

## **ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ**

**Материалы региональной  
научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых**

**Выпуск 16**



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ

*Материалы  
региональной научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых*

Выпуск 16



Пермь 2023

УДК 53(470.53)  
ББК 22.3(2Рос4Пер)  
Ф503

**Физика** для Пермского края [Электронный ресурс] : материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых / под общ. ред. Н. Н. Картавых ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2023. – Вып. 16. – 12 Мб ; 111 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/fizika-v-permskom-krae-2023.pdf>. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4041-6 (вып. 16)  
ISBN 978-5-7944-1699-2

В данном сборнике представлены материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, проходившей на базе Пермского государственного национального исследовательского университета с 25 по 28 апреля 2023 г. Традиционно в конференции принимали участие не только представители вузов и научных учреждений Пермского края, но и работники наукоемких промышленных предприятий региона.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, физики твердого тела, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред, радиофизики и электроники, информационных технологий, методов и средств защиты информации.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК 53(470.53)  
ББК 22.3(2Рос4Пер)

*Издается по решению ученого совета физического факультета  
Пермского государственного национального исследовательского университета*

#### **Рецензенты**

- Евграфова А. В. – к. ф.-м. н., научный сотрудник лаборатории физической гидродинамики Института механики сплошных сред УрО РАН;
- Салгаева У. О. – к. ф.-м. н., начальник лаборатории фотонных сенсоров и компонентов НИИ радиофотоники и оптоэлектроники ПАО «ПНППК»

ISBN 978-5-7944-4041-6 (вып. 16)  
ISBN 978-5-7944-1699-2

© ПГНИУ, 2023

## **ОРГАНИЗАТОРЫ**

Физический факультет Пермского государственного национального исследовательского университета.

### **Председатель конференции**

Лунегов И. В. – к. ф.-м. н., доцент, и. о. декана физического факультета Пермского государственного национального исследовательского университета, зав. кафедрой радиоэлектроники и защиты информации.

### **Члены оргкомитета**

Бабушкин И. А. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой общей физики;

Волынцев А. Б. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой нанотехнологий и микросистемной техники;

Демин В. А. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой теоретической физики;

Макаров Д. В. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой физики фазовых переходов;

### **Ученый секретарь конференции**

Картавых Н. Н. – к. ф.-м. н., зам. декана физического факультета по научной работе.



## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| <i>Журавлев А. А., Пономарев Р. С.</i> Разработка метода формирования зондирующего оптического излучения с использованием компонентов волоконной и интегральной оптики.....                   | 6  |
| <i>Копытова Е. А., Петров Д. А.</i> Метод эффективного поля в физике ферромагнитных жидкокристаллических суспензий.....   | 12 |
| <i>Макарихина Е. И., Краузин П. В.</i> Динамика поля концентрации коллоидного раствора при инжектировании примеси.....  | 17 |
| <i>Суходуева В. А., Кулябина И. С., Спиряков М. Д.</i> Определение толщины слоя жидкого кристалла в гомеотропной ячейке.....  | 22 |
| <i>Демин В. А., Зинурова В. Э.</i> Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования.....           | 27 |
| <i>Демин В. А., Игошев С. А.</i> К вопросу о переносе газообразного кремния от зеркала расплава к изделию в процессе высокотемпературного силицирования.....                                  | 33 |
| <i>Демин В. А., Петухов М. И., Пономарев Р. С., Федорова А. К.</i> Моделирование процесса образования кристаллических фаз в кристалле $\text{LiNbO}_3$ ....                                   | 39 |
| <i>Ковычева Е. И., Циберкин К. Б.</i> Волны электронной плотности в гидродинамическом режиме.....   | 44 |
| <i>Новикова О. А., Циберкин К. Б.</i> Стационарные течения электронов в гидродинамическом режиме в магнитном поле.....  | 47 |
| <i>Хабин М. Р., Марышев Б. С.</i> Численное решение задачи о возникновении концентрационной конвекции в длинной прямоугольной области пористой среды.....                                     | 51 |
| <i>Галишевский В. А., Садовникова А. Д., Кучинский М. О., Рыбкин К. А., Любимова Т. П.</i> Экспериментальное исследование ультразвукового воздействия на контактный угол в растворах ПАВ..... | 57 |
| <i>Кучинский М. О.</i> О влиянии ультразвука на эффективность флотации кварца.....  | 62 |
| <i>Садовникова А. Д., Галишевский В. А., Рыбкин К. А., Кучинский М. О., Любимова Т. П.</i> Исследование влияния ультразвука на генерацию воздушных пузырьков в растворах ПАВ.....             | 67 |
| <i>Азанов С. И., Манцуоров А. В.</i> Проектирование цифрового БИХ-фильтра методом билинейного преобразования при аналого-цифровой трансформации.....  | 73 |

|   |     |
|---|-----|
| <i>Андреева А. А., Маниуров А. В.</i> Разработка функционального низкочастотного генератора прямого синтеза с возможностью воспроизведения биологических сигналов человека.....   | 79  |
| <i>Барминов А. В., Маниуров А. В.</i> Разработка микропроцессорной системы управления производственными процессами с использованием стандартных устройств ввода и вывода.....     | 84  |
| <i>Гнездилова Д. И., Маниуров А. В.</i> Разработка системы термостатирования фотодиода.....   | 90  |
| <i>Зинатулин Д. А., Маниуров А. В.</i> Разработка контроллера температуры элемента Пельтье.....   | 95  |
| <i>Третьяков Д. А., Семенов В. А.</i> Оптимизация управления закупками в информационных системах класса ERP на основе процесса B2B электронной коммерции.....                     | 101 |
| <i>Трушников В. С., Конин Ю. А., Луценко А. С., Вольхин И. Л.</i> Разработка управляемого иттербиевого лазера для микроструктурного изменения сердцевины оптического волокна..... | 105 |

# **РАЗРАБОТКА МЕТОДА ФОРМИРОВАНИЯ ЗОНДИРУЮЩЕГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПОНЕНТОВ ВОЛОКОННОЙ И ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОПТИКИ**

А. А. Журавлев, Р. С. Пономарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Разработан новый метод формирования зондирующего оптического излучения с использованием отечественных компонентов волоконной и интегральной оптики, таких как электрооптический модулятор Маха-Цендера и волоконная брэгговская решетка.

**Ключевые слова:** электрооптический модулятор Маха-Цендера; зондирующее оптическое излучение; оптический векторный анализатор

## **DEVELOPING OF A METHOD FOR THE FORMATION OF PROBING OPTICAL RADIATION USING COMPONENTS FIBER AND INTEGRATED OPTICS**

A. A. Zhuravlev, R. S. Ponomarev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

A new method for the formation of probing optical radiation has been developed using domestic components of fiber and integrated optics such as an electro-optic Mach-Zehnder modulator and a fiber Bragg grating.

**Keywords:** Mach-Zehnder electro-optic modulator; probing optical radiation; optical vector analyzer

С внедрением сверхвысокоскоростных и протяженных волоконно-оптических линий связи и развития оптических сенсоров в сторону использования сверхузкополосных структур возникла потребность в комплексной оценке характеристик волоконных и интегрально-оптических компонентов.

Одним из методов исследования и оценки сверхузких спектральных характеристик таких компонентов является их зондирование когерентным оптическим излучением по длине волны [1]. Такое излучение будем называть зондирующим, а прибор, формирующий его и использующий в измерениях ряда специфических параметров (например, вносимых и обратных потерь, поляризационно-модовой и хроматической дисперсии), оптическим векторным анализатором (ОВА). На рис. 1 представлен один из немногих ОВА представленных на рынке – OVA 5100 производства Luna Innovations Incorporated (США).

Зная исходные параметры зондирующего оптического излучения (амплитуда, частота, фаза, поляризация) и параметры отраженного и прошедшего исследуемое устройство оптического сигнала, с помощью математического аппарата можно восстановить, например, амплитудно-



*Рис. 1. Оптический векторный анализатор Luna OVA 5100*

частотную и фазово-частотную характеристики, элементы матрицы Джонса – математического аппарата анализа поляризации оптической системы.

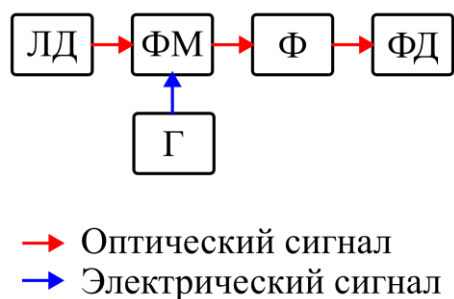
Основные положения формирования зондирующего оптического излучения:

1. зондирующее излучение формируется модуляцией исходного одночастотного лазерного излучения;
2. зондирование осуществляется как отдельными частотами, так и всем пакетом частот одновременно;
3. зондирование осуществляется как за счет перестройки длины волны лазерного излучения (грубо), так и путем изменения частоты модулирующего сигнала (точно).

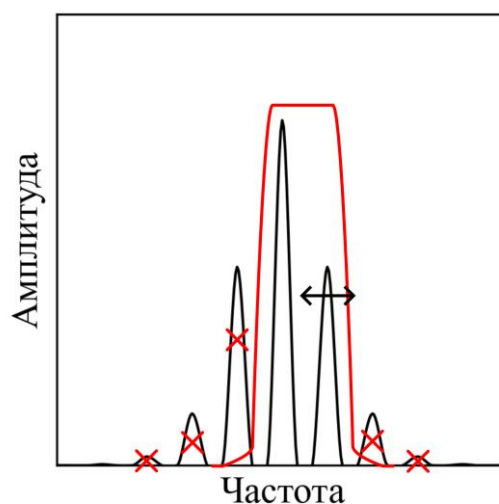
К настоящему времени были разработаны следующие методы формирования зондирующего излучения: одночастотное, однополосное, двухполосное, трехчастотное, полигармоническое. Рассмотрим некоторые из них.

**Однополосное зондирование.** Лазерное излучение, генерируемое лазерным диодом (ЛД), модулируется по фазе в электрооптическом фазовом модуляторе (ФМ) под действием модулирующего сигнала, подаваемого с генератора (Г) (рис. 2а). Затем с помощью перестраиваемого оптического фильтра (Ф) из спектра модулированного сигнала вырезается несущая (центральная) частота и правая (или левая) боковая гармоника (рис. 2б). Сигнал регистрируется фотодиодом (ФД). Несущая выступает в роли пилот-сигнала с известными характеристиками, а гармоника в роли зондирующего сигнала. С помощью изменения частоты модулирующего сигнала можно управлять положением зондирующего пика.

**Двухполосное зондирование.** Лазерное излучение, генерируемое лазерным диодом, модулируется по амплитуде в электрооптическом модуляторе Маха-Цендера (ММЦ) под действием модулирующего сигнала, подаваемого с генератора (рис. 3а). Рабочая точка модулятора с помощью регулятора рабочей точки (РТ) выставляется в закрытое положение, когда разность фаз в плечах интерферометра равна  $\pi$ . За счет этого гасится несущая частота и четные боковые гармоники (рис. 3б). Сигнал регистрируется фотодиодом. Зондирование в данном методе происходит гармониками первого порядка.

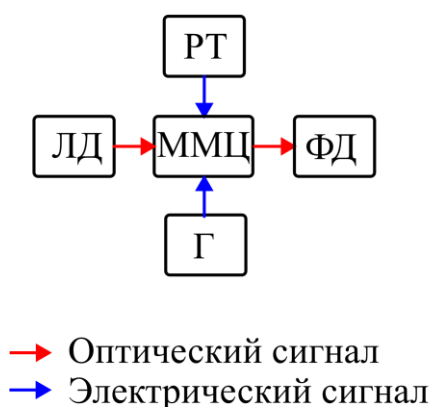


а)

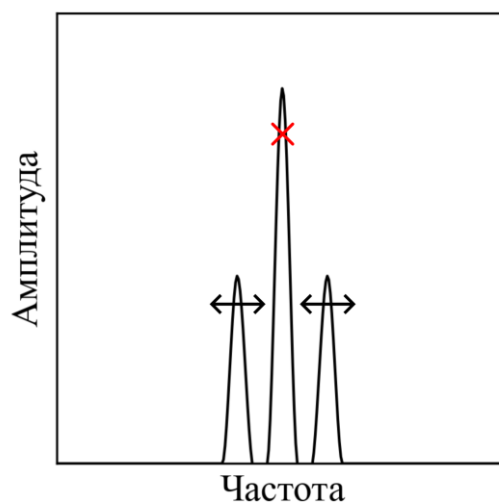


б)

Рис. 2. Однополосное зондирующее излучение:  
а) схема; б) оптический спектр



а)



б)

Рис. 3. Двухполосное зондирующее излучение:  
а) схема; б) оптический спектр

В настоящей работе рассматривается новый метод формирования зондирующего оптического излучения, заключающийся в фильтрации волоконной брэгговской решеткой амплитудно-модулированного в модуляторе Маха-Цендера оптического сигнала согласно спектру отражения ВБР. На рис. 4 представлена схема эксперимента, на которой ПЛ – перестраиваемый лазерный источник, ММЦ – модулятор Маха-Цендера, РТ – регулятор рабочей точки, Г – генератор сигналов, ВБР – волоконная брэгговская решетка, Ц – оптический циркулятор, С – оптический анализатор спектра.

В работе использовались модуляторы Маха-Цендера с серийными номерами №53, №00226, №00343 производства ПАО «ПНППК». В качестве перестраиваемого лазерного источника выступал перестраиваемый лазер

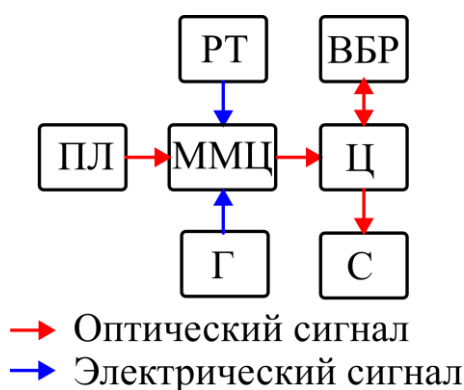
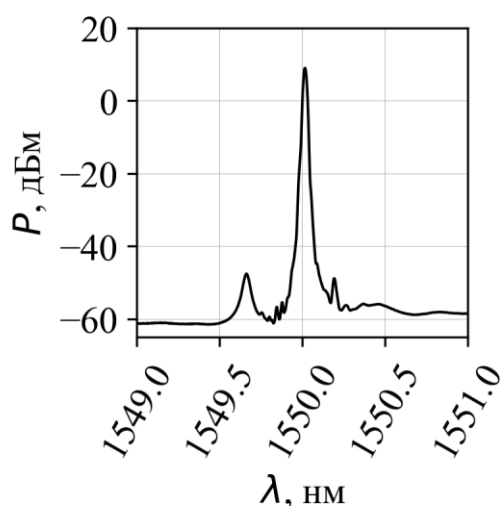
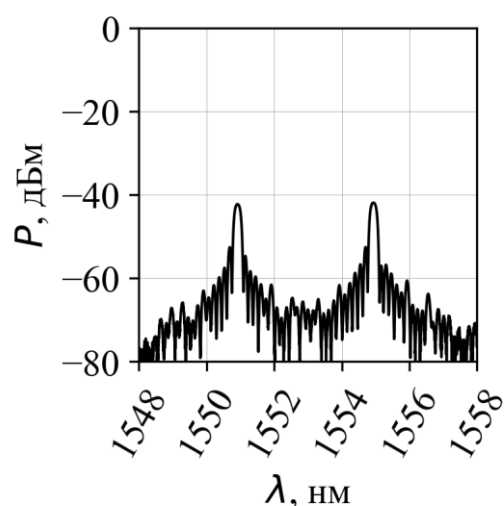


Рис. 4. Схема эксперимента

Golight Tunable Laser Light Source (рис. 5а), аналоговый генератор сигналов – Agilent Technologies E8257D-520 PSG, анализатор оптического спектра – EXFO OSA20, волоконная брэгговская решетка – ASTRO Q212-2 (производства Инверсия-Сенсор) (рис. 5б), циркулятор – LightComm PICIR-3-1550-1-007-FC/APC\*3-5.5x50-1М, регулятор рабочей точки – лабораторный источник питания.



а)



б)

Рис. 5. Оптические спектры используемого оборудования:

а) перестраиваемый лазер; б) ВБР

Для формирования зондирующего излучения лазерный источник перестраивался в диапазоне длин волн от 1550.30 до 1551.60 нм с шагом 0.01 нм, рабочая точка модулятора устанавливалась в закрытое положение, генератор сигналов подавал модулирующий сигнал с частотой 20 ГГц и амплитудой 25 дБм. Затем для тех значений длин волн, в которых большинство пиков гасились, а амплитуда сигнала оставшегося принимала относительно высокое значение, фиксировалась длина волны лазера и изменялась частота модулирующего сигнала в диапазоне частот от 1 до 20 ГГц. Наилучшие результаты эксперимента представлены в таблице и на рис. 6 – 7.

Таблица. Результаты формирования зондирующего излучения

| №                                   | Длина волны несущего сигнала, нм | Диапазон частот, ГГц | Диапазон длин волн зондирования, нм | Ширина полосы зондирования, пм | Диапазон амплитуд зондирующего сигнала, дБм |
|-------------------------------------|----------------------------------|----------------------|-------------------------------------|--------------------------------|---|
| Одночастотное зондирующее излучение |                                  |                      |                                     |                                |   |
| №53                                 | 1551,11                          | 4-20                 | 1551.092 – 1550.964                 | 112                            | -(44.039 – 40.615)                          |
| Двухчастотное зондирующее излучение |                                  |                      |                                     |                                |   |
| №00226                              | 1550,48                          | 4-16                 | 1550.364 – 1550.460                 | 96                             | -(40.590 – 36.497)                          |
|                                     |                                  |                      | 1550.524 – 1550.622                 | 98                             | -(41.155 – 32.695)                          |
| №00343                              | 1551,26                          | 4-17                 | 1551.140 – 1551.244                 | 104                            | -(36.381 – 27.474)                          |
|                                     |                                  |                      | 1551.310 – 1551.414                 | 104                            | -(40.490 – 34.473)                          |

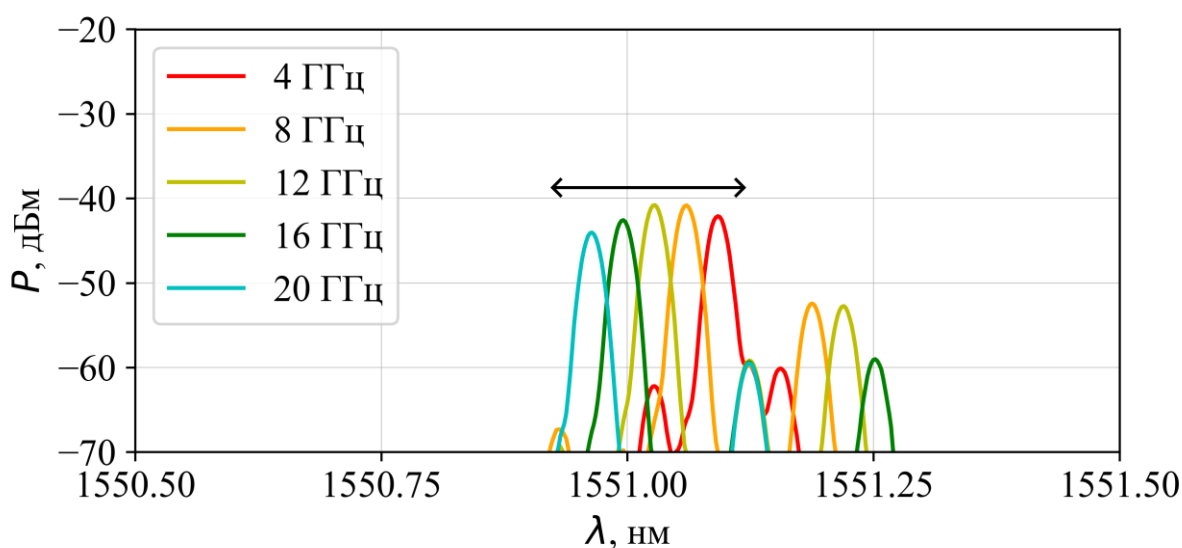


Рис. 6. Одночастотное зондирующее излучение (1551.11 нм, 4-20 ГГц)

В рамках работы было сформировано зондирующее оптическое излучение с диапазоном зондирования более 100 пм для одночастотного зондирования и более 200 пм для двухчастотного. Полученные результаты позволяют сказать, что сформированное излучение открывает возможность исследования и измерения параметров таких структур, как кольцевые резонаторы, структур кремниевой фотоники (кремний на изоляторе), структур на тонкопленочном ниобате лития (ниобат лития на изоляторе), структур на основе фосфида индия.

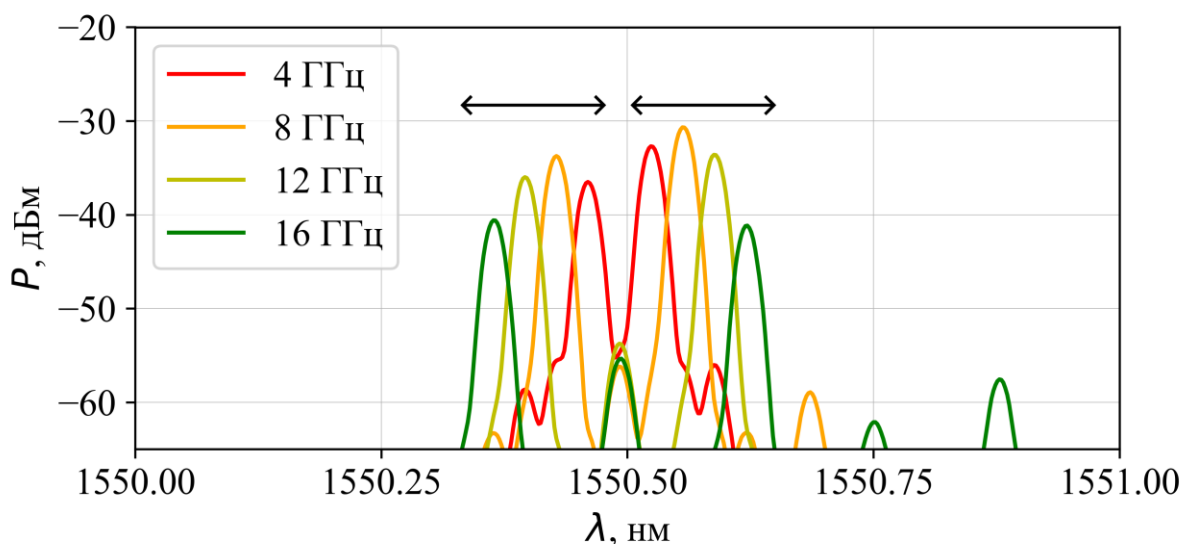


Рис. 7. Двухчастотное зондирующее излучение (1550.48 нм, 4-16 ГГц)

Полученные опыт и результаты планируется использовать при разработке оптического векторного анализатора на базе лаборатории интегральной фотоники ПГНИУ.

### Список литературы

1. Кузнецов А. А. Методы и средства радиофотонного векторного анализа на основе сверхузкополосного пакета дискретных частот как нового типа зондирующего излучения: дис. ... докт. техн. наук: 05.11.07. Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева-КАИ, Казань, 2021. 306 с.



# МЕТОД ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЯ В ФИЗИКЕ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СУСПЕНЗИЙ

Е. А. Копытова, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

На основе термодинамического потенциала молекулярно-статистической теории ферромагнитных жидкокристаллических суспензий получено представление свободной энергии в форме разложения Ландау. Это позволило связать коэффициенты разложения феноменологической теории, которые обычно подбираются из эксперимента, с параметрами молекулярно-статистической модели.

**Ключевые слова:** жидкокристаллическая суспензия; статистическая теория; разложение Ландау; магнитные частицы

## EFFECTIVE FIELD METHOD IN THE PHYSICS OF FERROMAGNETIC LIQUID CRYSTAL SUSPENSIONS

E. A. Kopytova, D. A. Petrov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

Based on the thermodynamic potential of the molecular-statistical theory of ferromagnetic liquid-crystal suspensions, a representation of the free energy in the form of the Landau expansion is obtained. This made it possible to relate the expansion coefficients of the phenomenological theory, which are usually selected from experiment, with the parameters of the molecular-statistical model.

**Keywords:** liquid crystal suspension; statistical theory; Landau expansion; magnetic nanoparticles

Жидкокристаллические суспензии магнитных частиц, обладающие спонтанной намагниченностью даже в отсутствие магнитного поля, были предсказаны Ф. Брошар и П. Ж. де Женом более полувека назад [1], но их экспериментальная реализация осуществлена лишь относительно недавно [2]. Одним из методов теоретического описания таких систем, который начал пользоваться особой популярностью последние пять лет, является феноменологическая теория Ландау [3], включая различные её обобщения на случай пространственно-ограниченных образцов [4–6]. Основное преимущество феноменологического подхода заключается в том, что представление свободной энергии суспензии вблизи точки фазового перехода изотропная – упорядоченная фаза в виде ряда по инвариантам параметров порядка имеет простой алгебраический вид [7]. Коэффициенты ряда подбираются экспериментально и являются феноменологическими материальными параметрами, но остаётся открытым вопрос о том, как коэффициенты разложения могут быть связаны с материальными параметрами системы. В настоящей работе на основе термодинамического потенциала молекулярно-статистической теории [8, 9]

строится соответствующее разложение Ландау, где удаётся связать коэффициенты разложения с параметрами молекулярно-статистической модели. В основу работы кладётся метод эффективного поля М. А. Леонтовича [10], который позволяет получить корректное разложение Ландау, совместимое с третьим началом термодинамики. Для чистого жидкого кристалла (ЖК) корректный способ получения разложения Ландау рассмотрен в работе [11].

Будем рассматривать суспензию ферромагнитных частиц в нематическом ЖК с объёмными долями компонентов  $y_p$  и  $y_n = 1 - y_p$  соответственно. Согласно работам [8, 9] выражение для свободной энергии ферромагнитных ЖК-суспензий  $\mathcal{F}$  в рамках молекулярно-статистической модели среднего поля можно представить в безразмерном виде

$$F = \frac{\mathcal{F}v_n}{\lambda V} = -\frac{1}{2}y_n^2\eta^2 - y_n y_p \omega \gamma \eta S - \frac{\sqrt{6}}{3}y_n y_p \gamma \omega_m \eta M^2 + y_n \tau \langle \ln W_n \rangle + y_p \gamma \tau \langle \ln W_p \rangle. \quad (1)$$

Здесь введены скалярные нематические параметры порядка

$$\eta = \langle P_2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \rangle, \quad S = \langle P_2(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}) \rangle. \quad (2)$$

которые могут меняться от  $-1/2$  до  $1$  и показывают степень упорядочения соответственно молекул ЖК и магнитных частиц относительно направлений преимущественной ориентации – директоров  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$ . В свою очередь магнитный параметр порядка

$$M = \langle P_1(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}) \rangle \quad (3)$$

меняется от  $-1$  до  $1$  и определяет степени упорядочения магнитных моментов частиц. В выражениях (2) и (3) введены соответственно обозначения для первого и второго полиномов Лежандра  $P_1(x) = x$  и  $P_2(x) = 3x^2/2 - 1/2$ . Угловые скобки в (1) – (3) обозначают статистическое усреднение по одночастичным функциям распределения  $W_n$  и  $W_p$  соответственно молекул ЖК и примесных частиц по ориентациям их выделенных осей, отвечающим единичным векторам  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{e}$  соответственно. В выражении (1) также введены обозначения:  $V$  – объём суспензии,  $\gamma = v_n/v_p$  – относительный размер частиц, где  $v_n$  и  $v_p$  – соответственно объёмы молекулы ЖК и частицы,  $\lambda$  – константа среднего поля Майера-Заупе, безразмерные параметры  $\omega$  и  $\omega_m$  описывают относительную роль ориентационного взаимодействия между молекулами ЖК и магнитными частицами ван-дер-ваальсовой и магнитной природы,  $\tau = k_B T / \lambda$  – безразмерная температура ( $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура).

Вариация свободной энергии (1) по  $W_n$  и  $W_p$  позволит определить равновесные значения одночастичных функций распределения. Минимизация (1) должна проводиться с дополнительными условиями нормировки для функций распределения, которые имеют вид

$$\int W_n d\mathbf{v} = 1, \quad \int W_p d\mathbf{e} = 1.$$

В результате варьирования свободной энергии получим нормированный результат для функции распределения

$$W_n = Z_n^{-1} \exp\{\xi_n P_2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})\}, \quad W_p = Z_p^{-1} \exp\{\xi_p P_2(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}) + \zeta_m P_1(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e})\}. \quad (4)$$

В (4) введены обозначения для статистических интегралов

$$Z_n = \int \exp\{\xi_n P_2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})\} d\mathbf{v}, \quad Z_p = \int \exp\{\xi_p P_2(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}) + \zeta_m P_1(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e})\} d\mathbf{e} \quad (5)$$

и определены параметры

$$\begin{aligned} \xi_n &= \frac{1}{\tau} \left[ y_n \eta + y_p \gamma \left( \omega S + \frac{\sqrt{6}}{3} \omega_m M^2 \right) \right], \\ \xi_p &= \frac{y_n \omega \eta}{\tau}, \quad \zeta_m = \frac{2\sqrt{6} \omega_m y_n \eta M}{3\tau}. \end{aligned} \quad (6)$$

Параметры порядка системы  $\eta$ ,  $S$  и  $M$ , в свою очередь, могут быть определены с помощью выражений (2) и (3) и функций распределений (4) через соотношения

$$\eta = \frac{\partial \ln Z_n}{\partial \xi_n}, \quad S = \frac{\partial \ln Z_p}{\partial \xi_p}, \quad M = \frac{\partial \ln Z_p}{\partial \zeta_m}. \quad (7)$$

В случае одноосного характера ориентационного упорядочения суспензии статистические интегралы (5) можно записать в более простом виде

$$Z_n = 4\pi \tilde{Z}_n, \quad Z_p = 4\pi \tilde{Z}_p, \quad (8)$$

где введены следующие обозначения

$$\tilde{Z}_n = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \exp\left\{\xi_n \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right)\right\} dx, \quad (9)$$

$$\tilde{Z}_p = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \exp\left\{\xi_p \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}\right) + \zeta_m x\right\} dx. \quad (10)$$

С помощью определений (5) – (10) свободная энергия суспензии (1) примет вид

$$\begin{aligned} \Delta F &= -\frac{1}{2} y_n^2 \eta^2 - y_n y_p \gamma \omega \eta S - \frac{\sqrt{6}}{3} y_n y_p \gamma \omega_m \eta M^2 \\ &\quad - y_n \tau (\ln \tilde{Z}_n - \xi_n \eta) - y_p \gamma \tau (\ln \tilde{Z}_p - \xi_p S - \zeta_m M). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $\Delta F = F - F_{iso}$ , где  $F_{iso}$  – безразмерная свободная энергия изотропной фазы, для которой  $\eta = S = M = 0$ .

Выражение (11) мы будем использовать для построения потенциала Ландау, который, как известно, описывает ориентационную часть неравновесной свободной энергии. Таким образом наша задача сводится к получению выражения для свободной энергии, которая соответствует неравновесным значениям параметров порядка  $\eta$ ,  $S$  и  $M$ . Будем полагать, что величины (6) теперь не имеют равновесных значений и играют роль эффективных полей [10]. Связь

$\xi_n$ ,  $\xi_p$  и  $\zeta_m$  с параметрами порядка  $\eta$ ,  $S$  и  $M$  в неравновесном случае должна осуществляться через определения (2), (3) и (7).

Перейдем к построению разложения Ландау на основе потенциала молекулярно-статической модели среднего поля [8, 9]. Представим величину  $\tilde{Z}_n$  в виде разложения по степеням  $\xi_n$ , а  $\tilde{Z}_p$  – по степеням  $\xi_p$  и  $\zeta_m$  включительно до четвертого порядка:

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_n &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \exp \left\{ \xi_n \left( \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2} \right) \right\} dx = \\ &= 1 + \frac{1}{2 \cdot 5} \xi_n^2 + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_n^3 + \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} \xi_n^4 + \dots,\end{aligned}\quad (12)$$

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_p &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \exp \left\{ \xi_p \left( \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2} \right) + \zeta_m x \right\} dx = \\ &= 1 + \frac{1}{2 \cdot 3} \zeta_m^2 + \frac{1}{2 \cdot 5} \xi_p^2 + \frac{1}{3 \cdot 5} \xi_p \zeta_m^2 + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^3 + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} \zeta_m^4 \\ &\quad + \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^2 \zeta_m^2 + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^4 + \dots.\end{aligned}\quad (13)$$

Найдём далее разложения для  $\ln \tilde{Z}_n(\xi_n)$  и  $\ln \tilde{Z}_p(\xi_p, \zeta_m)$ , пользуясь результатами разложений (12) и (13):

$$\ln \tilde{Z}_n(\xi_n) = \frac{1}{2 \cdot 5} \xi_n^2 + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_n^3 - \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7} \xi_n^4 + \dots, \quad (14)$$

$$\begin{aligned}\ln \tilde{Z}_p(\xi_p, \zeta_m) &= \frac{1}{2 \cdot 3} \zeta_m^2 + \frac{1}{2 \cdot 5} \xi_p^2 + \frac{1}{3 \cdot 5} \xi_p \zeta_m^2 + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^3 \\ &\quad - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5} \zeta_m^4 + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^2 \zeta_m^2 - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^4 + \dots.\end{aligned}\quad (15)$$

Выражения (7) с помощью (14) и (15) позволяют определить связь параметров порядка системы  $\eta$ ,  $S$  и  $M$  с эффективными полями  $\xi_n$ ,  $\xi_p$  и  $\zeta_m$ :

$$\eta = \frac{1}{5} \xi_n + \frac{1}{5 \cdot 7} \xi_n^2 - \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 7} \xi_n^3 + \dots, \quad (16)$$

$$S = \frac{1}{5} \xi_p + \frac{1}{3 \cdot 5} \zeta_m^2 + \frac{1}{5 \cdot 7} \xi_p^2 + \frac{2}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p \zeta_m^2 - \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^3 + \dots, \quad (17)$$

$$M = \frac{1}{3} \xi_p + \frac{2}{3 \cdot 5} \xi_p \zeta_m + \frac{2}{3 \cdot 5 \cdot 7} \xi_p^2 \zeta_m - \frac{1}{5 \cdot 9} \xi_m^3 + \dots. \quad (18)$$

Теперь исключим параметры  $\xi_n$ ,  $\xi_p$  и  $\zeta_m$  из выражения для свободной энергии (11), обращая ряды (16) – (18). Окончательно получим выражение для свободной энергии ферромагнитной ЖК-суспензии (1) в форме разложения Ландау

$$\Delta F = \frac{5}{2} \left( \tau - \frac{y_n}{5} \right) y_n \eta^2 - y_n y_p \gamma \omega \eta S - \frac{\sqrt{6}}{3} y_n y_p \gamma \omega_m \eta M^2$$

$$\begin{aligned}
& -y_n \tau \left( \frac{5^2}{3 \cdot 7} \eta^3 - \frac{5^2 \cdot 17}{2^2 \cdot 7^2} \eta^4 \right) + y_p \gamma \tau \left( \frac{5}{2} S^2 - \frac{5^2}{3 \cdot 7} S^3 + \frac{5^2 \cdot 17}{2^2 \cdot 7^2} S^4 \right) \\
& -3y_p \gamma \tau M^2 S + 6y_p \gamma \tau M^2 S^2 + y_p \gamma \tau \left( \frac{3}{2} M^2 + \frac{3^3}{2^2 \cdot 5} M^4 \right) + \dots
\end{aligned}$$

Коэффициенты этого разложения выражены через параметры молекулярно-статистической модели среднего поля [8, 9], а именно энергию сцепления частиц с ЖК-матрицей  $\omega$ , параметр  $\omega_m$ , отвечающий за относительную роль магнитного взаимодействия подсистем, параметр  $\gamma$ , отвечающий за относительные размеры молекул и частиц, а также объёмные доли компонентов суспензии  $y_n$  и  $y_p$ .

Используя представленный выше алгоритм, можно получить разложение свободной энергии в форме Ландау для любого числа слагаемых, учитывающих более высокие степени параметров порядка  $\eta$ ,  $S$  и  $M$ .

### Список литературы

1. *Brochard F., de Gennes P. G.* Theory of magnetic suspensions in liquid crystals // *Journal de Physique*. 1970. Vol. 31. P. 691–708.
2. *Mertelj A., Lisjaka D., Drofenik M., Čopič M.* Ferromagnetism in suspensions of magnetic platelets in liquid crystal // *Nature*. 2013. Vol. 504. P. 237–241.
3. *Khalilov T., Makarov D., Petrov D.* Tricritical phenomena and cascades of temperature phase transitions in a ferromagnetic liquid crystal suspension // *Crystals*. 2021. Vol. 11 (6). 639.
4. *Bisht K., Banerjee V., Milewski P., Majumdar A.* Magnetic nanoparticles in a nematic channel: A one-dimensional study // *Physical Review E*. 2019. Vol. 100. 012703.
5. *Bisht K., Wang Y., Banerjee V., Majumdar A.* Tailored morphologies in two-dimensional ferronematic wells // *Physical Review E*. 2020. Vol. 101. 022706.
6. *Han Y., Harris J., Walton J., Majumdar A.* Tailored nematic and magnetization profiles on two-dimensional polygons // *Physical Review E*. 2021. Vol. 103. 052702.
7. *Де Жен П. Ж.* Физика жидких кристаллов. М.: Мир. 1974. 400 с.
8. *Petrov D. A.* Molecular-statistical theory of ferromagnetic liquid crystal suspensions // *Physical Review E*. 2020. Vol. 101 (3). 030701(R).
9. *Петров Д. А.* К молекулярно-статистической теории ферромагнитных жидкокристаллических суспензий // *Известия РАН. Серия физическая*. 2022. Т. 86. № 2. С. 165–169.
10. *Леонтович М. А.* О свободной энергии равновесного состояния // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1938. Т. 8. Вып. 7. С. 844–854.
11. *Katriel J., Kventzel G. F., Luckhurst G. R., Sluckin T. J.* Free energies in the Landau and molecular field approaches // *Liquid Crystals*. 1986. Vol. 1 (4). P. 337–355.

# ДИНАМИКА ПОЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ КОЛЛОИДНОГО РАСТВОРА ПРИ ИНЖЕКТИРОВАНИИ ПРИМЕСИ

Е. И. Макарихина, П. В. Краузин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе исследуется коллоидная система, полученная путем инжектирования примеси в жидкость-носитель, заполняющую сосуд с вертикальными стенками. Получено распределение объемной концентрации частиц и характерное время установления их равновесного распределения (время релаксации). Установлена зависимость времени релаксации от безразмерной длины седиментации и координаты мгновенного внедрения коллоидных частиц («высота инъекции»). Решена оптимизационная задача по нахождению «высоты инъекции», соответствующей наискорейшей релаксации системы.

**Ключевые слова:** коллоидный раствор; длина седиментации; инжектирование примеси

## DYNAMICS OF COLLOIDAL SUSPENSION CONCENTRATION FIELD UNDER IMPURITY INJECTION

E. I. Makarikhina, P. V. Krauzin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

In this paper, colloidal system received by impurity injection to a liquid carrier in a vessel with vertical walls is studied. Particles volume concentration distribution and characteristic time of their equilibrium distribution establishment (relaxation time) are obtained. Dependences of the relaxation time on dimensionless sedimentation length and coordinate of colloidal particles instant addition («injection height») are established. Optimization problem of finding the «injection height» corresponding fastest system relaxation is solved.

**Keywords:** colloidal suspension; sedimentation length; impurity injection

Коллоидными системами называют такие дисперсные системы, в которых размер частиц дисперсной фазы лежит в пределах от 1 до 100 нм [1]. Коллоидные растворы обладают обширной сферой практического применения. Например, актуальными являются разработка и исследование нанокрасок, которые позволяют создавать антикоррозионное и противообрастающее покрытие для кораблей [2]. Важными характеристиками, с помощью которых описывают коллоидные растворы, являются концентрация их частиц и время установления их равновесного распределения. Для изучения этих характеристик рассматривались системы различной геометрии [3] или подвергающиеся внешним воздействиям [4].

Целью данной работы является определение координаты мгновенного внедрения частиц примеси («высоты инъекции»), которая соответствует минимальному времени установления равновесного распределения объемной концентрации частиц в коллоидном растворе. Исследуемая система представляет собой заполненный жидкостью сосуд с вертикальными

непроницаемыми стенками, в который в начальный момент времени инжектируются частицы примеси. Равновесие в нем достигается за счет действия механизмов седиментации и диффузии; влияние конвективного переноса не учитывается.

Чтобы найти распределение концентрации, решим следующую начально-краевую задачу:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{D}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

$$t = 0: \varphi = \varphi_0,$$

$$z = 0, L: \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\varphi}{l} = 0.$$

В качестве масштаба длины выберем высоту столба жидкости  $L$ , для времени – диффузионное время  $L^2/D$ , а для концентрации – среднюю концентрацию коллоидного раствора  $\bar{\varphi}$ . После обезразмеривания получим

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

$$t = 0: \varphi = \varphi_0 / \bar{\varphi}, \quad (1)$$

$$z = 0, 1: \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\varphi}{\lambda} = 0,$$

где  $\lambda$  – это безразмерная длина седиментации. При больших  $\lambda$  ведущую роль в установлении равновесия играет диффузия, при малых – седиментация.

Решив начально-краевую задачу (1) для начального распределения

$$\varphi_0(z) = \delta(h - z), \quad (2)$$

получим следующую зависимость:

$$\varphi(t, z) = \varphi_\infty + \sum_{k=1}^{\infty} C_k Z_k(z) e^{-s_k^2 t}, \quad \varphi_\infty = \frac{e^{-z/\lambda}}{\lambda(1 - e^{-1/\lambda})}. \quad (3)$$

Здесь  $\varphi_\infty$  – барометрическое распределение,  $Z_k(z)$  – собственные функции:

$$Z_k(z) = \left\{ \cos(\pi k z) - \frac{1}{2\pi k \lambda} \sin(\pi k z) \right\} \exp\left(\frac{h - z}{2\lambda}\right);$$

$s_k$  – спектр собственных значений:

$$s_k = \sqrt{(\pi k)^2 + \frac{1}{(2\lambda)^2}};$$

$C_k$  – коэффициенты разложения:

$$C_k = \cos(\pi k h) - \frac{\sin(\pi k h)}{2\pi k \lambda}.$$

Время установления равновесия  $\tau$  определяется по среднему квадрату отклонения распределения концентрации от барометрического распределения [5]:

$$\int_0^1 (\varphi(\tau, z) - \varphi_\infty(z))^2 dz = \varepsilon^2,$$

где  $\varepsilon$  – задаваемый вручную малый параметр.

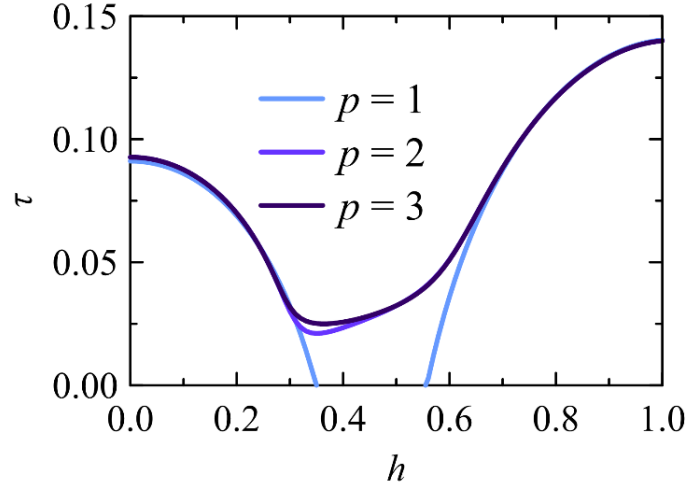


Рис. 1. Зависимость времени установления равновесия  $\tau$  от «высоты инъекции»  $h$ . Здесь  $p$  – количество мод в распределении концентрации

В распределении (3) для вычисления времени установления равновесия ограничимся рассмотрением  $p$  мод:

$$\varphi(t, z) = \varphi_\infty + \sum_{k=1}^p C_k Z_k(z) e^{-s_k^2 t}.$$

Из рис. 1 следует, что для заданного значения  $\lambda$  существует некоторое минимальное значение времени релаксации и соответствующая ему «высота инъекции» примеси

$$h_*(\lambda) = \arg \min_{0 \leq h \leq 1} \tau(h, \lambda),$$

которую далее будем называть оптимальной. Аналитическая зависимость  $h_*(\lambda)$  может быть получена в диффузионном приближении ( $\lambda \gg 1$ ):

$$h_*(\lambda) \approx \frac{1}{2} - \frac{x(9\pi x^2 + 40\sqrt{x})}{18\pi^3(x^3 - 4)\lambda} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right), \quad x = (2\varepsilon)^{-1/4}.$$

В остальных случаях решение задачи (1), а затем нахождение оптимальной «высоты инъекции» должно выполняться численно. Для этого в качестве начального условия принималось нормированное распределение Гаусса

$$\varphi_0(z) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(z-h)^2}{2\sigma^2}\right), \quad A = 2 \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{1-h}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-h}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right\}^{-1}.$$



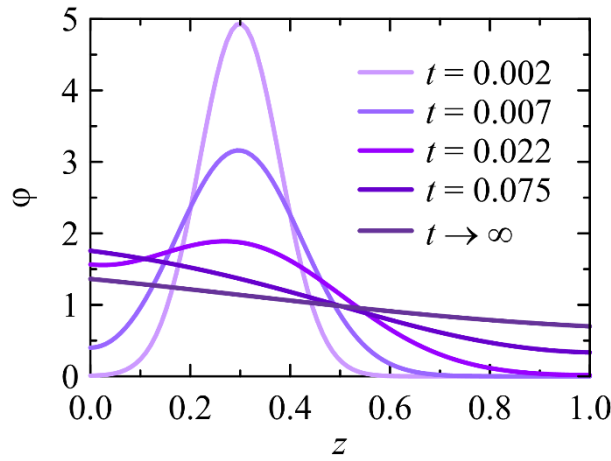


Рис. 2. Эволюция распределения концентрации коллоидных частиц при  $\lambda = 1$ ,  $h = 0.3$  и начальном условии в форме распределения Гаусса

В пределе  $\sigma \rightarrow 0$  данное распределение переходит в функцию Дирака (2). Эволюция поля концентрации, полученная методом конечных разностей, представлена на рис. 2.

Для численного решения зависимость оптимальной «высоты инъекции» от  $\lambda$  была получена путем поиска минимума зависимости времени релаксации  $\tau$  от «высоты инъекции»  $h$  методом золотого сечения (см. рис. 3).

Из графика (рис. 3) следует, что в приближении больших  $\lambda$  оптимальная «высота инъекции» стремится к  $1/2$ . Этот результат ожидаем: в случае  $\lambda \gg 1$  основной вклад в установление равновесия вносит диффузия, то есть частицы движутся к обоим концам сосуда с одной скоростью и из его середины им нужно будет преодолеть одинаковое (минимальное) расстояние до положения равновесия.

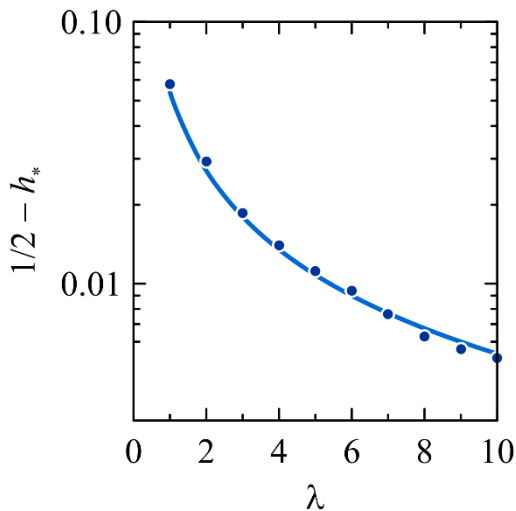


Рис. 3. Зависимость оптимальной высоты  $h_*$  от безразмерной длины седиментации  $\lambda$ : точки – численное решение, сплошная линия – приближенное аналитическое

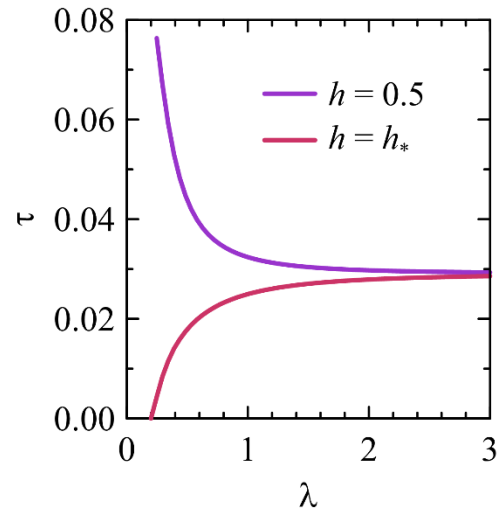


Рис. 4. Зависимость времени установления равновесия  $\tau$  от безразмерной длины седиментации  $\lambda$  для различных значений «высоты инъекции»  $h$

График зависимости времени установления равновесия от  $\lambda$  (рис. 4) подтверждает этот результат: для больших  $\lambda$  при инжектировании на  $h = h_*$  и  $h = 0.5$  время релаксации совпадает. Также данный график демонстрирует эффективность использования оптимальной «высоты инжекции» для наискорейшего установления равновесия. С той же целью проведена оценка времени релаксации для раствора Ludox<sup>®</sup> HS-30, помещенного в сосуд высотой 10 см: в такой системе равновесное состояние при инжектировании на оптимальную «высоту инжекции» будет достигнуто в 3 раза быстрее, чем при внедрении частиц в середину сосуда, и почти в 5 раз быстрее, чем у его верхнего конца.

В данной работе аналитически и численно получены пространственно-временные распределения объемной концентрации частиц в коллоидном растворе, заполняющем сосуд с вертикальными стенками при инжектировании примеси. Показано, что зависимость характерного времени установления равновесного распределения от «высоты инжекции» частиц имеет глобальный минимум, отвечающий наискорейшему процессу релаксации коллоидной системы. Для поиска такой «высоты инжекции» решена оптимизационная задача, численно и аналитически в диффузионном приближении, полученные решения согласуются между собой. Кроме того, проведена оценка эффективности использования оптимальной высоты по сравнению с инжектированием на половине высоты сосуда.

### Список литературы

1. Гамеева О. С. Физическая и коллоидная химия. М.: Высш. школа, 1977. 328 с.
2. Zhou Z., Pourhashem S., Wang Z., Duan J., Zhang R., Hou B. Distinctive roles of graphene oxide, ZnO quantum dots, and their nanohybrids in anti-corrosion and anti-fouling performance of waterborne epoxy coatings // Chemical Engineering Journal. 2022. Vol. 439. 135765.
3. Черепанов И. Н., Смородин Б. Л. Перенос примеси наночастиц в сосуде с наклонными боковыми границами // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2018. № 1 (39). С. 81–88.
4. Черепанов И. Н. О перераспределении примеси в коллоидных смесях // Журнал технической физики. 2018. Т. 88. № 12. С. 1763–1770.
5. Краузин П. В., Краузина М. Т. Концентрационная конвекция коллоидного раствора в шаровой полости // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62. № 2. С. 141–149.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ СЛОЯ ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА В ГОМЕОТРОПНОЙ ЯЧЕЙКЕ

В. А. Суходуева, И. С. Кулябина, М. Д. Спиряков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Рассмотрен оптический метод оценки толщины слоя жидкого кристалла в гомеотропной ячейке. Измерена постоянная дифракционной решетки и показатели преломления исследуемого образца. С помощью поляризационного микроскопа были получены изображения положения максимумов дифракционной решетки и коноскопические картины двух жидкокристаллических ячеек. Вычислены постоянная Малляра и определены толщины слоя в жидкокристаллических образцах. В качестве объекта исследования использовался жидкий кристалл 5 CB.

**Ключевые слова:** дифракционная решетка; поляризационный микроскоп; коноскопические фигуры; постоянная Малляра; жидкий кристалл

## CALCULATION OF THE DEPTH OF THE LIQUID CRYSTAL LAYER IN THE HOMEOTROPIC CELL

V. S. Sukhodueva, I. S. Kuliabina, M. D. Spiriyakov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

An optical method for estimating the thickness of a liquid crystal layer in a homeotropic cell is considered. The diffraction grating constant and the refractive indices of the sample under study were measured. With the help of a polarization microscope, images of the position of the maxima of the diffraction grating and conoscopic pictures of two liquid crystal cells were obtained. The Mallard constant is calculated and the layer thicknesses in liquid-crystalline samples are determined. A liquid crystal of 5 CB was used as the object of the study.

**Keywords:** diffraction grating; polarization microscope; conoscopic figures; Mallard constant; liquid crystal

### Введение

Определение толщины жидких кристаллов (ЖК) является важным аспектом в исследованиях и применении этих материалов. Рассмотрим различные методы и подходы, используемые для определения толщины жидких кристаллов.

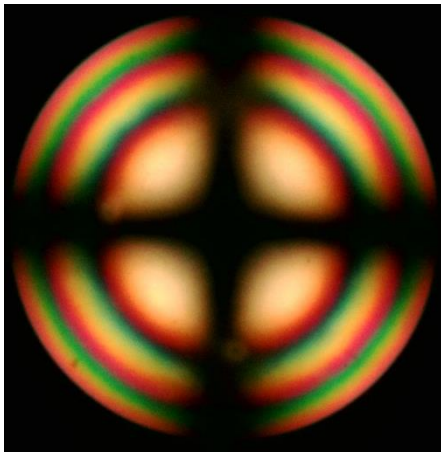
Одним из самых простых и доступных методов измерения толщины ЖК заключается в определении емкости ЖК-ячейки. Она представляет собой плоский конденсатор, поэтому из формулы для расчета емкости можно узнать расстояние между обкладками. Диэлектрический метод опробован в работе [1]. Слой ориентанта, площадь обкладок плоского конденсатора, которая входит в расчетную формулу, а также дисперсия диэлектрической проницаемости – все это влияет на результаты измерения в итоге получается значение толщины с достаточно большой погрешностью. В работе [2] описан аналогичный метод, но с попыткой учета емкости слоя ориентанта на обкладках конденсатора. В конечном итоге результаты оказываются более правдоподобными, но такой

метод дает оценку толщины воздушного зазора ячейки, а не слоя ЖК. Еще одним способом оценки толщины ячейки является метод спектральной зависимости интерференции световых волн, проходящих через ячейку. Данный способ описан в работе [1]. Он непосредственно определяет толщину слоя ЖК, но может быть использован только для ячеек с планарной ориентацией. Между тем, гомеотропная ориентация также часто используется и в научных целях и в технических приложениях.

В нашей работе мы использовали коноскопический метод, предложенный в работах [3, 4]. Он применим для гомеотропной ячейки, непосредственно определяет толщину слоя ЖК, и не требует дорогостоящего оборудования.

Коноскопический метод основан на интерференции сходящегося (конического) пучка света, проходящего через слой анизотропного кристалла, в результате которой образуются т.н. коноскопические фигуры. Коноскопические фигуры состоят из изогир и изохром, как показано на рис. 1.

Изогирами называются наблюдаемые в любой фигуре темные полосы, все точки которых соответствуют направлениям в кристалле, где распространяются лучи с



*Рис. 1. Общий вид коноскопической фигуры*

колебаниями, параллельными плоскостям колебаний в скрещенных николях. Отличительной чертой изохром является наличие цветных полос различных интерференционных цветов, каждая из которых соответствует всем направлениям в кристалле, где разность хода одинакова. В случае одноосного кристалла изогир имеют вид черного креста, ветви которого пересекающиеся в центре поля зрения и расширяющиеся к его краям, расположены параллельно направлениям колебаний в скрещенных николях. Крест пересекается изохромами, имеющими в белом свете вид концентрических колец разных цветов.

Расстояние любой точки коноскопической фигуры от ее центра пропорционально синусу угла, составляемого лучами, сходящимися в этой точке, с оптической осью поляризационного микроскопа:

$$\sin V = R \cdot d, \quad (1)$$

где  $V$  – коноскопический угол,  $R$  – постоянная Малляра;  $d$  – расстояние между соответствующими элементами коноскопической фигуры.

В этой работе для определения постоянной Малляра мы использовали, предложенный в работе [4] метод дифракционной решетки. Угловое расположение максимумов светового потока, рассеянного дифракционной решеткой с периодом  $p$  определяется условием

$$p \sin V = m \cdot \lambda, \quad (2)$$

где  $p$  – период (постоянная) решетки,  $m$  – порядок максимума,  $\lambda$  – длина волны света. Сопоставив выражения (1) и (2), получаем для постоянной Малляра

следующую формулу:  $R = m \cdot \lambda / (p \cdot d)$ .

Толщина слоя ЖК  $h$  определяется из положения изохром коноскопической картины по формуле:

$$h = \frac{m\lambda}{\Delta n} \frac{\sqrt{n_0^2 - (Rd)^2}}{(Rd)^2}. \quad (3)$$

Таким образом, для расчета толщины слоя ЖК необходимо предварительно измерить постоянную решетки  $p$  и показатели преломления обыкновенного  $n_o$  и необыкновенного  $n_e$  лучей.

## 2. Результаты

### 2.1. Измерение постоянной решетки

Для расчета постоянной решетки использовалась оптическая скамья, на которой были последовательно расположены источник света, дифракционная решетка, экран для наблюдения дифракционной картины. И измеряя расстояния от дифракционной решетки до экрана  $L$  и расстояние между максимумами дифракции  $r$ , можно по формуле

$$p \cdot \sin \varphi = p \frac{r}{\sqrt{L^2 + r^2}} = k \cdot \lambda,$$

вычислить искомую постоянную. Данные для определения периода дифракционной решетки представлены в таблице.

*Таблица. Данные для определения периода дифракционной решетки*

| Расстояние до экрана,<br>$L$ , мм | Расстояние между двумя соседними максимумами,<br>$r$ , мм; $k = 1$ |
|-----------------------------------|--|
| 35.0                              | 60.3   |
| 30.0                              | 51.5   |
| 25.0                              | 43.0   |
| 20.0                              | 34.2   |
| 13.4                              | 23.3   |

Вычисления дают:  $p = 0.0010 \pm 0.0001$  мм.

### 2.2. Определение показателя преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в жидком кристалле

Обыкновенный луч имеет постоянный показатель преломления при любых направлениях падающего луча, в то время как показатель необыкновенного луча будет меняться в зависимости от плоскости и угла падения луча. Для определения показателей преломления был использован многоволновой рефрактометр Аббе DR-A4, снабженного поляридом. Основными частями рефрактометра являются две прямоугольные стеклянные призмы. В разрезе призмы имеют вид прямоугольных треугольников, обращенных друг к другу гипотенузами. Пространство между призмами служит для помещения

исследуемой жидкости, в данной работе – жидкий кристалл. Призма с хорошо отполированной плоской гранью является измерительной, а призма с матовой гранью осветительной. С помощью метода рефрактометрии предельного угла можно определить необходимые коэффициенты преломления. При выполнении условия ортогональности вектора световой волны и директора жидкого кристалла легко измерить показатель преломления обыкновенного луча  $n_0$  и показатель преломления необыкновенного луча  $n$ . Таким образом мы измерили коэффициенты:  $n_0 = 1.5341$ ,  $n = 1.7126$  и определили разницу между ними  $\Delta n = 1.1785$ .

Основным инструментом для исследования анизотропных сред является поляризационный микроскоп. В нашей работе использовался микроскоп BX41-P, снабженный фоторегистратором. Данный микроскоп позволяет рассматривать кристаллы с размерами до 1–2 мкм. Основными частями поляризационного микроскопа являются поляризатор и анализатор, а также линза Бертрана и линза Лазо, что отличает его от других моделей [3]. С помощью поляризатора можно получить пучки поляризованного света, а анализатор дает возможность изучить их. Линза Бертрана находится под окуляром и позволяет наблюдать изображения в фокальной плоскости объектива. Обработка изображений выполнялась в программе ImageView.

### 2.3. Расчет толщины слоя ЖК

В опытах использовались две плоскопараллельные ячейки типа «сэндвич» с воздушным зазором, отличающимся примерно в 1.5 – 2 раза. В качестве объекта исследования использовался жидкий кристалл 5CB ( $C_{18}H_{19}N$ ). Для создания гомеотропной ориентации директора ЖК обе стеклянные подложки покрывались полимерным ориентирующим слоем полиимида JALS 2021.

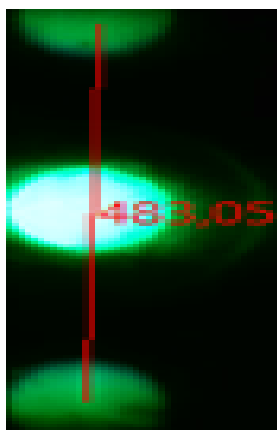


Рис. 2.  
Дифракционная  
картина

Общий вид дифракционной картины с зеленым светофильтром ( $\lambda = 532$  нм) для дифракционной решетки с периодом 0.001 мм показан на рис. 2.

Теперь, воспользовавшись данными рис. 2 и формулой (1), принимая за  $d$  количество пикселей, можно найти постоянную Малляра. В результате расчетов для постоянной Малляра при кратности объектива  $\times 50$  микроскопа получено значение  $R = (2.21 \pm 0.02) \cdot 10^{-3}$ .

Далее были получены коноскопические картины для первой и второй ячеек с исследуемым препаратом (рис.3, а, б). Толщина слоя жидкокристаллического образца находится с помощью данных рис. 2, 3 и формулы (3). В итоге, толщина слоя исследуемого анизотропного вещества оказалась равна:  $h_1 = 17.30 \pm 0.05$  мкм и  $h_2 = 27.40 \pm 0.05$  мкм, соответственно.

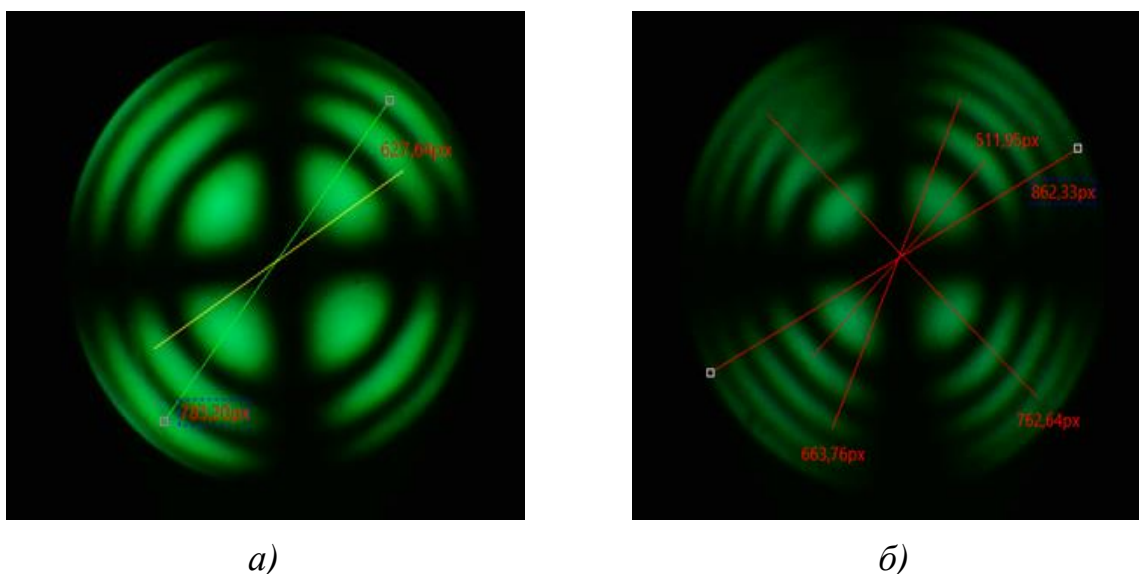


Рис. 3. Коноскопическая картина слоя ЖК:  
а) ячейка 1; б) ячейка 2

### Заключение

Выполнено исследование анизотропного объекта в сходящемся свете, с целью определения толщины слоя ЖК. Для этого измерены показатели преломления исследуемого образца; определен период дифракционной решетки; проведено наблюдение коноскопических фигур. Вычислена постоянная Малляра для объектива поляризационного микроскопа кратностью  $\times 50$ . Найдена толщина слоя исследуемого образца жидкого кристалла в двух жидкокристаллических ячейках. Таким образом, показано, что коноскопическая методика может быть с успехом использована, как подготовка исследуемого образца анизотропного вещества для изучения его структурных и физических свойств.

### Список литературы

1. Копытова Е. А., Мезенцева А. М., Вожаков М. И. Методика расчета параметров жидкокристаллической ячейки // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2022. Вып. 15. С. 40–44.
2. Жужин И. В. Сравнение методов измерения толщины жидкокристаллической ячейки // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2020. Вып. 13. С. 50–53.
3. Меланхолин Н. М. Методы исследования оптических свойств кристаллов М.: Наука, 1970. 192 с.
4. Минеев Л. И., Хромова Л. А. Особенности выполнения экспериментальных работ по теме «Основы кристаллографии» в курсе общей физики высшей школы // Жидкие кристаллы и их практическое использование. 2015. Т. 15. № 2. С. 102–106.

# **ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА ПЕРЕНОС ПАРОВ КРЕМНИЯ ОТ ЗЕРКАЛА РАСПЛАВА К ИЗДЕЛИЮ В ХОДЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ**

В. А. Демин<sup>а</sup>, В. Э. Зинурова<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>б</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Рассматривается модифицированная физико-математическая модель высокотемпературного переноса паров кремния в разреженной несущей среде в условиях среднего вакуума от зеркала расплава до поверхности поглощающего углеродного волокна искусственного происхождения. Возникает задача исследования влияния температурного фактора на интенсивность массопереноса паров кремния в виде навязанного условиями эксперимента неоднородного распределения температуры. Показано, что физико-математическая модель переноса по-прежнему допускает описание процесса с помощью одного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных для концентрации.

**Ключевые слова:** углеродное волокно; пары кремния; диффузионный транспорт; условия среднего вакуума

## **INFLUENCE OF TEMPERATURE FIELD INHOMOGENEITY ON THE TRANSFER OF SILICON VAPOR FROM THE MELT MIRROR TO THE PRODUCT DURING HIGH-TEMPERATURE SILICONIZING**

V. A. Demin<sup>а</sup>, V. E. Zinurova<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>б</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

A modified physical and mathematical model of high-temperature transfer of silicon vapor in a rarefied carrier medium under moderate vacuum conditions from the melt mirror to the surface of an artificial carbon fiber is considered. The study problem arises devoted to the influence of the temperature factor on the intensity of the mass transfer of silicon vapor in the case of the imposed experimental conditions of heterogeneous temperature distribution. It is shown that, as before, the physical and mathematical model of transfer allows the description of the process with the help of one nonlinear differential equation in partial derivatives for the concentration.

**Keywords:** carbon fiber; silicon vapor; diffusive transport; moderate vacuum

### **Введение и постановка задачи**

В работе используется упрощенная физико-математическая модель высокотемпературного переноса паров кремния в разреженной несущей среде в



условиях среднего вакуума от зеркала расплава до поверхности поглощающего образца пористой среды [1]. В реторте на правой границе пар кремния генерируется при температуре  $T_2$ , переносятся за счет диффузии через несущий газ (аргон) и полностью поглощается на левой границе при температуре  $T_1$  (рис. 1).

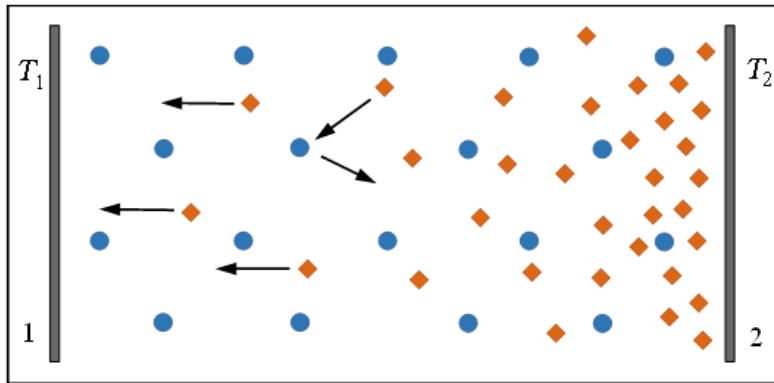


Рис. 1. Двухкомпонентный газ: кружки – атомы аргона, ромбики – атомы кремния; 1 – поверхность образца, 2 – зеркало расплава

Скорость фильтрации определяется через общий расход флюида и связана с поровой скоростью соотношением  $\vec{v} = \phi \vec{\tilde{v}}$ , где  $\phi$  – пористость материала. Для поровой скорости в среде исходное уравнение движения:

$$\rho_f \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p - \frac{\eta}{\kappa} \vec{v},$$

здесь  $\rho_f$  – плотность прокачиваемого флюида,  $\eta$  – динамическая вязкость,  $\kappa$  – проницаемость. Переходя полностью к скорости фильтрации, получаем

$$\rho_f \left( \phi^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \phi^{-2} (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p - \frac{\eta}{\kappa} \vec{v}. \quad (1)$$

Проведем оценку каждого слагаемого в уравнении (1), принимая во внимание, что пористость  $\phi$  такой среды близка к единице:

$$\left| \rho_f \phi^{-2} (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right| \sim \rho_f \frac{v^2}{L} = 2.86 \cdot 10^{-4} \frac{41^2}{0.5} = 0.96,$$

$$\left| \rho_f \phi^{-1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right| \rightarrow 0, \quad \left| \frac{\eta \vec{v}}{\kappa} \right| = \frac{3.5 \cdot 10^{-4} \cdot 41}{3.1 \cdot 10^{-5}} = 463.$$

Вязкое слагаемое является доминирующим, а именно, инерционное слагаемое, и слагаемое, отвечающее за нестационарность процессов, пренебрежимо малы по сравнению с вязким членом. Действием силы тяжести в уравнении (1) тоже можно пренебречь. В результате из уравнения (1) имеем выражение для скорости в виде известного закона Дарси [2, 3]

$$\vec{v} = -\frac{\kappa}{\eta} \nabla p_{\kappa}.$$

Далее учтем фактор неоднородности температурного поля. Из уравнения состояния идеального газа имеем связь:

$$p_k = \frac{R}{\mu_k} T \rho_k. \quad (2)$$

Здесь  $\rho_k$  – плотность газообразного кремния,  $\mu_k$  – молярная масса кремния,  $p_k$  – парциальное давление пара,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура газа.

По определению под массовой концентрацией необходимо понимать

$$C = \frac{\rho_k}{\rho_a + \rho_k}.$$

Выражая плотность паров кремния и подставляя данное выражение в формулу для парциального давления кремния (2) получим:

$$\rho_k = \frac{R}{\mu_k} \frac{C}{1-C} \rho_a T.$$

Разложив множитель  $C/(1-C)$  в ряд по малым  $C$ , ограничимся в итоговом выражении линейным не исчезающим членом. Далее учтем ситуацию, когда температура неоднородна в пространстве между поверхностью изделия и зеркалом расплава. Подставим выражение для плотности кремния в уравнение (2), приходим к закону Дарси в виде:

$$\vec{v}_k = -\frac{\kappa R}{\eta \mu_k} (T \nabla C + C \nabla T).$$

Общее уравнение переноса примеси с учетом дополнительного конвективного транспорта газа как сплошной среды [4] записывается в виде:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) C = D \Delta C,$$

здесь  $D$  – коэффициент диффузии. Выразим в уравнении для переноса примеси среднемассовую скорость

$$\vec{V} = \frac{\rho_a \vec{v}_a + \rho_k \vec{v}_k}{\rho_a + \rho_k} \approx \frac{\rho_k \vec{v}_k}{\rho_a} = -\frac{R \kappa \rho_k}{\eta \mu_k} (T \nabla C + C \nabla T).$$

Далее будем использовать приближение  $\rho_k / \rho_a \ll 1$ , и окончательно:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\kappa \rho_k R}{\eta \mu_k} (T (\nabla C)^2 + C \nabla T \cdot \nabla C) = D \Delta C. \quad (3)$$

При численном решении одномерной задачи с помощью метода конечных разностей, была использована явная схема решения дифференциального уравнения в частных производных. Компьютерный код был реализован на языке программирования FORTRAN-90.

## Результаты расчетов

Система выходит на установившийся режим фильтрации вне зависимости от разности температур за время равное примерно  $t_e = 1$  с. Столь малое время установления объясняется высокой степенью разреженности среды. На рис. 2 представлены результаты расчета концентрации паров кремния в пространстве между образцом и зеркалом расплава.

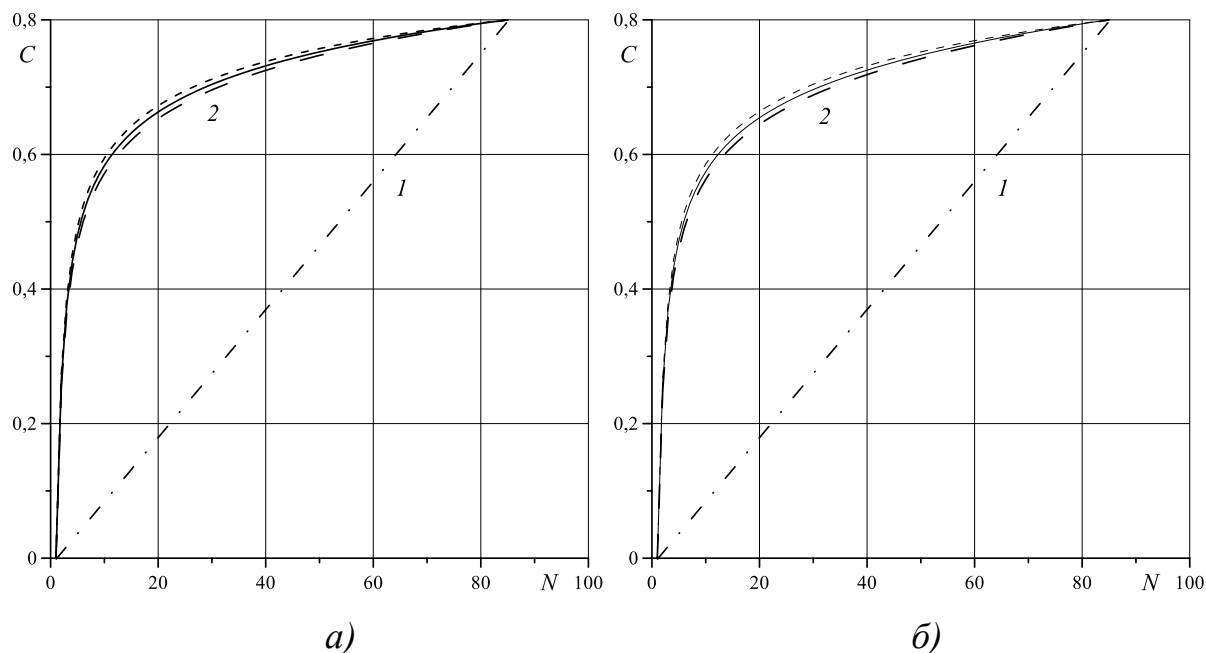


Рис. 2. Концентрация паров кремния между изделием и зеркалом расплава: а)  $L = 0.9$  м; б)  $L = 1.6$  м. Штрихпунктирная линия 1 соответствует расчетам с помощью классического уравнения диффузии, семейство кривых 2 отвечает модифицированному уравнению, сплошная линия –  $T_2 = T_1$ , штриховая с короткой чертой –  $T_2 > T_1$ , с длинной чертой –  $T_2 < T_1$

При учете дополнительного макроскопического механизма переноса кремний начинает заполнять все пространство внутри реторты и его концентрация резко убывает только вблизи изделия. Это приводит к возникновению достаточно высокого градиента концентрации кремния на левой границе, что обеспечивает наблюдаемый приток кремния в образец. Кривая с коротким штрихом лежит выше сплошной линии и соответствует условию  $T_2 > T_1$ , что вполне закономерно, т.к. более высокая температура расплава обеспечивает дополнительное приращение давления на правой границе. В противоположном случае, когда образец разогревается до более высокой температуры нежели расплав, наблюдается замедление массопереноса.

При наложении друг на друга профилей концентраций в реальном масштабе, полученных для разных расстояний между образцом и зеркалом расплава (рис. 3), можно заметить, что с ростом расстояния  $L$ , массоперенос в системе происходит чуть менее интенсивно, что визуально определяется меньшей крутизной графиков вблизи левой границы.

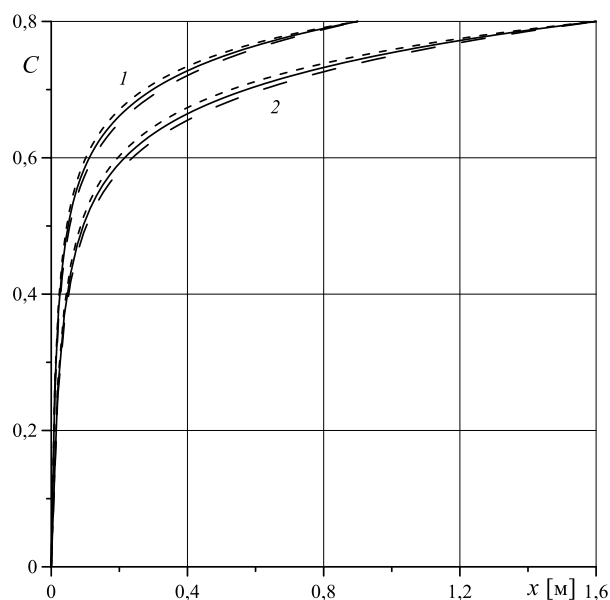


Рис. 3. Семейства кривых концентрации паров кремния между изделием и зеркалом расплава для разных  $L$ ; 1 –  $L = 0.9$  м, 2 –  $1.6$  м, сплошная линия –  $T_1 = T_2$ , штриховая (с короткой чертой) –  $T_2 > T_1$ , штриховая (с длинной чертой) –  $T_1 > T_2$

На рис. 4 изображена зависимость производной от концентрации кремния на входе в образец с течением времени (кривая 2).

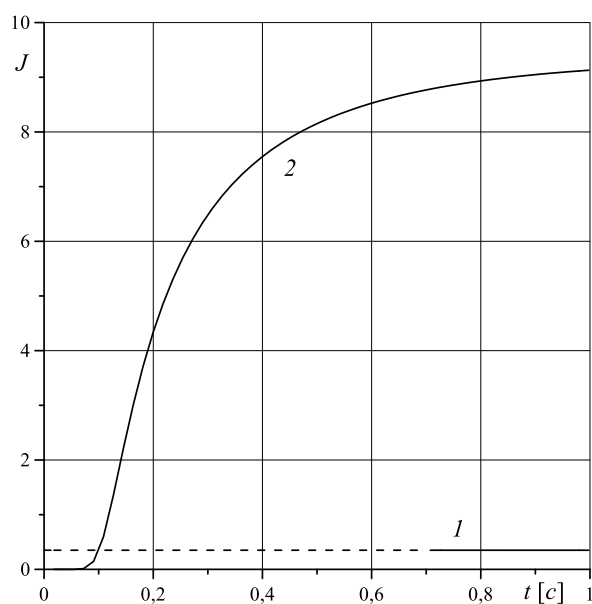


Рис. 4. Зависимость производной концентрации на входе в образец с течением времени (кривая 2) и максимальное значение (линия 1), полученное из классического уравнения диффузии

Сначала поток имеет нулевое значение (при  $t < 0.08$  с), далее можно наблюдать его резкий рост и быстрое приближение к асимптотическому значению. Поток кремния в образец в каждый момент времени определяется тангенсом угла наклона графика концентрации на левой границе расчетной

области. Значение чисто диффузионного потока (линия 1) заметно меньше, чем при учете дополнительного конвективного переноса паров кремния.

При добавлении в физико-математическую модель слагаемого, описывающего конвективный массоперенос, имеет место превышение потока кремния в образец более чем на порядок по сравнению с ситуацией, когда рассматривается только диффузионный механизм переноса, что хорошо согласуется со всеми известными на сегодня экспериментальными данными.

### **Заключение**

Выполнено теоретическое исследование влияния неоднородности температурного поля на перенос газообразного кремния от зеркала расплава к изделию при реализации технологического процесса высокотемпературного силицирования в условиях среднего вакуума. Показано, что реалистичные значения перепадов температуры между зеркалом расплава и изделием не сильно влияют на интенсивность переноса. Однако установлено, что превышение температуры расплава над температурой изделия усиливает массоперенос, в противоположном случае имеет место ослабление потока кремния к изделию. Таким образом, упрощенная модель чисто диффузионного переноса паров кремния в ходе высокотемпературного силицирования не позволяет объяснить наблюдаемый в опыте процесс насыщения кремнием углеродного волокна.

### **Список литературы**

1. *Демин В. А., Демина Т. В., Марышев Б. С.* Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 48–55.
2. *Лейбензон Л. С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: Гостехиздат, 1947. 244 с.
3. *Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.

# **К ВОПРОСУ О ПЕРЕНОСЕ ГАЗООБРАЗНОГО КРЕМНИЯ ОТ ЗЕРКАЛА РАСПЛАВА К ИЗДЕЛИЮ В ПРОЦЕССЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ**

В. А. Демин, С. А. Игошев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Предлагается расширенная физико-математическая модель процесса высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий, в условиях среднего вакуума в атмосфере остаточного газа. Физико-математическая модель переноса описывается всего одним линейным дифференциальным уравнением в частных производных для концентрации паров кремния в атмосфере аргона или любого другого остаточного газа. В случае простейшей геометрии и двумерной постановки задачи получено численное решение, объясняющее аномально большой поток паров кремния вглубь пористого материала в натурных экспериментах. Полученное численное решение для изучаемых газовых смесей выражается через известные верифицированные значения материальных параметров. Оно показывает, что парожидкофазный процесс высокотемпературного силицирования углеродных материалов физически возможен за разумное время.

**Ключевые слова:** высокотемпературные процессы; диффузионно-конвективный перенос; средний вакуум; силицирование

## **ABOUT TRANSFER OF GASEOUS SILICON FROM THE MELT MIRROR TO THE PRODUCT IN THE PROCESS OF HIGH-TEMPERATURE SILICIFICATION**

V. A. Demin, S. A. Igoshev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

A new physical and mathematical model of the process of high-temperature silicification of porous carbon products under medium vacuum conditions and in an atmosphere of residual gas is proposed. Just one linear partial differential equation for the concentration of silicon vapors in an atmosphere of argon or any other residual gas describes the physical and mathematical model of mass transfer. In the case of a simplest geometry and two-dimensional formulation of the problem, a numerical solution is obtained that explains in natural experiments the abnormally large flow of silicon vapor deep into the porous material. The obtained numerical solution for the gas mixtures under investigation is expressed in terms of the known verified values of the material parameters. It shows that the vapor-liquid phase process of high-temperature silicification of carbon materials is physically possible in a reasonable time.

**Keywords:** High-temperature processes; diffusion-convective transfer; medium vacuum; silicification

## 1. Введение

Создание адекватной физико-математической модели процесса высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий обладает высокой важностью и актуальностью для материаловедения. Современные технологии производства композитных материалов на основе углерода и кремния позволяют получать материалы с уникальными свойствами, такими как высокая прочность, жесткость, термическая и химическая стойкости. Однако для создания таких материалов необходимо уметь контролировать процесс силицирования при высоких температурах, который является сложным и энергоемким. Существующие физико-математические модели основываются на предположении о чисто диффузионном переносе газообразного кремния в среде аргона [1]. В условиях среднего вакуума и при температурах выше точки плавления кремния ( $T \sim 2000$  К) коэффициент диффузии для кремния имеет гигантское значение. Формула молекулярно-кинетической теории дает  $D = 0.7$  м<sup>2</sup>/с [2]. Однако, как показывают результаты экспериментов, фактические значения коэффициента  $D$ , применяемые в классическом уравнении диффузии, не обеспечивают достаточный перенос кремния, который требуется для осуществления полноценного силицирования изделия.

Сложившуюся парадоксальную ситуацию исправляют модели, учитывающие не только диффузионный, но и конвективный перенос. Результаты работ [3, 4] показывают, что газообразный кремний занимает практически весь объем рабочего пространства печи. Однако в этих моделях не учитывается перераспределение аргона, как несущей среды. В реальных условиях пары кремния, вылетая с зеркала расплава, сталкиваются с атомами аргона. Вследствие этого, необходимо учитывать еще и движение несущей среды, в которой распространяется кремний.

## 2. Описание модели

Простейшая модельная постановка представляет собой две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии  $L$  друг от друга. Схематически модель представлена на рис. 1. Согласно этой модели, газообразный кремний как некий флюид фильтруется через несущую среду за счет того, что пары кремния рассеиваются на точечных, более тяжелых, но тем не менее подвижных атомах аргона.

Процесс силицирования в условиях среднего вакуума проводится при высоких температурах, превышающих точку плавления кремния. Процедуру выполняют, заполняя аргоном пространство между зеркалом расплава и изделием. Процесс генерации паров кремния начинается с левой границы и заканчивается на правой, где кремний полностью поглощается.

Полное давление газа складывается из парциальных давлений материнской среды – аргона, и примеси – газообразного кремния. Аналогично, общая плотность газовой среды складывается из плотностей каждого компонента

$$P = P_a + P_k, \quad \rho = \rho_a + \rho_k.$$

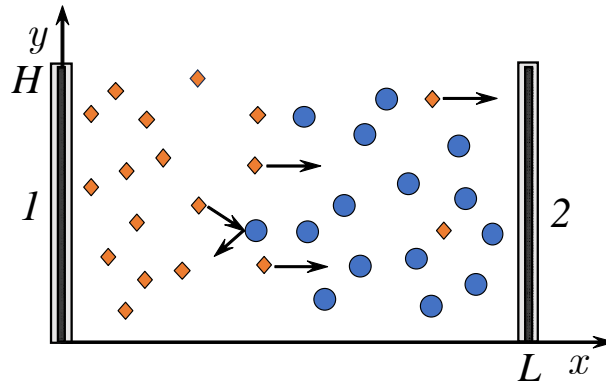


Рис. 1. Модельная постановка задачи: 1 – поверхность расплава, 2 – изделие; кружки – атомы несущей среды (аргон), ромбики – атомы кремния

Определим массовую концентрацию кремния:

$$C = \rho_k / (\rho_a + \rho_k).$$

Будем считать, что общая плотность газовой смеси остается постоянной во всем рабочем пространстве. Изменение одной компоненты газа будет компенсироваться другой, сохраняя условие  $\rho = \text{const}$ . Давление насыщенного пара для кремния при температурах, не сильно превышающих точку плавления кремния, весьма мало и равно по порядку величины  $\rho_s = 10$  Па. На правой границе кремний полностью поглощается, а значит не оказывает никакого давления на стенку:

$$p_a = \rho_a RT / \mu_a, \quad p_k = \rho_k RT / \mu_k.$$

Складываем и упрощаем получившееся выражение

$$p_a \mu_a + p_k \mu_k = \rho RT.$$

Определим давление на правой границе. Здесь  $p_k = 0$ , значит общее давление будет состоять только из давления аргона, обозначим это следующим образом

$$p_{a2} = \rho RT / \mu_a.$$

Теперь определим давление аргона на левой границе

$$p_{a1} = \frac{\rho RT - p_k \mu_k}{\mu_a}.$$

Таким образом, общее давление газа на левой определяется следующим выражением

$$p_1 = \frac{\rho RT - p_k \mu_k}{\mu_a} + p_{k1} = \frac{\rho RT}{\mu_a} + p_{k1} \frac{\mu_a - \mu_k}{\mu_a}.$$

Общее давление газа на правой границе

$$p_2 = \rho RT / \mu_a.$$



Здесь  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура,  $\mu_k$  – молярная масса кремния,  $\mu_a$  – молярная масса аргона, причем  $\mu_a > \mu_k$ . Из формул для давления видно, что  $p_1 > p_2$ , т.е. фактически имеется течение газа от левой границы к правой при наличии градиента давления. По сути это известное течение Пуазейля, для которого имеем решение [5]:

$$u(y) = -\frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} y(y-H),$$

где градиент давления вычисляется следующим образом:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{L} = \frac{p_{k1}}{\mu_a L} (\mu_a - \mu_k).$$

Здесь  $u$  –  $x$ -компонента среднemasсовой скорости  $\vec{v}(u, 0, 0)$ ,  $H$  – высота образца,  $\eta$  – динамическая вязкость.

Уравнение, описывающее транспорт паров кремния, с учётом конвективного переноса имеет следующий вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) C = D \Delta C.$$

Предполагаем стационарный случай и одномерное течение газа. Таким образом, в двумерном приближении данное уравнение упрощается и приобретает следующий вид:

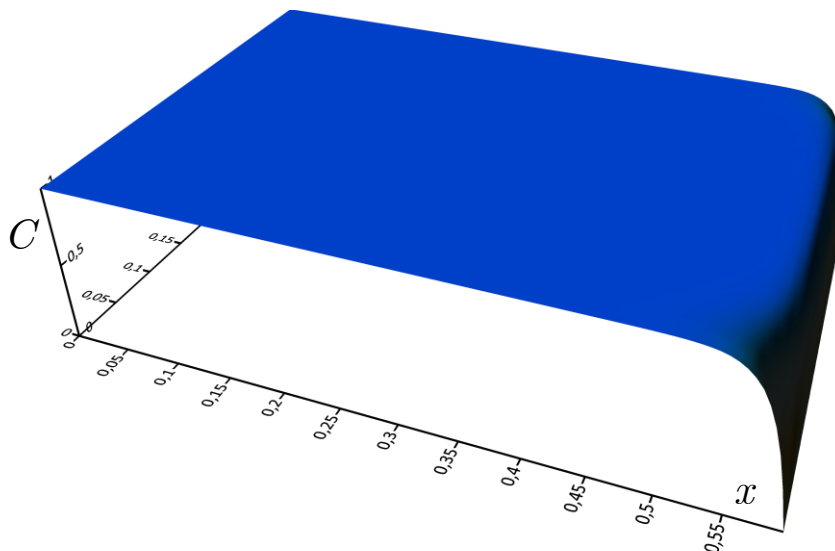
$$u \frac{\partial C}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right).$$

Подставляем выражение для полученной ранее скорости переноса газа и получаем окончательный вид уравнения:

$$-\frac{p_{k1}(\mu_a - \mu_k)}{\mu_a L} \frac{y(y-H)}{2\eta} \frac{\partial C}{\partial x} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right).$$

Это линейное однородное дифференциальное уравнение 2 порядка с переменным коэффициентом. Данное уравнение решалось методом конечных разностей на языке программирования C++. Схемы дискретизации первого порядка точности использовались для аппроксимации производных как по фиктивному времени, так и по пространству. Первый порядок точности для пространственных производных с «разностями назад» использовался для обеспечения устойчивости разностной схемы. В ходе вычислений использовалась равномерная по пространству прямоугольная сетка с разбиением 80:45. Высота образца равна  $H = 0.4$  м, расстояние от расплава до изделия  $L = 0.6$  м. На верхней и нижней гранях ставилось условие непроницаемости, на левой границе задавалась постоянная концентрация кремния, на правой – условие полного поглощения кремния. По результатам работы программы построен следующий график, представленный на рис. 2. Видно, что учет

конвективного переноса паров кремния, помимо диффузионного транспорта, подтверждает наблюдаемую в экспериментах более высокую скорость насыщения углеродного материала при высоких температурах в условиях среднего вакуума, в отличие от того, что следует из решения классического уравнения диффузии.



*Рис. 2. Поле концентрации кремния на момент установления равновесия при  $t = 1$  с*

### 3. Заключение

В данном исследовании было получено численное решение обобщенного уравнения диффузии паров кремния при силицировании пористого углеродного материала. Оно подтверждает, что газообразный кремний быстро заполняет всё рабочее пространство печи, что означает, что нет необходимости располагать тигли с расплавленным кремнием максимально близко к поверхности изделия, как это предполагалось ранее. Полученные двумерные результаты указывают на то, что сторонние газы создают определенное сопротивление для диффузионного потока кремния, при этом классическая диффузия не является единственным механизмом переноса. Обобщение модели с учетом дополнительного конвективного переноса позволяет объяснить аномально интенсивное насыщение пористого углеродного материала парами кремния, наблюдаемое в эксперименте и противоречащее более ранним теоретическим предсказаниям.

### Список литературы

1. Кулик В. И., Кулик А. В., Рамм М. С., Демин С. Е. Численное исследование градиентных газофазных процессов получения керамоматричных композитов с SiC матрицей // Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества: Сб. матер. V межд. конф., М.: ИМЕТ РАН, 2014. С. 128–129.
2. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 929 с.

3. *Демин В. А., Демина Т. В., Марышев Б. С.* Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 48–55.
4. *Демин В. А., Зинурова В. Э.* Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 2. С. 51–58.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Физматлит, 2001. 736 с.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ФАЗ В КРИСТАЛЛЕ $\text{LiNbO}_3$

В. А. Демин, М. И. Петухов, Р. С. Пономарев, А. К. Федорова  
Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Проведено численное моделирование процесса образования кристаллических фаз в ходе диффузионного насыщения протонами монокристалла ниобата лития при создании канальных волноводов. Результаты численного решения уравнения диффузии позволяют проследить за динамикой образования и формирования фаз в волноводных слоях и описать распределение концентрации протонов в кристаллической решетке  $\text{H}_x\text{Li}_{1-x}\text{NbO}_3$  для каждой из фаз.

**Ключевые слова:** численное моделирование; образование кристаллических фаз; канальные волноводы

## MODELING OF THE FORMATION OF CRYSTALLINE PHASES IN A $\text{LiNbO}_3$ CRYSTAL

V. A. Demin, M. I. Petukhov, R. S. Ponomarev, A. K. Fedorova  
Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

A numerical simulation is carried out of the crystalline phases formation during diffusive saturation with protons of a single crystal of lithium niobate at the process of the channel waveguides production. The results of numerical solution of the diffusion equation made it possible to study the origin and formation of phases in waveguide layers and to describe the distribution of the proton concentration in the  $\text{H}_x\text{Li}_{1-x}\text{NbO}_3$  crystal lattice for each of the phases.

**Keywords:** numerical modeling; formation of crystal phases; channel waveguides

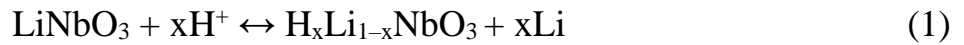
### 1. Введение

Кристаллы  $\text{LiNbO}_3$  получили широкое практическое применение в качестве подложек для различных устройств оптоэлектроники. Важное значение в устройстве оптических изделий и приборов имеют элементы преобразования сигналов, частью которых являются канальные волноводы. Они образуются с помощью методики замещения ионов лития водородом. В результате этого в определенной области подложки образуется кристаллическая решетка  $\text{H}_x\text{Li}_{1-x}\text{NbO}_3$ , вследствие чего происходит изменение свойств исходной кристаллической решетки.

Данная работа посвящена математическому моделированию момента зарождения и формирования метастабильных состояний в протонообменных слоях подложки кристалла ниобата лития.

## 2. Протонный обмен и образование фаз

Процесс протонного обмена применительно к ниобату лития – это, по сути, ионный обмен, при котором ионы лития в кристалле замещаются протонами из подходящего источника. Процесс выражается формулой:



Протонный обмен в  $\text{LiNbO}_3$  приводит к образованию различных фаз твердого раствора  $\text{H}_x\text{Li}_{1-x}\text{NbO}_3$ . В работе [1] подробно исследованы ненапряженные твердые растворы  $\text{H}_x\text{Li}_{1-x}\text{NbO}_3$  методом рентгеновской дифракции. При  $x \leq 0.12$  образуется  $\alpha$ -фаза. При  $0.12 < x < 0.56$  возникает смесь двух  $\alpha$ - и  $\beta$ -фаз. При  $0.56 \leq x \leq 0.75$  образуется одиночная  $\beta$ -фаза, обладающая сложным строением.

## 3. Постановка задачи

Процесс протонирования представляет собой взаимную диффузию положительно заряженных ионов лития и водорода, когда поверхность кристалла находится в контакте с расплавом бензойной кислоты [2]. Выпишем уравнения для плотностей потоков обоих ионов. Эти плотности потоков определяются классической диффузией и напряженностью электрического поля:

$$\vec{J}_H = -D_H \left( \nabla C_H + C_H \frac{F}{RT} \nabla \phi \right) \text{ и } \vec{J}_{Li} = -D_{Li} \left( \nabla C_{Li} + C_{Li} \frac{F}{RT} \nabla \phi \right), \quad (2)$$

где  $J$  – потоки отдельных ионов,  $D$  – индивидуальная или самодиффузионная константа диффузии иона,  $C$  – концентрация,  $F$  – постоянная Фарадея,  $R$  – газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура,  $\phi$  – электрический потенциал. С учетом закона сохранения массы имеем:

$$C_H + C_{Li} = C_0 = \text{const}. \quad (3)$$

В отсутствие внешних термодинамических сил

$$\vec{J}_H + \vec{J}_{Li} = 0, \quad (4)$$

т.е. свободные места, освобождаемые ионами лития, занимаются ионами водорода, следовательно:

$$\vec{J}_H = -\vec{J}_{Li} \text{ и } \nabla C_H = -\nabla C_{Li}. \quad (5)$$

Далее сначала из формул для плотности потока (2) необходимо исключить градиент электрического потенциала, а затем выразить плотность потока ионов водорода через градиент соответствующей концентрации:

$$\vec{J}_H = - \left( \frac{D_H D_{Li} (C_H + C_{Li})}{D_{Li} C_{Li} + D_H C_H} \right) \nabla C_H, \quad (6)$$

где величина, указанная в больших скобках, известна как коэффициент взаимной диффузии. Затем выражение для потока подставляем в уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla \left( \frac{D_{H^+}}{1 - \psi C} \nabla C \right). \quad (7)$$

Коэффициент  $\psi$  выражается формулой:

$$\psi = 1 - D_{H^+} / D_{Li}. \quad (8)$$

Для прохождения процесса протонирования необходимо, чтобы выполнялось условие ( $D_{Li^+} > D_{H^+}$ ). В предельном случае  $D_{Li^+} = D_{H^+}$  выполняется условие  $\psi = 0$  и имеет место переход к линейной диффузии. Для расчетов и анализа транспортных процессов в системе удобнее представить правую часть уравнения (8) в виде двух слагаемых:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\psi D_{H^+}}{(1 - \psi C)^2} (\nabla C)^2 + \frac{D_{H^+}}{1 - \psi C} \Delta C. \quad (9)$$

Решение данной задачи было получено методом конечных разностей. Для простоты задача решалась в одномерном случае. Расчеты были выполнены с использованием вычислительного кода, который был реализован на языке программирования Fortran-90.

#### 4. Результаты и обсуждения

При проведении численного моделирования производился расчет поля концентрации на каждом шаге по времени. Помимо этого, проводился вывод плотности потока протонов на входе в кристалл. Результатом численного решения являются распределения концентрации водорода за общее время протонирования и графики диффузионного потока массы протонов в зависимости от времени. Численное моделирование позволило установить ступенчатый профиль распределения концентрации протонов в зависимости от глубины протонирования. На рис. 1 представлена концентрация протонов в расчетной области. Показаны результаты расчета концентрационного профиля распределения протонов в вычислительной области при протонировании  $\text{LiNbO}_3$  для двух фиксированных значений коэффициента диффузии. Из представленных зависимостей видно, что в процессе протонного обмена при достижении определенного значения концентрации у кристалла скачком меняются диффузионные свойства и происходит формирование новой кристаллической фазы с другим профилем концентрации. Первый участок соответствует  $\alpha$ -, второй –  $\beta$ -фазе. Штриховая линия на рис. 1 разграничивает эти фазы. Характерной особенностью концентрационного профиля, подтверждающей экспериментальные данные, является наличие излома, при формировании новой фазы.

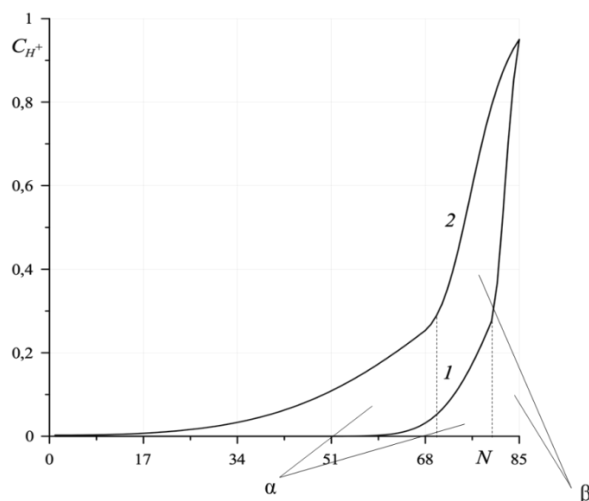


Рис. 1. График зависимости концентрации протонов от глубины проникновения. Кривые соответствуют разным коэффициентам диффузии: 1 –  $D_{H^+} = 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ , 2 –  $D_{H^+} = 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}$

На рис. 2 изображены графики зависимости плотности потока протонов через поверхность кристалла. Эти кривые можно условно разделить на три участка: на первом (в течение первых секунд) происходит довольно быстрое убывание потока за очень короткое время. На фрагменте б (рис. 2) видно, что примерно за первые две секунды протонирования плотность потока уменьшается почти в 1.5 раза. В течение этого промежутка времени поток массы резко уменьшается, и с его уменьшением синхронно растет максимум концентрации водорода в кристалле. Затем в интервале  $3 \text{ с} < t < 1500 \text{ с}$  поток уменьшается более медленно и в дальнейшем, когда концентрационный фронт значительно продвигается вглубь кристалла диффузионный поток практически выходит на асимптоту с сохранением некоторого тренда на уменьшение.

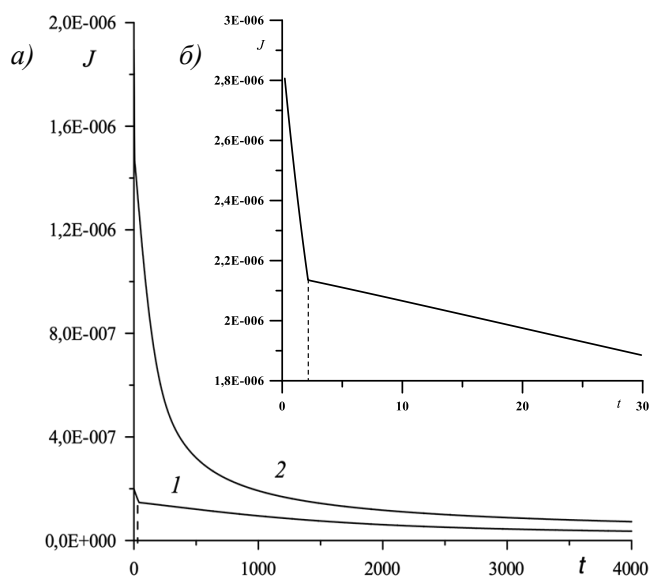


Рис. 2. а) График зависимости плотности потока протонов от времени; кривые соответствуют следующим коэффициентам диффузии: 1 –  $D_{H^+} = 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ , 2 –  $D_{H^+} = 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}$ ; б) фрагмент графика зависимости плотности потока протонов от времени для кривой 2

#### 4. Заключение

В работе рассмотрены основные факторы, влияющие на формирование плоских волноводных каналов с  $\alpha$ - и  $\beta$ -фазами в кристалле  $\text{LiNbO}_3$  в ходе реализации протонного обмена. Методом прямого численного моделирования исследована динамика их формирования. В ходе выполнения данной работы были построены графики зависимости плотности потока протонов от времени и профили концентрации протонов для разных значений коэффициента диффузии, которые свидетельствует о возникновении новых фаз в процессе протонирования.

#### Список литературы

1. *Шевцов Д. И.* Структурные и оптические свойства метастабильных фаз в протонообменных волноводных слоях на монокристалле ниобата лития: дис ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.07. Пермский государственный университет, Пермь, 2005. 157 с.
2. *Демин В. А., Петухов М. И., Пономарев Р. С., Топова А. В.* О роли анизотропии и нелинейных диффузионных эффектов при формировании волноводов в кристалле ниобата лития // Вестник Пермского университета. Физика. 2021. № 1. С. 49–58.



# ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Е. И. Ковычева, К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной работе рассмотрено движение электронов в постоянном электрическом поле в определенном интервале температур, когда движение может быть описано уравнением типа Навье-Стокса. Были рассмотрены процессы установления стационарного тока в проводнике без учёта и с учётом вязкости электронов после включения продольного электрического поля.

**Ключевые слова:** движение электронов; уравнение Навье-Стокса

## ELECTRONIC DENSITY WAVES IN HYDRODYNAMIC MODE

E. I. Kovycheva, K. B. Tsiberkin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

In this paper, we consider the motion of electrons in a constant electric field in a certain temperature range, when the motion can be described by an equation of the Navier-Stokes type. The processes of establishment of a stationary current in a conductor were considered without taking into account and taking into account the viscosity of electrons after switching on the longitudinal electric field.

**Keywords:** electron movement; Navier-Stokes equation

В данной работе рассмотрено движение электронов в постоянном электрическом поле в условиях реализации эффекта Гуржи. Электрический ток в этом случае может быть описан уравнением типа Навье-Стокса [1–4].

Для электронов применимо расширенное уравнение фильтрации – модель Бринкмана. Она учитывает два механизма вязкости – закон Дарси (закон Ома) и закон Навье (гидродинамический вклад).

$$Nm \frac{dv}{dt} + F + \nabla p = Ne(\vec{E} + \vec{v} \times B) - N \frac{m}{\tau} \vec{v}, \quad F = -\mu \left( \Delta \vec{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \vec{v}) \right),$$

$\mu$  – коэффициент сдвиговой вязкости. В простейшем случае уравнение будет дополняться уравнением несжимаемости:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0.$$

Рассматривается случай без магнитного поля и с постоянным электрическим полем. Также исключается вклад слагаемого с давлением.

В случае без учета вязкого слагаемого линеаризация задачи и рассмотрение малых отклонений параметров от средних при отсутствии магнитного поля позволяет искать решение в виде потенциала скорости [5]. Электрическое поле так же представлено в виде потенциала:

$$\frac{\partial(\nabla\varphi)}{\partial t} + \frac{e}{m}\nabla\psi - \frac{\nabla\varphi}{\tau} = 0, \quad \vec{E} = -\nabla\psi = \text{const}, \quad \varphi = \varphi(t)x, \quad \varphi(t=0) = 0.$$

В этом случае существует экспоненциальное решение для потенциала:

$$\varphi(t) = \frac{\vec{E}e\tau}{m} + \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}\vec{E}e\tau}{m}.$$

В случае с учетом вязкости снова линейизируем исходное уравнение. Теперь решение будем искать, не вводя потенциал скорости. Проанализировано простейшее одномерное течение  $v = v(x, t)$  где  $x$  – поперечная координата. Ему соответствует параболическое уравнение с неоднородностью:

$$\frac{\partial \vec{v}(x, t)}{\partial t} - \frac{\mu}{\rho_0} \frac{\partial^2 \vec{v}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{m} e \vec{E} + \frac{1}{\tau} \vec{v}(x, t) = 0.$$

Общее решение неоднородной задачи:

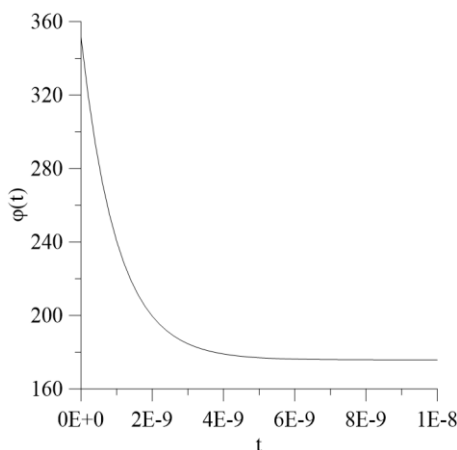
$$\vec{v}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-a_n t} \sin \frac{\pi n x}{h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2e\vec{E}}{\pi n m} (1 - (-1)^n) \frac{1 - e^{-a_n t}}{a_n} \sin \frac{\pi n x}{h},$$

$$A_n = \frac{2}{h} \int_0^h v_0(x) \sin \frac{\pi n x}{h} dx, \quad a_n = \frac{1}{\tau} + \frac{\mu}{\rho_0} \left( \frac{\pi n}{h} \right)^2.$$

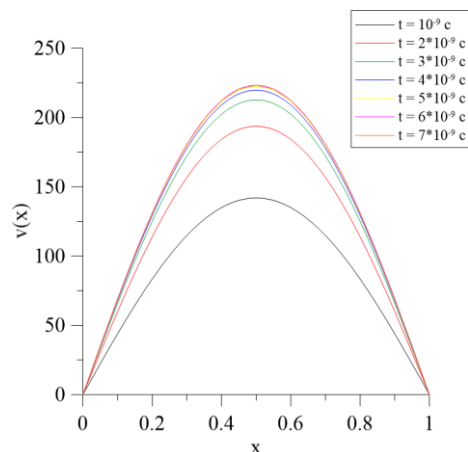
Мы рассматриваем частный случай, когда  $v(x, 0) = v_0 = \text{const}$ . Тогда коэффициенты  $A_n$ :

$$A_n = -\frac{2}{h} v_0 \cos \pi n.$$

Самый значимый вклад вязкость дает при  $n=1$ .



а)



б)

Рис. 1. Результаты решений без учета вязкости и с вязкостью:

- а) зависимость потенциала скорости от времени без учета вязкости;  
б) профили скорости при различных фиксированных значениях времени  $t$  с учетом вязкости

На рисунке 1а очевидна экспоненциальная зависимость. На рисунке 1б были построены 7 графиков, соответствующих различным моментам времени  $t$ . Здесь виден параболический профиль скорости электронов, который, как и предыдущее решение, релаксирует к стационарному течению. Время релаксации для слагаемых с разными  $n$  в решении оказывается различным. Члены с  $n = 1$  затухают наиболее медленно, и поэтому являются определяющими в установлении стационарного режима течения. Соответствующее им время релаксации равно

$$\tau_1 \sim a_1^{-1} = \left[ \frac{1}{\tau_0} + \frac{\mu}{\rho_0} \left( \frac{\pi n}{h} \right)^2 \right]^{-1}.$$

### Список литературы

1. *Shavit M., Shytov A., Falkovich G.* Freely flowing currents and electric field expulsion in viscous electronics // *Physical Review Letters*. 2019. Vol. 123 (2). 026801.
2. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media. Cham: Springer, 2017. 988 p.
3. *Gurzhi R. N.* Minimum of resistance in impurity-free conductors // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1963. Vol. 17. P. 521–522.
4. *Polini M., Geim A. K.* Viscous electron fluids // *Physics Today*. 2020. Vol. 73 (6). P. 28–34.
5. *Демин В. А.* Ударные волны и акустические явления: учеб. пособие. Пермь: изд-во Перм. гос. нац. исслед. ун-та, 2016. 112 с.

# СТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

О. А. Новикова, К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной работе рассмотрены стационарные режимы протекания тока в проводнике в условиях реализации гидродинамического режима движения электронов. Рассмотрено влияние эффективной вязкости течения на эффект Холла, описаны условия формирования вихревых токов. Показана абсолютная устойчивость несжимаемого потока электронов к волновым возмущениям.

**Ключевые слова:** гидродинамика электронов; уравнение Дарси–Бринкмана

## STATIONARY FLOWS OF ELECTRONS IN HYDRODYNAMIC MODE UNDER MAGNETIC FIELD

O. A. Novikova, K. B. Tsiberkin

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

In this paper, we consider the stationary regimes of current flow in a conductor under the conditions of implementation of the hydrodynamic regime of electron motion. An effect of the flow viscosity of the current under magnetic field and Hall effect is studied. The conditions for the formation of eddy currents are found. The absolute stability of an incompressible electron flow to wave perturbations is shown.

**Keywords:** electron hydrodynamics; Darcy–Brinkman equation

Рассматривается движение электронов в постоянном электрическом и магнитном поле в гидродинамическом режиме, соответствующим эффективно вязкому режиму движения электронов в проводнике, обусловленному малой длиной свободного пробега [1–3]. Стационарная плотность ток в этих условиях описывается аналогом уравнения Дарси–Бринкмана [4], которое учитывает два механизма сил сопротивления. Закон Ома эквивалентен закону Дарси, а вязкие силы, связанные с переносом импульса в неоднородном поле скорости, описываются законом Навье:

$$\sigma \mathbf{E} + D_v^2 \Delta \mathbf{J} = \mathbf{J}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{J}$  – объёмная плотность тока,  $\sigma$  – диффузионная проводимость материала,  $\mathbf{E}$  – напряженность электрического поля,  $\Delta$  – оператор Лапласа. Здесь введена величина  $D_v$  – характерная длина рассеяния импульса электронов при движении в решётке, связанная с эффективной динамической вязкостью потока  $\nu$  и временем релаксации электронов  $\tau$ , вводимому согласно теории Друде:

$$D_v = \sqrt{\nu \tau}. \quad (2)$$

В присутствии магнитного поля  $\mathbf{B}$  уравнение дополняется холловским вкладом:

$$\sigma E + \sigma_H \mathbf{J} \times \mathbf{B} + D_v^2 \Delta \mathbf{J} = \mathbf{J}, \quad (3)$$

где  $\sigma_H$  – холловская проводимость.

Исследуется влияние величины диффузионного параметра  $D_v$  на стационарное протекание тока в прямолинейном плоском проводнике безразмерной шириной 1, под действием постоянного электрического поля, с учетом и без учета магнитного поля. Рассмотрен также вопрос об устойчивости стационарного волнового режима в системе.

В стационарном режиме и отсутствии магнитного поля устанавливается одномерное распределение плотности тока:

$$j_x = 1 - \frac{\text{ch}(y / D_v)}{\text{ch}(1 / 2 D_v)}. \quad (4)$$

Величина тока нормирована на его значение в чисто омическом режиме проводимости. Это решение при различных значениях  $D_v$  показано на рис. 1. Из графиков видно, что вязкость при прочих равных условиях приводит к ослаблению среднего тока в проводнике и установлению распределения плотности тока, близкого к пуазейлевскому профилю скорости. Максимальное значение плотности тока в центре проводника убывает по степенному закону, близкому к  $D_v^{-2}$ .

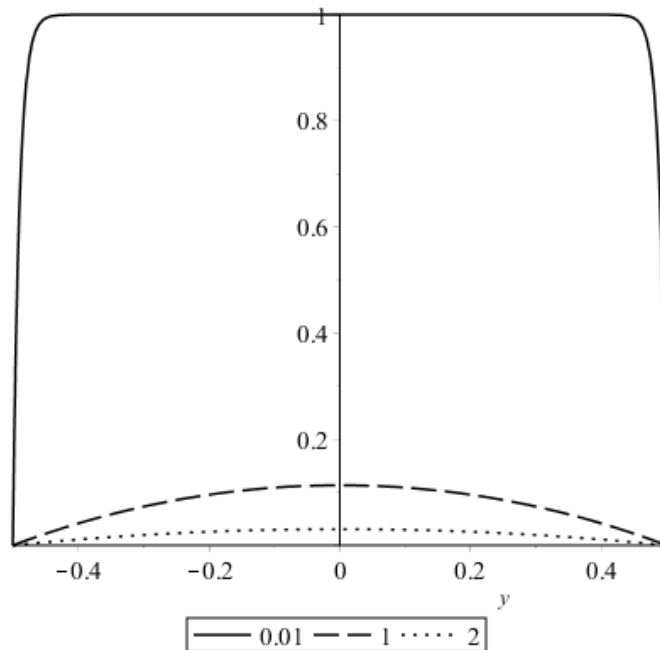


Рис. 1. Изменение стационарного профиля плотности тока в проводнике при увеличении вязкости

Присутствие магнитного поля приводит к возникновению поперечных компонент тока. Для упрощения описания рассмотрен случай однородного магнитного поля, ориентированного ортогонально плоскости двумерного проводника. Ось  $x$  направлена вдоль проводника,  $y$  – лежит в его плоскости, а

$z$  – вдоль магнитного поля. В такой геометрии ненулевые компоненты уравнения (3) принимают вид

$$D_v^2 \frac{\partial^2 j_x}{\partial y^2} - j_x + B j_y + 1 = 0, \quad D_v^2 \frac{\partial^2 j_y}{\partial y^2} - j_y - B j_x = 0. \quad (5)$$

Аналитическое решение полученной системы линейных уравнений оказывается весьма громоздким, и поэтому не приводится. На рис. 2 показаны изменения продольной компоненты профиля тока с увеличением вязкости.

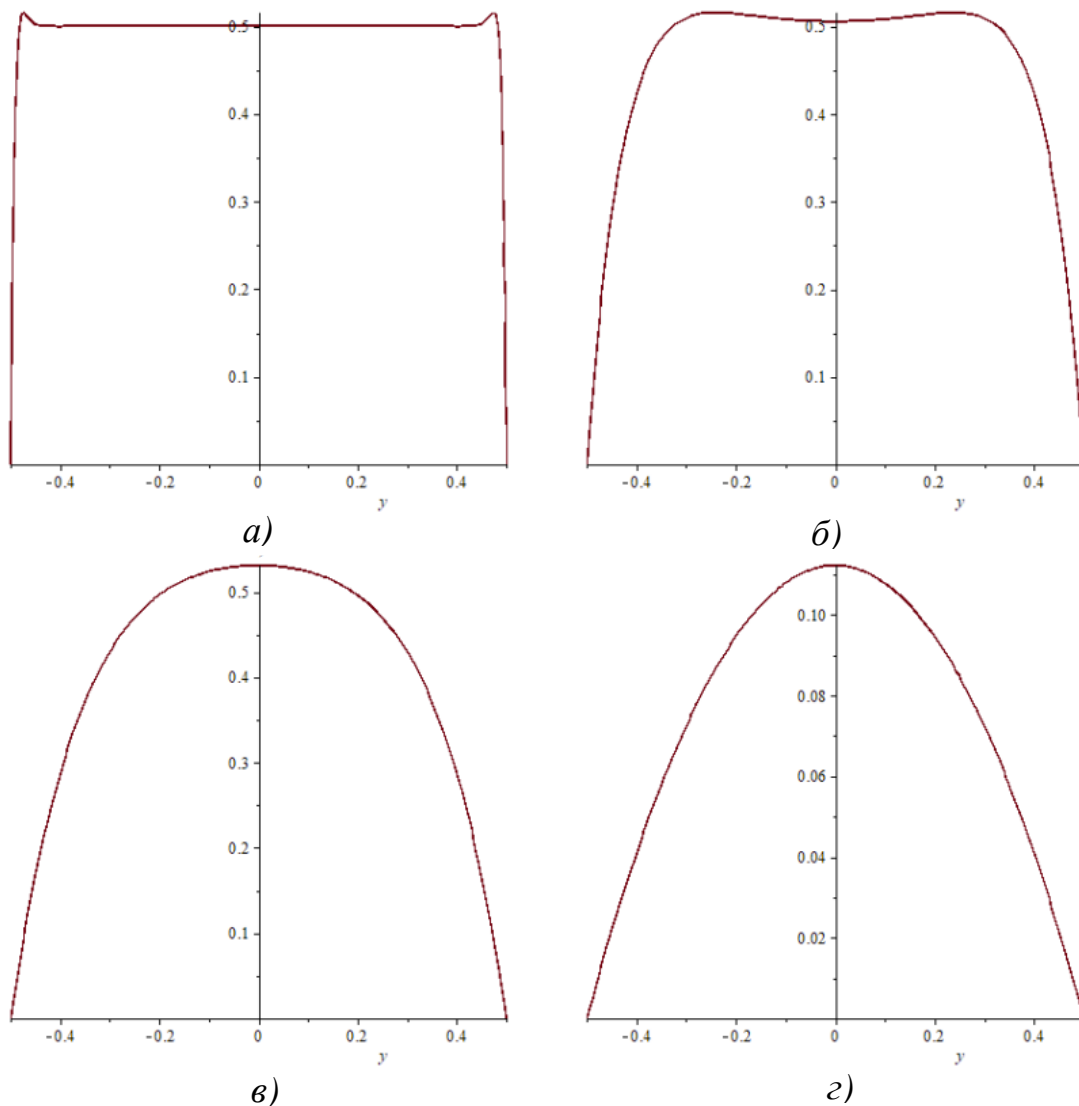


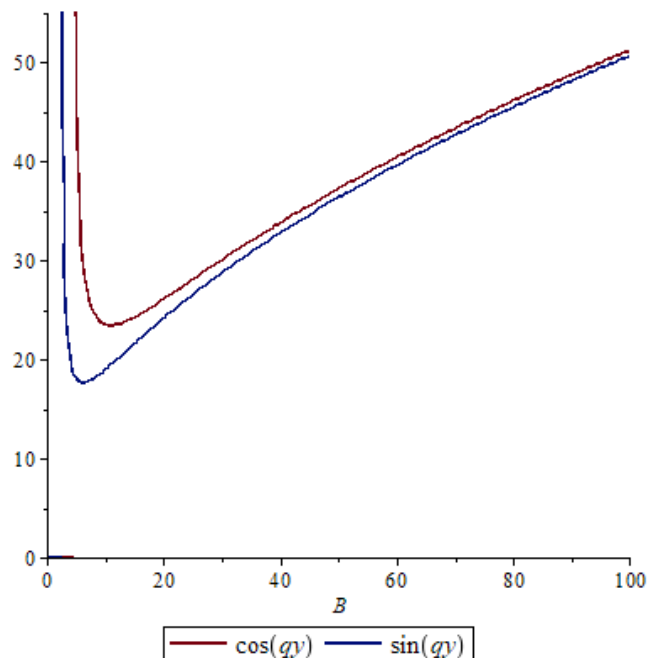
Рис. 2. Изменение продольной компоненты плотности тока в проводнике в присутствии магнитного поля при значении параметра  $D_v$ :

а) – 0.01; б) – 0.1; в) – 0.2; г) – 0.3; безразмерная индукция поля  $B$  равна 1

Видно, что магнитное поле приводит к возникновению пограничных слоёв, обусловленных действием силы Лоренца на электроны и их перераспределением в проводнике. Возникает поперечный переток электронов. Увеличение вязкости приводит к уширению пограничных слоёв, а затем и к их слиянию с формированием параболического профиля продольной компоненты тока.

Введение стационарных периодических возмущений в систему (5) не приводит к изменениям структуры течения — анализ показывает, что разрешённые волновые числа возмущений оказываются чисто мнимыми, и физически такие периодические структуры неустойчивы. Это означает невозможность возникновения вихревых токов в рамках рассмотренной задачи при наличии электрического поля и доминировании продольной компоненты тока.

Отключение электрического поля, напротив, преобразует (5) в однородную систему уравнений, которая допускает стационарные вихревые решения, чётные ( $\sim \cos qy$ ) и нечётные ( $\sim \sin qy$ ) относительно середины проводника. Соответствующее волновое число в продольном направлении относительно велико (рис. 3), поэтому вихри токов оказываются вытянуты поперёк проводника. Возникает также пороговое значение магнитного поля, ниже которого вязкость не позволяет сформировать устойчивые вихревые структуры.



*Рис. 3. Зависимость продольного волнового числа вихревой структуры плотности тока от величины приложенного магнитного поля для чётных и нечётных распределений*

### Список литературы

1. Gurzhi R. N. Minimum of resistance in impurity-free conductors // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1963. Vol. 17. P. 521–522.
2. Polini M., Geim A. K. Viscous electron fluids // Physics Today. 2020. Vol. 73 (6). P. 28–34.
3. Shavit M., Shytov A., Falkovich G. Freely flowing currents and electric field expulsion in viscous electronics // Physical Review Letters. 2019. Vol. 123 (2). 026801.
4. Nield D. A., Bejan A. Convection in porous media. Cham: Springer, 2017. 988 p.

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВОЗНИКНОВЕНИИ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ДЛИННОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

М. Р. Хабин<sup>a,b</sup>, Б. С. Марышев<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Рассматривается двумерная задача об однородном горизонтальном просачивании примеси в длинной прямоугольной области пористой среды. Для описания взаимодействия примеси со скелетом пористой среды применяется МІМ (mobile-immobile media) подход. При малых значениях концентрации в рамках МІМ подхода уравнение адвекции-диффузии может быть дополнено линейным кинетическим уравнением, описывающим процессы сорбции. Предполагается, что жидкость несжимаемая. Влияние неоднородности плотности, возникающее при прокачке смеси через пористую среду, учитывается в приближении Дарси-Буссинеска. Задача решается численно, методом конечных-разностей. Показано, что при горизонтальном градиенте концентрации возникает неустойчивость даже в случае малых значений числа Рэлея-Дарси. Продемонстрировано влияние чисел Рэлея-Дарси и Пекле на интегральные характеристики течения.

**Ключевые слова:** пористая среда; концентрационная конвекция; сорбция

## MODELING OF FLOW THROUGH A POROUS MEDIUM TAKING INTO ACCOUNT BLOCKAGE

M. R. Khabin<sup>a,b</sup>, B. S. Maryshev<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

A two-dimensional problem of uniform horizontal impurity infiltration in a long rectangular region of a porous medium is considered. The MIM (mobile-immobile media) approach is used to describe the interaction of an impurity with the skeleton of a porous medium. At low concentrations, within the framework of the MIM approach, the advection-diffusion equation can be supplemented with a linear kinetic equation describing sorption processes. The fluid is assumed to be incompressible. The effect of density inhomogeneity, which occurs when a mixture is pumped through a porous medium, is taken into account in the Darcy-Boussinesq approximation. The problem is solved numerically by the finite difference method. It is shown that with a horizontal concentration gradient, instability occurs even in the case of small values of the Rayleigh-Darcy number. The influence of the Rayleigh-Darcy and Peclet numbers on the integral characteristics of flow is demonstrated.

**Keywords:** porous media; concentration convection; sorption



В статье представлена двумерная задача устойчивости течения смеси через прямоугольную область пористой среды. Предполагается что вертикальный размер области меньше горизонтального в 10 раз (рис. 1). Между вертикальными границами задаётся перепад давления и концентрации, на горизонтальных границах условие отсутствия потока несущей жидкости и примеси. Задача решается в приближении Дарси-Буссинеска [1] транспорт примеси описывается в рамках МММ подхода [2]. Вывод применяемых уравнений можно найти в статье [3]. Итоговая система уравнений, дополненная линейным кинетическим уравнением [4], описывает фильтрацию с учетом взаимодействия примеси с твердым скелетом среды и имеет вид:

$$\frac{\partial(\varphi_0 c + q)}{\partial t} = -\vec{u} \cdot \nabla c + \varphi_0 D \Delta c, \quad \vec{u} = -\frac{\kappa}{\eta} (\nabla p + \rho \beta c \vec{g}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \alpha (c - K_d q), \quad \text{div} \vec{u} = 0.$$

Граничные условия для данной задачи математически выражаются в следующем виде:

$$x=0: \quad p = P_+, \quad c = C_+; \quad y=0: \quad u_y = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0; \quad (2)$$

$$x=L: \quad p = P_-, \quad c = C_-; \quad y=H: \quad u_y = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial y} = 0.$$

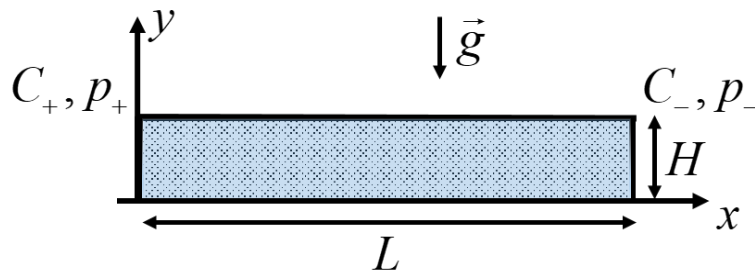


Рис. 1. Схема задачи

### Постановка двумерной задачи

Удобно переписать уравнения и граничные условия (1, 2) в безразмерной форме для этого в качестве единиц измерения выберем следующие величины: концентрация мобильной компоненты  $[c] = C_+ - C_- = \Delta C$ , концентрация немобильной компоненты  $[q] = \varphi_0 (C_+ - C_-)$ , время  $[t] = L^2 / D$ , длина  $[l] = L$ , скорость фильтрации  $[u] = \varphi_0 L / T$ , давление  $[p] = p_+ - p_-$ . После обезразмеривания система принимает вид (3) и содержит четыре безразмерных параметра  $Re = \kappa (p_+ - p_-) / \eta D \varphi_0$  – число Пекле,  $Rp = \rho g \kappa \beta \Delta C L / \eta D \varphi_0$  – число Рэлея-Дарси,  $a = \alpha L^2 / \varphi_0 D$  – коэффициент адсорбции,  $b = \alpha K_d L^2 / D$  – коэффициент десорбции.

Исследуется двумерная задача транспорта двухкомпонентной смеси через массив пористой среды. На вертикальных границах области поддерживается постоянный перепад давления  $\Delta p = 1$  и концентрации примеси  $\Delta C = 1$ .

$$\begin{aligned}\frac{\partial(c+q)}{\partial t} &= \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \text{Pe} \left( \frac{\partial c}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \text{Rprc} \frac{\partial c}{\partial y}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} &= ac - bq, \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{\text{Rp}}{\text{Pe}} \frac{\partial c}{\partial y} &= 0,\end{aligned}\tag{3}$$

где  $c$  – концентрация немобильной компоненты примеси,  $q$  – концентрация немобильной компоненты примеси,  $p$  – давление,  $a$  – коэффициент адсорбции,  $b$  – коэффициент десорбции.  $\text{Rp}$  – число Рэлея для пористой среды (число Рэлея-Дарси),  $\text{Pe}$  – число Пекле. Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{y=0,h} &= \frac{\text{Rp}}{\text{Pe}} c|_{y=0,h}, \quad p(0, y, t) = 1, \quad p(1, y, t) = 0, \\ \left. \frac{\partial c}{\partial y} \right|_{y=0,h} &= 0, \quad c(0, y, t) = 1, \quad c(1, y, t) = 0.\end{aligned}\tag{4}$$

Задача (3, 4) допускает в отсутствии конвекции в случае ( $\text{Rp} = 0$ ), следующее основное решение:

$$\begin{aligned}c_0(x) &= \frac{e^{\text{Pe} \cdot x} - e^{\text{Pe}}}{1 - e^{\text{Pe}}}, \quad q_0(x) = \frac{a}{b} \left( \frac{e^{\text{Pe} \cdot x} - e^{\text{Pe}}}{1 - e^{\text{Pe}}} \right), \\ p_0(x) &= 1 - x. \quad \vec{u}_0 = \{\text{Pe}, 0\}.\end{aligned}\tag{5}$$

Задача решается путем прямого численного моделирования методом конечных-разностей [5]. Для расчета полей концентрации применяются метод поперечно продольной прогонки, для расчета полей давления схема Ричардсона.

## Результаты

На рисунке 2 представлены поля возмущений концентрации  $c_*(x, y) = c(x, y) - c_0(x)$ , где  $c_0(x)$  поле концентрации примеси (5) в основном состоянии для различных значений параметров  $\text{Rp}$ ,  $\text{Pe}$ .

Показано, что отклонения от бесконвективного случая имеются даже в случае малых значений чисел Рэлея-Дарси, что говорит о том, что основное решение (5) становится неустойчивым для любых сколь угодно малых значений параметра  $\text{Rp}$ . Такой результат является ожидаемым в связи с тем, что

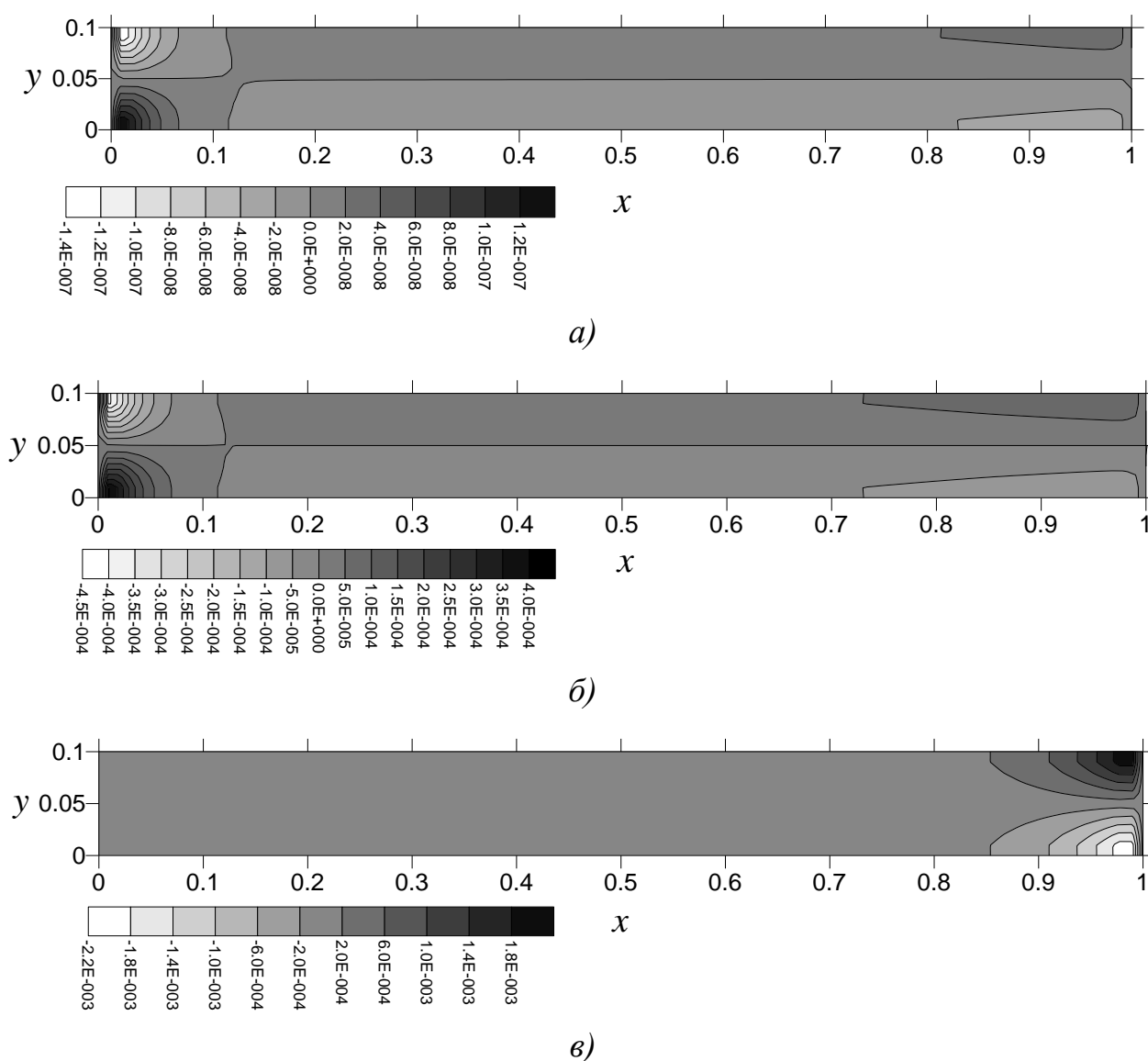


Рис. 2. Пространственное распределение возмущений концентрации  $s_*$  для параметров расчёта: а)  $Pe = 1, Rp = 0.01$ ; б)  $Pe = 1, Rp = 30$ ; в)  $Pe = 10, Rp = 30$

постановка аналогична задаче о подогреве сбоку. Возникает конвективная ячейка, при этом примесь движется из верхней части в нижнюю под действием силы тяжести (см. рис. 3а, б). Увеличение числа Рэлея-Дарси приводит к росту отклонений концентрации от основного состояния. Из рисунка 3 в видно, что увеличение числа Пекле делает более интенсивными возмущения вблизи выхода из области (правая граница).

Для оценки интенсивности и визуализации возникающего течения были построены поля возмущений функции тока  $\psi_* = \psi - \psi_0$ , где  $\psi_0 = Re \cdot y$  функция тока для основного течения. На рисунке 3 пример профиля возмущения функции тока.

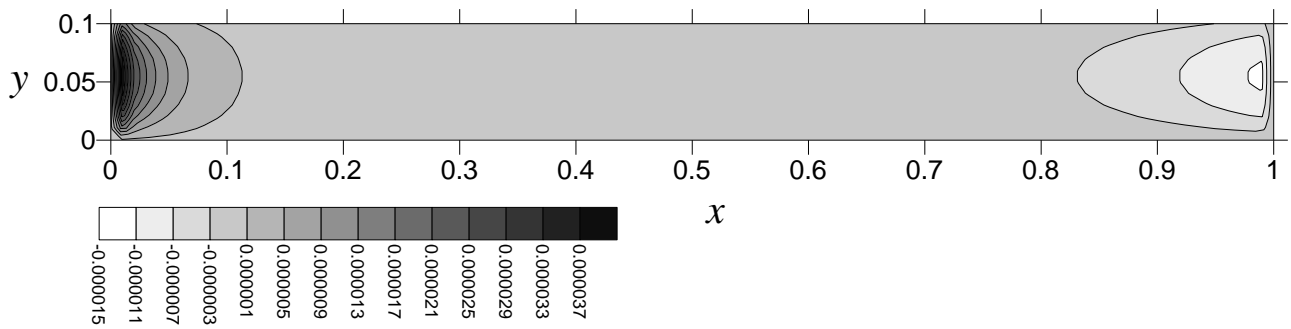


Рис. 3. Поля возмущений функции тока  $\psi_*$ .

Параметры расчёта:  $Pe = 10$ ,  $Rp = 0.01$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$

Для оценки интегрального поведения возмущений функции тока от параметров задачи вводится следующая характеристика:

$$I = \int_S |\psi(x, y, Rp, Pe)| dS. \quad (6)$$

На рисунке 4 приведена зависимость интегральной характеристики возмущений полей функции тока от чисел Пекле и Рэлея-Дарси.

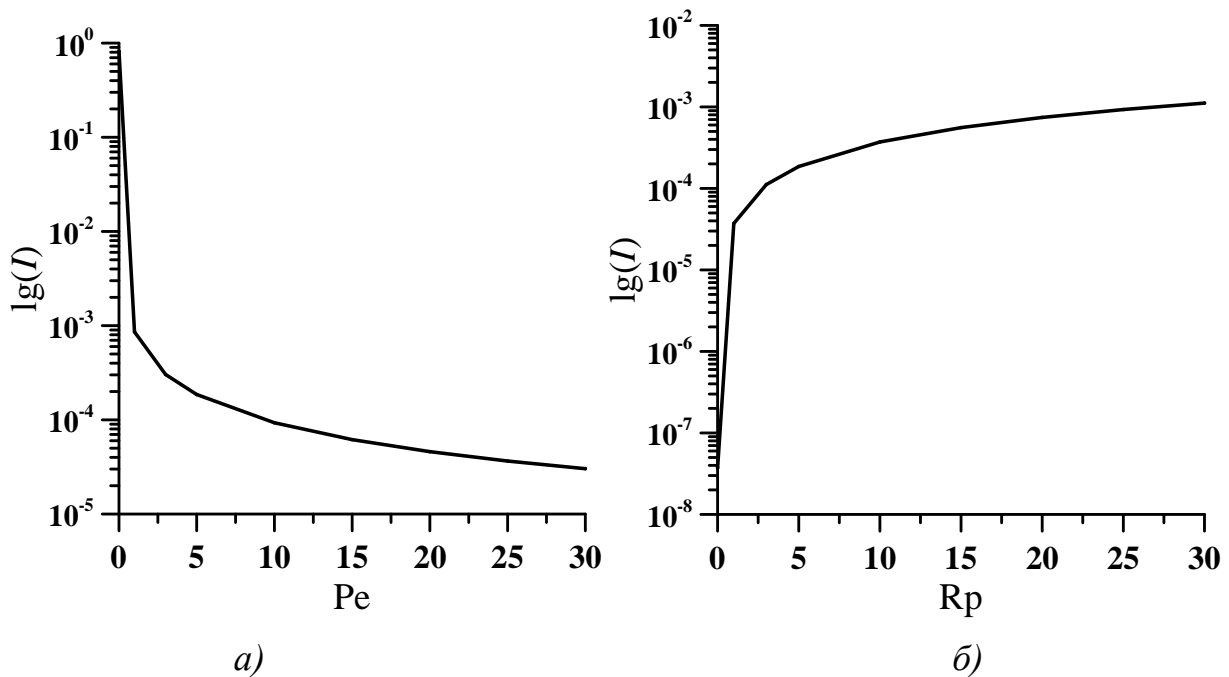


Рис. 4. а) Зависимость интегральной характеристики возмущений полей функции тока от параметра  $Pe$ ; б) зависимость интегральной характеристики возмущений полей функции тока от параметра  $Rp$

Рисунок 4а демонстрирует стабилизирующее влияние роста числа Пекле: увеличение скорости потока уменьшает интенсивность возникшего конвективного течения. Рисунок 4б показывает, что рост значений числа Рэлея-Дарси приводит к интенсификации возникшего конвективного течения.

## Заключение

Решена задача об устойчивости одномерного течения в прямоугольной области пористой среды в присутствии горизонтального перепада давления и концентрации. Показано, что рассматриваемое в бесконвективном случае течение является неустойчивым. Численно получены поля возмущений концентрации и функции тока для различных значений параметров. Проанализировано влияние безразмерных чисел Релея-Дарси и Пекле на возмущения функции тока. Работы выполнены в рамках бюджетной темы № 121112200078-7.

## Список литературы

1. *Nield D. A., Bejan A.* Convection in porous media // New York: Springer, 2006. 988 с.
2. *Deans H. A.* A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Vol. 3 (01). P. 49–52.
3. *Хабин М. Р., Марышев Б. С.* Идентификация параметров транспорта примеси через пористую среду с учётом закупорки // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2021. Вып. 3. С. 44–55.
4. *Van Genuchten M. T., Wierenga P. J.* Mass transfer studies in sorbing porous media I. Analytical solutions // Soil Science Society of America Journal. 1976. Vol. 40 (4). P. 473–480.
5. *Самарский А. А.* Введение в численные методы. Лань, 2009. 288 с.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КОНТАКТНЫЙ УГОЛ В РАСТВОРАХ ПАВ

В. А. Галишевский<sup>а</sup>, А. Д. Садовникова<sup>а</sup>, М. О. Кучинский<sup>а</sup>, К. А. Рыбкин<sup>а</sup>,  
Т. П. Любимова<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>б</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В настоящей работе методом плененного пузырька исследовано влияние ультразвукового воздействия на краевой угол смачивания. В качестве исследуемой поверхности была выбрана поверхность пластины аморфного кварца. Показано, что колебания пузырька, находящегося вблизи поверхности пластинки, вызванные воздействием ультразвука в дистиллированной воде, могут приводить к его отрыву от пластины. При добавлении в жидкость додециламин гидрохлорида происходит безвозвратное уменьшение контактного угла.

**Ключевые слова:** ультразвук; контактный угол; метод плененного пузырька

## EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF ULTRASONIC INFLUENCE ON THE CONTACT ANGLE IN SAS SOLUTIONS

V. A. Galishevskiy<sup>а</sup>, A. D. Sadovnikova<sup>а</sup>, M. O. Kuchinskiy<sup>а</sup>, K. A. Rybkin<sup>а</sup>,  
T. P. Lyubimova<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>б</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this paper, the effect of ultrasonic action on the contact angle of wetting is investigated by the captive bubble method. The surface of an amorphous quartz plate was chosen as the surface under study. It is shown that vibrations of a bubble located near the surface of the plate caused by ultrasound exposure in distilled water can lead to its separation from the plate. When dodecylamine hydrochloride is added to the liquid, the contact angle is irrevocably reduced.

**Keywords:** ultrasound; contact angle; captive bubble method

### Введение

Для управления краевым углом ( $\theta, ^\circ$ ) смачивания в промышленности применяются различные методы, одним из которых является механическая модификация структуры твердой поверхности, соприкасающейся с жидкостью [1, 2], при которой шероховатость поверхности растёт, и она хуже смачивается водой, т.е. становится гидрофобной. Контактный угол, измеренный методом лежащей капли, может также меняться при внешнем силовом воздействии, например, в [3] описаны явления гистерезиса при вибрации подложки с ультразвуковой (УЗ) частотой: в системах смачивания УЗ воздействие

безвозвратно уменьшает контактный угол, и для фиксированной частоты его уменьшение зависит от амплитуды ультразвука.

Особое влияние на контактный угол оказывает изменение концентрации поверхностно-активного вещества в жидкости [4–6]. В работе [7] была выявлена зависимость между смачиваемостью угольной пыли с разной степенью углефикации и характеристиками поверхностной активности типичных ионных жидкостей. Смачиваемость лигнита улучшилась незначительно, но смачиваемость каменного угля и антрацита значительно. Все комбинации ионных жидкостей оказывали сильное воздействие на смачиваемость и давали значительные эффекты.

Целью данного исследования является определение зависимости краевого угла смачивания поверхности кварцевой пластины от концентрации поверхностно активного вещества (ПАВ) додециламин гидрохлорида под действием ультразвука.

### Описание экспериментальной установки и методики обработки результатов измерений

В экспериментах использовалась кювета, имеющая форму параллелепипеда. (рис. 1а). Кювета была изготовлена из оргстекла толщиной 3 мм. В центральной части кюветы строго вертикально закреплялись исследуемые пластины. Для регистрации и измерения краевого угла смачивания поверхности использовались SSD камера Basler и коллимированный источник контрового света, оснащенный телецентрическими макрообъективами. Оптическая система позволяла измерять размер пузырьков вне зависимости от расстояния между ними и матрицей камеры. Минимальный размер фиксируемого пузырька для данной оптической схемы 48 мкм, при этом глубина резкости составляла 2 см. Пузырьки, находящиеся в объёме жидкости, имели четкие границы, в том числе те, что были прикреплены к поверхности пластины.

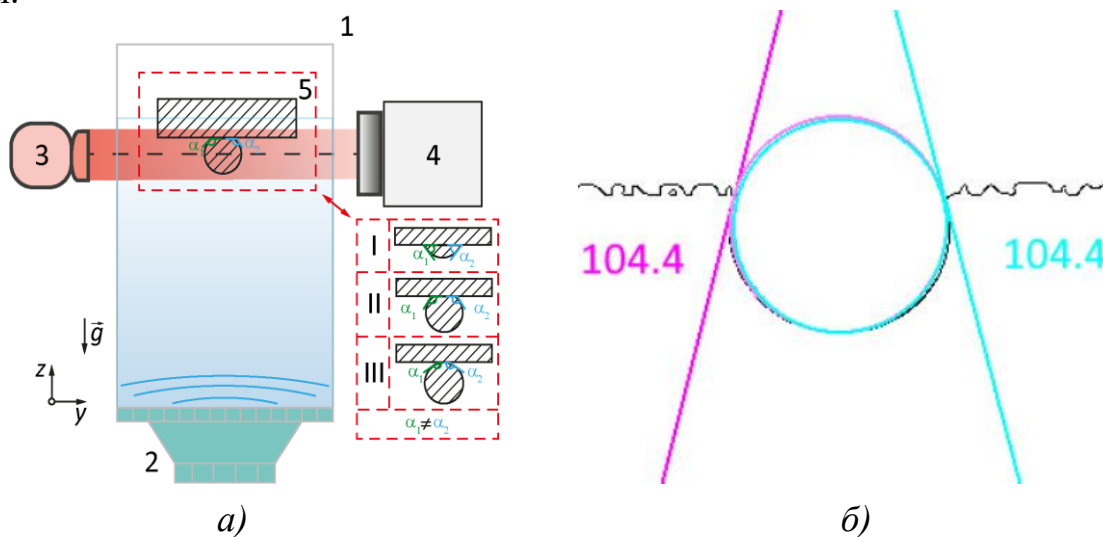


Рис. 1. а) Экспериментальная установка: 1) кювета –  $103 \times 103 \times 195$  мм<sup>3</sup>; 2) источник ультразвука,  $f = 28$  кГц,  $P = 32 - 45$  Вт; 3) коллимированный источник света; 4) камера Basler acA1920-155um; 5) исследуемые поверхности; б) результаты обработки фотографии

## Результаты и обсуждение экспериментов

Измерения контактных углов во время воздействия УЗ в дистиллированной воде были проведены для пузырьков на поверхности аморфного кварца. Во всех экспериментах наблюдались колебания поверхности пузырька. В некоторых экспериментах это приводило к отрыву пузырька от пластинки (рис. 2а, 2б). Средний контактный угол до воздействия УЗ на стекле составил  $132^\circ$ . Эксперименты показали, что в результате 40-секундного воздействия УЗ контактный угол уменьшается в среднем на  $8-10^\circ$ .

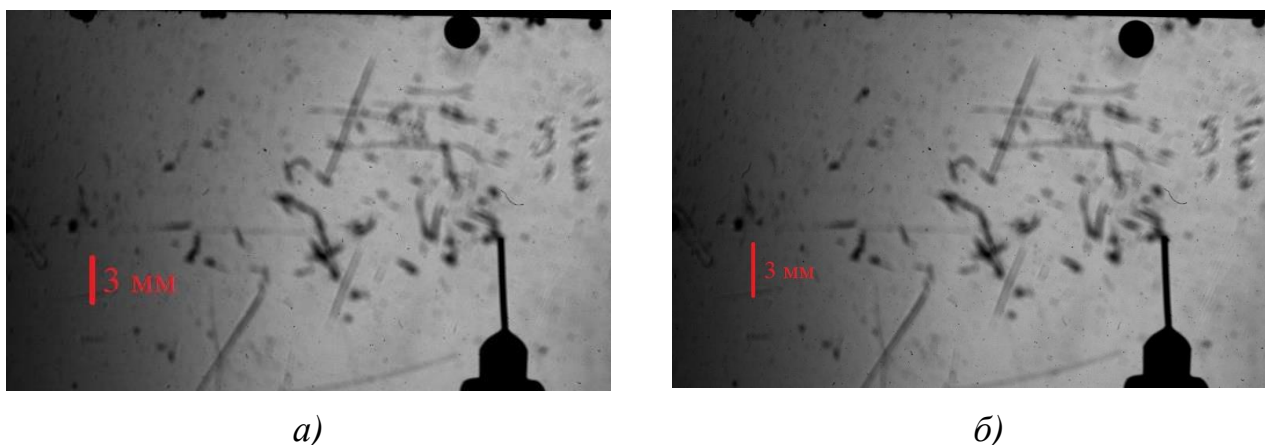


Рис. 2. а) Пузырек на пластинке до УЗ воздействия; б) отрыв пузырька от пластинки под действием УЗ

Были проведены 3 серии экспериментов для 3 разных концентраций ДАН равной 0,01 0,03 и 0,06 г/л соответственно. Как видно из рис. 3, контактный угол во всех трех сериях изменялся слабо. Большого изменения угла не происходит, потому что ДАН покрывает стеклянную пластинку полностью (монослоем) и слабо меняет физические свойства жидкости. Таким образом, пузырек, закрепляясь на пластинке, соприкасается лишь с верхним слоем ДАН, а слои под ним никак не влияют на поверхность пузырька.

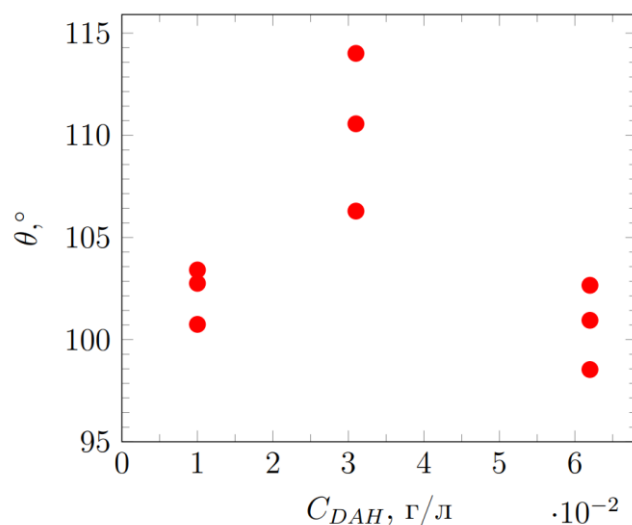
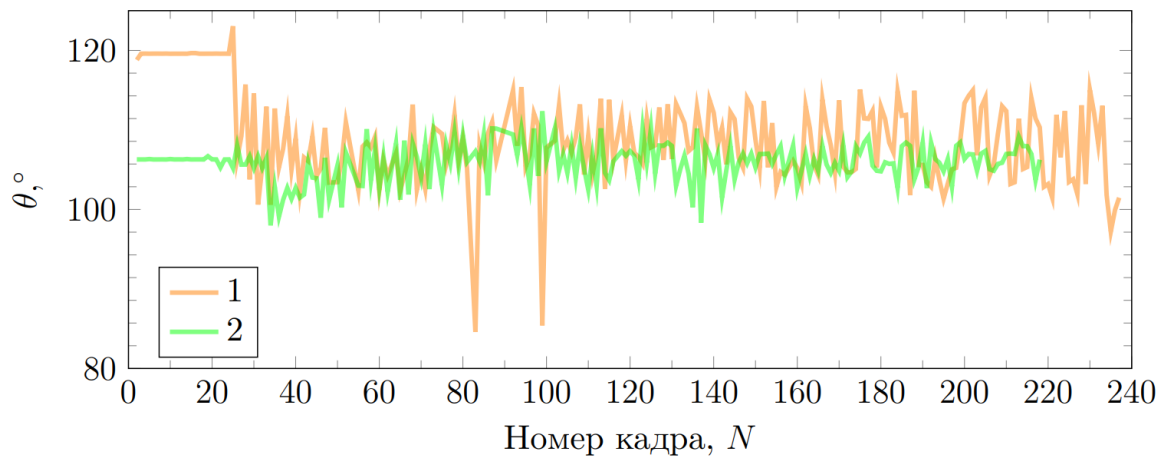


Рис. 3. Зависимость контактного угла от концентрации ДАН

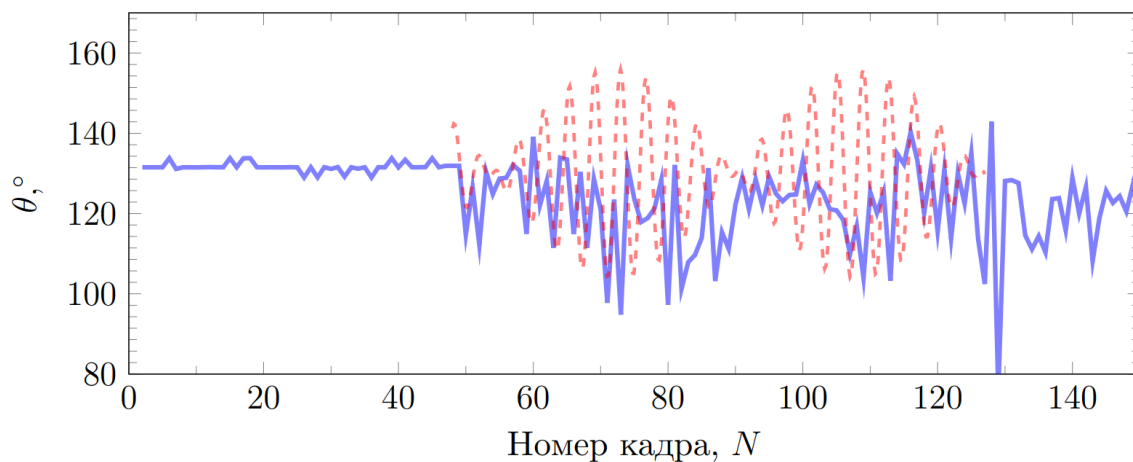


В эксперименте неизменными выдерживались такие параметры, как размер пузырька, расстояние от источника УЗ до пластинки, уровень воды в кювете. Однако невозможно точно зафиксировать положение пузырька на пластинке. Как видно из рис. 4, два пузырька при одной и той же концентрации ДАН могут колебаться по-разному, угол смачивания при этом также изменяется в некотором диапазоне. Такое поведение может быть связано с неравномерным распределением акустического давления в кювете.



*Рис. 4. Разность колебаний двух пузырьков*

В некоторых экспериментах с растворами ДАН наблюдалось сложение частоты собственных колебаний пузырька и частоты внешних колебаний УЗ воздействия. По-видимому, это происходило из-за разного положения пузырьков на пластинке. Как видно из рис. 5 амплитуда колебаний пузырька (синяя линия) сначала растет, потом уменьшается и так далее. Красная пунктирная кривая — результат сложения двух синусоидальных колебаний с частотами отличающимися на 10%.



*Рис. 5. Сложение собственных колебаний пузырька и частоты ультразвука*

### Список литературы

1. *Tong Z., Liu L., Yuan Z., Liu J., Lu J., Li L.* The effect of comminution on surface roughness and wettability of graphite particles and their relation with flotation // *Minerals Engineering*. 2021. Vol. 169. 106959.
2. *Wang T., Liang G., Li L., Zhou S., Shen S.* Droplet wetting propagation on a hybrid-wettability surface // *Langmuir*. 2021. Vol. 37(39). P. 11646-11656.
3. *Sarasua J. A., Rubio L. R., Aranzabe E., Vilela J. L. V.* Energetic study of ultrasonic wettability enhancement // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2021. Vol. 79. 105768.
4. *Кондратьев С. А.* Метод выбора структуры и состава углеводородного фрагмента молекулы собирателя // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. 2019. №. 3. С. 87–98.
5. *Liu Y. T., Li H. M., Gao M. Z., Ye S. Q. et al.* Experimental and molecular dynamics study into the surfactant effect upon coal wettability // *RSC Advances*. 2021. Vol. 11(40). P. 24543–24555.
6. *Fattalov O., Lyubimova T., Rybkin K., Kuchinskiy M.* Experimental study of the processes of formation, drift and levitation of vapor–gas bubbles in water containing surfactant under the action of ultrasound // *Microgravity Science and Technology*. 2021. Vol. 33. P. 1–7.
7. *Zhang W., Hu Q., Jiang S., Wang L., Chai J., Mei J.* Experimental study on coal dust wettability strengthened by surface active ionic liquids // *Environmental Science and Pollution Research*. 2022. Vol. 29(30). P. 46325–46340.

# О ВЛИЯНИИ УЛЬТРАЗВУКА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ФЛОТАЦИИ КВАРЦА

М. О. Кучинский

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Проведены эксперименты, направленные на изучение влияния ультразвукового (УЗ) воздействия в сонохимическом реакторе на процесс флотации кварца. Показано, что УЗ воздействие может оказывать положительное влияние на процесс флотационного разделения в случае кварца крупности  $0.2 < d < 0.5$  мм. В случае меньшей крупности  $d < 0.2$  мм ультразвуковое воздействие может отрицательно влиять на процесс флотации. Продемонстрировано также, что предварительная очистка поверхности кварца может значительно повысить эффективность флотационного разделения.

**Ключевые слова:** флотация; ультразвук; dodecylamine hydrochloride (DAH); кварц

## EFFECTS ARISING IN THE FLOTATION OF QUARTZ UNDER THE INFLUENCE OF ULTRASOUND

M. O. Kuchinskiy

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

Experiments were carried out aimed at studying the effect of ultrasonic treatment in a sonochemical reactor on the process of quartz flotation. It is shown that ultrasonic treatment can have a positive effect on the process of flotation separation in the case of quartz with a particle size of  $0.2 < d < 0.5$  mm. In the case of a smaller size  $d < 0.2$  mm, ultrasonic treatment can adversely affect the flotation process. It has also been demonstrated that preliminary cleaning of the quartz surface can significantly increase the efficiency of flotation separation.

**Keywords:** flotation; ultrasound; dodecylamine hydrochloride (DAH); quartz

### Введение

При решении многих технологических задач зачастую необходимы высокочистые вещества, для их получения используются различные обогатительные методы. К наиболее универсальному методу обогащения относят флотацию [1] ввиду ее простоты, высокой производительности [2], а также возможного использования в других технологических процессах, связанных с очисткой [3]. Флотационное разделение минералов всегда происходит при наличии поверхности раздела фаз, в зависимости от необходимого результата могут использоваться различные флотационные методы. Главным механизмом, лежащим в основе флотационного разделения, является проявление энергии межмолекулярных сил притяжения.

Так в основе пенной флотации лежит процесс взаимодействия относительно мелких минеральных частиц с вводимыми в суспензию воздушными пузырьками. Зачастую при этом поверхность частиц

предварительно обрабатывают с помощью специфических флотационных реагентов для гидрофобизации, вследствие чего пузырьки избирательно закрепляются на поверхности извлекаемых минералов и, совместно преодолевая силу тяжести, всплывают на поверхности жидкости с образованием пены. Стоит отметить, эффективность разделения образующихся в результате размола руд мелких и ультрадисперсных минеральных частиц является серьезной проблемой флотации, так как мелкие и сверхмелкие гидрофобные частицы плохо всплывают из-за низкой вероятности их прикрепления к пузырькам [4]. Решение подобных проблем требует комплексного подхода, поэтому на данном этапе исследователи стараются разбить процесс флотации на подпроцессы и рассмотреть влияние каждого [5–6]. Так, кроме основного процесса прилипания гидрофобных частиц к пузырькам воздуха и образования устойчивой пены, рассматривают другие подпроцессы (отрыва частиц от пузырьков, осыпания ценного компонента руды из пены), которые значительно уменьшают скорость и селективность флотации [6].

Для решения такого рода проблем исследователи и обогатители модифицируют флотационный процесс. Так исследования показали, что использование ультразвукового (УЗ) воздействия может повлиять на эффективность процесса флотации [7–8]. УЗ обработка флотационной пульпы, например, приводит к возникновению целого ряда эффектов. В жидкости при УЗ воздействии образуются кавитационные микропузырьки [9], кроме того могут возникать устойчивые агломераты, состоящие из воздушных пузырьков и твердых частиц; при УЗ воздействии может также происходить процесс очистки поверхностей от шламовых включений.

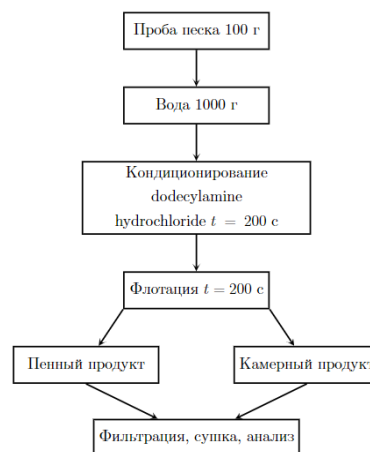
Целью данной работы является экспериментальное изучение влияния ультразвукового воздействия на процесс флотации кварца.

### **Экспериментальная установка и методика обработки измерений**

Флотационные эксперименты с кварцем проводились в лабораторной пневмомеханической флотационной машине ФМП-Л (ВЭКТИС минералз). Объем флотационной камеры составлял 1 л ( $694 \times 295 \times 535 \text{ мм}^3$  (В х Ш х Г), изготовленной из акрилового стекла толщиной 3 мм. В качестве реагента-собирателя был использован dodecylamine hydrochloride (ДАН) в различных концентрациях. Для создания ультразвуковых колебаний использовался источник ультразвука (УЗ) Bandelin HD 4200. Он был расположен на правой стенке флотационной камеры (рис. 1а). Скорость вращения импеллера в каждом эксперименте была постоянной и составляла 2000 об/мин, расход воздуха при этом составлял 4 л/мин. Опыты проводились в воде с  $\text{pH} = 8.2 - 8.3$ , уровень кислотности в ходе экспериментов фиксировался. Предварительно перед экспериментом кварц был сепарирован по размерам на две фракции с характерным диаметром частиц  $0.2 < d < 0.5 \text{ мм}$  и  $d < 0.2 \text{ мм}$ . В части экспериментов производилась предварительная очистка кварца в воде ( $\text{pH} = 8.2 - 8.3$ ). Для этого руда помещалась в флотационную камеру с включенным импеллером – 2200 оборотов, на 200 секунд без подачи воздуха,



а)



б)

Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) схема флотационного обогащения

после чего обрабатывалась 200 секунд с подачей воздуха, данный процесс повторялся 3 раза, после чего производилась сушка в сушильном шкафу Binder FD 53.

В ходе эксперимента (рис. 1б) во флотационную камеру загружалось 100 г кварцевого песка определенной крупности и степени очистки. После чего добавлялся 1 л воды, затем производился процесс агитации (пульпа подготавливается к процессу флотации путем интенсивного перемешивания) с УЗ воздействием, при этом в жидкость добавлялся флотационный реагент ДАН в различных концентрациях. После непрерывной УЗ обработки в течении 200 секунд УЗ выключался и инициировался процесс флотации, который также длился 200 секунд. В результате флотации выделялось два вида продуктов: пенный (сфлотированный) и камерный (руда, оставшаяся на дне флотационной камеры). Далее происходила фильтрация и сушка, а также оценка эффективности флотационного разделения при заданных параметрах

## Результаты

В начале исследований изучалась эффективность флотации при различных концентрациях флотационного реагента ДАН (рис. 2а) для фракций кварца различной крупности в отсутствии УЗ. Результаты флотационных экспериментов (рис. 2а) показали линейную зависимость извлечения руды от концентрации ДАН (синяя и красная пунктирная линия), также эксперименты фиксируют различную эффективность флотации в зависимости от фракции. Так мелкая фракция кварца ( $d < 0.2$  мм) флотируется при меньшей концентрации, нежели крупная фракция ( $0.2 < d < 0.5$  мм).

Затем было исследовано влияние мощности УЗ на процесс флотации для крупной ( $0.2 < d < 0.5$  мм) фракции кварцевого песка с фиксированной концентрацией собирателя ( $C_{\text{ДАН}} = 0.04$  г/л). Оказалось, что между мощностью УЗ и массой пенного продукта (сфлотированного кварца) также наблюдается линейная зависимость. При этом стоит отметить, что для ( $0.2 < d < 0.5$  мм)

фракции УЗ воздействие оказывает положительное влияние на эффективность флотационного разделения.

После чего исследованию подвергся вклад УЗ воздействия в зависимости от чистоты руды. Для этого рассматривалась флотация мелкой ( $d < 0.2$  мм) фракции. Рис. 2б показывает, что предварительная очистка оказывает более значительное влияние на эффективность флотации. При этом использование УЗ в процессе агитации в случае предварительно очищенного кварца ( $d < 0.2$  мм) оказывает негативное воздействие (рис. 2б – черные точки).

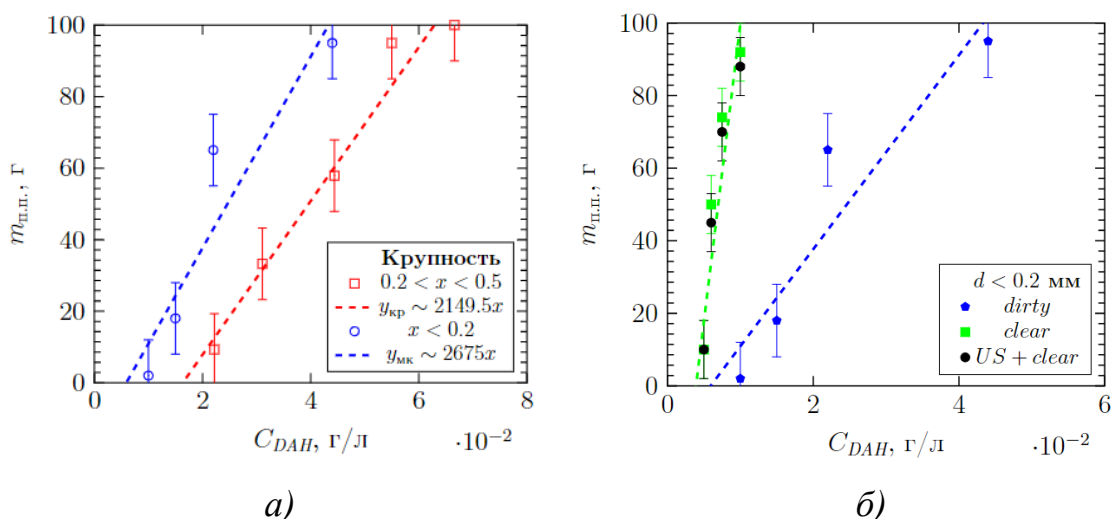


Рис. 2. а) Зависимость массы пенного продукта от интенсивности УЗ;  
б) зависимость массы пенного продукта от концентрации ДАН  
для фракции ( $d < 0.2$  мм) кварца

### Выводы

Исследование показало, что УЗ воздействие может приводить к повышению эффективности флотационного разделения для крупной фракции ( $0.2 < d < 0.5$  мм) кварца. Флотационные эксперименты, проведенные для мелкой фракции кварца ( $d < 0.2$  мм), продемонстрировали, что УЗ воздействие может отрицательно повлиять на процесс разделения. Подобный эффект также фиксируется другими авторами, например, применительно к флотации солей [7]. Кроме того, в ходе экспериментов удалось продемонстрировать влияние предварительной очистки руды. Так предварительная очистка может количественно изменить эффективность флотационного разделения, и ее влияние может оказаться в разы выше в сравнении с УЗ воздействием.

### Список литературы

1. Абрамов А. Флотационные методы обогащения. Litres, 2016. 595 с.
2. Jameson G. J. Flotation cell development // The AusIMM Annual Conference. Broken Hill, New South Wales, Australia, 1992. P. 17–21.
3. Kyzas G. Z., Matis K. A. Flotation in water and wastewater treatment // Processes. 2018. Vol. 6(8). 116.

4. Wang C., Wang P., Tan X., Huang G., Kou J., Sun C., Liu Q. Selective aggregation of fine quartz by polyaluminum chloride to mitigate its entrainment during fine and ultrafine mineral flotation. // Separation and Purification Technology. 2021. Vol. 279. 119606.
5. Zhang W., Yuan Q., Jia S., Li Z., Yin X. Multi-objective optimization of forth flotation process: an application in gold ore. // Sustainability. 2021. Vol. 13(15). 8314.
6. Amaral I., Cavalcante L., Fabris J., Prat B., Reis A. Use of mining tailings or their sedimentation and flotation fractions in a mixture with soil to produce structural ceramics // Sustainability. 2021. Vol. 13(2). 911.
7. Filippov L. O., Filippova I. V., Barres O., Lyubimova T. P., Fattalov O. O. Intensification of the flotation separation of potash ore using ultrasound treatment \\ Minerals Engineering. 2021. Vol. 171. 107092.
8. Chen Y., Truong V. N., Bu X., Xie G. A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // Ultrasonics sonochemistry. 2020. Vol. 60. 104739.
9. Lyubimova T., Rybkin K., Fattalov O., Kuchinskiy M., Filippov L. Experimental study of temporal dynamics of cavitation bubbles selectively attached to the solid surfaces of different hydrophobicity under the action of ultrasound // Ultrasonics. 2021. Vol. 117. 106516.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УЛЬТРАЗВУКА НА ГЕНЕРАЦИЮ ВОЗДУШНЫХ ПУЗЫРЬКОВ В РАСТВОРАХ ПАВ

А. Д. Садовникова<sup>a</sup>, В. А. Галишевский<sup>a</sup>, К. А. Рыбкин<sup>a</sup>, М. О. Кучинский<sup>a</sup>,  
Т. П. Любимова<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Работа посвящена экспериментальному исследованию влияния ультразвука на генерацию и динамику воздушных пузырьков в растворах ПАВ и соли NaCl. Эксперименты для растворов NaCl и sodium dodecyl sulfate (SDS) различной концентрации показали возможность управления диаметром и количеством образующихся воздушных пузырьков. Определена концентрация NaCl, приводящая к ингибированию влияния SDS на распределение пузырьков по размеру. Исследовано воздействие ультразвука на раствор с фиксированной концентрацией ПАВ, результатом которого является уменьшение среднего диаметра пузырьков и значительное увеличение их количества.

**Ключевые слова:** воздушные пузырьки; ПАВ; ультразвук; коалесценция

## INVESTIGATION OF THE EFFECT OF ULTRASOUND ON THE GENERATION OF AIR BUBBLES IN SURFACTANT SOLUTIONS

A. D. Sadovnikova<sup>a</sup>, V. A. Galishevskiy<sup>a</sup>, K. A. Rybkin<sup>a</sup>, M. O. Kuchinskiy<sup>a</sup>,  
T. P. Lyubimova<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work is devoted to the experimental study of the effect of ultrasound on the generation and dynamics of air bubbles in surfactant solutions and NaCl salts. Experiments for solutions of NaCl and sodium dodecyl sulfate (SDS) of different concentrations have shown the possibility of controlling the diameter and number of air bubbles formed. The concentration of NaCl leading to the inhibition of the effect of SDS on the bubble size distribution was determined. The effect of ultrasound on a solution with a fixed concentration of surfactants has been studied, which results in a decrease in the average diameter of the bubbles and a significant increase in their number.

**Keywords:** air bubbles; surfactants; ultrasound; coalescence

### Введение

Флотация является наиболее эффективным методом разделения, используемым для обогащения минерального сырья, из-за ее высокой производительности и способности отделять мелкие минеральные частицы



ценной породы, в то время как другие методы физического разделения не работают или требуют специфических условий [1]. Осуществляя контроль над характеристиками системы (размеры и количество пузырьков и твердых частиц, концентрация химических веществ в растворе, температуры пульпы и др.), можно добиться оптимизации флотационного разделения, так как от данных параметров напрямую зависит вероятность закрепления гидрофобных частиц на поверхности пузырька [2, 3].

Генерация пузырьков с помощью микропористой мембраны является одним из способов генерации флотационных пузырьков. Использование данного метода в присутствии поверхностно-активных веществ (ПАВ) позволяет регулировать размеры и количество воздушных пузырьков в широком диапазоне значений [4]. Поверхности частиц могут быть избирательно гидрофобизированы с использованием флотационных реагентов, в результате чего меняется сила взаимодействия воздушных пузырьков как друг с другом, так и с твердой поверхностью; это приводит, например, к ингибированию коалесценции, что в свою очередь может оказывать положительное влияние на флотацию [5].

Одним из видов внешнего воздействия, способных положительно повлиять на флотационное разделение руд, является использование ультразвука (УЗ) [6]. Существует ряд гипотез, объясняющих такое поведение, одна из них – образование кавитационных микропузырьков в жидкости, которые, участвуя в закреплении относительно крупных пузырьков на поверхности твердых частиц, могут повысить эффективность процесса флотации [6].

Цель настоящей работы состоит в экспериментальном исследовании генерации воздушных пузырьков с помощью асимметрично смачиваемой мембраны в водных растворах ПАВ, изучении дрейфа пузырьков и агломератов и влияния ультразвука на данную систему.

### **Описание экспериментальной установки и методика обработки результатов измерений**

В работе использовалась кювета в форме параллелепипеда с размерами  $235 \times 240 \times 35 \text{ мм}^3$ , которая была изготовлена из акрила толщиной 3 мм (рис. 1а). Для генерации пузырьков применялись асимметрично смачиваемая мембрана (сторона, находящаяся в жидкости, дополнительно гидролизует молекулами SDS), водяной насос, воздушный компрессор. Насос создавал сдвиговый поток жидкости, срывающий с поверхности мембраны воздушные пузырьки, таким образом происходила их генерация. В экспериментах применялись водные растворы ПАВ sodium dodecyl sulfate (SDS). Пузырьки регистрировались с помощью высокоскоростной камеры, оснащенной телецентрическим макрообъективом, с контрольным источником света. Для отделения крупных пузырьков от области съемки использовался оргстеклянный ограничитель. Полученные изображения (рис. 1б) проходили процесс программной обработки, по результатам которой были построены гистограммы распределения пузырьков по диаметру.

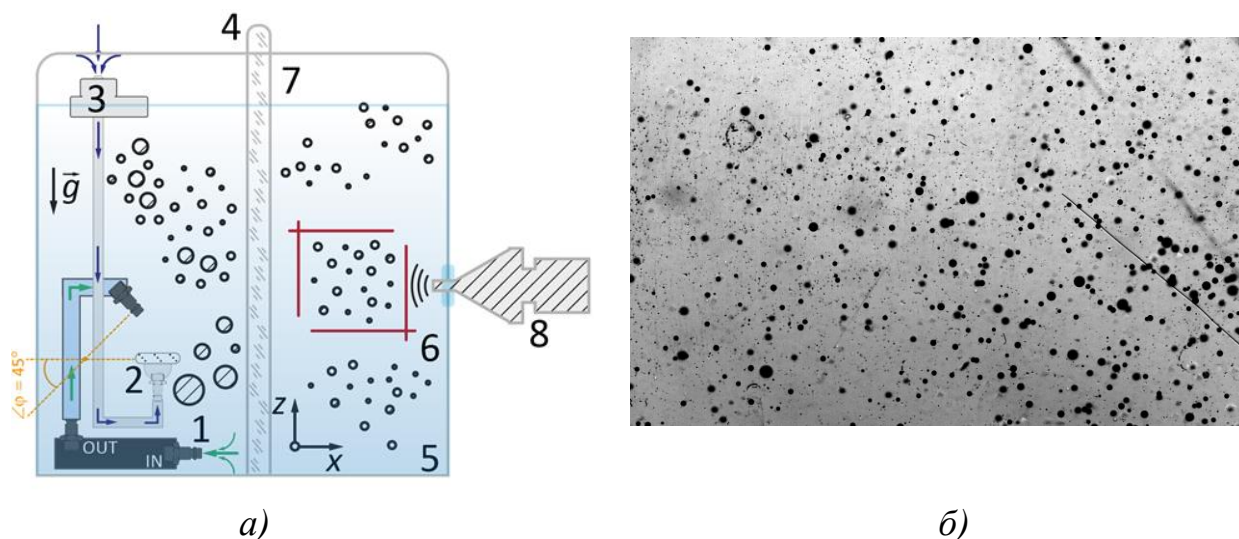


Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) регистрируемое камерой изображение, подвергающееся программной обработке

### Результаты экспериментов и обсуждение

Используемая в эксперименте мембрана – ассиметрично-смачиваемая, то есть одна её сторона относительно гидрофобна, а другая гидрофильна. Введение ПАВ дополнительно гидрофилизует поверхность мембраны, что приводит к уменьшению краевого угла смачивания между поверхностью мембраны и пузырьком. Пузырьки при этом принимают сферическую форму, их размеры уменьшаются, и они хуже закрепляются на поверхности мембраны.

На построенных в результате программной обработки гистограммах видно, что при увеличении концентрации ПАВ от 0 до 3.5 ммоль/л наблюдается уменьшение среднего диаметра пузырьков при одновременном увеличении их количества (рис. 2а), а при дальнейшем увеличении концентрации происходит помутнение раствора вследствие уменьшения диаметра пузырьков и явлений высаливания и мицеллообразования, в этом случае регистрация результата эксперимента становится невозможной. Эксперименты с совместным использованием SDS и солей NaCl, продемонстрировали ингибирование влияния SDS на уменьшение размера пузырьков, при этом гистограмма распределения по диаметру повторяет распределение при нулевой концентрации реагентов, однако общее количество пузырьков значительно превышает первоначальное (рис. 2б).

Затем была проведена серия экспериментов с использованием ультразвукового источника, излучающего звуковые волны частотой 20 кГц. После включения ультразвука количество и концентрация пузырьков уменьшается, мелкие пузырьки объединяются в более крупные, оседают на стенках кюветы и поднимаются вверх под действием подъемной силы (рис. 3а).

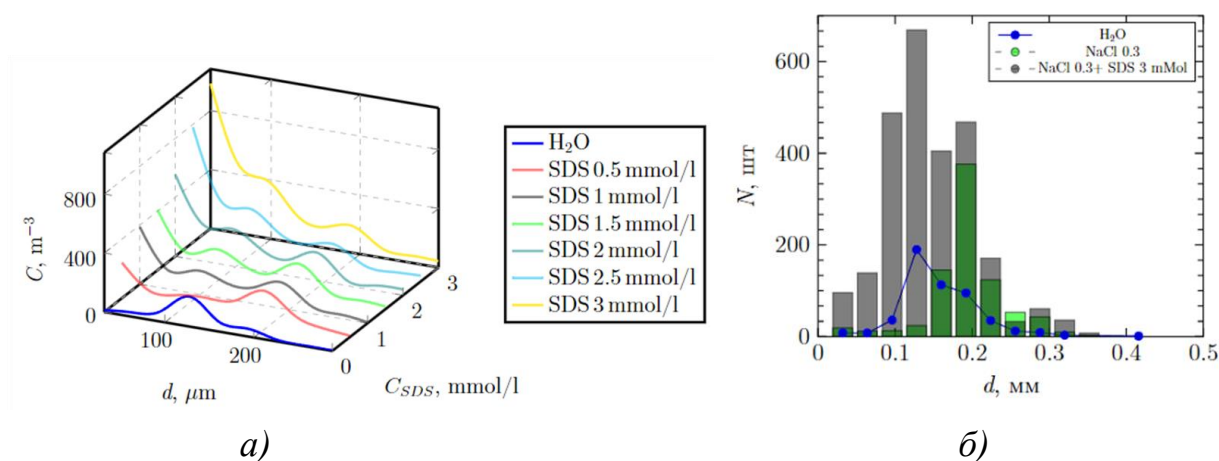


Рис. 2. Распределение воздушных пузырьков в растворе по диаметру:  
 а) при различных концентрациях SDS [4]; б) при совместном использовании SDS и NaCl

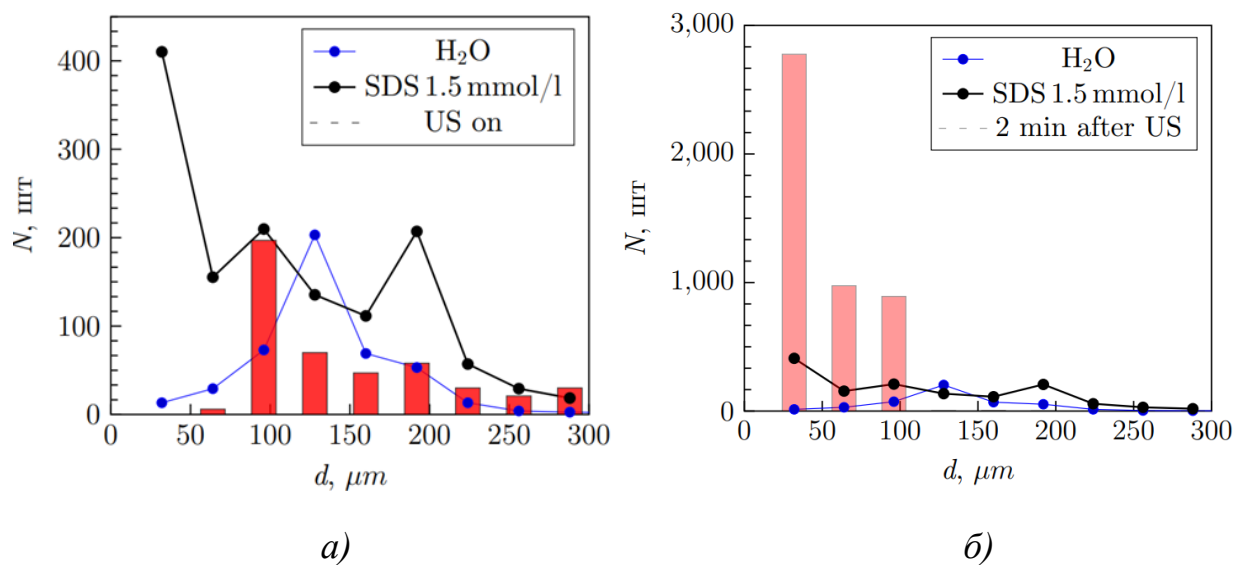
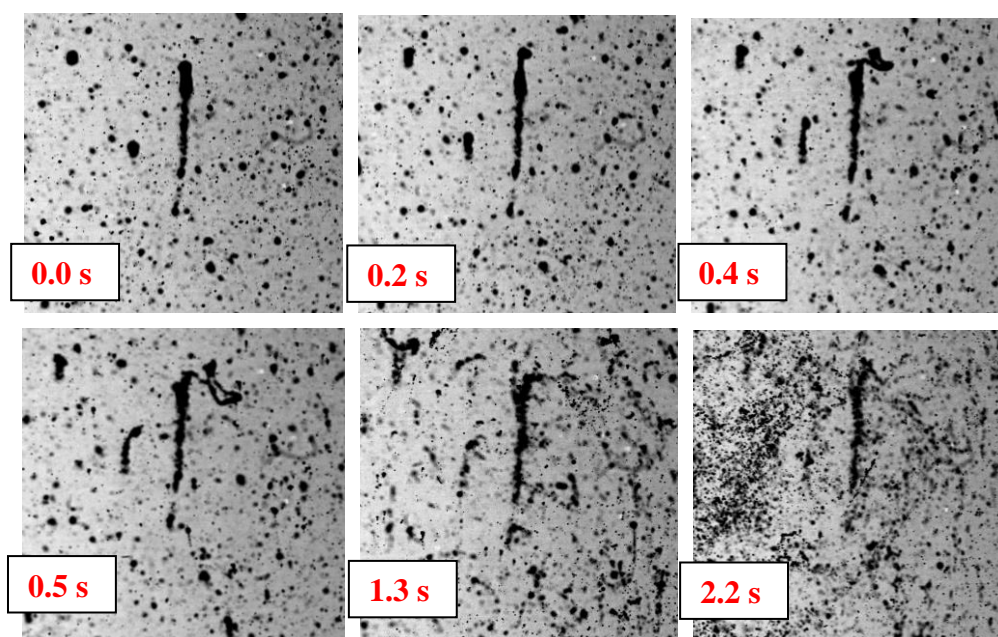


Рис. 3. Распределение воздушных пузырьков по диаметру при концентрации SDS 1.5 ммоль/л на разных этапах эксперимента:  
 а) при включенном УЗ; б) через 2 минуты после отключения УЗ

В момент отключения ультразвука они «рассыпаются», образуя мелкие пузырьки, количество которых во много раз превышает первоначальное (рис. 4). Регистрация диаметров пузырьков и их количества затрудняется, т.к. размеры пузырьков оказываются меньше регистрируемых камерой, но даже в этом случае можно сделать вывод, что УЗ воздействие приводит к уменьшению диаметра и увеличению количества пузырьков (рис. 3б).



*Рис. 4. Разрушение воздушных пузырьков при концентрации 1.5 ммоль/л в момент отключения УЗ*

### **Выводы**

Экспериментально исследовано влияние концентрации ПАВ (SDS) (0.0 – 3.0 ммоль/л) на диаметр и количество газовых пузырьков, генерируемых в жидкости с помощью асимметрично-смачиваемой микропористой кварцевой мембраны. Показано, что при увеличении концентрации ПАВ происходит рост объёмной концентрации пузырьков в растворе, при этом средний диаметр образуемых пузырьков уменьшается. Обнаружено, что при концентрации  $> 3.5$  ммоль/л происходит помутнение раствора ПАВ; это затрудняет определение диаметра пузырьков, что связано как с процессом высаливания, так и с образованием пузырьков, диаметром менее 48 мкм которые не могут быть надежно зафиксированы камерой. Рассмотрено воздействие ультразвука на раствор с фиксированной концентрацией ПАВ (1.5 ммоль/л). При включении ультразвука часть пузырьков коалесцирует, осаждается на стенках кюветы и под действием подъемной силы всплывает, в результате чего постепенно происходит дегазация жидкости. В момент отключения ультразвука пузырьки, закрепившиеся ранее на стенках кюветы, разрушаются с образованием большого количества пузырьков с размерами, меньшими регистрируемых камерой.

### **Список литературы**

1. *Jameson G. J.* Flotation cell development // The AusIMM Annual Conference. Broken Hill, New South Wales, Australia, 1992. P. 17–21.
2. *Wang D., Liu Q.* Hydrodynamics of froth flotation and its effects on fine and ultrafine mineral particle flotation: A literature review // Minerals Engineering. 2021. Vol. 173. 107220.

3. *Nazari S., Hassanzadeh A., He Y., Khoshdast H., Kowalczyk P. B.* Recent developments in generation, detection and application of nanobubbles in flotation // *Minerals*. 2022. Vol. 12(4). 462.
4. *Rybkin K., Kuchinskiy M., Lyubimova T., Kozlov M., Fattalov O., Fattakhova I., Sinitsyna V.* Method of generation, measurement of the size and number of microbubbles in NaCl and SDS solutions of different concentrations // *Journal of Physics: Conference Series*. 2022. Vol. 2317(1). 012007.
5. *Firouzi M., Howes T., Nguyen A. V.* A quantitative review of the transition salt concentration for inhibiting bubble coalescence // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2015. Vol. 222. P. 305–318.
6. *Chen Y., Truong V. N., Bu X., Xie G.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2020. Vol. 60. 104739.

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО БИХ-ФИЛЬТРА МЕТОДОМ БИЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ

С. И. Азанов, А. В. Манцуоров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной публикации рассматривается процесс разработки оконного приложения-фильтра. Приложение написано на Windows Forms с использованием языка программирования C#, в среде разработки Visual Studio. Программа умеет рассчитывать БИХ-фильтр любого порядка, обладает возможностью считывания сигнала формата .txt, с последующей возможностью фильтрации и конвертации чистого сигнала в текстовый документ. Реализован фильтр нижних частот Баттерворта.

**Ключевые слова:** БИХ-фильтр; билинейное преобразование

## DEVELOPMENT OF A DIGITAL IIR FILTER BY THE BILINEAR CONVERSION METHOD FOR ANALOGUE-DIGITAL TRANSFORMATION

S. I. Azanov, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

This publication covers the process of developing a windowed filter application. The application is written in Windows Forms using the C# programming language in the Visual Studio development environment. The program can calculate an IIR filter of any order, has the ability to read a .txt signal, with the subsequent ability to filter and convert a pure signal into a text document. Implemented a Butterworth low-pass filter.

**Keywords:** IIR-filter; bilinear transformation

Целью данной работы является разработка приложения, которое будет обрабатывать различные сигналы с помощью БИХ-фильтра заданного порядка (в приложении можно будет гибко настроить тип фильтра и его порядок). На выходе приложение должно выдавать новый, отфильтрованный сигнал.

БИХ-фильтры – цифровые фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (от англ. IIR – Infinite Impulse Response), другими словами – рекурсивный фильтр. Основан на принципе обратной связи, имеет бесконечную длину во временной области, а передаточная функция имеет дробно-рациональный вид [1]. Рассмотрим основной метод расчета передаточной функции цифрового фильтра  $H(z)$  на основе передаточной функции аналогового фильтра  $H(s)$  – метод билинейного преобразования. Переход от  $H(s)$  к  $H(z)$  цифрового фильтра можно осуществить конформным преобразованием  $z = \exp(s * T)$ , где  $T$  – период дискретизации сигнала. Но осуществлять

экспоненциальное отображение плоскости  $s$  в плоскость  $z$  крайне неудобно, поскольку нам бы хотелось иметь дробно-рациональную подстановку, которую мы умеем вычислять. Поэтому, в данной работе используется билинейное преобразование. Билинейное преобразование осуществляется следующей подстановкой:

$$s = \frac{2}{T} * \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}. \quad (1)$$

Подстановка (1) даёт возможность рассчитать коэффициенты цифрового фильтра любого порядка [2].

Дробно-рациональная подстановка реализует билинейное преобразование аналогового фильтра в цифровой [3]. Разберёмся с реализацией. Допустим, что у нас есть  $H(s)$ . Её вид можно записать следующим образом:

$$H(s) = \frac{\sum_{n=0}^N b_n * s^n}{a_0 + \sum_{m=1}^M a_m * s^m}. \quad (2)$$

Выполним подстановку (1) в (2):

$$G(z) = H(R(z)) = \frac{\sum_{n=0}^N b_n * R^n(z)}{a_0 + \sum_{m=1}^M a_m * R^m(z)}. \quad (3)$$

$R(z)$  – дробно-рациональная функция вида (4), характеризующая модель определённого фильтра.

$$R(z) = \frac{\sum_{p=0}^P \beta_p * z^p}{\alpha_0 + \sum_{q=1}^Q \alpha_q * z^q}. \quad (4)$$

Когда мы разобрались со всеми подстановками, можно заняться поиском коэффициентов фильтра [4]. Передаточную функцию фильтра нижних частот можно записать следующим образом:

$$H(s) = \frac{H_0}{(1 + a_0 s + b_0 s^2) * (1 + a_1 s + b_1 s^2) * ... * (1 + a_n s + b_n s^2)}. \quad (5)$$

Здесь коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  имеют строго определённые, положительные значения для конкретных приближений, например, приближение Баттерворта, Чебышева и т.д. Индекс  $n$  связан с порядком фильтра  $N$  следующим образом:

1. для четных порядков:  $n = N/2$ ;
2. для нечетных порядков:  $n = (N + 1)/2$ .



Мы можем представить передаточную функцию фильтра в виде матрицы:

$$H(s) = \begin{pmatrix} 1 & a_0 & b_0 \\ 1 & a_1 & b_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & a_n & b_n \end{pmatrix}.$$

Таким образом, мы представили её в нашей программе. Осталось рассчитать коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$ , раскрыть скобки и сгруппировать по степеням  $s$ . Рассчитываем фильтр Баттерворта:

1. Для четных порядков ( $i = 0, \dots, n-1$ ):

$$a_i = 2 * \cos \frac{(2*i-1)*\pi}{2*n}; \quad b_i = 1.$$

2. Для нечетных порядков ( $a_0 = 1; b_0 = 0; i = 1, \dots, n-1$ ):

$$a_i = 2 * \cos \frac{(i-1)*\pi}{n}; \quad b_i = 1.$$

Программное раскрытие скобок и группировка заключается в применении линейной свёртки (рис. 1) [5]:

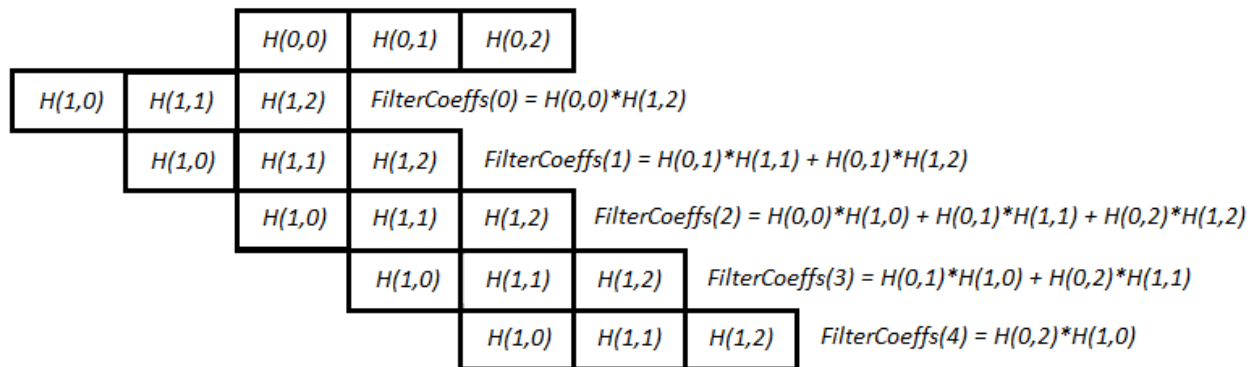


Рис. 1. Общий вид линейной свёртки

Далее полученные коэффициенты необходимо преобразовать, т.к.  $FilterCoeffs_i$  являются коэффициентами аналогового фильтра. Применим билинейное преобразование:

$$FilterCoeffs_i = FilterCoeffs / (\pi * T * f_{cutoff})^i.$$

Здесь  $T$  – период дискретизации,  $f_{cutoff}$  – частота среза. Теперь можно представить передаточную функцию (5) следующим образом:

$$H(s) = \frac{H_0}{FilterCoeffs_N * z^N + FilterCoeffs_{N-1} * z^{N-1} * \dots * FilterCoeffs_0}. \quad (6)$$

Теперь вычислим фильтрующие коэффициенты –  $x$  и  $y$ . По ним будут строиться показательные графики фильтра – АЧХ и ФЧХ. Как раз сейчас нам



понадобится пересчитывать передаточную функцию  $H(s)$  (6).

Представим  $R(z)$  следующим образом:

$$R(z) = \frac{B(z)}{A(z)}.$$

Тогда

$$G(z) = H(R(z)) = \frac{\sum_{n=0}^N b_n * \left( \frac{B(z)}{A(z)} \right)^n}{a_0 + \sum_{m=1}^N a_m * \left( \frac{B(z)}{A(z)} \right)^m} = \frac{\sum_{n=0}^N b_n * A^{N-n}(z) * B^n(z)}{\sum_{m=0}^N a_m * A^{N-m}(z) * B^m(z)}.$$

Коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  у нас найдены, осталось найти произведение матриц  $A(z)$  и  $B(z)$ , т.к. искомые фильтрующие коэффициенты  $x$  и  $y$  получаются, если просуммировать элементы матриц по столбцам. Произведение матриц будем вычислять с помощью линейной свёртки:

$$G(z) = \frac{\sum_{n=0}^N b_n * A^{N-n}(z) * B^n(z)}{\sum_{m=0}^N a_m * A^{N-m}(z) * B^m(z)} = \frac{\sum_{n=0}^{N*P} x_n * z^n}{\sum_{m=0}^{N*P} y_m * z^m},$$

$$x_n = \sum_{k=0}^N ND(k+1, n) * b_k,$$

$$y_m = \sum_{k=0}^N ND(k+1, m) * a_k.$$

Здесь матрица  $ND$  – произведение матриц  $A(z)$  и  $B(z)$ .

На рис. 2 и рис. 3 демонстрируется интерфейс разработанного приложения. В качестве обрабатываемых сигналов используются записи ФПГ и ЭКГ с большим уровнем шума. Программа позволяет выбрать тип фильтра, его порядок, вид аппроксимации, частоту среза, период дискретизации, а также указать название обрабатываемого файла. В левой части приложения расположены исходный и обработанный сигналы, справа расположены показательные графики заданного фильтра (АЧХ, ФЧХ). При нажатии кнопки «Выгрузить сигнал» создаётся новый файл с отфильтрованным сигналом.

При создании отфильтрованного файла программа маркирует его определённым образом – добавляется пометка «FILTERED», которая говорит о том, что сигнал прошёл этап фильтрации. Также добавляется пометка «N\_CATEGORY», обозначающая порядок фильтра, которым производилась обработка.

В настоящее время приложение принимает любой текстовый файл с цифровыми отсчётами сигнала, рассчитывает нужный фильтр по введённым параметрам, обрабатывает входные данные и конвертирует их в новый файл.

Приложение можно модернизировать, добавив реализацию полосового и режекторного фильтров.

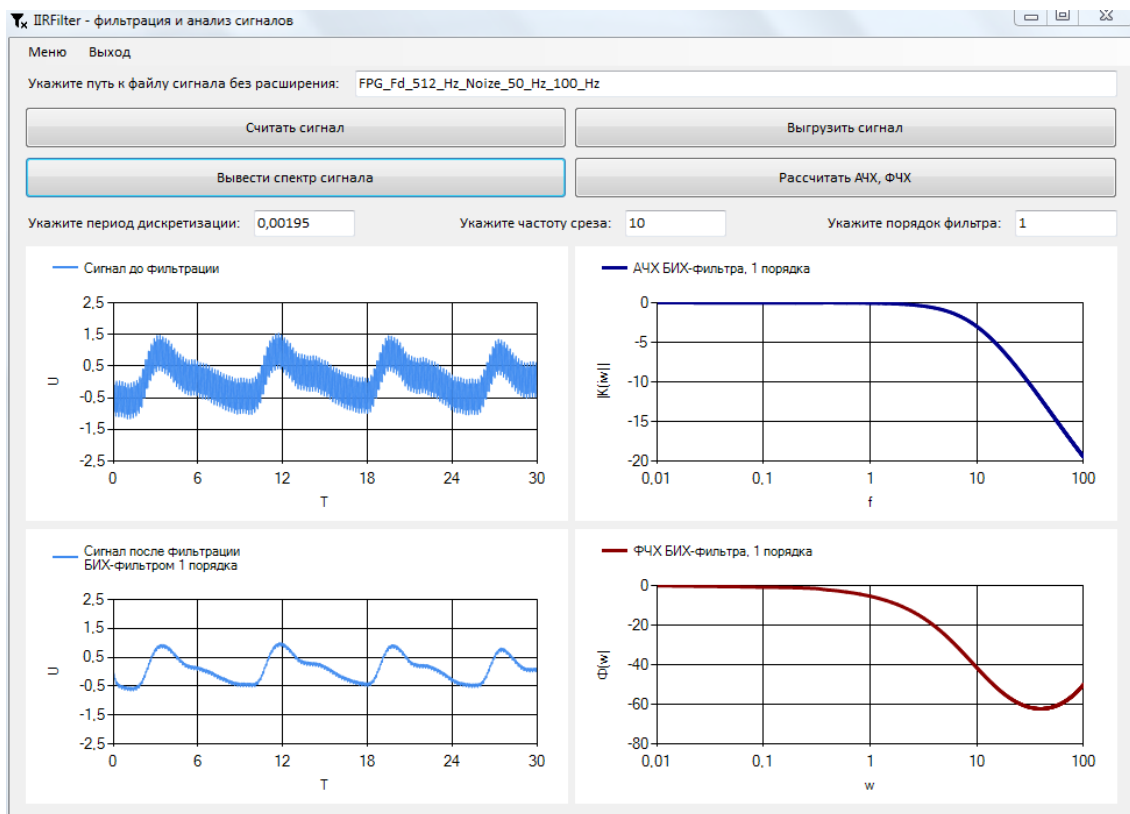


Рис. 2. Внешний вид приложения



Рис. 3. Внешний вид приложения (другой сигнал)

### Список литературы

1. Структуры цифровых фильтров и их характеристики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.dsplib.ru/content/filters/ch10/ch10.html> (дата обращения: 17.05.2023).
2. Расчет передаточной характеристики БИХ фильтра на основе аналогового фильтра. Билинейное преобразование [Электронный ресурс]. URL: <http://www.dsplib.ru/content/filters/bilinear/bilinear.html> (дата обращения: 25.05.2023)
3. Алгоритм расчета дробно-рациональной подстановки [Электронный ресурс]. URL: <http://www.dsplib.ru/content/subst/subst.html> (дата обращения: 05.06.2023)
4. *Титце У., Шенк К.* Полупроводниковая схемотехника. 1982. 512 с.
5. Линейная и циклическая свертка [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.dsplib.org/content/conv/conv.html> (дата обращения: 15.06.2023)

# **РАЗРАБОТКА ФУНКЦИОНАЛЬНОГО НИЗКОЧАСТОТНОГО ГЕНЕРАТОРА ПРЯМОГО СИНТЕЗА С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ БИОЛОГИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ЧЕЛОВЕКА**

А. А. Андреева, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной публикации рассматривается процесс проектирования и разработки функционального низкочастотного генератора прямого синтеза на базе микроконтроллера STM32F303VCT6 с возможностью воспроизведения биологических сигналов человека. В данной работе реализован синтез таких сигналов, как ЭКГ (электрокардиограмма) и ФПГ (фотоплетизмограмма). Подобный прибор может быть использован в качестве системы для калибровки, проверки и проверки работоспособности медицинского оборудования, а также в образовательных целях для обучения медицинских сотрудников.

**Ключевые слова:** DDS-генератор

## **DEVELOPMENT OF A FUNCTIONAL LOW-FREQUENCY DIRECT SYNTHESIS GENERATOR WITH THE POSSIBILITY OF REPRODUCING HUMAN BIOLOGICAL SIGNALS**

A. A. Andreeva, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

This publication uses the process of designing and developing a functional low-frequency direct synthesis generator based on the STM32F303VCT6 microcontroller with the ability to reproduce human biological signals. In this work, the synthesis of such signals as ECG (electrocardiogram) and PPG (photoplethysmogram) is implemented. Such a device can be used as a system for calibrating, verifying and testing the health of medical equipment, as well as for educational purposes for training medical staff.

**Keywords:** DDS-generator

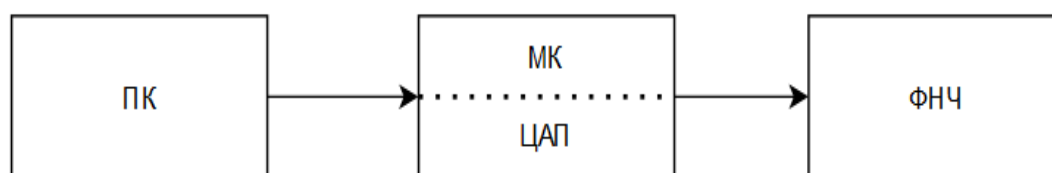
Функциональные генераторы находят широкое применение в радиотехнических исследованиях. Они синтезируют различные сигналы специальной формы. Например, синусоидальный сигнал, пилообразный сигнал, сигнал треугольной формы, а также меандр. Такие генераторы не имеют возможности воспроизводить биомедицинские сигналы, поэтому необходимо рассматривать функциональные генераторы произвольной формы сигнала. В рамках данной работы в качестве метода синтеза сигнала выбран прямой цифровой синтез частоты. К особенностям данного метода относятся генерация сигналов специальной и произвольной формы, а также синтез гармонических сигналов множественных частот с высокой точностью и стабильностью из одного или нескольких источников опорных колебаний. В любой момент

времени значения амплитуды, фазы и частоты сигнала известны и подконтрольны.

Принцип работы генератора прямого синтеза – на вход аккумулятора фазы подается код частоты (шаг выборки значений из таблицы отсчетов функции), аккумулятор фазы на выходе выдает код фазы, который является адресом ячейки ПЗУ, в которой хранится элемент таблицы отсчетов. Код фазы формируется с одной и той же частотой – частотой дискретизации. Далее отобранные значения исходной функции поступают на вход цифро-аналогового преобразователя (ЦАП), а затем сформированный сигнал сглаживается фильтром нижних частот (ФНЧ). Таким образом, на выходе генератора мы получаем аналоговый сигнал по форме идентичный заданному цифровому сигналу [1].

Целью данной работы является разработка функционального низкочастотного генератора прямого синтеза с возможностью воспроизведения биологических сигналов человека.

Разрабатываемый прибор состоит из приложения на персональном компьютере, 32-битного микроконтроллера STM32F303VCT6 с ядром ARM Cortex-M3 (с частотой 72МГц) со встроенным 12-ти разрядным ЦАП и фильтра НЧ Бесселя 4-го порядка. На рис. 1 приведена функциональная схема разработанного прибора.



*Рис. 1. Функциональная схема разработанного генератора прямого синтеза*

В представленной схеме данные с персонального компьютера поступают на микроконтроллер, который обрабатывает полученные данные и выгружает их в ЦАП, затем на выходе из ЦАП сигнал сглаживается фильтром НЧ Бесселя 4-го порядка.

Аппроксимация полиномом Бесселя выбрана из-за его фазо-частотной характеристики. Форма ФЧХ такого фильтра наиболее приближена к линейному виду, что позволяет сохранять фазовую задержку сигнала постоянной по мере его прохождения через фильтр.

В рамках поставленной задачи разработан программный комплекс, составляющими которого являются приложение на персональном компьютере и приложение на микроконтроллере. Приложение на ПК разработано в среде Visual Studio 2019 на языке программирования C#. На рис. 2 приведена блок-схема алгоритма работы приложения.

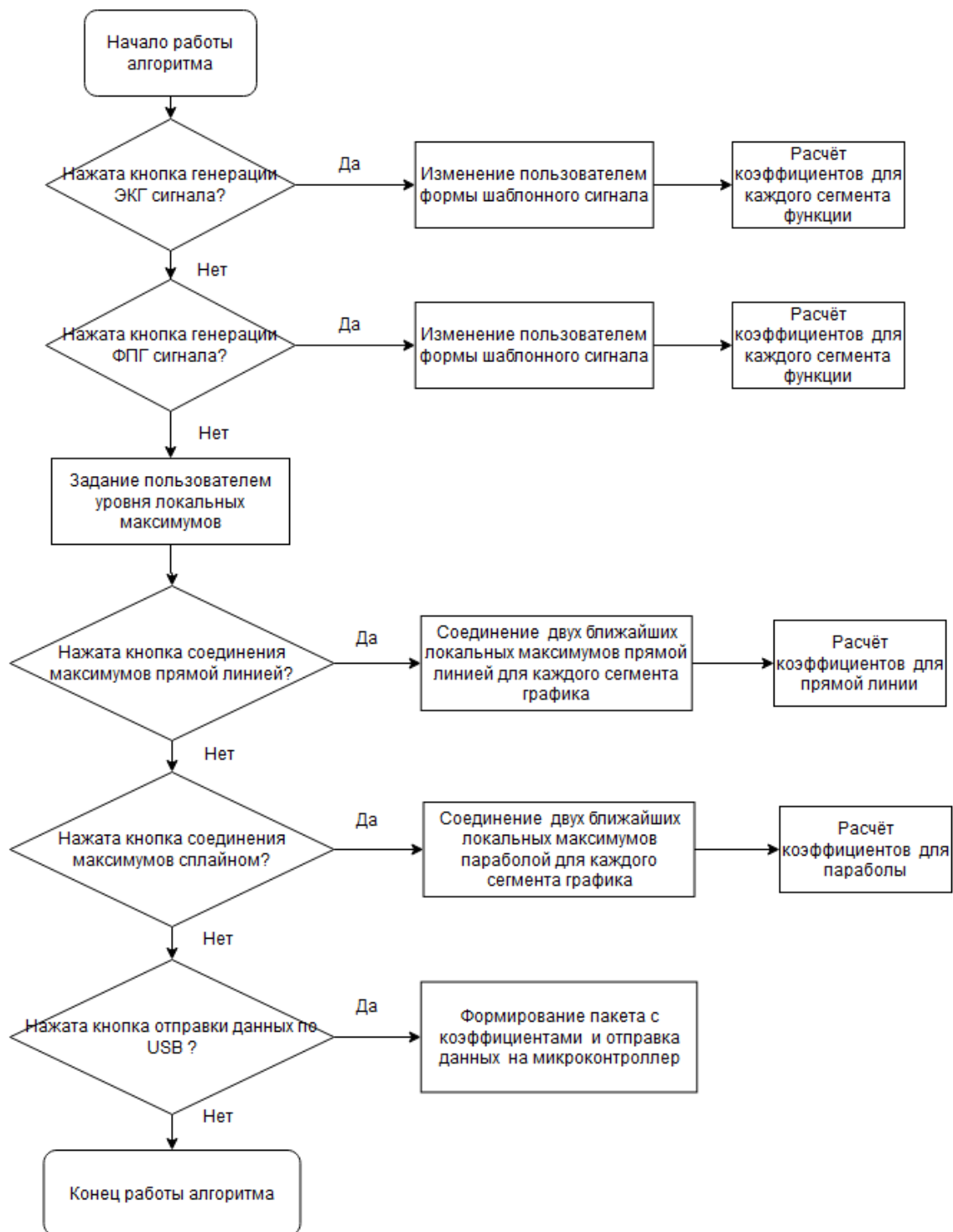
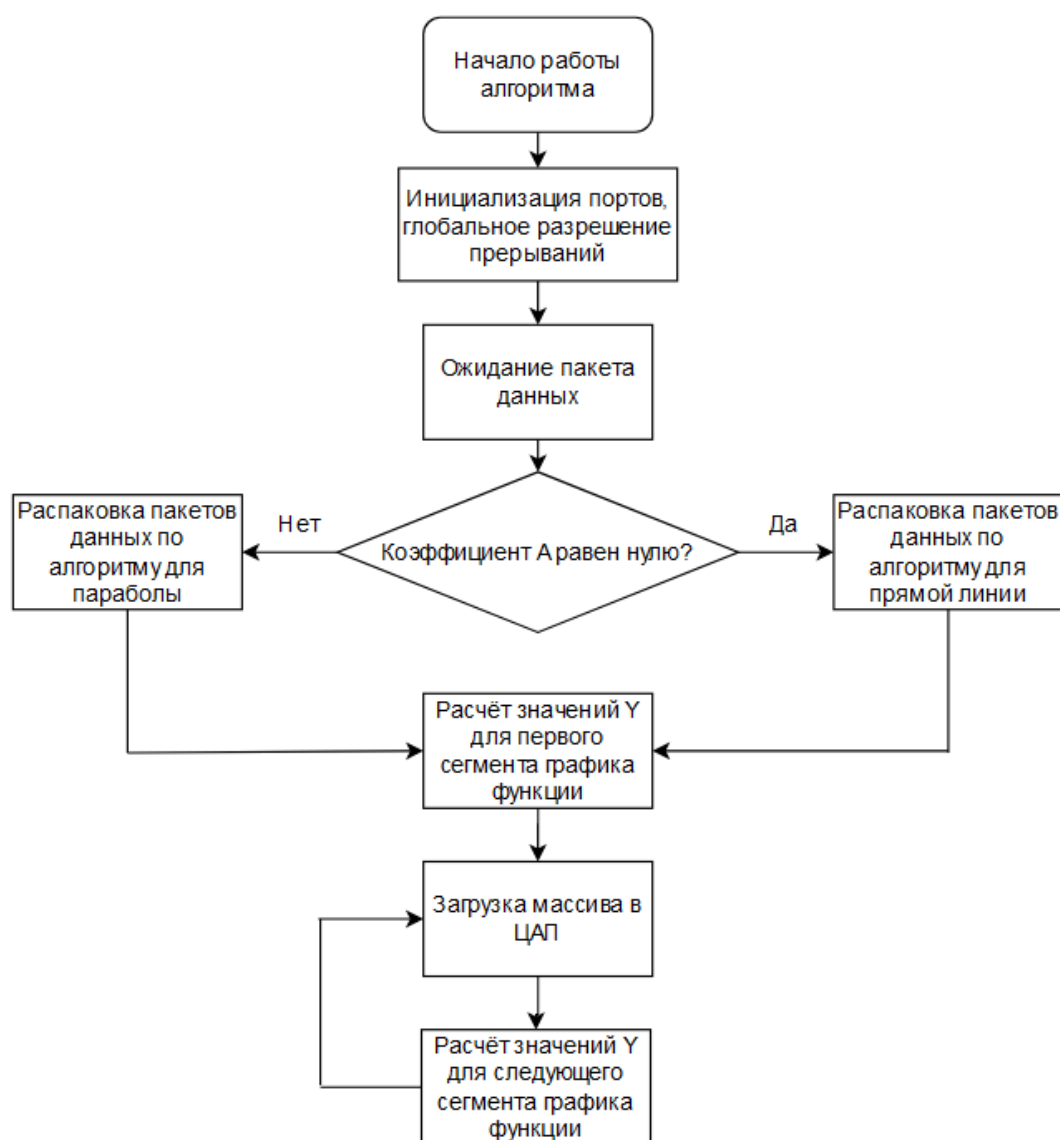


Рис. 2. Блок-схема алгоритма приложения на ПК

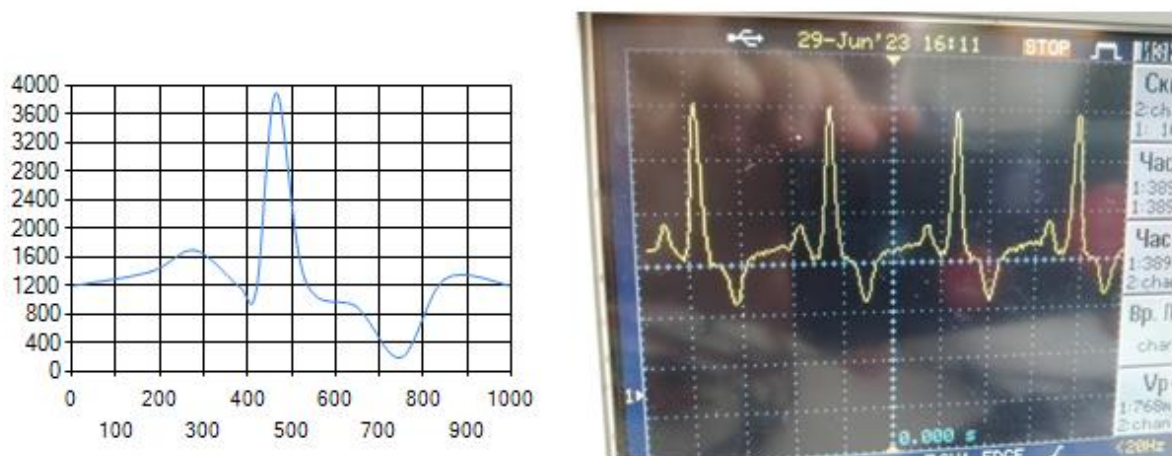
После запуска приложения на персональном компьютере программа ожидает входных данных от пользователя. После задания пользователем формы сигнала, весь график функции делится на одинаковые по ширине сегменты. Для каждого такого сегмента производится расчет коэффициентов, в зависимости от типа интерполяции. После нажатия кнопки передачи данных по USB на стороне компьютера формируется пакет данных, который затем отправляется на микроконтроллер.



*Рис. 3. Блок-схема алгоритма работы микроконтроллера*

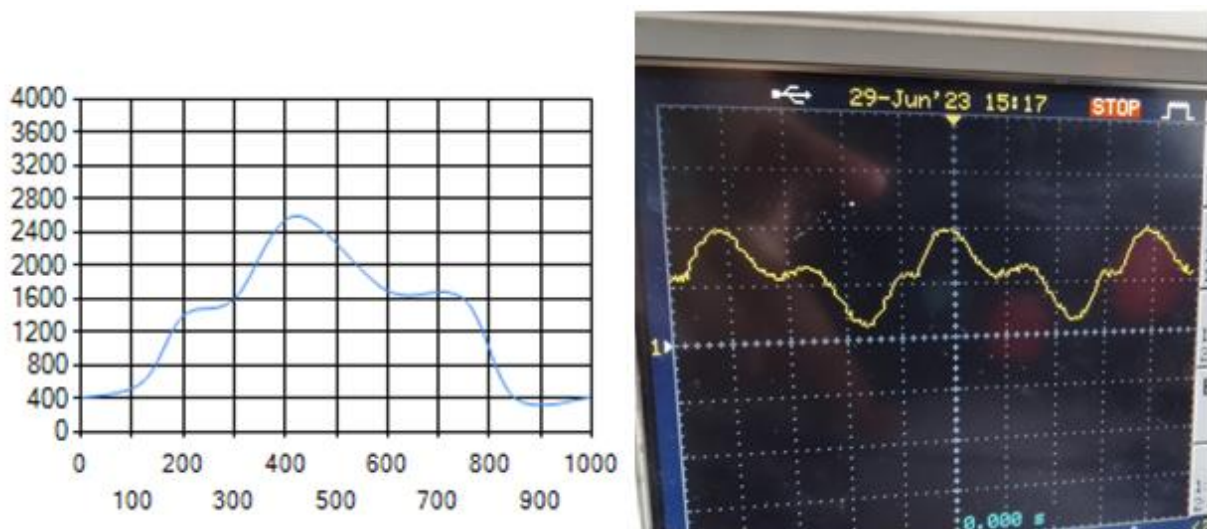
На рис. 3 приведена блок-схема алгоритма работы программы микроконтроллера. Микроконтроллер принимает пакет данных с коэффициентами и определяет, какой тип интерполяции должен быть применен к данной функции по наличию ненулевого значения для коэффициента при старшей степени полинома. Контроллер производит распаковку пришедших данных и приступает к расчетам каждого сегмента функции по отдельности. Как только все значения для функции одного сегмента рассчитаны, массив отправляется на генерацию в ЦАП. По завершении выгрузки значений функции для одного сегмента, контроллер начинает расчет следующего сегмента, с последующей передачей в ЦАП. При таком подходе оперативная память микроконтроллера не переполняется.

С использованием разработанного генератора проведен эксперимент, с целью демонстрации работы устройства.



*Рис. 4. Демонстрация синтеза измененного ЭКГ сигнала*

На рис. 4 слева представлен шаблон ЭКГ сигнала с измененной формой для демонстрации ЭКГ человека, перенесшего инфаркт, справа приведена соответствующая осциллограмма. Период сигнала равен 1 секунде.



*Рис. 5. Демонстрация синтеза измененного ФПГ сигнала*

На рис. 5 слева представлен шаблон ФПГ сигнала с изменениями, свидетельствующими о возможном наличии диабета у человека. Справа приведена соответствующая осциллограмма. Период сигнала равен 1 секунде [2].

### Список литературы

1. Тюрин В. А. Метод прямого цифрового синтеза в генераторах сигналов специальной формы SFG-2110 и АКИП-3410/3: учебно-методическое пособие. Казань: Казанский федеральный университет, 2015. 74 с.
2. Федотов А. А., Акулов С. А. Биологические системы и технологии: электронное учебное пособие. Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т), 2013. 105 с.



# **РАЗРАБОТКА МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ ПРОЦЕССАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАНДАРТНЫХ УСТРОЙСТВ ВВОДА И ВЫВОДА**

А. В. Барминов, А. В. Манцуоров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Данная работа посвящена разработке микропроцессорной системы для управления производственными процессами. Разработанное устройство позволяет автоматизировать работу многих процессов, его можно настраивать для выполнения широкого круга задач, что повышает эффективность и надежность производства. В работе применен новый подход к созданию программируемых контроллеров на базе микропроцессорных систем.

**Ключевые слова:** микропроцессорная система; программируемые логические контроллеры; микроконтроллер

## **DEVELOPMENT OF A MICROPROCESSOR-BASED PROCESS CONTROL SYSTEM USING STANDARD INPUT AND OUTPUT DEVICES**

A. V. Barminov, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

This work is devoted to the development of a microprocessor system for managing production processes. The developed device allows automating the work of many processes, it can be configured to perform a wide range of tasks, which increases the efficiency and reliability of production. The paper uses a new approach to the creation of programmable controllers based on microprocessor systems.

**Keywords:** microprocessor system; programmable logic controllers; microcontroller

Микропроцессорные системы представляют собой сложный ансамбль технических устройств и программного обеспечения для обработки и передачи информации. Они предназначены для выполнения разнообразных задач и активно используются во всех сферах нашей жизни, от бытовых устройств до промышленных программных комплексов.

Микроконтроллеры (МК), на базе которых реализуют микропроцессорные системы, имеют ряд преимуществ. Это высокая степень интеграции, относительно невысокая стоимость, низкое энергопотребление, простота разработки и программирования, высокая гибкость, масштабируемость [1].

На основе микропроцессорных систем разрабатывают программируемые логические контроллеры (ПЛК). Программируемые логические контроллеры являются специализированными устройствами, применяемыми для автоматизации различных процессов в разных отраслях промышленности. Они служат для управления и контроля различного оборудования, такого как датчики, приводы и механизмы.

Целью работы является разработка микропроцессорной системы управления производственными процессами с использованием стандартных устройств ввода и вывода.

Рассмотрим примеры существующих программируемых контроллеров:

- программируемый контроллер Siemens Simatic S7 6ES7400-0HR02-4AB0 (2 400 000 рублей);
- Wago 750-8202/000-012 контроллер PFC200 (315 000 рублей);
- многоканальный цифровой теплоэнергоконтроллер (тепловычислитель) ИМ2300 (16 000 рублей).

Цена данных систем зависит от используемого процессора, количества интерфейсов, функциональности, уровня защищённости контроллера, поддерживаемостью устройства производителем, стоимостью корпуса. А также от возможности настройки самих контроллеров с помощью специальных языков программирования и сложностью этой настройки. Себестоимость разрабатываемого устройства составляет 5 000 рублей.

Для работы с программируемыми логическими контроллерами существует специальный международный стандарт МЭК 61131-3. Стандарт МЭК 61131-3 предлагает использование следующих языков программирования: 3 графических языка (SFC, FBD, RKC), ориентированных на инженеров и 2 текстовых (IL, ST), ориентированных на программистов.

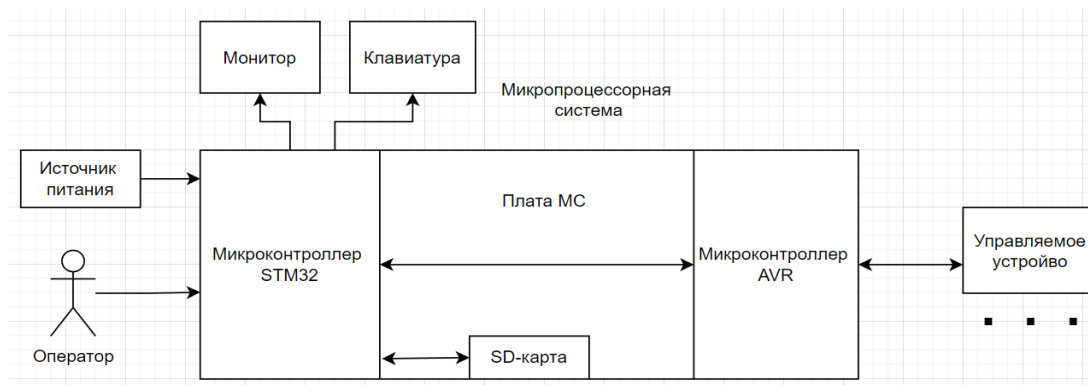
Графические языки программирования имеют ряд недостатков, таких как: отсутствие компактности, сложность редактирования, низкая скорость работы, увеличении сложности в визуализации и документации, отсутствие однозначности и стандартизации, ограниченность алгоритмических возможностей.

Язык инструкций IL – это ассемблероподобный язык, неориентированный на какую-либо микропроцессорную архитектуру. Эта особенность снижает производительность и быстродействие программ, написанных с применением данного языка.

Паскалеподобный язык ST является самым удобным и функциональным из стандарта МЭК 61131-3, но также имеет ряд своих недостатков:

- чаще всего функциональные блоки пишутся на языке ST, а основная программа – на графическом языке;
- является облегченным языком программирования;
- особенности синтаксиса мешают пониманию структуры сложных программ;
- менее гибкий и менее функциональный в сравнении с основными языками, используемыми для программирования микроконтроллеров;
- наличие платных библиотек;
- отсутствие развития ST (третья редакция стандарта вышла в 2012 году).

На основе теоретических данных и решений по улучшению устройства, разработана функциональная схема микропроцессорной системы (рис. 1).



*Рис. 1. Функциональная схема микропроцессорной системы*

Разработанный программно-аппаратный комплекс включает в себя два блока. Рассмотрим функционал каждого блока в отдельности.

Микропроцессорная система представлена следующими компонентами:

- микроконтроллер STM32;
- микроконтроллер AVR;
- плата MC;
- SD-карта;
- монитор;
- клавиатура.

Оператор взаимодействует с микропроцессорной системой с помощью VGA монитора и PS/2 клавиатуры, которые подключены к микроконтроллеру STM32. В данный микроконтроллер залита прошивка, которая позволяет оператору писать код на языке Assembler для последующей прошивки микроконтроллера AVR, а также настраивать микроконтроллер для обработки данных, их сохранения и т.д. Данные, резервные копии, программы, написанные пользователем, сохраняются на SD-карте. Также на STM32 функционирует операционная система FreeRTOS, которая обеспечивает многозадачность, благодаря чему взаимодействие с клавиатурой, вывод изображения на монитор, прошивка микроконтроллера AVR, обработка данных, их сохранение и другие операции могут выполняться квазипараллельно.

За управление производственными процессами отвечает микроконтроллер AVR, который оператор может перепрошивать в режиме реального времени. Считываемые им данные передаются обратно на микроконтроллер STM32 для их последующей обработки.

Для взаимодействия оператора с системой к микроконтроллеру STM32F103VCT6 [2] подсоединен VGA монитор. Для подключения используются 2 таймера, интерфейс SPI (Serial Peripheral Interface) и модуль прямого доступа к памяти (DMA). Всего использовано 4 вывода микроконтроллера и 4 соответствующих им вывода VGA.

Следующим шагом подключена PS/2 клавиатуры. Чтобы микроконтроллер начал взаимодействовать с клавиатурой необходима одна линия внешнего прерывания и обычный GPIO вывод.

У микроконтроллера AVR [3], 133 ассемблерных мнемонических команд, которым соответствует 76 машинных команды. Разработан и написан компилятор на языке Си который переводит ассемблерные команды в hex-коды. Например, программа, представленная на рисунке 2, скомпилируется в следующий hex-файл.

|   |  |  |
|---|--|--|
| <pre> eor r17, r17 ldi r16, 0x20 out DDRB, r16  Start: eor r17, r16 out PORTB, r17  ldi r18, 0x40  Loop_1: ldi r24, 0x20 </pre> | <pre> ldi r25, 0x4E  Loop_2: sbiw r24, 1 brne Loop_2  dec r18 brne Loop_1  rjmp start </pre> | <pre> :0200000020000FC :10000000112700E204B9102715B920E480E29EE42C :0A0010000197F1F72A95D1F7F6CF1A :000000001FF </pre> |
|---|--|--|

Рис. 2. Ассемблерная команда для мигания светодиодом и её hex-код

Прошивка микроконтроллера AVR осуществляется по интерфейсу SPI. На рисунке 3 представлена блок-схема работы компилятора.

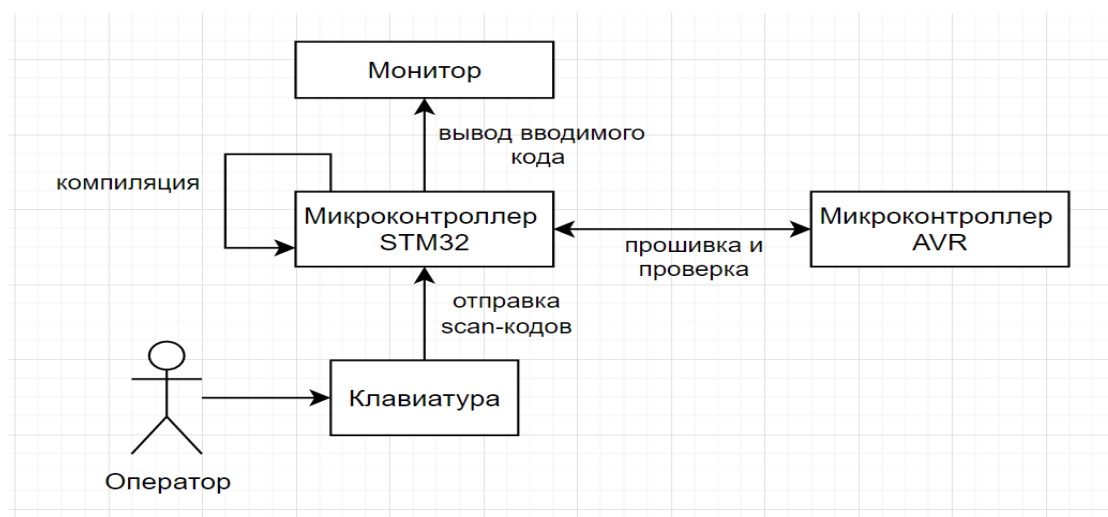
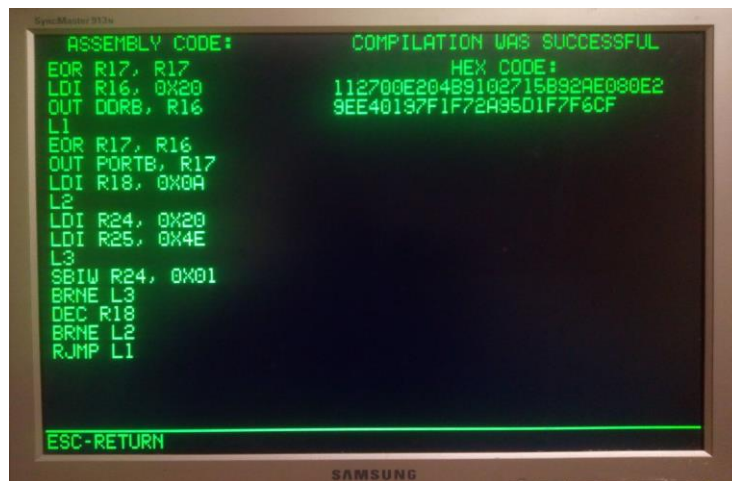


Рис. 3. Блок-схема работы компилятора

Для сохранения написанных программ, а также различных данных, к STM32 подключена файловая система FatFS.

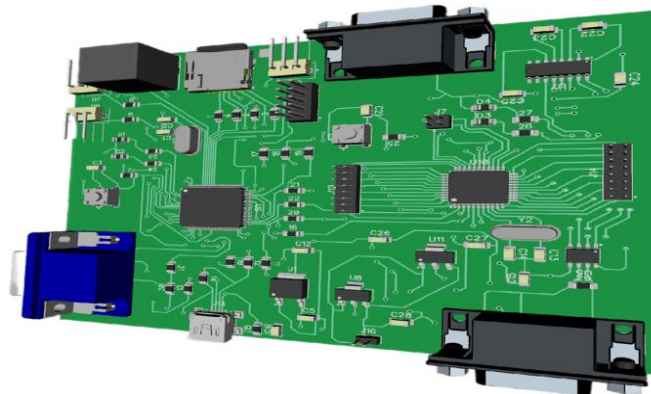
Для реализации многозадачности между процессами ответственными за взаимодействие оператора с монитором и клавиатурой, сохранение и обработку данных, компиляцию и прошивку микроконтроллера AVR подключена операционная система FreeRTOS [4].

Следующим шагом разработан интерфейс для взаимодействия с пользователем. Написана программа на языке Assembler для прошивки AVR. Далее данная программа проверяется системой на наличии ошибок и компилируется в hex-код. После чего прошивается микроконтроллер AVR. Результат представлен на рисунке 4.



*Рис. 4. Результат работы тестовой программы*

Также разработана примерная 3D модель платы микропроцессорной системы (рис. 5).



*Рис. 5. Примерный вариант 3D модели платы*

По ходу работы успешно разработана микропроцессорная система для управления производственными процессами (рис. 6). А также выполнены все поставленные цели и задачи.

На основе используемого в данной работе подхода к программированию логических контроллеров можно выделить следующие преимущества разработанной микропроцессорной системы:

- отказ от графических языков;
- Assembler позволяет более гибко настраивать код для МК AVR, который управляет производственными линиями;
- МК STM32 предоставляет более широкий функционал для обработки полученных данных (цифровые фильтры и т.д.);
- понятный синтаксис языков, облегчающий понимание структуры сложных проектов;
- получение полного функционала операционной системы FreeRTOS и файловой системы FatFS;

- оператор микропроцессорной системы может сам писать библиотеки и добавлять функции;
- отсутствие платных библиотек;
- возможность быстрого обновления прошивки системы;
- снижение порога вхождения в программирование ПЛК;
- качественная и дешёвая микропроцессорная система.

В дальнейшем в разработанную микропроцессорную систему можно внести следующие улучшения:

- осуществить переход с ассемблера на язык Си;
- разработать графический интерфейс для монитора при помощи TouchGFX;
- схемотехнические и программные улучшения.



*Рис. 6. Вид установки целиком*

### Список литературы

1. Григорьев С. А. Разработка микропроцессорных систем управления технологическими процессами: учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. 192 с.
2. RM0008. Reference manual. STM32F101xx, STM32F102xx, STM32F103xx, STM32F105xx and STM32F107xx advanced Arm®-based 32-bit MCUs. STMicroelectronics. Руководство по эксплуатации. 2021. 1136 с.
3. ATmega324PB Data Sheet. Microchip Technology Inc. Руководство по эксплуатации. 2017. 443 с.
4. Mastering the FreeRTOS Real Time Kernel – a Hands On Tutorial Guide. Real Time Engineers Ltd. Практическое руководство. 2016. 339 с.



# РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ТЕРМОСТАТИРОВАНИЯ ФОТОДИОДА

Д. И. Гнездилова, А. В. Манцуrow

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В статье рассмотрен процесс разработки системы термостатирования, с использованием микроконтроллера STM32F103C8T6, управляющего элементом Пельтье посредством ШИМ-сигнала, а также ПИД-регулятора. Данное устройство может быть задействовано в исследованиях температурной зависимости характеристик отдельных оптоэлектронных компонентов.

**Ключевые слова:** ПИД - регулятор

## DEVELOPMENT OF A TEMPERATURE CONTROL SYSTEM OF PHOTODIODE

D. I. Gnezdilova, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The article reviews the process of developing a temperature control system using the stm32f103c8t6 microcontroller, which controls the Peltier element by amplifying the pwm signal, as well as a PID-controller for adjusting the Peltier temperature regime. This device can be used in studies of the temperature dependence of the characteristics of individual optoelectronic components.

**Keywords:** PID controller

Термостатами называют устройства для поддержания определенной, заданной температуры в ограниченном объеме. Такие устройства используются в лабораториях, на производствах, заводах для контроля температурных характеристик определенных материалов, частей прибора, различных деталей и устройств, продуктов. С помощью термостата можно наблюдать, как меняются свойства объекта при тех или иных температурах условиях.

Поддержание необходимых температур осуществляется при помощи терморегуляторов. Это датчик, который включает или выключает механизм, при достижении необходимой температуры. Например, работу данного устройства можно заметить в холодильных камерах, различных отопительных приборах, промышленных печах, в системах автомобильных двигателей.

В ходе исследования моделей термостата, оснащенных элементом Пельтье представленных на рынке, выявлено, что термостаты в большинстве своем имеют большие размеры, высокую стоимость и большинство из них не обладают функционалом поддержания отрицательных температур. Исходя из этого, принято решение о разработке собственной системы термостатирования малых размеров, оснащенной элементом Пельтье.

Целью данной работы является разработка и испытание устройства, с помощью которого можно оценить вклад температурной нестабильности

отдельных оптоэлектронных компонентов и устранить нежелательный дрейф путем их термостатирования. Нагревательной/охлаждающей частью системы является элемент Пельтье. Ниже приведена функциональная схема системы термостатирования (рис. 1).

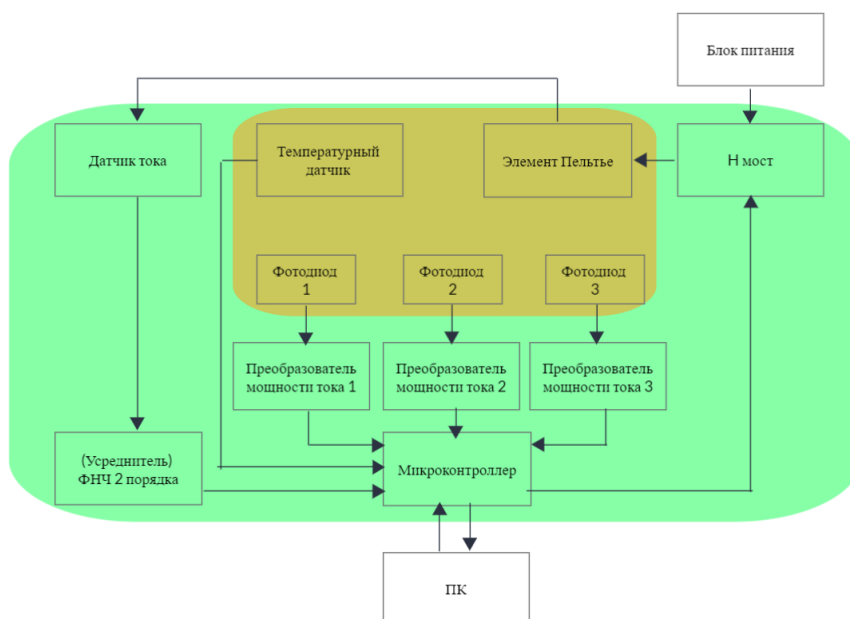


Рис. 1. Функциональная схема разработанного прибора

Схема подробно показывает структуру лабораторного макета. Макет состоит из электронной части и емкости с теплоносителем – маслом. Емкость с теплоносителем помещает в себя датчик температуры, элемент Пельтье и набор фотодиодов.

Основная задача электронного блока — это регулировка температуры рабочего объема и измерение мощности фотодиода, а также возможность коммуникации с ПК. Поскольку в рабочем объеме необходимо создавать как положительные, так и отрицательные температуры в качестве активного нагревательного/охлаждающего компонента используется элемент Пельтье, так как он обладает способностью не только нагревать, но и охлаждать теплоноситель. Для возможности смены режима нагрева/охлаждения используется электрический Н-мост, который построен по четырехключевой схеме. Мост управляется микроконтроллером, который определяет режим нагрева/охлаждения системы. Для регулировки мощности используется широтно-импульсная модуляция, генерируемая микроконтроллером [1].

Для возможности анализа потребляемой мощности блока питания в схеме предусмотрен датчик тока, который позволяет измерять ток, потребляемый от блока питания. Поскольку импульсы тока формируемые на датчике тока достаточно высокочастотные и небольшой амплитуды, предусмотрена возможность их усреднения с помощью фильтра нижних частот. Усредненный сигнал может быть измерен аналого-цифровым преобразователем, встроенным в микроконтроллер.



Для управления процессом нагрева разработана принципиальная схема электронного блока (рис. 2). Электронный блок подключается к остальным частям системы посредством набора разъемов.

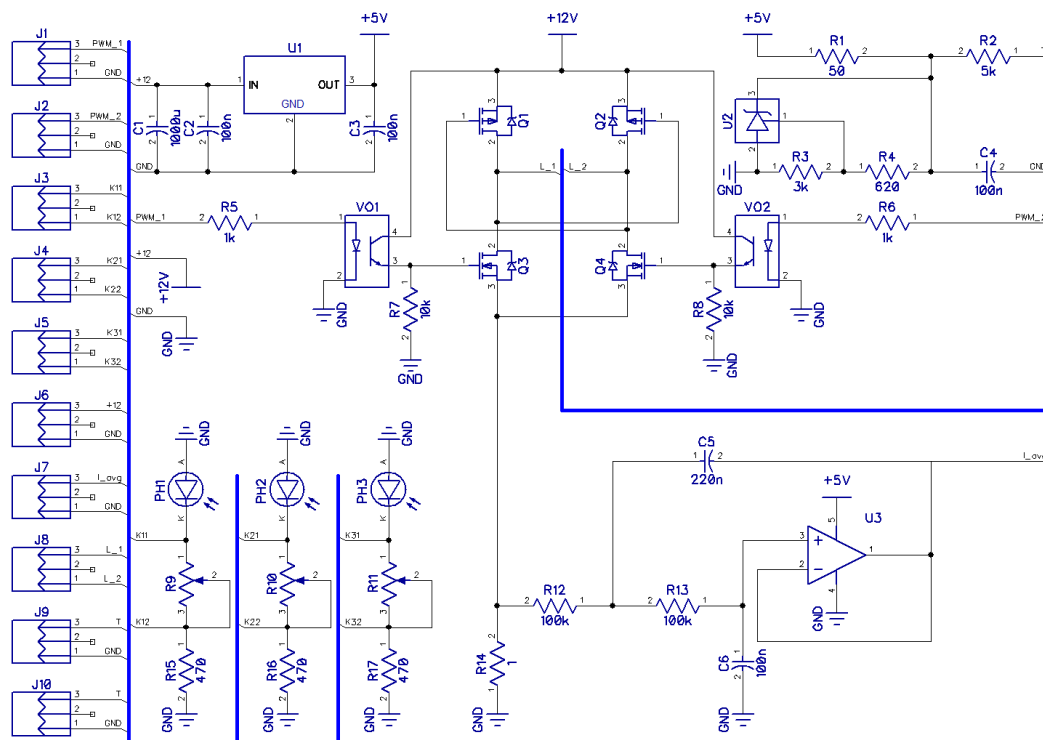


Рис. 2. Импульсная мостовая схема стабилизатора температуры

Для возможности регулировки температуры в рабочем объеме должна быть предусмотрена и возможность измерения этой температуры, что реализуется с помощью температурного датчика, подключенного к микроконтроллеру. Алгоритм управления температурой основан на ПИД-регуляторе.

В программном коде микроконтроллера произведена настройка следующих модулей: контроллер прерываний, система ввода/вывода, таймеры, аналого-цифровой преобразователь (АЦП), модуль USB.

Для инициализации модулей используются библиотеки SPL, предназначенные для высокоуровневой настройки периферии микроконтроллера. Также в программе реализованы алгоритмы измерения, передачи данных и алгоритм ПИД-регулятора.

Ниже приведена блок-схема программы микроконтроллера (рис. 3). Вначале идет подключение библиотек, объявление структур и глобальных переменных, а также инициализируются функции и внутренние модули. Далее программа переходит в режим ожидания событий. События обрабатываются в обработчиках прерываний.

Для того, чтобы элемент Пельтье мог автоматически нагреваться или охлаждаться, достигая заданной температуры, необходимо знать величину управляющего сигнала широтно-импульсной модуляции. ШИМ-сигнал поступает к элементу Пельтье по такому закону, по которому в дальнейшем температура в емкости с теплоносителем стабилизируется и поддерживается

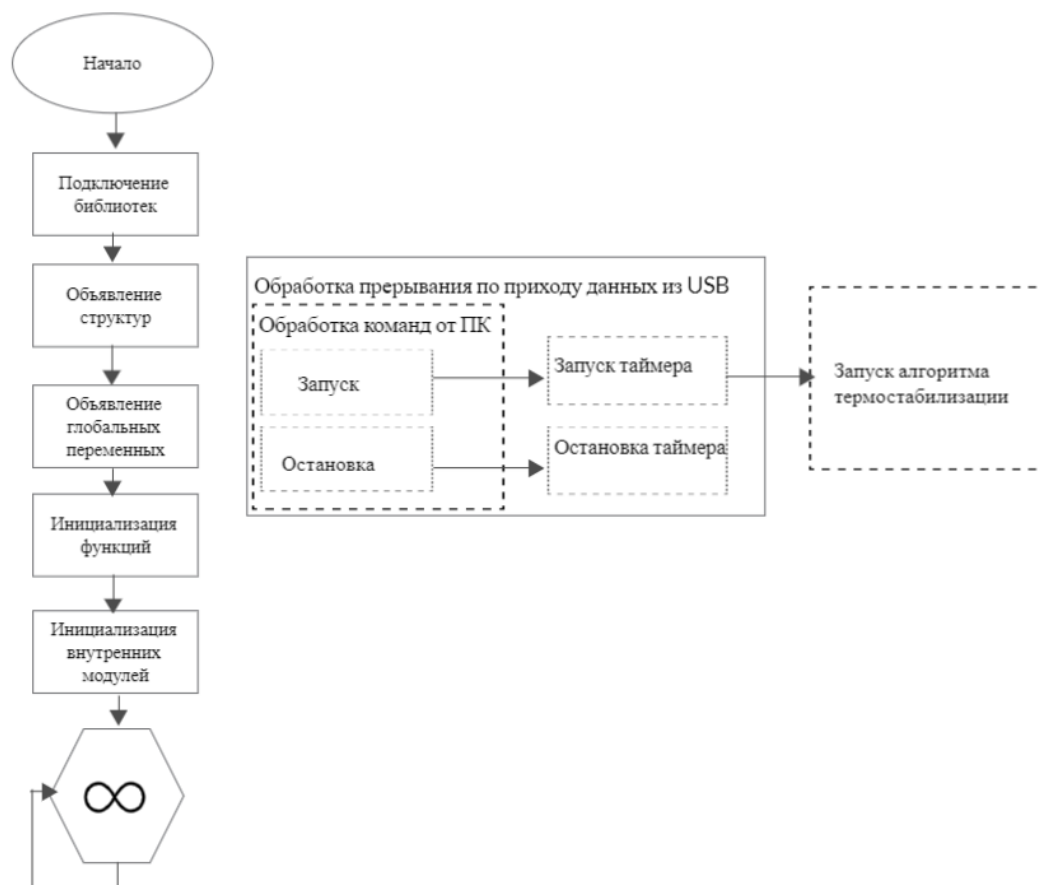


Рис. 3. Блок-схема программы

постоянной. Для формирования управляющего сигнала используется ПИД-регулятор, встроенный в программу микроконтроллера.

Пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор –устройство с обратной связью, используемое в автоматических системах управления для поддержания заданного значения измеряемого параметра [2].

Управляющий сигнал ПИД-регулятора формируется из трех компонент:

- пропорциональной составляющей, которая пропорциональна разности между входным сигналом и обратной связью, также известной как сигнал рассогласования;
- интегрирующей составляющей, которая представляет собой интеграл сигнала рассогласования;
- дифференцирующей составляющей, которая представляет собой производную сигнала рассогласования.

Коэффициенты усиления пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей составляющих регулятора обозначаются как  $K_I$ ,  $K_I$  и  $K_D$  соответственно.

В представленном исследовании реализован полноценный ПИД-регулятор (рис. 4), а также подобраны оптимальные значения коэффициентов, которые обеспечивают стабильное функционирование системы, исключая возможность неустойчивости.

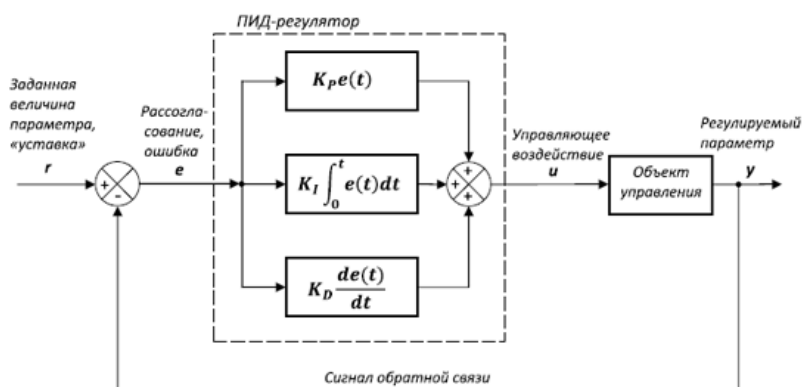


Рис. 4. Структурная схема ПИД-регулятора

Для управления термостатом отображения и обработки получаемых в ходе экспериментов данных разработано приложение в среде программирования Visual Studio, на языке C# (рис. 5). Ниже представлен интерфейс приложения.

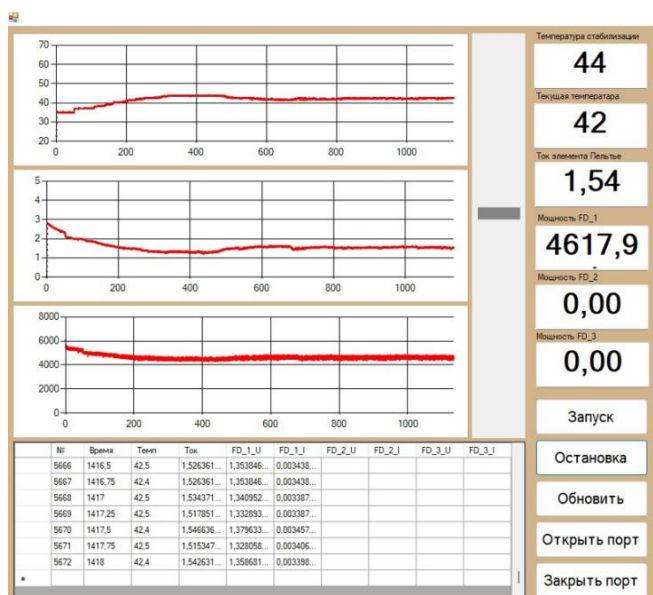


Рис. 5. Интерфейс программы для управления термостатом

В результате удалось стабилизировать заданную температуру системы при изменяющихся внешних условиях, то есть создать стабильно работающий термостат, а также удалось значительно уменьшить нежелательный дрейф мощности фотодиодов, стабилизировав их температуру.

### Список литературы

1. Андреева А. А., Гнездилова Д. И., Манцуоров А. В. Разработка микропроцессорного термостата // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2022. Вып. 15. С. 94–99.
2. ПИД-регуляторы в частотных преобразователях [Электронный ресурс]. URL: <https://www.vesper.ru/presscenter/articles/pid-regulyatory-v-chastotnykh-preobrazovatelyakh-vesper-vysokaya-tochnost-protssessa-avtomaticheskogo> (дата обращения 10.06.2023).

## **РАЗРАБОТКА КОНТРОЛЛЕРА ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕМЕНТА ПЕЛЬТЬЕ**

Д. А. Зинатулин, А. В. Манцуров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Данная работа посвящена разработке контроллера температуры элемента Пельтье – прибор для проведения температурных испытаний с фотонными компонентами с программируемым температурным циклом. В отличие от решений, представленных на рынке, разработанный прибор имеет сравнительно небольшие размеры и малую стоимость.

**Ключевые слова:** элемент Пельтье

## **DEVELOPMENT OF THE PELTIER ELEMENT TEMPERATURE CONTROLLER**

D. A. Zinatulin, A. V. Mantsurov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

This work is devoted to the development of a Peltier element temperature controller – a device for conducting temperature tests with photonic components with a programmable temperature cycle. Unlike the solutions presented on the market, the developed device has a relatively small size and low cost.

**Keywords:** Peltier element

Целью работы является разработка сравнительно недорогой компактной термокамеры. Для решения поставленной проблемы в качестве нагревателя/охладителя используем элемент Пельтье. Это позволит достичь небольших размеров климатической камеры, что в совокупности с размерами оптических компонентов дает широкий диапазон скорости изменения температуры на рабочей поверхности. Регулирование мощности будет осуществляться с помощью микроконтроллера.

Готовый термоэлектрический модуль состоит из большого количества соединенных разнородных проводников или полупроводников, называемых термопарой. Работа модуля термопары основана на эффекте Пельтье – явлении переноса энергии при протекании электрического тока. Данный эффект наиболее заметен в полупроводниках.

Охлаждение одного спая и нагревание другого спая цепи, составленной из разнородных проводников, при пропускании через цепь постоянного электрического тока вызвано изменением энергетического состояния свободных носителей тока (электронов) при переходе через контакт. На одном спая электрон теряет энергию и оказывается «холодным» по отношению к кристаллической решетке, на другом спая он более «горячий». Соответственно,

за счет обмена энергией между носителями и ионами решетки происходит ее охлаждение или нагревание.

Для улучшения охлаждающих свойств применяют каскадирование. Помещение одного охлаждающего элемента на другой будет увеличивать рабочую разность температур. При этом на каждом слое должно происходить увеличение количества элементов для отвода Джоулева тепла [1].

Для измерения будет использоваться терморезистор с отрицательным температурным коэффициентом (Negative Temperature Coefficient или сокращенно NTC). У такого термистора уменьшается сопротивление при повышении температуры.

Так как изменение сопротивления от температуры не линейно, то необходимо использовать приближенную математическую модель.

$$\frac{1}{T} = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \ln^i(R), \quad (1)$$

где  $T$  – температура в Кельвинах,  $a_i$  – коэффициенты уравнения,  $R$  – сопротивление NTC термистора.

Для выполнения температурного цикла необходима система автоматического управления (рис. 1).

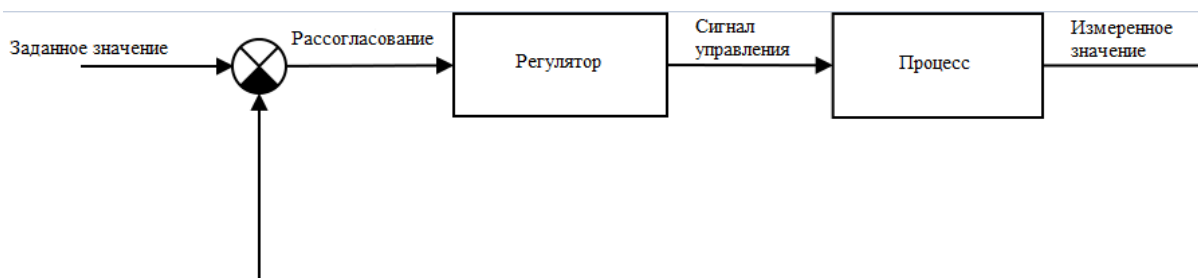


Рис. 1. Классическая система автоматического управления

Стандартные законы регулирования [2]:

- пропорциональное регулирование (П-регулятор) – управляющий сигнал пропорционален величине рассогласования. Ведет к уменьшению рассогласования. Излишнее увеличение может привести к автоколебаниям системы;
- интегральное регулирование (И-регулятор) – управляющий сигнал пропорционален интегралу величины рассогласования. Позволяет учитывать и устранять статическую ошибку;
- дифференциальная составляющая – управляющий сигнал пропорционален изменению регулируемой величины. Позволяет учесть отклонение от заданного значения.

На рис. 2 изображена структурная схема разработанного термостата. Микроконтроллер принимает программу контроля с компьютера. На ее основе задает параметры регулятору напряжения и устройству коммутации. В качестве обратной связи измеряется температура, напряжение и ток. Измерение напряжения и тока осуществляется с целью безопасности. Также

микроконтроллер отправляет информацию о текущей температуре на компьютер.



Рис. 2. Функциональная схема прибора

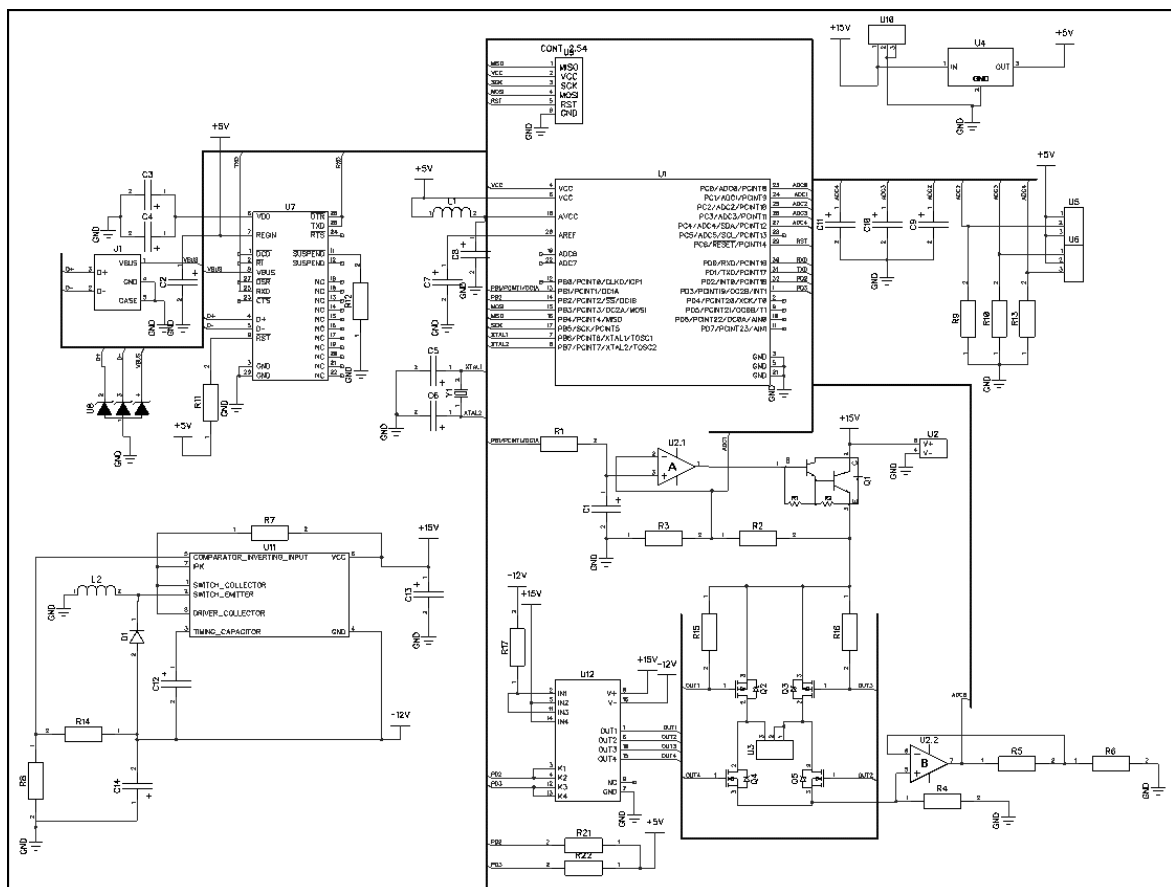


Рис. 3. Принципиальная схема прибора

На рис. 3 изображен микроконтроллер с необходимой обвязкой [3] и остальные компоненты схемы.

Для регулировки напряжения на элементе Пельтье используется регулятор напряжения. Управляющий сигнал, сформированный с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ), задает уровень опорного напряжения для операционного усилителя (ОУ) lm358n. Для получения достаточной для элемента Пельтье мощности на выходе ОУ стоит транзистор Дарлингтона TIP122 с коэффициентов усиления по току равным 1000.

Для смены полярности питания элемента Пельтье используется схема H-моста на двух P-канальных транзисторах IRF4905 в верхнем ключе и двух N-канальных IRLB3034 в нижнем. Переключение H-моста осуществляется с помощью 4-х канального МОП ключа KP590KN13.

Управление 4-х канальным ключом осуществляется логическими сигналами с микроконтроллера.

Источник отрицательного напряжения [4] изготовлен на микросхеме MC34063 для открытия верхних P-канальных полевых транзисторов при напряжении на истоке в диапазоне от 0 до 12 В. Микросхема MC34063 выполняет периодическую накачку дросселя L2, который в свою очередь заряжает конденсатор C14 до напряжения – 12 В относительно общего провода всей схемы.

Для подключения термисторов используются клеммы U5 и U6. Конденсаторы C9, C10 и C11 служат для фильтрации возможных помех из-за наводок на длинные провода к которым припаяны термисторы. Резисторы R9, R10 и R13 и подключенные термисторы образуют делитель напряжения, выходное напряжение которого измеряется АЦП микроконтроллера.

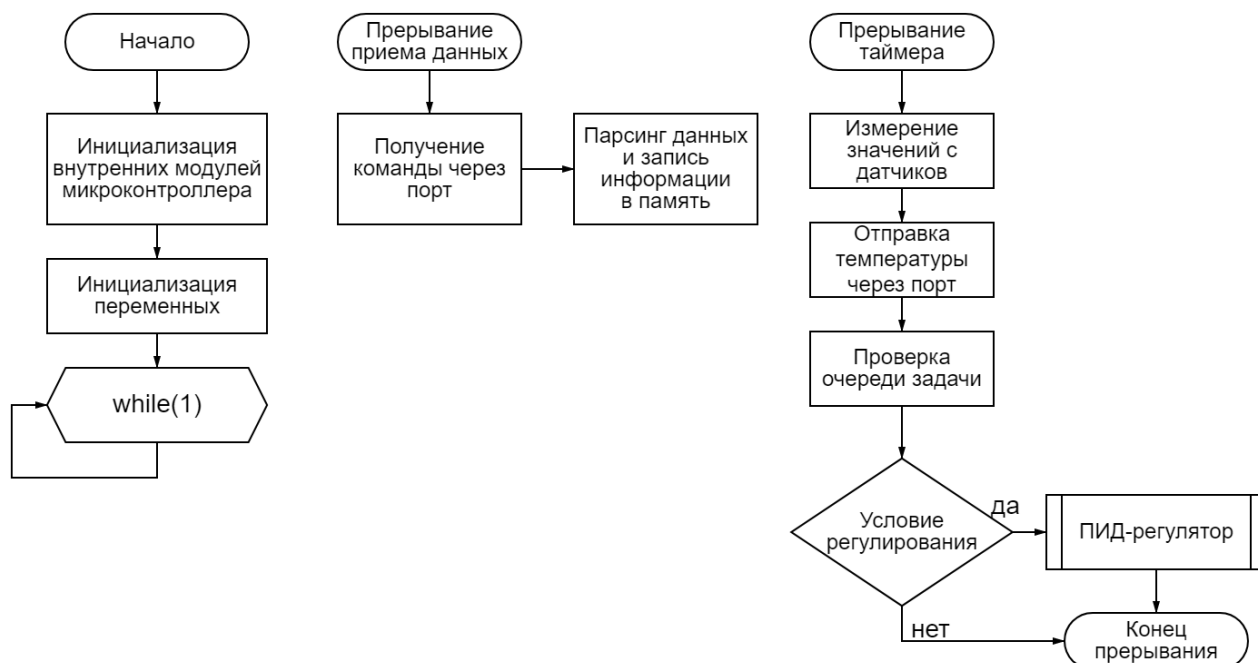


Рис. 4. Алгоритм управления термоэлектрическим модулем

При включении микроконтроллера проходит инициализация необходимых внутренних модулей:

- последовательный интерфейс UART для обмена данными с компьютером через устройство преобразования USART-USB;
- таймер в режиме ШИМ для регулировки напряжения;
- таймер для отсчета времени;
- АЦП для измерения значений с датчиков.

На рис. 5 показана структура приложения для ПК.

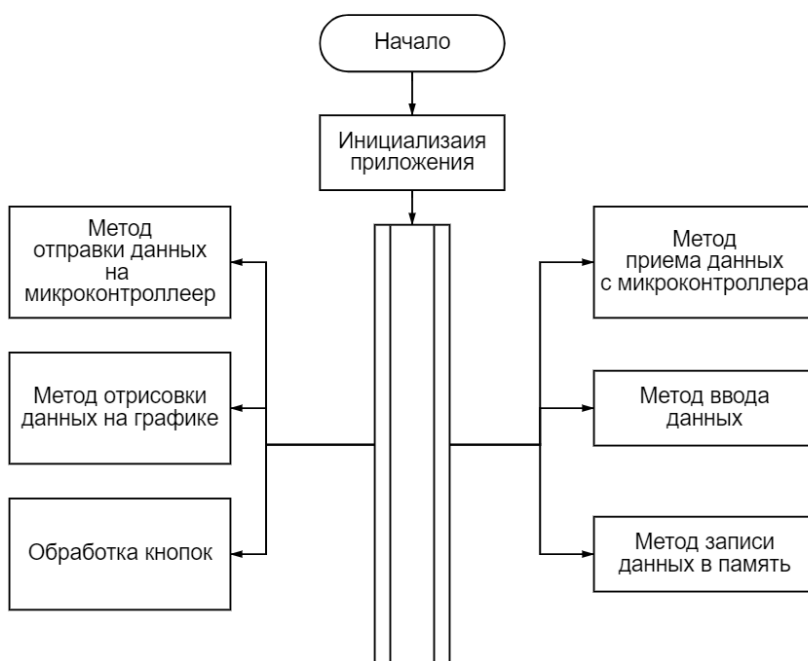


Рис. 5. Алгоритм управления пользовательского приложения

При проведении экспериментов были получены графики зависимости температуры от времени при заданной программе (рис. 6-8).

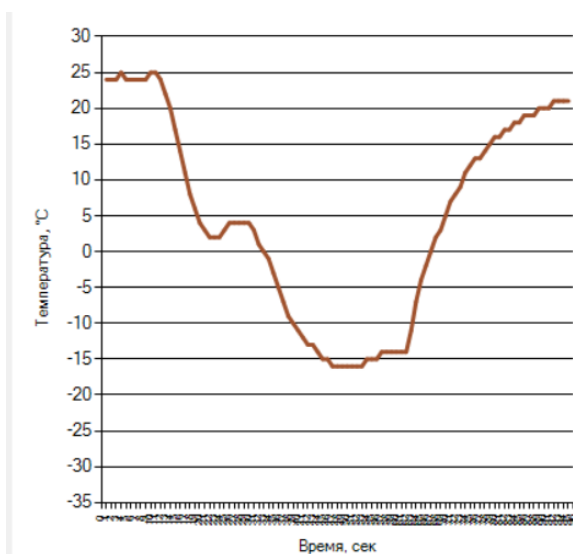


Рис. 6. Результат стабилизации температуры до -15 °C

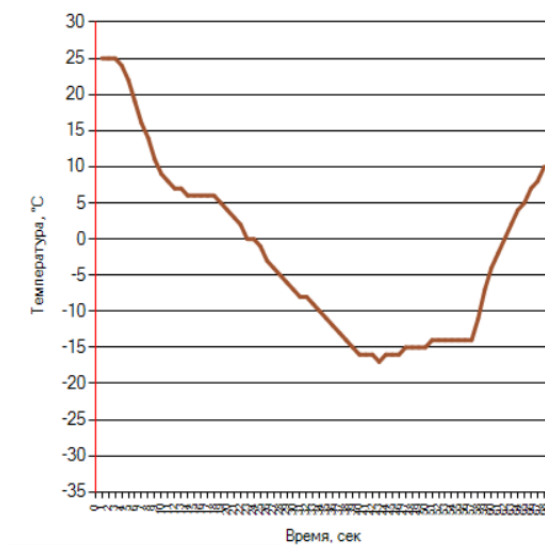
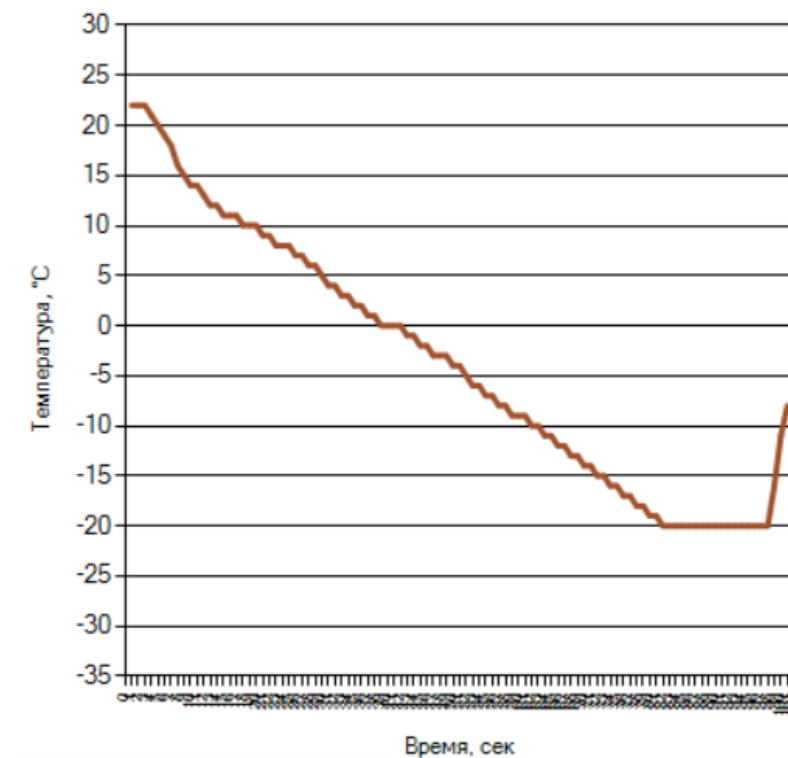


Рис. 7. Результат стабилизации температуры до -15 °C



После перебора коэффициентов удалось получить линейный закон регулирования, это можно увидеть на рисунке 8.



*Рис. 8. Итоговый результат стабилизации температуры до -20 °C*

### Список литературы

1. Булат Л. П., Ведерников М. В., Вялов А. П. Термоэлектрическое охлаждение. Текст лекций под общей ред. Л. П. Булата. СПб.: СПбГУНиПТ, 2002. 147 с.
2. Давыдов И. Е. Теория автоматического управления: интерактивное мультимедийное пособие. Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева, 2011. 73 с.
3. ATmega328P 8-bit AVR Microcontroller Datasheet Complete. Atmel. Руководство по эксплуатации. 2016. 442 с.
4. MC34063A Inverting Regulator – Buck, Boost, Switching. Semiconductor Components Industries, LLC. Руководство по эксплуатации. Rev. 28, 2023. 16 с.

# **ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЗАКУПКАМИ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ КЛАССА ERP НА ОСНОВЕ ПРОЦЕССА B2B ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ**

Д. А. Третьяков, В. А. Семенов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Рассмотрены варианты оптимизации управления закупками в информационных системах класса ERP путем интеграции процессов B2B электронной коммерции с различными модулями ERP систем.

**Ключевые слова:** ERP; B2B; электронная коммерция; оптимизация управления закупками

## **OPTIMIZATION OF PROCUREMENT MANAGEMENT IN ERP-CLASS INFORMATION SYSTEMS BASED ON B2B E-COMMERCE PROCESS**

D. A. Tretyakov, V. A. Semenov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

Considered options to optimize procurement management in ERP-class information systems by integrating B2B e-commerce processes with various modules of ERP systems.

**Keywords:** ERP; B2B; e-commerce; optimization of procurement management

Электронная коммерция — это бизнес, использующий возможности сети Интернет и иные информационные технологии с целью повышения эффективности бизнеса и увеличения объема продаж [1]. Варианты реализации электронной коммерции [2]:

1. интернет-магазины;
2. электронные доски объявлений;
3. онлайн банки.

Используя возможности электронной коммерции, потребители могут заказывать и оплачивать товары при помощи своих персональных компьютеров, смартфонов или иных электронных устройств с возможностью подключения к сети интернет, что в значительной степени ускоряет и облегчает коммуникацию с поставщиком услуг. Для поставщиков услуг использование инструментов электронной коммерции позволяет существенно сократить операционные расходы, увеличить эффективность ведения и повысить конкурентоспособность своего бизнеса [3]. Вид электронной коммерции определяют по основным участникам закупочного процесса:

1. consumer (потребитель) – частные лица;
2. business (бизнес) – коммерческие организации;
3. government (правительство) – государственные структуры.

Виды электронной коммерции приведены в таблице.

*Таблица. Виды электронной коммерции*

|               | Правительство | Бизнес | Потребитель |
|---------------|---------------|--------|-------------|
| Правительство | G2G           | G2B    | G2C         |
| Бизнес        | B2G           | B2B    | B2C         |
| Потребитель   | C2G           | C2G    | C2C         |

Наиболее распространенные виды электронной коммерции [1]:

1. Business To Business (B2B) – в данном виде электронной коммерции, юридические лица нацелены на взаимоотношения с другими юридическими лицами. Такой вид бизнес-модели также охватывает торговые отношения, осуществляемые в электронном формате;
2. Business To Consumer (B2C) – в данном виде электронной коммерции, юридические лица нацелены на взаимоотношения с физическими лицами. Самый распространенный вид бизнес-модели имеет широкое распространение в торговле при помощи интернет-магазинов.
3. Business To Government (B2G) — в данном виде электронной коммерции, юридические лица нацелены на взаимоотношения с государственными органами.

Во взаимоотношениях вида B2B могут быть сложные бизнес-процессы и для повышения автоматизации, эффективности внутри компании используются различные инструменты. Как правило, для управления ресурсами внутри компании используется Корпоративная информационная система управления (КИСУ) класса ERP (Enterprise Resource Planning). Главная задача такой информационной системы – это автоматизация бизнес-процессов компании, обеспечивающая эффективное управление компанией и повышение качества обслуживания клиентов [4]. В настоящее время, если компания использует электронную коммерцию для продажи товаров через интернет и ERP системы для внутреннего планирования ресурсов, то могут возникать следующие проблемы [5, 6]:

1. ручной перенос данных между инструментами электронной коммерцией и ERP системой;
2. замедление и усложнение процесса предоставляемых услуг;
3. снижение точности данных, которыми оперирует компания для принятия решений.

Одним из перспективных способов решения обозначенных проблем является подход, который основан на интеграции электронной коммерции и следующих модулей ERP системы [5, 6]:

1. Customer Relationship Management (CRM) – это модуль, который предназначен для автоматизации управления взаимоотношения с клиентами;

2. Supplier Relationship Management (SRM) – это модуль, который направлен на автоматизацию управления взаимоотношениями с внешними поставщиками услуг;

3. Supply Chain Management (SCM) – это модуль, который предназначен для автоматизации и управления снабжением, контролем и приемкой всего товарооборота на предприятии.

Для интеграции электронной коммерции и ERP систем используются следующие варианты [6, 7]:

1. электронная коммерция строится на основе ERP системы, т.е. ERP является вспомогательной системой электронной коммерции;

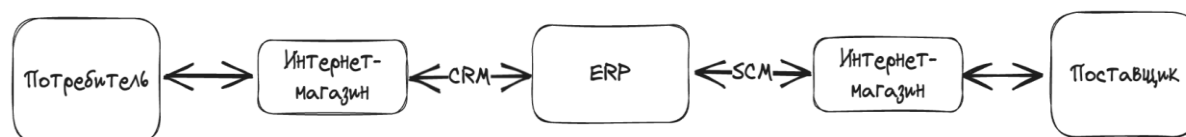
2. электронная коммерция и ERP системы интегрируются при помощи промежуточных систем или отдельных модулей, которые объединяют функциональные возможности двух систем.

Первый вариант, когда ERP является вспомогательной системой для электронной коммерции, имеет ряд недостатков, так как ERP и электронная коммерция являются двумя различными системами, которые предназначены для разных целей:

1. ERP система применяется для внутреннего планирования производства, распределения ресурсов предприятия, автоматизации различных бизнес-процессов;

2. электронная коммерция должна обеспечивать информационную связь между интранет сетью предприятия и внешней сетью интернет, которая позволяет легче коммуницировать с клиентами, получать заказы на продажу и повышать прибыль предприятия.

Во втором варианте, электронная коммерция и ERP системы должны иметь достаточный уровень интеграции между собой для дополнения функциональных возможностей каждой из систем. Модули CRM и SCM могут выступать в качестве посредников передачи данных между инструментами электронной коммерцией и ERP системой. Данный вид интеграции обеспечит своевременное получение и точность данных, а также позволит их использовать в остальных модулях ERP системы [8]. Пример схемы интеграции ERP системы и электронной коммерции приведен на рис. 1 [9].



*Рис. 1. Схема интеграции ERP системы и электронной коммерции*

### **Заключение**

Рассмотрены вопросы интеграции инструментов B2B электронной коммерции с различными модулями ERP системы. Эффективность управления поставками может быть дополнительно повышена за счет интеграции информационных систем управления ресурсами предприятия (ERP) с B2B

электронной коммерцией. Это позволяет быстрее обрабатывать и согласовывать заказы, следить за доступностью складских запасов, а также улучшать коммуникацию между участниками цепочки поставок. Таким образом, внедрение ERP системы в сочетании с электронной коммерцией позволяет создать единую систему управления закупками для предприятия и всех его партнеров.

### Список литературы

1. Кулик В. В., Леонов С. А. Электронная коммерция и бизнес-модели b2b, b2c // Экономика, управление, финансы и туризм. Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. Москва, 2022. С. 21–27.
2. Макеева Т. С. Электронная коммерция: что это, принцип работы, виды электронной коммерции // Актуальные вопросы современной экономики. 2023. № 2. С. 20–25.
3. Головенчик Г. Г. Сущность, классификация и особенности электронной коммерции // Наука и инновации. 2020. № 4 (206). С. 39–45.
4. Колос Н. В. Оптимизация бизнес-процессов на основе интеграции erp-систем и систем электронной коммерции // Вестник Белгородского университета потребительской кооперации. 2009. № 2 (30). С. 103–107.
5. Abbasi E., Farooqui A.W., Batra M. F., Rehmani M. A., Anas S. M. Bridging the gap between ERP applications and eCommerce solutions // International Journal of e-Education, e-Business, e-Management and e-Learning. 2017. Vol. 7(2). P. 111–122.
6. Wang Y., Shi Y. Analysis on the integration of ERP and e-commerce // AIP Conference Proceedings. 2017. Vol. 1864 (1). P. 1–4.
7. Назилин В. С., Силакова Л. В. Применение ERP-систем для повышения эффективности бизнес-процессов коммерческих организаций // Инновационная экономика: перспективы развития и совершенствования. 2022. № 3 (61). С. 46–52.
8. Jiang Y. Integration of CRM and ERP in e-commerce environment // 2009 International Conference on Management and Service Science. Beijing, China, 2009. P. 1–4.
9. Lu J. ERP and e-commerce association study // Proceedings of the International Conference on Education, Management and Information Technology. Jinan, China, 2015. P. 656–660.

# РАЗРАБОТКА УПРАВЛЯЕМОГО ИТТЕРБИЕВОГО ЛАЗЕРА ДЛЯ МИКРОСТРУКТУРНОГО ИЗМЕНЕНИЯ СЕРДЦЕВИНЫ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА

В. С. Трушников<sup>a</sup>, Ю. А. Конин<sup>b, c</sup>, А. С. Луценко<sup>c, d</sup>, И. Л. Вольхин<sup>a, c</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Национальный исследовательский университет ИТМО,  
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, 49, лит. А

<sup>c</sup>ПАО Пермская научно-производственная приборостроительная компания,  
614990, Пермь, ул. 25 Октября, 106

<sup>d</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе представлены результаты создания экспериментальной волоконной схемы импульсного иттербиевого лазера малых длительностей. Исследованы временные, спектральные и энергетические характеристики излучения. Подобраны оптимальные условия для создания внутриволоконных структур при торцевом облучении.

**Ключевые слова:** оптическое волокно; импульсный лазер; структура

## DEVELOPMENT OF A CONTROLLED YTTERBIUM LASER FOR MICROSTRUCTURAL MODIFICATION OF OPTICAL FIBER CORES

V. S. Trushnikov<sup>a</sup>, Yu. A. Konin<sup>b, c</sup>, A. S. Lutsenko<sup>c, d</sup>, I. L. Volkhin<sup>a, c</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm,

<sup>b</sup>ITMO University, 49 Kronverksky Pr., lit. A, 197101, St. Petersburg

<sup>c</sup>PAO Perm Scientific Production Instrument Company,  
106 25 October St., 614990, Perm

<sup>d</sup>Perm National Research Polytechnic University, 29 Komsomolsky Pr., 614990, Perm

The paper presents the results of the creation of experimental fiber circuit of pulsed ytterbium laser of short durations. The temporal, spectral and energy characteristics of the radiation are investigated. Optimal conditions have been selected for the creation of intra-fiber structures under end irradiation.

**Keywords:** optical fiber; pulsed laser; structure

Современный уровень развития лазерной техники позволяет проводить изменения структуры материалов на микро и наноструктурном уровне вплоть до манипуляции отдельными атомами [1], что может быть использовано при создании фотонных устройств на основе оптических волокон. Целью настоящей работы является создание прототипа волоконно-оптического устройства, позволяющего генерировать высокоэнергетические оптические сигналы разной формы для структурного изменения сердцевины оптического волокна. Основным механизм структурного изменения – собственный оптический пробой,

инициируемый в матрице оптического волокна и не связанный с наличием дефектов в материале.

В оптических волокнах собственный пробой возникает при уровнях плотностей потока мощности от  $10^9$  до  $10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>, которые наиболее просто получить в импульсном режиме генерации лазерного источника. Для данной задачи подходит двухкаскадная схема: маломощный задающий генератор лазерного излучения и оптоволоконный иттербиевый усилитель мощности. Такое решение позволяет достичь необходимых параметров импульсного лазерного излучения – длительности и энергии. Основным преимуществом иттербиевых квантовых генераторов является высокий коэффициент полезного действия вследствие малых потерь энергии на излучаемых длинах волн. Энергетическая схема двухуровневого Yb-усилителя представлена на рис. 1 [2, 3].

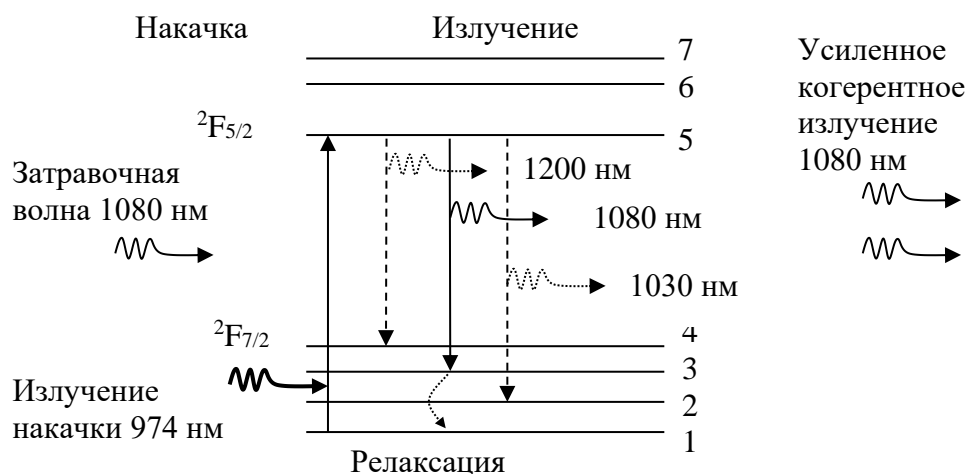


Рис. 1. Энергетическая схема работы Yb-квантового усилителя мощности

Принцип его работы состоит в следующем: за счет эффекта Штарка уровни энергии  $2F_{7/2}$  и  $2F_{5/2}$  расщепляются на 7 подуровней, как показано на схеме; излучение накачки с длиной волны 974 нм переводит электроны с 1-го основного подуровня на 5-ый метастабильный, на котором происходит их накопление, слабый внешний сигнал (затравочная волна 1080 нм) индуцирует переходы с уровня 5 на 3, при этом излучаются кванты света на длине волны 1080 нм и усиленное когерентное излучение поступает на выход квантового усилителя. Выделившаяся при переходе (релаксации) с уровня 3 на 1 энергия превращается в тепловую, которую необходимо отвести.

Схема Yb-лазера состоит из трех блоков: лазерного генератора излучения, усилительного каскада и схемы попутной лазерной накачки активной среды. Оптическая схема показана на рис. 2.

В качестве задающего генератора использован иттербиевый волоконный лазер, излучающий на длине волны 1080 нм модулированный оптический сигнал с длительностью 20 мс и частотой повторения импульсов 20 Гц. Далее располагался акустооптический модулятор 2 (АОМ) «Фотон-3201П»,

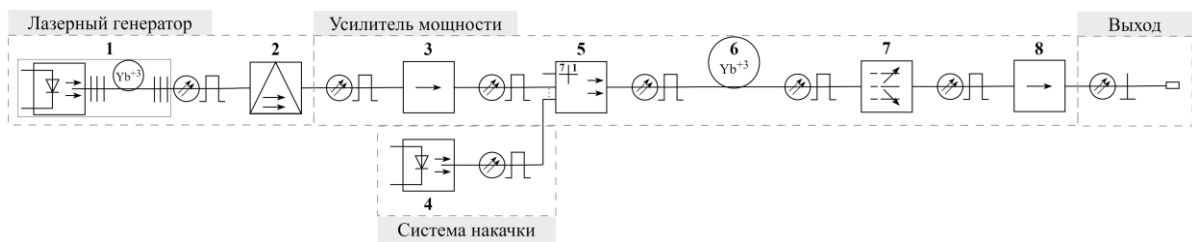


Рис. 2. Оптическая схема экспериментальной установки импульсного лазера, где: 1 – ЛГ затравочного излучения «YFL-1100» с  $\lambda = 1080$  нм, 2 – АОМ «Фотон-3201П», 3 и 8 – оптический изолятор, 4 – ЛД накачки «PLD-70-974-T» с  $\lambda = 974$  нм, 5 – объединитель накачки, 6 – активный контур  $\text{Yb}^{3+}$ , 7 – удалитель мод оболочки

предназначенный для более точной модуляции оптического сигнала в пределах импульсов, поступающих в усилительный каскад, который представляет собой волоконно-оптический усилитель (ВОЛС). Сигнал управления АОМ поступает с электрического генератора сигналов произвольной формы Акип-34202 (на схеме не показан). Таким образом, на вход ВОЛС подается сформированная маломощная затравочная оптическая волна заданной формы и длительности. Для защиты волоконной схемы задающего генератора в ВОЛС установлен оптический изолятор 3 (ОИ) подавляющий отраженный сигнал на 50 дБ на длине волны 1064 нм. С выхода ОИ сигнал поступает на один из входов объединителя накачки 5 «(7+1)\*1 Pump combiner». К нему же подводится мощность лазерного диода накачки 4 активной среды. Оптическая мощность накачки составляет до 60 Вт на длине волны 974 нм и может регулироваться изменением тока через лазерный диод 4. Усиление затравочной волны происходит в  $\text{Yb}^{3+}$ -катушке 6 шестиугольного «Doble-clad» оптического волокна длиной 4 метра, сердцевина которого (активная среда) легирована ионами иттербия. Удалитель мод оболочки 7 пропускает усиленное лазерное излучение с длиной волны 1080 нм по сердцевине и отсекает лишнее излучение накачки на длине 974 нм, распространяющееся по оболочке. Далее усиленное излучение через оптический изолятор 8, защищающий  $\text{Yb}$ -квантовый усилитель от отраженных сигналов, поступает на выходной разъем.

По схеме, представленной на рис. 3 проведено исследование основных характеристик разработанного лазера в режиме импульсной генерации при различной форме модулирующих импульсов. Для получения контролируемого оптического пробоя необходимы два условия: во-первых, создание затравочной плазмы и, во-вторых, внесение в неё энергии, поддерживающей её в кратковременном стабильном состоянии.

Собранный лазерный генератор способен создавать сигналы различной формы, в том числе: импульсной, синусоидальной и пилообразной, как показано на рис. 4а–в. По данным [4, 5] и исходя из условий ожидаемого пробоя в волноводе, был выбран способ импульсной модуляции оптического сигнала. При этом на переднем фронте возникает переходный процесс в виде кратковременного выброса сигнала, как показано на рис. 4а. Именно этот





Рис. 3. Схема проведения экспериментов

всплеск излучения, усиленный ВОЛС создает необходимую для образования затравочной искры собственного оптического пробоя плотность потока оптической энергии. Таким образом выполняется первое условие – создание затравочной плазмы в ограниченном объеме оптического волокна. Второе условие – поддержание плазмы происходит при более низких плотностях энергии. Изменяя длительность импульса можно контролировать пространственную локализацию области пробоя, и соответственно размеры вновь образованных внутриволоконных структур. Следует отметить, что синусоидальный и пилообразный сигналы имеют плавные амплитудные изменения, что не обеспечивает создание необходимых плотностей потока оптической мощности для возникновения затравочной плазмы.

Исследованы основные характеристики двухкаскадного квантового генератора в импульсном режиме работы с различными видами модуляции. Ниже приведены результаты, полученные при двойной амплитудно-импульсной модуляции, которые предполагается использовать для получения контролируемого оптического пробоя. При этом сигналы импульсной модуляции лазера: длительность 20 мс, частота повторения 20 Гц;

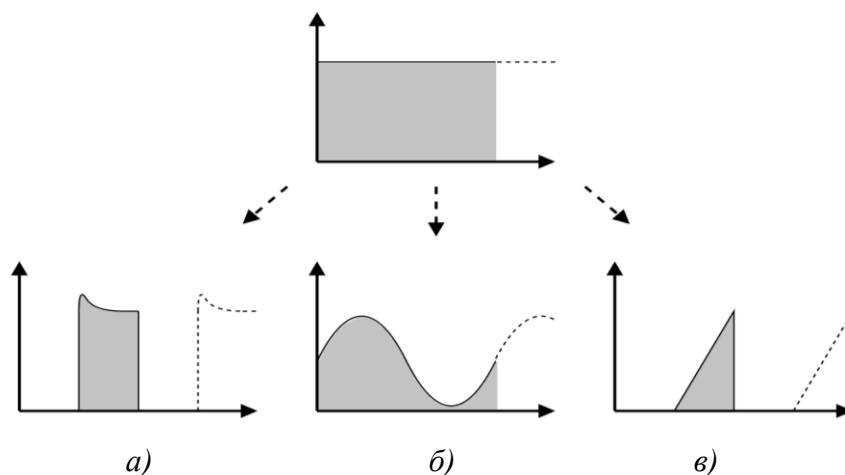


Рис. 4. Формы генерируемых оптических сигналов при модуляции электрическим сигналом: а) импульсным; б) синусоидальным; в) пилообразным

АОМ: частота 1 кГц. Зависимость средней оптической мощности от тока накачки приведена на рис. 5а. Наблюдается ее линейное возрастание в диапазоне токов накачки  $I_{\text{накачки}} = 1 \div 2$  А. На спектрограмме рис. 5б показан спектр лазерного излучения с центральной длиной волны  $\lambda = 1080.16$  нм, причём, разница между усиленным сигналом и без усиления составила около 33 дБ.

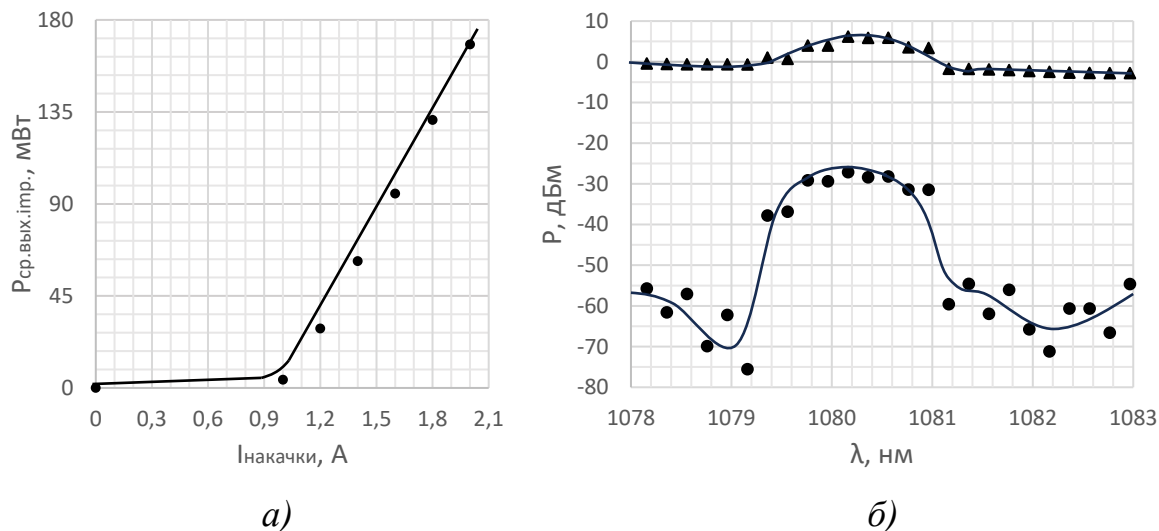


Рис. 5. а) Зависимость средней мощности при импульсной модуляции 1 кГц от тока накачки; б) спектрограмма выходного излучения, где ▲ – с усилением, ● – без усиления

При акустооптической модуляции 5 кГц и токе накачки 1.5 А на осциллограмме рис. 6 замечены наносекундные импульсы. Осциллограмма рис. 7 демонстрирует так называемые «chair»-импульсы сигнала в схеме без АОМ, которые характерны резонансным возрастающим фронтом. В отличие от рис. 7, на рис. 6 явно не наблюдаются из-за дополнительной модуляции пакетов оптического сигнала. Более точное измерение ширины резонансных импульсов было затруднено как следствие засветки принимающего фотодатчика.

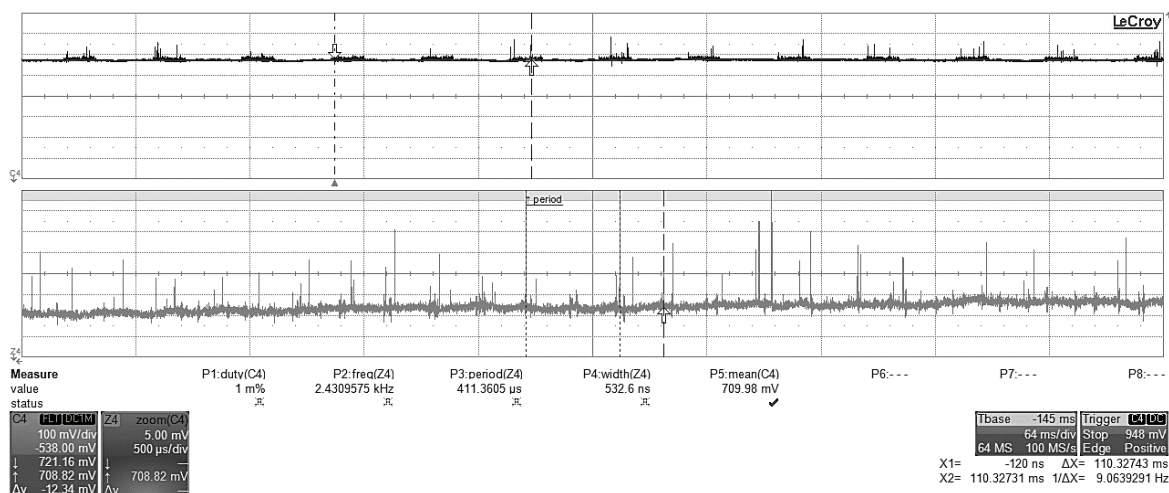


Рис. 6. Осциллограмма выходного импульсного сигнала при токе накачки 1.5 А и частоте модуляции 5 кГц

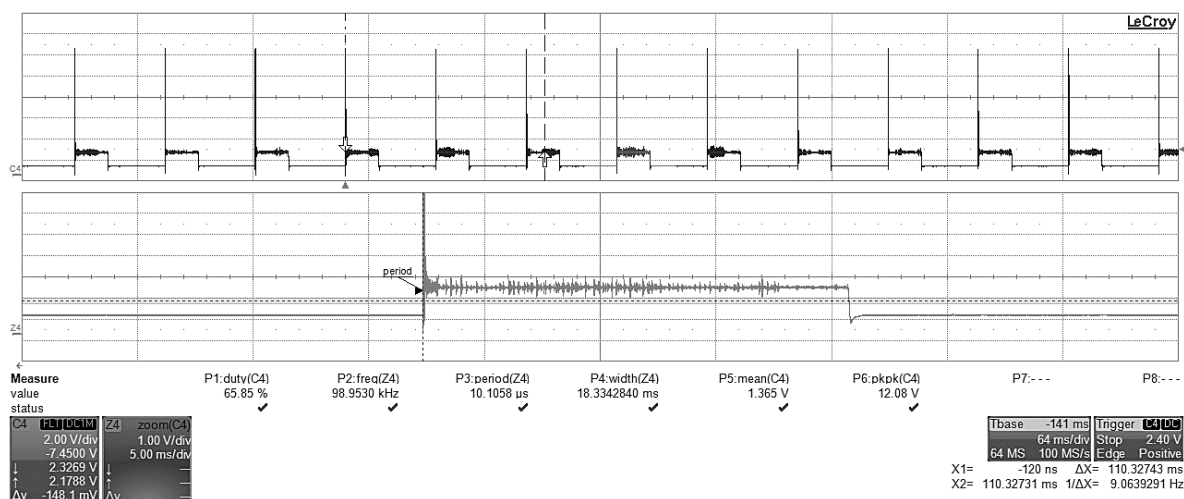


Рис. 7. Осциллограмма выходного «chair»-импульсного сигнала при токе накачки 1.6 А

На основе проведённых измерений были получены оптимальные режимы работы собранной оптической схемы двухкаскадного иттербиевого усилителя. В частности, при токе накачки 1.5 А и 5 кГц импульсной модуляции дискретных пакетов оптического сигнала была измерена ширина импульса  $\tau = 533$  нс и оценена импульсная мощность  $P_{imp} = 60$  Вт.

Таким образом, была осуществлена апробация волоконной схемы генерации высокоэнергетических коротких импульсов. В дальнейшем планируется проведение экспериментов с торцевым облучением образцов оптического волокна встречными импульсами для их структурного изменения.

### Список литературы

1. Дианов Е. М. Волоконная оптика: сорок лет спустя // Квантовая электроника. 2010. Т. 40. № 1. С. 1–6.
2. Вольхин И. Л., Ажеганов А. С., Булатов М. П., Мальков Н. А., Ветошкин М. А., Овчинников К. А. Квантовая и оптическая электроника: лабораторный практикум. Ч. 2. Оптическая электроника: учебно-методическое пособие. Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2022. 120 с.
3. Курков А. С. Волоконные лазеры: принципы построения и основные свойства: учебно-методическое пособие. Ульяновск: УлГУ, 2021. 179 с.
4. Худяков Д. В. Волоконные иттербиевые лазеры ультракоротких импульсов, методы генерации и усиления импульсов: дис. докт. физ.-мат. наук: 29.09.21. Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва, 2021. 300 с.
5. Konin Yu. A., Scherbakova V. A., Bulatov M. I., Malkov N. A., Lucenko A. S., Starikov S. S., Grachev N. A., Perminov A. V., Petrov A. A. Structural characteristics of internal microcavities produced in optical fiber via the fuse effect // Journal of Optical Technolgis, 2021. Vol. 88 (11). P. 672–677.

*Научное издание*

## **Физика для Пермского края**

Материалы региональной научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых

Выпуск 16

Издается в авторской редакции

Компьютерная верстка:  
*Н. Н. Картавых*

---

Объем данных 12 Мб  
Подписано к использованию 30.10.2023

---

Размещено в открытом доступе  
на сайте [www.psu.ru](http://www.psu.ru)  
в разделе НАУКА / Электронные публикации  
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности  
Пермского государственного  
национального исследовательского университета.  
614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15