pi^2 h^2 \sin^2 \varphi. \quad (5)$$

Запишем уравнение Эйлера-Лагранжа

$$\frac{d}{d\zeta} \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \left(\frac{d\varphi}{d\zeta} \right)} - \frac{d\tilde{F}}{d\varphi} = 0,$$

подставив в которое выражение (5), получим следующие уравнение ориентационного равновесия смеси:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\zeta^2} + a \sin\varphi \cos\varphi = 0, \quad (6)$$

где введено обозначение $a \equiv \pi h \sqrt{\frac{(y_1 + y_2 \chi)}{(y_1 + y_2 K)}}$.

Уравнение (6) имеет первый интеграл:

$$(\varphi')^2 + a^2 \sin^2 \varphi = \text{const}, \quad (7)$$

константа интегрирования в котором находится с помощью граничных условий. В середине слоя при $\zeta = 1/2$ угол отклонения директора от оси

легкого ориентирования максимален: $d\varphi/d\zeta = 0$, $\varphi = \varphi_m$. С учетом этих условий выражение (7) принимает вид

$$(\varphi')^2 + a^2 \sin^2 \varphi = \sin^2 \varphi_m. \quad (8)$$

После разделения переменных в уравнении (8), введения новой переменной ψ с помощью соотношения $\sin \psi = \sin \varphi / \sin \varphi_m$ и интегрирования получаем:

$$a\zeta = \int_0^{\varphi(\zeta)} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_m \sin^2 \psi}}. \quad (9)$$

Из уравнения (9) имеем следующее выражения для угла поворота директора φ_m в центре слоя:

$$h = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{y_1 + y_2 K}{y_1 + y_2 \chi}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_m \sin^2 \psi}}. \quad (10)$$

Результаты расчета зависимости угла поворота директора φ_m (10) от напряженности магнитного поля h при различных значениях объемной доли второй компоненты примеси y_2 показаны на рис. 2. Как видно из рисунка, в отсутствие магнитного поля директор \mathbf{n} в слое не искажен и угол отклонения директора φ_m в центре слоя равен нулю. При включении магнитного поля, пока оно слабое, угол не меняется. Искажения поля директора появляются, когда напряженность поля достигает критического значения h_c . При последующем росте напряженности угол φ_m начинает увеличиваться, асимптотически приближаясь к углу ориентации поля $\pi/2$.

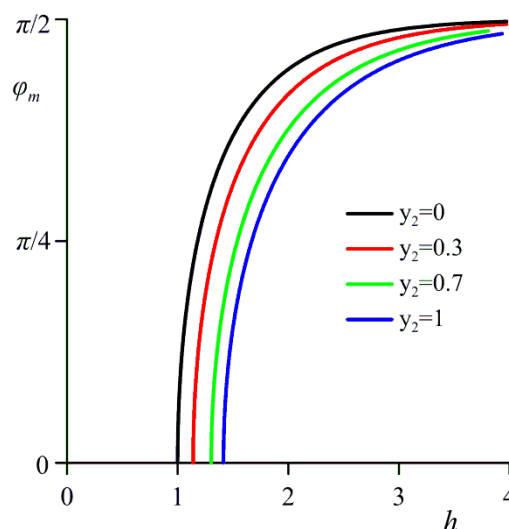


Рис. 2. Зависимость угла поворота директора φ_m от напряженности магнитного поля h для $\chi = 1$, $K = 2$ при различных значениях объемной доли второй компоненты примеси y_2

Увеличение объемной доли y_2 второй компоненты смеси приводит к росту порогового поля, не влияя на общий характер поведения угловой

зависимости $\varphi_m(h)$. При фиксированной напряженности поля отклонение директора в центре слоя тем больше, чем меньше объемная доля y_2 . Как показывают результаты расчета зависимости угла φ_m от напряженности магнитного поля h , отклонение директора в центре слоя тем больше, чем больше отношение магнитных восприимчивостей компонент χ .

Линеаризуя уравнение равновесия (6) и принимая во внимание жесткие планарные условия сцепления на границах слоя, получаем следующее выражение для критического поля

$$h_c = \sqrt{\frac{y_1 + y_2 K}{y_1 + y_2 \chi}}. \quad (11)$$

Зависимость критической напряженности поля h_c (11) от анизотропии упругости K при фиксированном значении отношения магнитных восприимчивостей $\chi = 1$ при изменении объемной доли y_2 изображена на рис. 3. Из графика видно, что в отсутствие примеси второй компоненты смеси критическое поле не зависит от K . При изменении анизотропии упругости в интервале значений от 0 до 1 с ростом объемной доли второй компоненты смеси y_2 происходит уменьшение критического поля. Начиная со значения анизотропии упругости $K = 1$, увеличение объемной доли второй компоненты смеси приводит к росту критического поля по сравнению с беспримесным случаем.

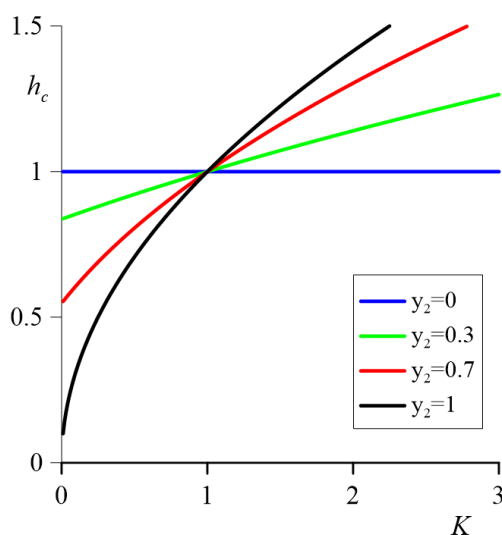


Рис. 3. Зависимость критического поля h_c от параметра анизотропии упругости K для $\chi = 1$ при изменении объемной доли y_2 второй компоненты смеси

Пространственное распределение директора внутри слоя бинарной смеси НЖК в магнитном поле, полученное в результате численного решения системы интегральных уравнений (9) – (10), показано на рис. 4. Как видно из рисунка, увеличение объемной доли второй компоненты смеси приводит к

уменьшению угла отклонения директора во всем слое, не влияя на общий характер поведения пространственной зависимости. Кроме того, было установлено, что отклонение директора внутри слоя тем больше, чем меньше параметр анизотропия упругости K .

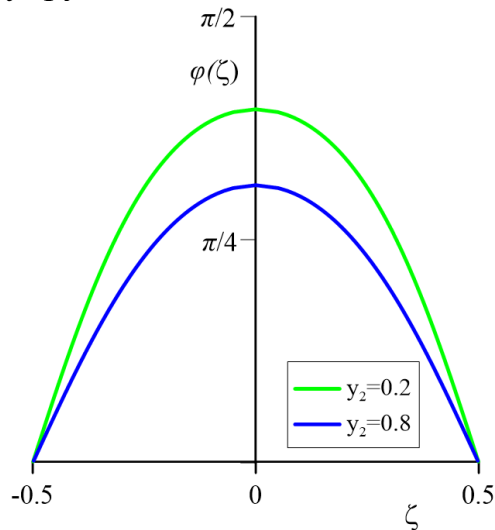


Рис. 4. Пространственное распределение угла $\varphi(\zeta)$ поворота директора в магнитном поле $h = 2$ при $\chi = 2$, $K = 5$ и различных значениях y_2

Список литературы

1. Блинов Л. М. Жидкие кристаллы: Структура и свойства. Книжный дом «Либроком», 2013. 480 с.
2. Клеман М., Лаврентович О. Д. Основы физики частично упорядоченных сред. М.: Физматлит, 2007. 680 с.
3. Matsuyama A. Twist distortion in rod/liquid crystal mixtures // Liquid Crystals. 2011. Vol. 38. P. 885–891.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ ЖИДКОСТИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КОЛЬЦЕВОМ ЗАЗОРЕ

А. Т. Кучукова, М. Т. Краузина, П. В. Краузин
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Изучалась естественная конвекция жидкости между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами. Уравнения тепловой конвекции решались численно с использованием метода конечных элементов. Была рассмотрена постановка задачи, когда жидкий слой окружен теплопроводными цилиндрами. На границах слоев поддерживаются постоянные температуры. Выяснилось, что влияние температурной зависимости коэффициента динамической вязкости на теплоперенос незначительно (не превышает 4%).

Ключевые слова: тепловая конвекция; число Нуссельта; кольцевой зазор

NUMERICAL SIMULATION OF HEAT CONVECTION OF LIQUID IN HORIZONTAL ANNULAR GAP

A. T. Kuchukova, M. T. Krauzina, P. V. Krauzin
Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The natural convection of liquid between two horizontal coaxial cylinders is investigated. The thermal convection equations were solved numerically by the finite element method. The formulation of the problem is considered when the liquid layer is surrounded by heat-conducting cylinders. A constant temperature is maintained at the boundaries of the layers. It is shown that, despite the strong temperature dependence of the dynamic viscosity, its effect on the final heat transfer is insignificant (does not exceed 4%).

Keywords: heat convection; Nusselt number; annular gap

Свободной конвекции в слое жидкости, ограниченном двумя горизонтальными цилиндрами, было посвящено множество работ, начиная с 30-х годов прошлого столетия [1]. Интерес к данной задаче обусловлен возможностью широкого применения в технике, например, в системах охлаждения ядерных реакторов и электронных компонентов [2]. В классической работе Куэна было проведено экспериментальное и теоретико-численное исследование естественной конвекции в пространстве между горизонтальными концентрическими цилиндрами. Был установлен закон теплопереноса $Nu \sim Ra^m$. Для воды $m = 0.238$ в интервале числа Рэлея от $2 \cdot 10^4$ до $9 \cdot 10^4$.

Дальнейшие исследования были направлены на увеличение интенсивности теплообмена. Одним из вариантов постановки задачи для

интенсификации теплообмена является использование термомагнитной конвекции [3].

В данной работе численно был изучен конвективный теплообмен в трансформаторном масле (ТМ) между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами, исследованы процессы тепломассопереноса для дальнейшего сравнения с данными, полученными экспериментальным путем.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Цилиндрический слой толщиной $H = 12$ мм и длиной $L = 114$ мм образован поверхностями соосных цилиндров: 3 – внешний (из полилактида), 6 – внутренний (ферритовый). Внешний радиус внешнего цилиндра равен 33 мм, толщина стенки внешнего цилиндра – 5 мм. Внутренний цилиндр состоит из 7 кольцевых ферритовых сердечников, насаженных на 1 – алюминиевую трубку и склеенных между собой. Внешний радиус ферритового сердечника составляет 16 мм, толщина стенки – 8 мм.

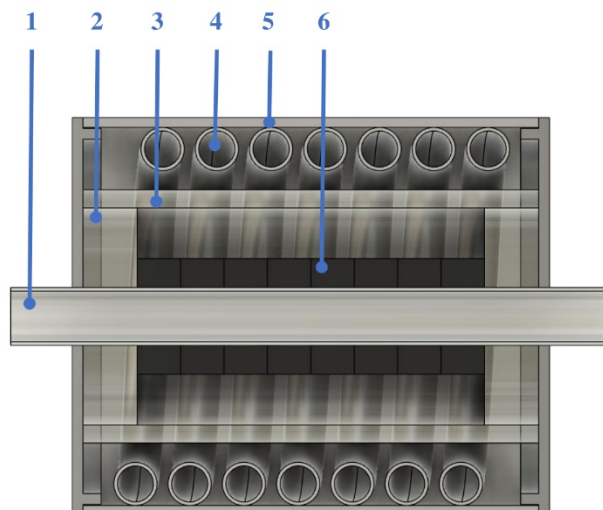


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Со стороны торцов слой закрыт 2 – плексигласовыми кольцами, толщиной 10 мм, задающими коаксиальное расположение цилиндров. Тепловой поток через торцы мал по отношению к тепловому потоку через внешний цилиндр.

Длина цилиндрического слоя жидкости была выбрана из соотношения $L/H = 7$, в соответствии с работой [2].

Температура внешней стенки внешнего цилиндра $T_{хол}$ поддерживается постоянной за счет воды, прокачиваемой в полости между внешним цилиндром и 5 – полипропиленовой трубой диаметром 110 мм (рубашка). Рубашка в свою очередь термостатируется при помощи теплообменника в виде 4 – трубы, обматывающей цилиндр, по которой прокачивается вода из термостата. Используется трубка из нержавеющей стали с внешним диаметром 12 мм и толщиной стенки 1.5 мм. Температура границы слоя

внутреннего цилиндра $T_{гор}$ устанавливается за счет термостатированной воды, которая прокачивается по алюминиевой трубке.

Средняя по площади температура внутренней стенки внешнего цилиндра $\langle T \rangle$ измеряется при помощи интегрального датчика термометра сопротивления. Датчик состоит из нескольких петель медной проволоки толщиной 0.02 мм, вытянутых по всей длине цилиндра и приклеенных к границе. В качестве рабочей жидкости в экспериментах используется ТМ.

Методика экспериментов следующая. При помощи термостатов устанавливаются температуры внутренней границы слоя $T_{гор}$ и жидкости в рубашке $T_{хол}$. Опыты повторяются при различных значениях $T_{хол}$ и $T_{гор}$. Максимальный перепад температуры между теплообменниками $T_{гор} - T_{хол} = 30^\circ\text{C}$.

Для визуализации поля температуры используются жидкокристаллические термоиндикаторы (Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, лаборатория оптических методов диагностики газовых потоков). Термопленка наклеивается на торец кольцевого зазора из оргстекла и соприкасается с ТМ. Поскольку структура течения симметрична относительно вертикали, то используются две пленки в виде двух полукругов с температурными диапазонами $10-27^\circ\text{C}$; $27-40^\circ\text{C}$. Вид конвективных течений определяется по показаниям системы четырех термодпар, расположенных на расстоянии 1 мм от внутренней поверхности внешнего цилиндра.

Для дальнейшей обработки и интерпретации экспериментальных данных, проведено двумерное численное моделирование «трехслойной» системы, в которой жидкий слой расположен между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами. Материалом внутреннего цилиндра является феррит (ф), внешнего – полилактид (PLA). Коэффициент теплопроводности феррита равен $650 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, трансформаторного масла – $1666 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, полилактида – $1110 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Использовалось приближение Буссинеска, в рамках которого зависимость плотности от температуры учитывается только при записи подъемной силы [4].

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \Delta \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{g} \beta_\rho (T - T_0), \quad \text{div } \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \Delta T = \chi \Delta T, \quad \frac{\partial T_\phi}{\partial t} = \chi_\phi \Delta T_\phi, \quad \frac{\partial T_{\text{PLA}}}{\partial t} = \chi_{\text{PLA}} \Delta T_{\text{PLA}}.$$

В начальный момент времени жидкость полагалась неподвижной, имеющая теплопроводное распределение температуры. На границах слоев выполняется равенство температур и тепловых потоков.

Система уравнений тепловой конвекции решалась численно, методом конечных элементов с помощью решателя, интегрированного в

вычислительный пакет Comsol Multiphysics 5.6. Использовалась нерегулярная сетка с общим числом узлов равным 1826.

Внешняя граница PLA цилиндра и внутренняя граница ферритового цилиндра имели постоянные температуры $T_{\text{хол}}$ и $T_{\text{гор}}$, соответственно. Поэтому разность температур, приходящаяся на жидкий слой, вычислялась как разница усредненной температуры по внутренней и внешней границе слоя жидкости.

Число Нуссельта представляет собой отношение полного теплового потока к его теплопроводной составляющей. Для вычисления среднего числа Нуссельта Nu использовался полный тепловой поток, усредненный по внешней границе жидкости.

Конвективный стационарный режим в кольцевом зазоре устанавливается за время порядка 10^2 с, что демонстрирует зависимость числа Нуссельта от времени (рис. 2). Из графика также следует, что для разных перепадов температур реализуются различные переходные процессы. В дальнейшем нас будут интересовать лишь стационарные течения.

На рис. 3 представлена зависимость локального (сплошная линия) и среднего (штриховая линия) чисел Нуссельта от угла для различных перепадов температуры. Углу $\varphi = 0$ соответствует нижняя точка на внешней поверхности слоя жидкости. Зависимость локального числа Нуссельта соответствует структуре течения. В верхней части слоя жидкости ($\varphi = \pi$) реализуется условие подогрева снизу и формируется интенсивное восходящее течение. При этом наблюдаются максимальные значения теплового потока. В нижней части слоя ($\varphi = 0$) жидкость подогревается сверху, поэтому образуется застойная область, где она почти неподвижна.

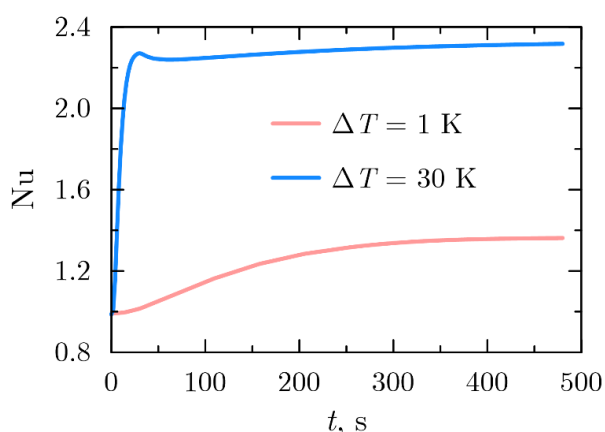


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта от времени

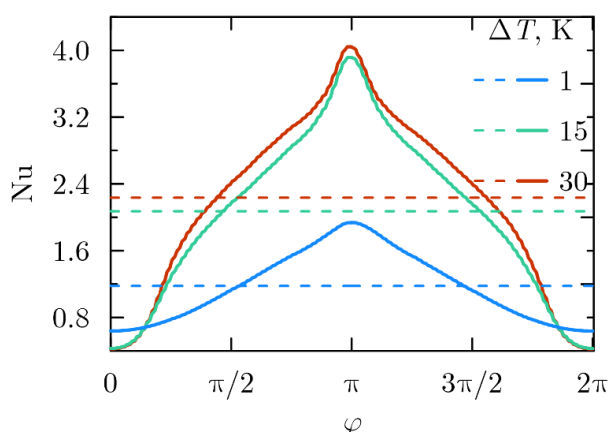


Рис. 3. Зависимость локального и среднего чисел Нуссельта от угла

На рис. 4 представлены линии тока и изотермы конвективного течения в кольцевом зазоре для трех слоев в установившемся стационарном режиме. Поскольку коэффициенты теплопроводности твердых слоев сравнимы с коэффициентом теплопроводности жидкости, изотермы в них искривляются

за счет конвективного течения. Вид течения представляет собой двухвихревое движение. Нагретая жидкость, поднимаясь, формирует конвективную струю. Плавающий шлейф над внутренним цилиндром ударяется о внешний цилиндр сверху, создавая максимальный тепловой поток. Затем эта жидкость движется в пограничном слое, прилегающем к внешнему цилиндру, по направлению ко дну.

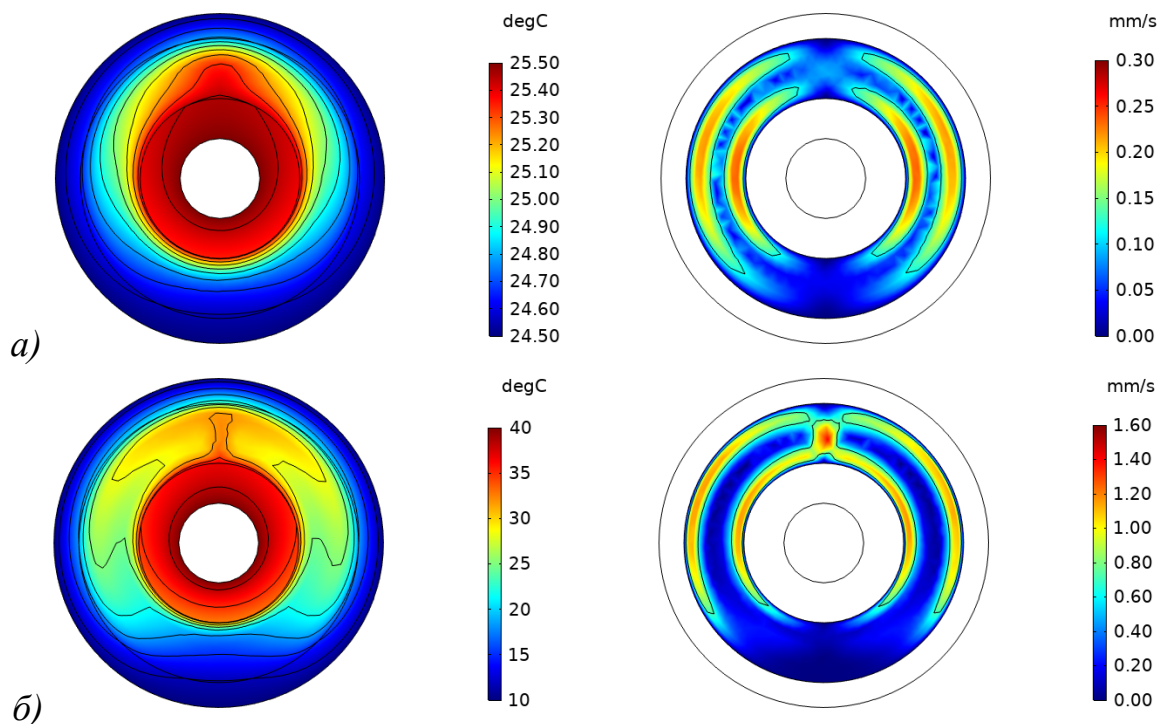


Рис. 4. Поля температуры и модуля скорости:
 а) $\Delta T = 1 \text{ K}$, б) $\Delta T = 30 \text{ K}$ ($\Delta T = T_{\text{гор}} - T_{\text{хол}}$)

Для определения динамической вязкости трансформаторного масла использовался прибор «Anton Paar Physica MCR 501». Полученная зависимость динамической вязкости трансформаторного масла от температуры в диапазоне от 10 до 40°C представлена на рис. 5. Измерения проведены доцентом кафедры физики фазовых переходов В. Г. Гилевым.

На рис. 6 изображена зависимость четвертой степени безразмерного конвективного теплового потока от числа Рэлея. Уравнение, описывающее закон среднего теплопереноса, имеет вид

$$(\text{Nu} - 1)^4 = 1.7 \cdot \text{Ra}.$$

Учет температурной зависимости вязкости приводит к уменьшению интенсивности конвективного теплопереноса. Это объясняется несимметричностью зависимости вязкости от температуры. Так, например, при $T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ коэффициент вязкости увеличивается на 91% по отношению к значению при средней температуре $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, в то время как уменьшение коэффициента вязкости при $T = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ составляет 39%. Таким образом, в

целом жидкость становится «более вязкой», что приводит к уменьшению скорости движения жидкости, а значит интенсивности теплообмена.

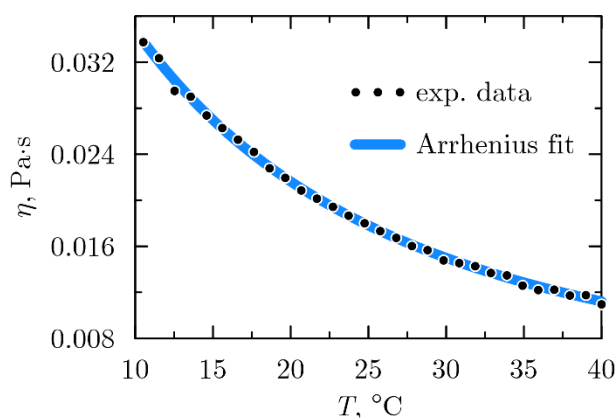


Рис. 5. Зависимость коэффициента динамической вязкости ТМ от температуры

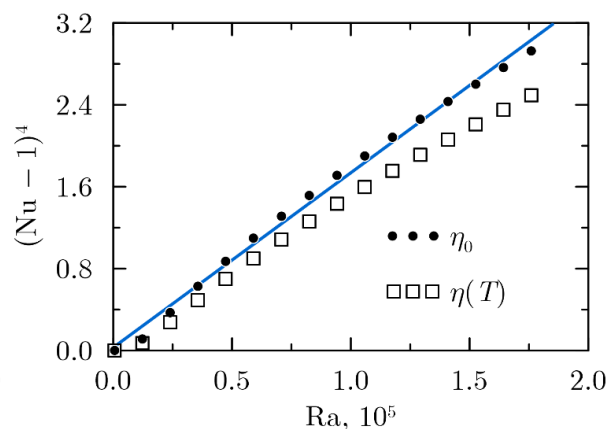


Рис. 6. Влияние температурной зависимости коэффициента динамической вязкости на интенсивность конвективного теплопереноса

Численно была изучена конвекция жидкости в кольцевом зазоре между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами. Были рассмотрены две постановки задачи, когда на границах жидкого слоя поддерживаются постоянные температуры («однослойная» система) и когда жидкий слой окружен теплопроводными цилиндрами («трехслойная» система). Результаты задачи, полученные в однослойной системе, согласуются с данными классической работы [2]. Показано, что, несмотря на сильную температурную зависимость коэффициента динамической вязкости, ее влияние на итоговый теплоперенос незначительно (не превышает 4%).

Список литературы

1. Beckmann W. Die Wärmeübertragung in zylindrischen Gasschichten bei natürlicher Konvektion // Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A. 1931. Bd. 2. S. 165–178.
2. Kuehn T. H., Goldstein R. J. An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders // Journal of Fluid Mechanics. 1976. Vol. 74 (4). P. 695–719.
3. Sawada T., Kikura H., Saito A., Tanahashi T. Natural convection of a magnetic fluid in concentric horizontal annuli under nonuniform magnetic fields // Experimental Thermal and Fluid Science. 1993. Vol. 7 (3). P. 212–220.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.

МНОГОМОДОВАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ ИДЕАЛЬНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

М. О. Суханов, В. А. Ильин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Получена многомодовая модель электроконвекции идеального диэлектрика в постоянном электрическом поле горизонтального конденсатора. Проведено исследование линейной устойчивости диэлектрика на основе этой модели. Найдены критические значения теплового и электрического чисел Рэлея, при которых возникает неустойчивость. Изучены зависимости критических волновых чисел от параметров задачи.

Ключевые слова: электроконвекция; идеальная диэлектрическая жидкость

MULTIMODE MODEL OF IDEAL DIELECTRIC ELECTROCONVECTION

M. O. Sukhanov, V. A. Il'in

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

A multimode model has been learnt and linear stability of an ideal dielectric in a horizontal capacitor under a steady electric field has been investigated on the basis of this model. The critical values of the thermal and electric Rayleigh numbers, at which the perturbation buildup occurs, were found within the framework of the model. The dependence of the critical wave numbers was studied.

Keywords: electroconvection; perfect dielectric fluid

Введение

В случае обычной тепловой конвекции в горизонтальном плоском слое неоднородно нагретой жидкости, находящейся при определенном пороговом значении нагрева, возникает неустойчивость. Вследствие этого возникают конвективные движения в виде валов. Порог конвекции неоднородно нагретой жидкости может изменяться благодаря действию специфических электроконвективных механизмов неустойчивости, связанных с различными способами возникновения заряда в жидкости [1]. Примером такого механизма служит – диэлектрофоретический механизм неустойчивости, вызванный зависимостью диэлектрической проницаемости от температуры. Диэлектрофоретические силы, возникшие в объеме жидкости, могут приводить жидкость в движение даже в невесомости, благодаря неоднородности диэлектрической проницаемости.

Если мы рассматриваем идеальный диэлектрик, в котором проводимость среды равна нулю, где свободные объемные заряды отсутствуют, то образование объемного заряда происходит за счет неоднородности

поляризации среды. Известно, что в линейной задаче об устойчивости идеального диэлектрика колебательные возмущения отсутствуют – порог конвекции связан с монотонной модой [1, 2]. Ветвление нелинейных режимов идеального жидкого диэлектрика в постоянном электрическом поле происходит благодаря прямой бифуркации. В работах [2–4] рассмотрены маломодовые модели электротермической конвекции идеального диэлектрика в горизонтальном конденсаторе.

Постановка задачи

Рассмотрим плоский горизонтальный слой (рис. 1) неоднородно нагретой вязкой несжимаемой идеальной диэлектрической жидкости, находящийся в постоянном вертикальном электрическом поле \mathbf{E} и поле тяжести \mathbf{g} . Ось x направлена вдоль нижней границы слоя, ось z направлена перпендикулярно границам слоя. Идеально тепло- и электропроводные границы расположены при $z = \pm h/2$, где h – толщина слоя. Границы нагреты до разных температур: $T(-h/2) = \Theta$, $T(h/2) = 0$. Здесь T – температура, отсчитываемая от некоторого среднего значения, Θ – характерная разность температур. Случай $\Theta > 0$ соответствует нагреву снизу. Потенциал поля верхней границы равен нулю: $\varphi(h/2) = 0$, потенциал нижней границы: $\varphi(-h/2) = U$, где U – амплитуда напряжения.

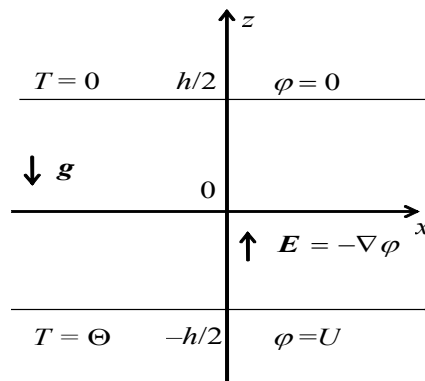


Рис. 1. Геометрия задачи

В задаче рассматриваются уравнения и граничные условия такие же, как в работах [2, 3].

Исследование многомодовой модели

В отличие от работ [2, 3] в настоящей работе в методе Галёркина для аппроксимаций искомых функций добавляются дополнительные две моды, удовлетворяющие граничным условиям.

После процедуры ортогонализации была получена семимодовая модель электроконвекции идеальной диэлектрической жидкости:

$$\begin{aligned}
\dot{X} &= -PrX + PrYr + PrYe, \\
\dot{Y} &= -SZ - XZ - Y + X, \\
\dot{Z} &= ST + SY + XY - Zb, \\
\dot{V} &= -PrVd_1 + PrWr/d_1 + PrWe/d_1^2, \\
\dot{W} &= V - Wd_1, \\
\dot{S} &= -PrSd_2 + PrTr/d_2 + PrTe/d_2^2, \\
\dot{T} &= -Td_2 - XZ + S.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь X, Y, Z, V, W, S, T – перемасштабированные амплитуды, характеризующие различные пространственные моды функции тока, температуры и плотности заряда; Pr – число Прандтля; r – нормированное тепловое число Рэлея; e – нормированное электрическое число Рэлея; b, d_1, d_2 – геометрические параметры, которые зависят от волнового числа k ; $Ra_c, Ra_{\varepsilon c}$ – критические числа, при которых возникает термогравитационная конвекция. Здесь введены параметры:

$$\begin{aligned}
b &= 4/(k^2 + 1), \\
d_1 &= (k^2 + 4)/(k^2 + 1), d_2 = (k^2 + 9)/(k^2 + 1), \\
r &= Ra/Ra_c, Ra_c = \pi^4(k^2 + 1)^3/k^2, \\
e &= Ra_\varepsilon/Ra_{\varepsilon c}, Ra_{\varepsilon c} = \pi^4(k^2 + 1)^4/k^4.
\end{aligned} \tag{2}$$

Эта система имеет тривиальное решение. Данное решение описывает случай, когда конвекция отсутствует:

$$X_0 = 0, \quad Y_0 = 0, \quad Z_0 = 0, \quad V_0 = 0, \quad W_0 = 0, \quad S_0 = 0, \quad T_0 = 0.$$

Применяя метод малых возмущений и решая задачу на собственные значения [3], для инкрементов получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
\lambda^2 - (1 + Pr)\lambda - Pr(r + e - 1) &= 0, \\
\lambda^2 - \lambda(Prd_1 + d_1) + Prd_1^2 - Pr/d_1(r + e/d_1) &= 0, \\
-Pr/d_2(r + e/d_2) + (\lambda - d_2)(\lambda - Prd_2) &= 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

В случае, когда $\lambda = 0$ получаем уравнения нейтральных кривых:

$$e = 1 - r, \quad e = d_1^4 - d_1r, \quad e = d_2^4 - d_2r. \tag{4}$$

При значении электрического числа $e = 0$, система (1) принимает вид обобщенной многомодовой модели Лоренца [5], которая моделирует тепловую рэлеевскую конвекцию. В этом случае были найдены критические значения числа Рэлея, при достижении которых возникают нарастающие возмущения. Вид нейтральных кривых показан на рис. 2а. Были найдены

пороги конвекции для трёх разных нейтральных кривых:
 1) $k_{c1} = \sqrt{2}/2, Ra_{c1} = 27\pi^4/4$; 2) $k_{c2} = \sqrt{2}, Ra_{c2} = 108\pi^4$; 3) $k_{c3} = 3\sqrt{2}/2, Ra_{c3} = 2187\pi^4/4$.

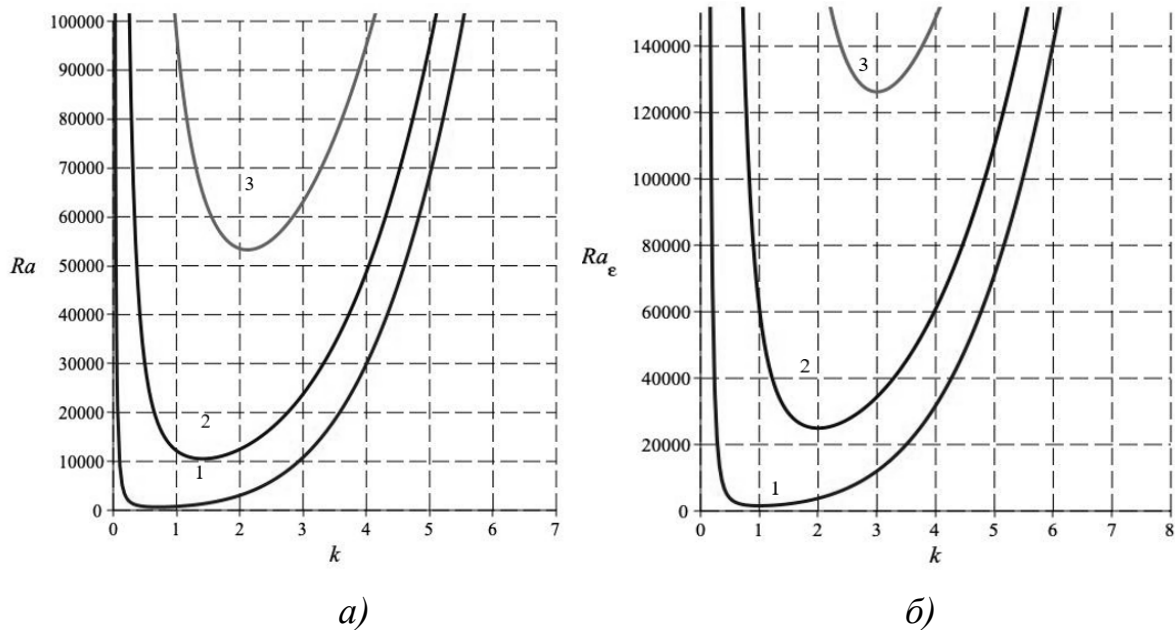


Рис.2. Нейтральные кривые зависимости: а) теплового числа Рэлея от волнового числа в случае отсутствия электрического поля; б) электрического числа Рэлея от волнового числа в случае невесомости; 1, 2, 3 – первая, вторая и третья нейтральные кривые

Если система находится в невесомости ($r = 0$) волновое число и электрическое число Рэлея в минимумах нейтральных кривых принимают соответствующие значения: 1) $k_{\varepsilon 1} = 1, Ra_{\varepsilon} = 16\pi^4$; 2) $k_{\varepsilon 1} = 2, Ra_{\varepsilon} = 256\pi^4$; 3) $k_{\varepsilon 1} = 3, Ra_{\varepsilon} = 1296\pi^4$. Вид нейтральных кривых показан на рис. 2б.

Рассмотрим критические параметры для первых нейтральных кривых. Зависимость электрического числа Рэлея от теплового числа Рэлея (рис. 3а) при $k_c = 1$ соответствует уравнению $Ra_{\varepsilon} = 16\pi^4 - 2Ra$. С увеличением теплового числа Рэлея электрическое число Рэлея линейно убывает.

Зависимость теплового числа Рэлея от электрического числа Рэлея при $k_c = \sqrt{2}/2$ (рис. 3б) соответствует уравнению $Ra = 27\pi^4/4 - Ra_{\varepsilon}/3$. С увеличением электрического числа Рэлея тепловое число линейно убывает.

Зависимость критического волнового числа k от теплового числа Рэлея представлена на рис. 4а, а от электрического числа Рэлея – на рис. 4б. С увеличением температуры (числа Рэлея) волновое число k увеличивается. Это означает, что размер конвективных валов уменьшается. Из рис. 4б видно, что при увеличении электрического поля (электрического числа Рэлея) волновое число k увеличивается, тем самым размер валов также уменьшается.

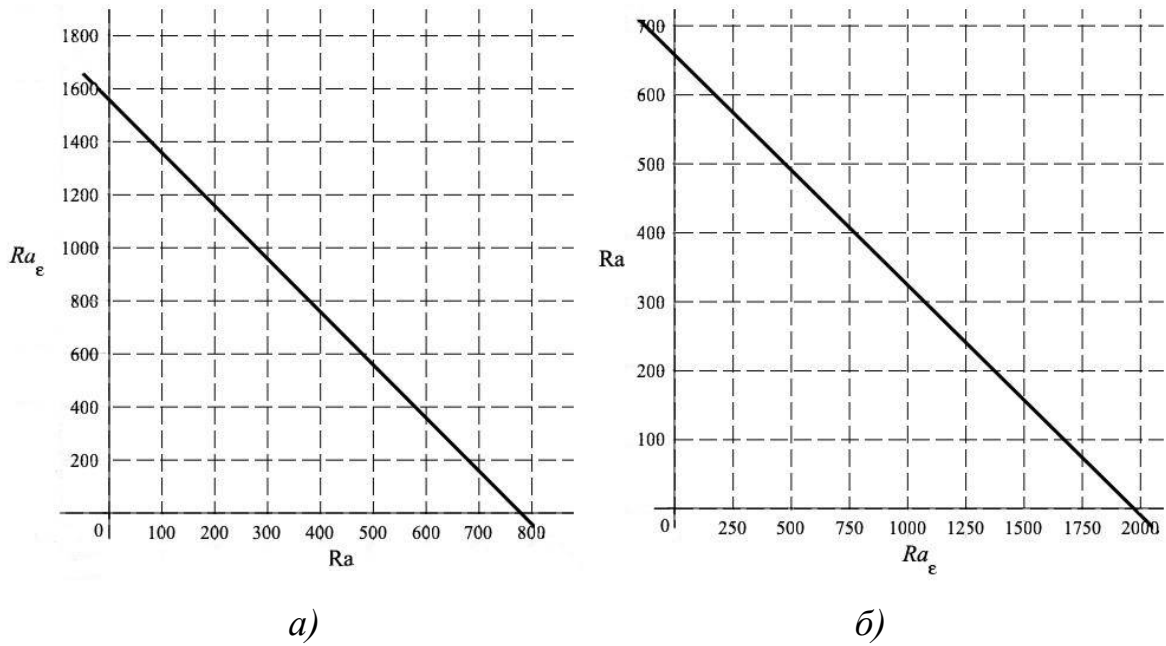


Рис.3. Зависимости: а) электрического числа Рэля от теплового числа Рэля при $k_c = 1$; б) теплового числа Рэля от электрического числа Рэля при $k_c = \sqrt{2}/2$

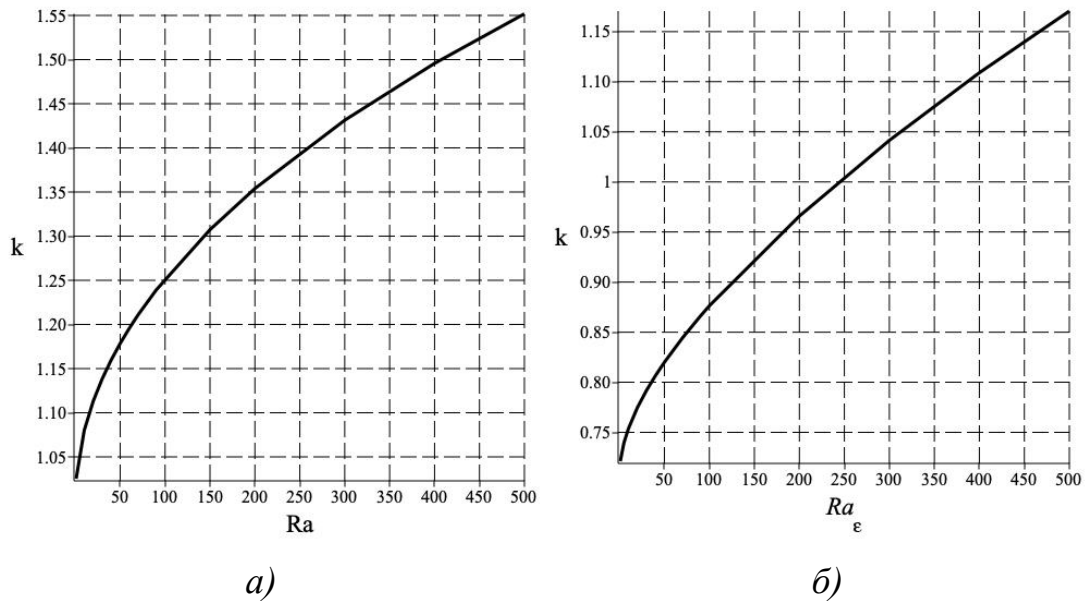


Рис.4. Зависимость волнового числа k от: а) теплового числа Рэля при $Ra_e = 16\pi^4$; б) электрического числа Рэля при $Ra = 27\pi^4/4$

Заключение

В настоящей работе получена многомодовая модель и на её основе проведено исследование линейной устойчивости идеального диэлектрика в постоянном электрическом поле горизонтального конденсатора. В рамках модели были найдены критические значения теплового и электрического чисел Рэля, при которых возникает нарастание возмущений. Нагрев или электрическое поле понижают пороги конвекции.

Список литературы

1. *Болога М. К., Гросу Ф. П., Кожухарь И. А.* Электроконвекция и теплообмен. Кишинев: Штиинца, 1977. 320 с.
2. *Ильин В. А., Смородин Б. Л.* Конвекция идеального диэлектрика в переменном электрическом поле // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2005. Вып. 1. С. 94–100.
3. *Ильин В. А.* Маломодовая модель электроконвекции идеального диэлектрика // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2010. Т.80. Вып. 8. С. 38–48.
4. *Ильин В. А.* Модель электротермической конвекции идеального диэлектрика в горизонтальном конденсаторе // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 10–16.
5. *Фрик П. Г.* Турбулентность: модели и подходы. Курс лекций. Часть I. Перм. гос. техн. ун-т. Пермь, 1998. 108 с.

УСТАНОВЛЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ КОЛЛОИДНЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ

А. В. Филимонов, П. В. Краузин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Рассматривается задача об установлении равновесного распределения коллоидных частиц в горизонтальном цилиндре эллиптического сечения в приближении большой седиментационной длины. Показан предельный переход к цилиндру кругового сечения. Выявлена зависимость времени релаксации от эксцентриситета сечения полости.

Ключевые слова: коллоидный раствор; эллиптический цилиндр; седиментационная длина

EQUILIBRIUM DISTRIBUTION ESTABLISHMENT OF THE COLLOIDAL PARTICLES CONCENTRATION IN THE ELLIPTIC CYLINDER

A. V. Filimonov, P. V. Krauzin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The problem of establishing the equilibrium distribution of colloidal particles in a horizontal cylinder of elliptical cross-section in the approximation of a large sedimentation length is considered. Shows a limiting transition to a cylinder of circular cross section. The dependence of the relaxation time on the eccentricity of the section of the cavity is revealed.

Keywords: colloidal suspension; elliptical cylinder; sedimentation length

Поле концентрации изначально однородного коллоидного раствора, находящегося в поле тяжести, с течением времени будет изменяться. Это изменение может происходить двумя основными путями. Во-первых, при макроскопическом движении жидкости каждый данный ее участок передвигается как целое с неизменным составом, при этом в фиксированной точке пространства концентрация коллоидного раствора будет изменяться. Такой механизм переноса может быть реализован путем седиментации. Во-вторых, изменение поля концентрации может происходить путем молекулярного переноса дисперсной фазы из одного участка несущей жидкости в другой, т.е. посредством диффузии.

Когда происходит осаждение частиц под действием силы тяжести (седиментация), их концентрация в нижних слоях становится выше концентрации в верхних слоях. Диффузия напротив, стремится равномерно распределить частицы по всему объему среды. Поэтому возникает обратный диффузионный поток частиц, направленный вверх. В определенный момент

времени наступает равновесие между двумя процессами, и потоки выравниваются [1]. Обсудим эволюцию перехода рассматриваемой системы к равновесному состоянию.

Рассмотрим горизонтальный цилиндр эллиптического сечения. Большую полуось обозначим через a , малую – через b , фокусное расстояние – через $2c$. Ввиду однородности вдоль оси цилиндра, постановка задачи будет двумерной. Введем декартову систему координат так, что начало координат совпадает с центром эллипса, а координатные оси направлены вдоль осей эллипса, при этом $\mathbf{g} = -g \mathbf{e}_y$.

Также определим эллиптическую систему координат (рис. 1) с координатами μ и ν , связанными с декартовыми координатами соотношениями [2]

$$\begin{aligned} x &= c \operatorname{ch} \mu \cos \nu, \\ y &= c \operatorname{sh} \mu \sin \nu. \end{aligned}$$

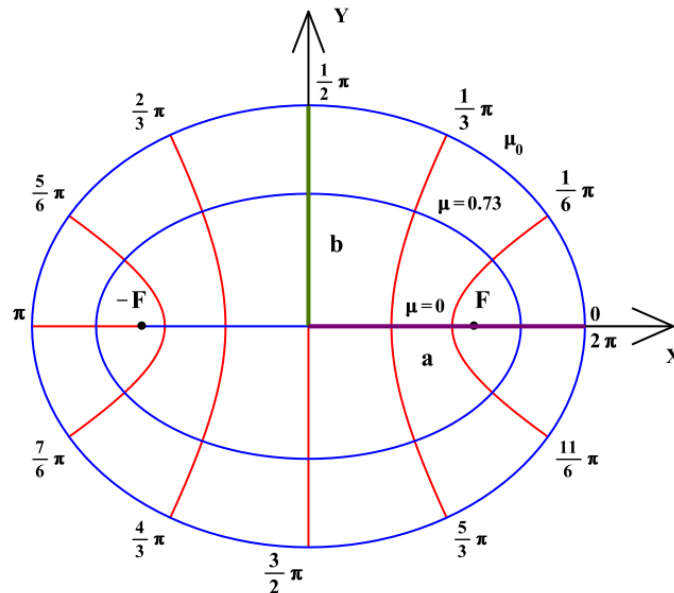


Рис. 1. Семейство софокусных эллипсов и гипербол эллиптической системы координат

Внутренней области эллиптического сечения соответствуют интервалы изменения координат: $0 \leq \mu \leq \mu_0$, $0 \leq \nu \leq 2\pi$, где $\mu_0 = \operatorname{arcch}(1/e)$, e – эксцентриситет эллипса. Орты и дифференциальные операторы в эллиптической системе координат можно определить через соответствующие коэффициенты Ламе. Связь \mathbf{e}_y с ортами \mathbf{e}_μ и \mathbf{e}_ν имеет вид:

$$\mathbf{e}_y = \frac{\operatorname{ch} \mu \sin \nu \mathbf{e}_\mu + \operatorname{sh} \mu \cos \nu \mathbf{e}_\nu}{\sqrt{\operatorname{sh}^2 \mu + \sin^2 \nu}}.$$

Будем считать, что исходная концентрация достигнута путем тщательного размешивания так, что концентрация однородна по всему объему цилиндра и равна среднему значению. Изменение концентрации n

коллоидного раствора может быть найдено из закона сохранения полного числа частиц

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{диф}} + \mathbf{j}_{\text{сед}}$ – плотность полного потока частиц, обусловленная диффузией и седиментацией.

Для слабоконцентрированных коллоидных растворов $\mathbf{j}_{\text{диф}}$ определяется первым законом Фика:

$$\mathbf{j}_{\text{диф}} = -D\nabla n, \quad (2)$$

где D – коэффициент диффузии.

Полагаем, что частицы растворенного вещества практически не взаимодействуют друг с другом, поэтому движение каждой частицы можно рассматривать отдельно друг от друга. Следовательно, седиментационный вклад должен определяться следующей формулой

$$\mathbf{j}_{\text{сед}} = n\mathbf{v}, \quad (3)$$

где $\mathbf{v} = -v\mathbf{e}_y$ – скорость осаждения коллоидной частицы. Модуль этой скорости выразим согласно формуле Эйнштейна: $v = D/l$, где $l = kT/mg$ – седиментационная длина, характеризующая высоту, на которой концентрация примеси изменяется в e раз. Здесь m – эффективная масса частицы. С учетом (2) и (3), уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D\Delta n - \frac{D}{l}\mathbf{e}_y \cdot \nabla n = 0. \quad (4)$$

Приведем уравнение к безразмерному виду. Введем следующие масштабы: концентрации – средняя концентрация \bar{n} , времени – диффузионное время $t_{\text{диф}} = a^2/D$, расстояния – большая полуось a . В безразмерном виде уравнение (4) запишется в виде

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{\operatorname{sh}^2\mu + \sin^2\nu} \left\{ \frac{1}{e^2} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial \nu^2} \right) + \frac{1}{\lambda e} \left(\operatorname{ch}\mu \sin \nu \frac{\partial n}{\partial \mu} + \operatorname{sh}\mu \cos \nu \frac{\partial n}{\partial \nu} \right) \right\} = 0, \quad (5)$$

где $\lambda = l/a$ – безразмерная седиментационная длина.

На границе эллиптического цилиндра отсутствует нормальная компонента плотности потока частиц (условие непроницаемости):

$$\mu = \mu_0: \frac{\partial n}{\partial \mu} + \frac{1}{\lambda} e n \operatorname{ch} \mu \sin \nu = 0,$$

В начальный момент времени, как уже говорилось выше, коллоидный раствор однороден:

$$t = 0: n = 1.$$

Нетрудно показать, что точное аналитическое решение задачи (5) методом разделения переменных (методом Фурье) невозможно.

Условимся считать, что параметр λ удовлетворяет условию: $\lambda \gg 1$. Физически это соответствует различным ситуациям, согласно определению λ , например: малый размер частиц, высокая температура, малый размер полости и т.п. Иными словами, будем полагать, что равновесие системы устанавливается главным образом за счет диффузии. Найдем приближенное аналитическое решение задачи, представляя концентрацию в виде ряда по степеням $1/\lambda$

$$n(\mu, \nu, t; \lambda) = n_0(\mu, \nu, t) + \frac{1}{\lambda} n_1(\mu, \nu, t) + \dots$$

Уравнение для нулевого приближения

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_0}{\partial t} - \frac{1}{(\text{sh}^2 \mu + \sin^2 \nu)} \frac{1}{e^2} \left(\frac{\partial^2 n_0}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 n_0}{\partial \nu^2} \right) &= 0, \\ \mu = \mu_0: \frac{\partial n_0}{\partial \mu} &= 0, \\ t = 0: n_0 &= 1. \end{aligned} \tag{6}$$

имеет тривиальное решение

$$n_0 = 1.$$

Для первого приближения получим линейное однородное дифференциальное уравнение с неоднородным граничным условием.

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial t} - \frac{1}{(\text{sh}^2 \mu + \sin^2 \nu)} \frac{1}{e^2} \left(\frac{\partial^2 n_1}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 n_1}{\partial \nu^2} \right) &= 0, \\ \mu = \mu_0: \frac{\partial n_1}{\partial \mu} &= -\sin \nu, \\ t = 0: n_1 &= 0. \end{aligned}$$

Найдем решение в виде: $n_1 = n_1^{(1)} + n_1^{(2)}$, где $n_1^{(2)} = -e \text{sh} \mu \sin \nu$ выбрана таким образом, чтобы $n_1^{(1)}$ удовлетворяла однородному граничному условию

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_1^{(1)}}{\partial t} - \frac{1}{(\text{sh}^2 \mu + \sin^2 \nu)} \frac{1}{e^2} \left(\frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 n_1^{(1)}}{\partial \nu^2} \right) &= 0, \\ \mu = \mu_0: \frac{\partial n_1^{(1)}}{\partial \mu} &= 0, \\ t = 0: n_1^{(1)} &= e \text{sh} \mu \sin \nu. \end{aligned} \tag{7}$$

Полученное уравнение (7) допускает разделение переменных:

$$n_1^{(1)}(\mu, \nu, t) = M(\mu)N(\nu)T(t).$$

Определим постоянную разделения так, что $T(t) \propto \exp(-s^2 t)$. Тогда решение внутренних задач с эллиптической границей области, сведется к уравнениям Матъе [3], которые в канонической форме записи имеют следующий вид

$$\begin{aligned} N'' + (A - 2q \cos 2\nu)N &= 0, \\ M'' - (A - 2q \operatorname{ch} 2\mu)M &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $q = e^2 s^2 / 4$ – параметр уравнения Матъе, A – постоянная разделения. Первое уравнение называется обыкновенным уравнением Матъе, второе – модифицированным уравнением Матъе.

Искомое решение уравнения (7) содержит произведение любых двух функций, являющихся решениями уравнений (8). Можно показать, что единственным физически допустимым решением является:

$$n_1^{(1)} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} C_{2m+1}^{(k)} \exp\left(-s_{2m+1}^{(k)2} t\right) \operatorname{Se}_{2m+1}\left(q_{2m+1}^{(k)}, \mu\right) \operatorname{se}_{2m+1}\left(q_{2m+1}^{(k)}, \nu\right),$$

где индекс k нумерует корни уравнения

$$\operatorname{Se}'_{2m+1}(q_{2m+1}, \mu_0) = 0,$$

определяя при этом спектр собственных значений $s_{2m+1}^{(k)}$; коэффициенты $C_{2m+1}^{(k)}$ определяются из начального условия (выражение не приведено ввиду его громоздкости).

Отметим, что n_0 и $n_1^{(2)}$ не зависят от времени и задают таким образом равновесное (барометрическое) распределение в приближении большой седиментационной длины

$$n_{\infty} = 1 - \frac{1}{\lambda} e \operatorname{sh} \mu \sin \nu + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right).$$

Предельный переход к цилиндру кругового сечения возможен при $e \rightarrow 0$ и фиксированной большой полуоси a , которую обозначим за r – радиус цилиндра. При этом важно отметить, что $\mu_0 \rightarrow \infty$, а роль радиальной координаты будет играть выражение (в размерных единицах) $\rho = c \operatorname{sh} \mu$. Эллиптическая координата ν будет соответствовать угловой цилиндрической координате φ . Устремление эксцентриситета к нулю также приводит к $q \rightarrow 0$ и $A \rightarrow m^2$. Тогда функции Матъе имеют вырождение

$$\operatorname{se}_m(q, \nu) \rightarrow \sin(m\varphi), \quad \operatorname{Se}_m(q, \mu) \rightarrow J_m(sr),$$

что соответствует результатам, полученным ранее [4].

Степень равновесности распределения концентрации можно определить по относительному отклонению от разности концентраций в нижней и верхней точках полости, т.е. по величине

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Delta n(t)}{\Delta n_{\infty}},$$

где $\Delta n(t) = n(\mu_0, -\pi/2, t) - n(\mu_0, \pi/2, t)$. Заданное значение $\varepsilon_{\text{равн}}$ будет определять искомое время релаксации τ . В пределе $\lambda \rightarrow \infty$ справедлива формула

$$\tau = \frac{1}{s_1^{(1)2}} \ln \left(\frac{C_1 \text{Se}_1(q_1^{(1)}, \mu_0) \text{se}_1(q_1^{(1)}, \mu_0)}{\varepsilon_{\text{равн}} e \text{sh } \mu_0} \right).$$

Зависимость времени релаксации от эксцентриситета при значении $\varepsilon_{\text{равн}} = 0.01$ показана на рис. 2. Увеличение эксцентриситета приводит к уменьшению малой полуоси, а значит и высоте полости (напомним, что за единицу длины была выбрана большая полуось), что в свою очередь уменьшает путь диффузионного движения частиц и уменьшает время установления равновесия.

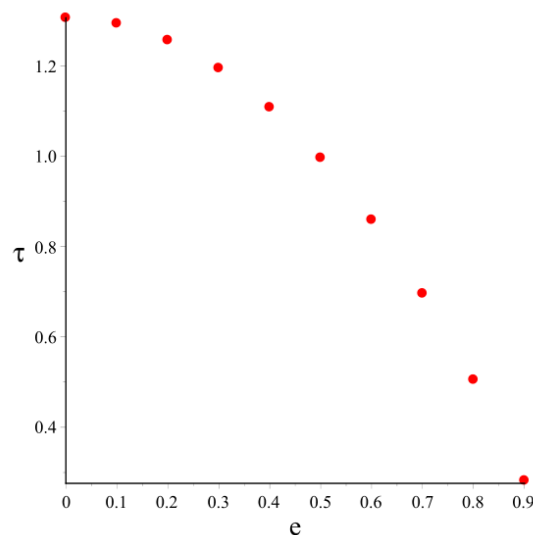


Рис. 2. Зависимость времени релаксации от эксцентриситета эллипса

Список литературы

1. Райхер Ю. Л., Шлиомис М. И. Кинетика установления равновесного распределения концентрации в магнитной жидкости // Приборы и методы измерения физических параметров ферроколлоидов. Свердловск: УрО АН СССР. 1991. С. 27–32.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1974. 832 с.
3. Мак-Лахлан Н. В. Теория и приложение функций Матье. М.: Изд. иностранной литературы, 1953. 475 с.
4. Филимонов А. В., Краузин П. В. Установление равновесного распределения концентрации коллоидных частиц в горизонтальном цилиндре кругового сечения (приближение большой седиментационной длины) // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2020. Вып. 13. С. 117–121.

ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В МАГНИТОКОМПЕНСИРОВАННЫХ СУСПЕНЗИЯХ ГЕТИТОВЫХ ЧАСТИЦ В ЖИДКОМ КРИСТАЛЛЕ

И. А. Чупеев, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В рамках континуальной теории изучены индуцируемые внешним магнитным полем ориентационные переходы в суспензии гетитовых наночастиц в нематическом жидком кристалле. Рассмотрена компенсированная суспензия, которая представляется собой жидкокристаллический аналог антиферромагнетика. Аналитически найдены выражения для пороговых полей переходов между ориентационными фазами суспензии для различных значений материальных параметров системы.

Ключевые слова: жидкий кристалл; гетитовые наночастицы; ориентационные переходы

ORIENTATION TRANSITIONS IN MAGNETOCOMPENSATED SUSPENSIONS OF GOETHITE PARTICLES IN LIQUID CRYSTAL

I. A. Chupeev, D. A. Petrov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

In the framework of the continuum theory, the orientational transitions induced by an external magnetic field in a suspension of goethite particles in a nematic liquid crystal is studied. Compensated suspension is considered, which is liquid-crystalline analog of antiferromagnetic. Expressions for the threshold fields of transitions between orientational phases of the suspension for various values of material parameters of the system are found analytically.

Keywords: liquid crystal; goethite nanoparticles; orientational transitions

Рассмотрим плоский слой толщиной L суспензии гетитовых наночастиц (ГНЧ) на основе нематического жидкого кристалла (ЖК). Начало системы координат поместим в середину слоя, пусть ось x параллельна границам слоя, а ось z – ортогональна им. Магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ направим вдоль оси z . Для описания преимущественной ориентации молекул ЖК и ГНЧ будем использовать единичные векторы – директоры соответственно \mathbf{n} и \mathbf{m} . Будем полагать, что на границах слоя созданы условия жесткого планарного сцепления директора ЖК. Предполагается, что в отсутствие внешнего магнитного поля суспензия является компенсированной, т.е. две равные объемные доли примесных частиц с магнитными моментами ориентированными параллельно и антипараллельно директору ЖК (ЖК аналог антиферромагнетика). Отличительной особенностью рассматриваемых примесных ГНЧ является то, что они обладают собственным магнитным

моментом вдоль длинной оси частицы, который уже в слабых полях стремится ориентировать частицу вдоль поля. Наряду с этим, такая частица имеет также отрицательную анизотропию магнитной восприимчивости $\chi_a^p < 0$, т.е. магнитное поле “наводит” в частице индуцированный магнитный момент, который в достаточно сильных полях стремится повернуть частицу перпендикулярно полю. Эти конкурирующие эффекты приводят к необычному фазовому поведению суспензии, которое требует дополнительного теоретического исследования.

Задачу будем решать в рамках континуальной теории, в основе которой лежит функционал свободной энергии [1–3]:

$$F = \int [F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6] dV, \quad (1)$$

$$F_1 = \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \Delta \times \mathbf{n})^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2],$$

$$F_2 = -\frac{\mu_0 \chi_a}{2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_3 = -\frac{\mu_0 \mu}{\nu} (f_+ - f_-)(\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}),$$

$$F_4 = -\frac{1}{2} \mu_0 \chi_a^p (f_+ + f_-)(\mathbf{m} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_5 = \frac{WS}{\nu} (f_+ - f_-)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}),$$

$$F_6 = \frac{k_B T}{\nu} (f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-).$$

Здесь K_{11} , K_{22} и K_{33} – модули ориентационной упругости ЖК; $\chi_a > 0$ и $\chi_a^p < 0$ – анизотропии диамагнитной восприимчивости соответственно ЖК-матрицы и ГНЧ; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; ν – объем ГНЧ; а f_+ и f_- – объемные доли частиц с магнитными моментами $\boldsymbol{\mu}_+ = \mu \mathbf{m}$ и $\boldsymbol{\mu}_- = -\mu \mathbf{m}$, направленными соответственно параллельно и антипараллельно директору ЖК. Величина магнитного момента μ пропорциональна средней поверхности частиц S_p , которую можно оценить, как $S_p \approx 2S$, где $S = l \cdot (w + t)$, l – длина, w – ширина, t – толщина и S – площадь поверхности ГНЧ; W – поверхностная плотность энергии сцепления молекул ЖК с поверхностью ГНЧ (будем считать $W > 0$, в этом случае в отсутствие магнитного поля свободная энергия минимальна при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$, что соответствует планарному сцеплению директоров ЖК и ГНЧ).

Для рассматриваемой геометрии компоненты директоров ЖК \mathbf{n} ГНЧ \mathbf{m} можно представить в следующем виде

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)), \quad \mathbf{m} = (\cos \psi(z), 0, \sin \psi(z)), \quad (2)$$

где $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ – соответственно углы ориентации директоров ЖК и ГНЧ, отсчитываемые от оси x .

Задачу удобно решать в безразмерном виде, для этого выберем в качестве единицы длины толщину слоя L и определим безразмерную

координату $\tilde{z} = z/L$. Также определим единицу измерения напряженности магнитного поля $H_q = L^{-1}\sqrt{K_{11}/(\mu_0\chi_a)}$ и введем безразмерные параметры:

$$k = \frac{K_{33}}{K_{11}}, \quad \gamma = \frac{\chi_a^p}{\chi_a} \bar{f}, \quad b = \frac{\mu \bar{f} L}{v} \sqrt{\frac{\mu_0}{K_{11}\chi_a}}, \quad \kappa = \frac{k_B T \bar{f} L^2}{v K_{11}},$$

$$\sigma = \frac{W S \bar{f} L^2}{v K_{11}}, \quad h = \frac{H}{H_q}, \quad g_{\pm} = \frac{f_{\pm}}{\bar{f}}.$$

Более подробно о безразмерных параметрах написано в работах [3, 4].

Минимизация функционала (1) относительно $\varphi(\tilde{z})$, $\psi(\tilde{z})$ и $g_{\pm}(\tilde{z})$ приводит соответственно к следующей системе уравнений ориентационного равновесия суспензии

$$\frac{\partial K(\varphi)}{2\partial\varphi} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tilde{z}}\right)^2 + K(\varphi) \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tilde{z}^2}\right) + \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi - \sigma(g_+ + g_-) \sin 2(\varphi - \psi) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\gamma h^2}{2} \sin 2\psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi) + bh \operatorname{th}\left(\frac{bh}{\kappa} \sin \psi\right) \cos \psi = 0, \quad (5)$$

$$g_{\pm} = Q \exp\left(\pm \frac{bh}{\kappa} \sin \psi + \frac{\gamma h^2}{2\kappa} \sin^2 \psi + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi - \psi)\right). \quad (6)$$

Здесь введено обозначение $K(\varphi) = \cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi$, а константа нормировки Q может быть определена из условия постоянства числа частиц в суспензии, которое в безразмерной форме имеет вид

$$\int_{-1/2}^{1/2} (g_+ + g_-) d\tilde{z} = 1. \quad (7)$$

Используя совместно (6) и (7), получим

$$Q^{-1} = 2 \int_{-1/2}^{1/2} \operatorname{ch}\left(\frac{bh}{\kappa} \sin \psi\right) \exp\left(\frac{\gamma h^2}{2\kappa} \sin^2 \psi + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi - \psi)\right) d\tilde{z}. \quad (8)$$

Система уравнений (4) – (6), (8) совместно с граничными условиями

$$\varphi(\tilde{z}) \Big|_{1/2} = \varphi(\tilde{z}) \Big|_{-1/2} = 0, \quad d\varphi(\tilde{z})/d\tilde{z} \Big|_{\tilde{z}=0} = 0 \quad (9)$$

допускает несколько однородных решений. Одно из них $\varphi(\tilde{z}) = 0$ и $\psi(\tilde{z}) = 0$ отвечает начальному состоянию, в котором молекулы ЖК и ГНЧ параллельны границам слоя и ортогональны внешнему полю $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \perp \mathbf{H}$. Назовем такое состояние планарной фазой суспензии. Под влиянием магнитного поля такая фаза перестает быть устойчивой и при достижении магнитным полем некоторого порогового значения h_c происходит переход в неоднородное состояние – угловую фазу с искаженной ориентационной

структурой \mathbf{n} и \mathbf{m} . Это явление известно в физике ЖК как переход Фредерикса [1], а сама величина h_c – это поле магнитного перехода Фредерикса. Вблизи h_c искажения ориентационной и магнитной структуры можно считать малыми $\varphi(\tilde{z}) \ll 1$ и $\psi(\tilde{z}) \ll 1$, а распределение частиц близким к однородному $g_{\pm} = (1/2)(1 + \delta g_{\pm})$, где $\delta g_{\pm} \ll 1$, что позволяет линеаризовать уравнения (4) – (6) и в результате получить выражение для порогового поля h_c

$$\pi^2 = h_c^2 \left(1 + \frac{2\sigma\lambda_c}{2\sigma - \lambda_c h_c^2} \right), \quad \lambda_c = \frac{b^2}{\kappa} + \gamma. \quad (10)$$

Уравнение для поля перехода (10) можно переписать в более удобной для расчетов форме

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\lambda_c h_c^2 (\pi^2 - h_c^2)}{\pi^2 - (1 + \lambda_c) h_c^2}. \quad (11)$$

Для неотрицательных значений σ и h_c правая часть уравнения (11) также должна быть неотрицательной. Для $\lambda_c > 0$ энергия сцепления σ положительная при $0 < h_c < \tilde{h}_c$ и $h_c > \pi$, где $\tilde{h}_c = \pi/\sqrt{1 + \lambda_c} < \pi$, что соответственно отвечает уменьшению и увеличению поля перехода Фредерикса по сравнению с беспримесным ЖК, для которого $h_c = h_c^{LC} = \pi$. Для $-1 < \lambda_c < 0$ поле перехода Фредерикса находится в интервале значений $h_c^{LC} < h_c < \tilde{h}_c$ (здесь $\tilde{h}_c > h_c^{LC} = \pi$), а для $\lambda_c \leq -1$ получаем $h_c > h_c^{LC}$.

Следующее однородное решение отвечает состоянию с $\varphi(\tilde{z}) = 0$ и $\psi(\tilde{z}) = \pi/2$, в котором директор ЖК параллелен границам слоя, а директор ГНЧ ориентирован в направлении поля $\mathbf{n} \perp \mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$. Такую фазу будем называть гомеотропной. Вблизи поля перехода h_r угловая – гомеотропная фаза отклонения директора ЖК \mathbf{n} от оси x и директора ГНЧ \mathbf{m} от направления поля \mathbf{H} малы, т.е. $\varphi(\tilde{z}) \ll 1$, $\psi(\tilde{z}) = \pi/2 - \delta\psi$, $\delta\psi \ll 1$ и $g_{\pm} = g_{\pm}^0(1 + \delta g_{\pm})$, где $g_{\pm}^0 = Q \exp(\pm b h_r / \kappa)$, $Q^{-1} = 2 \operatorname{ch}(b h_r / \kappa)$ и $\delta g_{\pm}(\tilde{z}) \ll 1$. В результате линеаризации уравнений (4) и (5) можно получить выражение для поля перехода h_r между угловой и гомеотропной фазами

$$\pi^2 = h_r^2 \left(1 - \frac{2\sigma\lambda_r}{2\sigma - \lambda_r h_r^2} \right), \quad \lambda_r = \frac{b}{h_r} \operatorname{th} \left(\frac{b h_r^2}{\kappa} \right) + \gamma. \quad (12)$$

Уравнение (12) также можно переписать в более удобном для расчетов виде, выразив σ , в результате получим

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\lambda_r h_r^2 (\pi^2 - h_r^2)}{\pi^2 - (1 - \lambda_r) h_r^2}. \quad (13)$$

Результаты табулирования выражений (11) и (13) представлены в виде диаграммы ориентационного состояния суспензии на рис. 1а. Для расчетов использовались значения параметров из работы [3]: $\gamma = -0.15$, $\kappa = 1.85$ и $b = 0.40$ ($\lambda_c \approx -0.06$). Штриховые линии $\tilde{h}_c \approx 3.25$ и $\tilde{h}_r \approx 3.10$

соответственно являются асимптотами функций $h_c(\sigma)$ и $h_r(\sigma)$. Как было отмечено выше для отрицательных значений параметра λ_c переход Фредерикса в ЖК суспензии гетитовых частиц происходит в более высоких полях по сравнению с чистым ЖК, что было установлено экспериментально [3]. На рис.1а область, ограниченная осью абсцисс и кривой h_c , отвечает планарной фазе, когда директоры ЖК и ГНЧ параллельны границам слоя. Выше кривой h_c находится область, отвечающая угловой фазе с неоднородным распределением \mathbf{n} и \mathbf{m} по толщине слоя.

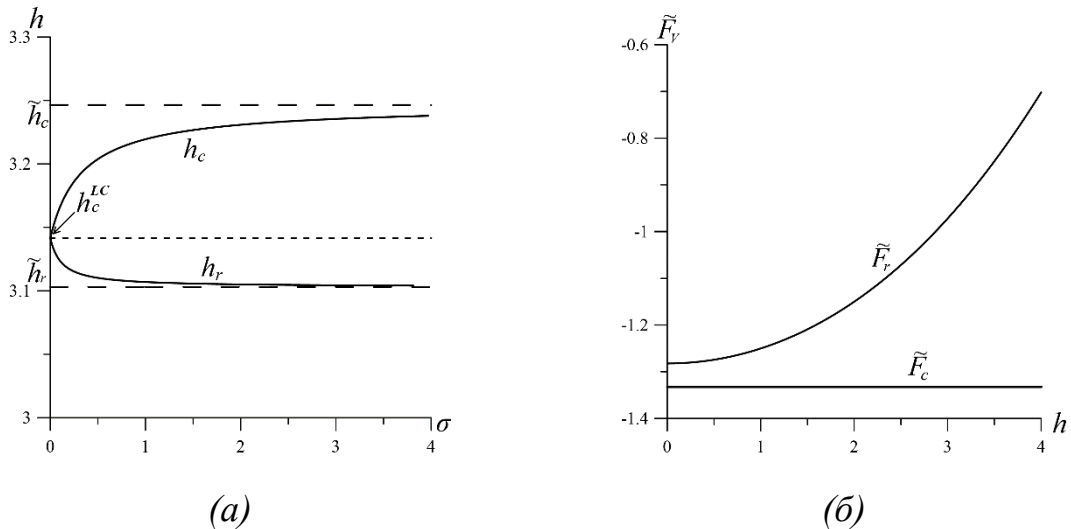


Рис. 1. Диаграмма ориентационных фаз суспензии (а) и зависимости безразмерных свободных энергий планарной и гомеотропной фаз суспензии от приложенного магнитного поля (б) для $\gamma = -0.15$, $\kappa = 1.85$ и $b = 0.40$ ($\lambda_c < 0$). Пунктирная линия отвечает полю перехода Фредерикса в беспримесном ЖК $h_c^{LC} = \pi$

На рис. 1а также представлена кривая h_r , отделяющая угловую и гомеотропную фазы. В рассматриваемом нами случае гомеотропная фаза является термодинамически неустойчивой по отношению к планарной фазе, а значит обладает большей свободной энергией. В этом легко убедиться из сравнения значений свободных энергий соответственно планарной и гомеотропной фаз

$$\tilde{F}_c = -\sigma - \kappa \ln 2, \quad \tilde{F}_r = -\frac{\gamma h_r^2}{2} - \kappa \ln \left[2 \operatorname{ch} \left(\frac{b h_r}{\kappa} \right) \right]. \quad (14)$$

Как не сложно увидеть $\tilde{F}_c < \tilde{F}_r$, что подтверждается результатами расчетов, представленными на рис. 1б. Здесь безразмерная свободная энергия определена следующим образом $\tilde{F} = F L / (K_{11} S_0)$, где S_0 – площадь ограничивающих слой пластин.

На рис. 2 показана диаграмма ориентационных фаз суспензии, построенная с помощью уравнений (11) и (13), для $\gamma = -0.15$, $\kappa = 1.85$ и $b = 2$ ($\lambda_c \approx 2.01$). Штриховая линия $\tilde{h}_c \approx 1.81$ является асимптотой функции

$h_c(\sigma)$. Для представленных параметров существуют два решения уравнения (11), отвечающие на рис. 2 сплошной кривой h_c и штрихпунктирной кривой h_{c1} . Решение h_{c1} , отвечающее более высоким значениям магнитного поля, является термодинамически неустойчивым по отношению к h_c . На рис. 2 также представлена область, ограниченная двузначной кривой h_r и осью ординат, которая соответствует гомеотропной фазе.

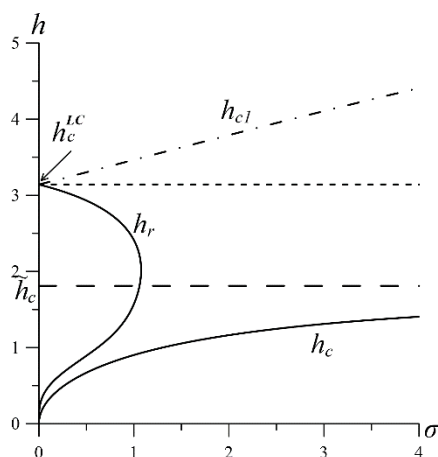


Рис. 2. Диаграмма ориентационных фаз суспензии для $\gamma = -0.15$, $\kappa = 1.85$ и $b = 2$ ($\lambda_c > 0$). Пунктирная линия отвечает полю перехода Фредерикса в беспримесном ЖК $h_c^{LC} = \pi$

Подводя итог, можно сделать вывод, что для суспензий гетитовых частиц в ЖК в зависимости от значений параметров b , κ и γ может происходить как уменьшение, так и увеличение порогового поля магнитного перехода Фредерикса по сравнению с беспримесным ЖК. Также установлено, что при отрицательных значениях параметра λ_c гомеотропная фаза отсутствует для любых значений энергии сцепления σ , а вместе с этим отсутствуют и так называемые возвратные ориентационные переходы.

Список литературы

1. *Stewart I. W.* The static and dynamic continuum theory of liquid crystals. London: Taylor and Francis, 2004. 360 p.
2. *Brochard F., de Gennes P. G.* Theory of magnetic suspension in liquid crystals // Journal de Physique. 1970. Vol. 8. P. 691–708.
3. *Burylov S., Petrov D., Lackova V. et al.* Ferromagnetic and antiferromagnetic liquid crystal suspensions: Experiment and theory // Journal of Molecular Liquids. 2021. Vol. 321. 114467.
4. *Petrov D. A., Skokov P. K., Zakhlevnykh A. N., Makarov D. V.* Magnetic segregation effect in liquid crystals doped with carbon nanotubes // Beilstein Journal of Nanotechnology. 2019. Vol. 10. P. 1464–1474.

ДИНАМИКА ОСЦИЛЛЯТОРОВ С КУЛОНОВСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

М. В. Агеева

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе проводилось построение математической модели движения двух гармонических осцилляторов в независимых параболических потенциалах с кулоновским взаимодействием между ними. Модель была построена двумя способами: аналитически (метод многих масштабов) и численно (метод Рунге-Кутты 4 порядка). Был построен фазовый портрет движения одной из частиц. Результаты исследования двумя методами сопоставлены между собой. Относительно отклонение результатов двух подходов имеет величину порядка величины малого управляющего параметра.

Ключевые слова: уравнения движения; малый параметр; метод многих масштабов

DYNAMICS OF OSCILLATORS WITH COULOMB INTERACTION

M. V. Ageeva

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

In this work, a mathematical model was constructed for the motion of two harmonic oscillators in independent parabolic potentials with a Coulomb interaction between them. The model was built in two ways: analytically (multi-scale method) and numerically (4th order Runge-Kutta method). A phase portrait of the motion of one of the particles was constructed. The results of the operation of both models were compared with each other, and a histogram of deviations of the analytical method from the numerical one was also constructed. The deviation of the results of the first method from the second is the error resulting from discarding the terms at higher powers of the small parameter corresponding to the Coulomb interaction.

Keywords: equations of motion; small parameter; multi-scale method

Рассматривается система из двух одинаковых частиц, имеющих массу m и электрический заряд q , движущихся в независимых параболических потенциалах с положениями равновесия x_{10} и x_{20} (рис. 1). В ходе решения выводятся и исследуются уравнения движения системы, анализируется фазовый портрет.

Уравнения движения частиц, включающие силу Гука и силу Кулона, получены с использованием формализма Лагранжа. Для исследования задачи удобнее выполнить переход к сумме и разности координат частиц $x_1(t)$, $x_2(t)$ в качестве независимых переменных, что позволяет разделить уравнения:

$$\ddot{s} + \omega^2(s - x_{10} - x_{20}) = 0, \quad \ddot{x} + \omega^2(x + x_{10} - x_{20}) + \frac{2kq^2}{mx^2} = 0. \quad (1)$$

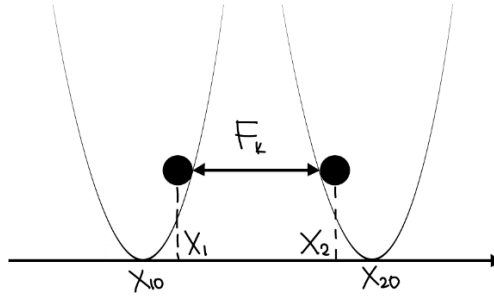


Рис. 1. Схематическая конфигурация задачи

Первое уравнение системы (1) представляет собой стандартное линейное неоднородное уравнение колебаний, решение которого известно:

$$s = x_{10} + x_{20} + B_1 e^{i\omega t} + B_2 e^{-i\omega t}.$$

Второе уравнение в то же время является достаточно сложным, поскольку содержит нелинейный член. В предположении, что частицы находятся далеко друг от друга и кулоновская сила взаимодействия между ними мала, для решения задачи может быть использован метод многих масштабов [1]. Обобщённая координата, в данном случае – разность координат частиц 1 и 2, раскладывается в ряд по степеням малой нелинейной добавки. Производная по времени также раскладывается в ряд по разным масштабам времени. В результате данный метод переводит обыкновенное дифференциальное уравнение в систему уравнений в частных производных, которые могут быть исследованы аналитически.

После подстановки разложений по малому параметру из уравнения разности координат частиц были выделены все слагаемые при одинаковых степенях малой добавки ε , и получена следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon^0 : \quad & D_0^2 x_0 + \omega^2 x_0 + \omega^2 R = 0, \\ \varepsilon^1 : \quad & D_0^2 x_1 + 2D_0 D_1 x_0 + \omega^2 x_1 + \frac{1}{x_0^2} = 0, \\ \varepsilon^2 : \quad & D_0^2 x_2 + 2D_0 D_1 x_1 + 2D_0 D_2 x_0 + D_1^2 x_1 + \omega^2 x_2 - \frac{2x_1}{x_0^3} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $R = x_{10} - x_{20}$.

Решение в нулевом порядке имеет вид:

$$x_0 = -R + A(T_1, T_2) e^{i\omega T_0} + A^*(T_1, T_2) e^{-i\omega T_0}. \quad (3)$$

Далее это решение подставляется в уравнение, соответствующее первому порядку малости, откуда в итоге может быть найдена зависимость амплитуды A от T_1 . Для этого во втором уравнении (2) необходимо выделить и исключить резонансные слагаемые при экспоненте $e^{i\omega T_0}$ и комплексно-сопряжённой с ней, что приводит к уравнению:

$$2i\omega D_1 A + \frac{2A}{R^3}(1 - 6|A|^2) = 0.$$

Подставляя амплитуду A в виде

$$A = \frac{1}{2} a e^{i\varphi},$$

где a, φ – вещественные величины, можно однозначно определить модуль a и фазу – с точностью до медленно меняющейся функции $\varphi_0(T_2)$.

Таким образом, решение в нулевом порядке модифицируется:

$$x_0 = \frac{a(T_2)}{2} \exp \left\{ i \left(\left(\frac{12a^2}{R^2} - 1 \right) \frac{1}{\omega R^4} T_1 + \varphi_0(T_2) \right) \right\} + c.c. - R.$$

Теперь уравнение в первом порядке системы (2) приобретает вид:

$$D_0^2 x_1 + \omega^2 x_1 = -\frac{A^2}{R^4} \left(3 + \frac{4|A|^2}{R^2} \right) e^{2i\omega T_0} - R_1,$$

а его решение равно:

$$x_1 = C e^{i\omega T_0} + \frac{A^2}{3\omega^2 R^2} \left(1 + \frac{4|A|^2}{R^2} \right) e^{2i\omega T_0} - \frac{R_1}{\omega^2} + c.c.. \quad (4)$$

Последним было проанализировано третье уравнение системы. Для этого, предварительно, необходимо было разложить последнее слагаемое $2x_1 / x_0^3$ в ряд Маклорена. Стоит отметить, что разложение проведено при условии $A^5/R^5 \ll 1$. Опуская громоздкие преобразования, приведём только общий вид решения для x_2 .

$$x_2 = E e^{i\omega T_0} + \frac{2Q}{\omega^2 R^3} + \frac{e^{2i\omega T_0}}{2\omega^2} \left[2D_1 \left(\frac{2iA^2}{3\omega^2 R^3} \left(3 + \frac{4|A|^2}{R^2} \right) - \frac{2Q_2}{R^3} \right) \right] + \sum_n Q_n e^{ni\omega T_0}.$$

Здесь различные полиномы, стоящие при $e^{ni\omega T_0}$, обозначены как Q_n .

При численном анализе полученного решения x_2 было исключено ввиду незначительности его вклада. Вещественная функция x , которая табулировалась в дальнейшем, скомпонована из полученных ранее (3) и (4). В единицах физического времени t она имеет следующий вид:

$$x = \frac{a}{2} \cos(A\varepsilon \cos \omega t) \cos \omega t - R + \varepsilon \left[C \cos \omega t - \frac{R_1}{\omega^2} + \frac{A^2}{3\omega^2 R^4} \left(3 + \frac{4|A|^2}{R^2} \right) \cos 2\omega t \right].$$

Последним шагом в решении этой системы уравнений является переход от обобщённых функций к координатам самих частиц 1 и 2.

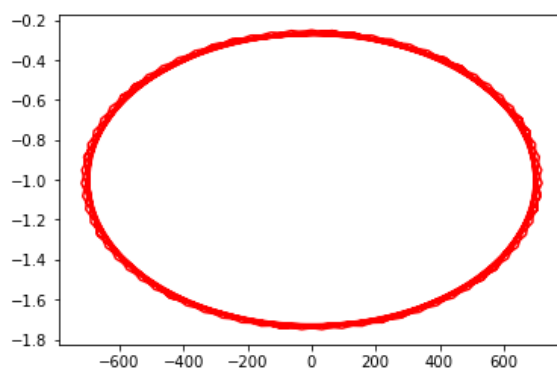


Рис. 2. Фазовый портрет частицы 1 при малой величине кулоновского взаимодействия

Полученный результат был затабулирован посредством программы на языке Python и построен фазовый портрет, описывающий движение первой частицы при $\varepsilon = 0.01$ (рис. 2). Полученный график с высокой точностью соответствует фазовому портрету гармонического осциллятора, что подтверждает малость вкладов нелинейных слагаемых в уравнение. Однако вблизи точки равновесия динамика системы усложняется, и фазовый портрет приобретает более сложный вид (рис. 3).

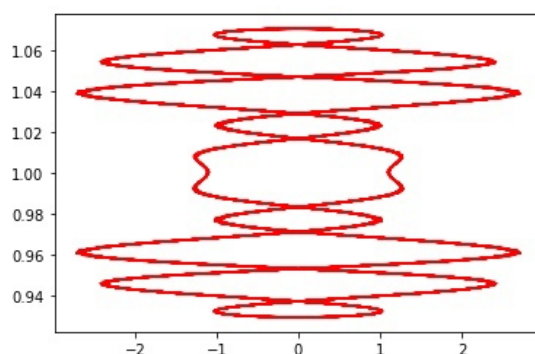


Рис. 3. Фазовый портрет частицы 1 вблизи точки равновесия

Полученное решение сравнивалось с численным решением, построенным с применением методом Рунге–Кутты 4 порядка с фиксированным шагом [2]. Для его реализации второе из уравнений (1), описывающее разность координат частиц, преобразовано к системе уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u, \\ \dot{u} &= -\omega^2(x + x_{10} - x_{20}) - \frac{2kq^2}{mx^2}. \end{aligned}$$

Для визуализации различия результатов двух подходов была построена гистограмма, на которой отображено отклонение результата, полученного методом многих масштабов, от прямого численного моделирования (рис. 4).

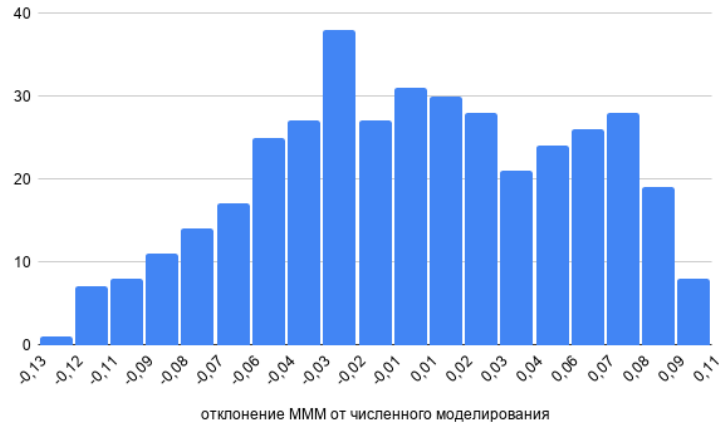


Рис. 4. Различие аналитического и численного метода решения задачи

Видно, что отклонение численного и аналитического решения в различные моменты времени составляет величину порядка нескольких процентов, что сопоставимо с выбранной для моделирования величиной малого параметра ε . Это позволяет утверждать, что метод многих масштабов реализован корректно и полученное аналитическое решение адекватно описывает динамику системы.

Список литературы

1. *Найфе А. Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.
2. *Ильина В. А., Силаев П. К.* Численные методы для физиков-теоретиков. Ч. 2. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 118 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ЭФФЕКТА В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ВОДА-ВОЗДУХ С ОТРИЦАТЕЛЬНОМ ГРАДИЕНТОМ ТЕМПЕРАТУРЫ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ ПАКЕТЕ OPENFOAM

О. В. Галицын

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Исследовалось динамика горизонтальной двухслойной системы с недеформируемой поверхностью раздела с учетом термокапиллярного эффекта. На верхней поверхности был задан постоянный точечный источник тепла, на нижней – отрицательный градиент температуры. Получены значения полей температуры и вектора скорости в разные моменты времени. Проведено сравнение результатов с задачей с постоянным коэффициентом поверхностного натяжения.

Ключевые слова: OpenFOAM; двухслойная система; термокапиллярный эффект

SIMULATION OF THERMOCAPILLARY EFFECT IN A HORIZONTAL WATER-AIR SYSTEM WITH A NEGATIVE TEMPERATURE GRADIENT IN THE OPENFOAM COMPUTATIONAL PACKAGE

O. V. Galitsyn

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The dynamics of a horizontal two-layer system with a non-deformable interface was investigated taking into account the thermocapillary effect. A constant point heat source was specified on the upper surface, and a negative temperature gradient on the lower surface. The values of the temperature fields and the velocity vector are obtained at different times. The results are compared with the problem with a constant surface tension coefficient.

Keywords: OpenFOAM; two-layer system; thermocapillary effect

Изучению проблем конвекции близи поверхности раздела посвящено довольно много работ [1–2]. Особое внимание в этом случае уделяется термокапиллярному эффекту, т.е. зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры.

В данной работе исследовалась конвекция двухслойной системы вода-воздух при равновесной температуре в 293.15 К и давлении в 105 кПа. На верхней границе поддерживалась постоянная температура 293.15 К, а боковые стенки были теплоизолированы. На нижней границе задавалось условие отрицательного градиента температуры. Для вектора скорости на всех границах было задано условие прилипания. Зависимость коэффициента

поверхностного натяжения от температуры задавалось вышеперечисленным способом. Течение жидкостей считалось ламинарным.

Течение жидкостей рассматривалось в двумерной прямоугольной вычислительной области размерами 6см x 0.6см. Она состояла из 25000 ячеек. Толщина слоя воды равнялась трем миллиметрам.

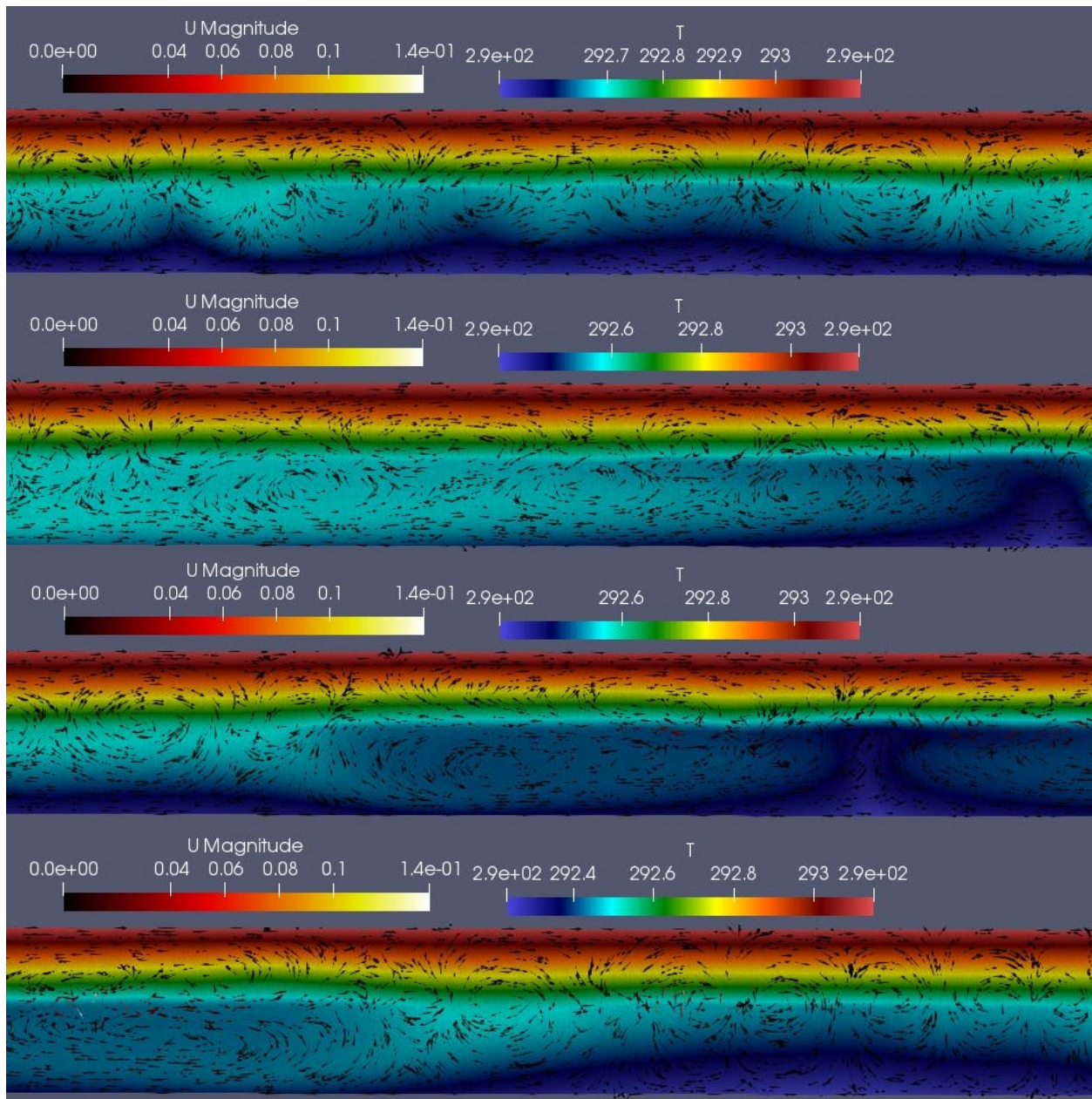


Рис.1. Наложенное векторное поле скорости на поле температуры для задачи с учетом термокапиллярного эффекта в 150, 200, 250 и 300 секунд соответственно

Для поля температуры на верхней границе была задана температура в 293.15 К. Внутри вычислительной области было задано начальное значение температуры в 293.15 К. На боковых границах было задано условие тепловой изоляции. На нижней границе задавалось условие отрицательной градиента температуры с помощью опции `fixedGradient` со значением -100 .

Для поля скорости на всех границах было установлено условие noSlip, отвечающее условию прилипания. Значение числа Релея для данной задачи, принимая во внимание вертикальный масштаб за основной, было равно 730, рассчитанное согласно следующей формуле

$$R = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\chi},$$

число Марангони около 618, вычисленное согласно формуле

$$Mg = -\frac{d\sigma}{dT} \frac{L\Delta T}{\eta\chi}.$$

Здесь ν – кинематическая вязкость, ΔT – разница температур в исследуемой области, L – характерный масштаб исследуемой области. Изменение коэффициента поверхностного натяжения рассчитывалось согласно NSRDS функции с учетом максимальной и минимальной температуры в задаче.

Приведены поле температуры и векторное поле скорости для задачи с отрицательным градиентом температуры с учетом термокапиллярного эффекта, которые показаны на рис. 1.

Отметим, что для водной среды в такой постановке задачи возникает конвективный вал на всю исследуемую область. Отчасти этому способствует наличие боковых стенок. А в воздушной среде наблюдается механическое равновесие. Максимальная скорость вблизи поверхности раздела сред равна 0.35 м/с, а средняя равна 0.02 м/с.

В дальнейшем планируется рассмотреть деформируемую поверхность раздела, чтобы смоделировать исследования работ [3–5].

Список литературы

1. Андреев В. К., Гапоненко Ю. А., Гончарова О. Н., Пухначев В. В. Современные математические модели конвекции. М.: Физматлит, 2008. 368 с.
2. Pinan Basualdo F. N., Bolopion A., Gauthier M, Lambert P. A microrobotic platform actuated by thermocapillary flows for manipulation at the air-water interface // Science Robotics. 2021. Vol. 6 (52). eabd3557.
3. Shklyaev S., Alabuzhev A. A., Khenner M. Long-wave Marangoni convection in a thin film heated from below // Physical Review E. 2012. Vol. 85. 016328.
4. Samoiloa A. E., Nepomnyashchy A. Nonlinear feedback control of Marangoni wave patterns in a thin film heated from below // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2020. Vol. 412. 132627.
5. Samoiloa A. E., Nepomnyashchy A. Marangoni patterns on a rhombic lattice in a thin film heated from below // Physics of Fluids. 2021. Vol. 33(1). 014101.

РАСЧЕТ ПРОИЗВОДСТВА ЭНТРОПИИ ДЛЯ СТАЦИОНАРНОГО МНОГОВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

Т. В. Демина^а, В. А. Демин^{а,б}

^аПермский государственный национальный исследовательский университет, 614990, Пермь, Букирева, 15

^бПермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Аналитически выполнен расчет производства энтропии для стационарного течения в вытянутой вдоль горизонтали вертикальной ячейке Хеле – Шоу при подогреве снизу. Подход к решению задачи основывался на использовании идеологии маломодовых моделей в тепловой конвекции. Продемонстрирована монотонность производства энтропии в зависимости от надкритичности. Проведен качественный анализ этой интегральной характеристики и сравнение с числом Нуссельта.

Ключевые слова: ячейка Хеле – Шоу; производство энтропии; тепловая конвекция

CALCULATION OF ENTROPY PRODUCTION FOR A STEADY MULTI-VORTEX FLOW IN A HELE – SHAW CELL

T. V. Demina^а, V. A. Demin^{а,б}

^аPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^бPerm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The calculation of entropy production is carried out analytically for a steady flow in an oblong vertical Hele – Shaw cell heated from below. In the course of the problem solution, the approach is based on the ideology of low-mode dynamic models in theory of thermal convection. Monotonous character of the entropy production has been demonstrated in dependence on supercriticality. The qualitative analysis of this integral characteristic is fulfilled in comparison with the Nusselt number.

Keywords: Hele – Shaw cell; entropy production; thermal convection

1. Введение

Описание движения большого числа физических систем часто выходит за рамки простой механики. К их числу принадлежат, казалось бы, вполне обыденные конвективные системы, так как их движение регулируется тепловыми потоками. Несмотря на то, что само движение конвективной системы описывается с помощью законов механики сплошных сред, т.е. путем применения уравнения Навье – Стокса и закона сохранения массы, тем не менее, указанные уравнения не образуют замкнутую систему и к ним необходимо добавить уравнение переноса тепла, которое позволяет рассчитать распределение температуры в объеме. Иными словами, любой

конвектирующий объем жидкости представляет собой открытую неравновесную термодинамическую систему.

Термодинамические системы тоже подчиняются основополагающим физическим закономерностям. Они формулируются в виде первого и второго законов термодинамики. Первый из них фактически представляет собой обобщение закона сохранения энергии на случай термодинамических систем. Второе начало выражает собой еще одно фундаментальное свойство термодинамических систем – необратимость процесса передачи теплоты. По одной из формулировок второе начало термодинамики гласит, что в замкнутой, т.е. изолированной в тепловом и механическом отношении системе, энтропия либо остается неизменной (при протекании в системе обратимых равновесных процессов), либо возрастает (в случае протекания неравновесных процессов) и в состоянии равновесия достигает максимума [1]. Эта формулировка основывается на понятии энтропии. Согласно еще одной эквивалентной формулировке невозможен переход теплоты от более холодного тела к более горячему без каких-либо других изменений в системе или окружающей среде (Клаузиус).

Если рассматривать открытые неравновесные системы, то по аналогии с законом возрастания энтропии, следует ожидать, что из множества эволюционных процессов будет реализовано то, которому соответствует экстремальное значение производства энтропии. Данный вопрос активно обсуждается последние несколько десятилетий в рамках неравновесной термодинамики [2–4]. Однако, попытки сформулировать окончательно закон на основе базовых теоретических принципов, приводят к разночтениям в интерпретации и иногда не подтверждаются конкретными задачами и опытами. Иными словами, остается нерешенным вопрос будет ли эволюция физической системы соответствовать максимуму или минимуму производства энтропии, что оставляет некоторую двойственность при оценке получаемых результатов.

2. Постановка задачи и уравнения тепловой конвекции

В качестве иллюстрации расчета производства энтропии рассмотрим простейшую конвективную систему. Пусть это будет вертикальная ячейка Хеле – Шоу, вытянутая вдоль горизонтали, как показано на рис. 1. Ось x направлена вдоль слоя, а ось z – поперек широких граней. Полость подогревается равномерно снизу так, что при небольших разностях температур в жидкости имеет место состояние механического равновесия. Известно, что приближение Хеле – Шоу оказывается совместимым с одной из классических маломодовых моделей в теории динамических систем. В работах [5, 6] для ячейки Хеле – Шоу было показано, что система конвективных уравнений в приближении плоских траекторий при учете минимального количества мод с точностью до обозначений сводится к классическому триплету Лоренца. При определенном подборе высоты и длины ячейки первая бифуркация в этой динамической системе

соответствует переходу от механического равновесия к стационарному одновихревому течению, причем пороговое значение числа Рэля хорошо согласуется с опытом. В дополнение амплитуда течения растет по корневому закону в зависимости от надкритичности, что хорошо согласуется с общим результатом, вытекающим из амплитудной теории Ландау. Важным следствием упомянутой задачи является то, что уравнения тепловой конвекции могут быть сведены к фундаментальной триплетной динамической системе, которая будет описывать любое многовихревое стационарное течение в ячейке Хеле – Шоу, вытянутой вдоль горизонтальной оси. Далее для определенности возьмем полость с размерами $2d:H:L = 2:10:100$.

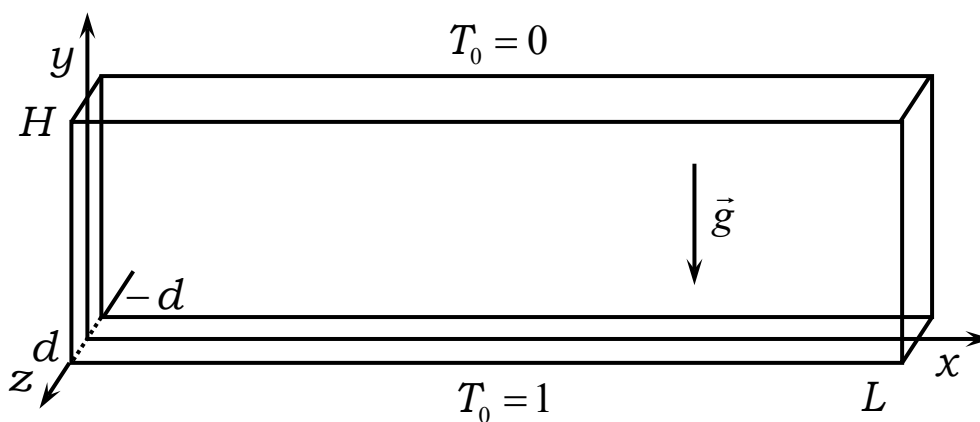


Рис. 1. Ячейка Хеле – Шоу при подогреве снизу

За основу возьмем известные уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска [7]

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + g \beta T \vec{\gamma}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) T = \chi \Delta T, \quad \text{div} \vec{v} = 0. \quad (2)$$

Здесь \vec{v} , p , T – размерные поля скорости, давления и температуры; β , ν , χ – коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности; ρ – средняя плотность жидкости, g – ускорение свободного падения, $\vec{\gamma}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх.

Обезразмерим систему уравнений (1), (2), выбрав в качестве единицы длины полутолщину слоя d , времени – d^2/ν , скорости – χ/d , давления – $\rho \nu \chi / d^2$, температуры Ad , где A – характерный градиент температуры. В результате обезразмеривания система уравнений принимает форму:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \Delta \vec{v} + \text{Ra} T \vec{\gamma}, \quad (3)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) T = \Delta T, \quad \text{div} \vec{v} = 0. \quad (4)$$

В уравнения (3) – (4) входят два безразмерных параметра: так называемые числа Рэлея и Прандтля, имеющие вид:

$$\text{Ra} = g \beta A d^4 / \nu \chi, \quad \text{Pr} = \nu / \chi. \quad (5)$$

Система уравнений (3), (4) дополняется граничными условиями. Краевые условия на скорость соответствуют условиям прилипания на широких гранях ($z = \pm 1$: $\vec{v} = 0$). Температура на верхней и нижней гранях считается заданной и отвечает подогреву снизу ($y = 0$, H : $T = 1, 0$).

В качестве количественной характеристики неизотермических течений удобно использовать различные интегральные величины, такие как число Нуссельта или его более общую форму – производство энтропии. В эксперименте число Нуссельта служит величиной, по которой отслеживается изменение конвективного режима в системе. Так, переход от равновесия к тепловой конвекции определяется по излому на графике зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея. Этот прием называется методом Шмидта – Мильвертона. В отличие от числа Нуссельта производство энтропии при заданной надкритичности служит интегральной мерой интенсивности диссипативных процессов. Помимо этого, данную характеристику предпочтительно использовать для возможного установления вариационного принципа, которому по идее должна подчиняться рассматриваемая система. Исторически на начальном этапе развития технологии прямого численного моделирования эта характеристика практически не использовалась для описания гидродинамических процессов и не подвергалась разностороннему анализу. Можно указать по крайней мере две серьезные причины отсутствия интереса у исследователей к расчету производства энтропии в ходе численного моделирования – это, во-первых, необходимость иметь значительные вычислительные ресурсы при его определении на каждом шаге по времени, во-вторых, существуют серьезные затруднения в ходе сравнения этой величины с натурным экспериментом. В настоящее время отсутствуют отработанные методики прямого определения производства энтропии в опыте.

Тем не менее, представляется, что эта характеристика имеет фундаментальное значение, т.к. содержит в себе полную информацию о локальных тепловых потоках в текучих средах. Можно надеяться, что производство энтропии в отличие от числа Нуссельта, содержит в себе большой потенциал при детализации явлений хаотизации и самоорганизации в гидродинамических системах. Анализ этой величины вполне может позволить по-новому взглянуть на течения погранслоного характера, выявляя количественно пространственные области с развитой турбулентностью, или характеризовать сильно нестационарные режимы.

Перспективы эффективного применения производства энтропии в физике закладываются самим определением этой величины, для вычисления которой требуются полные данные о всевозможных тепловых потоках как в объеме, так и через границы полости. В дополнение современный уровень развития вычислительных технологий уже позволяет производить полноценный расчет производства энтропии, что может значительно расширить понимание различных процессов самоорганизации или хаотизации даже в изотермических гидродинамических задачах и сделать наши знания в отношении кооперативных явлений в распределенных системах более универсальными.

Для вычисления производства энтропии будем использовать формулу, которая вытекает из общих соображений [8]. В безразмерной форме она такова

$$\dot{S} = \frac{1}{\text{EcPr}} \left(\int_V \left(\frac{\nabla T}{T} \right)^2 dV + \oint_F \frac{\nabla T}{T} d\vec{F} \right). \quad (6)$$

Здесь $d\vec{F}$ – элемент площади, вектор внешней нормали, T – абсолютная температура в безразмерной форме. В ходе наблюдений за конвективным движением в ячейке Хеле – Шоу поле температуры имеет смысл разбивать на три части, выделяя константу, определяющую начало отсчета для температуры, линейную (равновесную) часть и так называемую конвективную добавку

$$T = \tilde{T} + T_0 + \mathcal{A}(x, z, t),$$

$\tilde{T} = \tilde{T}_0 / \Theta$; $\tilde{T}_0 = 293\text{K}$ (в качестве точки отсчета для равновесного распределения возьмем комнатную температуру), T_0 – линейная часть, $\mathcal{A}(x, z, t)$ – локальное отклонение температуры от равновесного линейного распределения; Ec – это число Эккерта, которое в принятых единицах измерения равно

$$\text{Ec} = \chi^2 / c_p d^2 \Theta.$$

При масштабировании энтропии была взята единица $\chi^2 / \Theta d^2$; в определении Θ – разность температур между теплообменниками, c_p – теплоемкость при постоянном давлении. Из-за крайне малого значения числа Эккерта вязким диссипативным вкладом в производство энтропии пренебрегается. Первое слагаемое в формуле (6) имеет смысл объемного производства энтропии «подсистемы», т.е. той части системы, которая находится между тепловыми резервуарами, второе слагаемое – это «резервуарный» вклад, характеризующий поток энтропии через границы открытой системы. Очевидно, что производство энтропии подсистемы будет всегда давать положительный вклад, в то время как для термодинамически открытой системы, резервуарный вклад в производство энтропии может быть как отрицательным, так и положительным.

3. Механическое равновесие и задача устойчивости

При подогреве снизу в жидкости возможно состояние механического равновесия, которое характеризуется линейным распределением температуры вдоль вертикали

$$T_0(y) = -\frac{y}{H} + 1.$$

Эта зависимость отвечает ситуации, когда за единицу измерения выбрана разность температур между нижней и верхней горизонтальными гранями. В состоянии механического равновесия скорость равна нулю. Однако при определенной разности температур это состояние оказывается неустойчивым и в жидкости возникает течение. Для начала исследуем на устойчивость состояние механического равновесия.

С учетом наличия в системе малых возмущений, поля скорости, температуры и давления представим в виде сумм равновесных распределений и малых возмущений. Далее стандартно выписывается линеаризованная система уравнений для малых возмущений и ищется ее решение в виде нормальных возмущений $\sim \exp(-\lambda t)$. Будем считать, что для принятых условий нагрева и ориентации полости в жидкости реализуются движения только в плоскости широких граней (x, y) . Данное ограничение называется в гидродинамике приближением плоских траекторий. Выполняя несложные выкладки, получаем уравнение для различных мод критических возмущений

$$Ra_{n,m} = H\pi^4 \left(\left(\frac{n}{L} \right)^2 + \left(\frac{m}{H} \right)^2 + \frac{1}{4} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{mL}{Hn} \right)^2 \right). \quad (7)$$

Для определения наиболее опасного монотонного возмущения необходимо найти при каких n и m число Рэлея (7) принимает наименьшее значение. Проминимизируем это выражение по n для определенных H и L , т.к. в зависимости от высоты и длины полости наиболее опасными могут быть многовихревые возмущения. Очевидно, что для рассматриваемой геометрии наибольший интерес вызывает зависимость количества вихрей от L , т.е. от степени вытянутости полости вдоль горизонтали. Вычислим производную от выражения (7) по n и приравняем ее нулю, учитывая, что n – целое число.

$$\frac{\partial Ra_{n,m}}{\partial n} = 2\pi^4 H \left(\left(\frac{n}{L} \right)^2 + \left(\frac{m}{H} \right)^2 + \frac{1}{4} \right) \left(\frac{2n}{L^2} + \frac{m^2}{H^2 n} - \frac{m^4 L^2}{H^4 n^3} - \frac{m^2 L^2}{4H^2 n^3} \right) = 0.$$

Первая скобка при любых возможных n и m больше нуля. Таким образом, условие на n , при котором имеет место минимум числа Рэлея определяется только последней скобкой. Решение соответствующего уравнения при фиксированных m , H и L будем искать численно. В первую очередь нас будут интересовать “одноэтажные” конвективные структуры, поэтому

примем $m = 1$. Будем рассматривать вытянутую вдоль оси x полость с соотношением сторон $L/H = 10$. Иными словами, поставим себе задачу исследовать многовихревое стационарное течение в плоскости широких граней полости. Заметим, что при этих значениях H и L выполняется условие применимости приближения Хеле – Шоу: $H, L \gg d$. Элементарный расчет с помощью программы аналитических вычислений Maple дает единственное вещественное положительное значение корня в искомом решении $n \approx 18$, что соответствует парному числу вихрей. Критическое число Рэлея по формуле (7), отвечающее монотонной моде с $m = 1, n = 18$ при $H = 10, L = 100$ равно $Ra_c = 108.7$.

Выведем простейшую нелинейную динамическую систему, определяющую первое надкритическое конвективное движение в полости. Такая подсистема должна иметь вид триплета Лоренца. Для начала получим полную нелинейную систему уравнений в приближении Хеле – Шоу. Для этого по-прежнему будем исходить из предположения о двумерности течения

$$\vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, 0), \quad v_x(x, y, z, t), v_y(x, y, z, t)$$

и возможности введения в рассмотрение функции тока. Тогда приближение плоских траекторий приводит к аппроксимации

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, t) \cos(\pi z/2), \quad T'(x, y, z, t) = \vartheta(x, y, t) \cos(\pi z/2),$$

Здесь T' – отклонение температуры от равновесного значения, Ψ – функция тока. При переходе к функции тока уравнение несжимаемости жидкости удовлетворяется тождественно, в то время как два других уравнения дают

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{8}{3\pi \text{Pr}} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = \Delta_1 \varphi - \frac{\pi^2}{4} \varphi - Ra \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (8)$$

$$\text{Pr} \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{8}{3\pi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) = \Delta_1 \vartheta - \frac{\pi^2}{4} \vartheta - \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (9)$$

Далее будем следить за эволюцией наиболее опасной моды во времени вида

$$\psi(x, y, t) = A(t) \sin(\pi n x/L) \sin(\pi m y/H),$$

$$\vartheta(x, y, t) = B(t) \cos(\pi n x/L) \sin(\pi m y/H)$$

при $m = 1, n = 18$. Воспользуемся галеркинской процедурой при нахождении обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд функции тока и температуры искомого течения с учетом наличия так называемой баллонной моды. В результате получаем уравнения, аналогичные триплету Лоренца

$$\dot{a}(t) = -\frac{731}{2500} \pi^2 a - Ra \frac{225}{53\pi} b, \quad (10)$$

$$\dot{b}_0(t) = -\frac{3\pi}{125\text{Pr}}ab - \frac{29\pi^2}{100\text{Pr}}b_0, \quad (11)$$

$$\dot{b}(t) = -\frac{6\pi}{125\text{Pr}}ab_0 - \frac{9\pi}{50H\text{Pr}}a - \frac{731\pi^2}{2500\text{Pr}}b. \quad (12)$$

Амплитуды $a(t)$, $b_0(t)$ и $b(t)$ отвечают модам ψ_{11} , \mathcal{Q}_{02} , \mathcal{Q}_{11} , соответственно. Система уравнений (10) – (12) имеет тривиальное решение, которое отвечает состоянию механического равновесия, и еще одно точное решение, описывающее стационарное многовихревое течение, аналогичное тому, что возникает в бесконечном горизонтальном слое при подогреве снизу (задача Рэлея). Выразим амплитуды стационарного течения в зависимости от важнейших параметров задачи – чисел Рэлея и Прандтля. Положим $\partial/\partial t = 0$ и найдем нетривиальное решение для амплитуд. Из уравнения (10) получаем связь между амплитудами

$$a = -\frac{562500}{38743} \frac{Ra}{\pi^3} b.$$

Далее подставляем это выражение в (12) и получаем ответ для b_0

$$b_0 = -\frac{3}{8} + 0.42 \frac{\pi^4}{Ra}. \quad (13)$$

Используя выражение (13) для амплитуды b_0 и уравнение (11), приходим к окончательному ответу для b :

$$b = \frac{\pi^2}{Ra} \sqrt{0.312Ra - 0.349\pi^4}. \quad (14)$$

Амплитуда функции тока определяется формулой

$$a = \frac{1}{\pi} \sqrt{65.79Ra - 73.61\pi^4}. \quad (15)$$

Подставляя далее полное поле температуры с учетом (13) и (14) в исходную формулу для производства энтропии (6), приходим к выводу, что поставленная задача, по крайней мере, в квадратурах решена.

7. Заключение

Проведен аналитический расчет первого критического движения в вытянутой вдоль горизонтали вертикальной ячейке Хеле – Шоу при равномерном подогреве снизу. При анализе перехода от механического равновесия к стационарному конвективному течению использовалась характеристика, представляющая собой полное производство энтропии. Показано, что этот параметр позволяет интегрально описывать интенсивность диссипативных процессов в конвективной системе. В отличие от зависимостей максимума функции тока и числа Нуссельта производство энтропии, как функция надкритичности, монотонно меняется по корневому закону при увеличении интенсивности течения.

Список литературы

1. Советский энциклопедический словарь. М.: Изд-во «Советская энциклопедия», 1983. 1600 с.
2. *Attard P.* Non-equilibrium Thermodynamics and Statistical Mechanics: Foundations and Applications. Oxford University Press, 2012. 480 p.
3. *Демин В. А., Петухов М. И.* О влиянии зависимости вязкости от температуры на стационарные конвективные течения в ячейке Хеле – Шоу // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2017. Т. 9. № 2. С. 47–54.
4. *Мартюшев Л. М., Селезнев В. Д.* Принцип максимума производства энтропии в физике и смежных областях. Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2006. 83 с.
5. *Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И.* Конвекция в ячейке Хеле-Шоу при подогреве снизу // Сборник научных трудов «Гидродинамика». Вып. 10. Пермь, 1977. С. 3–14.
6. *Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И.* О конвективных движениях в ячейке Хеле–Шоу // Доклады Академии наук СССР. 1977. Т. 235. № 3. С. 554–556.
7. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.

ДИНАМИКА МАГНИТНОГО МОМЕНТА В ДИПОЛЬНОМ ПОЛЕ РЕШЕТКИ

Е. И. Ковычева

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной статье рассматривается динамика одиночного атома примеси, помещенного в кристаллическую решетку с дипольной связью. Анализируется динамика магнитных моментов ионов. Выполнено численное моделирование и построение спектров сигнала суммарной намагниченности системы.

Ключевые слова: магнитный момент; спиновая динамика; дипольное взаимодействие

DYNAMICS OF MAGNETIC MOMENT IN THE DIPOLE FIELD OF THE LATTICE

E. I. Kovycheva

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The study considers a dynamics of single magnetic ion inside the crystal lattice with dipolar coupling. The evolution of magnetic moments is analysed. The numerical simulation of total magnetization signal and its Fourier spectra are presented.

Keywords: magnetic moment; spin dynamics; dipole interaction

Рассматривается динамика одиночного иона магнитной примеси μ_s , помещённого в парамагнитную кристаллическую решётку (ионы μ_σ), во внешнем с учётом дипольного взаимодействия решётки и примеси. Поскольку дипольное взаимодействие сравнительно убывает с расстоянием по кубическому закону, то без существенной потери точности достаточно учитывать взаимодействие магнитного момента атома примеси μ_s только с несколькими ближайшими ионами основной решётки или с их осреднённым полем. Такой подход и использован в настоящей работе.

Динамика магнитного момента во времени определяется уравнением Ландау–Лифшица [1]:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = -|\gamma| \mu \times H_{eff}, \quad (1)$$

где γ – феноменологическая постоянная (гиромагнитное отношение иона), H_{eff} – эффективное магнитное поле, которое может быть вычислено как производная от функции Гамильтона или свободной энергии системы по компонентам магнитного момента:

$$H_{eff}^{s\alpha} = -\frac{\partial H}{\partial \mu_s^\alpha}, \quad H_{eff}^{s\beta} = -\frac{\partial H}{\partial \mu_s^\beta}, \quad (2)$$

где H – функция Гамильтона, содержащая зеемановскую и дипольную энергию:

$$H = -\mu_s^\beta H_0^\beta - \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_j^3} \left[\mu_s^\beta \mu_{\sigma_j}^\beta - \frac{3}{r_j^2} (\mu_s^\beta r_j^\beta) (\mu_{\sigma_j}^\beta r_j^\beta) \right], \quad (3)$$

греческими буквами обозначены компоненты векторов x, y, z .

Вычисление производных (2) даёт систему дифференциальных уравнений для магнитных моментов примесного атома и атомов решётки в проекциях на оси декартовой системы координат x, y и z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_s^x}{\partial t} &= -|\gamma_s| \mu_s^y H_0 + p_d |\gamma_s| \sum_{j=1}^N \left[\frac{\mu_s^y \mu_{\sigma_j}^z - \mu_s^z \mu_{\sigma_j}^y}{r_j^3} - \frac{3}{r_j^5} (\mu_{\sigma_j} \cdot \mathbf{r}_j) (\mu_s^y z_j - \mu_s^z y_j) \right], \\ \frac{\partial \mu_s^y}{\partial t} &= |\gamma_s| \mu_s^x H_0 + p_d |\gamma_s| \sum_{j=1}^N \left[\frac{\mu_s^z \mu_{\sigma_j}^x - \mu_s^x \mu_{\sigma_j}^z}{r_j^3} - \frac{3}{r_j^5} (\mu_{\sigma_j} \cdot \mathbf{r}_j) (\mu_s^z x_j - \mu_s^x z_j) \right], \\ \frac{\partial \mu_{\sigma_j}^x}{\partial t} &= -|\gamma_\sigma| \mu_{\sigma_j}^y H_0 + p_d |\gamma_\sigma| \left[\frac{\mu_{\sigma_j}^y \mu_s^z - \mu_{\sigma_j}^z \mu_s^y}{r_j^3} - \frac{3}{r_j^5} (\mu_s \cdot \mathbf{r}_j) (\mu_{\sigma_j}^y z_j - \mu_{\sigma_j}^z y_j) \right], \\ \frac{\partial \mu_{\sigma_j}^y}{\partial t} &= |\gamma_\sigma| \mu_{\sigma_j}^x H_0 + p_d |\gamma_\sigma| \left[\frac{\mu_{\sigma_j}^z \mu_s^x - \mu_{\sigma_j}^x \mu_s^z}{r_j^3} - \frac{3}{r_j^5} (\mu_s \cdot \mathbf{r}_j) (\mu_{\sigma_j}^z x_j - \mu_{\sigma_j}^x z_j) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения для z -компонент не содержат вклада от внешнего продольного магнитного поля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_s^z}{\partial t} &= p_d |\gamma_s| \sum_{j=1}^N \left[\frac{\mu_s^x \mu_{\sigma_j}^y - \mu_{\sigma_j}^x \mu_s^y}{r_j^3} - \frac{3}{r_j^5} (\mu_{\sigma_j} \cdot \mathbf{r}_j) (\mu_s^x y_j - x_j \mu_s^y) \right], \\ \frac{\partial \mu_{\sigma_j}^z}{\partial t} &= p_d |\gamma_\sigma| \left[\frac{\mu_{\sigma_j}^y \mu_s^x - \mu_s^y \mu_{\sigma_j}^x}{r_j^3} - \frac{3}{r_j^5} (\mu_s \cdot \mathbf{r}_j) (\mu_{\sigma_j}^x y_j - x_j \mu_{\sigma_j}^y) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Множитель p_d в уравнениях – это параметр интенсивности взаимодействия, равный отношению характерной дипольной энергии к энергии Зеемана. Для исследования полученных уравнений и их решений удобно воспользоваться прямым численным моделированием. При выполнении расчётов, что все энергетические характеристики измеряются в масштабах энергии Зеемана, а межатомные расстояния – в единицах постоянной решётки. Гиромагнитные отношения и параметр p_d варьируются.

Для численного моделирования динамики системы использована встроенная функция библиотеки *SciPy* (язык *Python*) *odeint*, которая реализует метод Адамса–Башфорта для систем обыкновенных дифференциальных уравнений [2]. Относительная точность метода

задавалась на уровне 10^{-6} . Полученные численные решения табулировались с фиксированным шагом, и на их основе производилось вычисление частотных спектров системы с применением функции дискретного преобразования Фурье *fft* библиотеки *SciPy*.

В результате численного моделирования программы были получены семейства графиков, отображающих динамику колебательных процессов рассматриваемой системы магнитных моментов (рис. 1).

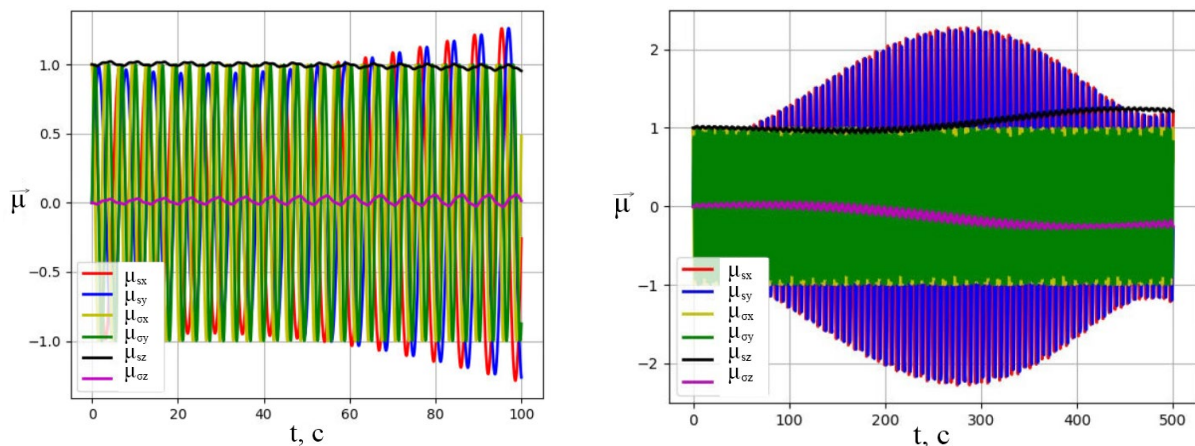


Рис. 1. Динамика магнитных моментов примеси и решётки на малых (слева) и больших (справа) временных масштабах при $\gamma_\sigma = 1$, $\gamma_s = 2$, $p_d = 0.01$

Видно, что прецессия атомов решётки остаётся устойчивой в течение длительного времени. В то же время колебания атома примеси обнаруживают медленную периодическую динамику на больших временах. Характерное время этого процесса отвечает интенсивности дипольного взаимодействия. Медленная эволюция z -проекции магнитных моментов на больших временах также может быть связано с реализацией медленного динамического процесса, определяемого дипольным взаимодействием.

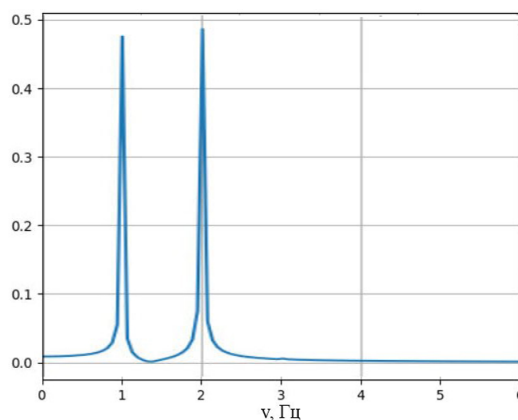


Рис. 2. Спектр суммарной намагниченности системы при $\gamma_\sigma = 1$, $\gamma_s = 2$, $p_d = 0.01$

На рис. 2 показан спектр намагниченности системы для описываемого случая. Видно, что в системе преобладают колебания с частотами около 1 и

2, что совпадает с частотами ларморовской прецессии ионов решётки и примесного атома, соответственно. На графике также присутствует слабо выраженный пик вблизи частоты $\omega = 3$. Его возникновение является результатом нелинейности исходных динамических уравнений и сложения колебаний с двумя основными частотами. Реализованное численное моделирование на данный момент не позволяет разрешить тонкую структуру спектра и достоверно определить ширину линий. Однако, использованный алгоритм даёт физически корректные результаты и может быть адаптирован к решению задач с большой длительностью сигналов и более высоким спектральным разрешением. Спектр при $p_d = 0.001, 0.0001$ качественно не отличается от показанного, за исключением ослабления нелинейного пика.

Варьирование гиромагнитных отношений приводит к соответствующим изменениям частот прецессии атомов. Например, на рис. 3 показан спектр сигнала при $\gamma_\sigma = 10, \gamma_s = 2$. Видно, что один из спектральных пиков сместился к значению $\omega = 10$, а второй остался вблизи $\omega = 2$.

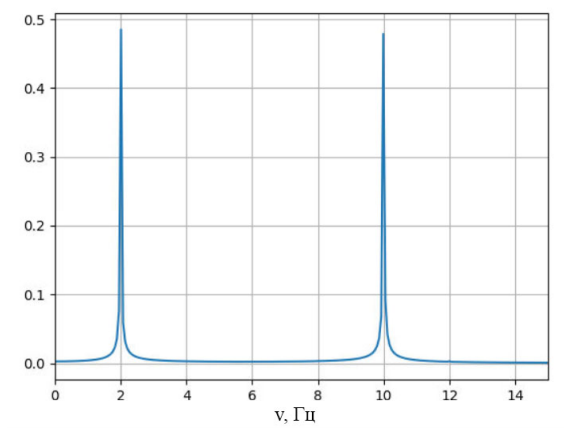


Рис. 3. Спектр суммарной намагниченности системы при $\gamma_\sigma = 10, \gamma_s = 2, p_d = 0.01$

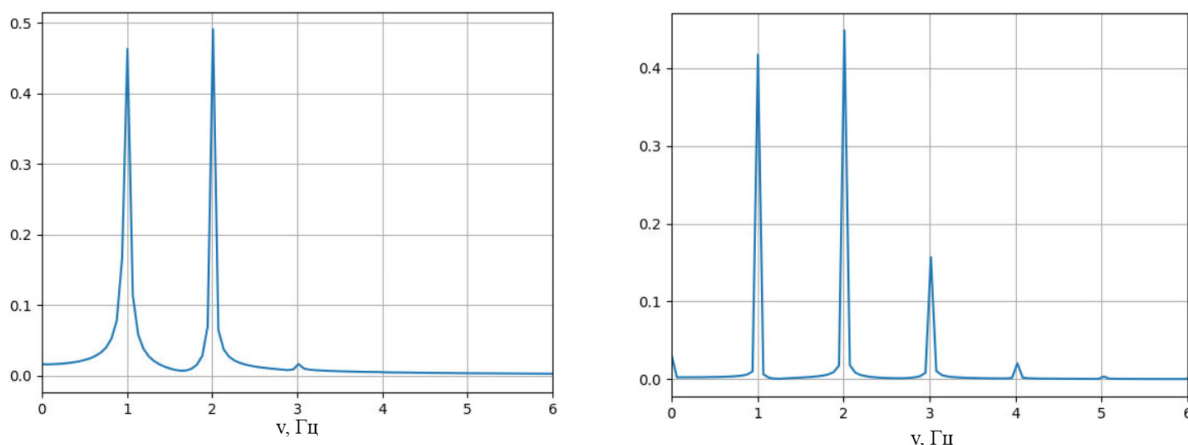


Рис. 4. Спектр суммарной намагниченности при $\gamma_\sigma = 1, \gamma_s = 2, p_d = 0.1$ (слева), $p_d = 1.0$ (справа)

Изменение параметра p_d позволяет выявить нелинейные вклады в спектре сигнала намагниченности (рис. 4). При значении дипольной энергии 0.1 пик при $\omega = 3$ становится более выраженным. Увеличение параметра взаимодействия до 1.0 позволяет увидеть также пики на частотах 4 и 5. в реальном эксперименте это отвечает уменьшению напряжённости внешнего поля до величины, при которой зеемановская и дипольная энергия становятся равными.

При увеличении интенсивности взаимодействия возрастает вклад нелинейных слагаемых в уравнениях (4), (5), что и определяет проявление дополнительных гармоник. По-видимому, они всегда существуют в сигнале, но в сильном магнитном поле являются несущественными. Из рис. 4 заметно также, что при увеличении значения параметра взаимодействия p_d до 1 ширина спектральных линий уменьшается. Это может определяться совпадением энергии Зеемана и дипольного взаимодействия в рассмотренном случае – с квантово-механической точки зрения, дипольное взаимодействие при таких значениях параметров может вызывать переходы между основными уровнями энергии магнитных моментов в приложенном постоянном поле, что выражается в исчезновении побочных частот вокруг линий резонанса.

Исследование выполнено при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект МК-1422.2020.2).

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1989. 519 с.
2. SciPy.org: `scipy.integrate.odeint` (Электронный ресурс): URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.odeint.html> (дата обращения: 15.03.2021).

ВОЛНЫ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СЛОЯ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ, РАСПОЛОЖЕННОГО НА ЖИДКОЙ ПОДЛОЖКЕ

Е. В. Колесниченко^a, К. А. Хохрякова^b

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Экспериментально исследуются волны на свободной поверхности магнитной жидкости, расположенной на жидкой подложке. Механизм генерации волнового движения поверхности обусловлен переменным во времени, но однородным в пространстве ортогональным к слою магнитным полем. Под воздействием переменного магнитного поля на поверхности магнитной жидкости могут образовываться два типа волн: стоячая волна той же частоты, что и переменное магнитное поле, и стоячая волна, независимая от частоты поля. В работе сделан обзор основных теоретических и экспериментальных исследований волновой неустойчивости систем с магнитной жидкостью. Исследована устойчивость двухслойной системы жидкостей в переменном вертикальном поле. Для эффективной обработки результатов эксперимента произведена модернизация оптической части экспериментальной установки. Разработан алгоритм для обработки полученных в ходе эксперимента профилей поверхности магнитной жидкости, позволяющий определить длину генерируемых волн.

Ключевые слова: магнитная жидкость; гравитационно-капиллярные волны

WAVES ON A FREE SURFACE OF FERROFLUID LAYER LAYING ON A LIQUID SUBSTRATE

E. V. Kolesnichenko^a, C. A. Khokhryakova^b

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Waves on the free surface of a magnetic fluid located on a liquid substrate were studied experimentally. The wave motion of the surface was induced by a homogeneous oscillating magnetic field orthogonal to the layer. In this case two types of waves can be formed on the surface of a magnetic fluid: a standing wave of the same frequency as the alternating magnetic field, and a standing wave, independent of the field frequency. The paper reviews the main theoretical and experimental studies of wave instability of such systems. The stability of a two-layered liquid system in an alternating vertical magnetic field is investigated. For efficient processing of the experimental results, the optical part of the experimental setup was modified. An algorithm has been developed for processing the profiles of the

magnetic fluid surface obtained during the experiment, which helps to determine the length of the generated waves.

Keywords: magnetic fluid; gravitational capillary waves

Магнитная жидкость, применяемая в качестве герметизаторов и уплотнителей, зачастую контактирует с другими немагнитными средами в условиях действия внешнего магнитного поля. Еще одна сфера применения магнитной жидкости – это адаптивная оптика, в которой важны стабильность межфазной границы и возможность быстро менять её форму предсказуемым образом. Поведение и устойчивость такой межфазной границы «магнитная – немагнитная жидкость» остается актуальным объектом экспериментальных и теоретических исследований. Магнитное поле представляет собой эффективный инструмент для управления свободной поверхностью магнитной жидкости за счет объемной магнитной силы и магнитного скачка давления на поверхности [1]:

$$p = \mu_0 \int_0^H M(H) dH. \quad (1)$$

В слое магнитной жидкости с изначально гладкой поверхностью существуют случайные возмущения гравитационно-капиллярной природы, которые приводят к возмущению магнитного поля и, как следствие, перераспределению магнитного давления. Таким образом, в стационарном ортогональном магнитном поле возникает так называемая неустойчивость Розенцвейга. Дисперсионное соотношение для гравитационно-капиллярных волн в магнитной жидкости [1]:

$$\omega^2 = gk + \left(\frac{\sigma}{\rho}\right) k^3 - \frac{k^2 \mu_0 M_0^2}{\rho(1+\mu_0/\mu)} \quad (2)$$

позволяет учесть влияние различных факторов на характер развития неустойчивости поверхности (ориентация магнитного поля относительно поверхности, различная толщина слоя жидкости, физико-химические свойства жидкости и др.) и определить критические значения параметров системы, такие как H_c и k_c :

$$H_c = \sqrt{\frac{(1+\chi)(2+\chi)^2 \sqrt{(\rho_{ff} - \rho_{air})g\sigma_h}}{\chi^2 \mu_0}}; \lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}; k_c = \sqrt{\frac{(\rho_{ff} - \rho_{air})g}{\sigma_h}}. \quad (3)$$

Уменьшить значения критических параметров неустойчивости поверхности возможно в случае наличия у слоя магнитной жидкости двух свободных поверхностей. В этом случае на каждой такой поверхности формируется свое возмущение, причем на одной из них оно доминирует и подчиняет себе возмущение второй, и при достижении максимальной амплитуды эти возмущения складываются [2]. Таким образом, при некоторой критической напряженности магнитного поля слой магнитной

жидкости переходит в неустойчивое состояние, сопровождающееся его распадом на систему капель [3].

Под воздействием переменного магнитного поля на поверхности магнитной жидкости могут образовываться два типа волн: стоячая волна той же частоты, что и переменное магнитное поле, и стоячая волна, независимая от частоты поля. Эксперименты показывают, что вязкость оказывает значительное влияние на волны первого типа, и практически не оказывает на волны второго [4].

Возвращаясь к использованию жидкой подложки для слоя магнитной жидкости, можно ожидать появление ряда интересных эффектов, таких как, например, стабилизация системы жидкостей переменным магнитным полем [5]. Кроме того, сложение возмущений от обеих деформируемых поверхностей двухслойной системы жидкостей может приводить к интерференции двух возникающих рельефов, что, в свою очередь, обуславливает появление новой колебательной моды, и как следствие возникновение автоколебаний в системе [6]. Жидкости в таких системах должны быть несмешивающимися и стратифицированными по плотности во избежание возникновения неустойчивости Релея-Тэйлора.

В данной работе продолжается исследование волн на поверхности слоя магнитной жидкости, генерируемых вертикально осциллирующим магнитным полем.

В ходе эксперимента двухслойная система жидкостей создавалась в стеклянной кювете в виде короткого вертикального цилиндра различного диаметра $D_1 = 59.4$ мм и $D_2 = 42.8$ мм (рис. 1). Кювета помещалась на горизонтальную площадку в центре системы катушек Гельмгольца, неоднородность магнитного поля которых в зоне измерений не превышала 2%. Для организации линейно-поляризованного переменного магнитного поля обмотки катушек Гельмгольца подключались к генератору сигналов специальной формы Г6-15 (4) через усилитель постоянного тока Emotiva A-300 (5). Последовательно с катушкой включался резистор небольшой величины (8), выходной сигнал с которого подавался на вход аналого-цифрового преобразователя АЦП ЛА-И24 USB (9), после которого обработка сигнала производилась с помощью прилагаемого к плате стандартного комплекта программного обеспечения (10).

Изображение свободной поверхности слоя феррожидкости регистрировалось цифровой высокоскоростной видеокамерой (6), установленной со стороны свободной его поверхности. Чтобы облегчить визуальный анализ количественных характеристик бегущих волн, визуализация рельефа поверхности слоя выполняется при помощи кругового светодиодного источника рассеянного света (7). Это обеспечивало лучшую контрастность холмов и впадин на поверхности слоя для определения длины волны.

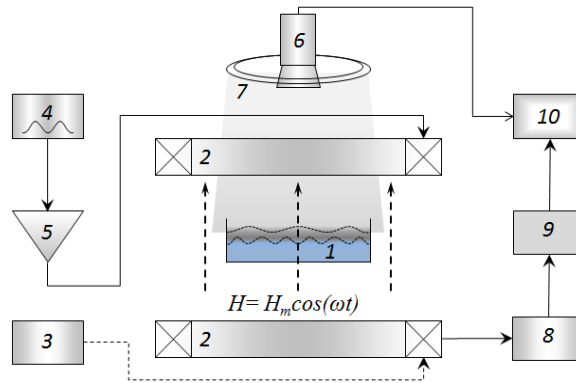


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – кювета круглого сечения с двухслойной системой жидкостей; 2 – катушки Гельмгольца; 3 – источник постоянного тока; 4 – генератор сигналов специальной формы; 5 – усилитель; 6 – видео камера; 7 – круговой источник света; 8 – измерительный резистор; 9 – АЦП; 10 – компьютер

В эксперименте использована магнитная жидкость в виде коллоида магнетита в керосине, стабилизированного олеиновой кислотой (плотностью $\rho = 1.4 \text{ г/см}^3$, поверхностным натяжением $\sigma = 24.3 \text{ мН/м}$, намагниченностью насыщения $M_s = 50 \text{ кА/м}$, начальной магнитной восприимчивостью $\chi_0 = 5.2$). В качестве жидкой подложки был выбран перфтороктан (плотностью $\rho = 1.7 \text{ г/см}^3$, поверхностным натяжением $\sigma = 13.6 \text{ мН/м}$). Опыты выполнены при температуре жидкостей и окружающей среды $(23 \pm 1)^\circ\text{C}$ [5].

Двухслойная система жидкостей заполняла кювету в форме короткого вертикального цилиндра, изготовленного из боросиликатного стекла фирмы JENAerGLAS. В данной работе использовались кюветы разного диаметра: 4.28 см; 5.94 см; 8.90 см. Толщина слоя жидкости в кювете определялась как

$$h = \frac{m}{\rho S}, \quad (4)$$

где m – масса жидкости,

$$S = \frac{\pi D^2}{4}, \quad (5)$$

где S – площадь исходного (сплошного) слоя, который при этом считался плоским, D – внутренний диаметр заполняемой кюветы. Измерение массы жидкости и, соответственно, толщины слоя проводилось путем взвешивания на электронных весах AnD EK 610i. Толщина жидкой подложки в несколько раз превышала толщину слоя феррожидкости во избежание касания последней дна кюветы под действием магнитного поля.

В результате нескольких серий измерений для кювет двух диаметров: $D = 42.8 \text{ мм}$ и $D = 59.4 \text{ мм}$ под действием переменного магнитного поля с амплитудой $H_m < H_c$ и частотой ν , Hz: 7 (рис. 2a, f), 8 (рис. 2b, g), 9 (рис. 2c, h), 10 (рис. 2d, i), 15 (рис. 2d, j) была получена зависимость длины волны от частоты переменного поля (рис. 3).

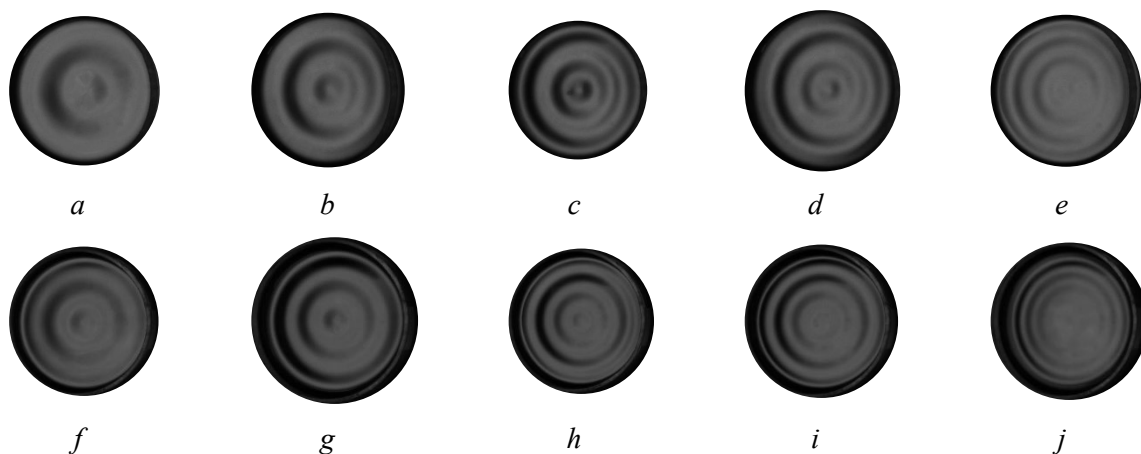


Рис. 2. Колебания свободной поверхности магнитной жидкости при толщине слоя $h = 3.5$ мм в кювете диаметром $D = 42.8$ мм (a–d) и $D = 59.4$ мм (f–j) под действием переменного магнитного поля с амплитудой $H_m < H_c$ и частотой ν , Hz: 7 (a, f), 8 (b, g), 9 (c, h), 10 (d, i), 15 (d, j)

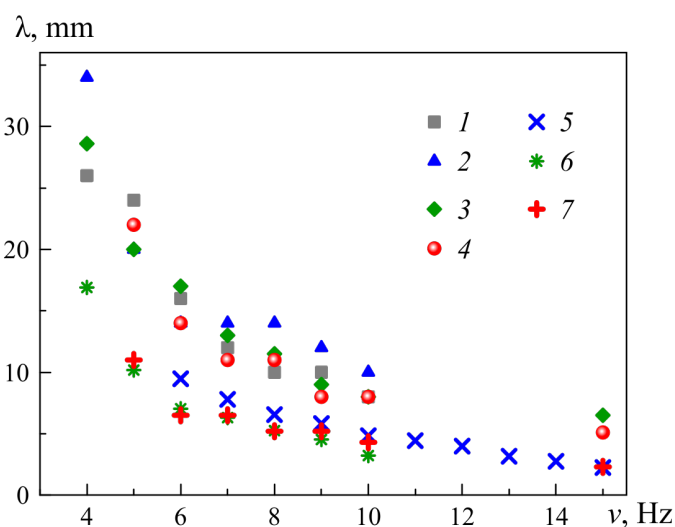


Рис. 3 Зависимость длины волны λ на поверхности слоя ($h = 3.5$ мм) от частоты колебаний ν магнитного поля с амплитудой $H_m = 0.75H_c$ (1), $H_m = 0.8H_c$ (2, 5), $H_m = 0.9H_c$ (3–4, 6–7) в кюветах диаметрами $D = 59.4$ мм (1–4) и $D = 42.8$ мм (5–7)

Не трудно видеть, что длина волны убывает с повышением частоты переменного поля. Данные результаты являются предварительными и нуждаются в уточнении для других толщин слоев магнитной жидкости в кюветах разных диаметров и с различной частотой переменного магнитного поля.

Список литературы

1. Rosensweig R. E. Ferrohydrodynamics. Cambridge University Press, 1985. 344 p.

2. *Rannacher D., Engel A.* Double Rosensweig instability in a ferrofluid sandwich structure // *Physical Review E*. 2004. Vol. 69. P. 066306(1–8).
3. *Bushueva C. A.* Drop structures formed by ferrofluid in the uniform magnetic field // *Magnetohydrodynamics*. 2013. Vol. 49 (3–4). P. 598–602.
4. *Okubo M., Ishibashi Y., Oshima S., Katakura H., Yamane R.* Interfacial waves of the magnetic fluid in vertical magnetic fields // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 1990. Vol. 85. P. 163–166.
5. *Khokhryakova C. A. Kolesnichenko E. V.* Stability of a ferrofluid layer on a liquid substrate // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1809. 12021(6).
6. *Khokhryakova (Bushueva) C. A., Kostarev K. G., Lebedev A. V., Denisova M. O.* The effect of an oscillating vertically oriented magnetic field on the ferrofluid layer located on a perfluorooctane substrate // *Magnetohydrodynamics*. 2018. Vol. 54 (1–2). P. 39–44.

ФОРМА ЛИНИИ КОНТАКТА КАПЛИ НА НЕОДНОРОДНОЙ ПОДЛОЖКЕ С УЧЁТОМ ДВИЖЕНИЯ ЛИНИИ КОНТАКТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ВИБРАЦИЙ

В. С. Колупаев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Изучаются вынужденные колебания полусферической капли на твердой неоднородной подложке. Капля окружена несжимаемой жидкостью другой плотности. Скорость движения линии контакта пропорциональна отклонению краевого угла от равновесного значения. Подложка совершает поперечные колебания малой амплитуды.

Ключевые слова: полусферическая капля; капля на подложке; динамика линии контакта; вынужденные колебания; неоднородная поверхность подложки

CONTACT LINE FORM OF A DROP ON A HETEROGENEOUS SUBSTRATE TAKING INTO ACCOUNT THE MOTION OF THE CONTACT LINE UNDER THE AXISYMMETRIC VIBRATIONS

V. S. Kolupaev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The forced vibrations of a hemispherical drop on a solid inhomogeneous substrate are studied. The drop is surrounded by an incompressible fluid of a different density. The velocity of the contact line is proportional to the deviation of the contact angle from the equilibrium value. The substrate performs axisymmetrical vibrations of small amplitude.

Keywords: hemispherical drop; sessile drop; dynamics of contact line; forced oscillations; heterogeneous surface of plate

В данной работе продолжают исследования колебаний капли на подложке, начатые в работах [1–3]. Рассматриваются вынужденные колебания капли несжимаемой жидкости с плотностью ρ_i^* на подложке (рис. 1). В равновесном состоянии капля имеет форму полусферы радиуса R^* с прямым краевым углом. Капля окружена несжимаемой жидкостью другой плотности ρ_e^* . Динамика линии контакта описывается условием [4]: скорость движения линии контакта прямо пропорциональна отклонению краевого угла от равновесного значения. Коэффициент пропорциональности Λ^* описывает силу взаимодействия линии контакта с подложкой. Будем рассматривать его как функцию координат согласно [5, 6]. Будем рассматривать частный случай неоднородности: $\Lambda^*(\alpha) = \lambda^* |\sin(k \cos(\alpha))|$, где α – полярный угол, k – волновое число. Подложка совершает

поперечные колебания по гармоническому закону $a^* \sin(\omega^* t^*)$, где a^* – амплитуда вибраций, ω^* – частота вибраций.

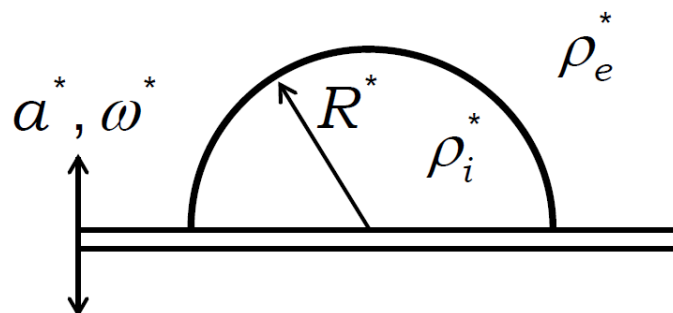


Рис. 1. Геометрия задачи

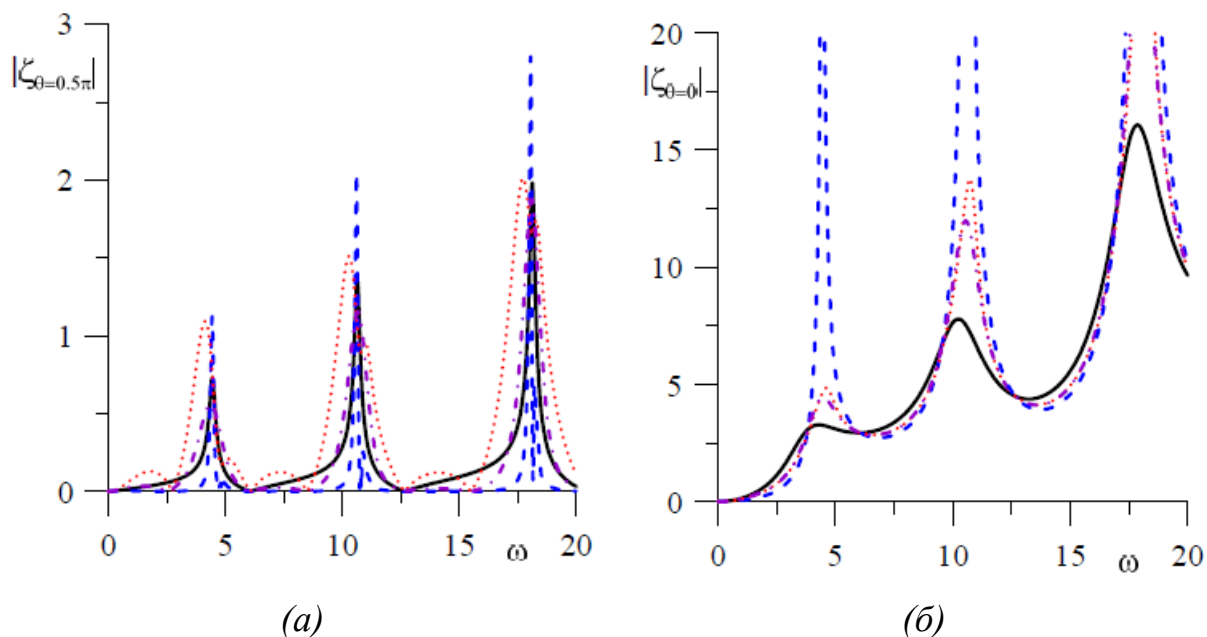


Рис. 2. Максимальное отклонение поверхности от равновесного значения на линии контакта (а) и в полюсе (б) от частоты вибраций ω для случая однородной подложки ($\rho_i = 1$, $\lambda = 1$).

$\Lambda = \lambda$ – сплошная линия, $k = 0.1$ – штриховая, $k = 1$ – пунктирная,
 $k = 10$ – штрих-пунктирная

На рисунке 2 показаны амплитудно-частотные характеристики поверхности капли на линии контакта (рис. 2а) и в полюсе (рис. 2б). Видно, что в случае неоднородной поверхности появляются дополнительные резонансные пики. Этот эффект связан с возбуждением азимутальных мод из-за неоднородности поверхности, т.е. возбуждается весь спектр четных мод по азимутальному углу, тогда как для однородных поверхностей

возбуждается только осесимметричная мода. Таким образом, энергия из осесимметричной моды переходит в другие азимутальные моды. Возможно, это позволит в экспериментальных работах определить неоднородность поверхностей и параметр Хокинга по наличию возбуждающихся азимутальных мод.

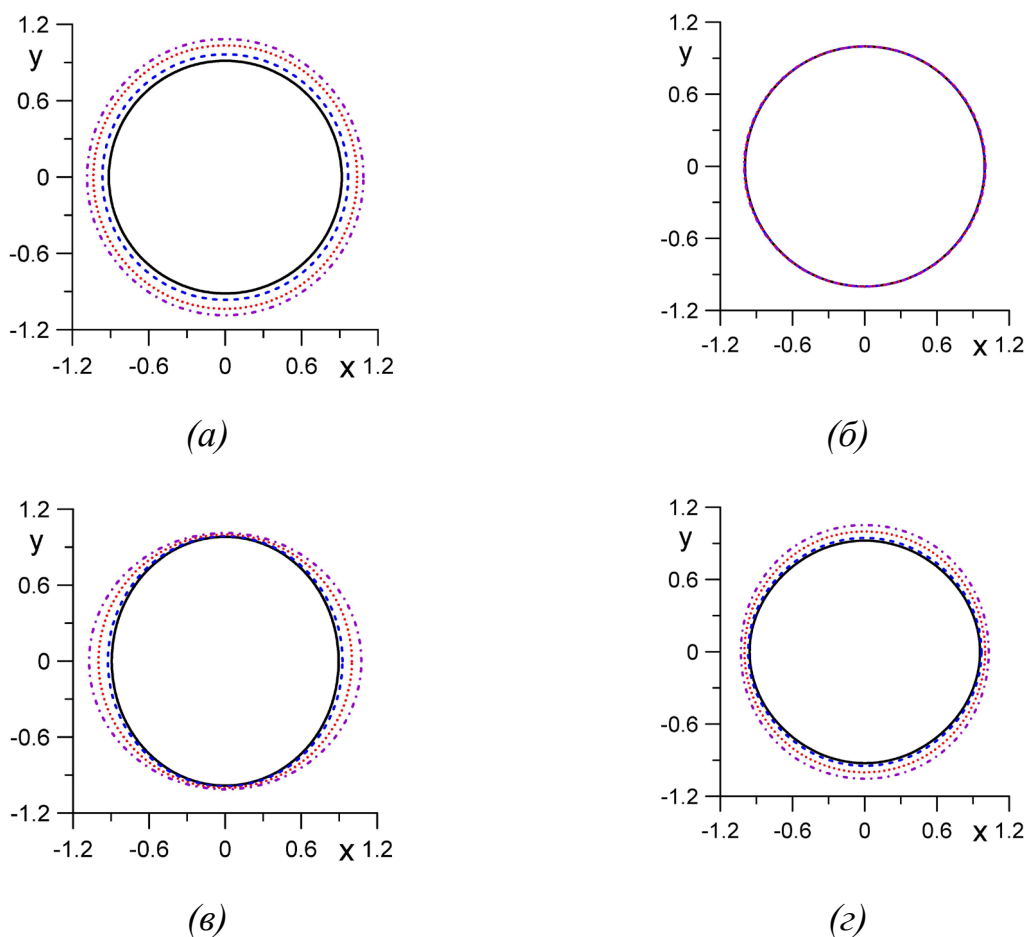


Рис. 3. Динамика формы линии контакта за период колебаний $T = 2\pi\omega^{-1}$ ($\rho_i = 1$, $\lambda = 1$, $\omega = 4$, $\varepsilon = 0,1$):

(а) $\Lambda = \lambda$; (б) $k = 0.1$, (в) $k = 1$; (д) $k = 10$.

$t = 0$ – сплошная линия, $t = 0,125$ – штриховая, $t = 0,25$ – пунктирная,
 $t = 0,375$ – штрих-пунктирная

На рисунке 3 показана динамика формы линии контакта капли на подложке для разных значений числа k . В случае однородной поверхности существуют только осесимметричные вынужденные колебания линии контакта (рис. 3а). При малых k линия контакта малоподвижна (рис. 3б). При конечных значениях k , дополнительные азимутальные моды колебаний, которые возбуждаются из-за неоднородности поверхности, оказывают влияние на форму капли (рис. 3в). Для больших значений k форма линии контакта (рис. 3д) близка к форме для однородной поверхности (рис. 3а).

Список литературы

1. *Fayzrakhmanova I. S., Straube A. V.* Stick-slip dynamics of an oscillated sessile drop // *Physics of Fluids*. 2009. Vol. 21. 072104.
2. *Иванцов А. О.* Акустические колебания полусферической капли // *Вестник Пермского университета. Серия: Физика*. 2012. Вып. 3(21). С. 16–23.
3. *Картавых Н. Н., Шкляев С. В.* О параметрическом резонансе полуцилиндрической капли на осциллирующей твердой подложке // *Вестник Пермского университета. Серия: Физика*. 2007. Вып. 1(6). С. 23–28.
4. *Hocking L. M.* The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. Vol. 179. P. 253–266.
5. *Alabuzhev A. A.* Influence of heterogeneous plates on the axisymmetrical oscillations of a cylindrical drop // *Microgravity Science and Technology*. 2018. Vol. 30 (1–2). P. 25–32.
6. *Алабужев А. А., Кашина М. А.* Влияние различия свойств поверхностей на осесимметричные колебания сжатой капли в переменном электрическом поле // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. 2018. Т. 61. № 8–9. С. 662–676.

МЕТОД ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ДЛИННОВОЛНОВОЙ КОНВЕКЦИИ

Э. В. Пермякова^{a,b}, Д. С. Голдобин^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Методы экспоненциальных разностей по времени дают устойчивые явные схемы для систем с быстро затухающими или осциллирующими модами, снимая ограничение на величину шага по времени. Использование этих методов позволяет радикально снижать скорость накопления погрешности при численном интегрировании консервативных систем. В работе предлагается подход, при котором коэффициенты схем вычисляются путем прямого численного интегрирования некоторых вспомогательных задач на коротком временном интервале – одном шаге схемы.

Ключевые слова: методы экспоненциальных временных разностных схем; жесткие системы; недиагональные уравнения

EXPONENTIAL TIME DIFFERENCING FOR EQUATIONS OF LONGWAVE CONVECTION

E. V. Permyakova^{a,b}, D. S. Goldobin^{a,b}

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Exponential time differencing methods provide instability-free explicit schemes for systems with fast decaying or oscillating modes, without limitation on the time step size. With these methods, one can drastically diminish the error accumulation rate for numerical simulation of conservative systems. We introduce an approach, where the scheme coefficients are obtained from the direct numerical integration of certain auxiliary problems over a short time interval — one scheme step size.

Keywords: exponential time differencing; stiff systems; nondiagonal equations

Введение

Обширный класс задач механики сплошных сред и статистической физики характеризуется наличием быстро затухающих или осциллирующих мод [1, 2]. Системы с такими модами принято называть «жесткими». С точки зрения физики такие моды, особенно затухающие, зачастую малозначительны и слабо влияют на динамику системы. Однако наличие

таких мод может приводить к численной неустойчивости схем с конечным шагом по времени.

Проблема возникновения численной неустойчивости может быть решена либо выбором достаточно малого шага по времени для явных схем, либо использованием устойчивых неявных схем. Первый вариант в ряде задач требует чрезвычайной малости шага по времени, а второй – требует индивидуальной математической подготовки для нетипичных уравнений, может быть проблематичен для двух и трехмерных задач, не всегда возможен при случайной пространственной неоднородности параметров. Для численного интегрирования жестких систем были предложены методы экспоненциальных временных разностных (ЭВР) схем Кокса–Мэттьюса [3]. Эти методы, будучи явными, устойчивы при любой величине шага по времени.

Метод экспоненциальных разностей по времени

Рассмотрим динамическую систему, описываемую уравнениями вида

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{f}(\mathbf{u}, t), \quad (1)$$

где $\mathbf{u}(t)$ – N -компонентный вектор, \mathbf{L} – матрица $N \times N$, $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$ – нелинейная часть уравнений. К такому виду можно прийти, например, от уравнений типа $\frac{\partial u}{\partial t} = (-1)^{n-1} \frac{\partial^{2n} u}{\partial z^{2n}} + \dots$, представляя значения функции $u(z, t)$ на каждом шаге по координате z в виде компонент вектора $\mathbf{u}(t)$: $u_i(t) = u(z_0 + i \cdot h, t)$, $i = \overline{1, N}$, тогда: $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t))^T$. Проводя дискретизацию производной n -го порядка по пространственной координате z , можно получить компоненты матрицы \mathbf{L} .

Нелинейная часть уравнений $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$ может зависеть от времени и, более того, иметь линейную составляющую. В этом смысле, разделение линейной части уравнений между $\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$ и $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$ не определено однозначно и осуществляется так, чтобы все существенные потенциальные источники численных неустойчивостей были собраны в слагаемом $\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$ с постоянными коэффициентами.

Для численного интегрирования уравнений типа (1) могут быть использованы методы экспоненциальных разностей по времени типа Рунге–Кутта [3]. Будем рассматривать следующий двухшаговый метод:

$$\mathbf{b}(t+h) = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t), \quad (2)$$

$$\mathbf{u}(t+h) = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}(t) + \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t) + \mathbf{M}_2 \cdot \frac{\mathbf{f}(\mathbf{b}(t+h), t+h) - \mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t)}{h}, \quad (3)$$

где h – шаг по времени, $\mathbf{b}(t+h)$ – предварительная грубая оценка решения на новом шаге по времени, используемая для разностного вычисления

полной производной $\mathbf{f}(\mathbf{u}(t), t)$ по времени, а второе уравнение дает $\mathbf{u}(t+h)$ с точностью h^3 . Матрицы $\mathbf{Q} \equiv \exp(\mathbf{L}h)$, $\mathbf{M}_1 \equiv \mathbf{L}^{-1} \cdot [\exp(\mathbf{L}h) - \mathbf{I}]$ и $\mathbf{M}_2 \equiv \mathbf{L}^{-2} \cdot [\exp(\mathbf{L}h) - \mathbf{I} - \mathbf{L}h]$, где экспонента от оператора или матрицы \mathbf{A} стандартно определяется рядом

$$\exp(\mathbf{A}) = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \frac{1}{2} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{3!} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{4!} \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} + \dots$$

(здесь \mathbf{I} – единичная матрица). Важной особенностью методов ЭРВ является то, что они строят точное решение для линейной части уравнений $(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{u})$, а приближения вводятся только для вычисления вкладов, связанных с $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$. Погрешность схемы (2)–(3) на одном шаге по времени равна $-h^3(d^2\mathbf{f}/dt^2)/12$ [3].

В случае недиагонального вида матрицы \mathbf{L} , аналитическое вычисление матриц \mathbf{Q} , \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 может быть чрезвычайно трудоемко или невозможно. Для матрицы \mathbf{L} произвольного вида, может быть более целесообразно численное нахождение матриц \mathbf{Q} , \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 на подготовительном этапе счета. В настоящей работе предлагается численное нахождение всех коэффициентов ЭВР схем путем численного интегрирования вспомогательных задач на одном шаге ЭВР схемы по времени (см. детали в [4]). Поскольку интегрирование вспомогательных задач осуществляется только один раз — на подготовительном этапе работы программы — и на очень коротком интервале времени, для этого можно использовать простейшие явные разностные схемы с очень малым шагом по времени.

Тестовые примеры

Используем данный подход для типичной ЭВР схемы типа Рунге–Кутты второго порядка точности и протестируем ее использование для двух примеров: двухмерная система с реакцией-диффузией при стационарных условиях и одномерное уравнение Кана–Хилларда [1, 2].

Рассмотрим динамику системы с реакцией-диффузией на плоскости (x, z) :

$$\dot{C}(x, z, t) = \lambda C(x, z, t) - C^2(x, z, t) + D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) C(x, z, t) \quad (4)$$

при стационарных условиях, $\lambda(t) = \text{const}$. На границах прямоугольной области полагаем тривиальные условия

$$C(0, z, t) = C(L_x, z, t) = C(x, 0, t) = C(x, L_z, t) = 0.$$

Проводя дискретизацию по пространственным координатам, $x_j = j\Delta x = jL_x / (N_x + 1)$ и $z_k = k\Delta z = kL_z / (N_z + 1)$, можно перейти от уравнения (4) к уравнению типа (1) для вектора $\mathbf{u}(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{j+N_x(k-1)}(t) = & \frac{D}{(\Delta x)^2} \left(u_{j+1+N_x(k-1)}(t) - 2u_{j+N_x(k-1)}(t) + u_{j-1+N_x(k-1)}(t) \right) + \\ & + \frac{D}{(\Delta z)^2} \left(u_{j+N_x k}(t) - 2u_{j+N_x(k-1)}(t) + u_{j+N_x(k-2)}(t) \right) + \lambda u_{j+N_x(k-1)}(t) - u_{j+N_x(k-1)}^2(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $u_{j+N_x(k-1)}(t) = C(x_j, z_k, t)$. Для нетривиальных компонент $u_{j+N_x(k-1)}(t)$ индексы $j = 1, 2, \dots, N_x$ и $k = 1, 2, \dots, N_z$.

Линейная ($\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$) и нелинейная $\mathbf{f}(\mathbf{u}, t)$ части уравнения имеют вид:

$$(\mathbf{L} \cdot \mathbf{u})_i = \frac{D}{(\Delta x)^2} (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}) + \frac{D}{(\Delta z)^2} (u_{i+N_x} - 2u_i + u_{i-N_x}), \quad (6)$$

$$f_i(\mathbf{u}, t) = \lambda u_i - u_i^2, \quad i = j + N_x(k-1). \quad (7)$$

На рис. 1 представлены результаты счета двумерной задачи (4) с помощью метода экспоненциальных разностей по времени (2)–(3) с шагом $h = 10^{-3}$; интегрирование вспомогательных задач осуществлялось с шагом $h_1 = 10^{-4}$; $N_x = 19$ ($\Delta x = 0.05$), $N_z = 24$ ($\Delta z = 0.04$).

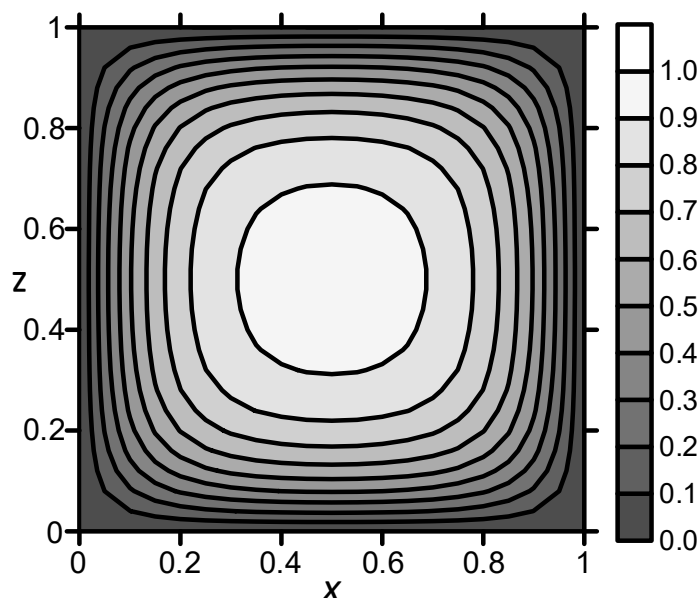


Рис. 1. Установившееся поле концентрации при $\lambda = 1$, $D = 0.01$

Рассмотрим уравнение динамики Кана–Хилларда (Cahn–Hilliard) [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t} C(z, t) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(-q(z)C(z, t) + C^3(z, t) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} C(z, t) \right). \quad (8)$$

Формирование пространственно неоднородных структур в данной системе требует $q(z) > 0$.

В табл. 1 приведены данные относительно скорости численного моделирования уравнения (8) при постоянных однородных параметрах и

граничных условиях $C|_{z=0} = C|_{z=L} = (\partial C / \partial z)|_{z=0} = (\partial C / \partial z)|_{z=L} = 0$ с использованием для решения вспомогательных задач следующей разностной схемы:

$$u_i(t+h_1) = u_i(t) + h_1 \left[\frac{F_{i+1}(t) - 2F_i(t) + F_{i-1}(t)}{(\Delta z)^2} - \frac{u_{i+2}(t) - 4u_{i+1}(t) + 6u_i(t) - 4u_{i-1}(t) + u_{i-2}(t)}{(\Delta z)^4} \right], \quad (9)$$

$$F_i(t) = -q(z_i)C(z_i, t) + C^3(z_i, t).$$

Табл. 1. Сравнение скорости численного счета

Задача	Параметры разностных схем	Среднее по 100 испытаниям время работы ядра процессора		
		Метод Эйлера (сек)	Метод ЭВР (сек)	Вспомогательные задачи для ЭВР (сек)
2D система $x \in [0,1]$, $z \in [0,1]$, $t = 0 \div 20$	$h = 4 \cdot 10^{-3}, h_1 = 10^{-5}$, $N = 24 \times 24 (\Delta x = \Delta z = 0.04)$	1.68	0.181	0.43
	$h = 4 \cdot 10^{-3}, h_1 = 10^{-5}$, $N = 49 \times 49 (\Delta x = \Delta z = 0.02)$	6.87	2.79	7.55
Уравнение Кана–Хилларда $q = 1, z \in [0,10]$, $t = 0 \div 100$	$h = \Delta z, h_1 = 0,1(\Delta z)^4$, $N = 199 (\Delta z = 0.05)$	59.8	0.111	12.2
	$h = 2(\Delta z)^2, h_1 = 0,1(\Delta z)^4$, $N = 199 (\Delta z = 0.05)$		1.07	1.23
	$h = \Delta z, h_1 = 0,1(\Delta z)^4$, $N = 299 (\Delta z = 0.0333\dots)$	456	0.488	91.1
	$h = 2(\Delta z)^2, h_1 = 0,1(\Delta z)^4$, $N = 299 (\Delta z = 0.0333\dots)$		7.27	6.10

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-42-04120).

Список литературы

1. Cahn J. W., Hilliard J. E. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy // Journal of Chemical Physics. 1958. Vol. 28 (2). P. 258–267.

2. *Kuramoto Y., Tsuzuki T.* Persistent propagation of concentration waves in dissipative media far from thermal equilibrium // *Progress of Theoretical Physics*. 1976. Vol. 55 (2). P. 356–369.
3. *Cox S. M., Matthews P. C.* Exponential Time Differencing for Stiff Systems // *Journal of Computational Physics*. 2002. Vol. 176 (2). P. 430–455.
4. *Permyakova E. V., Goldobin D. S.* Exponential Time Differencing for Stiff Systems with Nondiagonal Linear Part // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2020. Vol. 61 (7). P. 1227–1237.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ СРЕДУ С УЧЕТОМ ЗАКУПОРКИ

М. Р. Хабин^{a,b}, Н. В. Колчанов^{a,b}, А. В. Евграфова^b, Б. С. Марышев^{a,b}
^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15
^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В работе моделируется эксперимент по исследованию транспорта примеси (соленого раствора) через массив пористой среды. Описание транспорта в пористой среде с учётом закупорки производится в рамках нелинейной МИМ (mobile/immobile media), течение смеси рассматривается в приближении Дарси с учетом зависимости проницаемости от пористости на основе соотношения Козени-Кармана. Параметры модели определяются из экспериментальных данных с помощью решения обратной задачи. Получены параметры для пяти реализаций эксперимента при различных перепадах давления и начальных концентраций солевого раствора.

Ключевые слова: пористая среда; обратная задача; закупорка

MODELING OF FLOW THROUGH A POROUS MEDIUM WITH CLOGGING

M. R. Khabin^{a,b}, N. V. Kolchanov^{a,b}, A. V. Evgafova^b, B. S. Maryshev^{a,b}
^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm
^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The paper is devoted to the modelling of experiment to study the transport of impurities (saline solution) through the porous media. The description of transport in a porous medium, taking into account clogging, is carried out within the framework of nonlinear MIM (mobile / immobile media). The flow of the mixture is considered in the Darcy approximation, taking into account the dependence of permeability on porosity based on the Kozeny-Karman expression. The parameters of the model are determined from experimental data by solving the inverse problem. The parameters are obtained for five realizations of the experiment at various pressure drops and initial concentrations of the saline solution.

Keywords: porous media; inverse problem; clogging

Работа посвящена верификации модели, описывающей транспорт примеси в пористой среде. Экспериментальная верификация модели применяемой для описания транспорта примеси в пористой среде осложнена тем, что экспериментальное измерение параметров транспорта, входящих в модель, либо затруднено, либо не является возможным. Модель, параметры которой определяются в данной работе, описывает эксперимент,

поставленный Евграфовой А. В. и Колчановым Н. В. [1, 2], для исследования влияния закупорки на транспорт примеси. Экспериментальная установка представляет собой рабочую область, заполненную пористой средой, через которую прокачивается жидкость с примесью, под действием постоянного перепада давления между концами рабочей области. На основе данных полученных в ходе эксперимента может быть решена обратная задача по определению параметров выбранной модели переноса примеси. Настоящая работа посвящена решению обратной задачи по идентификации параметров переноса примеси фильтрационным потоком в пористой среде. Представляется, что наиболее оптимальным методом её решения является ВFGS-метод в сочетании с методом присоединенной функции.

Диффузию в пористой среде обычно описывают с помощью стандартного закона Фика, часто, при таком описании возникают расхождения с экспериментальными данными, вследствие чего требуется модификация стандартного подхода. Одним из вариантов такой модификации является МИМ (mobile-immobile media) подход [3], в рамках которого предполагается, что общая концентрация примеси может быть разделена на две составляющих: неподвижной фаза и подвижная фаза.

Нелинейная МИМ модель с насыщением [4] – используется для описания транспорта в пористых средах в присутствии значительного количества растворенного вещества. Предполагается, что концентрация примеси в неподвижной фазе не должна превышать некоторое предельное значение. Этот эффект был рассмотрен в [4] рамках кинетической модели второго порядка, в которой скорость адсорбции линейно зависит от разницы между предельной концентрацией насыщения и концентрацией частиц в неподвижной фазе. В исследуемых экспериментальных данных наблюдается снижение расхода, предположительно связанное с явлением закупорки пористой среды. Как показано в работах [5, 6] закупорка, может наблюдаться по причине уменьшения порового пространства за счет оседания (адсорбции) частиц примеси на стенках пор. Задача состоит в том, чтобы для переноса примеси течением в пористой среде определить параметры нелинейной МИМ модели на основе экспериментальных данных.

Экспериментальная установка. Результаты эксперимента

Основной целью настоящей работы является проверка модели транспорта примеси с учетом закупорки путем сравнения с экспериментальными данными, а также определение транспортных параметров модели применимых для конкретного эксперимента.

Эксперимент проводился Евграфовой А.В и Колчановым Н.В. целью эксперимента было исследование процесса выноса соли (NaCl) при прокачке рассола через массив пористой среды. В качестве пористой среды был использован стеклянный гранулят с размером фракций 0.8–1.2 мм. Пористость чистой среды составляла $\phi_0 = 0.365$. Пористый материал был

помещен в латунную трубу длиной $L = 392$ мм и диаметром $d = 15.6$ мм, с торцов пористая среда ограничивалась латунными сетками (размер ячейки латунной сетки был меньше размера фракций гранулята). В трубу подавалась вода под постоянным давлением, создававшимся с помощью поднятого на определенную высоту сосуда Мариотта. Принципиальная схема установки изображена на рисунке 1. Через противоположный конец трубы эта вода вытекала в мерный стакан. На входе и выходе из пористой среды расположены манометрические трубки для измерения фактического перепада давления. Сосуд Мариотта представляет собой бутылку емкостью 10 л, в горлышко которой вставлена пробка с открытой трубкой. На нижнем срезе этой трубки давление равно атмосферному. По этой причине до тех пор, пока уровень жидкости в сосуде находится над этим срезом, гидростатическое давление на выходе из бутылки оставалось неизменным с точностью до небольших пульсаций, связанных с проникновением цепочки пузырьков воздуха через трубку в воздушное пространство над жидкостью по мере ее вытекания. Для обеспечения полного заполнения пор среда изначально смачивалась дистиллированной водой и послойно утрамбовывалась.

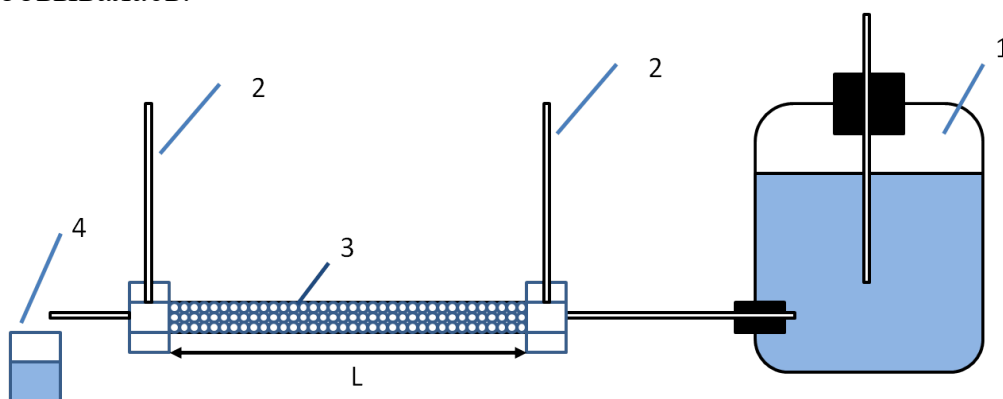


Рис. 1. Схематическое расположение элементов экспериментальной установки. Введены следующие обозначения: 1 – сосуд Мариотта; 2 – манометрические трубки; 3 – рабочая труба, заполненная пористым материалом; 4 – мерный стакан

Постановка одномерной задачи о переносе примеси

Исследуется одномерное течение двухкомпонентной смеси через массив пористой среды. Фильтрация жидкости описывается в приближении Дарси, транспорт примеси описывается с помощью нелинейной МММ модели [4], зависимость пористости от концентрации осевших частиц предполагается линейной. Закупорка описывается в рамках модели Козени-Кармана, как взаимно однозначное соответствие между пористостью и проницаемостью среды. Принципиальная схема решаемой задачи представлена на рисунке 2.

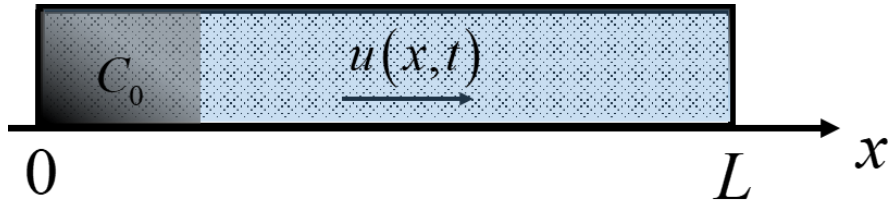


Рис. 2. Принципиальная схема одномерного транспорта примеси в рабочей области длины L

Моделируется одномерный транспорт через ограниченную область пористой среды длиной L . Перепад давления между границами области предполагается постоянным ($\delta p = P_2 - P_1$) на левой границе области (входе) течение интервала времени $t \in [0, t^*]$ задается поток примеси с постоянной концентрацией C_0 на правой границе задается условие свободного вытекания. Математически задача может быть сформулирована следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left(c + \frac{q}{\phi_0} \right) = \frac{\gamma}{\eta \phi_0} \frac{(\phi_0 - q)^3}{(1 - \phi_0 - q)^2} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial c}{\partial x} + D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} = a(q_0 - q)c - bq, \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{(3 - \phi_0 - q)}{(\phi_0 - q)(1 - \phi_0 - q)} \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где c, q – объёмные концентрации примеси мобильной и немобильной компоненты соответственно, q_0 – концентрация насыщения немобильной компоненты, p – давление, a, b – параметр адсорбции и десорбции, D – эффективный коэффициент диффузии. ϕ_0 – пористость незагрязнённой среды, u – скорость фильтрации, γ – параметр Козени-Кармана, η – динамическая вязкость несущей жидкости.

$$\begin{aligned} p|_{x=0} = P_1, \quad p|_{x=L} = P_2, \quad u = -\frac{\gamma}{\eta} \frac{(\phi_0 - q)^3}{(1 - \phi_0 - q)^2} \nabla p, \\ u|_{x=0} c|_{x=0} - (\phi_0 - q|_{x=0}) D \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=0} = u|_{x=0} f(t), \\ f(t) = \begin{cases} C_0, & t \leq t^* \\ 0, & t > t^* \end{cases}, \quad \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \\ c(x, t = 0) = 0, \quad q(x, t = 0) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Результаты

Рассмотренный метод оценки параметров математической модели, которая описывает транспорт примеси в пористой среде в приближении слабой закупорки, был применен к реальным данным, полученным в ходе экспериментов Колчанова Н. В. и Евграфовой А. В. [1, 2]. Результат работы метода для некоторого набора экспериментальных данных представлен на рисунке 3. Из рисунка 3*b* видно, что модели удаётся воспроизвести резкое уменьшение расхода при введении примеси в рабочую область, а также излом функции вблизи момента времени $t=1000$ с связанный с прекращением подачи примеси в рабочую область. Рисунок 3*a* демонстрирует, что хвосты распределения, полученного входе численного моделирования, совпадают с хвостами распределений, измеренными экспериментально. Однако имеется значительное различие в высоте этих распределений, связанное с тем, что алгоритм не может подобрать параметры, которые одновременно хорошо описывали и кривую расхода и распределение концентрации на выходе. Также на рисунке 3*b* можно заметить, что при вымывании примеси из области наблюдается монотонное возвращение расхода до исходного уровня. Экспериментальная кривая релаксирует к исходному значению немонотонно, наблюдается нелинейный эффект, заключающийся в ещё одном снижении расхода, вследствие закупорки среды около выхода из рабочей области. Этот эффект не может быть описан рассматриваемой моделью, поскольку применяются граничные условия постоянства давления на концах рабочей области. Изначально должный контроль давления на концах рабочей области в эксперименте не производился. При дальнейших экспериментальных исследованиях было обнаружено, что в результате закупорки давление на концах рабочей области значительно изменяется, а также были произведены измерения давления. Было показано, что зависимость давления со временем по форме повторяет кривую расхода, что не учитывает рассматриваемая модель.

Табл. 1. Параметры модели для пяти реализаций эксперимента

$\delta P, \text{Па}$	C_0	$\kappa(\varphi_0), \text{см}^2$	$a, 1/\text{ч}$	$b, 1/\text{ч}$	$D, \text{см}^2/\text{ч}$	q_0	$\varepsilon, \%$
240	0.20	$3.97 \cdot 10^{-6}$	103.1	16.54	0.29	0.32	19.15
180	0.20	$4.07 \cdot 10^{-6}$	112.8	19.91	1.25	0.29	5.60
130	0.20	$4.11 \cdot 10^{-6}$	134.6	11.99	2.79	0.31	13.83
230	0.10	$4.01 \cdot 10^{-6}$	133.4	11.43	0.33	0.21	18.92
230	0.05	$4.01 \cdot 10^{-6}$	104.3	10.25	0.59	0.27	16.26

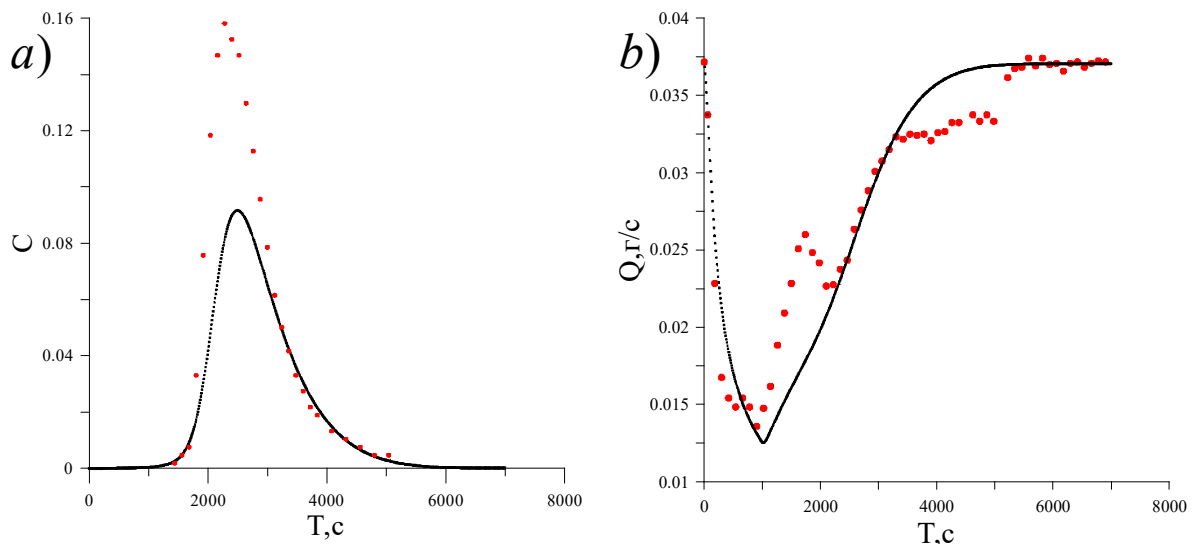


Рис. 3. Результат решения обратной задачи. Экспериментальные точки взяты для перепада давления ($\delta p = 180$) и начальной массовой концентрацией ($C_0 = 0.2$). Красные точки – экспериментальные данные, чёрные точки – данные, полученные численно. Они соответствуют параметрам $a = 112.8$ 1/ч, $b = 19.91$ 1/ч, $D = 1.25$ см²/ч, $q_0 = 0.29$

В таблице 1 представлены полученные параметры для Пети реализаций эксперимента. Здесь для лучшей характеристики результата решения обратной задачи использована относительная погрешность расчета:

$$\varepsilon = \frac{100\%}{K_1 + K_2} \left(\sum_{k'} \left(\frac{Q_N^{k'} - Q_{eN}^{k'}}{Q_{eN}^{k'}} \right)^2 + \sum_{k''} \left(\frac{c_N^{k''} - C_{eN}^{k''}}{C_{eN}^{k''}} \right)^2 \right). \quad (1)$$

Из таблицы видно, что решение обратной задачи выдает достаточно грубое приближение, что, прежде всего, связано с несоответствием реального эксперимента и рассмотренной модели, в дальнейшем необходимо учесть изменение давления на границах рабочей области.

Заключение

Проведено моделирование транспорта примеси в пористой среде с учетом закупорки. Выведены уравнения, описывающие транспорт, поставлена одномерная задача о транспорте заданного объема примеси через массив пористой среды. Разработан и протестирован численный алгоритм решения такой задачи, показана его сходимость на сравнении численного решения с аналитическим решением для тестовой задачи. Разработан алгоритм решения обратной задачи по определению параметров модели на основе сравнения с экспериментальными данными. Получены разностные уравнения для присоединенной функции. Алгоритм решения обратной задачи протестирован на эталонных данных, показана хорошая

сходимость и эффективность разработанного алгоритма. Решена обратная задача по определению параметров модели закупорки на основе экспериментальных данных. Получены оценки коэффициентов сорбции, концентрации насыщения неподвижной компоненты примеси и эффективного коэффициента диффузии. Видно, что среда сильно адсорбирует соль (коэффициент адсорбции минимум в семь раз выше коэффициента десорбции). Произведена оценка концентрации насыщения неподвижной компоненты, она оказалась существенно меньше, чем интегральная пористость чистой среды. Что оправдывает применение модели слабой закупорки. Однако, результаты решения обратной задачи дали достаточно грубую оценки реальных параметров, точность в среднем составляет около 15%, а даже в наиболее удавшейся реализации остается ниже 5%. Это связано с несоответствием модели, реальным условиям эксперимента. В настоящее время эксперимент произведен более тщательно, получены данные, позволяющие улучшить модель и алгоритм решения обратной задачи, с целью повысить точность предсказания.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20125).

Список литературы

1. Колчанов Н. В., Евграфова А. В., Казакова Е. А., Колчанова Е. А. Влияние примесей NaCl на расход протекающей сквозь пористую среду воды // XXII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь, 2021. С. 170.
2. Хабин М. Р., Колчанов Н. В., Евграфова А. В., Марышев Б. С. Идентификация параметров переноса примеси при закупорке пористой среды // XXII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь, 2021. С. 336.
3. Deans H. A. A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Vol. 3 (1). P. 49–52.
4. Selim H. M. Prediction of contaminant retention and transport in soils using kinetic multireaction models // Environmental health perspectives. 1989. Vol 83. P. 69–75.
5. Maryshev B. S. The linear stability of vertical mixture seepage into the close porous filter with clogging // Fluid Dynamics Research. 2016. Vol. 49 (1). 015501.
6. Roth E. J., Gilbert B., Mays D. C. Colloid deposit morphology and clogging in porous media: fundamental insights through investigation of deposit fractal dimension // Environmental Science and Technology. 2015. Vol. 49. 12263.

ИССЛЕДОВАНИЕ УГЛЕРОДНОГО ПОКРЫТИЯ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО ШЕРОХОВАТОСТИ

Д. О. Хаюмов^{a,b}, В. А. Демин^a

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bПАО Пермская научно-производственная приборостроительная компания,
614990, Пермь, 25 октября, 106

В данной работе проведено исследование влияния газообразного водорода на оптическое волокно (ОВ) в углерод/полиимидном покрытии и определены параметры шероховатости оптического волокна в углеродном покрытии (УП) у двух типов волокон.

Ключевые слова: оптическое волокно; углеродное покрытие; водородостойкость; шероховатость

INVESTIGATION OF THE CARBON COATING OF AN OPTICAL FIBER AND ANALYSIS OF ITS ROUGHNESS

D. O. Khayumov^{a,b}, V. A. Demin^a

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bPAO Perm Scientific Production Instrument Company,
106 25 Oktyabrya St., 614990, Perm

In this paper, the effect of hydrogen gas on the optical fiber (OF) in a carbon/polyimide coating is studied and the roughness parameters of the optical fiber in a carbon coating (CC) are determined for two types of fibers.

Keywords: optical fiber; carbon coating; hydrogen resistance, roughness

Оптическое волокно (ОВ) всё больше используются для мониторинга в сложных условиях эксплуатации. В этих случаях такие воздействия, как механические напряжения, высокие температуры и перепады давления, а также наличие молекулярного водорода и других агрессивных химических веществ, влияют на срок эксплуатации систем.

Можно выделить два основных фактора, влияющих на использование волокон в агрессивных условиях: стойкость к возникновению повышенных оптических потерь и стойкость к механическим повреждениям. Повышенные оптические потери связаны с проникновением молекулярного водорода. А при механических испытаниях на прочность начинается рост исходных дефектов в образце, активированный молекулами воды или других веществ из окружающей среды, что приводит к быстрому разрушению волокна. Использование герметичного покрытия, которое может быть углеродным, керамическим или металлическим, помогает решить проблему проникновения водорода в оптическое волокно.

Углеродное покрытие (рис. 1а, 1б) широко применяется для специальных оптических волокон. На это есть две причины: предотвращение диффузии водорода в сердцевину волокна и сохранение механической прочности, связанное с защитой от воздействия влаги на поверхность кварцевой оболочки [1].

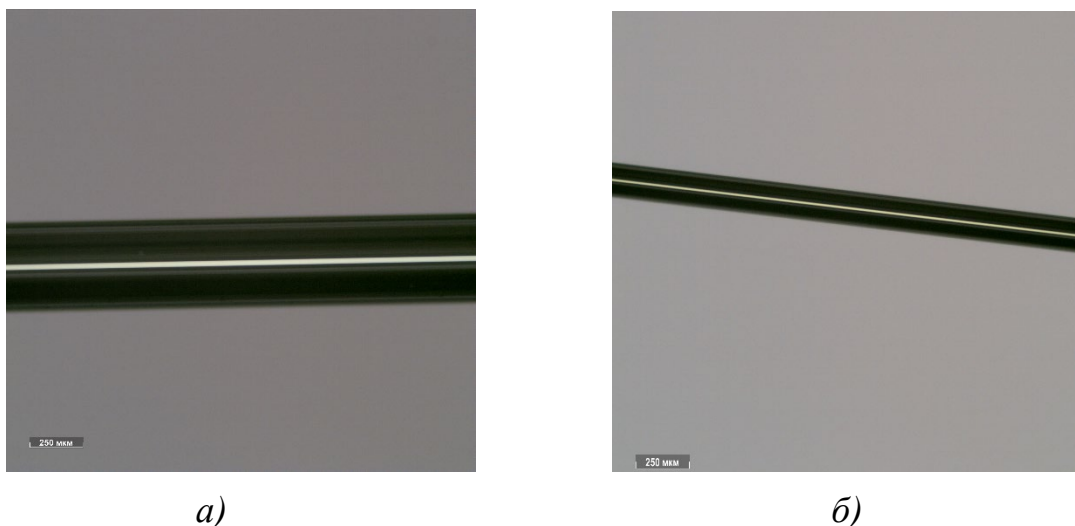


Рис. 1. Углеродное покрытие двух образцов ОВ с разными диаметрами кварцевой оболочки: а) 440 мкм; б) 125 мкм

Защитные свойства углеродного слоя связаны с его молекулярной структурой и толщиной покрытия, составляющей несколько десятков нанометров. При такой толщине покрытие не создает значительных нагрузок на волновод, следовательно, не вызывает затухания, связанного с микроизгибами. Подобно кварцу, углеродные покрытия являются хрупкими, поэтому после нанесения слоя углерода волокно дополнительно защищается еще одним покрытием, как правило, акрилатным, медным или полиимидным [2]. В то же время водородостойкость зависит от некоторых параметров УП: шероховатость, толщина и сопротивление.

В работе [3] были проведены исследования зависимости предела прочности и водородостойкости от шероховатости и толщины углеродного покрытия ОВ. Был исследован образец длиной 200 м, толщина УП которого составляла 35 нм. Для определения водородостойкости образец ОВ в УП помещали в герметичный сосуд при температуре 75°C и подавали газообразный молекулярный водород под давлением 1 атм. Оптические потери на длине волны 1.24 мкм (пик, вызванный колебаниями молекул водорода) непрерывно контролировались и были признаны стабильными в течение 300 ч. Напротив, обычное негерметичное волокно показало увеличение оптических потерь более чем на 6 дБ/км за тот же промежуток времени. Также было установлено, что водородостойкость ОВ зависит от толщины нанесенного УП.

Для оценки шероховатости поверхности углеродного покрытия [3] был использован сканирующий туннельный микроскоп. Было установлено, что гладкая поверхность необходима для получения высокой прочности. Полученные результаты показали, что при шероховатости 5 нм, предел прочности составлял от 5 до 6.2 ГПа. Также было определено, что при шероховатости выше 30 нм ОВ является непригодным из-за низкой предельной прочности. Это значение шероховатости было принято за граничное значение.

Поскольку проблематично исследовать УП после нанесения защитно-упрочняющего покрытия (ЗУП), то по серийной технологии на ПАО ПНППК были вытянуты отрезок ОВ №1 в УП без полиимидного ЗУП с диаметром кварцевой оболочки 125 мкм и отрезок ОВ №2 в УП без медного ЗУП с диаметром кварцевой оболочки 440 мкм. Толщина углеродного слоя у образцов – 50 нм.

На СЭМ TUSCAN MIRA 3 были получены изображения поверхности ОВ в углеродном покрытии (рис. 2). Полученные изображения показывают, что поверхность ОВ не имеет дефектов и является гладкой. Однако на некоторых участках поверхности можно наблюдать небольшие одиночные выступы, предположительно связанные с недостаточной очисткой поверхности ОВ перед измерением.

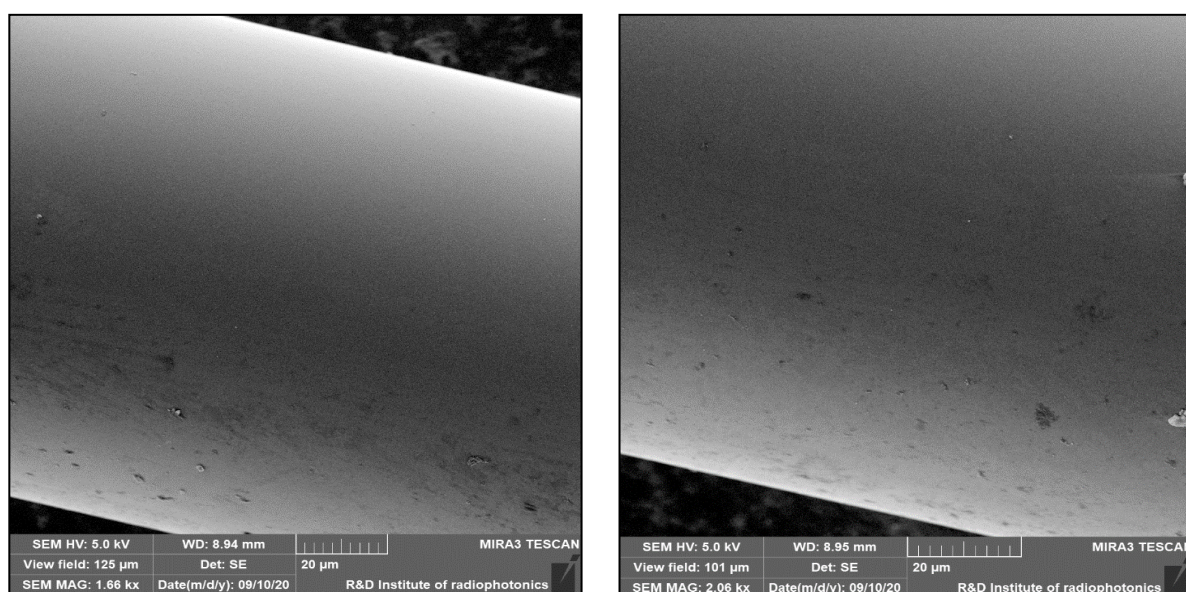


Рис. 2. Результаты СЭМ ОВ в углеродном покрытии без полиимидного ЗУП

Были получены результаты шероховатости ОВ №1 и ОВ №2 в углеродном покрытии без ЗУП с помощью контактного профилометра Taylor Hobson Form Talysurf 50 112/2011 с диаметром кантилевера 2 мкм (рис. 3). Неопределенность измерения параметров шероховатости на контактном профилометре: ($\pm 2\% + 4$) нм.

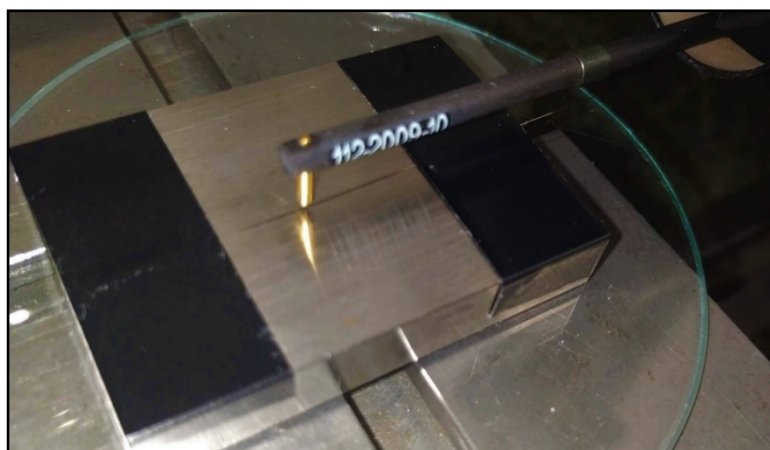


Рис. 3. Установка кантилевера контактного профилометра на поверхность ОБ

Формула для расчета шероховатости R_a [нм] (1):

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|, \quad (1)$$

где n – количество отклонений, y_i – единичное отклонение [нм]. R_a – среднее арифметическое из абсолютных значений отклонений профиля в пределах базовой длины.

Были измерены 4 участка ОБ каждого вида. Результаты шероховатости (R_a) представлены в таблице 1.

Табл. 1. Результаты шероховатости УП исследуемых образцов с помощью контактного профилометра

Образец	Длина отрезка, мм	Шероховатость (R_a), нм
Требования	–	< 30
№ 1	0.32	20.4
		14.8
	0.96	12.5
		16.3
№ 2	0.80	13.6
		12.0
	0.96	18.0
		11.6

На графике (рис. 4) показана зависимость длины, пройденной кантилевером, от отклонений кантилевера для исследуемого образца № 1.

Результаты шероховатости для исследуемых ОБ № 1 и № 2 подобны. Наблюдается различие в шероховатости на участках одного исследуемого образца. Возможно, поверхность углеродного слоя или сам кварцевый световод не равномерны, либо имеющийся физический контакт кантилевера

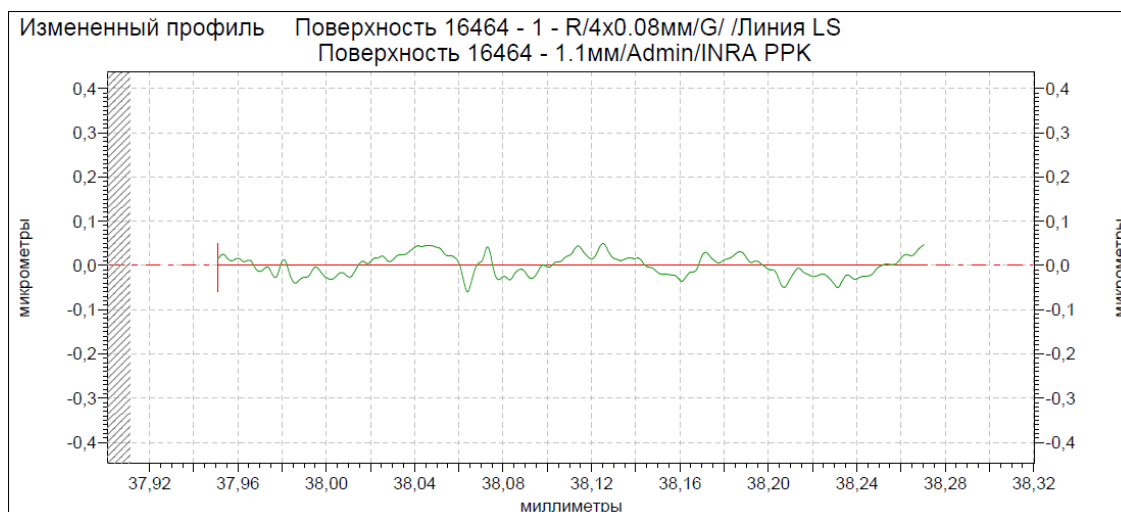


Рис. 4. Шероховатость ОВ № 1 в углеродном покрытии длиной 0.32 мм

с ОВ вносит дополнительную погрешность. При этом полученные результаты для рассматриваемых образцов ОВ меньше 30 нм, что является удовлетворительным результатом.

Были определена шероховатость ОВ № 1 и ОВ № 2 в углеродном покрытии без ЗУП с помощью оптического профилометра MicroHAM-800 с насадкой Nikon 2.5X (рис. 5). Погрешность измерений параметров шероховатости на оптическом профилометре: $(\pm 0,1)$ нм. Результаты шероховатости УП исследуемых образцов с помощью оптического профилометра представлены в таблице 2.

Табл. 2. Результаты шероховатости УП исследуемых образцов с помощью контактного профилометра

Образец	Длина отрезка, мм	Шероховатость (Ra), нм
Требования	–	< 30
№ 1	1.42	10.1
№ 2	2.44	8.7

На графике рис. 6 показана зависимость длины, пройденной детектором, от отклонений детектора для исследуемого образца №2. Наблюдаемый провал, по всей видимости, связан с дефектом на поверхности кварцевого световода, поскольку его глубина превышает 400 нм, что значительно больше толщины УП.

Полученные результаты шероховатости исследуемых ОВ в углеродном покрытии изготовленных в ПАО ПНППК по серийной технологии соответствуют литературным данным [3]. Предельная прочность ОВ в которых используется углеродный слой находится в диапазоне от 3 до 7 ГПа.



Рис. 5. Оптический профилометр MicroHAM-800 с насадкой Nikon 2.5X

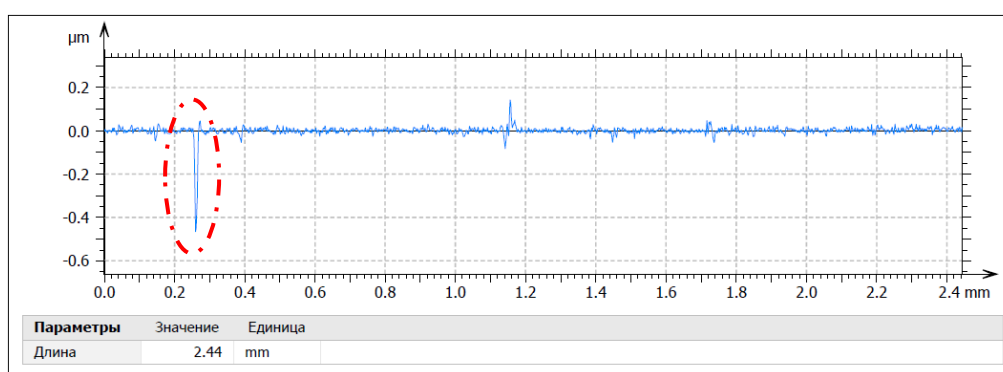


Рис. 6. Шероховатость ОВ № 2 в углеродном покрытии длиной 2.44 мм

ОВ в которых используется углеродный слой являются устойчивыми к водороду и не имеют прироста оптических потерь в атмосфере водорода, однако некоторые ОВ с УП имеют прирост оптических потерь в тех же условиях. Далее необходимо выяснить, какое влияние вносит шероховатость углеродного покрытия на предельную прочность и водородостойкость ОВ.

Список литературы

1. *Hiskes R. et al.* High performance hermetic optical fibers // Tech. Dig. Optical Fiber Commun. Conf. 1984. Paper W16.
2. *Huff R. G., Dimarcello F. V., Hart A. C.* Amorphous carbon hermetically coated optical fiber // Tech. Dig. Optical Fiber Commun. Conf. 1988. Paper TUG-2.
3. *Yoshizawa N., Tada H., Katsuyama Y.* Strength improvement and fusion splicing for carbon-coated optical fiber // Journal of Lightwave Technology. 1991. Vol. 9 (4). P. 417–421.

КОНВЕКЦИЯ ТРЁХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ С ЭФФЕКТОМ СОРЕ В ПОДОГРЕВАЕМОЙ СНИЗУ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОЛОСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

И. С. Шубенков^{a,b}, Т. П. Любимова^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

В данной работе проведено исследование конвекции трёхкомпонентной смеси в подогреваемой снизу горизонтальной полости пористой среды с учётом эффекта Соре. Была исследована зависимость от числа Рэлея таких параметров течения как максимум модуля функции тока, кинетическая энергия и число Нуссельта.

Ключевые слова: конвекция; пористая среда; многокомпонентная жидкость; эффект Соре

CONVECTION OF A THREE-COMPONENT MIXTURE WITH THE SORET EFFECT IN A HORIZONTAL CAVITY OF A POROUS MEDIUM HEATED FROM BELOW

I. S. Shubenkov^{a,b}, T. P. Lyubimova^{a,b}

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this paper, we study the convection of a three-component mixture in a horizontal cavity of a porous medium heated from below, taking into account the Soret effect. The dependence on the Rayleigh number of such flow parameters as the maximum modulus of the stream function, kinetic energy, and Nusselt number was investigated.

Keywords: convection; porous medium; multicomponent liquid; Soret effect

Если в жидкости присутствуют примеси, градиент её плотности определяется не только неоднородностями температуры, но и неоднородностями распределения примесей. В отличие от чистых сред, смеси различных веществ обнаруживают гораздо большее разнообразие переходных процессов и структур благодаря наличию нескольких механизмов теплообмена.

Неустойчивость в многокомпонентной смеси может иметь место не только при нагреве снизу, но и при нагреве сверху, если тяжёлый компонент смеси концентрируется у нагретой границы в результате термодиффузии. В этом случае эффект термодиффузии оказывает существенное влияние на границу конвективной устойчивости. Причём, он может, как уменьшать критическое значение числа Рэлея, так и увеличивать его.

Конвекция в пористых средах имеет свою специфику, связанную с тем, что тепло в таких системах может распространяться не только по жидкости, но и по пористой матрице. Слой двухкомпонентной жидкости в пористой среде может быть неустойчивым даже в том случае, если плотность жидкости уменьшается снизу вверх.

Задача конвекции многокомпонентных жидкостей особенно актуальна, если речь идёт об описании движения нефти в недрах земли. Нефть является сложной смесью большого количества различных фракций углеводородов. Под землёй она находится в условиях постоянного геотермального градиента температуры в породах, являющихся пористой средой, а её пространственное распределение очень близко к бесконечному горизонтальному слою. Знание особенностей конвективных течений в данных условиях позволит определить места с наибольшим скоплением нефти и сделает её добычу более эффективной.

В данной работе рассматривается вытянутая в горизонтальном направлении прямоугольная полость пористой среды, насыщенной многокомпонентной жидкостью (рис. 1). В слое существуют установившиеся градиенты температуры и концентраций примесей. Вся система находится в поле силы тяжести. Предполагается, что полость имеет жёсткие непроницаемые границы сверху и снизу, на которых поддерживаются постоянные разные температуры. На вертикальных границах устанавливаются периодические условия.

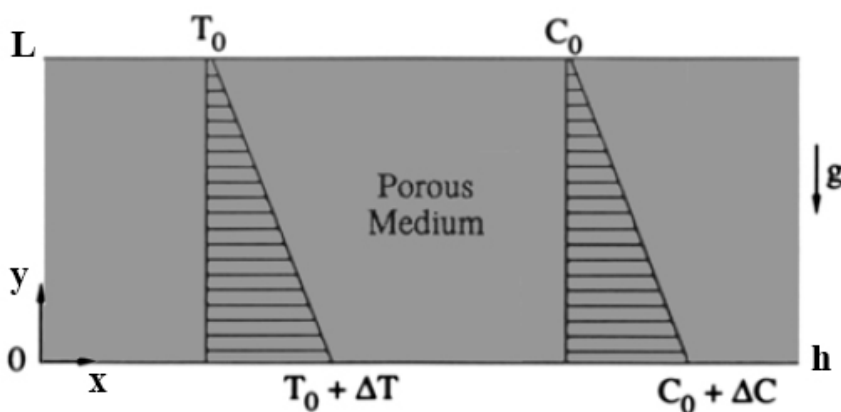


Рис. 1. Геометрия задачи

Считается, что плотность смеси линейно зависит от температуры и концентраций компонент смеси. Система уравнений для свободной конвекции многокомпонентной жидкости с эффектом Соре в пористой среде имеет вид (1) – (4) [1]:

$$0 = -\nabla P - V + Ra_{por}(T + \hat{\psi}\hat{C})e_z, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla T = \nabla^2 T, \quad (2)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \widehat{C}}{\partial t} + V \cdot \nabla \widehat{C} = \widehat{L}e^{-1}(\nabla^2 \widehat{C} - I \cdot \nabla^2 T), \quad (3)$$

$$\nabla \cdot V = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для V , T , C :

$x = 0, h$: периодические условия,

$$y = 0, 1: \quad V = 0, \quad T = 1, 0, \quad \frac{\partial \widehat{C}}{\partial z} - I \cdot \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Рассматривается двумерная конвекция в прямоугольной полости с произвольным соотношением сторон. Вводится функцию тока, определяемая формулами $V_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$, $V_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$. Система уравнений свободной конвекции в терминах функции тока имеет вид (5) – (7):

$$\nabla^2 \Psi = Ra_{por} \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \psi \frac{\partial \widehat{C}}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T, \quad (6)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \widehat{C}}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \widehat{C}}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \widehat{C}}{\partial y} = \widehat{L}e^{-1}(\nabla^2 \widehat{C} - I \cdot \nabla^2 T). \quad (7)$$

Граничные условия принимают вид (8) – (10):

$$x = 0, 1: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \widehat{C}}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

$$y = 0: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, \quad T = 1, \quad \frac{\partial \widehat{C}}{\partial y} - I \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

$$y = 1: \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0, \quad T = 0, \quad \frac{\partial \widehat{C}}{\partial y} - I \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = 0. \quad (10)$$

Здесь

$$Ra_{por} = \frac{Kg\beta_T L \cdot \Delta T}{av}, \quad \varepsilon = \varepsilon^* \frac{(\rho c)_f}{(\rho c)^*}, \quad \widehat{L}e = a(\widehat{D})^{-1}, \quad a = \frac{\lambda^*}{(\rho c)_f},$$

$$C = \widehat{C}_0(\widehat{C}_0 - 1)\Delta T \widehat{D}_T(\widehat{D})^{-1},$$

$$\widehat{\psi} = -\widehat{C}_0(1 - \widehat{C}_0)\beta_T^{-1}B(\widehat{D})^{-1}\widehat{D}_T,$$

Ra_{por} – аналог числа Рэлея для пористой среды,

$\widehat{\psi}$ – вектор-строка отношений разделения,

ε – нормализованная пористость,

\widehat{C} – вектор-столбец концентраций примесей,

$\widehat{L}e$ – диагональная матрица чисел Льюиса,

I – вектор-столбец единиц,

K – проницаемость пористой матрицы,

g – ускорение свободного падения,

β_T – коэффициент теплового расширения,

L – высота полости,
 ΔT – разность температур,
 a – эффективная температуропроводность,
 ν – кинематическая вязкость,
 ε^* – пористость,
 $(\rho c)^*$ – эффективная теплоёмкость пористой среды,
 $(\rho c)_f$ – теплоёмкость жидкой смеси,
 D – матрица коэффициентов молекулярной диффузии,
 D_T – вектор коэффициентов термодиффузии,
 λ^* – эффективная теплопроводность пористой среды,
 h – ширина полости.

Для решения данной задачи была написана программа на языке Fortran. Программа реализует численное решение краевой задачи методом конечных разностей. Для производных по пространству были использованы центральные разности, для производной по времени – односторонняя разность.

Моделирование производилось до выхода на стационарный режим: режим монотонной конвекции, либо режим стационарных колебаний. Через каждое фиксированное количество итераций записывались данные об интегральных характеристиках системы. В конце моделирования сохранялись поля температуры, функции тока и концентраций.

Для моделирования конвекции использовались следующие параметры системы:

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= -0.110, & \psi_2 &= 0.120, \\
 \widehat{Le}_1 &= 147, & \widehat{Le}_2 &= 91, \\
 \varepsilon &= 0.15, & h &= 5.
 \end{aligned}$$

Для расчётов была использована прямоугольная область с соотношением сторон 5x1 (вытянутая по горизонтали). Сетка использовалась равномерная. Разрешение сетки составляло 80 ячеек по вертикали на 400 ячеек по горизонтали. Данное разрешение является достаточным для моделирования структуры течений, реализуемых в данной задаче при исследуемых числах Рэлея.

На рис. 2 представлена зависимость $\text{Max}|\Psi_i|$ от числа Рэлея. В исследуемом диапазоне чисел Рэлея реализуется стационарная четырёх вихревая, либо шести вихревая конвекция. Колебательная конвекция обнаружена не была. Графики говорят о том, что конвекция в данной системе возбуждается жёстким образом.

По полученным данным видно, что в данной системе имеется гистерезис. Если начинать моделирование конвекции с малых возмущений, то конвекция начнёт развиваться при $Ra = 18.75$. Если же начинать моделирование с уже развитой конвекции и уменьшать число Рэлея, то конвекция начнёт затухать только при $Ra = 16.30$.

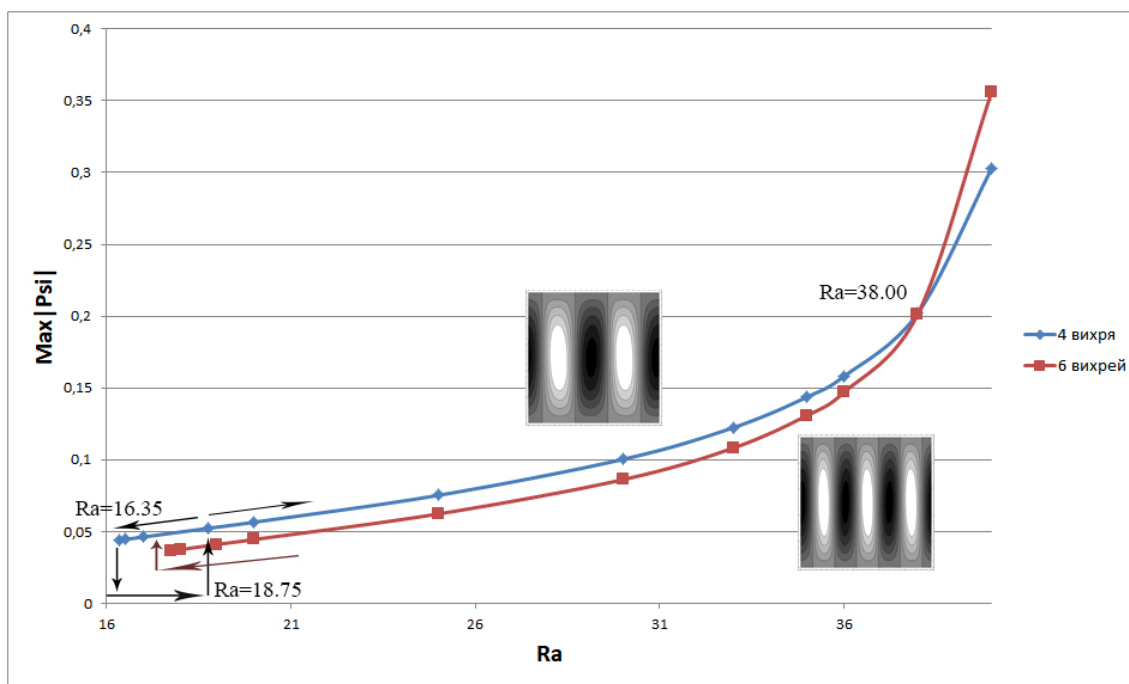


Рис. 2. Зависимость $\text{Max}|Psi|$ от Ra

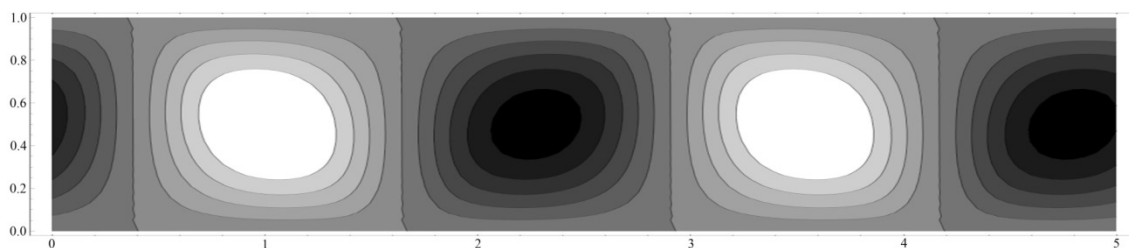


Рис. 3. Поле Psi при четырёх вихревой конвекции

Как уже отмечалось, в данной системе могут реализовываться два конвективных режима: четырёх вихревой и шести вихревой. Если начинать моделировать конвекцию с малых возмущений, то при значении Ra близком к критическому числу Рэлея конвекция разовьётся в четырёх вихревую. При более высоких значениях Ra (порядка $Ra = 25$ и выше) конвекция развивается в шести вихревую.

Если начинать моделирование с уже развитой шести вихревой конвекции и уменьшать Ra , то система перейдёт от шести вихрей к четырём при значении $Ra = 17.75$. Перехода от четырёх вихрей к шести в исследуемом диапазоне чисел Рэлея не наблюдается.

Кривые на графике $\text{Max}|Psi|$ для четырёх вихревой и шести вихревой конвекции пересекаются в точке $Ra = 38.00$. Левее этой точки кривая $\text{Max}|Psi|$ находится ниже для случая шести вихревой конвекции, правее – для четырёх вихревой.

На рис. 4 представлена зависимость кинетической энергии течения от числа Рэлея. Кривые для четырёх вихревой и шести вихревой конвекции пересекаются в точке $Ra = 23.6$. Левее этой точки кинетическая энергия ниже для шести вихревой конвекции, правее – для четырёх вихревой.

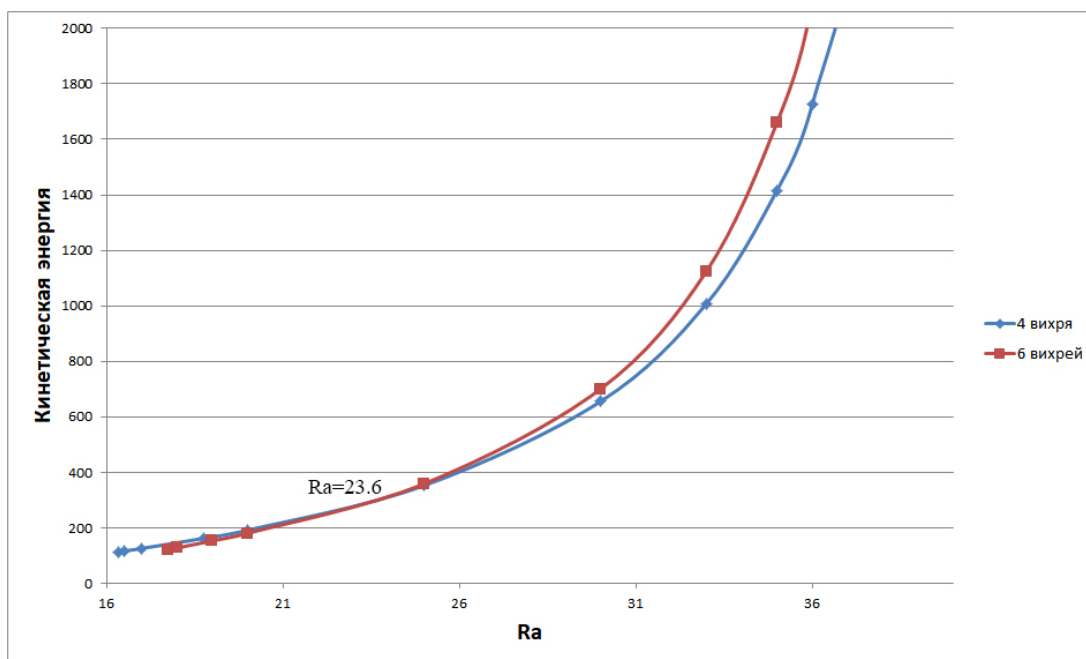


Рис. 4. Зависимость кинетической энергии течения от Ra

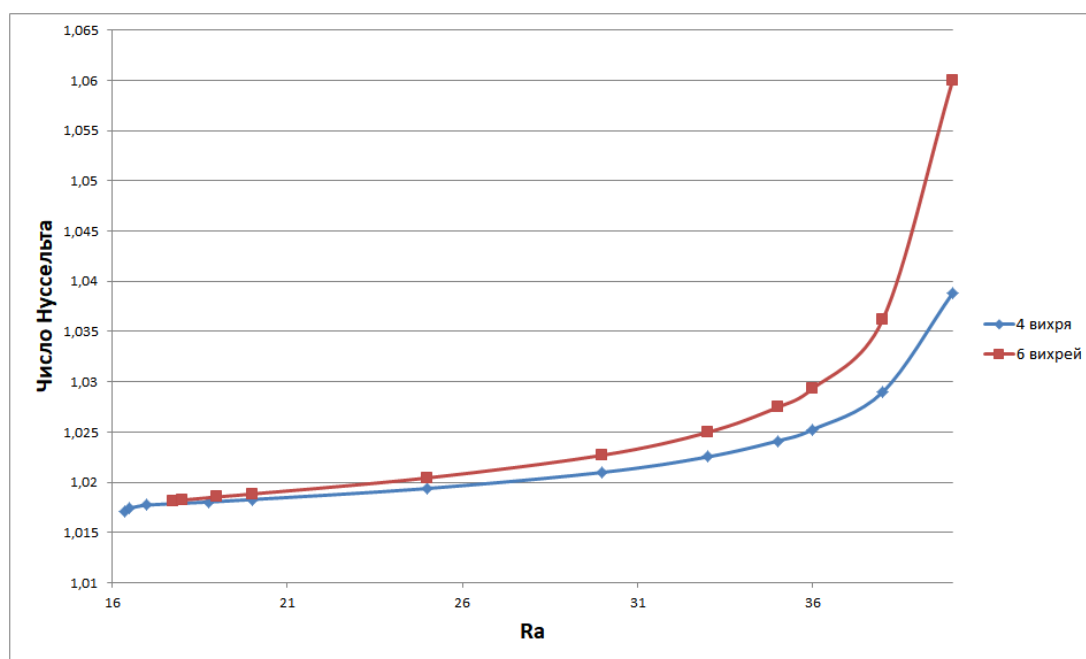


Рис. 5. Зависимость числа Нуссельта от Ra

На рис. 5 представлена зависимость числа Нуссельта от числа Рэлея. Отметим, что число Нуссельта считалось по верхней и нижней границе полости размером 5×1 , затем было нормировано, таким образом, чтобы его характерное значение было равно 1.

Список литературы

1. Lyubimova T., Zubova N. Nonlinear regimes of the Soret-induced convection of ternary fluid in a square porous cavity // Transport in Porous Media. 2019. Vol. 127 (3). P. 559–572.

ПРИМЕНЕНИЕ ОПТОВОЛОКОННЫХ ДАТЧИКОВ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ МЕТОДОМ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

М. М. Гончаров, К. А. Сафарян, А. Д. Юрина, И. А. Трефилов,
А. Н. Кондрашов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Работа посвящена применимости алгоритмов глубокого обучения к восстановлению локальных температурных неоднородностей при помощи оптоволоконных датчиков. Показана принципиальная возможность определения положения, температуры и площади локальной неоднородности с помощью нейронной сети.

Ключевые слова: утечка; нейронные сети; ВБР

APPLICATION OF FIBER-OPTIC SENSORS FOR THE RESTORATION OF TEMPERATURE FIELDS BY THE NEURAL NETWORK METHOD

M. M. Goncharov, K. A. Safaryan, A. D. Yurina, I. A. Trefilov,
A. N. Kondrashov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper is devoted to the applicability of deep learning algorithms to the restoration of local temperature inhomogeneities using fiber-optic sensors. The principal possibility of determining the position, temperature and area of local inhomogeneity using a neural network is shown.

Keywords: leakage; neural networks; FBG

Технология волоконно-оптических датчиков позволяет определять место утечки по локализованному искажению температурного поля, деформации или акустического сигнала. В работе [1] показана перспективность использования сейсмических датчиков на основе технологии C-OTDR (когерентный оптический рефлектометр во временной области) для определения продольной координаты утечки. В статье [2] с той же целью для регистрации градиента температуры использовались брэгговские решетки. Описанные выше варианты неприменимы для анализа сложной структуры трубопроводных систем и размера наблюдаемых повреждений из-за отсутствия информации об азимутальной координате [3, 4].

Для корректной оценки азимутальной координаты требуется точное восстановление физических полей на поверхности наблюдаемого объекта. В нашей работе исследовались высокотемпературные трубопроводы, поэтому температурное поле подлежало реконструкции. Для достижения этой цели в

[5–7] было предложено наматывать оптоволокно распределенного датчика температуры DTS по спирали на поверхность трубы. Пространственное разрешение таких методов зависит от плотности намотки и характеристик устройства; поэтому их нельзя использовать для анализа больших систем.

В результате возникает необходимость в разработке эффективного метода точного восстановления температурного поля с ограниченным количеством чувствительных датчиков. Решение проблемы является предметом настоящей работы.

Для восстановления температурного поля на поверхности трубы были использованы две оптоволоконные технологии: Рамановский распределенный датчик температуры и волоконная Брэгговская решетка. Схема испытательного стенда с формой и положением планируемых утечек показана на рисунке 1. Для сбора данных использовался DTS ASTRO E5 с пространственным разрешением 0.6 м. Натурный эксперимент проводился на стенде при рабочей температуре воздуха в 4-метровом трубопроводе от 20°C до 500°C и перепаде давления от 0 до 6 атм. На трубопроводе моделировались утечки различной формы в заранее подготовленных координатах (рис. 1).

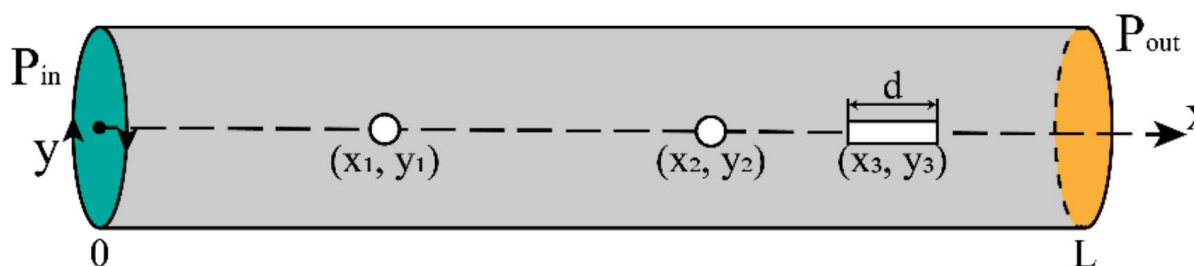


Рис. 1. Расположение имитируемых утечек

Отверстия в трубопроводе были заделаны припоем с температурой плавления более 200 °C для имитации утечки. В ходе эксперимента в трубопроводе создавалось давление. При этом температура постепенно повышалась. Когда она достигла значения около 200°C припой расплавился, и воздух покинул трубопровод, создав утечку, которую обнаружил оптоволоконный кабель. Кабель был подключен к DTS. Датчики были намотаны на трубопровод по заранее разработанной модели прокладки волокна с шагом сетки 0.2 м по схеме на рисунке 2. Результаты эксперимента показали, что точность определения утечки составляет 0.5 м по продольной координате, и составляет 0.05 м по азимутальной координате.

Результаты эксперимента показали недостаточное разрешение системы для определения координат утечки. Точность обнаружения утечек составила 88%. Мы разработали метод обработки сигналов для повышения точности с помощью искусственной нейронной сети. Моделирование утечки было выполнено путем создания локальных градиентов температуры на плоской

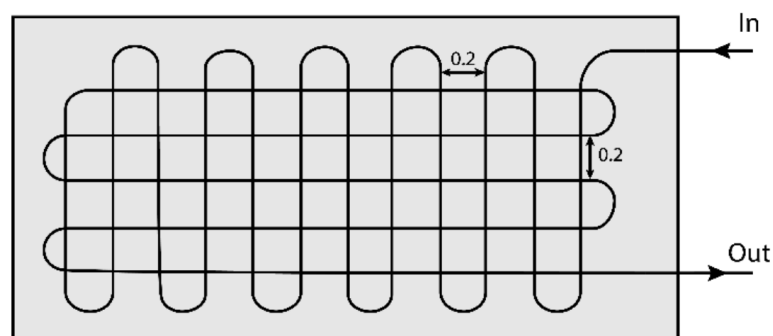


Рис. 2. Схема укладки оптоволоконного кабеля

геометрии, чтобы упростить тестирование метода. Волокно располагалось по спирали в углублениях на квадратном алюминиевом основании (1) со стороной 40 см. Конечная плотность расположения ВБР составила в среднем один чувствительный элемент на 30 см^2 . Для тренировки системы. Они были получены с помощью тепловизора (2) с разрешением 320×240 пикселей и температурном диапазоне от 20°C до 80°C . Эти термограммы сравнивались с сигналом от 25 волоконных Брэгговских решеток, подключенных к опросчику (3). Схема экспериментальной установки представлена на рисунке 3.

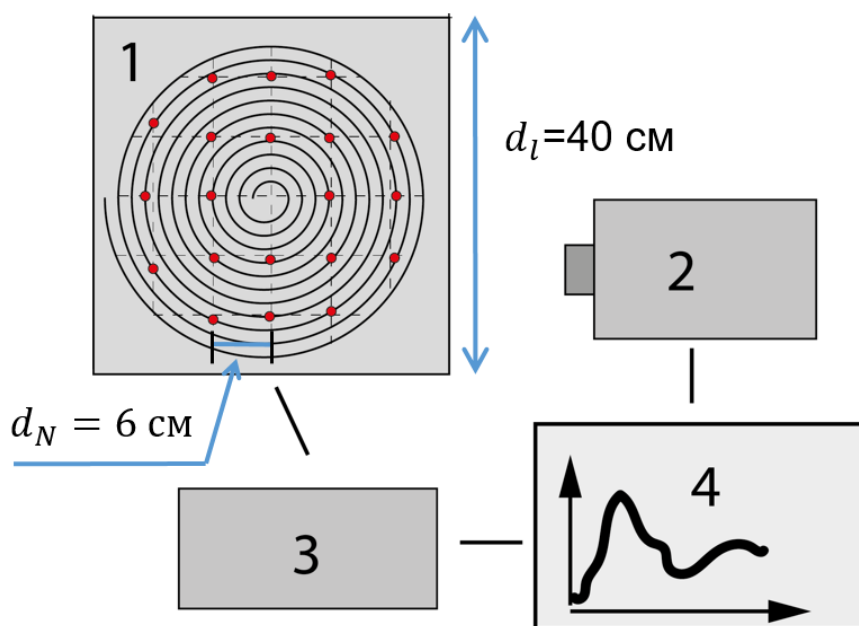


Рис. 3. Экспериментальная установка: 1 – алюминиевый лист, 2 – тепловизор, 3 – опросчик, 4 – компьютер, записывающий данные

Изображения, полученные с тепловизора, сравнивались с температурными полями, восстановленными нейронной сетью, для оценки точности метода. На рисунке 4 показано восстановление температурного поля нейронной сетью.

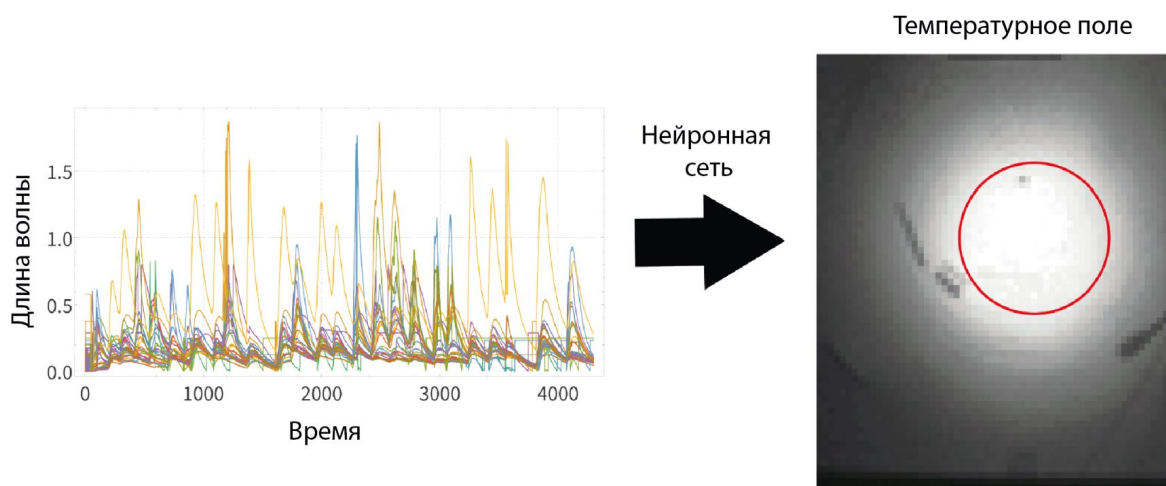


Рис. 4. Температурное поле, полученное нейронной сетью

Мы сравнили результаты при использовании метода прямого сравнения и обнаружили, что точность обнаружения утечек составила 88%. Разработанный алгоритм на основе машинного обучения позволяет определять координаты (x, y) максимальной температуры. Они были приняты за места утечки с погрешностью менее 0.2%. При этом положение максимального пикового значения определялось с точностью 99.7%. Величина потенциальной утечки, приведенной к области температурной неоднородности, оценивалась с погрешностью 10%.

Список литературы

1. *Timofeev A.V., Groznov D. I.* Classification of seismoacoustic emission sources in fiber optic systems for monitoring extended objects // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2020. Vol. 56 (1). P. 50–60.
2. *Jacobsz S.W., Jahnke S. I.* Leak detection on water pipelines in unsaturated ground by discrete fibre optic sensing // *Structural Health Monitoring*. 2020. Vol. 19 (4). P. 1219–1236.
3. *Xin F., Yang H., Zihao W., Hongfei L.* Structural performance monitoring of buried pipelines using distributed fiber optic sensors // *Journal Of Civil Structural Health Monitoring*. 2018. Vol. 8 (3).P. 509–516.
4. *Babin S. A., Kuznetsov A. G., Shelemba I. S.* Comparison of temperature distribution measurement methods with the use of the Bragg gratings and Raman scattering of light in optical fibers // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2010. Vol. 46 (4).P. 353–359.
5. *Hilgersom K., van Emmerik T., Solcerova A. et al.* Practical considerations for enhanced-resolution coil-wrapped distributed temperature sensing // *Geoscientific Instrumentation, Methods and Data Systems*. 2016. Vol. 5 (1). P. 151–162.

6. Качура С. М., Постнов В. И. Перспективные оптоволоконные датчики и их применение (обзор) // Труды ВИАМ. 2019. № 5 (77). С. 52–61.
7. Pavol S., Chruscicki S., Homann S. et al. Detection of leak-induced pipeline vibrations using fiber-optic distributed acoustic sensing // Sensors. 2018. Vol. 18 (9). 2841.

ДИНАМИКА РОСТА ОДИНОЧНОГО ПАРОГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В СОНОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

М. В. Козлов^a, Т. П. Любимова^{a,b}, К. А. Рыбкин^{a,b},
И. А. Фаттахова^a, В. О. Сеницына^a

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Работа посвящена исследованию динамики роста парогазового пузырька, возникшего, в результате непрерывной коалесценции кавитационных пузырьков, возникающих под действием ультразвукового (УЗ) излучения частотой 28 КГц. В работе представлены результаты экспериментов, проведенных в дистиллированной воде и водных растворах NaCl с 0.25% и 1% концентрацией соли.

Ключевые слова: кавитация; ультразвук; коалесценция пузырьков

GROWTH DYNAMICS OF A SINGLE STEAM-GAS BUBBLE IN SONOCHEMICAL REACTOR

M. V. Kozlov^a, T. P. Lyubimova^{a,b}, K. A. Rybkin^{a,b},
I. A. Fattahova^a, V. O. Sinitsyna^a

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work is devoted to the study of the dynamics of the growth of a vapor-gas bubble, which arose because of continuous coalescence of cavitation bubbles arising under the action of ultrasonic (US) radiation with a frequency of 28 kHz. The paper presents the results of experiments conducted in distilled water and aqueous solutions of NaCl with 0.25% and 1% salt concentration.

Keywords: cavitation; ultrasound; coalescence

Введение

При воздействии высокочастотных акустических вибраций в жидкостях могут образовываться инерционные и неинерционные (неактивные) кавитационные пузырьки. Динамика образующихся пузырьков определяется различными факторами, могут наблюдаться как коллапс парогазовых кавитационных пузырьков в жидкости, так и их коалесценция и длительное существование относительно крупных пузырьков [1]. Процесс УЗ воздействия на жидкость сопровождается образованием инерционных кавитационных пузырьков, что является технологической основой сонохимических реакторов [2–3]. Так, в

работе [4], исследовалась оптимизация кавитационной активности на твердой поверхности в высокочастотных ультразвуковых полях, для этого эксперименты проводились на трех частотах, а именно 580, 860 и 1142 кГц. Оказалось, что положение и ориентация образца к преобразователю, а также свойства его материала влияют на распределение активных кавитационных пузырьков на поверхности образца в реакторе. Благодаря своим уникальным особенностям воздействия на поверхности тел ультразвук часто используется в промышленности и в научно-исследовательских лабораториях для очистки и обработки поверхностей [5].

Также УЗ нашел свое применение в интенсификации процессов обогащения минерального сырья методом флотации [6]. Эффекты, возникающие в жидкости под действием УЗ способны повышать селективность извлечения ценной руды из пульпы [7]. По результатам некоторых исследований повышается не только селективность извлечения, но и общий процент извлечения ценной руды [8]. Позитивный эффект УЗ воздействия при флотации, может быть обусловлен генерацией и ростом диаметра микропузырьков осаждающихся на поверхности частиц. Микропузырьки увеличивают вероятность закрепления больших пузырьков порядка одного мм на поверхности минерала, и играют роль вторичного коллектора [9].

Большинство работ, посвященных исследованию влияния УЗ воздействия на процесс флотации, рассказывают о позитивном эффекте, хотя в некоторых работах при определенных параметрах УЗ воздействия описывается и негативное влияние УЗ [10]. Исходя из перечисленного выше, можно сделать вывод, что вопросы, связанные с динамикой роста пузырьков, возникающих в гетерогенных системах в процессе флотации руды, требуют дополнительного исследования. Выявленные закономерности в динамике роста одиночного пузыря, закрепленного на поверхности твердого тела, позволят расширить спектр знаний о применении УЗ к процессам флотации.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка, по сути представляющая из себя сонохимический реактор, была выполнена в форме кубойда $112 \times 112 \times 180$ мм³ (рис. 1). Стенки сонохимического реактора были изготовлены из оргстекла толщиной 3 мм. Для получения данных о движении росте и взаимодействии одиночных пузырьков была использована камера с телецентрическим объективом (рис. 1, № 1) и источником света (рис. 1, № 2). Для создания акустических колебаний использовался пьезокерамический излучатель Ланжевена (рис. 1, № 3), закрепленный на стальном (ГОСТ 08Х18Н10) дне кюветы и подключенный к генератору ультразвука с частой 28 кГц, мощностью $P = 30$ Вт. Источник ультразвуковых колебаний был расположен заподлицо с дном реактора.

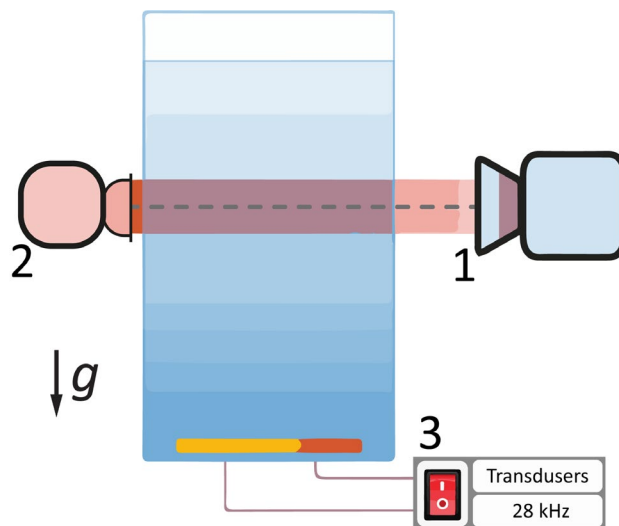


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

В экспериментах в качестве рабочей жидкости была использована дистиллированная вода, а также водные растворы с 0.25% и 1% содержанием NaCl. В качестве твердой поверхности на которой рассматривалась динамика взаимодействия пузырьков была выбрана пластина, изготовленная из органического стекла с краевым углом смачивания $77.9 \pm 8.5^\circ$. Для обработки снимков, полученных в ходе экспериментов, был разработан программный код на языке Python, позволяющий анализировать рост диаметра одиночного пузырька, а также общее количество пузырьков, образовавшихся в области интереса.

Результаты

При включении УЗ на поверхности акрилового стекла в следствии возникающих между твердой поверхностью и поверхностью пузырька сил адгезии появляются пузырьки, диаметр которых меньше одного миллиметра (рис. 2). Данные пузырьки предварительно образованы в ходе коалесценции кавитационных пузырьков которые наблюдаются в результате УЗ воздействия на жидкую среду в сонохимическом реакторе.

Результаты экспериментов, приведенных на рисунке 2, демонстрируют моментальные снимки, сделанные по прошествии $t = 180$ с от прикрепления первого пузырька к поверхности пластинки при УЗ воздействии на исследуемые растворы.

В дистиллированной воде в выбранной области поверхности акрилового стекла произошло образование крупного парогазового пузырька, в близи которого практически отсутствовали другие пузырьки меньшего диаметра, так как при ультразвуковом воздействии происходила их коалесценция с крупным пузырьком. Когда диаметр пузырька достигал критического размера, при котором подъёмная сила превалировала над другими силами, наблюдалось всплытие пузырька к поверхности жидкости,

что объясняет известный эффект активной дегазации жидкости во время УЗ воздействия.

При низкой концентрации ионов соли NaCl, как видно из рисунка 2, поведение пузырьков на поверхности твердого тела сильно изменяется, наблюдается возникновение кластеров. Диаметр пузырьков при этом оказывается в разы меньшим чем в дистиллированной воде причём при увеличении содержания NaCl до 1%, как показано в конкретном эксперименте средний диаметр пузырьков в кластере возрастает.

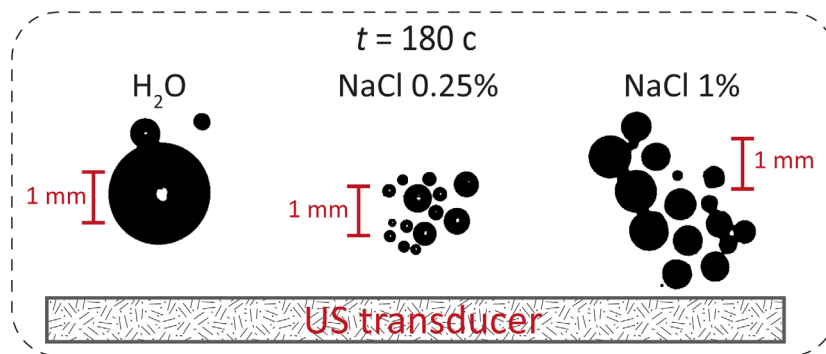


Рис. 2. Моментальные фотографии пузырьков возникших на поверхности акрилового стекла в ходе 3-х минутного УЗ воздействия

На следующей иллюстрации (рис. 3), показана динамика роста одиночного парогазового пузырька в дистиллированной воде при УЗ воздействии, полученная с использованием программной обработки результатов эксперимента.

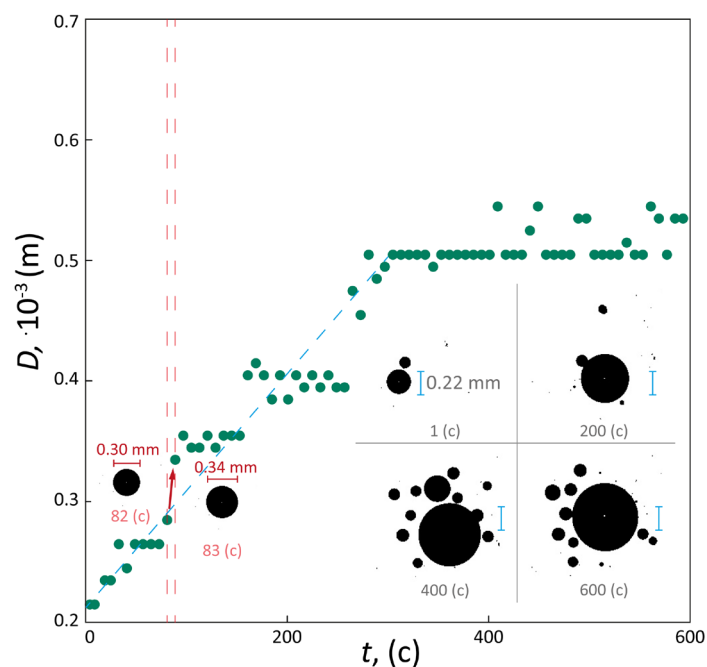


Рис. 2. Динамика роста парогазового пузырька от времени

При $t = 0 - 45$ с наблюдается линейный рост диаметра пузырька в следствии прямого поглощения газа из жидкости под действием УЗ, то есть рост пузырька под действием выпрямленной диффузии. При $t = 82 - 83$ с диаметр пузырька резко увеличивается в следствии коалесценции с другим пузырьком, на графике эта зона выделена красным пунктиром, соответствующие диаметры пузырьков также приведены на графике в области резкого роста его диаметра. Как видно из графика основной рост диаметра пузырька связан с последовательной его коалесценцией с пузырьками, находящимися в непосредственной близости к его поверхности. После $t = 300$ с УЗ воздействия рост пузырька фактически прекращается, а затем происходит его всплытие.

Выводы

В ходе экспериментального исследования особенностей возникновения, дрейфа и коалесценции парогазовых пузырьков, в результате непрерывного ультразвукового (УЗ) воздействия 28 КГц частоты на жидкость содержащей в себе различную концентрацию NaCl показано: что в чистой воде за счет процессов коалесценции образуются крупные пузырьки миллиметрового размера, которые при достижении критического диаметра всплывают на поверхность под действием подъёмной силы; рост диаметра пузырька в воде обусловлен в основном последовательной коалесценции с другими пузырьками, при это на начальном этапе диаметр пузырька от времени растёт по линейному закону.

При увеличении содержания NaCl в воде, средний диаметр пузырька оказывается существенно меньшим чем в дистиллированной воде, при 1% содержании соли в воде средний диаметр пузырька оказывается большим в сравнении с 0.25% его содержанием. Такое поведение связано с появлением на границе разделов воздух вода и вода-твердое тело ионов соли NaCl, однако механизм такого воздействия является предметом дискуссий.

Список литературы

1. *Bremond N., Arora M., Ohl C. D., Lohse D.* Controlled multibubble surface cavitation // *Physical review letters*. 2006. Vol. 96 (22). P. 224501.
2. *Esrafil L., Tehrani A. A., Morsali A., Carlucci L., Proserpio D. M.* Ultrasound and solvothermal synthesis of a new urea-based metal-organic framework as a precursor for fabrication of cadmium (II) oxide nanostructures // *Inorganica Chimica Acta*. 2019. Vol. 484. P. 386–393.
3. *Safarifard V., Morsali A.* Facile preparation of nanocubes zinc-based metal-organic framework by an ultrasound-assisted synthesis method; precursor for the fabrication of zinc oxide octahedral nanostructures // *Ultrasonics sonochemistry*. 2018. Vol. 40. P. 921–928.
4. *Kauer M., Belova-Magri V., Cairós C., Schreier H. J., Mettin R.* Visualization and optimization of cavitation activity at a solid surface in high frequency ultrasound fields // *Ultrasonics sonochemistry*. 2017. Vol. 34. P. 474–483.

5. *Crawford A. E.* High power sonar transducers // *Ultrasonics*. 1967. Vol. 5 (3). P. 150–154.
6. *Ozkan S. G.* Effects of simultaneous ultrasonic treatment on flotation of hard coal slimes // *Fuel*. 2012. Vol. 93. P. 576–580.
7. *Shu K., Xu L., Wu H., Fang S. et al.* Effects of ultrasonic pre-treatment on the flotation of ilmenite and collector adsorption // *Minerals Engineering*. 2019. Vol. 137. P. 124–132.
8. *Wu H., Fang S., Shu K., Xu Y. et al.* Selective flotation and adsorption of ilmenite from titanite by a novel method: Ultrasonic treatment // *Powder Technology*. 2020. Vol. 363. P. 38–47.
9. *Zimmerman W. B., Tesar V., Butler S., Bandulasena H. C.* Microbubble generation // *Recent patents on engineering*. 2008. Vol. 2 (1). P. 1–8.
10. *Gungoren C., Ozdemir O., Wang X., Ozkan S. G., Miller J. D.* Effect of ultrasound on bubble-particle interaction in quartz-amine flotation system // *Ultrasonics sonochemistry*. 2019. Vol. 52. P. 446–454.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ КАВИТАЦИОННЫХ СОБЫТИЙ В РАСТВОРАХ NaCl ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

М. О. Кучинский^{a,b}, Т. П. Любимова^{a,b}, К. А. Рыбкин^{a,b},
В. О. Сеницына^a, И. А. Фаттахова^a

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Работа посвящена экспериментальному исследованию интенсивности кавитационных событий, возникающих в жидкости при воздействии источника ультразвука. Измерения интенсивности кавитационных событий проводятся с использованием метода в основе, которого лежат измерения с использованием термопар, акустическое течение визуализировано с помощью полиамидных трассеров нейтральной плавучести.

Ключевые слова: кавитация; NaCl; межфазная гидродинамика; ультразвук

RESEARCH INTENSITY CAVITATION EVENTS IN SOLUTIONS NaCl UNDER ULTRASONIC EXPOSURE

M. O. Kuchinskiy^{a,b}, T. P. Lyubimova^{a,b}, K. A. Rybkin^{a,b},
V. O. Sinitsyna^a, I. A. Fattahova^a

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work is devoted to an experimental study of the intensity of cavitation events that occur in a liquid when exposed to an ultrasound source. Measurements of the intensity of cavitation events are carried out using a method based on measurements using thermocouples, the acoustic flow is visualized using polyamide tracers of neutral buoyancy.

Keywords: cavitation; NaCl; interfacial hydrodynamics; ultrasound

Проблема измерения кавитационной активности в сонохимических реакторах и в устройствах очистки в основе, которых лежат источники ультразвука (УЗ) является актуальной на протяжении нескольких десятилетий [1–2].

На сегодняшний день существует несколько способов оценки интенсивности кавитационных событий, так можно выделить методы, основанные на разрушении алюминиевой фольги [1, 3], метод термопарных

измерений [4] и метод в основе которого лежат пьезокерамические сенсоры [1].

Подробнее рассмотрим процесс воздействия УЗ на поверхность фольги. При УЗ воздействии в жидкости возникают кавитационные пузырьки [5] в этом случае они отвечают за механическую активность ультразвука. При схлопывании около протяженной твердой поверхности, они становятся несферическими, создают высокоскоростную струю жидкости направленную к твердой поверхности [6] и тем самым вызывают повреждение поверхности ударной волной [5]. Это свойство ультразвука используется в чистящих целях. Таким образом исходя из размеров разрушения алюминиевой поверхности можно судить об кавитационной активности внутри сонохимического реактора.

Однако результаты, полученные с помощью метода деградации фольги, не являются количественными поэтому зачастую исследователи используют пьезокерамические сенсоры [1, 7]. Данный вид сенсоров позволяет локально измерить акустическое давление в любой точке сонохимического реактора [8]. В таком случае у исследователя появляется возможность количественного описания. Однако существенным недостатком данного метода является, то что пьезокерамический датчик из-за своего размера может изменять структуру акустического поля, а также его показания сильно зависят от возникновения кавитации в конкретной точке реактора. Таким образом для получения корректных данных требуются длительные и многочисленные эксперименты. Помимо этого, данный вид датчика не может дать мгновенную карту кавитационной активности в объеме жидкости.

Часть этих проблем можно решить с использованием методов термопарных измерений [1–2]. В данном методе сведения об кавитационной активности фиксируются за счет локального роста температуры в момент схлопывания пузырьков. Одним из плюсов этого метода – малый размер термопарного зонда, а также возможность одновременного измерения в нескольких точках в результате чего сохраняется структура акустического поля и появляется возможность получить динамическую картину изменений акустической активности в сонохимическом реакторе.

У каждого из рассмотренных выше методов есть свои достоинства и недостатки, но как отмечено в статье [9] идеального способа исследования особенностей воздействия УЗ на жидкую среду в том числе интенсивности кавитации в объеме реактора на данный момент не существует, однако концепция такого «идеального» устройства представлена на рисунке 1 из статьи [9].

Цель настоящей работы состоит в исследовании интенсивности кавитационных событий в сонохимическом реакторе для воды и водных растворов NaCl. Для оценки была использована методика термопарных измерений, фиксация акустического течения производилась с использованием трассерной визуализации.

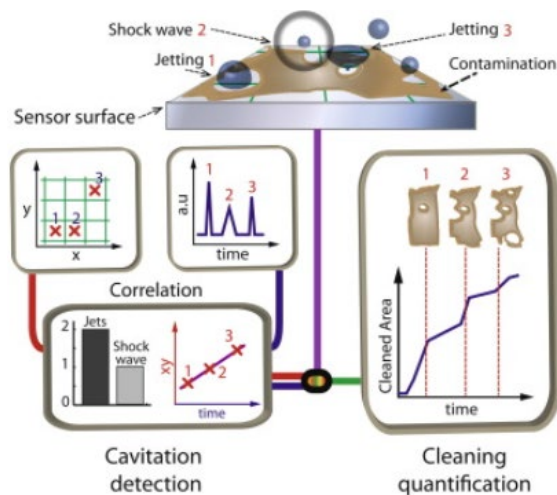


Рис. 1. Концепция идеального датчика для оценки интенсивности кавитационных событий

Описание экспериментальной установки

Эксперименты проводились в сонохимическом реакторе с характерными размерами $170 \times 112 \times 112 \text{ мм}^3$ (рис. 2а, б). Он был изготовлен из оргстекла толщиной 3 мм. Источник ультразвука, состоял из пьезокерамической мембраны диаметром 25 мм с резонансной частотой 1.7 МГц и был расположен заподлицо с дном реактора (рис. 2, № 4). Пьезокерамический излучатель был подключен к УЗ генератору мощностью 30 Вт.

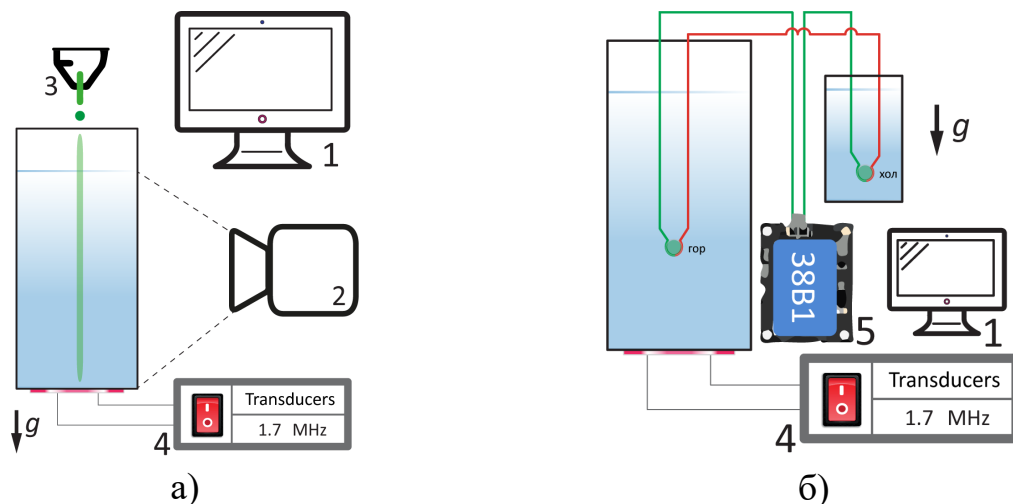


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:

а) для трассерной визуализации; б) для метода терморпарных измерений

Для осуществления метода трассерной визуализации в жидкость вводилась смесь светоотражающих полиамидных частиц с нейтральной плавучестью, 60% которых имело размер 50 мкм, а 40% размер 80 мкм.

Визуализация частиц происходила с использованием лазерного ножа на основе TTL лазера с мощностью 55 Вт с длиной волны $\lambda = 445$ нм.

Для исследования интенсивности акустических событий в сонохимическом реакторе была использована методика на основе термопарных измерений, аналогично методике из статьи [2]. В экспериментах была использована медь-константановая термопара, подключенная к измерительному комплексу (рис. 2б, № 5) Termodat-38В1, данные с которого передавались и обрабатывались на компьютер (Рис.2а, б, № 1).

Результаты

При воздействии ультразвукового излучателя 1.7 МГц в сонохимическом реакторе возникает локализованное акустическое течение (рис. 3). На рисунке 3 представлены объединённые трассерные фотографии, полученные для дистиллированной воды (рис. 3а), а также растворов NaCl с концентрацией 0.25 и 10% соответственно (рис.3б, в).

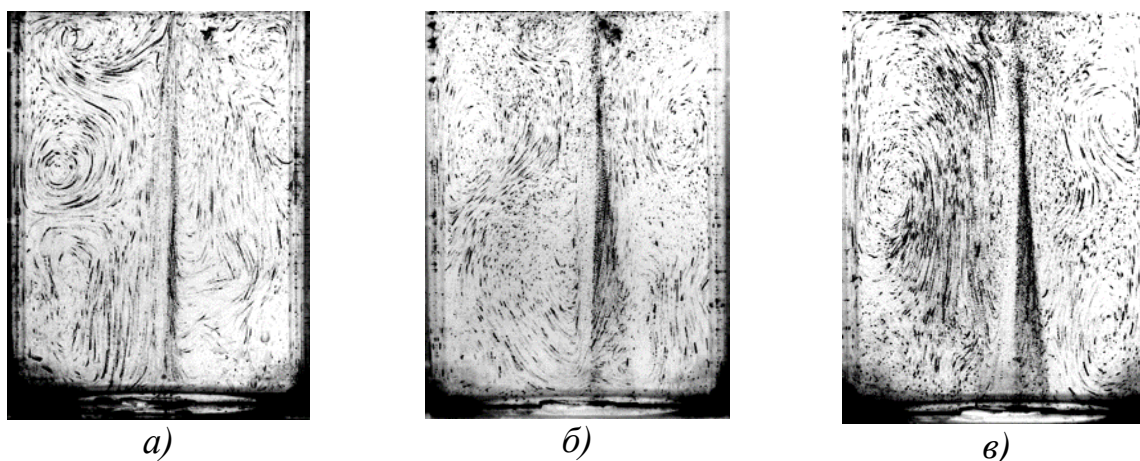


Рис. 3. Объединённые трассерные фотографии:
а) для H_2O ; б) для 0.25% раствора NaCl; в) для 10% раствора NaCl

В воде при воздействии ультразвука в центральной области реактора формируется устойчивая акустическая струя, помимо этого у стенок наблюдается возникновение вихревого движения. При добавлении NaCl происходит увеличение ширины акустической струи.

Результаты исследования интенсивности акустических событий над источником ультразвука приведены на рисунке 4б. Для воды наибольшая интенсивность кавитационных событий находится в области расположенной вблизи поверхности жидкости на высоте $z = 15 - 16$ см. Для 0.25% раствора NaCl область наибольшей интенсивности акустических событий смещается и наблюдается на высоте $z = 3 - 4$ см. При увеличении концентрации NaCl интенсивность кавитационных событий продолжает снижаться. Однако, помимо этого при 10% концентрации NaCl

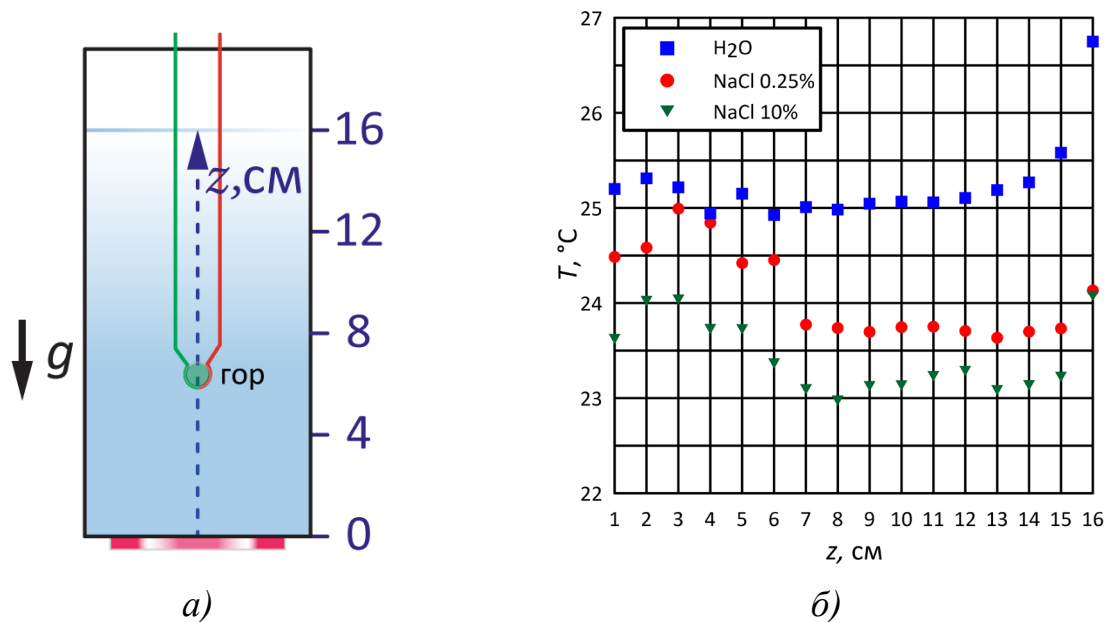


Рис. 4. Зависимость интенсивности кавитационных событий, полученная с использованием термпарного метода:
 а) используемая система координат; б) график зависимости интенсивности кавитационных событий от высоты

наблюдаются две области с наиболее сильно выраженной кавитационной активностью при $z = 2 - 3$ см и $z = 15 - 16$ см.

Заключение

Результаты трассерной визуализации, показали, что при увеличении содержания NaCl происходит увеличение ширины акустической струи в области находящейся над источником УЗ.

Термопарный метод используемый в настоящей работе показал, что увеличение содержание NaCl в воде приводит к снижению интенсивности кавитационной активности. Помимо этого, области наибольшей кавитационной активностью могут смещаться. Так при 10% содержании NaCl наблюдается наличие двух таких областей. Это связано с резким изменением физико-химических параметров жидкости и возрастанием акустического импеданса для таких сред.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-69-46066).

Список литературы

1. Zeqiri B., Hodnett M., Carroll A. J. Studies of a novel sensor for assessing the spatial distribution of cavitation activity within ultrasonic cleaning vessels // Ultrasonics. 2006. Vol. 44 (1). P. 73–82.
2. Pugin B. Qualitative characterization of ultrasound reactors for heterogeneous sonochemistry // Ultrasonics. 1987. Vol. 25 (1). P. 49–55.

3. *Yamashita T., Ando K.* Low-intensity ultrasound induced cavitation and streaming in oxygen-supersaturated water: Role of cavitation bubbles as physical cleaning agents // *Ultrasonics sonochemistry*. 2019. Vol. 52. P. 268–279.
4. *Romdhane M, Gourdon C, Casamatta G.* Time response modelling of an ultrasonicthermoelectric probe // *Ultrasonics*. 1996. Vol. 34 (8). P. 835–845.
5. *Leighton T.* The acoustic bubble. Academic press, 2012. 640 p.
6. *Gonzalez-Avila S. R., Nguyen D. M., Arunachalam S. et al.* Mitigating cavitation erosion using biomimetic gas-entrapping microtextured surfaces (GEMS) // *Science advances*. 2020. Vol. 6 (13). eaax6192.
7. *Chen J. C., Chang H. Y., Chen J. J., Chen G. S.* A piezoceramic sensor for detection of focused ultrasound-induced cavitation // *IEEE Sensors Journal*. 2019. Vol. 19 (22). P. 10379–10385.
8. *Gogate P. R., Tatake P. A., Kanthale P. M., Pandit A. B.* Mapping of sonochemical reactors: review, analysis, and experimental verification // *AIChE Journal*. 2002. Vol. 48 (7). P. 1542–1560.
9. *Verhaagen B., Rivas D. F.* Measuring cavitation and its cleaning effect // *Ultrasonics sonochemistry*. 2016. Vol. 29. P. 619–628.

МОДЕЛЬ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ГАЛАКТИКИ

А. П. Николаев, М. А. Ожегов, О. А. Новикова, И. А. Заякина, К. А. Сафарян
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В статье представлены результаты моделирования вращающейся галактики в пакете Comsol Multiphysics. На основе базовой эллиптической галактики получены модели для галактик разной звёздной массы. Построена модель столкновения двух галактик. Приведены зависимости дисперсии модуля радиус-вектора от времени, которые позволяют отследить эволюцию галактики.

Ключевые слова: численное моделирование; вращающаяся галактика; столкновение галактик

MODEL OF ROTATING GALAXY

A. P. Nikolaev, M. A. Ozhegov, O. A. Novikova, I. A. Zayakina, K. A. Safaryan
Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The article presents the results of a rotating galaxy in the Comsol Multiphysics package. Models for galaxies of different stellar masses are obtained on the basis of the elliptical galaxy system. A model of a collision of two galaxies has been built. The dependences of the dispersion of the radius vector modulus on time are given, which allow tracing the evolution of the galaxy.

Keywords: numerical simulation; rotating galaxy; collision of galaxies

Введение

Моделирование формирования и развития космических объектов привлекает исследователей со времен создания вычислительных машин [1]. Результаты завораживают исследователей своей красотой и позволяют пронаблюдать процессы, которые протекают в течении миллиардов лет. Современные модели эволюции галактик учитывают гравитационное взаимодействие звезд, образование новых звезд, перенос излучения и рождение сверхновых [2–4]. Однако для таких исследований требуются годы расчетов и суперкомпьютеры.

В настоящей работе представлена модель вращающейся галактики в пакете Comsol Multiphysics.

Математическая постановка задачи

В двумерной постановке рассмотрим систему вращающейся звезд, которые обладают одинаковой массой m_i и взаимодействуют с друг с другом по закону всемирного тяготения:

$$\vec{F}_i = -Gm_i^2 \sum_{j=1}^N \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3},$$

где F_i – сила, действующая на i -ю частицу (звезду) со стороны всех остальных звезд, r_i и r_j – радиус-векторы взаимодействующих объектов, G – гравитационная постоянная.

В начальный момент времени галактика имеет эллипсоидальную форму, однако распределение звезд в ней неоднородно – плотность звезд растет в направлении центра. Начальный радиус-вектор каждой звезды задается выражением:

$$q_{x,i} = \frac{1}{2} + R \cos \theta,$$

$$q_{y,i} = \frac{1}{2} + \alpha R \cos \theta,$$

где R – случайное число между 0 и 0.25, которое позволяет равномерно распределить объекты в пространстве расчетной области, θ – некоторое значение угла, равномерно изменяющееся в диапазоне от 0 до 2π . Множитель α принят равным 0.25 и деформирует форму галактики в эллипс.

Начальные скорости объектов направлены против часовой стрелки и описываются следующим образом:

$$u_{x,i} = -Vr \sin \theta,$$

$$u_{y,i} = -Vr \sin \theta,$$

где параметр $V = 50$, а r – радиус вектор звезды.

Исследуется изменение положения звезд со временем. Для каждой звезды в галактике решается обыкновенное дифференциальное уравнение, составленное на основании второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения:

$$\frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) = \vec{F}_i.$$

Масса звезд полагается одинаковой и равной массе Солнца.

В качестве характеристики состояния системы выбирался параметр дисперсии радиус-вектора относительно центра масс в каждый момент времени. Координаты центра масс системы звезд определялись следующим образом:

$$\vec{x} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i,$$

$$\vec{y} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i,$$

где M – масса всей галактики, m_i – масса звезды, x_i – абсцисса звезды, y_i – ордината звезды.

Дисперсия системы звезд определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{\sum \bar{r} - r_i}{n-1},$$

где r_i – длина радиус-вектора каждой звезды, взятого относительно центра масс галактики, \bar{r} – среднее значение длин радиус-векторов, n – количество звезд.

Результаты исследований

На рисунке 1 показаны этапы эволюции эллиптической галактики, сформированной из 1200 звезд. Сначала у галактики сформировались рукава, которые в последствии увеличили свой размер. Сама же галактика продолжала вращаться вокруг своей оси. Звезды не вылетали за пределы наблюдаемой области. График дисперсии радиус-вектора представлен на рисунке 2. На графике виден пик, соответствующий рисунку 1б. Видно, что рукава отдалились от центра галактики, что дало пик в дисперсии. Далее на рисунках 1 в–г галактика приходит в стабильное состояние, в котором звезды перестают отдаляться от галактики. На рисунке 2 стабильное состояние соответствует прямой.

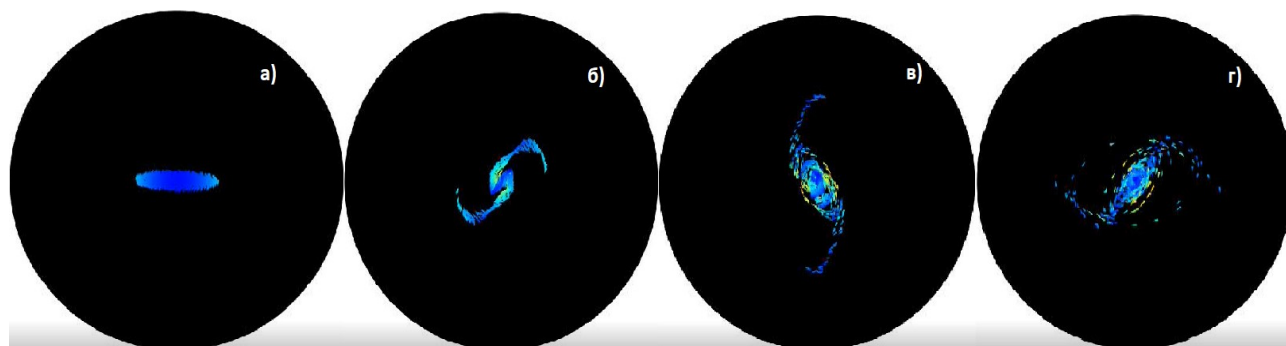


Рис. 1. Эволюция эллиптической галактики из 1200 звезд.

Масса звёзд равна массе Солнца

Моделирование более массивных звезд показало, что при одинаковом количестве объектов, галактики с более тяжелыми звездами будут занимать больше места (рис. 3). Однако проведенное исследование выполнено на ограниченной области, поэтому со временем массивные тела выходили за пределы расчетной области и не учитывались при дальнейшем. В результате графики дисперсии не вышли на прямую.

Создана модель столкновения двух одинаковых галактик (рис. 4). В процессе столкновения галактики сначала образуют рукава, которые, продолжая вращение, объединяются. В результате объединения формируется одна галактика, которая начала движение как единое целое.

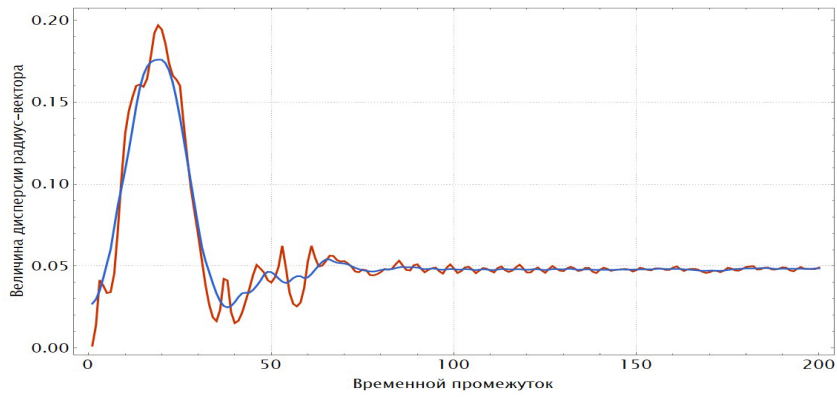


Рис. 2. График дисперсии радиус-вектора 1200 звезд с массой Солнца

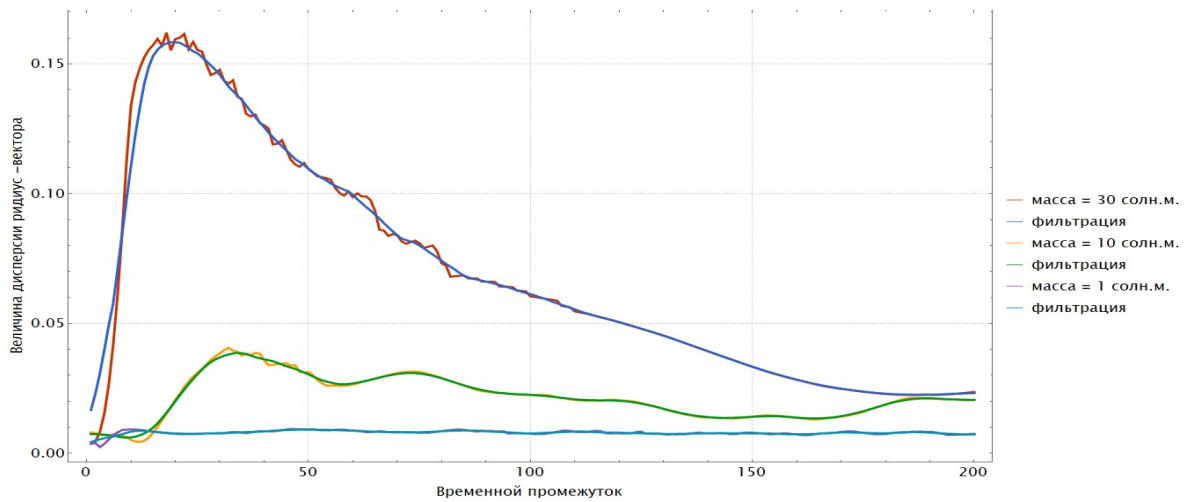


Рис. 3. График дисперсии радиус-векторов для галактик из 1200 звезд, массы которых равны одной, десяти и тридцати масс Солнца

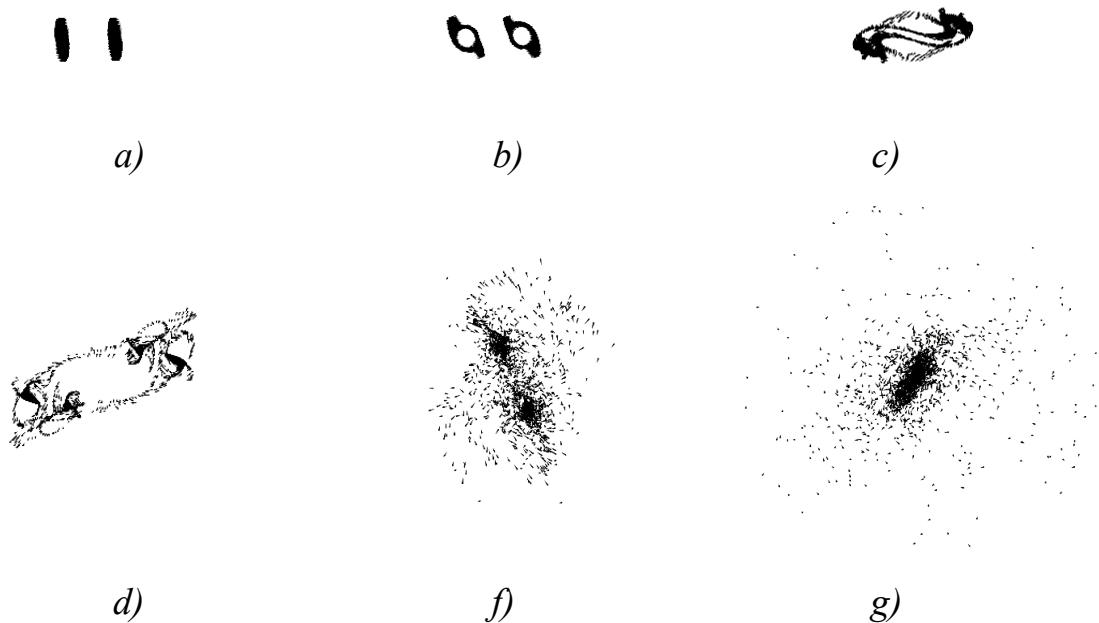


Рис. 4. Столкновение двух одинаковых эллиптических галактик: масса каждой звезды равна массе Солнца, количество точек в каждой галактике 1200

Заключение

В процессе работы получены модели эллиптических галактик с разной массой звезд. Также получены модели столкновения двух галактик. На основе полученных данных построены графики зависимости дисперсии радиус-векторов от временного промежутка для разных солнечных масс. Данное исследование дает понять, как могут эволюционировать галактики во Вселенной в зависимости от различных условий.

Список литературы

1. *Wilkinson A. James R. A.* A stationary and a slowly rotating model of a triaxial elliptical galaxy // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 1982. Vol. 199 (2). P. 171–196.
2. *Wittenburg N., Kroupa P., Famaey B.* The formation of exponential disk galaxies in MOND // *The Astrophysical Journal*. 2020. Vol. 890 (2). P. 173.
3. *Ачарова И. А., Воротилина С. С.* Моделирование формирования и эволюции галактики // *Системный синтез и прикладная синергетика*. 2019. С. 198–203.
4. *Übler H., Genel S., Sternberg A. et al.* The kinematics and dark matter fractions of TNG50 galaxies at $z=2$ from an observational perspective // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2021. Vol. 500 (4). P. 4597–4619.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УТЕЧКИ В ПОРИСТУЮ СРЕДУ

К. А. Сафарян, И. А. Трефилов, М. М. Гончаров, А. Д. Юрина,
А. Н. Кондрашов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В статье приведены результаты моделирования утечки жидкости из трубопровода в пористую среду. По результатам исследования было показано, что существует принципиальная возможность создания описанной системы обнаружения утечек. Проведены оценки характерных времен реагирования система и предложены рекомендации расположению чувствительного элемента.

Ключевые слова: утечка; пористые среды

SIMULATION OF LEAKAGE INTO A POROUS MEDIUM

K. A. Safaryan, I. A. Trefilov, M. M. Goncharov, A. D. Yurina,
A. N. Kondrashov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The article presents the results of modeling the leakage of liquid from the pipeline into a porous medium. According to the results of the study, it was shown that there is a fundamental possibility of creating the described leak detection system. The characteristic response times of the system are estimated and recommendations for the location of the sensitive element are proposed.

Keywords: leak; porous medium

Один из распространенных способов обнаружения неисправностей в трубопроводах – волоконно-оптические датчики, которые позволяют определить наличие утечки и ее продольную координату по изменению температурного поля, деформации или акустического сигнала [1–4]. Однако для правильной интерпретации результатов измерений требуется понимать физические причины изменений оптических сигналов. Для этого в ходе выполнения настоящей работы проведено моделирование утечки жидкости из трубопровода в пористую среду, в которой находится чувствительный элемент – оптоволоконный кабель с распределенным датчиком температуры. Исследованию подлежало влияние расположения утечки и начальных условий на скорость определения утечки.

На основе полученных результатов, были предложена схема расположения волоконно-оптического кабеля, а также характеристики нагревательного элемента – медного провода под напряжением, предназначенного для обеспечения нужного градиента температур.

В ходе проведения расчетов, трубопровод рассматривался в виде двух коаксиальных цилиндров длиной 1 метр. На рисунке 1 представлено

схематическое изображение поперечного сечения модели.

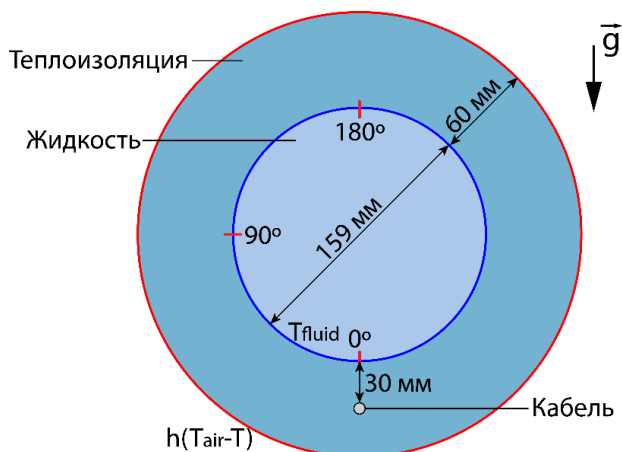


Рис. 1. Схематическое изображение поперечного сечения модели

Рассмотрена утечка из трубопровода при различных начальных условиях: температура жидкости, температура на внешней стенке теплоизоляции (внешней среды), положение оптоволоконного кабеля и утечки. В качестве истекающей жидкости используется вода, а в роли теплоизоляции выступает стекловата. Внутри изоляции трубопровода встроено многомодовое оптическое волокно для работы с системой термометрии волоконно-оптической распределенной. Дополнительно в модели имитируется работа распределённого волоконного датчика температуры.

Управляющие уравнения решаются численными методами в пакете Comsol Multiphysics в двумерной (для утечки) или двумерной осесимметричной постановках (для греющей жилы) в зависимости от проводимого исследования. Решения задачи утечки в двумерной постановке достаточно, так как трубопровод однороден по всей длине. Для расчетов используется решатель метода Ньютона-Рафсона. Пространство для численного метода дискретизируется расчетной сеткой, показанной на рисунке 2. В интересующих нас областях сетка была уплотнена.

Ввиду того, что утечка происходит уже при установившемся тепловом равновесии, на первом этапе решалась задача прогрева пористой среды без учета утечки, результатом которой становилось радиальное распределение температуры относительно центра. На следующем шаге к полученному решению добавлялась утечка жидкости в пористую среду.

В зависимости от расположения утечки насыщение среды в точке измерения концентрации происходит с разной скоростью. Если утечка происходит вблизи точки измерения, то среда резко насыщается вытекшей жидкостью и соответствующим образом меняется температура. Дальше всего насыщение происходит при утечке с противоположной стороны. На рисунке 3 представлены графики, показывающие изменение температуры и концентрации со временем при разных положениях утечки.

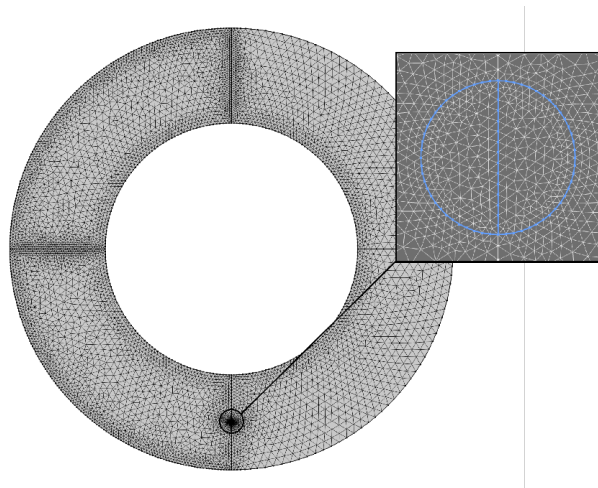


Рис. 2. Расчетная сетка

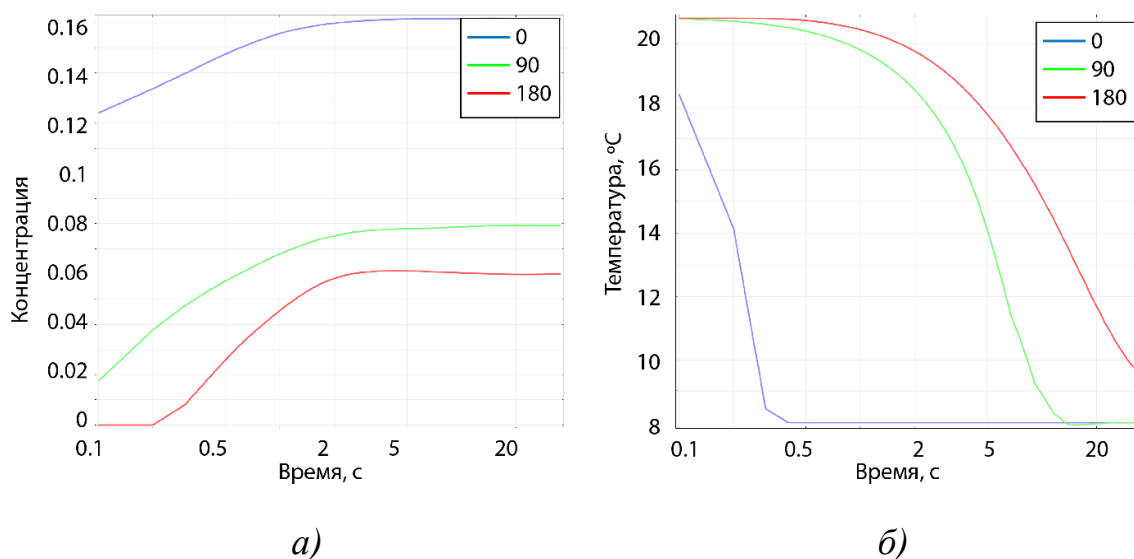


Рис. 3. Зависимости: а) температуры в точке от времени для разных положений утечки; б) концентрации жидкости в точке от времени для разных положений утечки

На основании проведенных исследований, для обнаружения утечки в точке наблюдения необходимо обеспечить перепад температур не менее 10°C , по сравнению с окружающей средой. Для случая, когда разница между температурами в трубопроводе и внешней среде мала, предлагается использовать вдоль оптического волокна нагревающую жилу, которая будет поддерживать необходимый градиент. Достигая греющей жилы, жидкость будет изменять условия теплоотдачи. Эти изменения позволяют выполнить условие выше.

Для определения характеристик греющей жилы также были проведены расчеты. В результате в качестве материалы для греющей жилы была выбрана медь, а ее радиус составил 1 мм. На рисунке 4 показаны поля

температур в разные моменты времени для разных положений утечки: снизу, сбоку, сверху.

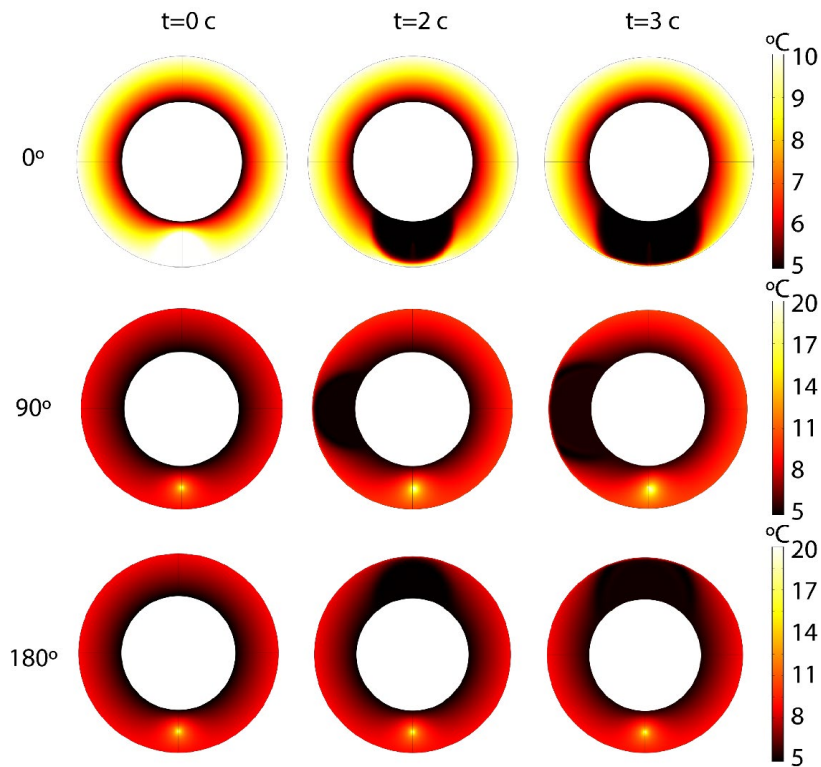


Рис. 4. Температурные поля в разные моменты времени для трех положений утечки с использованием греющей жилы

Сделать выводы о скорости достижения жидкости можно из рисунков 5 и 6. На рисунке 5 показано как температура в точке со временем уменьшается, в результате смачивания холодной жидкостью, истекающей из трубопровода.

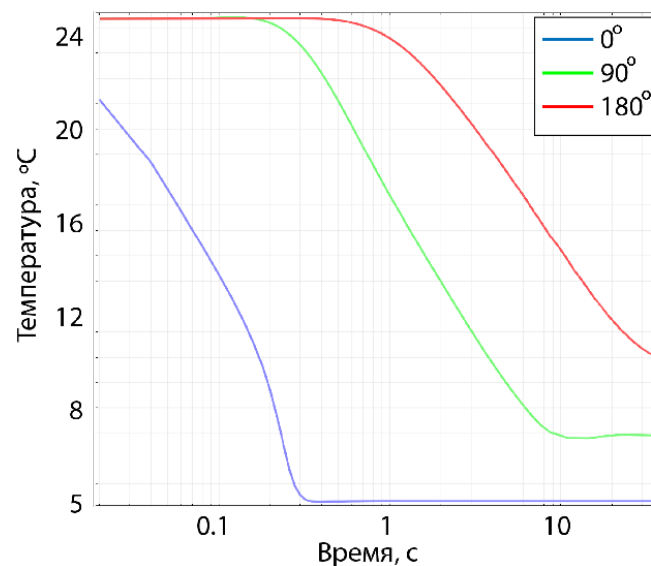


Рис. 5. Зависимость температуры в точке от времени для разных положений утечки

А из графика на рисунке 6 видно, что в случае утечки снизу концентрация в области измерения больше, чем для двух других случаев. Это объясняет тот факт, что остывание в нагревателе в этом случае происходит быстрее.

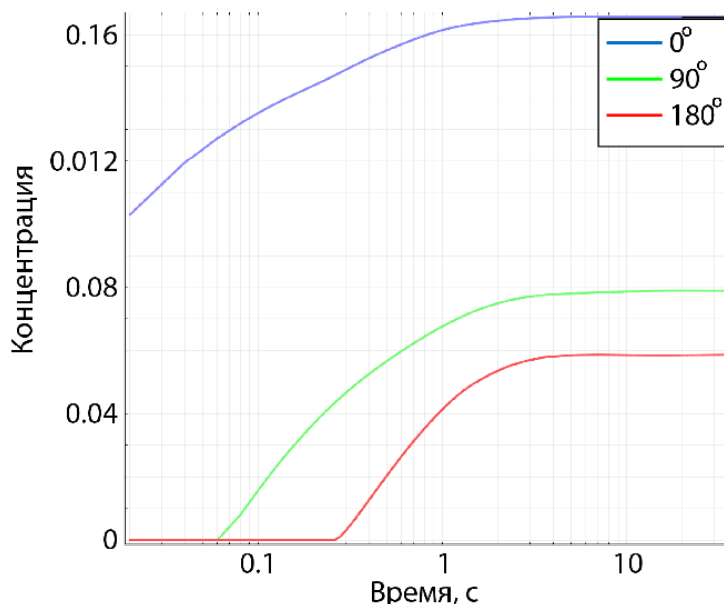


Рис. 6. Зависимость концентрации в точке от времени для разных положений утечки

По результатам исследования было показано, что существует принципиальная возможность создания системы обнаружения утечек с помощью распределенных датчиков температуры. Построена математическая модель процессов, происходящих в пористой среде при утечке в нее жидкости, и проведены оценки характерных времен обнаружения утечки и температуры, необходимой для подогрева волоконно-оптического кабеля. Рассмотрение разных положений утечки показало, что использование одного чувствительного элемента оказывается достаточным для определения линейной координаты утечки при помощи распределенных волоконно-оптических датчиков температуры. В силу гравитационного воздействия на процесс истечения жидкости, чувствительный оптический кабель и нагревательный элемент предлагается разместить внизу, в теплоизоляционном слое.

Список литературы

1. Baroudi U., Al-Roubaiey A. A., Devendiran A. Pipeline leak detection systems and data fusion: A survey // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 97426–97439.
2. Mishra A., Al Gabani S. H., Juma Al Hosany A. Pipeline Leakage Detection Using Fiber Optics Distributed Temperature Sensing DTS // Proceedings of Abu Dhabi International Petroleum Exhibition & Conference. Abu Dhabi, UAE, 2017. Vol. 1. P. 2–5.

3. *Zhang S., Liu B., He J.* Pipeline deformation monitoring using distributed fiber optical sensor // *Measurement*. 2019. Vol. 133. P. 208–213.
4. *Zuo J., Zhang Y., Xu H. et al.* Pipeline leak detection technology based on distributed optical fiber acoustic sensing system // *IEEE Access*. 2020. Vol. 8. P. 30789–30796.

МЕТОДИКА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПО СПЕКТРАЛЬНЫМ ОПТИЧЕСКИМ СИГНАЛАМ

И. А. Трефилов, К. А. Сафарян, М. М. Гончаров, А. Д. Юрина,
А. Н. Кондрашов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе было разработано два детерминированных алгоритма. Эти алгоритмы на основе данных показаний интерферометра Фабри-Перо оценивают его физические качества вроде длины базы. Детерминированные алгоритмы отлично работают на идеализированных сигналах, но на реальных сигналах они выдают большую погрешность. Для повышения точности определения длины базы интерферометра разработан вероятностный алгоритм на основе машинного обучения.

Ключевые слова: интерферометр; оптические датчики; алгоритмы

METHOD OF RECONSTRUCTION OF PHYSICAL FIELDS FROM SPECTRAL OPTICAL SIGNALS

I. A. Trefilov, K. A. Safaryan, M. M. Goncharov, A. D. Yurina,
A. N. Kondrashov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

Two deterministic algorithms were developed in the work. These algorithms, based on the data of the Fabry-Perot interferometer readings, evaluate its physical qualities, such as the length of the base. Deterministic algorithms work fine on idealized signals, but they produce a large error on real signals. To improve the accuracy of determining the length of the interferometer base, a probabilistic algorithm based on machine learning has been developed.

Keywords: interferometer; optical sensors; algorithms

На сегодняшний день все дорогостоящие и важные технические объекты включают в себя научные технологии для мониторинга состояния. Система успешно функционирует и выживает в реальном мире до тех пор, пока она получает объективную и качественную информацию о своем состоянии. Для мониторинга состояния используются сенсоры и датчики – устройства, которые проводят измерения физической или химической величины и преобразуют контролируемый параметр в удобный для использования сигнал, как правило, электрический.

Большую часть рынка измерительных систем и датчиков занимают электронные измерительные технологии [1]. В альтернативу электрическим измерительным технологиям приходят оптические системы. Оптические системы имеют очевидные преимущества: взрывобезопасность,

невосприимчивость к электромагнитным помехам, высокую разрешающую способность и т.д. [2, 3].

Оптические датчики на основе интерферометра Фабри-Перо имеют высокую разрешающую способность, диапазон рабочих деформаций $\pm 0,1\%$ и температур от -40 до $+250^\circ\text{C}$ [4]. Они имеют небольшие линейные размеры и, как правило, длину от 1 до 20 мм. Этот датчик может применяться для выявления нарушений работы в авиационных системах по измерению вибраций, давлений и температур в турбовентиляторном двигателе [5, 6].

Как правило, в задачах, использующих одномодовое волокно для измерения физических величин с реальных сигналов, применяют алгоритмы обработки оптических сигналов, приведенные в статьях [7–9].

Существующие алгоритмы справляются с задачей, но имеют ряд ограничений. Алгоритмы используют белый свет и очень чувствительны к не параллельности отражающих поверхностей. В модель измерения заложено, что исходный спектр является косинусоидальной функцией с линейной амплитудой. Модулированный сигнал приводит к ошибочной оценке величины зазора интерферометра. Эта проблема может быть решена только полиномами высокой степени. Точность представленных алгоритмов и сложности в обработке модулированных сигналов не удовлетворяет нашей задаче, поэтому учитывая недостатки вышеописанных алгоритмов было принято решение разработать точные и устойчивые алгоритмы по определению физических величин из сигналов интерферометра. Алгоритмы должны быть пригодны для восстановления физических полей давления на основе показаний интерферометра Фабри-Перо.

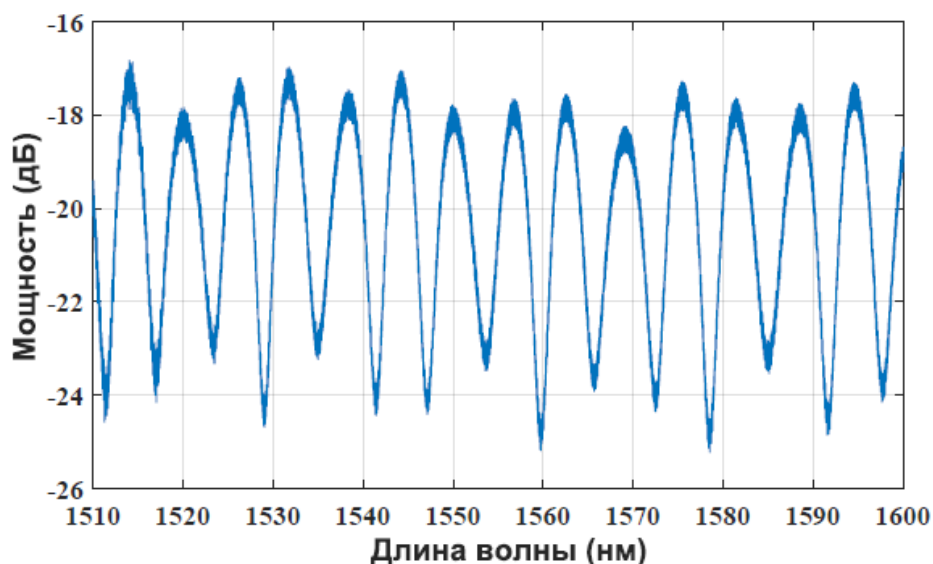


Рис. 1. Сигнал интерферометра, подвергающийся обработке

Для обработки сигнала интерферометра было разработано два детерминированных алгоритма и один вероятностный. Детерминированные алгоритмы основаны на поиске длины базы интерферометра. Первый из них выделяет частоту по минимумам сигнала, второй определяет частоту из

фурье-спектра. Вероятностный алгоритм основан на обучении гауссовой регрессионной модели. В дальнейшем частота переводится в длину базы интерферометра, а длина базы переводится линейным преобразованием в давление.

Произведено сравнение детерминированных и вероятностных алгоритмов. Сравнение показано на рисунке 2. Из графика видно, что вероятностный алгоритм с высокой точностью описывает экспериментальные данные, в отличие от детерминированных алгоритмов. Первый, детерминированный алгоритм описывает градиенты сигнала, но не описывает экстремумы. Второй, алгоритм описывает экстремумы, но не описывает градиенты.

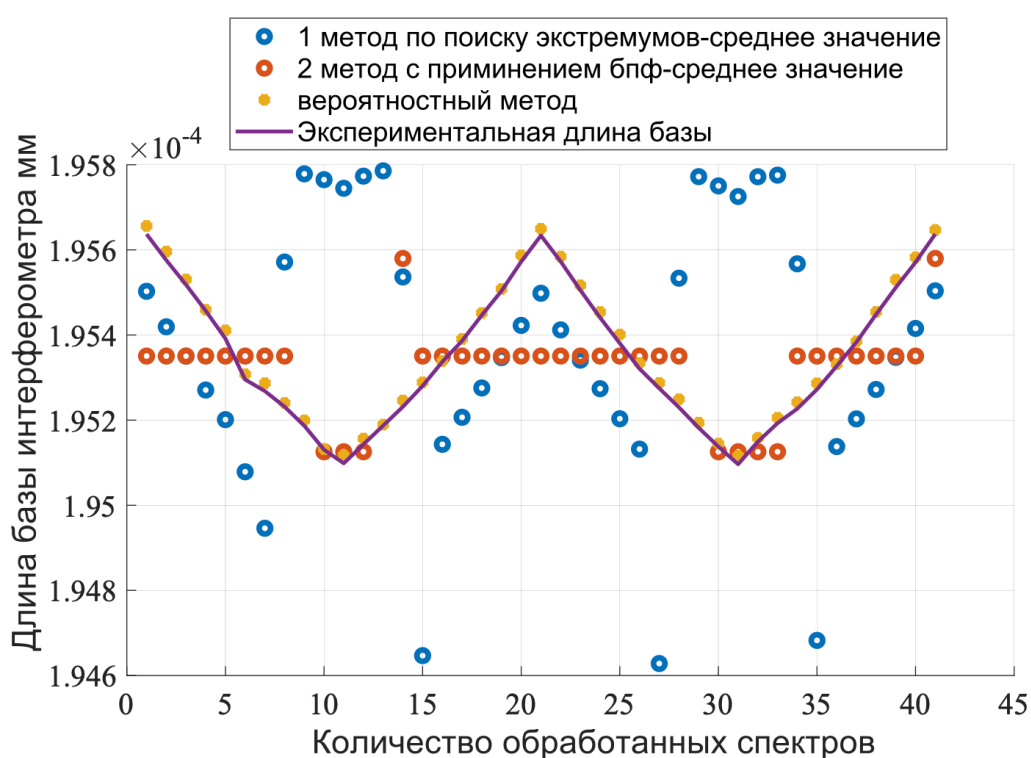


Рис. 2. Сравнение работы разработанных алгоритмов

Из проведенных сравнений были выяснены недостатки методов.

Детерминированные методы, которые подразумевали восстановление физической величины по оценке периодичности сигнала и длины базы интерферометра. Методы измеряют косвенную величину и страдают от ряда проблем, связанных с невозможностью точно определить само понятие длины базы интерферометра, в приборах такого размера.

Недостатки детерминированных методов:

1. алгоритмы плохо справляются с частотной непостоянностью спектра. Непостоянность вносит значительную ошибку в определения длины базы интерферометра. Малое изменение длины базы (2 мкм на 10 бар) также влияет на точность методов;

2. перевод из длины волны в давление производится линейным пересчетом, но это не означает, что связь длины базы и давления в приборе именно такая. Поэтому приближение линейных математических моделей, возможно недостаточно для проведения качественной оценки;

3. сложности возникают также при изгибе оптического кабеля. При изгибе оптоволоконного кабеля происходят потери, приводящие к появлению сложной трендов.

Ввиду недостатков детерминированных алгоритмов принято их не использовать в дальнейшем.

Недостатки методов с применением регрессионного анализа и обученных моделей: большая погрешность предсказания при смене оборудования, изменение количества входных признаков приводит к ошибке предсказывающих моделей, необходим большой и разнообразный набор данных для качественного обучения моделей, переобучение, высокая цена калибровки.

В ходе выполнения работы было выполнено следующее:

1. было разработано два детерминированных алгоритма и один вероятностный алгоритм;

2. по проведенному сравнению вышеописанных алгоритмов, было принято, что детерминированные алгоритмы не удовлетворяют в своей точности;

3. детерминированные алгоритмы не бесполезны и могут найти свое применение в других сферах, где не важна высокая точность.

Список литературы

1. *Байтуганов И. Р., Салихов А. И.* Анализ рынка датчиков вибрации пригодных для использования в измерительной системе испытательного стенда при испытании турбореактивного двигателя // Проблемы техники и технологии телекоммуникаций. Оптические технологии в телекоммуникациях. 2018. С. 90–91.
2. *Томышев К. А., Баган В. А., Астапенко В. А.* Распределённые волоконно-оптические датчики давления для применения в нефтегазовой промышленности // Труды Московского физико-технического института. 2012. Т. 4. №. 2. С. 64–72.
3. *Качура С. М., Постнов В. И.* Перспективные оптоволоконные датчики и их применение (обзор) // Труды Виам. 2019. № 5 (77). С. 52–61.
4. *Исаев В. Г., Серёгин Н. Г., Гречаная Н. Н.* Измерение деформаций конструктивных элементов технических систем летательных аппаратов волоконно-оптическими устройствами // Информационно-технологический вестник. 2018. № 2. С. 14–24.
5. *Нестеренко В. Г., Иванов И. Г.* Конструктивные особенности и параметры современных и перспективных силовых установок большой степени двухконтурности широкофюзеляжных самолетов транспортной категории // Материалы XIII Международной конференции по

прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ2020). Алушта, 2020. С. 435–438.

6. *Иноземцев А. А.* Двигатель ПД-14-будущее российского авиапрома // *Инновации*. 2013. № 12(182). С. 77–80.
7. *Han M., Zhang Y., Shen F., Pickrell G. R., Wang A.* Signal-processing algorithm for white-light optical fiber extrinsic Fabry–Perot interferometric sensors // *Optics letters*. 2004. Vol. 29 (15). P. 1736–1738.
8. *Shen F., Wang A.* Frequency-estimation-based signal-processing algorithm for white-light optical fiber Fabry–Perot interferometers // *Applied optics*. 2005. Vol. 44(25). P. 5206–5214.
9. *Wilkinson P. R., Pratt J. R.* Analytical model for low finesse, external cavity, fiber Fabry–Perot interferometers including multiple reflections and angular misalignment // *Applied Optics*. 2011. Vol. 50 (23). P. 4671–4680.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОДВЕСА В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. Я. Шакирова, В. А. Семёнов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Определены условия возникновения параметрической неустойчивости подвеса тела, погруженного в диэлектрическую жидкость, в переменном электрическом поле. Получены уравнения границ областей параметрической неустойчивости при амплитуде модуляции равной $1/2$.

Ключевые слова: колебания; резонанс; неустойчивость

PARAMETRIC INSTABILITY OF AN ELECTROSTATIC SUSPENSION IN AN ALTERNATING ELECTRIC FIELD

V. Y. Shakirova, V. A. Semenov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The conditions for the occurrence of parametric instability of the suspension of a body immersed in a dielectric liquid in an alternating electric field are determined. The equations of the boundaries of the parametric instability regions are obtained for a modulation amplitude equal to $1/2$.

Keywords: hesitation; resonance; instability

Для уменьшения влияния электрогидродинамических течений электростатический подвес тела в диэлектрической жидкости [1] реализуется в переменном электрическом поле, длина волны которого много больше размеров электродов, т.е. в расчетах может быть использовано «электростатическое» приближение. Однако в переменном поле возможна параметрическая неустойчивость подвеса. Определим основные условия возникновения параметрического резонанса при подвесе тела в переменном электрическом поле.

Рассмотрим устойчивость равновесия диэлектрического шара радиуса R , погруженного в жидкость, вблизи центра тонкого кольцевого электрода радиуса a (рис.1), на который подается переменное напряжение U с частотой ω ($U = U_0 \cos(\omega t)$). Считаем, что $a \gg R$. При малых смещениях шара из центра кольца вдоль оси $z \ll R$, для напряженности поля E получим следующее выражение:

$$E = \frac{c_0 U_0 z}{a^3} \cos(\omega t), \quad (1)$$

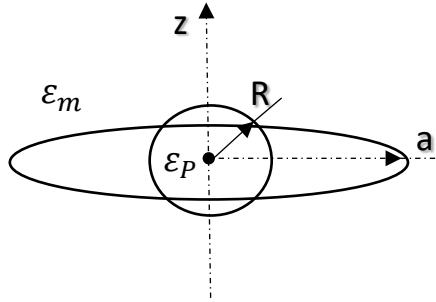


Рис. 1. Система координат

где C_0 – ёмкость кольца. Соответственно, для силы, действующей на шар со стороны поля при смещении вдоль оси z имеем [2]:

$$F_z = -\frac{\varepsilon_m(\varepsilon_m - \varepsilon_p)R^3 k^2 U_0^2}{(2\varepsilon_m + \varepsilon_p)a^4} z \cos^2(\omega t), \quad (2)$$

где $k = C_0/a$, ε_p – диэлектрическая проницаемость шара, ε_m – диэлектрическая проницаемость жидкости.

Перепишем (2) в виде:

$$F_z = -Az \cos^2(\omega t), \quad (3)$$

$$A = \frac{\varepsilon_m(\varepsilon_m - \varepsilon_p)R^3 k^2 U_0^2}{(2\varepsilon_m + \varepsilon_p)a^4}.$$

Предположим, что сила сопротивления в жидкости очень мала. В этом случае с учётом (3) получим следующее уравнение колебаний шара:

$$\ddot{z} + \frac{1}{2}\omega_0^2 z(1 + \cos(2\omega t)) = 0, \quad (4)$$

$$\omega_0^2 = \frac{3\varepsilon_m(\varepsilon_m - \varepsilon_p)k^2 U_0^2}{4\pi a^4 \rho_p (2\varepsilon_m + \varepsilon_p)},$$

где ρ_p – плотность шара.

Допустим, что напряжение на кольце изменяется не по гармоническому, а по ступенчатому закону. Тогда используя метод Мейснера [3, 4], получим следующее периодическое решение:

$$1 - \mu^2 - 2\mu \cos\left(\frac{\pi\omega_0}{2\omega}\right) + \omega_0 \sin\left(\frac{\pi\omega_0}{2\omega}\right) \mu \frac{\pi}{2\omega} = 0. \quad (5)$$

Согласно [3], границы областей получим при $\mu = \pm 1$. Подставляя в уравнение (5), получим следующие уравнения:

$$\mu = 1: \quad 2 - 2 \cos\left(\frac{\pi\omega_0}{2\omega}\right) + \omega_0 \sin\left(\frac{\pi\omega_0}{2\omega}\right) \frac{\pi}{2\omega} = 0, \quad (6)$$

$$\mu = -1: \quad 2 \cos\left(\frac{\pi\omega_0}{2\omega}\right) - \omega_0 \sin\left(\frac{\pi\omega_0}{2\omega}\right) \frac{\pi}{2\omega} = 0. \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) определяют границы областей неустойчивости шара, при амплитуде модуляции равной $\tau = 1/2$.

Список литературы

1. *Братухин Ю. К., Семёнов В. А.* Об условиях устойчивого равновесия диэлектрических шаров в электростатическом поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1982. Т. 83. Вып. 6. С. 2170–2175.
2. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики. Электричество и магнетизм. М: Наука, 1977. 654 с.
3. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М: Лань, 2005. 440 с.
4. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная неустойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 392 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОРФОЛОГИИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ТИТАНОВОГО СПЛАВА VT-3 ПРИ ГИГАЦИКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ

А. Д. Юрина^a, Р.М. Мельников^a, М. В. Банников^b

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, Академика Королева, 1

Исследование посвящено изучению процессов накопления повреждений образцов, изготовленных из сплава титана VT-3. Гигацикловое нагружение осуществлялось на ультразвуковой испытательной машине на базе 10^8 - 10^9 циклов с амплитудой от 1-го и до нескольких десятков микрометров и частотой испытаний 20 кГц. В работе найдена зависимость величины нагружения образцов от числа циклов нагружения. В ходе исследования произведена оценка значений масштабного инварианта в областях зарождения усталостной трещины и ее распространения. Получена зависимость значения масштабного инварианта от увеличения изображений поверхностей разрушения, полученных с помощью интерферометра-профилометра. В процессе изучения зернистой структуры поверхности разрушения определен размер зерна в области роста усталостной трещины.

Ключевые слова: гигацикловая усталость; морфология поверхности разрушения; масштабный инвариант

INVESTIGATION OF THE MORPHOLOGY OF THE FRACTURE SURFACE OF THE TITANIUM ALLOY VT-3 AT GIGACYCLE FATIGUE

A. D. Yurina^a, R. M. Melnikov^a, M. V. Bannikov^b

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The study is devoted to the study of the processes of damage accumulation of samples made of titanium alloy VT-3. Gigacycle loading was carried out on an ultrasonic testing machine based on 10^8 - 10^9 cycles with an amplitude from 1 to several tens of micrometers and a test frequency of 20 kHz. The dependence of the loading value of the samples on the number of loading cycles is found in the work. In the course of the study, the values of the scale invariant in the areas of fatigue crack origin and its propagation were estimated. The dependence of the scale invariant value on the magnification of images of fracture surfaces obtained using an interferometer-profilometer is obtained. In the process of studying the granular structure of the fracture surface, the grain size in the area of fatigue crack growth was determined.

Keywords: gigacycle fatigue; morphology of the fracture surface; scale invariant

Важным вопросом в области механики является изучение усталости металлов. Усталость – это процесс разрушения, происходящий в металлах, которые подвержены переменному напряжению, и представляющий собой накопление повреждений [1]. Этот процесс представляет собой следствие зарождения трещин [2].

Изучение усталости металлов является ключевым в таких отраслях промышленности, как авиастроение, космонавтика, строительство высокоскоростных поездов, современных кораблей и автомобилей [3]. Существуют элементы конструкций, которые подвержены нагрузке с малой амплитудой, но очень большой частотой. Всё это требует знания свойств металлов при переменном действии (до нескольких миллиардов циклов) нагрузки [4].

Для изучения усталостной долговечности и механизмов инициирования трещины в режиме гигацикловой усталости изготавливались образцы цилиндрической формы с переменным сечением, с минимальным сечением в центре (рис. 1).

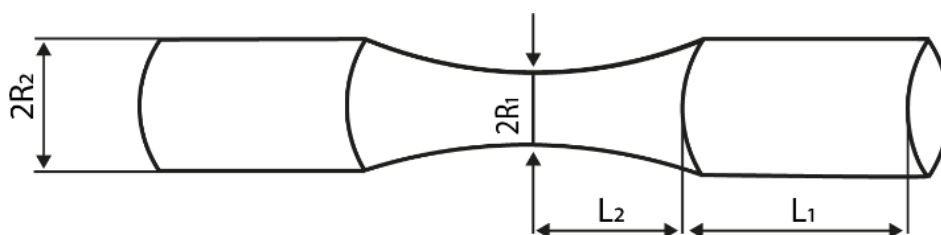


Рис. 1. Геометрия образцов для испытаний на ультразвуковую усталость

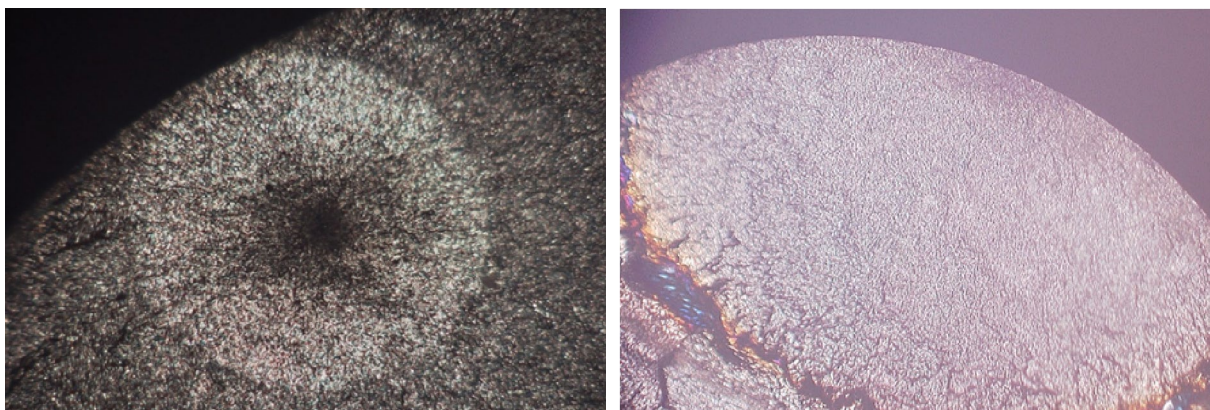
В ходе численного решения находится формула (1), с помощью которой определяется резонансная длина образца:

$$L_1 = \frac{1}{k} \arctan \left\{ \frac{1}{k} [\beta \coth(\beta L_2) - \alpha \tanh(\alpha L_2)] \right\}. \quad (1)$$

Испытания на гигацикловую усталость титанового сплава проводились на ультразвуковой резонансной машине Shimadzu USF-2000 с коэффициентом асимметрии цикла $R = -1$.

На поверхности излома образца (рис. 2а) наблюдается классический вид внутреннего разрушения «Fish-eye». В центре находится темное пятно – очаг зарождения усталостной трещины которое называют «Optical dark area» или «Fine granular area». Поверхность в этой области имеет очень шероховатую структуру из-за длительного накопления повреждений, которые впоследствии сформировали трещину. Светлая зона вокруг очага – область медленного роста трещины.

Иногда в ходе испытаний на гигацикловую усталость трещина зарождается не с объема с видом разрушения «Fish Eye», а с поверхности образца (рис. 2б).



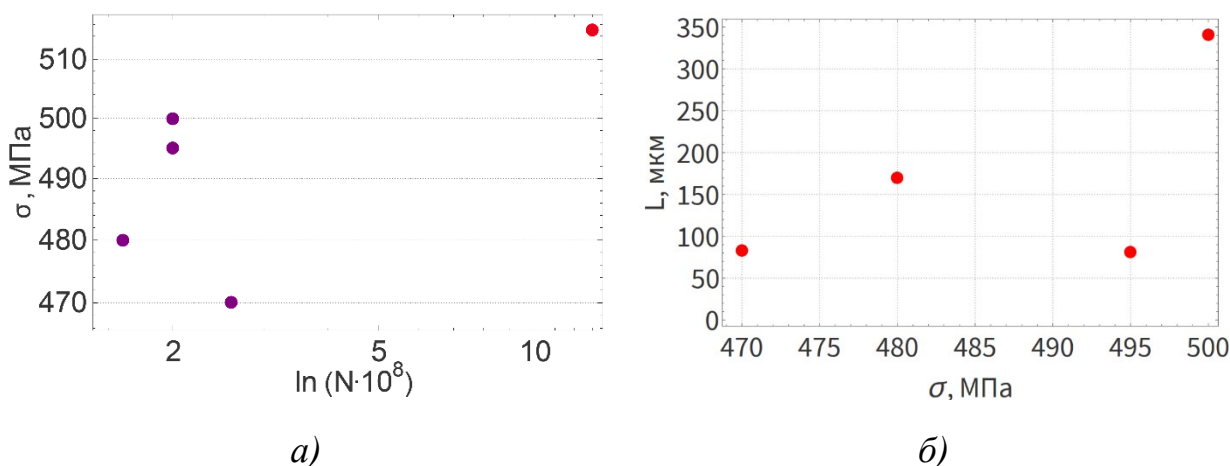
а)

б)

Рис. 2. Полученные с помощью оптического микроскопа HIROX KH-7700 оптические изображения усталостной трещины:

а) вида «Fish Eye»; б) зародившейся с поверхности материала

Графики, изображенные на рисунке 3, отображают данные, полученные в ходе испытания образцов на гигацикловую усталость. Красной точкой на рисунке 3а обозначены данные образца, у которого зарождение трещины произошло с поверхности.



а)

б)

Рис. 3. График зависимости:

а) напряжения от числа циклов; б) глубины залегания очага зарождения трещины от величины нагрузки

На зарождение и рост усталостной трещины в сверхмногоцикловом диапазоне играет большое количество факторов, поэтому по пяти полученным результатам сложно построить четкую закономерность (рис. 3а). Также в процессе исследования морфологии поверхностей разрушения образцов было обнаружено, что очаг зарождения трещины находится на разной глубине (рис. 3б). Это может быть вызвано как разной величиной приложенных напряжений, так и неоднородной структурой исследуемых образцов.

Для исследования масштабно-инвариантных закономерностей из двумерного профиля поверхности разрушения с помощью интерферометра-профилометра New View 5010 вырезались одномерные профили (рис. 4).

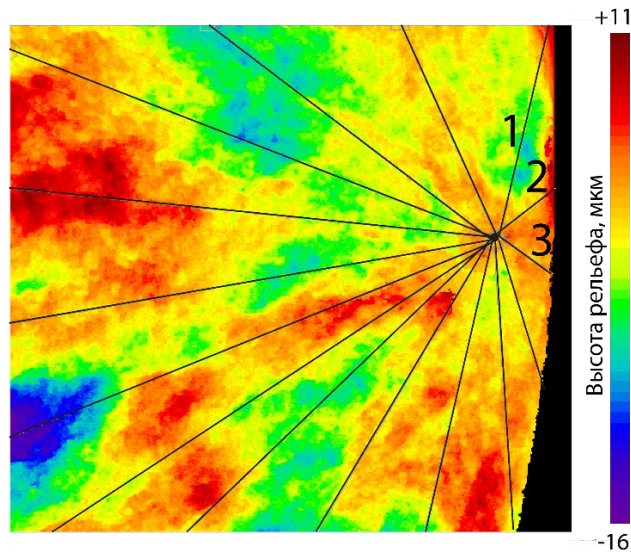


Рис. 4. Процесс получения профилей с помощью интерферометра-профилометра New View 5010

Полученные профили (рис. 5а) анализировались в терминах показателя Херста. Показатель Херста определялся по наклону линейного участка (рис. 5б) функции корреляции (2) в логарифмических координатах:

$$K(r) = \left\langle (z(x+r) - z(x))^2 \right\rangle_x^{1/2} \cong r^H, \quad (2)$$

где $z(x)$ – высота рельефа, зависящая от координаты x ; угловые скобки отражают усреднение по x ; H – показатель Херста.

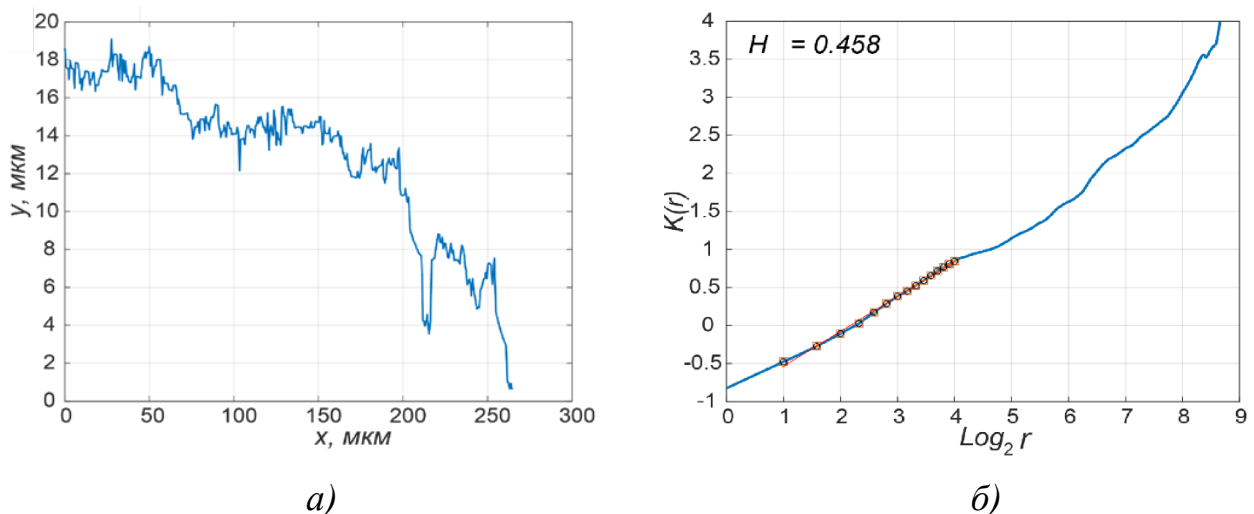


Рис. 5. а) профиль, полученный с помощью интерферометра-профилометра; б) выделенный прямолинейный участок корреляционной функции

Исходя из данных, приведенных в таблице 1, можно пронаблюдать следующую закономерность: показатели Херста в области зарождения трещины (ячейки серого цвета) отличны от значений масштабного инварианта в области ее распространения (ячейки голубого цвета).

Табл. 1. Показатели Херста для каждого образца на различном увеличении изображения

Увеличение № образца	40	100	200	400	1000	200	400	1000
1	0.58	0.47	0.46	0.43	0.41	0.60	0.56	0.53
2	0.53	0.51	0.51	0.49	0.46	0.53	0.53	0.50
3	0.56	0.54	0.53	0.51	0.47	0.56	0.54	0.50
4	0.55	0.48	0.46	0.41	0.40	0.61	0.59	0.58
5	0.58	0.50	0.42	0.39	0.36	0.56	0.55	0.51

Анализ значений показателя Херста позволяет сделать вывод о том, что механизмы формирования морфологии поверхности разрушения в областях очага трещины и её распространения различны.

Внутри очага морфология показывает признаки хаотичного формирования структур, что говорит о наличии множества путей для развития профилей.

Уменьшение показателя Херста с ростом увеличения изображения вызвано тем, что с повышением разрешения картинки (увеличения), обнаруживаются такие элементы рельефа, которые были образованы другими механизмами на данном масштабном уровне.

Список литературы

1. *Bathias C., Paris P. C. Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice. CRC Press, 2004. 328 p.*
2. *Наймарк О. Б., Плехов О. А., Бетехтин В. И., Кадомцев А. Г., Нарыкова М. В. Кинетика накопления дефектов и дуальность кривой Веллера при гигацикловой усталости металлов // Журнал технической физики. 2014. Т. 84. № 3. С. 89–93.*
3. *Туманов Н. В., Лаврентьева М. А., Черкасова С. А., Серветник А. Н. Моделирование устойчивого роста усталостных трещин в дисках турбины авиадвигателей при простом и сложном циклах нагружения // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика СП Королёва (национального исследовательского университета). 2009. № 3 (19). С. 188–199.*
4. *Левин Д. М., Широкий И. Ф., Муравлева Л. В. Гигацикловая усталость // Известия ТулГУ. Серия Физика. 2006. № 6. С. 192–201.*

АВТОМАТИЗАЦИЯ УЧЕТА РАБОЧЕГО ВРЕМЕНИ ПОСРЕДСТВОМ ДВУХФАКТОРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

А. М. Барский, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе рассматриваются варианты решения задачи учета рабочего времени сотрудников посредством двухфакторной идентификации путем интеграции системы считывания биометрических данных, в частности, сканера отпечатков пальцев и RFID-считывателя. В обзорной части работы рассмотрены различные методы и способы распознавания личности с помощью биометрии и средств радиочастотной идентификации.

Ключевые слова: 1С; биометрия; RFID; двухфакторная идентификация

AUTOMATION OF LABOR HOURS ACCOUNTING BY THE U2F IDENTIFICATION IN "1C" DBMS

A. M. Barsky, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper considers ways for solving the problem of accounting employees' labor hour by the U2F identification by integrating a biometric data reading system, in particular, a fingerprint scanner and RFID-reader. There are various methods of identity recognition using biometrics and radio frequency identification.

Keywords: 1С; biometrics; RFID; U2F

Доступ к системе предполагает аутентификацию, каждый фактор которой включает в себя этапы проверки личности пользователя. Наличие сразу двух факторов значительно повышает защитные свойства системы, ведь кроме обеспечения доступа, СКУД должны выполнять защитные от злоумышленников функции, даже если те располагают данными для доступа [1].



Рис. 1. Факторы аутентификации

При использовании оптического сканера распознаются рисунки на поверхности пальца путем анализа светлых и темных участков изображения.

An optical sensor.

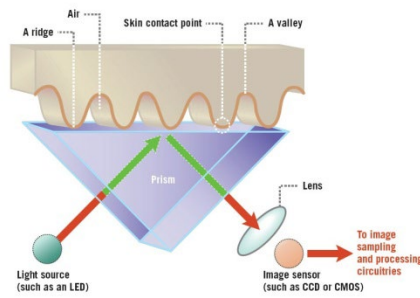


Рис. 2. Оптический сканер

В сканерах большое количество диодов, позволяющих распознавать мелкие детали.

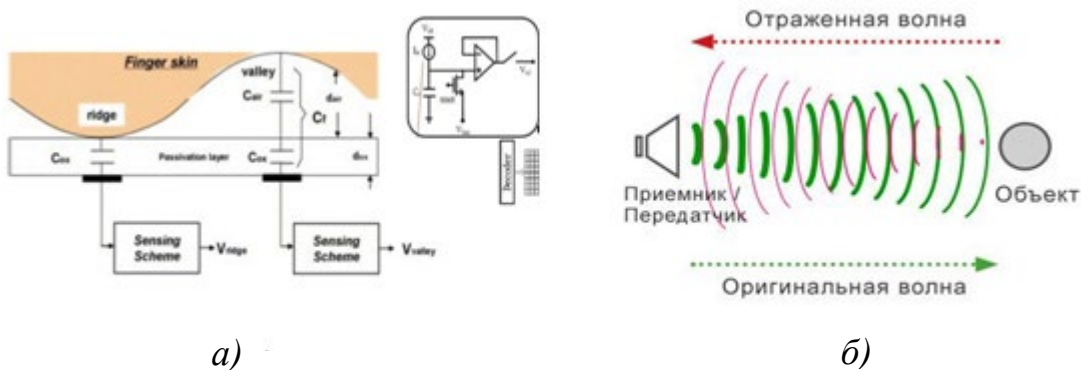


Рис. 3. Виды сканирования: а) емкостное; б) ультразвуковое

Более современные сканеры используют технологии емкостного и ультразвукового сканирования [2]. При этом применяются различные алгоритмы идентификации. При корреляционном сравнении отпечаток пальца накладывается на каждый эталон из базы, после чего прямо по пикселям осуществляется просчет различий между ними. При сравнении по узору изображение отпечатка разбивается на мелкие ячейки. Расположение линий в каждой ячейке описывается математически. Полученный для сравнения отпечаток выравнивается и приводится к тому же виду, что и шаблон.



Рис. 4. Сравнение по узору:
а) разбиение отпечатка на ячейки; б) расположение линий в ячейках

При идентификации по особым точкам ветвления узоров и конечные точки сравниваются на сканируемых отпечатках и шаблонах. По числу совпадений принимается решение об идентификации.



Рис. 5. Сравнение по особым точкам

Алгоритм сопоставления шаблонов во время регистрации определяет наличие различных характеристик отпечатка. Небольшие участки отпечатка и расстояние между ними извлекаются из изображения с целью увеличения количества уникальной информации [3].

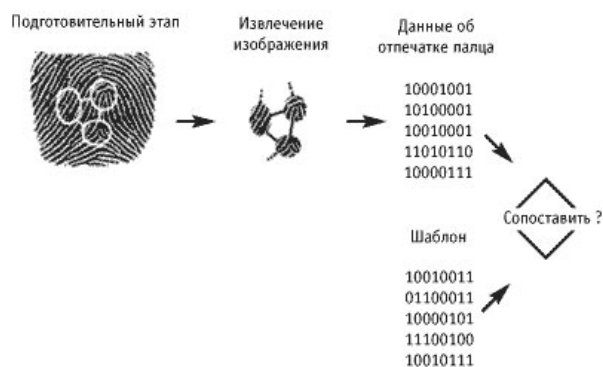


Рис. 6. Сравнение по шаблону

Алгоритмы шифрования внутри модуля позволяют хранить только хеши отпечатков без изображений-эталонов, поэтому метод не подпадает под закон о защите персональных данных, ведь имея только хеш, нельзя будет восстановить по нему сам биометрический идентификатор, а эффективность идентификации в нашем случае будет повышать технология RFID.

Советский изобретатель Лев Термен в 1940-х годах изобрел подслушивающую систему – эндовибратор «Златоуст», которая успешно проработала в кабинете американских послов на протяжении 7 лет. Она не нуждалась в питании, поскольку в ее основе был заложен принцип высокочастотного резонанса. Это было пассивное радиопередающее устройство, которое начинало работать при облучении внешним радиопередатчиком, находящимся неподалеку. Эндовибратор представлял собой объемный резонатор, в котором при облучении радиосигналом с частотой 330 МГц возбуждались собственные колебания. Резонатор с

мембраной действовал как конденсаторный микрофон, который в результате передавал амплитудно-модулированный сигнал, улавливаемый радиоприемником, находившимся неподалеку [4].

Современные RFID-устройства делают то же самое. Радиочастотная идентификация позволяет осуществлять связь между RFID-метками и RFID-считывателем. А технология NFC в тех же смартфонах и даже протезах верхних конечностей позволяет осуществлять бесконтактную связь с RFID-приемником и эмулировать карту доступа, таким образом, оба фактора всегда под рукой [5, 6].

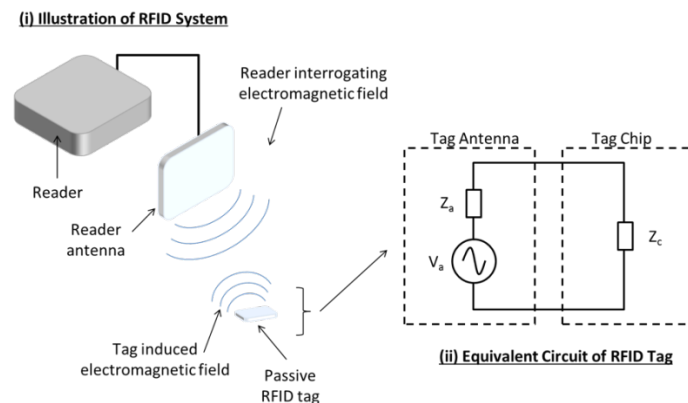


Рис. 7. Технология RFID

Чаще всего, если необходимо использовать какое-то внешнее оборудование, необходимо использовать SDK от фирмы-производителя. При этом стоимость SDK в среднем может достигать 1000\$ + 40\$ за каждое устройство. В поисках решения всех этих проблем можно обратиться к китайскому рынку.

В качестве RFID-считывателя выбран RFID-модуль RC522, так как этот экземпляр является недорогим решением, а микросхема поддерживает интерфейсы SPI, UART и I2C.

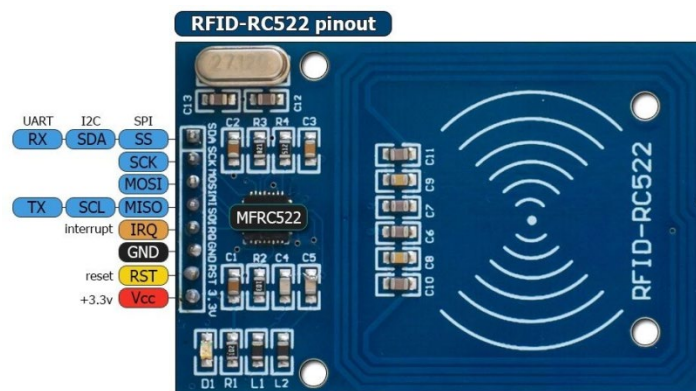


Рис. 8. RFID-RC522

В качестве сканера отпечатков пальцев был выбран модуль FPM10A, использующий протокол UART для arduino, raspberry pi и STM32. Такой

модуль способен запоминать до 256 отпечатков, скорость распознавания до секунды, поддерживает современные алгоритмы шифрования, создает базу отпечатков во внутренней памяти и производит сравнение по шаблону.

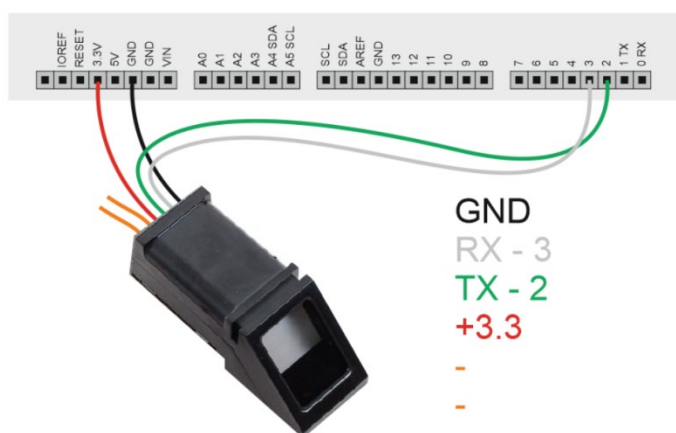


Рис. 9. Сканер FPM10A

Для авторизации необходимо приложить карточку, чтобы система определила пользователя в базе. При успешном сканировании метки можно пройти этап биометрической верификации, что быстрее идентификации [7].

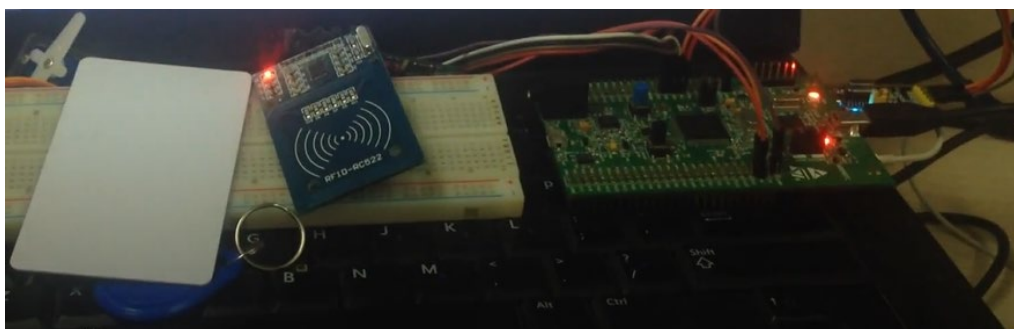


Рис. 10. Макет системы

Для прошивки микроконтроллера использовались библиотеки в свободном доступе с репозитория github [8, 9].

Список литературы

1. Что такое СКУД [Электронный ресурс]. URL: <https://bcinform.ru/news/что-такое-skud-rasskazyivaem,-что-eto-i-kakie-vidyi-byivayut.html> (дата обращения: 15.02.2021).
2. Сканер отпечатков пальцев [Электронный ресурс]. URL: <https://hi-news.ru/eto-interesno/kak-eto-rabotaet-skaner-otpechatkov-palcev.html> (дата обращения: 03.03.2021).
3. Обзор систем биометрической идентификации [Электронный ресурс]. URL: https://www.anti-malware.ru/analytics/Market_Analysis/biometric-identification-systems (дата обращения: 05.10.2020).

4. Энциклопедия техники: Лев Термен [Электронный ресурс]. URL: <https://enciklopediya-tehniki.ru/lev-termen.html> (дата обращения: 10.11.2020).
5. Современные подходы к СКУД с RFID [Электронный ресурс]. URL: http://idsec.ru/articles/rfid_safety.htm (дата обращения: 15.02.2021).
6. Radio-frequency identification and Near Field Communication [Электронный ресурс]. URL: <https://blog.adeveloper.ru/all/rfid-i-nfc-v-chem-raznica> (дата обращения: 15.02.2021)
7. Биометрическая Верификация и идентификация [Электронный ресурс]. URL: <http://www.bio5.ru/advice/kakaya-raznitsa-mezhdu-biometricheskoi-identifikatsiei-i-biometricheskoi-verifikatsiei.html> (дата обращения: 15.02.2021).
8. Сканер отпечатков пальцев FPM10a библиотека [Электронный ресурс]. URL: <https://titanwolf.org/Network/Articles/Article?AID=036dc09f-d352-4db2-b2aa-9dce76249e78#gsc.tab=0> (дата обращения: 26.02.2021).
9. RFID-модуль RC522 библиотека [Электронный ресурс]. URL: https://github.com/ninharp/STM32F103_RFID_Access_Control/tree/master/lib (дата обращения: 19.03.2021).

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО БИХ-ФИЛЬТРА МЕТОДОМ ИНВАРИАНТНОСТИ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

Н. Д. Богданов, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной публикации рассматривается процесс проектирования цифровых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой посредством использования метода инвариантного преобразования импульсной характеристики при трансформации передаточной функции аналогового фильтра в цифровую передаточную функцию.

Ключевые слова: ЦОС; БИХ-фильтр; метод инвариантного преобразования импульсной характеристики; z-преобразование

DESIGNING A DIGITAL IIR FILTER BY THE METHOD OF INVARIANCE OF THE IMPULSE RESPONSE DURING ANALOG-TO-DIGITAL TRANSFORMATION

N. D. Bogdanov, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

This publication discusses the process of designing digital filters with an infinite impulse response by using the method of invariant conversion of the impulse response when transforming the transfer function of an analog filter into a digital transfer function.

Keywords: DSP; IIR-filter; method of invariant transformation of the impulse response; z-transform

В настоящее время разработано множество программ и приложений [1, 2], осуществляющих расчет цифровых фильтров. Однако большинство из них сами обрабатывают входной сигнал (входной массив данных) и формируют отфильтрованный выходной сигнал (выходной массив данных), не позволяя при этом получить коэффициенты цифрового фильтра, которые впоследствии могут использоваться в другом программном обеспечении, работающего с данными, но не обладающего функционалом расчета цифровых фильтров. Эти коэффициенты остаются внутренним инструментом приложения.

Фильтр – это система, избирательно изменяющая форму сигнала (амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики). Основными целями фильтрации являются улучшение качества сигнала путем подавления помех и извлечение из сигнала информации [3–5].

В зависимости от взаимного расположения полос пропускания и задерживания выделяют следующие типы фильтров [6]:

- фильтр нижних частот (ФНЧ);
- фильтр верхних частот (ФВЧ);
- полосовой фильтр (ПФ);
- заграждающий (режекторный) фильтр (ЗФ);

Фильтры также классифицируются на аналоговые и цифровые. Аналоговые фильтры реализуют исключительно аппаратную фильтрацию: они используют резонанс в электрических цепях, представляющих собой комбинации резисторов, индукторов, конденсаторов и операционных усилителей. Аналоговые фильтры обрабатывают сигнал напрямую и непрерывно. Программный цифровой фильтр, в свою очередь, – это математический алгоритм, реализованный на программном уровне, который с определенной целью воздействует на входной сигнал и генерирует выходной цифровой сигнал. Важным преимуществом цифрового фильтра над аналоговым является возможность реализации фильтров высоких порядков на программном уровне.

Цифровые фильтры делятся на два глобальных класса: фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) и фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ). В стандартной форме фильтр каждого типа представляется через коэффициенты его импульсной характеристики $h(k)$ ($k \in 0, N$) [3], как представлено уравнениями (1) и (2):

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k), \quad (1)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k). \quad (2)$$

Для некоторых задач, в том числе для оценки частотных характеристик фильтров, удобно использовать представления КИХ- и БИХ-фильтров через передаточные функции, представленные уравнениями (3) и (4):

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}, \quad (3)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k). \quad (4)$$

В данной работе описывается разработка фильтров с бесконечной импульсной характеристикой, поэтому остановимся на них поподробнее.

При разработке БИХ-фильтра важным пунктом является поиск таких значений коэффициентов a_k и b_k передаточной функции (5), при которых определенные параметры характеристик фильтра ведут себя определенным образом:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}}. \quad (5)$$

Для расчета коэффициентов передаточной функции необходимо верно подобрать метод. Наиболее простым методом является размещение нулей и полюсов на комплексной плоскости, однако данный метод может применяться только при разработке простых фильтров. Более эффективный подход – это изначальная разработка аналогового фильтра по требуемой спецификации и дальнейшее преобразование в эквивалентный ему цифровой фильтр, для чего используются методы z-преобразования, такие как:

- метод инвариантного преобразования импульсной характеристики;
- согласованное z-преобразование;
- билинейное z-преобразование.

В данной работе используется метод инвариантного преобразования импульсной характеристики. Выбран он по остаточному признаку: согласованное z-преобразование близко к методу размещения нулей и полюсов на комплексной плоскости, то есть применяется при разработке простых фильтров. Билинейное z-преобразование, в свою очередь, – трудоемкий метод, требующий большого количества вычислений. Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики, в таком случае, является оптимальным как применяемый ко всем типам и порядкам цифровых фильтров и достаточно простым в освоении и проведении расчетов [3].

Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики заключается в преобразовании аналоговой передаточной функции $H(p)$ в импульсную характеристику $h(t)$ с помощью преобразования Лапласа. Импульсная характеристика затем дискретизируется в $h(n\Delta)$ (Δ – период дискретизации) и подвергается z-преобразованию, в результате чего получается требуемая передаточная функция $H(z)$ цифрового фильтра [3, 4]. Структурная схема метода представлена на рис. 1.

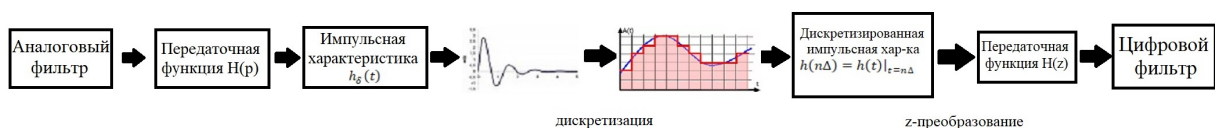


Рис. 1. Структурная схема метода инвариантного преобразования импульсной характеристики

Передаточная функция (6) представляет собой отношение преобразования Лапласа от выходной величины $\tilde{N}(p)$ к преобразованию Лапласа от уравнения, описывающего вход фильтра $\tilde{D}(p)$. Она характеризует динамические свойства системы:

$$H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}. \quad (6)$$

Импульсной переходной функцией (7) системы называют ее отклик на $\delta(t)$ -функцию, то есть на единичный сигнал

$$h_\delta(t) = L^{-1}[H(p)]. \quad (7)$$

Общий вид передаточной функции аналогового фильтра представлен уравнением

$$H(p) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{p - p_k}. \quad (8)$$

С помощью обратного преобразования Лапласа можно вычислить импульсную характеристику:

$$h_\delta(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[\sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{p - p_k}\right] = \sum_{k=1}^{M-1} A_k L^{-1}\left[\frac{1}{p - p_k}\right] = \sum_{k=1}^{M-1} A_k e^{p_k t}. \quad (9)$$

Затем импульсная характеристика дискретизируется:

$$h_\delta(n\Delta) = \sum_{k=1}^{M-1} A_k e^{p_k n\Delta}. \quad (10)$$

Передаточная функция цифрового фильтра $H(z)$ находится как результат действия z-преобразования на дискретизированную импульсную характеристику $h_\delta(n\Delta)$:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{M-1} A_k e^{p_k n\Delta} z^{-n} = \sum_{k=1}^{M-1} A_k \sum_{n=0}^{\infty} (e^{p_k \Delta} z^{-1})^n = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{1 - e^{p_k \Delta} z^{-1}}. \quad (11)$$

Уравнения (6) – (11) являются достаточными и могут применяться для расчета цифрового БИХ-фильтра любого типа и порядка.

На основе сделанных расчетов разработано приложение, интерфейс которого приведен на рис. 2.

Некоторые полученные графики амплитудно-частотной характеристики как наиболее показательные в отношении оценки цифровых фильтров приведены на рис. 3.

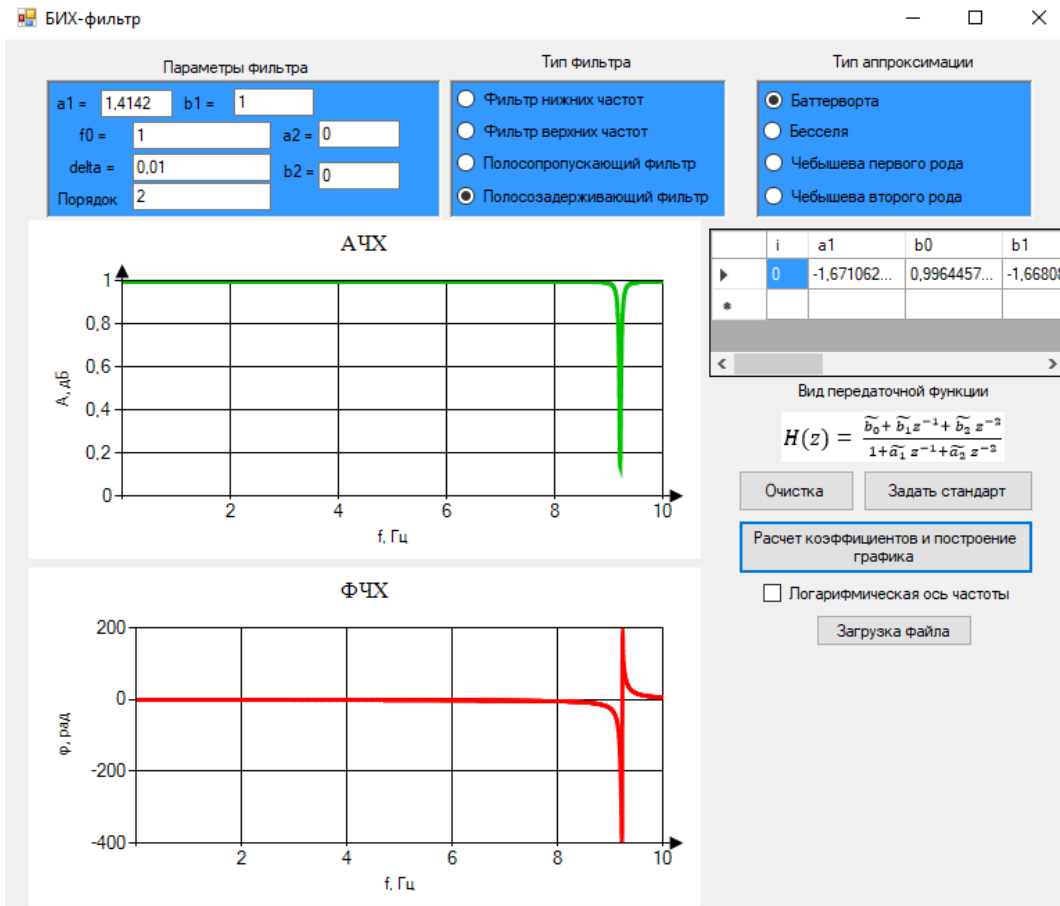


Рис. 2. Интерфейс разработанного приложения

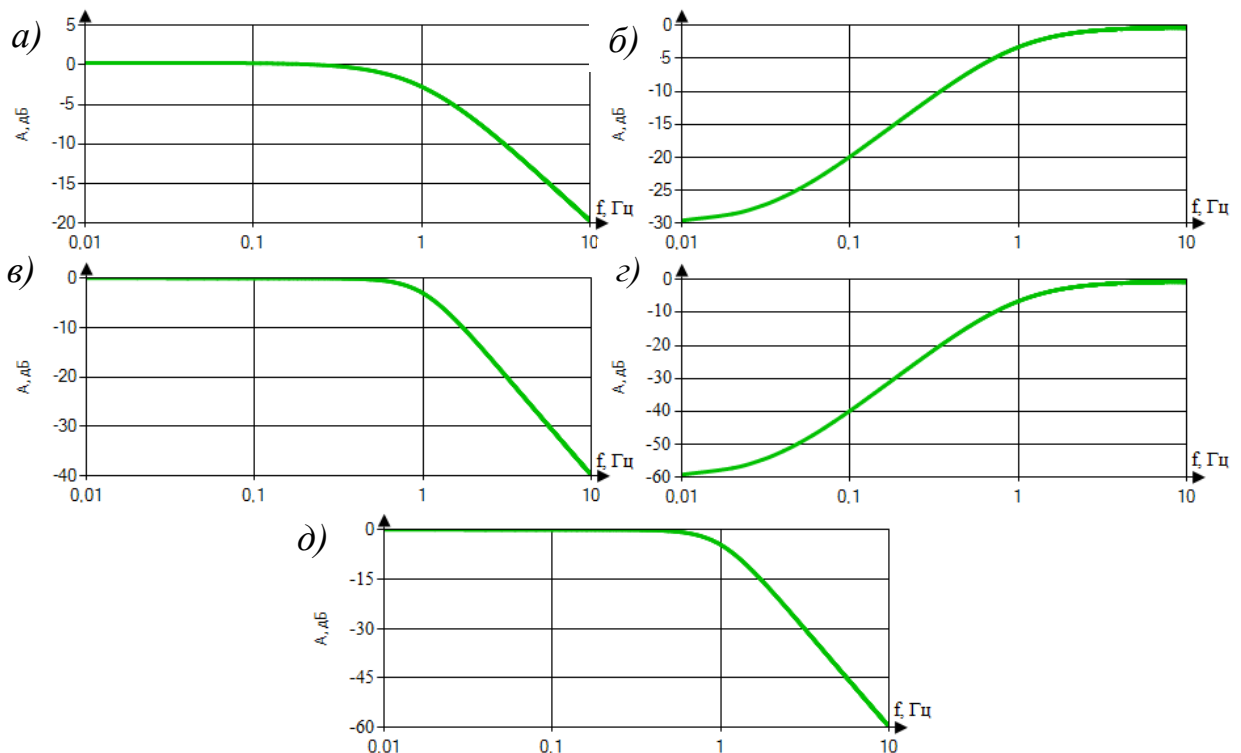


Рис. 3. Полученные АЧХ: а) ФНЧ 1-го порядка; б) ФВЧ 1-го порядка; в) ФНЧ 2-го порядка; г) ФВЧ 2-го порядка; д) ФНЧ 3-го порядка

Список литературы

1. Радис Лтд. Цифровая обработка сигналов [Электронный ресурс]. URL: <http://www.radis.ru/dspprog.htm> (дата обращения: 20.04.2021).
2. Рентюк В. Проектирование фильтров в FilterPro от TexasInstrument // Компоненты и технологии [Электронный ресурс]. URL: <https://kite.ru/passive/filters/proektirovanie-v-filterpro/> (дата обращения: 20.04.2021).
3. Айфичер Э. С., Джервис Б. У. Цифровая обработка сигналов. М.: Вильямс, 2004. 992 с.
4. Солонина А. И., Клионский Д. М., Меркучева Т. В., Перов С. Н. Цифровая обработка сигналов в MATLAB: учебное пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2013. 512 с.
5. Антонью А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. М.: Радио и связь, 1983, 320 с.
6. Вадутов О. С. Тема 6. Аналоговые фильтры. Лекции по дисциплине «Математические основы обработки сигналов» [Электронный ресурс]. URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/v/VOS/study/disc1/Tab/tema06.pdf> (дата обращения: 20.04.2021).

ОБ ОСНОВНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ РАЗВИТИЯ ПЛАТФОРМ ERP СИСТЕМ

М. В. Жужгов, В. А. Семёнов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В данной работе описаны ключевые направления развития современных ERP систем, а также проанализированы и установлены преимущества перехода с традиционной модели построения ERP-систем на мобильные платформы.

Ключевые слова: ERP-системы; облачные ERP-системы; двухуровневые ERP-системы; мобильные платформы

MAJOR TRENDS OF DEVELOPMENT OF ERP SYSTEMS PLATFORMS

M. V. Zhuzhgov, V. A. Semenov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

This paper describes the key areas of development of modern ERP systems, as well as analyzes and establishes the advantages of switching from the traditional model of building ERP systems to mobile platforms.

Keywords: ERP systems; cloud ERP systems; two-level ERP systems; mobile ERP platforms

В настоящее время существует множество различных поставщиков программных платформ ERP-систем. Рынок данного программного обеспечения широко распространен по всему миру. Мировыми лидерами в области разработки автоматизированных систем управления внутренними процессами предприятия являются компании SAP, Oracle и Sage [1].

Термин ERP, согласно APICS, означает «финансово ориентированную информационную систему для определения и планирования ресурсов предприятия, необходимых для получения, изготовления, отгрузки и учета заказов потребителей» [2]. Стандарт MRP-2, на основе которого выполняется построение информационных систем класса ERP представляет собой последний результат эволюции систем планирования потребности в ресурсах (90-е гг.). С тех пор данный стандарт не изменялся и не оптимизировался. Вместе с тем, в настоящее время при работе с ERP-системами возникают определенные трудности, решение которых требует от разработчиков постоянного совершенствования программного обеспечения, с целью повышения удобства использования и эффективности работы пользователей в данных системах [3]. В итоге образовалось три ключевых направления, влияющие на развитие корпоративного программного обеспечения ERP систем.

Облачные ERP системы

Это решения для управления ресурсами предприятия, использование данных в которых осуществляется на стороне сервис-провайдера, а пользователям предоставляется удаленный доступ к интерфейсу системы для работы с ней. Вместо того, чтобы размещать систему на собственных независимых серверах, компания арендует доступ к системе у провайдера и имеет постоянный доступ к ней через интернет. ERP-система может также находиться в частном облаке: на собственных серверах предприятия, но поставляться через облако, например, в территориально-удаленные подразделения.

Данный тип корпоративных систем, предоставляемый как услуга (или сервис), может быть осуществлен быстро ввиду отсутствия необходимости установки специального технического оборудования и программного обеспечения в месте постоянной локации пользователя. Данные и приложения, передаваемые по сети Интернет, находятся под контролем провайдера услуги.

В облаке работает все больше организаций. Какой вид облачных услуг они используют, зависит от задач и бюджета. При переводе бизнеса в облако, важно понимать преимущества различных облачных сервисов. Выделяют три наиболее распространенных модели облачных услуг: инфраструктура как услуга (Infrastructure as a Service – IaaS), платформа как услуга (Platform as a Service – PaaS), программное обеспечение как услуга (Software as a Service – SaaS) [4].

Основные преимущества использования облачных ERP систем [5]:

- Уменьшение первоначальных затрат для поддержки сервисов ИТ;
- Позволяет избегать авансовых платежей за лицензии ПО в пользу месячной подписки;
- Уменьшает выплаты за техническое обслуживание и поддержку приложений, потому что в реальности облачный провайдер управляет обновлениями и улучшениями;
- Компании платят только за те вычислительные ресурсы, которые им нужны;
- Ввиду фиксированной месячной оплаты компании имеют возможность использовать их деньги в другие бизнес инициативы.

Двухуровневые системы ERP

Традиционно системы ERP создаются и функционируют в рамках трехуровневой клиент-серверной структуры, архитектура которой представлена на рис. 1:

- Уровень базы данных является нижним уровнем. На этом уровне осуществляется управление данными с помощью системы управления реляционной базы данных (реляционной СУБД). В дополнение к прикладным данным в их число входят программы и метаданные, необходимые для функционирования системы;

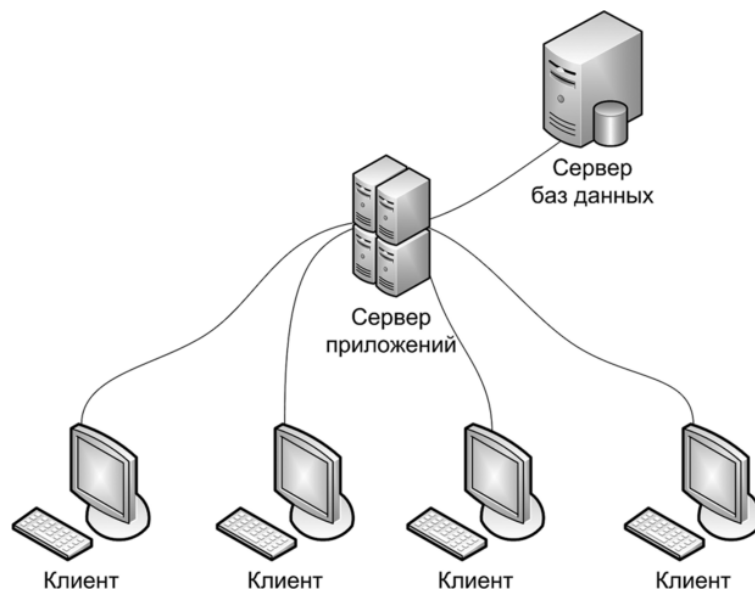


Рис. 1. Архитектура трехуровневой клиент-серверной структуры

- Уровень сервера приложения (логический уровень) является промежуточным уровнем. На этом уровне обеспечивается выполнение на сервере приложений программ. Программы считывают данные из базы данных, обрабатывают их и при необходимости сохраняют в базе данных новые данные;
- Уровень сервера презентации является верхним уровнем. На этом уровне содержится интерфейс пользователя, посредством которого каждый пользователь может вызвать программу, ввести новые данные и получить результаты рабочего процесса.

Двухуровневая ERP [6] – технологическая стратегия, которая использует уровни базы данных и сервера приложений традиционной архитектуры построения ERP системы вместе. Более того, уровень базы данных ERP, как правило, используется для финансовых и других ключевых общих процессов, в то время как второй уровень создается для разделения и уменьшения различных подразделений организации с целью удовлетворения конкретных потребностей.

Двухуровневая архитектура используется в клиент-серверных системах, где сервер отвечает на клиентские запросы напрямую и в полном объеме, при этом используя только собственные ресурсы. Т.е. сервер не вызывает сторонние сетевые приложения и не обращается к сторонним ресурсам для выполнения какой-либо части запроса.

Концепт двухуровневой ERP-системы применяется в корпорациях, которым нужен единый стандарт отчетности и бизнес-приложений в своих дочерних структурах или филиалах. В этом и состоит ключевое преимущество двухслойной ERP – оно позволяет организациям оптимизировать процессы региональных отделений компании на объектах, управление которыми ведется отдельно от основной бизнес-модели компании.

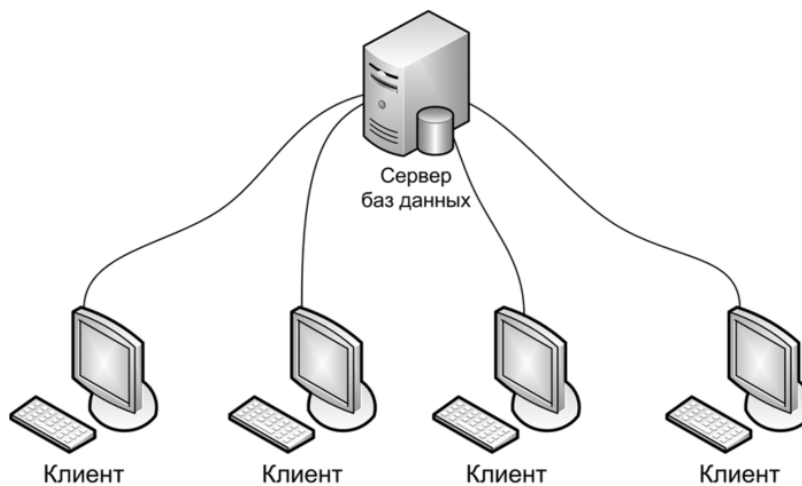


Рис. 2. Архитектура двухуровневой клиент-серверной структуры

Мобильные платформы ERP системы

Несколько лет назад аналитики и эксперты предрекали, что основным вектором развития технологий ERP-систем будет расширение возможностей для мобильного доступа к ним и постепенный уход от традиционной модели on-premise [7]. В настоящее время мобильный функционал предлагают все ключевые поставщики ERP, его активно используют многие предприятия для удаленного управления ресурсами. Важный фактор, влияющий на развитие мобильного инструментария ERP-систем, – повсеместное распространение мобильных устройств. Основными поставщиками мобильных ERP систем являются зарубежные компании SAP, Oracle, Microsoft и другие, а также российский производитель программного обеспечения 1С.

Для руководителей и владельцев бизнеса использование мобильных приложений позволяет иметь удаленный доступ к отчетам в режиме реального времени, а также получать и утверждать заявки (в области закупок, распределения финансовых средств и т.д.), находясь в любой точке земного шара. Также высоко оценят удобство использования мобильных сервисов сотрудники, специфика работы которых не подразумевает постоянное присутствие в офисе – торговые представители, технические и сервисные специалисты.

Большие возможности открывает использование мобильных ERP приложений в логистике и на производстве. Если груз задержался в пути или случилась какая-либо поломка, менеджеры могут получать информацию об этих проблемах незамедлительно, а не только тогда, когда находятся рядом со своим компьютером. Использование мобильных терминалов (например, для учета товаров персоналом склада, работы грузокomплекующих команд и т.д.) давно стало нормой в крупных логистических центрах. Учет получения и выполнения сменных заданий становится нормой на многих крупных заводах.

К основным недостаткам мобильных инструментов ERP стоит отнести недостаточную защищенность данных, которые не могут быть столь же надежно защищены, сколько и в корпоративной информационной сети. Это

создает дополнительные риски для критических для бизнеса данных и финансовой информации, обрабатываемой в мобильных ERP приложениях, что влечет за собой необходимость в дополнительных средствах безопасности.

Кроме того, работа ERP на экране смартфона или планшета серьезно зависит от стабильности мобильной связи, используемой для обмена данными с головным офисом. Такое соединение может быть медленным или недостаточно стабильным в зависимости от возможностей сети обслуживающего компанию мобильного оператора. Тем не менее, эти трудности на практике преодолимы.

В частности, разработана стратегия управления корпоративной мобильностью (УКМ) [8], которую можно определить как класс программных средств, поддерживающих возможность использования мобильных устройств в корпоративных деловых процессах.

С точки зрения бизнеса, УКМ-инструменты позволяют решать следующие основные задачи:

- Подготовка устройств к работе – конфигурирование мобильных устройств и установка приложений для корпоративного использования;
- Аудит, мониторинг и подготовка отчетности – контроль соответствия устройств и приложений корпоративным политикам, а также отслеживание вопросов, связанных с управлением вычислительными и информационными активами предприятия (в том числе учет использования тех или иных сервисов и приложений);
- Защита корпоративных данных – управление правами доступа, шифрование данных, контроль информационных потоков, отслеживание ситуаций, когда пользователи или устройства становятся «недостоверными» (увольнение сотрудников, потеря устройств, неавторизованное реконфигурирование и пр.);
- Техническая поддержка пользователей – оперативное решение специалистами ИТ-отделов проблем использования мобильных устройств сотрудниками организации.

Список литературы

1. ERP-системы (мировой рынок) [Электронный ресурс]. URL: [https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:ERP-системы_\(мировой_рынок\)](https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:ERP-системы_(мировой_рынок)) (дата обращения: 07.06.21).
2. Семенов В. А. Проектирование систем корпоративного управления: учеб.-метод. пособие. Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2012. 88 с. [Электронный ресурс]. URL: <https://elis.psu.ru/node/27434> (дата обращения: 07.04.21).
3. Усова А. С., Кораблев А. В. Современные тенденции развития ERP-систем // Известия института систем управления СГЭУ. 2019. № 2. С. 172–174.
4. Облачные технологии: Что такое IaaS, PaaS, SaaS [Электронный ресурс]. URL: <https://www.sim-networks.com/blog/cloud-computing-service-models>

- (дата обращения: 07.06.21).
5. *Кизим А. А., Захарченко А. В.* Мировые тенденции развития ERP-систем // Наука и образование: хозяйство и экономика; предпринимательство; право и управление. 2020. № 8 (123). С. 14–17.
 6. Второй уровень ERP [Электронный ресурс]. URL: https://www.tadviser.ru/index.php/Новости:Второй_уровень_ERP (дата обращения: 07.04.21).
 7. ERP на экране планшета [Электронный ресурс]. URL: https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:ERP_на_экране_планшета (дата обращения: 07.04.21).
 8. Enterprise Mobility Management (EMM) [Электронный ресурс]. URL: <https://www.stekspb.ru/blog/it/emm-что-это/> (дата обращения: 07.06.21).

БЕСПРОВОДНОЙ НИЗКОПОТРЕБЛЯЮЩИЙ ДАТЧИК ВСКРЫТИЯ УЛИЧНОГО КОЛОДЦА

А. А. Задворных^{a,b}, В. А. Апенько^a, М. С. Скляренко^b

^aОбщество с ограниченной ответственностью «Технотроникс»,
614010, Пермь, Героев Хасана, 9

^bПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Работа посвящена разработке беспроводного низкопотребляющего датчика вскрытия уличного колодца, конфигуратора и мобильного приложения. Данное устройство было спроектировано на основе микроконтроллера STM8L и радиомодуля E22-900T30s.

Ключевые слова: разработка; датчик; радиомодуль; низкопотребляющий; LoRA; уличный колодец

WIRELESS LOW-POWER STREET WELL OPENING SENSOR

A. A. Zadvornyh^{a,b}, V. A. Apenko^a, M. S. Sklyarenko^b

^aLimited Liability Company «Technotronics», 9 Geroev Hasana St., 614010, Perm

^bPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The article is devoted to the development of a wireless low-power street well opening sensor, configurator and mobile application. This device is based on STM8L microcontroller and E22-900T30 wireless module.

Keywords: development; sensor; wireless module; low-power; LoRA; street well

Колодезная инфраструктура является обширной и многофункциональной системой. Существует несколько подсистем колодезной инфраструктуры: кабельная канализация, системы водоснабжения, водоотведения и т. д.

Система из кабельных колодцев применяется в инженерных сетях для монтажа и эксплуатационного обслуживания кабелей связи или электроснабжения. Смотровые или инспекционные колодцы применяются для доступа к частям городской канализационной системы. Главным отличием конструкции смотрового колодца от прочих накопителей и септиков является увеличенный диаметр, что позволяет человеку без труда проникать внутрь.

Часто по разным причинам смотровые колодцы оказываются открытыми, что может привести к падению человека, дорожно-транспортному происшествию, когда колесо автомобиля попадает в колодец, и т. п. Из кабельного колодца также могут украсть медные и оптические кабели. В связи с этим актуальна задача охраны и мониторинга колодезной

инфраструктуры. Многие компании, чья деятельность связана с использованием уличных колодцев, находятся в поиске оптимального решения проблемы обнаружения их вскрытия. Внедрение современной системы дистанционного мониторинга позволяет в режиме реального времени отслеживать вскрытие колодцев и оперативно на это реагировать.

На сегодняшний день большинство решений относятся к проводным системам мониторинга, например, система «СОКОЛ» компании ООО НПЦ «Компьютерные технологии» [1]. Основным минусом проводных систем является необходимость прокладки кабелей до каждого датчика и их дальнейшего обслуживания. Также при изменении в организации канализационной системы требуется перепрокладка кабелей.

В случае использования беспроводной системы мониторинга датчики подключаются независимо от существующей в колодце кабельной прокладки. Количество датчиков для одной системы также перестает быть зависимым от наличия свободных кабелей центрального блока охраны.

Данная работа посвящена разработке беспроводного низкопотребляющего датчика вскрытия уличного колодца, а также специального программного обеспечения: конфигуратора для сбора и анализа данных и настройки датчика, мобильного приложения для анализа величины показателя принимаемого сигнала в радиозфере в конкретной локации. На рис. 1 изображена структурная схема беспроводного датчика вскрытия уличного колодца.

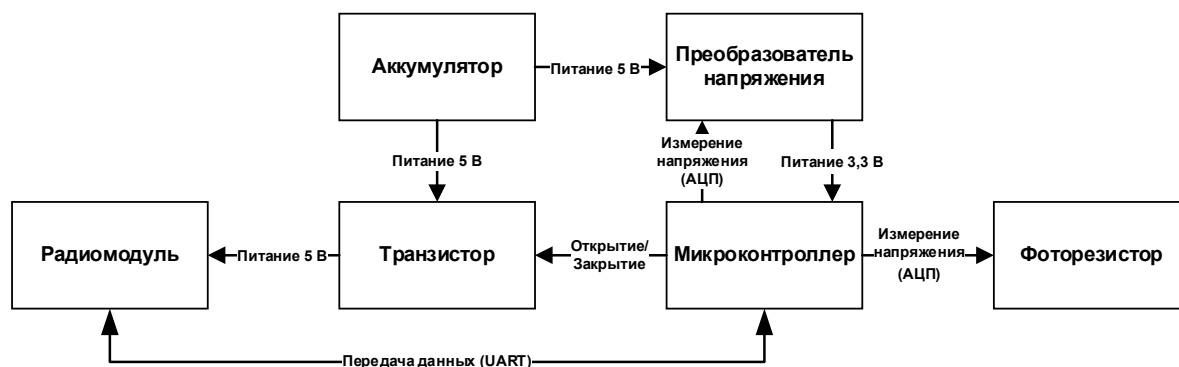


Рис. 1. Упрощенная структурная схема беспроводного датчика вскрытия уличного колодца

Уличные колодцы располагаются далеко друг от друга и от центров мониторинга, куда отправляются сигналы с охранных датчиков, поэтому в устройство должен быть встроен радиомодуль для беспроводной передачи данных на большие (от 1 км) расстояния. Для реализации беспроводной связи датчика вскрытия был использован радиомодуль E22-900T30S с технологией модуляции LoRa, который может передавать данные на расстояние до 10 км на открытой местности [2]. Технология LoRa (англ. Long Range – большой диапазон) является методом модуляции, основанном на технике расширения спектра, при которой данные кодируются широкополосными ЛЧМ-

импульсами (линейная частотная модуляция). Технология обеспечивает передачу данных на большие расстояния и низкое энергопотребление, повышает чувствительность приемника и использует всю ширину полосы пропускания канала для передачи сигнала, что делает его устойчивым к канальным шумам [3].

Модуль E22-900T30S обладает универсальным асинхронным приемопередатчиком UART (Universal Asynchronous Receiver and Transmitter) для обмена данными с другими процессорами и передает данные по радиоканалу в диапазоне частот от 850.125 до 930.125 МГц [2]. E22-900T30S позволяет измерять уровень принимаемого сигнала – RSSI (Received Signal Strength Indicator, измеряется в дБм) – в диапазоне от 0 до –148 дБм. Чем ближе числовое значение RSSI к 0, тем сильнее сигнал [4].

Для беспроводного датчика требуется собственный аккумуляторный блок питания, а сам датчик должен потреблять минимально возможное количество энергии, иначе потребуются частая подзарядка аккумулятора. В качестве источника питания можно использовать последовательно включенные батарейки AA или аккумулятор с выходным напряжением 5 В (напряжение питания радиомодуля).

Данные, которые должен передать радиомодуль по беспроводной связи, собирает в пакет микроконтроллер и передает их радиомодулю по интерфейсу UART. Микроконтроллер STM8L051F3 для датчика вскрытия был выбран в связи с низким потреблением тока. В спящем режиме ток составляет 350 нА, в рабочем режиме ток достигает 3 мА с учетом старта и стабилизации микроконтроллера, когда потребление тока максимально велико [5].

В периферии контроллера имеются низкопотребляющие часы реального времени RTC (Real Time Clock) с режимом будильника. Они в заданный момент времени могут пробуждать чип для передачи данных. Также имеется 12-разрядный многоканальный аналого-цифровой преобразователь (АЦП), который используется для измерения напряжения.

Напряжение питания микроконтроллера равно 3.3 В. Для того, чтобы и радиомодуль, и микроконтроллер могли работать от одного источника питания, в схему датчика был встроен преобразователь напряжения от 5 до 3.3 В. Постоянная работа радиомодуля может привести к большей потребляемой мощности, поэтому необходимо включать радиомодуль только в момент пробуждения датчика, когда необходимо передать данные. С вывода микроконтроллера нельзя подать напряжение выше 3.3 В и запитать радиомодуль, поэтому для данной цели был использован транзистор, работающий в ключевом режиме под управлением контроллера и подающий на радиомодуль необходимое напряжение 5 В.

Датчик вскрытия должен быть установлен внутри колодца, где нет освещения. Простым решением для обнаружения открытия люка служит детектирование перепадов освещения. В работе в качестве сенсора был использован фоторезистор GL5516, который реагирует на эти перепады,

изменяя свое сопротивление. Фоторезистор GL5516 имеет пиковую чувствительность на длине волны 540 нм, сопротивление при освещении 10 лк составляет 5-10 кОм, в темноте – 0,8 МОм, а время отклика на изменение уровня освещения – 30 мс [6]. Зависимость сопротивления фоторезистора от уровня освещения почти линейна, что дает возможность уловить не только резкий, но и плавный переход от затемнения к освещению колодца и наоборот.

На рис. 2 представлен собранный макет датчика вскрытия.



Рис. 2. Фотография макета датчика вскрытия уличного колодца

Для установления связи с датчиком вскрытия и улучшения качества данной связи в более зашумленной среде требуется настройка скорости и мощности передачи данных по радиоканалу. Возникает потребность в приложении-конфигураторе, с помощью которого пользователь сможет задавать и менять настройки канала передачи данных датчика с персонального компьютера и получать информацию о вскрытии люка.

Поскольку большинство персональных компьютеров не имеет встроенного радиомодуля для связи с датчиком вскрытия, к компьютеру должна быть подключена внешняя базовая радиостанция. Большинство радиостанций передают данные, полученные из радиоканала, по сети Internet, используя протокол TCP. Из этого следует, что конфигуратор также должен обмениваться информацией по протоколу TCP (рис. 3).

Для выбора наиболее оптимального режима работы датчика в зашумленной городской среде необходимо приложение, с помощью которого можно устанавливать взаимосвязь между особенностями конкретной местности и ее зашумленностью. Поскольку приложение и датчик должны находиться в одной локации было разработано мобильное приложение для смартфона. В мобильном приложении отображается уровень принимаемого сигнала на местности, где находится датчик, что помогает пользователю с помощью конфигуратора подобрать оптимальные настройки радиоканала для улучшения связи в конкретной локации. Для этого мобильное приложение передает данные по TCP-протоколу конфигуратору (рис. 3). Также мобильное приложение имеет доступ к картографическим сервисам и позволяет отображать местность, координаты датчика и уровень сигнала (который большинство радиомодулей способны измерять самостоятельно).

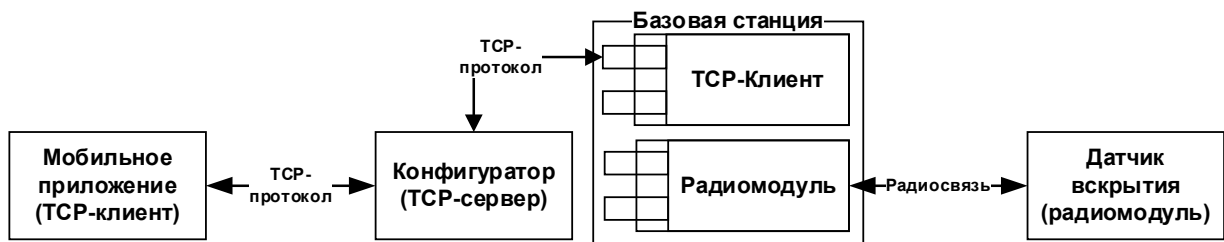
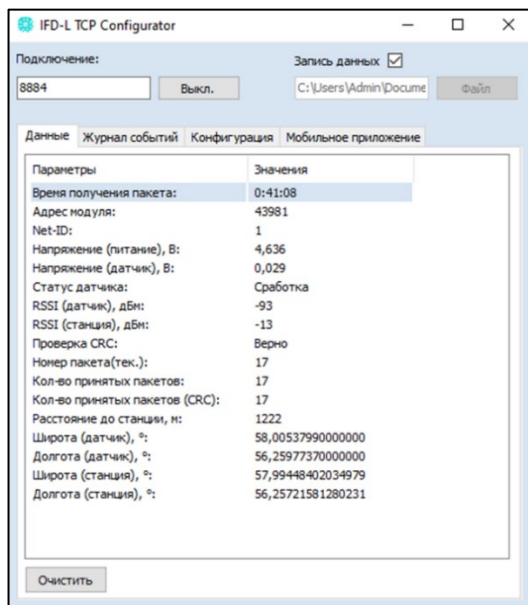


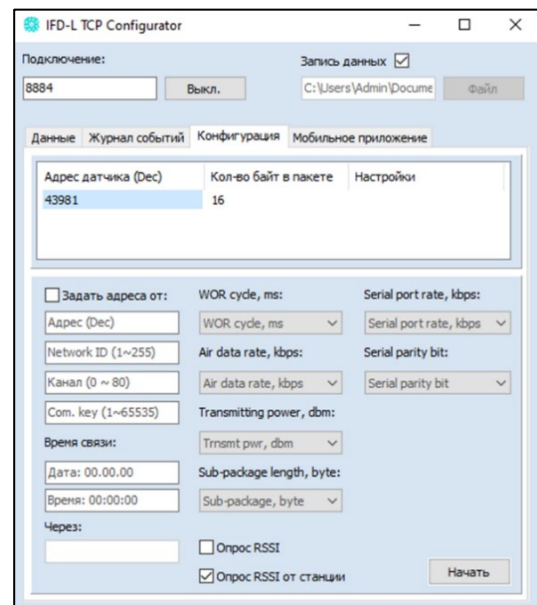
Рис. 3. Структурная схема связи конфигуратора с мобильным приложением и датчиком вскрытия

Конфигуратор (рис. 4) был разработан на языке программирования C++, мобильное приложение (рис. 5) – на языке программирования Kotlin, программное обеспечение микроконтроллера датчика – на языке программирования C.

Прибор постоянно находится в спящем режиме и переходит в активный режим для передачи данных лишь в определенные промежутки времени и когда напряжение на фоторезисторе начинает понижаться (люк открыт) или повышаться (люк закрыт). Прибор передает по радиоканалу такие данные как: напряжение питания, напряжение на фоторезисторе, текущие настройки передачи данных по радиоканалу и показатель уровня принимаемого сигнала (рис. 4а).

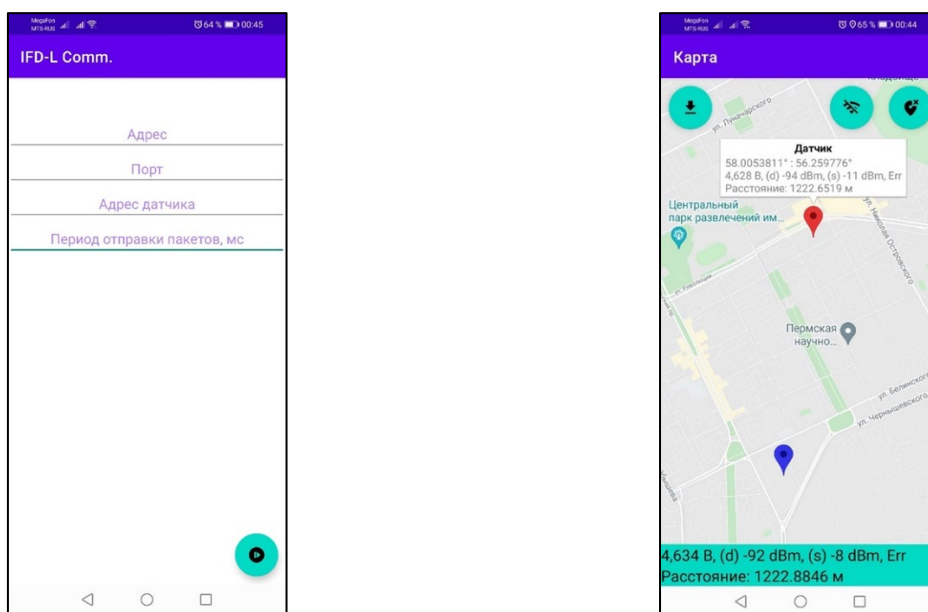


а)



б)

Рис. 4. Графический пользовательский интерфейс конфигуратора:
 а) вкладка «Данные» и пример отображения данных датчика;
 б) вкладка «Конфигурация» и параметры конфигурирования



а)

б)

Рис. 5. Графический пользовательский интерфейс мобильного приложения:

а) начальный экран; б) отображение данных

В настоящий момент разработанный датчик вскрытия тестируется в условиях городской среды с использованием конфигуратора и мобильного приложения.

Список литературы

1. Система охраны колодцев [Электронный ресурс]. URL: <https://isup.ru/articles/3/13683/> (дата обращения: 01.04.2021).
2. E22-900T30S UserManual [Электронный ресурс]. URL: <https://www.cdebyte.net/uploads/201921823/E22-900T30S.pdf> (дата обращения: 03.04.2021).
3. Современные технологии беспроводных коммуникаций. Обзор аппаратных решений LoRa и MБee-868 [Электронный ресурс]. URL: <https://prm.terraelectronica.ru/news/6403> (дата обращения: 03.04.2021).
4. Understanding RSSI [Электронный ресурс]. URL: <https://www.metageek.com/training/resources/understanding-rssi.html> (дата обращения: 21.04.2021).
5. STM8L051F3 Datasheet [Электронный ресурс]. URL: <https://www.st.com/resource/en/datasheet/stm8l051f3.pdf> (дата обращения: 22.04.2021).
6. GL5516 Datasheet [Электронный ресурс]. URL: <https://www.datasheet4u.com/datasheet-pdf/SENBA/GL5516/pdf.php?id=756925> (дата обращения: 23.04.2021).

МИКРОПРОЦЕССОРНЫЙ АНАЛИЗАТОР ЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

М. В. Исаев, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Для корректной настройки музыкального инструмента необходимо либо воспользоваться услугами настройщика, либо использовать специальный прибор – цифровой тюнер, который с необходимой точностью может автоматически определить частоту звучания ноты и сообщить о ее совпадении или несовпадении с эталонной частотой. В данной работе реализован микропроцессорный анализатор звуковых колебаний, построенный на микроконтроллере STM32F303VCT6. Продемонстрирован метод анализа и обработки звукового сигнала, основанного на алгоритме быстрого преобразования Фурье.

Ключевые слова: цифровой тюнер; спектральный анализ; микроконтроллер

SOUND MICROPROCESSOR ANALYZER

M. V. Isaev, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

In order to tune a musical instrument correctly it is necessary either to use the services of a professional tuner, or to use a special device – a digital tuner, which can automatically determine the frequency of the note sound with the required precision and inform about its coincidence or mismatch with the reference frequency. In this work the microprocessor analyzer of sound vibrations, built on the microcontroller STM32F303VCT6 is realized. The method of audio signal analysis and processing based on the fast Fourier transform algorithm is demonstrated.

Key words: digital tuner; spectral analysis, microcontroller

Микропроцессорный анализатор звуковых колебаний (тюнер) – прибор, который анализирует звуковые волны и сравнивает их с эталонными значениями нот (их частотой), что позволяет правильно настроить музыкальный инструмент. В настоящей работе основными настраиваемыми инструментами выступают акустическая и электронная гитары. Задача настройки музыкальных инструментов при помощи электронных тюнеров является давно решенной. На рынке такие приборы представлены в большом ассортименте и, несмотря на то, что они обладают разной ценой, формой, способом крепления и съема звукового сигнала, все они основаны на спектральном анализе звука, издаваемого музыкальным инструментом. Звуковой сигнал оцифровывается и подвергается быстрому преобразованию Фурье. Далее прибор анализирует полученный спектр и выводит на дисплей частоту основной гармоник. Однако более сложной, и в то же время

интересной, задачей является проблема идентификации аккордов, звучащих в реальном времени во время игры на музыкальном инструменте. До сих пор не существует однозначного алгоритма определения аккордов, что делает эту задачу не решенной и позволяет проводить исследования в данной области.

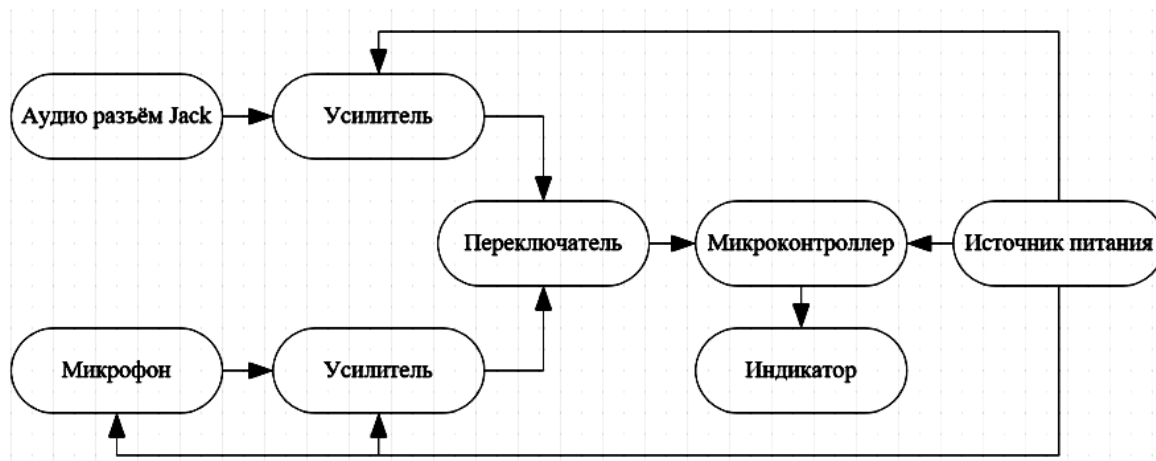


Рис. 1. Функциональная схема прибора

Рассмотрим функциональную схему разработанного прибора, представленного на рис. 1. Тюнер является двухканальным, что позволяет обрабатывать звуковой сигнал акустической (или классической) гитары (с помощью микрофона) и электрический сигнал ЭМ-датчиков, расположенных на электрогитаре (с помощью аудио разъема Jack). Для обработки микроконтроллером (МК) сигнал должен быть оцифрован с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП), встроенного в МК. Для увеличения амплитуды колебаний в схеме предусмотрены усилители, построенные на базе rail-to-rail операционного усилителя МСР602. Также в схеме усилителя микрофона предусмотрена возможность регулировки коэффициента усиления, путем изменения сопротивления в цепи обратной связи. Прежде чем попасть на вход АЦП, сигнал поступает на сдвоенный тумблер (переключатель), который подключает один из выходов усилителей к АЦП, а также передает информацию МК о том, какой именно из усилителей в данный момент является активным. Это необходимо для переключения режимов первичной цифровой обработки сигнала, ведь амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) микрофона и ЭМ-датчика различны, что может повлиять на результат дальнейшей обработки. В основном предварительная обработка необходима для коррекции АЧХ используемого микрофона, по причине того, что он обладает завалом АЧХ на низких частотах.

Микроконтроллер применяет к оцифрованному сигналу алгоритм прямого быстрого преобразования Фурье (ПБПФ) для обнаружения основного тона колеблющейся струны. Индикатор передает настройщику информацию о частоте колеблющейся струны.

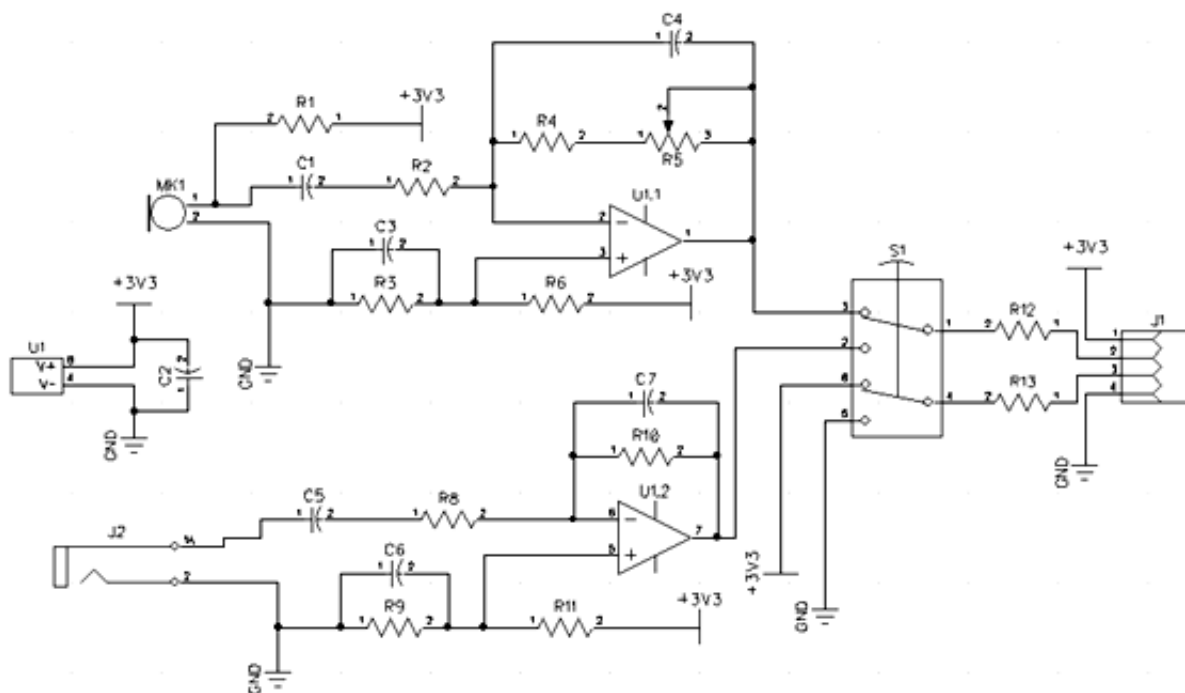


Рис. 2. Принципиальная схема прибора

На рис. 2 представлена принципиальная схема разработанного прибора. Видно, что схема представляет собой двухканальный усилитель с однополярным источником питания величиной 3.3 В для усиления сигнала микрофона и сигнала с ЭМ-датчиков гитары.

Так как АЦП, встроенный в МК, работает в однополярном режиме, а сигналы на входах имеют дифференциальный характер, необходимо осуществить смещение «нуля» на половину напряжения питания (1.65 В) с помощью делителей напряжения R3-R6 и R9-R11. Конденсаторы C3 и C6 предотвращают возникновение положительной обратной связи по цепи питания. По причине смещения «нуля» усилитель должен быть усилителем переменного тока, чтобы не усиливать постоянное напряжение смещения. Для этого конденсаторы C1 и C5 разрывают отрицательную обратную связь по постоянному току, чтобы усилитель не переходил в режим насыщения [1].

При настройке гитары усилители должны охватывать диапазон от 82 до 330 Гц. Нижняя частота влияет на величину емкостей C1 и C5, верхняя на C4 и C7. Таким образом, усилитель работает как фильтр верхних и нижних частот.

Основным элементом усилителей является операционный усилитель MCP602 (на схеме U1).

Для выбора усилителя используется сдвоенный тумблер S1.

Резисторы R12 и R13 необходимы для предотвращения короткого замыкания по причине неправильной коммутации разъема J1.

Разъем J2 нужен для подключения кабеля электрогитары к прибору.

Для разрабатываемого прибора используется микроконтроллер STM32F303VCT6, входящий в состав отладочной платы STM32F3DISCOVERY. К его особенностям можно отнести высокую тактовую частоту (до 72 МГц), большой объем памяти (ПЗУ, ОЗУ) и наличие встроенного математического сопроцессора. На плате установлены программатор и линии ввода/вывода [2].

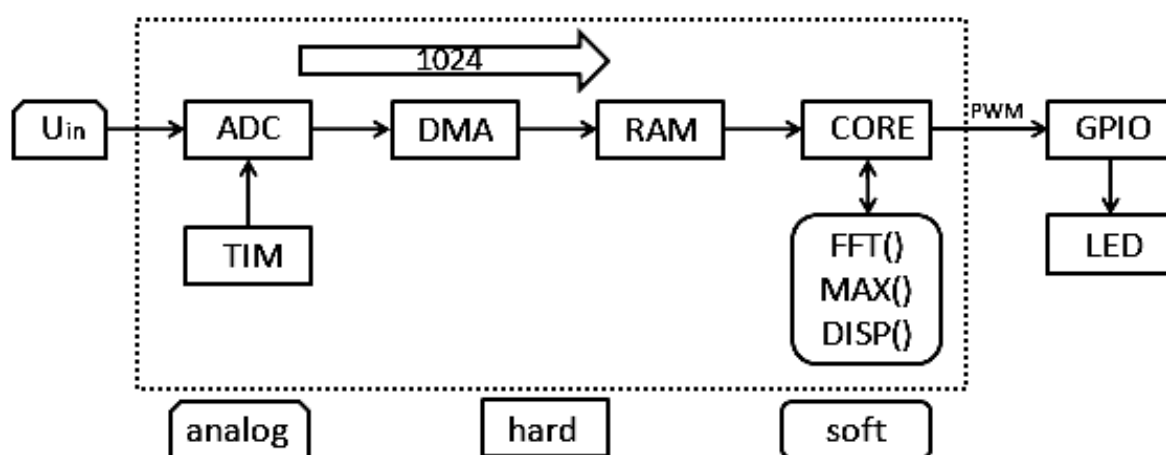


Рис. 3. Схема взаимодействия модулей микроконтроллера

Рассмотрим схему взаимодействия модулей МК (рис. 3). Преобразованный аналоговой частью прибора сигнал U_{in} с гитары поступает на АЦП (ADC), который через определенные интервалы времени, задаваемые таймером (TIM), оцифровывает аналоговый сигнал, записывая цифровые отчеты в оперативную память (RAM) через модуль DMA. Процессы накопления и обработки данных распараллелены благодаря блоку прямого доступа, что ускоряет процесс обработки сигнала. Накопив 1024 отчёта, модуль DMA генерирует прерывание необходимое для запуска процесса обработки полученных данных в ядре (CORE), который включает в себя быстрое дискретное преобразование Фурье, определение основного тона и вывод результата на светодиодный индикатор (LED) через выходы общего назначения (GPIO).

Как было указано ранее, алгоритм прямого быстрого преобразования Фурье получает на вход массив из 1024 двухбайтовых отсчета, каждый из которых является периодической выборкой измеряемого сигнала. Накопление такого количества отсчетов происходит с частотой дискретизации 1024 Гц на протяжении интервала времени равного 1 с. Время измерения и частота дискретизации определяют разрешение спектра по частоте (1 Гц) и частоту Найквиста (512 Гц) соответственно [3]. Исходя из стандартной шкалы частот нот, разрешения алгоритма спектрального анализа в 1 Гц достаточно для качественной настройки музыкального

инструмента. При этом частота Найквиста, определяемая половиной частоты дискретизации, с запасом больше необходимой максимальной частоты в 330 Гц (частота основного тона тонкой струны «ми (Е)»).

Как известно, звучание каждой ноты характеризуется не одной гармоникой (основным тоном), а целым набором гармоник. Данный факт приводит к тому, что анализ спектра становится совсем не тривиальной задачей, так как придется обозначить критерии поиска основного тона.

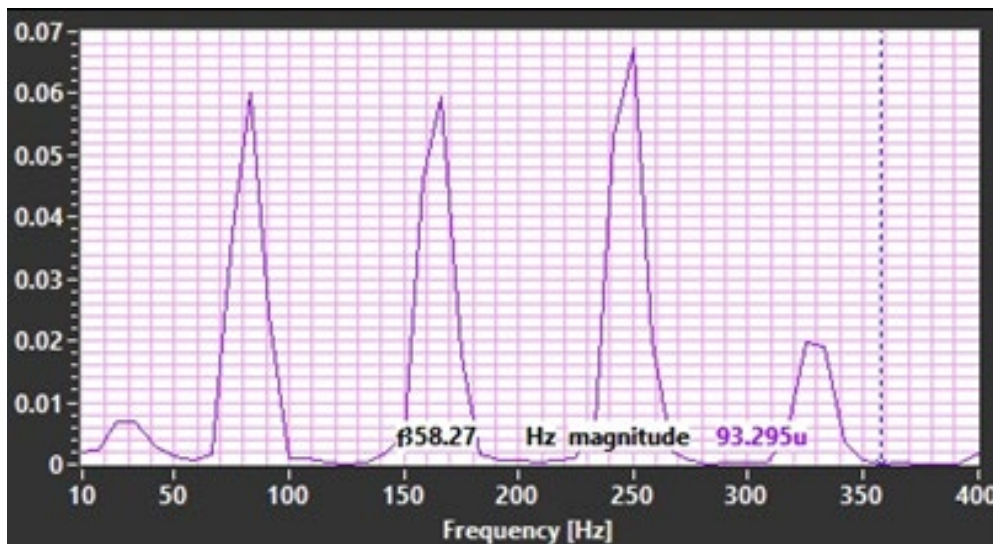


Рис. 4. Гармоники 6 струны акустической гитары (нота Е)

На рис. 4 изображен спектр 6 (низкочастотной) струны электрогитары, частота основного тона которой порядка 87 Гц. Определение основного тона происходит путем поиска первой гармоники с амплитудой не менее 75% относительно самой большой гармоники. Из диаграммы видно, что основным тоном 6 струны определен приблизительно на частоте 87 Гц, что соответствует первой гармонике с амплитудой выше 75% относительно самой большой гармоники с частотой порядка 250 Гц. Эксперимент показал, что данный критерий подходит для определения основных тонов всех открытых струн.

Каждой струне шестиструнной гитары соответствует свой светодиод LED-индикатора с обозначениями E, H, G, D, A и E – стандартный строй шестиструнной гитары. При достижении струной частоты звучания происходит плавное изменение яркости светодиода за счет параболической функциональной связи коэффициента заполнения каждого канала программного ШИМ-контроллера от измеренной частоты основного тона, которая представлена на рис. 5. Такое решение позволяет осуществить более точную настройку, так как светодиод перейдет в активное состояние при приближении к требуемой частоте и перейдет в состояние максимальной яркости при точном совпадении с эталонной частотой.

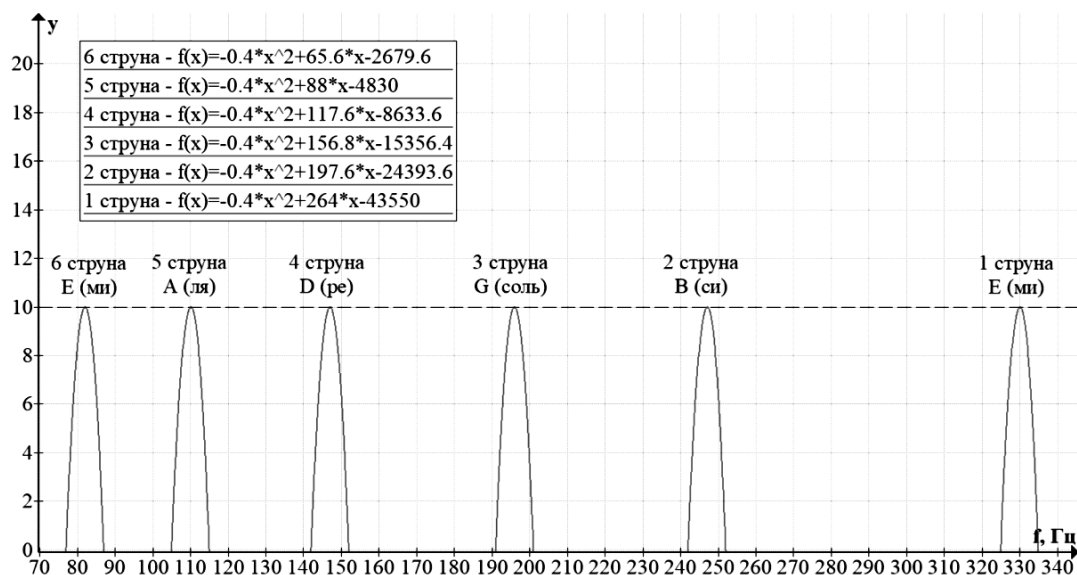


Рис. 5. Функциональная связь коэффициента заполнения каждого канала программного ШИМ-контроллера, от измеренной частоты тона

В заключение данной работы следует отметить, что разработанный прибор полностью подтвердил свою работоспособность в ходе многочисленных испытаний. Акустическая и электронная гитары успешно настроены в соответствие с эталонным звучанием. Описанную разработку можно использовать для отработки алгоритмов идентификации аккордов.

Список литературы

1. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. М.:Бином, 2014. 704 с.
2. RM0316. Reference manual. STM32F303xB/C/D/E. STMicroelectronics. Руководство по эксплуатации. 2017. 1141 с.
3. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 2000. 462 с.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ БЕЗОПАСНОЙ АВТОРИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ МИКРОСЕРВИСНОЙ АРХИТЕКТУРЫ

М. Л. Кольчурин, М. С. Вайтанец, Н. А. Постоногов, В. И. Моисеев
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Современное российское законодательство слабо регулирует вопросы аутентификации и авторизации в приложениях. В основном, разработчики пользуются зарубежными стандартами и в каждом конкретном случае сами решают, как реализовать авторизацию пользователей в своем приложении. Такая ситуация приводит к появлению уязвимостей вследствие ошибок, допущенных разработчиками. В данной статье представлены рекомендации к построению системы авторизации веб приложений в паттерне микросервисной архитектуры. Рекомендуется использование многофакторной аутентификации, объединенная схема авторизации Auth Code и PKCE, и хранение авторизационного JWT токена в куки браузера со строго заданной политикой безопасности.

Ключевые слова: аутентификация; авторизация; микросервисная архитектура

RECOMMENDATIONS FOR IMPLEMENTING SECURE AUTHORIZATION IN A MICROSERVICE ARCHITECTURE

M. L. Kolchurin, M. S. Vaytanetc, N. A. Postanogov, V. I. Moiseev
Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

There is little regulation exists in Russia on the methods of authentication and authorization in web applications. Developers mainly use foreign standards and decide for themselves implementation details of user authorization in each specific case. This leads to vulnerabilities in production code due to bugs and shortcomings. In this article we propose recommendations for building an authorization system for web applications in a microservice architecture pattern. Proposed solution requires multifactor authentication, combined AuthCode and PKCE authorization flow, and strict requirements set for storing JWT access token in a browser cookie.

Keywords: authentication; authorization; microservice architecture

Рассмотрим порядок авторизации пользователя в веб-приложении. Single Page Application (SPA) – одна из концепций разработки веб приложений. В отличие от обычного сайта, SPA – это программный код, работающий на стороне браузера. SPA-страничка загружается только при первом входе в приложение. Остальные данные подгружаются асинхронными запросами из JS кода в виде JSON массивов. В этом случае появляется необходимость получения авторизационных данных (токенов) на публичный клиент – браузер (т.н. «фронт»).

Стоит отметить, что само хранение секретных данных (токены, секретные ключи, пароли) на публичном клиенте считается плохой практикой, поэтому, по возможности, стоит от нее отказаться. Однако, хранение токена на фронте дает разработчикам большую гибкость при построении распределенных систем. Например, появляется возможность разработки SPA с использованием сторонней серверной части.

Одним из популярных решений в области авторизации является открытый стандарт OAuth 2.0 предложенный Microsoft в 2012 г. [1]. Первый вопрос, с которым встречаются разработчики - это какой поток протокола OAuth 2.0 использовать: с явной выдачей кода авторизации («Auth Code») или с подразумеваемой/неявной выдачей кода («Implicit flow»). Протокол OAuth 2.0 рекомендует в таком случае использовать поток Implicit Flow. Схема работы представлена на рис. 1.

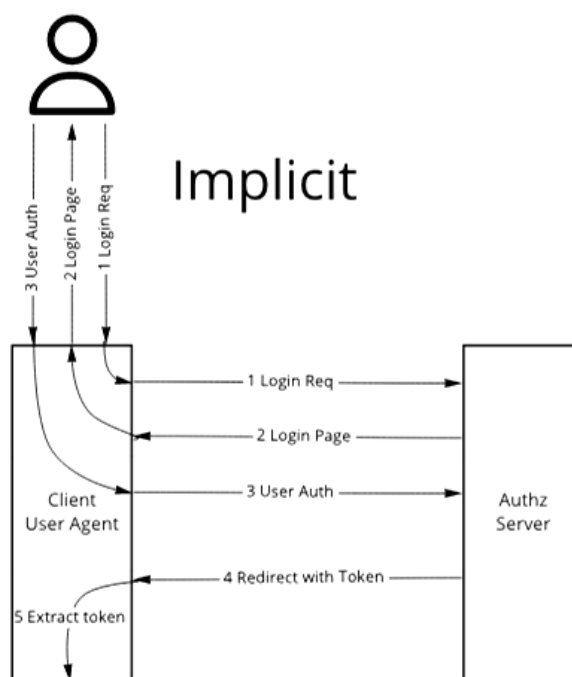


Рис. 1. Поток Implicit

При работе этого потока токен возвращается на страницу приложения SPA при редиректе в строке запроса. Это небезопасно, так как браузер хранит запросы в истории, а в интересах безопасности необходимо, чтобы токены оставляли как можно меньше следов. С появлением протокола Fetch появилась возможность отправлять CORS [2] запросы из браузера, и использование Implicit стало нецелесообразным.

В настоящее время рекомендуется использовать поток Auth Code с добавлением проверки PKCE (рис. 2) [3]. Это безопаснее, так как, во-первых, исключена возможность перехвата параметра code, во-вторых, токен приходит в теле ответа, а не в строке запроса, а значит не оставляет лишних следов в браузере.

Далее рассмотрим возможные способы хранения и обновления полученных после процедуры авторизации токенов доступа. Наиболее простой вариант – хранилище браузера (Local Storage/Session Storage). Данный метод не безопасен и подвержен атакам типа XSS, особенно если подключены сторонние скрипты, либо нет уверенности, что подключаемые скрипты не имеют возможности передать данные из хранилищ злоумышленнику. Session Storage доступен только в одной вкладке и открытие сайта в новой вкладке вызовет новый раунд авторизации/обновления токена доступа. Local Storage лишен этой проблемы.

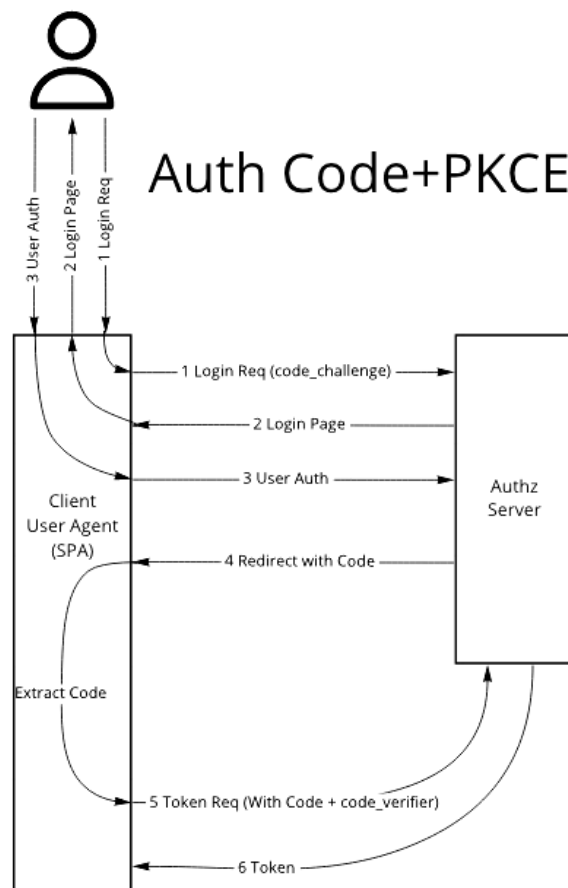


Рис. 2. Протокол Auth Code с использованием PKCE

Второй вариант – хранение токена в локальной переменной. Данный метод не обеспечивает должной безопасности, потому что злоумышленник может проксировать функцию fetch и отправить токен на свой сайт. Также это не решает проблему двух вкладок – нет безопасного способа передать токен из одной вкладки в другую.

Третий способ – Cookies. Простое хранение токена доступа в cookie чревато атакой CSRF. Более того оно не защищает от XSS атак. Но, в отличии от первых двух вариантов, при хранении токена в cookie можно настроить флаги и усилить безопасность. На данный момент Cookies, при правильном

использовании, являются адекватным и наиболее безопасным решением для хранения JWT токена доступа и должны следовать следующим правилам:

- Cookies должны иметь флаг `httpOnly`;
- Cookies должны иметь флаг `Secure`;
- Cookies должны быть установлены для конкретного домена;
- Атрибут `SameSite` должен иметь значение `Strict`.

На стороне сервера также должно быть настроено:

- `Content-Security-Policy: default-src 'self'` – ограничение доверенных доменов для предотвращения возможных XSS атак;
- Заголовок `X-Frame-Options: SAMEORIGIN` для защиты от атак типа `clickjacking`;
- `X-XSS-Protection: 1; mode=block` – принудительно включить встроенный механизм защиты браузера от XSS атак;
- `X-Content-Type-Options: nosniff` – для защиты от подмены MIME типов.

Для обновления токена рекомендуется использовать схему `Refresh Token Rotation` (рис. 3).

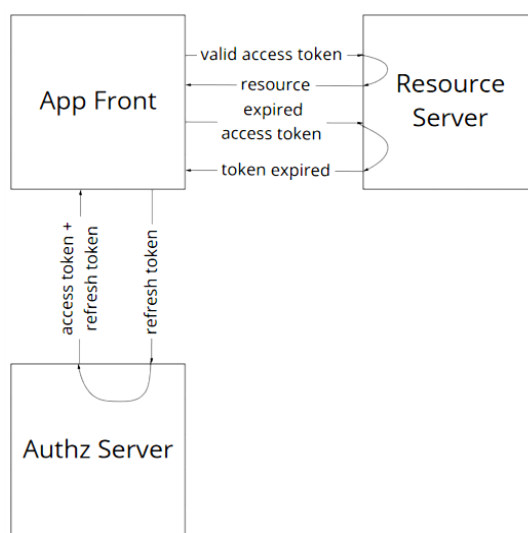


Рис. 3. Диаграмма получения доступа при Refresh Token Rotation

Дополнительный уровень защиты процедуры проверки подлинности – многофакторная аутентификация [4]. 80% инцидентов в сфере информационной безопасности случаются из-за использования слабых паролей. Слабый пароль - наиболее уязвимое место, используемое злоумышленниками, как в крупных, так и в небольших компаниях.

Многофакторная аутентификация – это метод идентификации пользователя в различных сервисах при помощи запроса аутентификационных данных двух разных типов, это обеспечивает двухслойную более эффективную защиту аккаунта от несанкционированного доступа. Многофакторная аутентификация отличается тем, что пользователь должен пройти еще один шаг для успешного входа в систему [5].

Существует три фактора аутентификации:

1. Фактор знания: что-то, что мы знаем – пароль. Пароль – это комбинация символов, который должен знать только авторизованный субъект. Данный фактор является слаботзащищенным, так как существует большое количество способов кражи, взлома, подбора паролей.

2. Фактор владения: что-то, что мы имеем – устройство аутентификации. Например, смарт-карты, пластиковые карты. Характеристика встраивается в устройство аутентификации и вместо ввода пароля, пользователь прикладывает карту для прохождения идентификации. Заполучить данное устройство сложнее чем взломать пароль, вследствие этого данный способ является более защищенным, но также этот способ более дорогостоящий.

3. Фактор свойства: что-то, что является частью нас – биометрика. Например, отпечаток пальца или ладони, роговица глаза, голос пользователя. Важно чтобы данная характеристика была особенностью субъекта. Данный способ является удобным для пользователя, так как нет необходимости запоминать пароль или держать при себе устройство аутентификации, но с другой стороны стоимость системы велика [6].

Один из вариантов дополнительной парольной защиты – одноразовый пароль. Существует четыре метода получения одноразового пароля:

- На основе SMS. При входе пользователя в приложение, он получает смс сообщение с одноразовым паролем на номер телефона указанный при регистрации.

- Приложения аутентификаторы (TOTP). При входе в приложение и успешном вводе логина/пароля, пользователю предлагается отсканировать QR-код с помощью специального приложения для мобильного телефона, при последующих использованиях данное приложение будет постоянно генерировать одноразовый пароль для пользователя.

- Биометрическая аутентификация. Это проверка личности человека с помощью отпечатка пальца, отпечаток ладони, также технологии распознавания лиц, сканирования радужной оболочки глаза и других биометрических данных. Для этого понадобится специальное оборудование и программное обеспечение.

- Электронные (аппаратные) ключи безопасности. Это USB-накопители в виде брелоков, которые можно прицепить к связке ключей. Они считаются самым надежным методом двухфакторной аутентификации. При входе в учетную запись, вам просто нужно подключить ключ к компьютеру. Даже если злоумышленники узнают ваш пароль, они не смогут авторизоваться без ключа [6].

К достоинствам многофакторной аутентификации можно отнести способность защитить информацию, как от внутренних угроз, так и от внешних вторжений. Слабостью можно считать необходимость использования дополнительных программно-аппаратных систем, устройств хранения и считывания данных. С другой стороны, в настоящий момент

статистика взломов систем, применяющих многофакторную аутентификацию, отсутствует или ничтожна [4].

Также важно рассказать о причинах, по которым клиенты могут не пользоваться двухфакторной аутентификацией:

- Дополнительные шаги в схеме аутентификации могут являться непонятными и сложными для пользователей, в связи с этим пользователи отказываются использовать в качестве защиты своего аккаунта второй фактор.

- Клиенты не хотят делиться с компанией номером своего телефона или своей электронной почтой.

- В случае с TOTP пользователи не хотят устанавливать дополнительные приложения для аутентификации или у пользователей нет возможности установить такие приложения [7].

Список литературы

1. *Hardt D.* RFC 6749. The OAuth 2.0 Authorization Framework [Электронный ресурс]. URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc6749> (дата обращения: 26.04.2021).
2. Cross-Origin Resource Sharing (CORS). Текст: электронный // MDN Web Docs [Электронный ресурс]. URL: <https://developer.mozilla.org/ru/docs/Web/HTTP/CORS> (дата обращения: 26.04.2021).
3. RFC 7636. Proof Key for Code Exchange by OAuth Public Clients [Электронный ресурс]. URL: <https://tools.ietf.org/html/rfc7636> (дата обращения: 26.04.2021).
4. Многофакторная (двухфакторная) аутентификация Multi-factor authentication, MFA Two-factor authentication [Электронный ресурс]. URL: [https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Многофакторная_\(двух_факторная\)_аутентификация](https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Многофакторная_(двух_факторная)_аутентификация) (дата обращения: 25.03.2021).
5. TOTP (Time-based one-time Password algorithm) [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/post/534064/> (дата обращения: 15.03.2021).
6. *Кошельник Д.* Зачем вам нужна двухфакторная аутентификация и как она защищает данные [Электронный ресурс]. URL: <https://vctr.media/guide-two-factor-12528/> (дата обращения: 25.03.2021).
7. *Артемов А.* Плюсы и минусы многофакторной аутентификации. Почему пользователи пренебрегают безопасностью своих личных данных? [Электронный ресурс]. URL: https://blog.onlime.ru/2018/03/15/plusi_i_minusi_maanufactornoy_autentificacii/ (дата обращения: 25.03.2021).

КОМПЕНСАЦИЯ ШУМОВ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ИСТОЧНИКА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА МЕТОДОМ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛА

А. И. Лунегов^{a,b}, С. С. Мушинский^b, И. В. Лунегов^a

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

^bПАО Пермская научно-производственная приборостроительная компания,
614990, Пермь, 25 октября, 106

В работе представлена разработка и реализация метода компенсации шумов относительной интенсивности источника оптического излучения волоконно-оптического гироскопа. Метод основан на цифровой обработке сигнала, поступающего с фотоприемного устройства волоконно-оптического гироскопа.

Ключевые слова: волоконно-оптический гироскоп; источник оптического излучения; шум относительной интенсивности; цифровая обработка сигнала

COMPENSATION OF RELATIVE INTENSIVE NOISE OPTICAL SOURCE FIBER-OPTICAL GYROSCOPE BY DIGITAL PROCESSING SIGNAL

A. I. Lunegov^{a,b}, S. S. Mushinskiy^b, I. V. Lunegov^a

^aPerm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

^bPAO Perm Scientific Production Instrument Company,
106 25 Oktyabrya St., 614990, Perm

The work presents the development and implementation of a technique for compensating of relative intensive noise of an optical source a fiber-optical gyroscope. The technique is based on digital processing of a signal coming from a photodetector of a fiber-optical gyroscope.

Keywords: fiber-optical gyroscope; optical source; relative intensive noise; digital processing signal

Жесткие требования к точности, массе, габаритным и эксплуатационным параметрам навигационных гироскопических приборов, а также активное развитие и непрерывное совершенствование элементной базы волоконной и интегральной оптики привели к появлению нового типа инерциальных датчиков угловых перемещений – волоконно-оптическому гироскопу (далее по тексту – ВОГ).

Одной из главных и самых сложных, с точки зрения технологий, составных частей ВОГ является суперлюминисцентный источник оптического излучения или по другому его называют усилитель спонтанной эмиссии

(УСЭм). Он построен на основе оптического волокна, легированного эрбием. Главным образом именно выбор эрбиевого усилителя определяет спектр люминесценции ионов эрбия, лежащим в области длин волн, характеризующейся минимальными потерями современных кварцевых оптических световодов.

Благодаря использованию УСЭм в качестве широкополосного источника оптического излучения, в ВОГ удастся добиться повышения его чувствительности. Работа таких усилителей зависит от многих факторов, одним из самых значимых является наличие шума сигнала, определяющий тот необходимый уровень оптического сигнала, который обрабатывает фотоприемное устройство, что впоследствии может повлиять на максимально допустимую дальность передачи сигнала. Однако наличие шума источника оптического излучения влияет и на показания самого гироскопа, а именно на его точностные характеристики, уровень общего шума. Работа УСЭм основана на усиленном стимулированном излучении с произвольным выделением фотонов, которые в последствии несут так называемый шум относительной интенсивности (по другому RIN). Вклад RIN шумов в общую шумовую составляющую очень велик, он превосходит по уровню все остальные шумы, существующие в ВОГ. Компенсация и подавление шума относительной интенсивности на данный момент является одной из важнейших задач в современной мировой гироскопии [1].

Основные виды шумов волоконно-оптического гироскопа, а также их зависимость от входных параметров представлены на рисунке 1.

Наименование	Зависимость
Дробовый шум $\Omega_{ФП}^{др}$	$\sim \frac{1}{\sqrt{P}}$ Где P – входная мощность
Тепловой шум $\Omega_{ФП}^{тепл}$	$\sim \frac{1}{P\sqrt{R_n}}$ Где P – входная мощность, R_n – сопротивление нагрузки
Шум относительной интенсивности $\Omega_{ИИ}^{RIN}$	$\sim \frac{1}{\sqrt{\Delta\lambda}}$ Где $\Delta\lambda$ – ширина полосы излучения источника.

$$\Omega_{ИИ}^{RIN} \gg \Omega_{ФП}^{тепл}, \Omega_{ФП}^{др}$$

Рис. 1. Основные виды шумов волоконно-оптического гироскопа

В рамках работы по компенсации шумов относительной интенсивности источника оптического излучения волоконно-оптического гироскопа был выбран метод цифровой обработки сигнала, поступающего с модуля фотоприемного. Были разработаны и собраны три схемы эксперимента, а также производилась обработка результатов для отработки методики в программном пакете Matlab.

Первой схемой для эксперимента была выбрана модернизированная схема компенсации шумов относительной интенсивности, предложенная в [2]. Согласно схеме (рис. 2), свет от источника, попадает на X-разветвитель,

где разделяется на два луча. Первый луч, с мощностью в 99% от первоначальной мощности источника излучения, проходит по основной ветви и попадает на многофункциональную интегрально-оптическую схему (МИОС), которая совмещает в себе поляризатор, разветвитель и модулятор. Второй луч с мощностью в 1% от первоначальной мощности источника излучения, попадает на фотоприемное устройство (ФПУ № 2) и является опорным сигналом, несущим информацию о флуктуациях источника оптического излучения.

Оптический сигнал, проходя через МИОС, поляризуется и делится на два пучка. Далее пучки распространяются по волоконно-оптическому контуру (ВОК) во встречных направлениях, при этом возникающая между ними разность фаз Саньяка пропорциональна измеряемой угловой скорости. После прохождения контура лучи возвращаются в МИОС, где интерферируют между собой. Результирующий интерференционный сигнал, попадающий на ФПУ № 1 через X-разветвитель, будет называться измерительным.

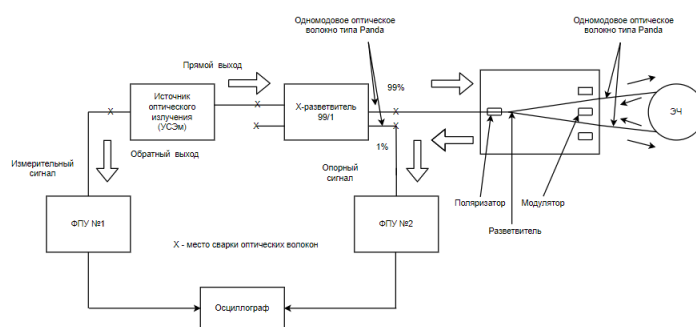


Рис. 2. Структурная схема эксперимента № 1

Во второй схеме эксперимента (рис. 3) перед X-разветвителем был добавлен дополнительный поляризатор № 2.

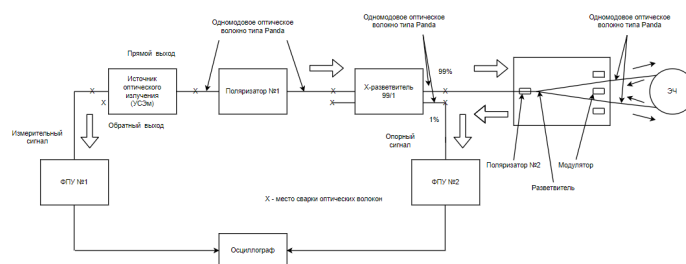


Рис. 3. Структурная схема эксперимента № 2

В оптической схеме гироскопа, работающей на одной поляризационной моде, используется только одна составляющая поляризации. Так как ортогональные составляющие поляризации не коррелированы, для введения компенсации избыточного шума источника оптического излучения на оба измерительных канала фотоприемных устройств № 1 и № 2 должно поступать излучение с одной поляризацией. Предложено установить

поляризатор сразу после источника оптического излучения и использовать X-разветвитель, сохраняющий состояние поляризации.

В третьей схеме эксперимента был добавлен генератор произвольных сигналов для имитации работы схемы в разомкнутом режиме. На рисунке 4 представлена структурная схема эксперимента в разомкнутом режиме работы с добавлением генератора произвольных сигналов.

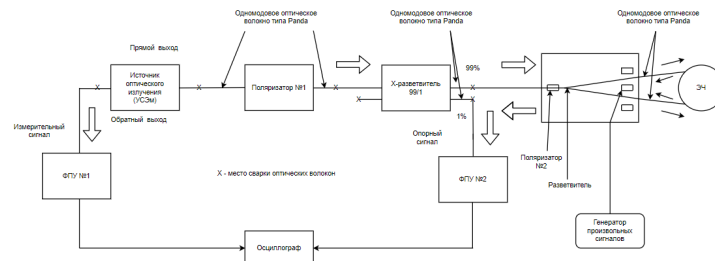


Рис. 4. Структурная схема эксперимента № 3 с добавлением генератора произвольных сигналов

Таким образом, проводилось измерение амплитуды напряжения переменной составляющей сигнала, который формируется на выходе фотоприемника после преобразования оптической мощности в электрический сигнал, дающий информацию об угловой скорости.

Методика обработки результатов экспериментов:

1) Полученные сигналы, $R_{изм}(t)$ и $R_{оп}(t)$, были приведены к одной амплитуде путем нахождения среднего квадратичного отклонения. Приведение к одной амплитуде необходимо для дальнейшего корректного определения разности сигналов. Величины должны быть соизмеримы, в противном случае результат будет бесполезным.

2) Находилась кросс-корреляционная функция двух сигналов $xcorr$, для определения коэффициента корреляции между ними. Корреляционный анализ используется при необходимости оценить временные свойства сигналов без применения спектрального анализа. Коэффициент корреляции необходим для оценки скорости изменения или длительности сигнала, временной связи (корреляции) одного сигнала относительно другого.

3) Следующим этапом проводилось смещение фазы опорного сигнала относительно измерительного за счет коэффициента корреляции между двумя полученными сигналами

$$R_{изм}(\tau, t),$$

$$R_{опорн}(t, \tau).$$

4) Для непосредственного устранения шумов относительной интенсивности источника излучения проводилось математическое вычитание опорного сигнала из измерительного с учетом коэффициента корреляции между ними

$$R(t) = R_{изм}(\tau, t) - R_{оп}(t, \tau).$$

5) Для исключения влияния высокочастотных и низкочастотных шумов, к полученному в ходе вычитания сигналу применялись фильтры Баттерворта 1-4-го порядка с ограничением полосы пропускания от 100 кГц до 1 МГц с целью определения оптимального режима фильтрации.

6) Отфильтрованный сигнал усреднялся скользящим средним с разными окнами усреднения и шагом (оптимальным оказался режим осреднения 200 точек с шагом 40 точек).

7) Для полученного после всех преобразований сигнала строилось быстрое преобразование Фурье для отображения частотных характеристик сигнала.

8) Для разомкнутого режима работы схемы эксперимента анализировались временные диаграммы сигнала до и после цифровой обработки.

Полученные результаты экспериментов.

На рисунке 5 представлен график спектров сигнала $R_{изм}(t)$, полученного после измерения на первой и второй схемах эксперимента, с использованием дополнительного поляризатора после источника оптического излучения и без него. Также на данном рисунке изображены спектры сигнала $R_{изм}(t)$ после применения скользящего среднего и фильтра Баттерворта 1-го порядка. Синими цветом обозначен сигнал $R_{изм}(t)$ в схеме без использования дополнительного поляризатора. Красным цветом обозначен сигнал $R_{изм}(t)$ уже с добавлением поляризатора. Желтым и фиолетовым обозначены сигналы $R_{изм}(t)$ с поляризатором и без него соответственно, но уже с использованием фильтра Баттерворта 1-го порядка.

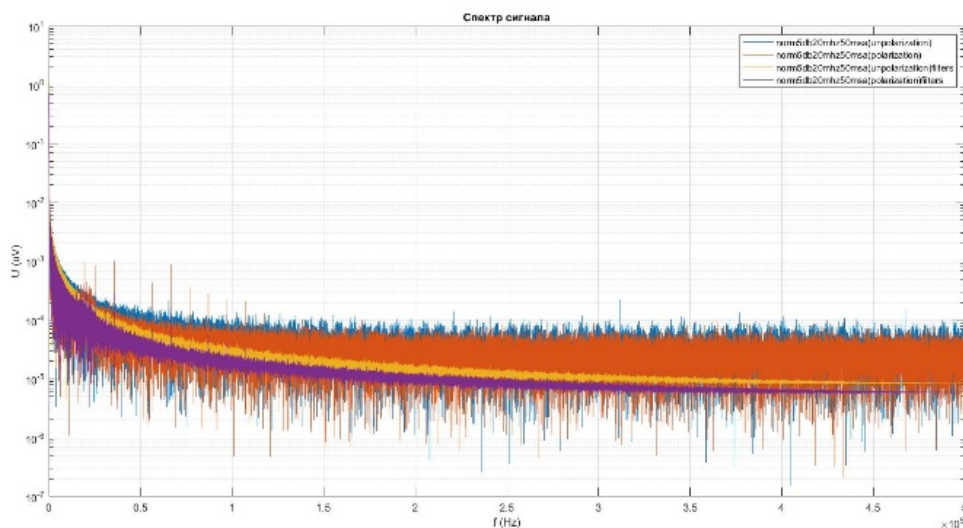


Рис. 5. График спектров сигнала $R_{изм}(t)$

Из графика (рис. 5) видно, что амплитуда шума сигнала $R_{изм}(t)$ (сигнал фиолетового цвета) уменьшается после включения в схему дополнительного

поляризатора и применения в процессе обработки фильтра Баттерворта 1-го порядка.

На рисунке 6 представлен график спектров результирующих сигналов после вычитания и прошедшего обработку по методике компенсации по схемам эксперимента с применением дополнительного поляризатора и без него. Красным обозначен результирующий сигнал $R(t)$ в схеме эксперимента с использованием дополнительного поляризатора. Синими же обозначен результирующий сигнал $R(t)$ без использования дополнительного поляризатора.

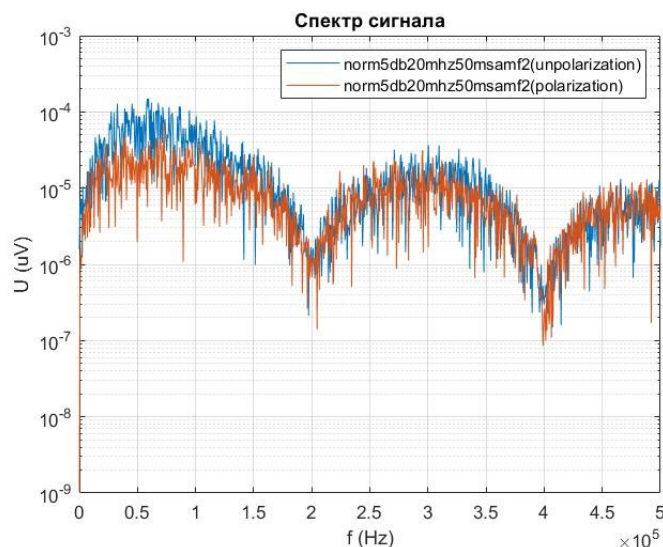


Рис. 6. Спектры результирующих сигналов после вычитания и обработки по методике компенсации

Как видно из графика, на частотах кратных 200 кГц наблюдается существенное затухание амплитуды шумов результирующего сигнала после прохождения цифровой обработки. Затухание амплитуды шума результирующего сигнала $R_{результ}(t)$ относительно амплитуды шума измерительного $R_{изм}(t)$ составляет около 20 дБ.

На рисунке 7 представлен график результирующего сигнала после вычитания и прошедшего обработку по методике компенсации в разомкнутом режиме работы схемы эксперимента. Красным цветом обозначен сигнал $R_{изм}(t)$ до алгоритма цифровой обработки, голубым же обозначен сигнал $R_{изм}(t)$ уже после прохождения процедуры цифровой обработки. Фиолетовым обозначен сигнал $R_{опорн}(t)$.

Как видно из графика, на результирующем сигнале наблюдается уменьшение амплитуды шумовой составляющей после прохождения процедуры вычитания и обработки по методике цифровой компенсации.

По результатам обработки результирующего сигнала по методике компенсации в разомкнутом режиме работы схемы эксперимента была составлена таблица (табл. 1), где показана средняя угловая скорость до прохождения процедуры компенсации и после нее.

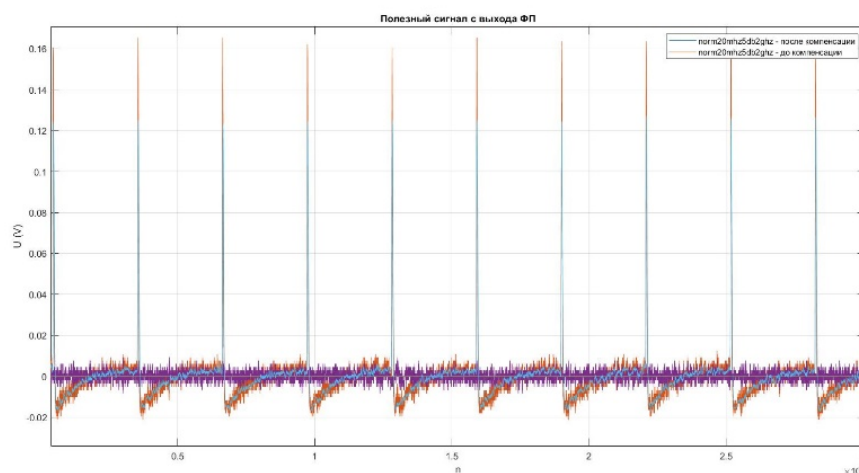


Рис. 7. График результирующего сигнала после обработки по методике компенсации в разомкнутом режиме работы схемы эксперимента

Табл. 1. Средняя угловая скорость в разомкнутом режиме работы

Номер участка измерения	Угловая скорость до компенсации, °/ч	Угловая скорость после компенсации, °/ч
1	0.0044	0.006
2	0.0084	0.0047
3	0.0044	0.0061
4	0.0068	0.0058
5	0.0076	0.0054
6	0.0068	0.0062
7	0.0068	0.0046
8	0.0084	0.0051
9	0.0068	0.0054
10	0.0068	0.0057

По результатам обработки результирующего сигнала, среднеквадратическое отклонение (СКО) показаний угловой скорости до прохождения процедуры компенсации по методике составляет $0.00187^{\circ}/\sqrt{\text{ч}}$. СКО показаний угловой скорости после прохождения процедуры компенсации составляет $0.00061^{\circ}/\sqrt{\text{ч}}$, что примерно в 3 раза меньше значений полученных до процедуры компенсации.

Список литературы

1. Guattari F., Chouvin S., Moluçon C., Lefèvre H. A simple optical technique to compensate for excess RIN in a fiber-optic gyroscope // Proceedings of Inertial Sensors and Systems. Karlsruhe, Germany, 2016. P. 1–14.
2. Алейник А. С. Исследование и повышение точностных параметров волоконно-оптических гироскопов: автореф. ... канд. техн. наук: 27.04.21. Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Санкт-Петербург, 2012. 24 с.

ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МНОГОТОЧЕЧНОЙ ВИРТУАЛЬНОЙ ЧАСТНОЙ СЕТИ НА ПЛАТФОРМЕ MIKROTIK ROUTEROS

Л. Р. Назарова, В. И. Моисеев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Статья посвящена исследованию возможностей автоматизации и созданию механизма автоматического развертывания многоточечной виртуальной частной сети (DMVPN) на платформе MikroTik RouterOS. Исследование показало принципиальную возможность использования маршрутной информации протокола BGP в качестве источника первичных данных для автоматического конфигурирования IPSec туннелей. Автоматизация реализована полностью локально на встроенном интерпретаторе сценариев RouterOS. По результатам создан лабораторный стенд на маршрутизаторах MikroTik. Представленная методика также может быть реализована с использованием инструментов с открытым кодом.

Ключевые слова: виртуальная частная сеть; VPN; IPSec; BGP; NetDevOps

BUILDING DYNAMIC MULTIPOINT VIRTUAL PRIVATE NETWORK ON MIKROTIK ROUTEROS

L. R. Nazarova, V. I. Moiseev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The article describes means of automation and deployment of dynamic multipoint private networks (DMVPN) using MikroTik RouterOS platform. Research presents possibility for using BGP protocol as a signaling mechanism for IPSec tunnels deployment. Automation part developed using RouterOS embedded scripting engine. As a result MikroTik routers lab topology was created. Proposed method is also general enough to be applied using open source tools.

Ключевые слова: virtual private network; VPN; IPSec; BGP; NetDevOps

Как известно, безопасная передача информации не менее важна, чем её хранение. Для организации безопасной передачи данных по открытым каналам существует множество подходов, наиболее общий из которых – виртуальная частная сеть (VPN). В процессе развития технологии VPN появилась потребность использовать более простую, удобную, легко масштабируемую и одновременно надежную и отказоустойчивую систему построения VPN туннелей. В 2005 году компанией Cisco была представлена технология для автоматизации создания виртуальных частных сетей и защищенных каналов, по которым будут предаваться сообщения. Название этой технологии – DMVPN или динамическая многоточечная виртуальная частная сеть [1]. Основное назначение технологии DMVPN состоит в

облегчении процесса создания изолированных сетей, при этом появляется возможность динамически добавлять новые удаленные площадки или сети, к примеру филиалы организаций. Такая технология гарантирует безопасный обмен данными, а при добавлении нового маршрутизатора настройка требуется только на нем, изменять конфигурацию центрального маршрутизатора не требуется.

DMVPN является дальнейшим развитием технологии IPsec VPN [2]. IPsec VPN – технология безопасного объединения IP сетей. Она позволяет организовать подсеть поверх существующего открытого канала и при необходимости зашифровать его. Технология DMVPN разработана и реализована на оборудовании фирмы Cisco, и на данный момент не имеет реализации на платформе MikroTik RouterOS. Ввиду данной ситуации были проанализированы существующие решения на Cisco, и оценены возможности реализации аналогичных схем на оборудовании MikroTik.

Для реализации DMVPN технологии без использования Cisco в рамках данной работы были изучены такие протоколы, как IPsec и BGP. По результатам анализа также было принято решение использовать встроенный скриптовый язык RouterOS для автоматизации построения туннелей.

Рассмотрим метод защиты приватного канала. На MikroTik реализованы три распространенных метода проверки подлинности удаленного конца туннеля - Pre-shared key (PSK), XAuth и Cert(RSA). В данной работе, в процессе построения DMVPN был использован первый метод. Это позволило продемонстрировать возможность создания DMVPN. Защита непосредственно процесса распространения ключей не входила в число задач данной работы.

Далее на стенде была организована топология сети, которая является типичной в реальных сценариях развертывания DMVPN на предприятии. Для наглядности условимся, что имеется центральный офис в Перми и два филиала в Березниках и Новосибирске. Наша цель заключается в организации шифрованного канала между парой филиалов (в общем случае между каждой парой филиалов), и между центром и филиалами. В связи с особенностями написания фильтров трафика для второй фазы поднятия IPsec туннелей, стендовые физическая и логическая топологии не раз перестраивались. Конечная рабочая топология сети с IPv4 адресацией представлена на рисунке 1.

Стандартная настройка IPsec на паре конечных точек туннеля занимает немало времени, но в полносвязной топологии, если количество устройств велико, построение сети туннелей и вовсе станет проблематичным [3]. Было принято решение автоматизировать процесс создания туннеля с помощью скриптов. Исходными данными для данного узла при построении туннелей должны служить внешние IP адреса конечных точек туннелей (IPsec peers) и адреса сетей за соответствующими конечными точками (remote networks). В классическом DMVPN для целей сигнализации этой служебной информации используется NHRP протокол. В нашем случае стоит задача использовать

только встроенные протоколы RouterOS. Было принято решение для динамического получения адресов удаленных сетей использовать BGP-протокол [4]. Удаленные точки устанавливают BGP сессии с центральным маршрутизатором. Центральный маршрутизатор использует опцию сохранения адреса анонсирующего маршрутизатора при трансляции NLRI сообщений.

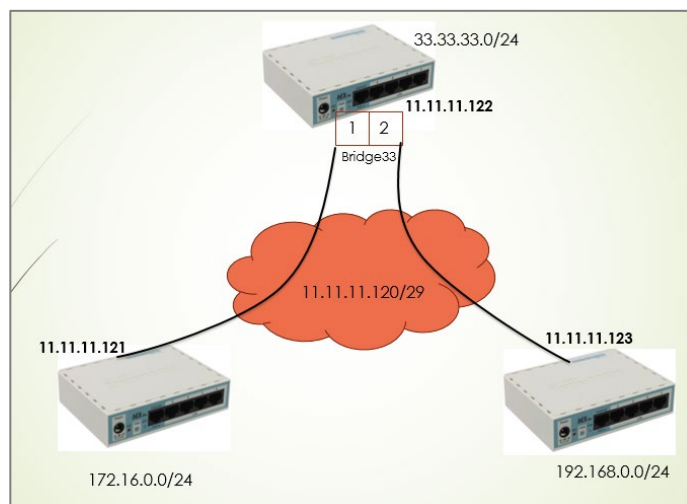


Рис.1 Топология сети

Как следствие, после окончания процесса ретрансляций – все удаленные точки сети будут иметь информацию обо всех частных сетях соседей и их соответствующие внешние IPv4 адреса. Зная внешние адреса соседей, каждый участник сети может инициировать построение IPsec туннеля, после чего направив трафик в корректную частную сеть.

Для рассмотренной автоматизации было разработано два сценария (скрипта) на встроенном в RouterOS интерпретируемом языке программирования. Один из них создает IPsec-туннели между вновь подключившимися сетями, а второй удаляет неиспользуемые туннели. Данные скрипты для автоматического запуска загружаются в системный планировщик задач.

Алгоритм первого скрипта: находим все активные конечные точки туннелей (IPsec peer) и сравниваем с имеющимися адресами соседей по маршрутной информации BGP. Если данная IPsec точка существует, игнорируем. В противном случае создаем и настраиваем новую IPsec точку. Рассмотрим подробнее ключевые особенности скрипта на примере выдержки исходного текста (комментарии отмечены символом #):

```
# перебираем все найденные активные маршруты BGP
: foreach r in= [/ip route find where bgp active] do= {
# переменная peer – будет содержать внешний адрес удаленного узла
: local peer [/ip route get $r gateway];
# переменная rlan – будет содержать частную сеть удаленного узла
: local rlan [/ip route get $r dst-address];
```

```

# переменная existpeer – будет содержать названия IPSec узла
совпавшего с адресом в BGP маршруте
: local existpeer [/ip ipsec peer find where name=$peer];
# проверка, если такой узел есть – проигнорировать, в противном случае
создаем и строим туннель
: if (existpeer="") do= {
# создание и настройка пира
/ip ipsec peer add address=$peer name=$peer exchange-mode=ike2
# настройка параметров безопасности обмена ключами
/ip ipsec identity add peer=$peer remote-id=ignore secret=test
# настройка политики защиты пользовательского трафика
/ip ipsec policy add src-address=172.16.0.0/24 dst-address=$rln
sa-src-address=11.11.11.121 sa-dst-address=$peer tunnel=yes peer=$peer
}; };

```

Приведен скрипт для первого маршрутизатора. Для остальных меняется содержимое полей add src-address, sa-src-address. Суть второго скрипта – удалить нерабочие конечные точки IPSec (для которых отсутствует BGP маршрут). Для этого создается счетчик, который возрастает, если IPSec точка входит число активных по информации BGP. Если счетчик остается нулевой – IPSec точка и туннель удаляются. Рассмотрим ключевые моменты сценария:

```

# задаем счетчик
: global count;
# перебираем все имеющиеся IPSec удаленные точки
: foreach everypeer in= [/ip ipsec peer find] do= {
# задаём счетчику нулевое значение
: set $count 0;
# складываем имена всех точек в oldpeer
: local oldpeer [/ip ipsec peer get $everypeer name];
# перебираем все найденные активные маршруты по bgp
: foreach r in= [/ip route find where bgp active] do= {
# переменная peer – содержит названия только активных узлов
: local peer [/ip route get $r gateway];
# сравниваем, если есть совпадение – увеличиваем счетчик
: if ($peer=$oldpeer) do= {
: set $count ($count+1);
}; };
# Удаляем неактивную конфигурацию
: if ($count=0) do= {
/ip ipsec identity remove [find where peer=$oldpeer]
/ip ipsec policy remove [find where peer=$oldpeer]
/ip ipsec peer remove [find where name=$oldpeer]
}; };

```

Также при вводе в эксплуатацию очередного маршрутизатора необходимо сконфигурировать следующие базовые параметры – внешний и приватный IP адреса, номер автономной системы BGP, адрес центрального маршрутизатора. На каждом маршрутизаторе необходимо создать вышеприведенные сценарии и добавить их в планировщик следующим образом:

```
/system scheduler add interval=20s name=name_of_script on-event="скрипт№1, скрипт№2"
```

По результатам работы удалось создать и автоматизировать процесс создания динамической многоточечной виртуальной частной сети на маршрутизаторах MikroTik, аналогичной по функционалу классической технологии DMVPN от Cisco. В рамках работы была разработана методика и способ настройки DMVPN, а также экспериментально подтверждена применимость разработанной методики для создания DMVPN на платформе MikroTik RouterOS.

В работе использованы стандартные протоколы - основной протокол защиты туннелей IPsec, протокол BGP для сигнализации потенциальных соседних адресов и сценарии для автоматизации всего процесса создания зашифрованного канала. Представляется возможным в дальнейшем расширить представленную методику для использования инструментов с открытым программным кодом. Также в дальнейшем целесообразно использовать динамический DNS для исключения ручной настройки IP адресов.

Список литературы

1. *Detienne F., Kumar M., Sullenberger M.* Flexible Dynamic Mesh VPN [Электронный ресурс]. URL: <https://datatracker.ietf.org/doc/html/draft-detienne-dmvpn-00> (дата обращения: 16.12.2020).
2. *Kent S., Seo K.* Security Architecture for the Internet Protocol [Электронный ресурс]. URL: <https://datatracker.ietf.org/doc/html/rfc4301> (дата обращения: 14.12.2020).
3. Динамическое построение VPN туннелей (DMVPN) на базе шлюзов безопасности С-Терра Шлюз [Электронный ресурс]. URL: https://www.sterra.ru/upload/medialibrary/14c/Webinar-Sterra_21-02-2017_DMVPN.pdf (дата обращения: 14.12.2020).
4. *Rekhter Y., Li T., Hares S.* RFC 4271 - A Border Gateway Protocol 4 (BGP-4) [Электронный ресурс]. URL: <https://datatracker.ietf.org/doc/html/rfc4271> (дата обращения: 29.06.2021).

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ЭКВАЛАЙЗЕР НА ОСНОВЕ НАБОРА ВСЕПРОПУСКАЮЩИХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

К. М. Оборин, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Получив большую популярность, цифровые сигналы все также нуждаются в фильтрации, для их дальнейшего использования в каких-либо системах. Именно поэтому нужен инструмент, позволяющий производить точную корректировку сигнала, коим и является цифровой параметрический эквалайзер. Существует множество разновидностей эквалайзеров, построенных на основе различных фильтров, но не каждый способен оказывать более сильное воздействие на сигнал, по сравнению с другими цифровыми фильтрами, имея при этом меньшее количество коэффициентов как параметрический эквалайзер, основанный на всепропускающих фильтрах. В итоге работа сводится к созданию цифрового параметрического эквалайзера на наборе всепропускающих фильтров.

Ключевые слова: цифровой параметрический эквалайзер; цифровой всепропускающий фильтр; цифровой режекторный фильтр; фильтрация сигнала

PARAMETRIC EQUALIZER BASED ON A SET OF ALL-PASSING DIGITAL FILTERS

K. M. Oborin, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

Having gained great popularity, digital signals still need filtering for their further use in any systems. That is why you need a tool that allows you to accurately adjust the signal, which is the digital parametric equalizer. There are many types of equalizers based on different filters, but not all are capable of having a stronger effect on the signal than other digital filters, while having fewer coefficients as a parametric equalizer based on all-pass filters. As a result, the work comes down to creating a digital parametric equalizer on a set of all-pass filters.

Keywords: digital parametric equalizer; digital all-pass filter; digital notch filter; signal filtering

Невозможно представить эру цифровых технологий без самого главного элемента переноса информации – цифрового сигнала. Но чтобы можно было использовать информацию, хранящуюся в цифровом сигнале, необходимо избавиться от нежелательных помех, которые искажают сигнал. Для данной цели используются цифровые фильтры, а их набор называют эквалайзерами. Но не все эквалайзеры способны точно скорректировать сигнал, например, графические имеют фиксированные параметры, такие как частота среза, количество фильтров и добротность, в отличие от параметрических, в которых параметры можно задавать самостоятельно.

В результате данной работы разработана программа, реализующая принцип действия параметрического эквалайзера, способная корректировать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) входного сигнала. Данный эквалайзер, построенный на основе всепропускающих цифровых фильтров, имеет неоспоримые преимущества по сравнению со своими аналогами. К примеру, при избавлении от шумовой компоненты сигнала, возможно более сильное подавление частотного диапазона при меньшем количестве коэффициентов передаточной характеристики фильтра. Это возможно благодаря всепропускающим фильтрам.

Всепропускающие фильтры (ФВП) не вносят искажений в АЧХ сигнала, но способны изменять его фазочастотную характеристику (ФЧХ). Передаточная функция фильтра первого порядка имеет всего один коэффициент и инвертирует фазу сигнала на частоте Найквиста, что хорошо, но недостаточно для создания полноценного эквалайзера, так как невозможно изменять частоту, на которой происходит смена фазы. Именно поэтому, в качестве основы разрабатываемого эквалайзера, будут использоваться всепропускающие фильтры второго порядка. Имея только два коэффициента передаточной характеристики (1), которые в дальнейшем позволят задавать частоту и ширину полосы фильтра [1].

$$H_2(z) = \frac{k_2 + k_1 \cdot (1 + k_2) \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 + k_1 \cdot (1 + k_2) \cdot z^{-1} + k_2 \cdot z^{-2}} \quad (1)$$

Фильтр второго порядка имеет всего два коэффициента в виду такой особенности всепропускающих фильтров, что фильтры высших порядков могут быть заданы через фильтры первого и второго. Следовательно, фильтр второго порядка строится как каскад двух фильтров первого, именно поэтому имеет всего два коэффициента.

На основе всепропускающего фильтра построим режекторный (рис. 1), т.к. в структуру данного фильтра входит всепропускающий фильтр второго порядка, то его передаточная характеристика будет зависеть только от двух коэффициентов.

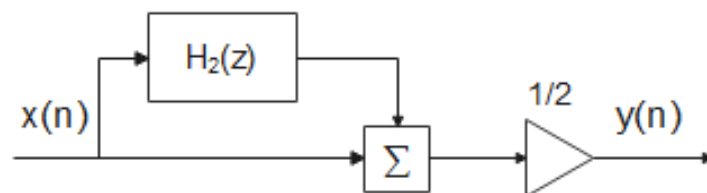


Рис. 1. Структурная схема режекторного фильтра на основе всепропускающего фильтра второго порядка

По имеющейся структурной схеме режекторного фильтра можно с легкостью найти конечный вид передаточной характеристики (2), после чего определить, на что именно влияет каждый из коэффициентов.

$$H(z) = \frac{1}{2} \cdot (1 + k_2) \cdot \left(\frac{1 + 2 \cdot k_1 \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 + k_1 \cdot (1 + k_2) \cdot z^{-1} + k_2 \cdot z^{-2}} \right). \quad (2)$$

Для нахождения k_1 приравняем выражение (2) в комплексной форме, заменив z-образ на экспоненту в степени $j\omega$, к нулю. После чего получим зависимость k_1 от частоты режекции (3).

$$k_1 = -\cos(\omega'), \quad (3)$$

где ω' - нормированная круговая частота подавления равная:

$$\omega' = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_c}{f_s},$$

f_c – частота режекции(подавления) (Гц), а f_s – частота дискретизации (Гц).

Коэффициент k_2 определяет ширину полосы режекции B по уровню минус 3 дБ. Беря во внимание тот факт, что для того чтобы фильтр был устойчивым его полюса должны лежать внутри единичной окружности [2], следовательно, при k_1 равном нулю k_2 по модулю должно быть меньше или равно единице. Тогда коэффициент k_2 примет вид (4) [3]:

$$k_2 = \frac{1 - \sin(B)}{\cos(B)} \quad \text{или} \quad k_2 = \frac{1 - \tan\left(\frac{B}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{B}{2}\right)}, \quad (4)$$

где B – нормированная ширина полосы подавления:

$$B = \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta f}{f_s},$$

Δf – ширина полосы подавления (Гц) на уровне минус 3 дБ, а f_s – частота дискретизации (Гц).

Используя полученный фильтр режекции, был построен фильтр (рис. 2), который может не только подавлять, но и усиливать сигнал на частоте среза ω' .

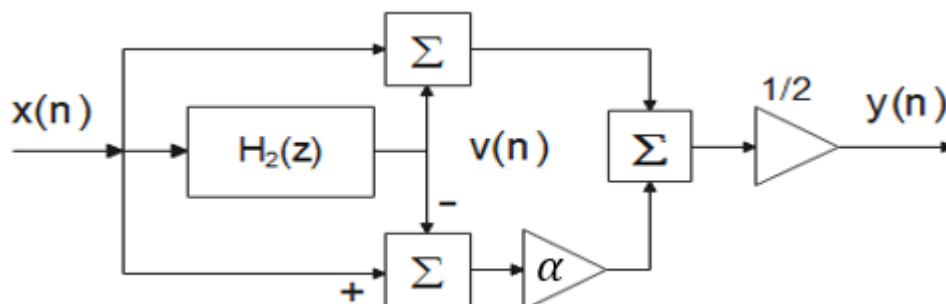


Рис. 2. Фильтр эквалайзер на основе ФВП второго порядка

Данный фильтр имеет комплексную передаточную характеристику (5), в которой коэффициент α – задает усиление (при α больше единицы) или ослабление (при α меньше единицы) на частоте ω' шириной полосы B .

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} \cdot \left((1 + \alpha) + (1 - \alpha) \cdot \frac{k_2 + k_1 \cdot (1 + k_2) \cdot e^{-j\omega} + e^{-2j\omega}}{1 + k_1 \cdot (1 + k_2) \cdot e^{-j\omega} + k_2 \cdot e^{-2j\omega}} \right). \quad (5)$$

Коэффициенты k_1 и k_2 определяются выражениями (3) и (4) соответственно. Набор из таких последовательно соединенных фильтров является параметрическим эквалайзером. Выходной отклик сигнала, прошедшего через одно звено такого эквалайзера, будет соответствовать разностному уравнению (6) [4]:

$$y(n) = \sum_{i=0}^2 b(i) \cdot x(n - i) - \sum_{k=1}^2 a(k) \cdot y(n - k), \quad (6)$$

где $a(i)$ и $b(i)$ – коэффициенты разностного уравнения, $x(n-i)$ – входные значения сигнала, $y(n-i)$ – выходные значения сигнала, прошедшего через звено эквалайзера.

Коэффициенты $a(i)$ и $b(i)$ зависят от k_1 и k_2 следующим образом:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha + (1 - \alpha) \cdot k_2); & b_2 &= \frac{1}{2} \cdot (1 - \alpha + (1 + \alpha) \cdot k_2); \\ b_1 &= a_1 = k_1 \cdot (1 + k_2); & a_2 &= k_2. \end{aligned}$$

Для корректировки АЧХ сигнала разработано приложение на языке C#. При помощи данного приложения пользователь может сформировать необходимую ему АЧХ, а также отфильтровать сигнал.

Запустив приложение пользователю необходимо задать количество звеньев эквалайзера, используя кнопку «Добавить», или удалить лишние кнопкой «Удалить». После чего для каждого звена задаются: частота среза, ширина полосы пропускания и коэффициент усиления, а также вводится частота дискретизации. Для отображения графика АЧХ, нужно начать на кнопку «Вычислить».

Для того чтобы, отфильтровать сигнал, в первую очередь необходимо загрузить соответствующий файл, нажав на кнопку «Загрузить файл», задать параметры фильтров и нажать на кнопку «Вычислить», чтобы отобразить графики АЧХ, оригинального сигнала и отфильтрованного. Чтобы сохранить полученный сигнал необходимо нажать на кнопку «Сохранить». Пример подавления шумовых компонент фотоплетизмографического (ФПГ) сигнала на частотах 50 и 100 Гц представлен на рис. 3 и 4.

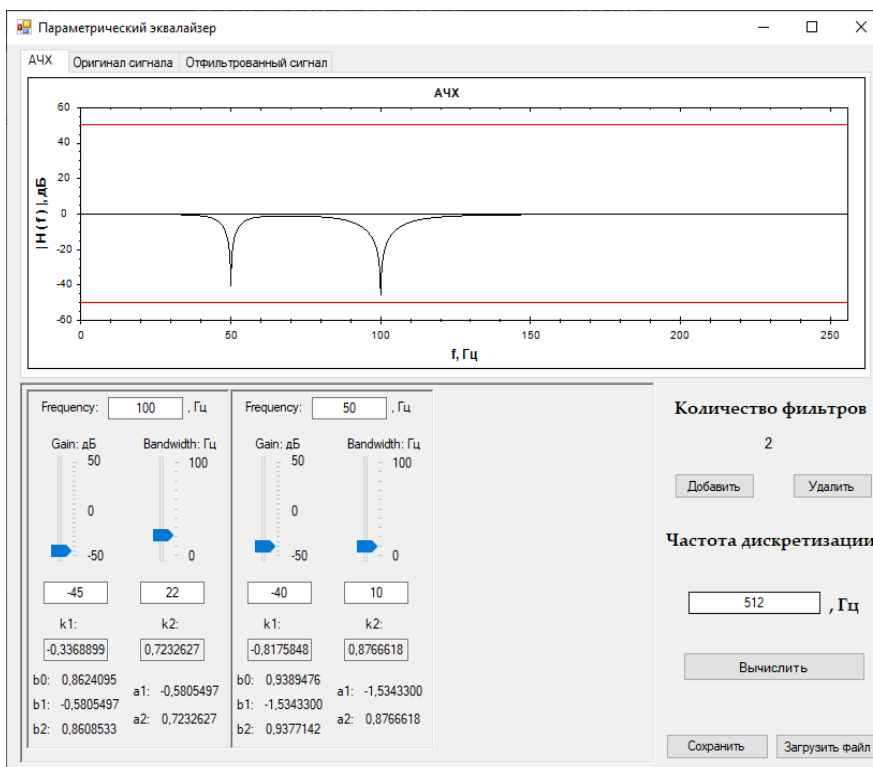


Рис. 3. Подавление шума ФПГ-сигнала с помощью разработанного приложения

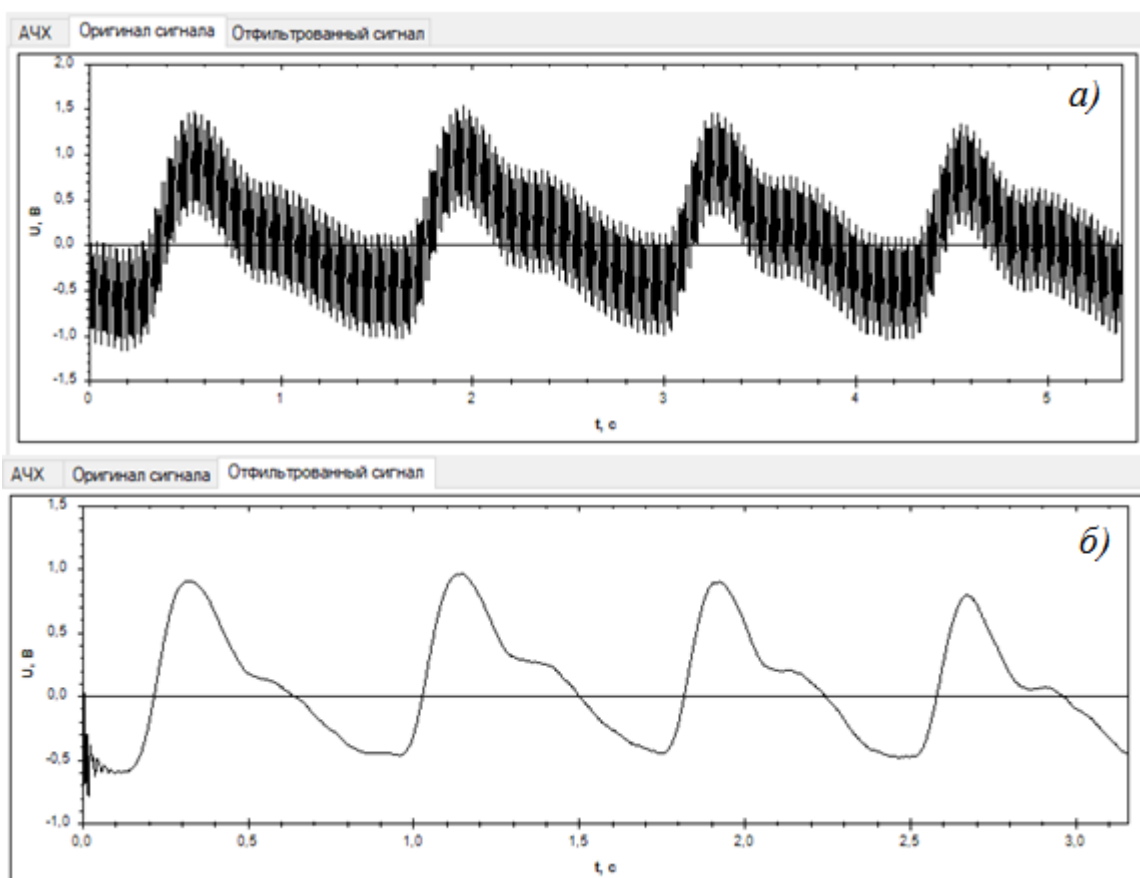


Рис. 4. а) Оригинальный ФПГ-сигнал; б) отфильтрованный ФПГ-сигнал

Таким образом, разработан и испытан параметрический эквалайзер, построенный на основе набора всепропускающих фильтров второго порядка. Разработанное на языке C# приложение может быть использовано для корректировки как АЧХ сигнала, так и АЧХ предыдущих трактов, передающих сигнал.

Список литературы

1. Вологдин Э. И. Методы и алгоритмы обработки звуковых сигналов. Курс лекций. Санкт-Петербург, 2012. 93 с.
2. Айфичер Э., Джейвис Б. Цифровая обработка сигналов. Практический подход. Издательский дом «Вильямс», 2004. 992 с.
3. Regalia P. A., Mitra S. K., Vaidyanathan P. P. The Digital All-Pass Filter: A Versatile Signal Processing Building Block // Proceedings of the IEEE. 1988. Vol. 76 (1). P. 19–37.
4. Солонина А. И., Улахович Д. А. Линейные дискретные системы: учебное пособие. СПбГУТ. СПб, 2005. 75 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЙРОСЕТИ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИИ РЕДОЗУБОВА

Н. В. Сурин, И. Н. Черепанов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе исследовалась модель нейросети, которую предложил Алексей Редозубов. Была создана программа, реализующая модель Редозубова, а также проверена ее работа на различных тестовых данных. Удалось сравнить работу модели со стандартными нейросетями.

Ключевые слова: нейросеть; искусственный интеллект; машинное обучение

NEURAL NETWORK RESEARCH BASED ON THE REDOZUBOV CONCEPT

N. V. Surin, I. N. Cherepanov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper investigated the neural network model proposed by Alexey Redozubov. We created a program that implements the Redozubov model, and also tested its operation on various test data. We managed to compare the model's performance with standard neural networks.

Keywords: neural network; artificial intelligence; machine learning

Сегодня часто можно услышать об активном использовании интеллектуальных систем во многих автоматизированных процессах. Самым распространенным их подвидом являются нейросети, они позволяют решить широкий спектр задач при помощи одного и того же алгоритма, основанного на обучении нейросети посредством предоставления входных и желаемых выходных значений.

Нейросетям нашлось применение и в сфере безопасности: распознавание биометрических данных, анализ информации, прогнозирование атак... Однако полного перехода на использование исключительно нейросетевых технологий не наблюдается, это связано с недостатками искусственных нейросетей. Самыми значимыми, на мой взгляд, являются: неудовлетворительный процент ошибки и узкая направленность обучения (для схожих задач часто приходится создавать отдельные нейросети). Среднюю ошибку нейросети сложно уменьшить, так как существует эффект переобучения нейронов. Узкая направленность обучения приводит при сложных задачах к созданию комплекса нейросетей, что требует больших вычислительных мощностей. Ликвидирование упомянутых недостатков позволило бы использовать нейросетевые

технологии в ранее неавтоматизированных процессах или значительно повысить качество работы существующих алгоритмов.

Решение вышеуказанных недостатков предложил Алексей Редозубов в своей концепции о работе человеческого мозга. Он предложил новую модель работы человеческих нейронов, которая пересматривает идею математического нейрона Маккаллока – Питтса [1]. В разработке этой модели также участвовал академик РАН Святослав Всеволодович Медведев [2]. Алексей Редозубов также предоставил небольшую программу, которая использует его модель и выполняет задачу смещения строки на один символ. Его программа неплохо справляется со своей задачей, но более сложной программы, реализующей данную модель, не было создано, поэтому целью данной работы является создание модели машинного обучения основанного на концепции Редозубова, которое лишено основных недостатков искусственных нейросетей.

В 1943 году была предложена первая математическая модель работы нейрона, однако более чем за полвека научные исследования в этой области значительно продвинулись и существующие биологические данные о нейроне несут совершенно новую информацию о работе нейронов. Довольно сложно преобразовать все накопленные знания о биологических нейронах в некоторую математическую модель, однако Редозубов сделал предположение о том, как может работать человеческий мозг. Если не вдаваться в подробности и рассуждения, то будем рассматривать поступающую в слой нейронов информацию, как бинарный вектор. Бинарный вектор обрабатывают рецепторы, они пытаются найти закономерности (знакомый код в векторе). Работу рецептора можно представить, как «обратный» фильтр Блума [3]. Нейрон, как и прежде, срабатывает при достижении некоего порога и либо активен, либо молчит (результат работы нейрона равен нулю, либо единице). Для понимания можно посмотреть на Рис. 1.

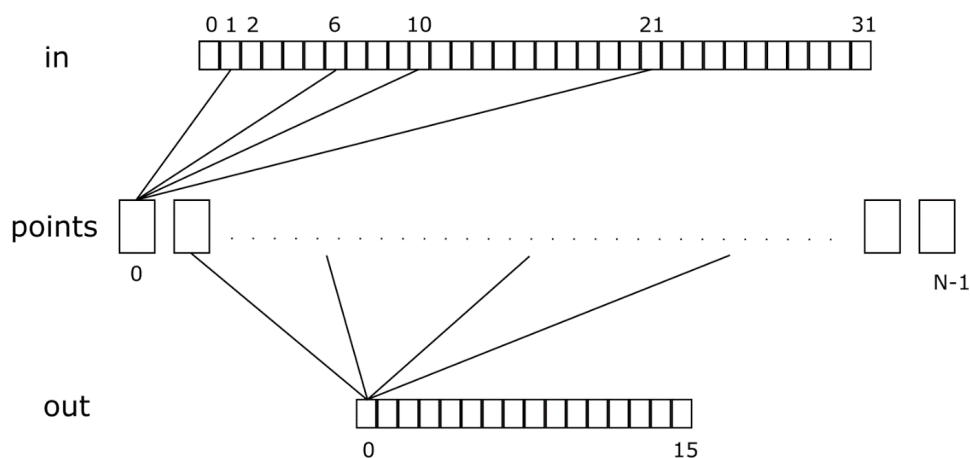


Рис. 1. Модель Редозубова: *in* – входной бинарный вектор, *points* – рецепторы, *out* – нейроны, *N* – количество рецепторов

Если говорить чуть подробнее, то на вход нейросети подается бинарный вектор, рецепторы следят за некоторым номерами (позициями) из входного вектора, если во всех номерах, за которыми происходит слежка, стоят единицы, то рецептор активируется, причем его значение прямо пропорционально количеству номеров, за которыми он наблюдает, и чем их больше, тем выше активность. Нейрону соответствуют определенные рецепторы, и если суммарная активность рецепторов преодолела установленный порог, то нейрон активируется. В итоге, выход слоя нейронов также представляет из себя бинарный вектор.

Практическую работу я начал с выбора языка программирования. Самой эффективной реализации алгоритма возможно добиться при помощи языка «С++», но на разработку нового метода, его оптимизацию, решение абсолютно новых проблем (совершенно новый алгоритм), ушло бы очень много времени, поэтому я решил использовать язык «Python». Язык «Python» является интерпретируемым и довольно медленным, но он предоставляет легкий доступ к различным библиотекам, которые позволяют облегчить и ускорить написание программ.

Внешний вид созданной программы представлен на Рис. 2.

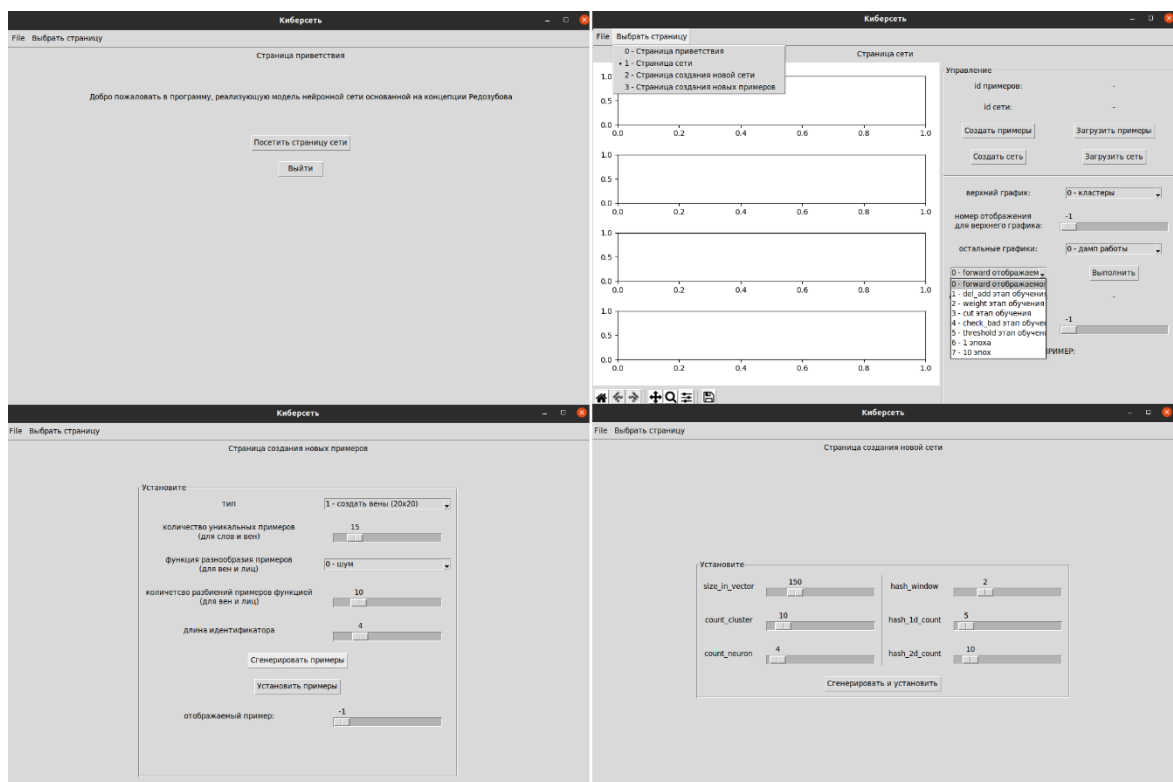


Рис. 2. Внешний вид программы. Сверху слева – стартовая страница; сверху справа – страница работы с сетью; снизу слева – страница генерации примеров; снизу справа – страница генерации новой сети

При разработке модели я столкнулся с рядом проблем, которые были обусловлены совершенно новой и неизученной технологией. Приходилось методом проб и ошибок искать верные решения проблем. После

многочисленных действий по улучшению работы алгоритма удалось добиться близких к нулю показателей ошибки на довольно сложных и больших данных.

Первый тест. Проверка возможности алгоритма давать верный результат на основе неполного запоминания всех вариантов. То есть количество кластеров рецепторов должно быть меньше количества обучающих примеров, иначе проще запомнить все примеры и не использовать нейросеть. Я использовал в два раза больше примеров, чем количество кластеров рецепторов. Для теста были сгенерированы случайные вектора. Алгоритм неплохо справился со своей задачей, а именно исследовались следующие показатели: средняя ошибка, максимальная ошибка и ошибка предсказания. Количество примеров для анализа ошибки предсказания составляет примерно 10% от общего количества примеров.

Второй тест. Проверка на искусственно сгенерированных венах. По прошествии нескольких эпох система достигает нулевых значений ошибки.

Третий тест. Проверка на бинаризованных изображениях лиц, взятых с сайта «This Person Does Not Exist». Пришлось уменьшить размер изображения до квадрата со стороной шестьдесят четыре пикселя, так как некоторые куски кода невозможно было оптимизировать, не переписывая полностью «ядро» программы (только к концу реализации модели я понял неправильность некоторых структур моей программы, которую на начальном этапе невозможно было увидеть), но даже при этом одна эпоха выполнялась на ядре процессора (Python работает только на одном процессорном ядре) с частотой 4 ГГц около одной минуты (в зависимости от количества рецепторов, кластеров...). Удалось добиться нулевых значений ошибок (средней, максимальной и предсказания).

Четвертый тест. Проверка обратной функции хеширования md5. Размер хеша md5 равен 128 битам [4]. Был выбран именно этот алгоритм, потому что он дает одну из самых коротких длин хеша. Я хешировал 7-битные числа при помощи алгоритма md5, а сети поставил задачу обратно перевести 128-битный хеш-код в 7-битное число. Удалось добиться следующих результатов: средняя ошибка обучения – 10%, максимальная ошибка обучения – 60%, средняя ошибка предсказания – 20%. Результаты с одной стороны не очень хорошие, но тем не менее обнадеживают, так как функция хеширования нацелена на сложность восстановления исходных данных, а алгоритм смог восстановить большую часть данных. Также была замечена необычная закономерность: наилучшие показатели почти всегда были после первой же эпохи.

Пятый тест производился с использованием реальных снимков вен ладоней. Удалось добиться нулевых значений ошибок с количеством уникальных вен не больше 40, так как размер изображения вен после максимального сжатия без потери информативности составлял около 6500 бит, что слишком много для алгоритма, написанного на Python. Меньшее

количество примеров уменьшает вероятность появления одинаковых результатов операции сжатия входного примера во входной вектор для нейросети (в программе выставлено ограничение на 500 бит). Снятие ограничения приведет к зависанию программы (слишком долго будут выполняться операции).

Шестой тест. Алгоритм Редозубова должен одинаково справляться с решением разносторонних задач, поэтому для шестого теста были объединены примеры из второго, третьего и пятого тестов. Из каждого теста было выбрано по 7 примеров. Удалось добиться нулевых показателей ошибок.

Для каждого из тестов было проведено несколько десятков исследования (запусков программы). При каждом исследовании происходил запуск и анализ нескольких сотен эпох.

Результаты вышеперечисленных тестов представлены в Табл. 1.

Табл. 1. Результаты тестов

X	C1	C2	V1	V0	R0	E1, %	E2, %	E3, %	E0, %
1	10	2	100	100	5	0	0	0	-
2	25	5	20*20 (400)	398	50	0	0	0	-
3	15	10	64*64 (4096)	500	50	0	0	0	-
4	100	0	128	128	80	10	60	20	-
5	40	5	93*69 (6417)	500	100	0	0	0	20
6	21	3	93*69 (6417)	500	35	0	0	0	-

Обозначения из Табл. 1:

- X – номер теста
- C1 – количество уникальных идентификаторов примеров
- C2 – количество разбиений примеров
- R0 – среднее количество рецепторов, которое необходимо и достаточно для достижения минимальных значений ошибок
- V0 – количество бит входного вектора
- V1 – количество бит в примере (знак «*» означает алгебраическое умножение, то есть пример представлен в виде двумерного массива, а в скобках указано значение произведения)
- E1 – минимальная полученная средняя ошибка обучения
- E2 – максимальная ошибка обучения, соответствующая E1
- E3 – средняя ошибка предсказания, соответствующая E1
- E0 – ложноположительная ошибка

Ошибки E1, E2 и E3 относятся к ложноотрицательным, а E0 – ложноположительная.

Подытожу, была создана модель машинного обучения основанная на концепции Редозубова, которая оказалась лишена основных недостатков

искусственных нейросетей: не достижение нулевых значений ошибок и узкой направленности обучения. Получившаяся модель способна достигать нулевых значений ошибок на достаточно сложной выборке, что говорит о перспективности описанного алгоритма. Однако, в данной работе была исследована не полная модель Редозубова, а только лишь фундаментальная ее часть, реализация полноценной модели может позволить минимизировать ложноположительную ошибку.

Список литературы

1. *McCulloch W. S., Pitts W.* A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity // The bulletin of mathematical biophysics. 1943. Vol. 5. P. 115–133.
2. *Редозубов А. Д.* Мозг напрокат: как работает человеческое мышление и как создать душу для компьютера. Санкт-Петербург: Амфора, 2010. 270 с.
3. *Bloom B. H.* Space/time trade-offs in hash coding with allowable errors // Communications of the ACM. 1970. Vol. 13 (7). P. 422–426.
4. *Rivest R.* RFC 1321: The MD5 Message-Digest Algorithm. RFC Editor, 1992. 21 p.

РАЗРАБОТКА ОДНОКАНАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО ФОТОПЛЕТИЗМОГРАФА

А. А. Трясолобова, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Настоящая работа посвящена разработке цифрового фотоплетизмографа – прибора, способного благодаря оптическому датчику неинвазивно регистрировать форму пульсовой волны кровотока, а также по возможности анализировать, что очень актуально для оценки сердечно-сосудистой системы человека. В отличие от многочисленных аналогов разработанный программно-аппаратный комплекс способен автоматически вычислять усредненный спектр и спектрограмму фотоплетизмографического сигнала.

Ключевые слова: фотоплетизмография; форма пульсовой волны; спектрограмма

DEVELOPMENT OF THE SINGLE-CHANNEL DIGITAL PHOTOPLETHYSMOGRAPH

A. A. Tryasolobova, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

This work is devoted to the development of a digital photoplethysmograph, a device that, thanks to an optical sensor, can non-invasively record the shape of the pulse wave of blood flow, as well as, if possible, analyze it, which is very important for assessing the human cardiovascular system. Unlike numerous analogs, the developed hardware-software complex is capable of automatically calculating the averaged spectrum and spectrogram of the photoplethysmographic signal.

Keywords: photoplethysmography; pulse waveform; spectrogram

В настоящее время заболевания сердечно-сосудистой системы (ССС) являются довольно распространенным явлением и процент людей, страдающих от подобных недугов, с каждым годом становится все больше. Существует немало методов их лечения, которые активно развиваются, однако для большей эффективности очень важно выявить патологию на ранней стадии, что возможно при использовании удобных систем мониторинга. Это позволяет проводить профилактику, оказывать своевременную помощь и не допустить развития заболевания. Решить эту проблему помогают различные устройства и методы для диагностики. Одним из таких методов является фотоплетизмография (ФПГ).

Этот метод заключается в детектировании кровяного потока с использованием источника светового излучения и фотоэлемента. ФПГ активно используется врачами и позволяет получить объемную картину о состоянии здоровья человека. Основан этот метод на том, что

исследуемая ткань просвечивается монохроматическим светом, который после рассеивания или отражения попадает на фотоэлемент, вызывая изменения фототока. Установлено, что интенсивность света, отраженного или рассеянного кожей, является функцией количества, содержащейся в ней крови [1].

При анализе фотоплетизмограммы часто измеряемыми величинами являются временные параметры сигнала – амплитуды отдельных компонент (прямой и отраженной волн) и их длительности. При этом достаточно сложно автоматизировать процесс оценки в координатах амплитуд и длительностей, так как подобные алгоритмы оценки достаточно чувствительны к шумам, а также передают очень мало информации за один период колебаний. Альтернативным способом оценки фотоплетизмограммы может выступать ее спектральный анализ. Применение алгоритмов преобразования Фурье к фотоплетизмограмме позволяет получить ее спектр – гистограмму в координатах амплитуд и частот отдельных гармоник сигнала. Такой метод обеспечивает значительно большее количество полезной информации (количество частотных отчетов может достигать нескольких сотен), а также упрощает процесс автоматизированного анализа данных. При этом особой ценностью будут обладать не отдельные спектры, однократно снятые с пациента, а спектрограммы – сложенные в стопку спектры, снятые в последовательные интервалы времени (поверхность, построенная в координатах амплитуда гармоник – частота гармоник – время) и усредненные спектры – спектры, полученные путем усреднения по нескольким последовательно полученным спектрам. Усредненные спектры несут в основном информацию не о единичных случаях сбоя работы ССС, а об обычном продолжительном режиме работы. И спектрограмму, и усредненный спектр опытный врач может интерпретировать (расшифровать) самостоятельно, но также такой формат фотоплетизмограммы удобен для нейросетевого классификатора, способного автоматически с определенной вероятностью делать предположения о наличии каких-либо патологий.

Однако метод имеет и недостатки, такие как наличие необходимых внешних условий (отсутствие постороннего света, комнатная температура), лишние движения приводят к неточности результатов исследования, а также на полученные результаты влияет состояние кожи.

Несмотря на минусы, фотоплетизмография все равно является востребованной и открывает перспективы для развития методов неинвазивной диагностики для мониторинга состояния ССС человека [2].

Таким образом, работа посвящена разработке цифрового фотоплетизмографа с возможностью получения как самой фотоплетизмограммы, так и ее спектрограммы и усредненного спектра, который станет программно-аппаратной платформой для дальнейшего исследования нейросетевых алгоритмов.

Осуществив обзор литературы и существующих решений, была разработана функциональная схема фотоплетизмографа (рис. 1).

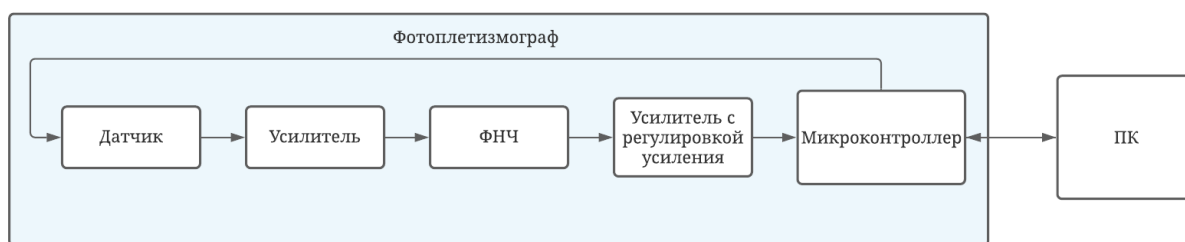


Рис. 1. Функциональная схема фотоплетизмографа

Как видно из схемы разработанный программно-аппаратный комплекс состоит из двух основных блоков: фотоплетизмограф и персональный компьютер (ПК). Далее рассмотрим назначение и функционал каждого блока подробнее.

Фотоплетизмограф представлен следующими компонентами:

- Датчик;
- Усилитель;
- Фильтр нижних частот (ФНЧ);
- Усилитель с регулировкой усиления;
- Микроконтроллер.

Сигнал ФПГ формируется на компоненте "Датчик", состоящего из светодиодного излучателя с длиной волны порядка 550 нм фототранзистора, играющего роль приемника отраженного сигнала. Состояние светодиода задается микроконтроллером: при фотоплетизмографическом обследовании (мониторинге) светодиод включен, а в режиме ожидания – выключен. Эта возможность реализована с целью энергосбережения, что актуально при использовании автономного источника питания.

Далее сигнал поступает на "Усилитель", увеличивающий амплитуду сигнала на несколько порядков, так как величина сигнала на выходе датчика не превосходит нескольких тысячных долей вольта.

Для подавления высокочастотных помех и ограничения спектра сигнала, с целью исключения эффекта наложения, усилитель подключен к "ФНЧ".

Так как у разных людей из-за индивидуальных особенностей кожного покрова, сосудов и состава крови амплитуда сигнала ФПГ может различаться достаточно сильно в схеме предусмотрен такой компонент как "Усилитель с регулировкой усиления". Регулировка усиления осуществляется изменением сопротивления потенциометра, установленного в цепи обратной связи усилителя.

Дальнейшая обработка усиленного сигнала происходит в цифровом виде посредством алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС). Перед этапом цифровой обработки сигнал должен быть преобразован из

аналогового в цифровой вид. За процесс такого преобразования отвечает аналого-цифровой преобразователь (АЦП) встроенный в компонент "Микроконтроллер". Микроконтроллер с заданной частотой оцифровывает аналоговый сигнал и без какой-либо обработки передает его по интерфейсу USB в персональный компьютер. На ПК реализованы все алгоритмы обработки и визуализации оцифрованного сигнала ФПГ.

В ходе настройки усилителей была исследована их общая амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) (рис. 2).

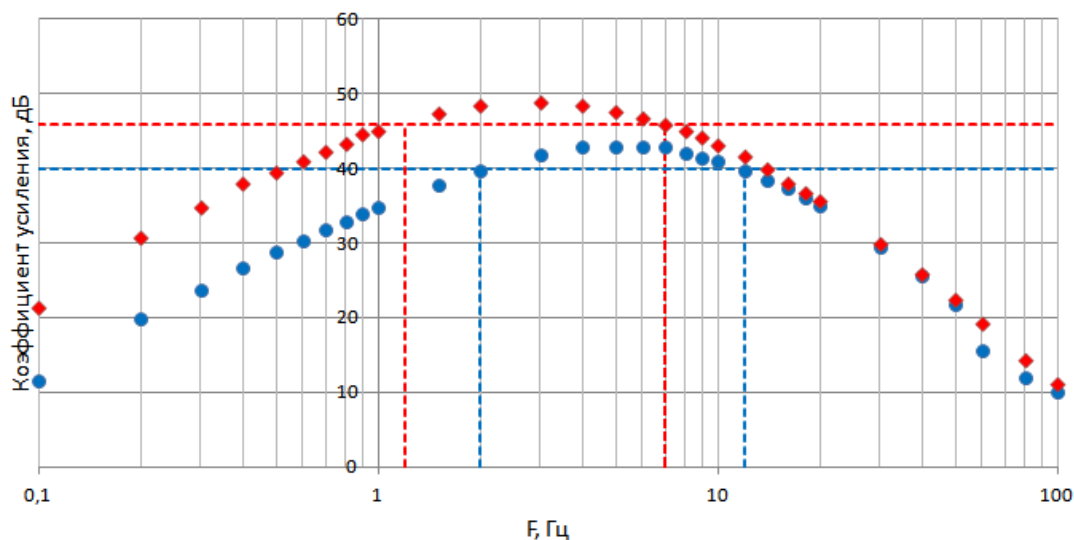


Рис. 2. АЧХ усилителя, полученная в ходе настройки усилителей

На АЧХ изображены две частотные характеристики: при минимальном усилении – синий ряд точек и при максимальном – красный ряд точек. При минимальном усилении, амплитуда сигнала возрастает примерно на 43 дБ, а полоса пропускания по уровню -3 дБ составляет 10 Гц (от 2 до 12 Гц); при максимальном усилении, амплитуда сигнала возрастает примерно на 49 дБ, а полоса пропускания по уровню -3 дБ составляет 5.8 Гц (от 1.2 до 7 Гц).

Усиленный сигнал перед цифровой обработкой необходимо пропустить через ФНЧ и осуществить его дискретизацию. Дискретизацию (и квантование) выполняет аналого-цифровой преобразователь.

Аналого-цифровое преобразование подразумевает процесс дискретизации исходного аналогового сигнала, при этом непрерывный сигнал становится набором дискретных значений. АЦП, встроенный в микроконтроллер STM32F103VCT6, является преобразователем последовательного приближения с разрядностью равной 12, что обеспечивает чувствительность порядка 0.8 мВ [3]. Однако при измерении решено использовать только 8 старших разрядов, так как это огрубление уменьшает размер одного отсчета до одного байта, что значительно упрощает передачу данных от микроконтроллера к ПК из-за отсутствия необходимости проверки потери пакетов данных.

После того как осуществлен процесс дискретизации сигнала и передача его на ПК, следуют алгоритмы цифровой обработки: цифровая фильтрация и преобразование Фурье. Для получения спектра дискретного сигнала необходимо использовать алгоритм дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Для реализации управления фотоплетизмографом, обработки и визуализации полученных данных разработано приложение на языке C#.

Интерфейс приложения представлен на рис. 3.

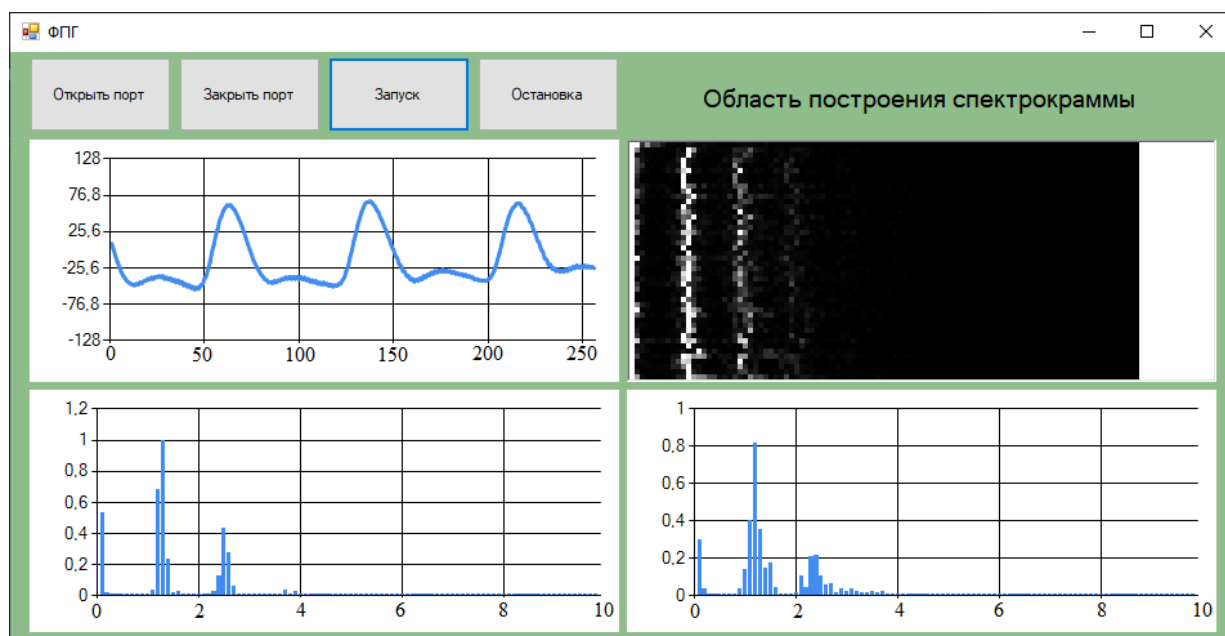


Рис. 3. Интерфейс приложения

Приложение состоит из 4 кнопок и 4 полей для отображения данных. Для открытия из закрытия сессии с последовательным портом в программе предусмотрены кнопки «Открыть порт» и «Заккрыть порт». Для запуска и остановки процесса измерения в приложении предусмотрены кнопки «Запуск» и «Остановка». Каждая из этих двух кнопок активирует процесс передачи одного байта-команды от ПК к микроконтроллеру. В случае нажатия кнопки «Запуск» приложение посылает байт 0x01, а в случае остановки – 0x00.

После запуска измерения микроконтроллер в непрерывном режиме начинает отправлять байтовый поток на ПК в приложение, где в левом верхнем поле осуществляется непрерывная визуализация принятых данных. Так как каждый принятый байт непосредственно соответствует отчетам сигнала ФПГ, то не требуется ни каких дополнительных преобразований.

При накоплении 1024 отчетов приложение активирует процесс вычисления спектра с помощью алгоритма дискретного быстрого преобразования Фурье. Программа вычисляет квадрат спектральной плотности сигнала с частотным разрешением 0.1 Гц [4]. Отображается спектр в левом нижнем поле.

В приложении предусмотрена возможность вычисления усредненного спектра. Это позволяет подавить единичные случаи сбоя работы ССС и получить спектр продолжительного режима работы. Усредненный спектр отображается в правом нижнем углу.

Помимо спектров программа позволяет вычислить спектрограмму – изображение, представляющее собой наложенные друг на друга спектры, которое отображает зависимость квадрата спектральной плотности сигнала от времени. Спектры записываются в виде строк пикселей в правое верхнее поле. Чем светлее пиксель, тем выше амплитуда гармоники в спектрограмме. В итоге получаем картину из пикселей, с 8-битной градацией яркости.

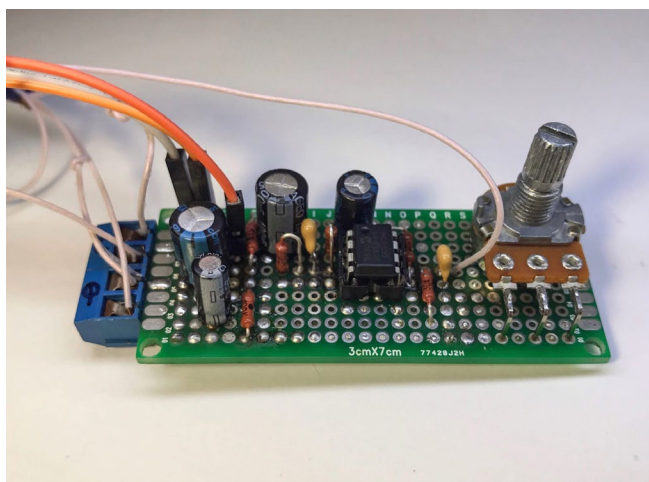


Рис.4. Разработанный макет фотоплетизмографа

Таким образом, был разработан, изготовлен и протестирован цифровой фотоплетизмограф (рис. 4), основной задачей которого является накопление данных и вычисление спектра, усредненного спектра и спектрограммы сигнала ФПГ. В дальнейшем цифровой фотоплетизмограф сможет использоваться для вычисления количественных параметров пульса, а также сможет идентифицировать отдельные патологии сердечно-сосудистой системы с помощью нейросетевого классификатора.

Список литературы

1. *Мошкевич В. С.* Фотоплетизмография (Аппаратура и методы исследования). М.: Медицина, 1970. 208 с.
2. *Змиевской Г. Н., Галкин М. А., Костюков Д. В.* Биодозиметрия в низкоинтенсивной фототерапии. Часть 2 // Лазер-информ. 2008. № 17 (392). С. 1–4.
3. RM0008. Reference manual. STM32F103xx. STMicroelectronics. Руководство по эксплуатации. 2021. 1136 с.
4. *Князев Б. А., Черкасский В. С.* Дискретное преобразование Фурье – как это делается // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Физика. 2008. Т. 3 (4). С. 74–86.

ОТЛАДОЧНАЯ ПЛАТА НА ОСНОВЕ МИКРОКОНТРОЛЛЕРА STM32F103VET6

М. В. Устюгов, А. В. Манцуров
Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

В работе представлены разработка и изготовление отладочной платы, которая станет аппаратной основой для изучения студентами принципов работы с современными микроконтроллерами.

Ключевые слова: отладочная плата; микроконтроллер

MICROCONTROLLER BOARD BASED ON STM32F103VET6

M. V. Ustyugov, A. V. Mantsurov
Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

The paper presents the development and manufacture of a microcontroller board, which will become a hardware basis for students to study the principles of working with modern microcontrollers.

Keywords: development board; microcontroller

Среди дисциплин, преподаваемых на кафедре «Радиоэлектроники и защиты информации» ПГНИУ, есть предмет «Микроконтроллеры», в рамках которого происходит знакомство студентов с данным классом цифровых устройств. Однако, на сегодняшний день, дисциплина носит скорее концептуальный характер, что связано в первую очередь с отсутствием соответствующей материальной базы, а именно: современных микроконтроллеров и наборов модулей к ним.

Решением может стать покупка готовых отладочных комплектов, например, от фирмы STMicroelectronics, которая предлагает довольно широкий набор отладочных плат. Но такое решение имеет несколько недостатков: либо платы имеют малый набор встроенной периферии, что требует покупки отдельных модулей, цена на которые иногда превышает цену плат; либо наличие большого количества встроенных модулей существенно повышает цену на отладочные платы (цена может варьироваться от 300 до 500 \$). Поэтому оптимальным решением может стать самостоятельная разработка отладочной платы с необходимой периферией на борту.

Для начала необходимо провести анализ готовых решений. Как было сказано ранее, фирма STMicroelectronics предлагает к покупке отладочные платы различных серий: Nucleo, Discovery и Evaluation Boards [1]. Первые

две серии отладочных плат мало подходят для обучения из-за небольшого числа встроенных модулей. Серия Evaluation Boards как раз создана для обучения работе с микроконтроллерами. Пример платы серии Evaluation Boards приведен на рис. 1.



Рис. 1. Плата серии Evaluation Boards

Данные платы имеют довольно большой набор встроенной периферии (светодиоды, кнопки, микросхемы для работы с различными интерфейсами, экраны и т.д.). Из плюсов стоит также отметить то, что к плате ничего не нужно подключать, то есть риск выхода из строя из-за неправильной коммутации отсутствует. Однако высокая цена не позволяет использовать данные платы. Исходя из анализа готовых решений, можно сделать вывод, что наиболее полезными компонентами на плате могут быть:

1. базовые устройства ввода/вывода (кнопки, светодиоды и т.д.);
2. микросхемы для работы с различными интерфейсами;
3. экран;
4. разъемы для коммутации платы с внешними устройствами (например, ПК или другими отладочными платами).

Для разработанной платы выбран микроконтроллер STM32F103VET6 [2]. Данный контроллер имеет довольно хорошее соотношение цены/производительности. Характеристики контроллера приведены на рис. 2.

▪ Корпус	LQFP-100
▪ Ядро	ARM Cortex-M3
▪ Максимальная частота ядра	72 МГц
▪ Объем памяти программ	512 кбайт
▪ Тип памяти программ	FLASH
▪ Объем оперативной памяти	64 кбайт
▪ Количество входов/выходов	80
▪ Интерфейсы	CAN, I ² C, IrDA, LIN, SPI, UART/USART, USB
▪ Периферия	DMA, Motor Control PWM, PDR, POR, PVD, PWM, Temp Sensor, WDT
▪ АЦП/ЦАП	A/D 16x12b; D/A 2x12b
▪ Напряжение питания	2...3.6 В
▪ Рабочая температура	-40...85 °С

Рис. 2. Характеристики микроконтроллера STM32F103VET6

После анализа существующих решений и учета характеристик микроконтроллера, составлена принципиальная схема отладочной платы, которая приведена на рис. 3.

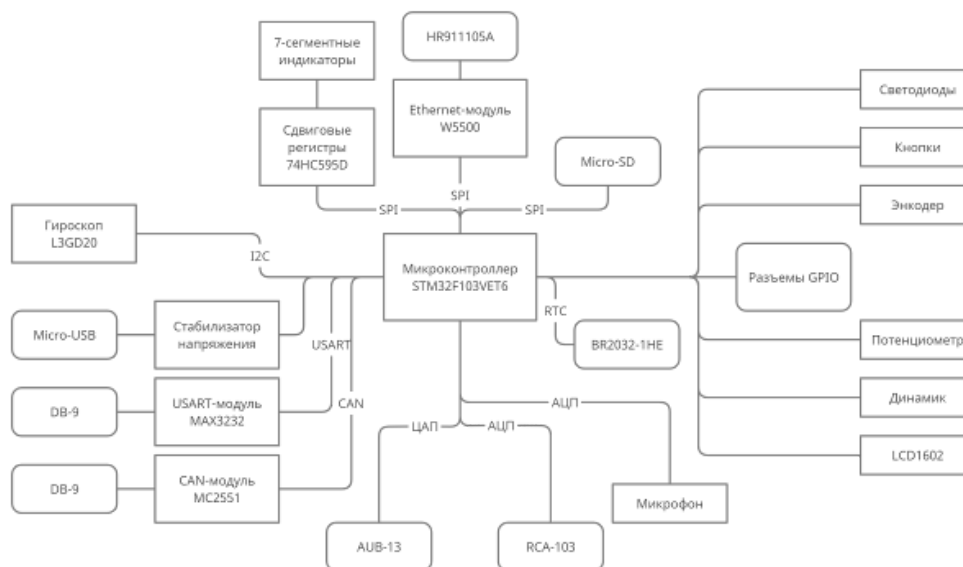


Рис. 3. Функциональная схема отладочной платы

На основе функциональной схемы разработаны принципиальная и монтажная схемы. Далее изготовлен тестовый образец отладочной платы, внешний вид которого приведен на рис. 4. Тестовая версия платы используется для проверки работоспособности модулей и исправления ошибок. После процесса отладки будет изготовлен конечный вариант устройства, который будет применяться в учебном процессе.

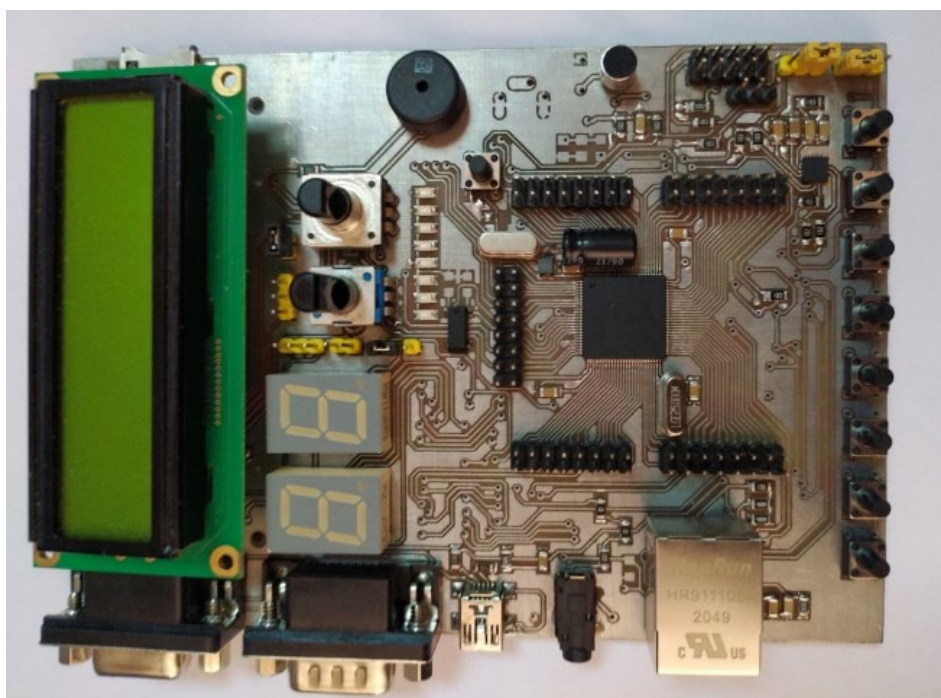


Рис. 4. Тестовый образец отладочной платы

Плата имеет широкий набор периферии, на основе которого можно разработать много различных проектов, что поможет студентам разобраться с тем, как устроены микроконтроллеры, а также различные устройства на их основе. Среди потенциальных проектов можно выделить:

1. устройства для работы со звуком (на плате присутствуют аудио вход/выход, а также микрофон и пьезоэлемент);
2. устройства для записи/чтения различной информации с Micro-SD карты;
3. устройства, для работы с промышленными интерфейсами USART и CAN (для этого предусмотрены микросхемы приемопередатчиков для данных интерфейсов);
4. устройства для работы с сетевыми технологиями (на плате есть Ethernet-модуль W5500, который позволяет относительно просто подключить различную электронику к локальной сети или сети Интернет) [3].

Для программирования микроконтроллера можно использовать несколько разных библиотек, которые различаются уровнями взаимодействия пользователя и контроллера:

1. CMSIS. Данная библиотека является низкоуровневой. Во время работы с CMSIS разработчик напрямую взаимодействует с регистрами микроконтроллера;
2. SPL. Одна из высокоуровневых библиотек, которая содержит различные функции, структуры и макросы, облегчающих работу с микроконтроллерами. SPL полностью поддерживает CMSIS, содержит подробную документацию и примеры, однако более не поддерживается;
3. HAL. Еще одна высокоуровневая библиотека, которая полностью включает в себя CMSIS и весь функционал SPL. Обеспечивает работу внутренних модулей не только в стандартном режиме работы, но и в режиме взаимодействия с внешними электронными устройствами. Таким образом, один и тот же компонент библиотеки позволяет настраивать как внешние, так и внутренние элементы микроконтроллера.

Также необходимо выбрать среду программирования. Существует несколько популярных IDE, которые различаются функционалом, интерфейсами и способами распространения (платные или бесплатные).

Среди платных сред программирования выделяются Keil uVision и Atollic TrueSTUDIO. Данные IDE поддерживают все контроллеры семейства STM32, однако не имеют встроенных библиотек. Также эти среды разработки имеют бесплатные версии, но у них есть существенный недостаток – ограничение по размеру кода (например, 32Кб у Keil uVision).

Из бесплатных сред разработки стоит выделить Coocox IDE. Данная IDE поддерживает не все серии микроконтроллеров STM32, не имеет встроенного компилятора и перестала поддерживаться. Однако Coocox является самым простым вариантом для установки и освоения.

Для проверки работоспособностей модулей были написаны тестовые программы.

Также для работы с отладочной платой разработан пример методических материалов, которые необходимы для выполнения лабораторных работ [4]. Материалы содержат следующие разделы:

1. принципиальная схема отладочной платы;
2. описание компонентов отладочной платы, которые будут использоваться для выполнения конкретной лабораторной работы. Краткие теоретические сведения, а также назначения выводов микроконтроллера;
3. примеры настройки среды программирования;
4. примеры кода для демонстрации работы модулей с комментариями;
5. задачи для самостоятельного решения.

Список литературы

1. STMicroelectronics [Электронный ресурс]. URL: <https://www.st.com> (дата обращения: 30.06.2021).
2. RM0008. Reference manual. STM32F103xx. STMicroelectronics. Руководство по эксплуатации. 2021. 1136 с.
3. W5500 Datasheet Version 1.0.5. WIZnet. Руководство по эксплуатации. 2014. 70 с.
4. *Козаченко В. Ф., Алямкин Д. И., Анучин А. С. и др.* Практический курс микропроцессорной техники на базе процессорных ядер ARM-Cortex-M3/M4/M4F. М.: МЭИ, 2019. 543 с.

СТАБИЛИЗАТОР ТОКА ИНДУКТОРА ИМПУЛЬСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ РАСХОДА

К. Д. Шаронов, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614990, Пермь, Букирева, 15

Некоторые преобразователи расхода жидкости основаны на явлении электромагнитной индукции, возникающей при воздействии постоянного магнитного поля на движущуюся жидкость. В результате такого воздействия в жидкости возникает ЭДС, пропорциональная расходу и величине индукции магнитного поля. Для возможности пересчета ЭДС в расход необходимо стабилизировать ток индуктора, генерирующего магнитное поле. Таким образом, работа посвящена разработке и проверке работоспособности стабилизатора тока индуктора импульсного преобразователя расхода.

Ключевые слова: стабилизатор тока; преобразователь расхода жидкости; магнитное поле

THE INDUCTOR CURRENT STABILIZER OF THE PULS FLOW TRANSDUCER

K. D. Sharonov, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614990, Perm

Some fluid flow transducers are based on the phenomenon of electromagnetic induction, which occurs when a constant magnetic field is applied to a moving fluid. As a result of this effect, an EMF arises in the liquid, proportional to the flow rate and the magnitude of the magnetic field induction. To be able to convert the EMF into consumption, it is necessary to stabilize the current of the inductor that generates the magnetic field. Thus, the work is devoted to the development and testing of the operability of the current stabilizer of the inductor of the pulse flow transducer.

Keywords: current stabilizer; fluid flow transducer; magnetic field

Расходомер – это устройство учета и измерения расхода (объема) вещества проходящего через сечение трубопровода. Первичный прибор, отвечающий за преобразование расхода в какую-либо другую физическую величину, например частоту, называется преобразователем расхода, а пересчетом этого сигнала в физические единицы расхода ($m^3/ч$) занимается вторичный вычислительный прибор [1]. Во многих домах до сих пор установлены недорогие механические типы расходомеров, которые при долгосрочной службе теряют свою эффективность. Это происходит из-за износа механических деталей, который сокращает срок службы расходомера. Этот факт делает применение электронных расходомеров,

основанных на явлении электромагнитной индукции и не содержащих механических движущихся частей актуальным [2].

Преобразователь расхода жидкости состоит из двух частей – электронного блока и проточной части. Проточная часть представляет собой элемент водопроводной системы, через который протекает измеряемая жидкость. В проточной части размещен индуктор, формирующий однородное магнитное поле ортогонально направлению течения жидкости. Также в проточную часть встроены электроды, необходимые для измерения наводимой в жидкости ЭДС. Электронный блок отвечает за управление индуктором, формирующего магнитное поле, а также за измерение ЭДС и передачу измеренного и обработанного значения во вторичный вычислительный прибор. При этом электронный блок состоит из следующих основных компонентов:

- источник питания;
- импульсный стабилизатора тока;
- коммутатор тока индуктора;
- регулятор тока индуктора;
- измерительный блок;
- микропроцессорный блок;
- интерфейс передачи данных или дисплей.

В данной работе предлагается решение для стабилизатора, коммутатора и регулятора тока индуктора, находящихся под управлением микропроцессорного блока. Исходя из описания электронного блока на рис. 1 приведем его функциональную схему.

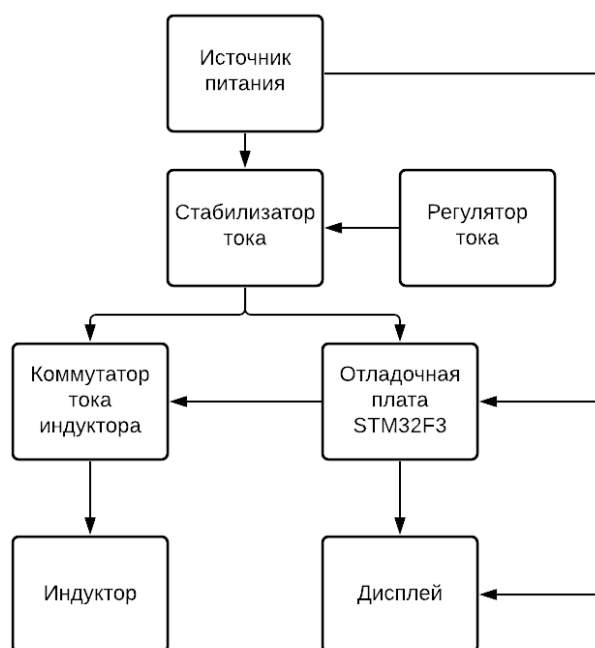


Рис. 1. Функциональная схема разработанного прибора

На схеме микропроцессорный блок реализован на основе отладочной платы с микроконтроллером STM32F303VCT6. Особенностью этого контроллера является наличие специальных инструкций, часто используемых для построения алгоритмов цифровой обработки сигналов, а также математического сопроцессора, позволяющего вычислять значения различных математических функций аппаратно, что значительно увеличивает производительность системы, выполняющей трудоемкие вычисления [3]. Микроконтроллер также обладает встроенным аналого-цифровым преобразователем (АЦП), который необходим для измерения тока, протекающего через индуктор. Помимо переключения коммутатора микроконтроллер формирует сигнал включения и выключения микросхемы стабилизатора тока.

В качестве дисплея выбран двухстрочный символьный дисплей на основе контроллера HD44780.

Блок «стабилизатор тока» построен на основе микросхемы LM2576 [4], представляющей собой импульсный стабилизатор напряжения с возможностью регулировки выходного напряжения посредством изменения глубины обратной связи [5]. В схеме реализована обратная связь по току, который протекает через нагрузку (индуктор). Для осуществления обратной связи в схеме последовательно с индуктором установлен токоизмерительный резистор, падение напряжения на котором и является сигналом обратной связи. Этот сигнал поступает на вход микросхемы стабилизатора усиленным с помощью регулируемого усилителя. Регулируемый усилитель в цепи обратной связи импульсного стабилизатора является блоком «регулятор тока».

Индуктор подключается к импульсному стабилизатору тока не напрямую, а через «коммутатор тока индуктора», основной задачей которого является изменение направления протекания тока через индуктор. Это необходимо для возможности смены направления магнитного поля, создаваемого индуктором, что важно для реализации компенсационного метода или метода ключевого синхронного детектирования – основных методов измерения скорости потока жидкости импульсным электромагнитным преобразователем расхода. Коммутатор построен по схеме ключевого H-моста.

При изменении температуры, изменяется активное сопротивление катушек индуктивности, находящихся в проточной части преобразователя расхода. Из-за этого ток, протекающий через катушки, также будет изменяться. За счет изменения тока последует изменение напряженности магнитного поля, от которого зависит величина измеряемого расхода преобразователя.

Для решения проблемы температурного влияния используется стабилизатор тока индуктора. Но как показывает практика, стабилизатор тока сам подвержен температурному влиянию. Чтобы микросхема стабилизатора не нагревалась можно отключать ее на небольшие интервалы

времени, используя для этого выход ON/OFF [4]. Периодическое отключение стабилизатора значительно уменьшает его собственное потребление и, соответственно, его нагрев. Именно этот способ и реализован в настоящей работе.

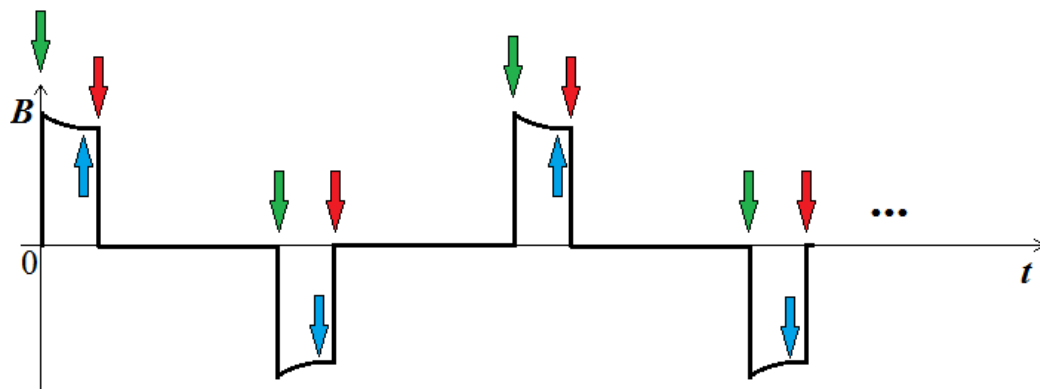


Рис. 2. Зависимость индукции магнитного поля от времени

На рис. 2 показана зависимость индукции магнитного поля от времени. Как следует из диаграммы поле попеременно изменяет свое направление. Такое изменение знака поля необходимо для реализации компенсационного метода измерения расхода. Зелеными стрелками обозначены моменты времени, когда микросхема стабилизатор включается, а коммутатор тока переключается в состояние, при котором он способен пропускать ток в условно положительном направлении. Так как ток в индукторе стабилизируется не сразу, необходимо дождаться момента времени, когда изменение тока станет незначительным. Этот момент времени обозначен голубой стрелкой, после которой (и до красной стрелки) ток можно считать постоянным. Начиная с этого момента времени можно применять компенсационный метод, а также измерять ток индуктора. После проведенных измерений для уменьшения энергопотребления и измерения электрохимического потенциала коммутатор тока переходит в закрытое состояние, что на диаграмме отмечено убыванием поля до нуля. Это происходит в момент времени обозначенный красной стрелкой. Так как стабилизатор во время отключенного коммутатора не должен осуществлять стабилизацию тока индуктора, то его можно отключить, переведя в режим ожидания. Как было сказано ранее активация и деактивация микросхемы стабилизатора производится через вывод микросхемы ON/OFF. При подходе к очередной зеленой стрелке стабилизатор и коммутатор включаются. Далее процесс по необходимости повторяется. Отключение стабилизатора значительно уменьшает его собственное потребление и, соответственно, его нагрев.

Для проверки работоспособности стабилизатора тока индуктора проведен эксперимент, показывающий, что при изменении температуры,

а как следствие, сопротивления индуктора, протекающий через него ток будет изменять свою величину в допустимых пределах, то есть 1 мА.

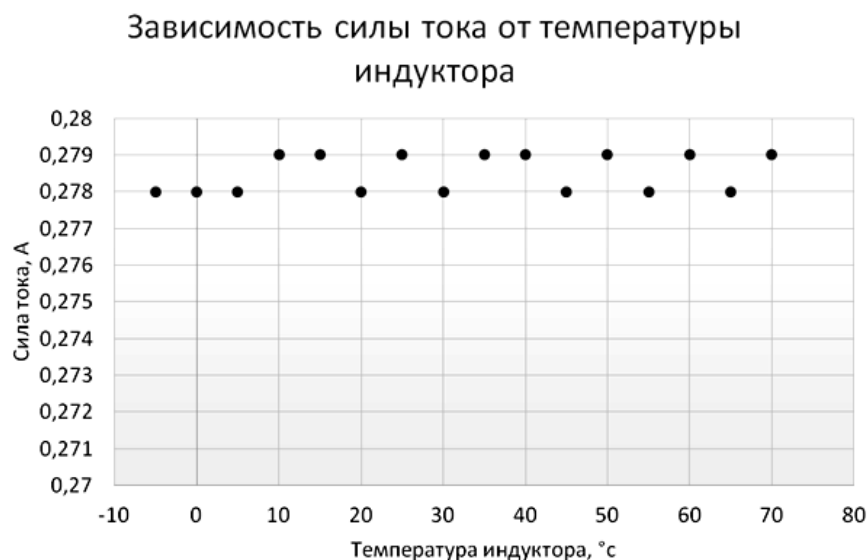


Рис. 3. Функциональная схема разработанного прибора

Чтобы осуществить эксперимент индуктор предварительно был помещен в морозильную камеру и охлажден до температуры $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$. После того как индуктор достиг нужной температуры, он был подключен к разработанному устройству для снятия показаний сопротивления индуктора и силы тока, протекающей через него. Данные можно увидеть на рис. 3. При анализе полученных значений, можно сказать, что эксперимент пройден успешно, так как по данным из графика видно, что при токе в 279 мА, мы имеем отклонение в 1 мА, а это соответствует отклонению поля менее чем на 0.5%, что является очень приемлемым результатом.

Для проектирования стабилизатора тока индуктора использовалась САПР «DipTrace». Программа позволяет чертить принципиальные схемы, монтажные схемы, а также имеет возможность трехмерного моделирования разрабатываемой схемы. На рис. 4 показана трехмерная модель (а) и монтажная схема (б) разработанного стабилизатора тока.

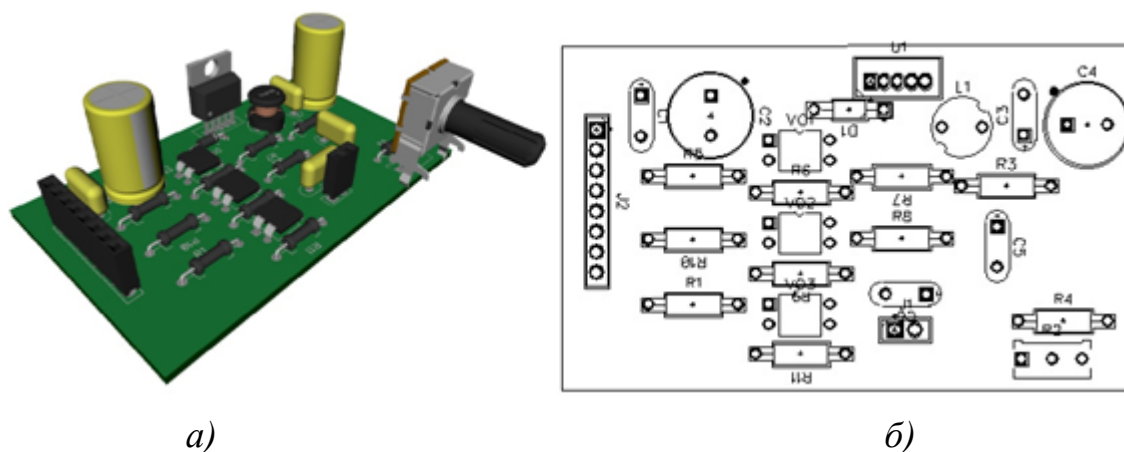


Рис. 4. Трехмерная модель (а) и монтажная схема (б) стабилизатора

Список литературы

1. *Кремлевский П. П.* Расходомеры и счетчики количества веществ: Справочник: Кн. 2. СПб.: Политехника, 2004. 412 с.
2. *Шерклиф Дж.* Теория электромагнитного измерения расхода. М.: Мир, 1965. 268с.
3. RM0316. Reference manual. STM32F303xB/C/D/E. STMicroelectronics. Руководство по эксплуатации. 2017. 1141 с.
4. LM2576xx Series SIMPLE SWITCHER. Texas Instruments. Руководство по эксплуатации. 2021. 43 с.
5. *Семенов Б. Ю.* Силовая электроника: от простого к сложному. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. 416 с.

Научное издание

Физика для Пермского края

Материалы региональной научно-практической конференции
студентов, аспирантов и молодых ученых

Выпуск 14

Издается в авторской редакции

Техническая подготовка и обработка материалов:
Н. Н. Картавых

Объем данных 23,5 Мб
Подписано к использованию 06.09.2021

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Издательский центр
Пермского государственного
национального исследовательского университета
614990, Пермь, ул. Букирева, 15