

ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПЕРМСКИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ

Сборник статей по материалам
IX Всероссийской конференции,
посвященной памяти профессоров
Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого
и Д. В. Любимова



Пермь 2023

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ПЕРМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД
Уральского отделения Российской академии наук –
филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Пермского федерального исследовательского центра
Уральского отделения Российской академии наук

ПЕРМСКИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ

**Сборник статей по материалам
IX Всероссийской конференции,
посвященной памяти профессоров
Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова**

(г. Пермь, ПГНИУ, 4–6 октября 2023 г.)



Пермь 2023

- П275 **Пермские** гидродинамические научные чтения [Электронный ресурс] : сборник статей по материалам IX Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова / отв. ред. Т. П. Любимова ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2023. – 20 Мб ; 501 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/permskie-gidrodinamicheskie-nauchnyechteniya-2023.pdf>. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4066-9

Представлены статьи по материалам IX Всероссийской конференции, проходившей на базе Пермского государственного национального исследовательского университета 4 – 6 октября 2023 г. Конференция посвящена памяти руководителей Пермской гидродинамической научной школы – ведущей научной школы Российской Федерации – профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК 532.5
ББК 22.25

*Издается по решению ученого совета физического факультета
Пермского государственного национального исследовательского университета*

Рецензенты

- Кривилев М. Д.** – д. ф.-м. н., доцент, заведующий лабораторией физики конденсированных сред Удмуртского государственного университета, г. Ижевск;
- Баяндин Д. В.** – к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедры «Общая физика» Пермского национального исследовательского политехнического университета, г. Пермь

ISBN 978-5-7944-4066-9

© ПГНИУ, 2023

Организаторы

Пермский государственный национальный исследовательский университет
Институт механики сплошных сред УрО РАН
Пермский федеральный исследовательский центр УрО РАН

Председатель конференции

Любимова Т.П. – д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры теоретической физики Пермского государственного национального исследовательского университета.

Члены научного комитета

чл.-корр. РАН	А.А. Афанасьев, Москва	д.ф.-м.н.	В.Э. Малышкин, Новосибирск
д.ф.-м.н.	Д.А. Брацун, Пермь	д.ф.-м.н.	А.И. Мизев, Пермь
д.ф.-м.н.	В.С. Бердников, Новосибирск	проф.	А.А. Непомнящий, Хайфа, Израиль
д.ф.-м.н.	Е.А. Демехин, Краснодар	д.ф.-м.н.	Н.В. Никитин, Москва
д.ф.-м.н.	В.А. Демин, Пермь	д.ф.-м.н.	Е.Н. Пелиновский, Нижний Новгород
д.ф.-м.н.	Е.В. Ерманюк, Новосибирск	д.ф.-м.н.	А.В. Перминов, Пермь
д.ф.-м.н.	М.Ю. Жуков, Ростов-на-Дону	чл.-корр. РАН	В.В. Пухначев, Новосибирск
к.ф.-м.н.	А. Исахов, Алматы, Казахстан	д.ф.-м.н.	Н.Н. Смирнов, Москва
д.ф.-м.н.	В.Г. Козлов, Пермь	д.ф.-м.н.	Б.Л. Смородин, Пермь
д.ф.-м.н.	В.В. Козлов, Новосибирск	д.ф.-м.н.	П.Г. Фрик, Пермь
д.ф.-м.н.	М.Д. Кривилев, Ижевск	проф.	Цюшэн Лю (Qiusheng Liu), Пекин, Китай
д.г.н.	А.П. Лепихин, Пермь		

Локальный организационный комитет

Т.П. Любимова
Н.А. Зубова
Л.С. Клименко

М.И. Каракчиева
М.И. Петухов
К.Б. Циберкин

Я.Н. Паршакова
Т.В. Демина
М.О. Кучинский

СОДЕРЖАНИЕ

Пленарные лекции

<i>Абрашкин А. А.</i> Обобщенные волны Герстнера.....	10
<i>Афанасьев А. А.</i> Многофазная фильтрация при размещении углекислого газа в водонасыщенных пластах. от малых к большим масштабам.....	15
<i>Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н.</i> О некоторых трудностях математического моделирования испарительной конвекции в двухфазных системах.....	20
<i>Кокорина А. В., Слюняев А. В.</i> Регистрация поверхностных морских волн у о-ва сахалин и численное моделирование.....	26
<i>Нипполайнен Э., Камшилин А. А., Зайцев В. В., Ставцев Д. Д., Щербинин А. В.</i> Оценка церебрального кровотока во время нейрохирургической операции по удалению опухолей.....	31
<i>Пакари К., Доксуа Т., Ерманиук Е., Метц П., Мулен М., Жубо С.</i> Аттракторы внутренних и инерционных волн в осесимметричном бассейне.....	36
<i>Пелиновский Е. Н., Талипова Т. Г., Flamarionb М.</i> Модульные солитоны и компактоны.....	41

Материалы секционных докладов

<i>Агеева М. В., Демин В. А.</i> Сопряженный массоперенос паров кремния в неоднородном температурном поле при пропитке пористого углеродного волокна.....	46
<i>Алабужев А. А.</i> Влияние гистерезиса краевого угла на динамику зажатого пузырька.....	51
<i>Алабян А. М., Демиденко Н. А., Крыленко И. Н., Лебедева С. В., Панченко Е. Д., Попрядухин А. А., Федорова Т. А.</i> Исследование гидродинамики приливных устьев европейского сектора российской арктики.....	56
<i>Алавердова А. А., Панченко Е. Д.</i> Трансформация приливной волны в устьях рек мезень и печора.....	61
<i>Богомолов А. В., Лепихин А. П., Синцова Т. Н.</i> Структура внутрисуточных колебаний физических показателей качества воды в камском водохранилище.....	67
<i>Бушуева А. В., Дьякова В. В., Полежаев Д. А.</i> Экспериментальное исследование массопереноса в колеблющейся жидкости в прямоугольной ячейке Хеле-Шоу.....	74
<i>Быков А. В., Сухановский А. Н., Калинин Н. А., Степанов Р. А., Фрик П. Г., Ветров А. Л.</i> Моделирование предельных состояний планетарной атмосферы с использованием пакета wgf-argw.....	77
<i>Васильев А. Ю., Сухановский А. Н., Попова Е. Н.</i> Влияние наклона дна на бароклинные волны в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы.....	82
<i>Васильев А. Ю., Попова Е. Н., Фрик П. Г., Сухановский А. Н.</i> Динамика свободноплавающих тел в слое жидкости с радиационным нагревом.....	87
<i>Верезуб Н. А., Простомолотов А. И.</i> Гидродинамическая неустойчивость при обтекании фронта кристаллизации в процессе чохранского.....	92
<i>Володин И. В., Алабужев А. А.</i> Влияние вибраций на динамику тонкой пленки магнитной жидкости в постоянном магнитном поле.....	97
<i>Габышев Д. Н., Ганопольский Р. М.</i> О морфологически-зависимых резонансах в освещаемых каплях воды.....	102

Галишевский В. А., Садовникова А. Д., Кучинский М. О., Рыбкин К. А., Любимова Т. П. Экспериментальное исследование ультразвукового воздействия на контактный угол в растворах пав.....	107
Говорухин В. Н. Анализ структуры и динамики плоских вихревых течений на основе спектрально-бессеточного численного метода.....	113
Демин В. А., Игошев С. А. Об особенностях переноса газообразного кремния от зеркала расплава к изделию в процессе высокотемпературного силицирования.....	116
Демин В. А., Костыря А. В. Нестационарные гидродинамические режимы в установке погружного горения.....	121
Демин В. А., Петухов М. И., Пономарев Р. С. Влияние диэлектрической проницаемости на распределение ионов в пограничном слое при протонировании ниобата лития.....	128
Денисова М. О., Костарев К. Г. Развитие реакции в капле, поглощающей химически активный пав из его однородного раствора.....	132
Евграфова А. В., Сухановский А. Н. Конвективный перенос примеси в условиях городского ландшафта.....	137
Зайцев В. В., Кащенко В. А., Лодыгин А. В., Красносельский К. Ю., Камшилин А. А. Лапароскопическая интраоперационная оценка динамики кровотока методом визуализирующей фотоплетизмографии.....	141
Закинян Р. Г., Закинян А. Р., Светличный В. А. К распространению внутренних гравитационных волн планетарного масштаба.....	146
Зеленчук П. А., Цибулин В. Г. Диффузионно-адвективная модель идеального свободного распределения хищников и жертв в неоднородной среде обитания.....	152
Зубова Н. А., Иванцов А. О., Висков М. В. Задача устойчивости фильтрата в пористой среде основания полигона твердых коммунальных отходов.....	157
Ингель Л. Х. Аномальный отклик стратифицированной среды на объемное тепловыделение.....	163
Казанцев П. Н., Смородин Б. Л. Термомангнитная конвекция магнитного коллоида стратифицированного в неоднородном магнитном поле.....	168
Казимарданов М. Г., Любимова Т. П., Перминов А. В. Конвекция вязкопластической жидкости в нагреваемой сбоку квадратной полости при наличии вибраций.....	174
Карпунин И. Э. Динамика фазового включения в осциллирующем потоке жидкости в осесимметричном канале переменного сечения.....	179
Клименко Л. С., Марышев Б. С. Моделирование процесса очистки микроканала с помощью внешнего потока.....	185
Князев Д. В. Течение паузейля термовязкой жидкости под действием продольных градиентов давления и температуры.....	190
Ковычева Е. И., Циберкин К. Б. Нестационарные одномерные течения электронов в гидродинамическом режиме.....	196
Козлов В. Г., Власова О. А., Дьякова В. В. Динамика границы раздела маловязких жидкостей, осциллирующих в вертикальном плоском слое.....	201
Козлов В. Г., Зимасова А. Р., Козлов Н. В. Устойчивость и надкритическая динамика границы раздела жидкостей в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре.....	206
Козлова А. Н., Сайдаков В. Д., Козлов Н. В. Динамика жидкостей разной вязкости в неравномерно вращающемся горизонтальном плоском слое.....	210

Колесниченко И. В. Взаимодействие вихревого и транзитного течений в цилиндрическом канале с жидким металлом.....	214
Колчанов Н. В., Колчанова Е. А., Сидоров А. С. Эмпирическая зависимость проницаемости от пористости составной волокнистой пористой среды, структурированной 3d фотополимерным каркасом.....	219
Колчанов Н. В., Колчанова Е. А., Сидоров А. С. Экспериментальное исследование проникающей конвекции воздуха в тепловыделяющей волокнистой пористой среде и расположенной над ней воздушной прослойке.....	224
Колчанова Е. А., Сагитов Р. В. Сравнение критических параметров конвективной неустойчивости в слое воздуха, частично заполненном тепловыделяющей пористой средой разной конфигурации.....	229
Колчанова Е. А., Колчанов Н. В. Возбуждение концентрационной конвекции на фоне сквозного течения в двухслойной пористой среде с закупоркой.....	233
Костарев К. В., Брацун Д. А. Стая как жидкость.....	237
Кучинский М. О., Любимова Т. П. Влияние предварительной обработки на флотацию кварца.....	244
Лапина Л.Э. Влияние амплитуд годовых колебаний температуры поверхности почвы на среднегодовую температуру почвогрунтов.....	250
Лепихин А. П., Лучников А. И., Опутин М. А. Вертикальная неоднородность водных масс, поверхностных водных объектов, формирующихся в районе г. Соликамска.....	255
Лепихин А. П., Любимова Т. П., Богомолов А. В., Паршакова Я. Н. Периодическое формирование вертикальных неоднородностей водных масс в камском водохранилище в районе города Березники.....	261
Любимова Т. П., Гаричева Ю. В., Иванцов А. О. Численное моделирование поведения газового пузырька в вязкой жидкости, в квадратной полости, под действием поступательных вибраций.....	266
Любимова Т. П., Лепихин А. П., Богомолов А. В., Паршакова Я. Н., Ляхин Ю. С. Особенности гидродинамики водоемов, расположенных в зонах и активного техногенеза..	271
Макарихина Е. И., Краузин П. В. Время установления равновесия коллоидного раствора при инъектировании примеси.....	276
Марышев Б. С., Клименко Л. С. Исследование устойчивости одномерного вертикального течения при прокачке конечного объема примеси к двумерным конвективным возмущениям.....	281
Мезенцева А. М., Смородин Б. Л. возникновение гравитактической биоконвекции в горизонтальном слое.....	287
Мизева И. А., Подолян Н. П., Мамонтов О. В., Камшилин А. А. Оценка динамики миогенных колебаний кровотока в системе микроциркуляции человека методом визуализирующей фотоплетизмографии.....	292
Мошева Е. А., Шмыров А. В., Мизев А. И. Экспериментальное исследование влияния концентрационно-капиллярной конвекции марангони на процесс смешения двух жидкостей в т-образном микрореакторе непрерывного действия.....	296
Мугинов Р. Р., Павлов Д. А., Пещеренко М. П., Пещеренко С. Н., Перминов А. В. гидравлическое сопротивление центрального канала инспекционного снаряда с клапаном обтекаемой формы.....	301
Насырова Д. А. Собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом системой трещин, перпендикулярных стволу скважины.....	306

Некрасов О. О., Смородин Б. Л. Влияние переменного электрического поля на умеренную униполярную автономную инжекцию заряда в горизонтальный слой диэлектрической жидкости.....	310
Никулина С. А., Перминов А. В., Любимова Т. П. Конвективные режимы псевдопластической жидкости в условиях микрогравитации при воздействии высокочастотных вибраций.....	316
Никулин И. Л., Демин В. А., Никулина С. А. Математическое моделирование разрыва поверхностной пленки движением расплавленного металла в магнитном поле.....	321
Палымский И. Б. Об особенностях развития конвективной неустойчивости в сжимаемом газе.....	325
Панькова Н. В., Мошева Е. А., Козлов Н. В. Динамика границы реагирующих смешивающихся жидкостей в поле продольных вибраций.....	328
Плотников С. А., Полудницин А. Н., Модорский В. Я., Шарифулин А. Н., Любимова Т. П. Аномальные конвективные течения воздуха и водорода в наклоняемом кубе.....	333
Полуянов А. О., Колесниченко И. В. Колебательный режим течения жидкого металла, вызванного действием переменного магнитного поля в цилиндрической ячейке.....	340
Прокопьев С. А., Непомнящий А. А., Любимова Т. П. Эффективный численный метод решения уравнения Кана-Хилларда.....	345
Рачев В. А., Шарифулин А. Н., Любимова Т. П. Гистерезис стационарных режимов вибрационно-конвективного течения в цилиндрическом слое в условиях невесомости.....	351
Рудая Я. Е., Шмакова Н. Д., Замараева Е. В., Чеботников А. В., Бойко О. А., Ерманык Е. В., Сибгатуллин И. Н. Исследование интегральных характеристик волновых аттракторов.....	356
Садовникова А. Д., Галишевский В. А., Рыбкин К. А., Кучинский М. О., Любимова Т. П. Исследование влияния ультразвука на генерацию и коллапс воздушных пузырьков в растворах пав.....	361
Самойлова А. Е., Егорова А. А. Тепловая конвекция в слое пористой среды между водным телом и непроницаемым массивом.....	367
Сбоев И. О., Рыбкин К. А., Кучинский М. О., Любимова Т. П. Исследование характеристик стационарного звукового поля в жидкости над круглым пьезоэлектрическим излучателем.....	371
Сираев Р. Р., Брацун Д. А. Численное моделирование абсорбции пав каплей из однородного раствора.....	378
Слюняев А. В., Кокорина А. В. Двухкомпонентная модель давления под нелинейными волнами на поверхности воды промежуточной глубины.....	384
Смородин Б. Л. Параметрическое возбуждение конвекции марангони в бинарной смеси....	390
Сухановский А. Н., Гаврилов А. А., Васильев А. Ю., Попова Е. Н. Моделирование арктического потепления в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы.....	395
Тиунов А. А., Лепихин А. П. Обратные течения в водохранилищах, условия возникновения и их влияние на устойчивость водопользования.....	400
Уточкин В. Ю., Сираев Р. Р., Брацун Д. А. Перестройка структуры движения в системе несмешивающихся реагирующих растворов в однослойном приближении.....	407
Федюшкин А. И. Температурное и концентрационное расслоение и стратификация конвективного течения.....	411

Франц Е. А., Шелистов В. С., Крылов А. А., Демехин Е. А. Электрокинетическая неустойчивость при электрофорезе в сильном электрическом поле.....	420
Фрик П. Г., Васильев А. Ю., Попова Е. Н., Сухановский А. Н., Филимонов С. А., Гаврилов А. А. Дрейф погруженного в жидкость тела при конвекции в прямоугольных полостях.....	426
Хабин М. Р., Марышев Б. С. Конвективная устойчивость течения смеси через длинную прямоугольную область пористой среды.....	431
Хохрякова К. А., Шмыров А. В., Мизева И. А. Азимутальная неоднородность капиллярных волн на поверхности магнитной жидкости в продольном магнитном поле.....	436
Циберкин К. Б. Параметрическая неустойчивость намагниченности разбавленного магнитного полупроводника в сплошноредной модели.....	439
Черепанов И. Н., Смородин Б. Л. Влияние вибраций на конвекцию коллоидной бинарной смеси в ячейке Хеле-Шоу.....	443
Чернова А. А. Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести.....	447
Чупеев И. А., Петров Д. А. О смещении порога перехода фредерикса в жидкокристаллических композитах гетитовых наностержней.....	450
Шварц К. Г. Адвективные термоакустические течения во вращающемся слое жидкости....	455
Шелистов В. С., Пономарёв Р. Р., Попов В. А., Алексеев М. С., Демёхин Е. А. Концентрирование наночастиц при вынужденном течении электролита в микроканале через ионоселективную мембрану.....	459
Ширяева М. А., Субботин С. В. Резонансные режимы инерционных волн во вращающемся цилиндре с наклонными торцами при либрациях.....	463
Шишкин М. А., Колегов К. С., Пикина Е. С. Термокапиллярная конвекция в подвешенных на кольцевом креплении сплюснутых каплях	467
Шишов А. А. Изменение скоростных и энергетических характеристик водного потока в устье реки мезень в ходе приливного цикла.....	472
Шмырова А. И., Нурмухаметов Д. И., Корнилицын А. Р., Пономарёв Р. С., Конин Ю. А., Луценко А. С., Первадчук В. П. Гидродинамические процессы в оптоволоконном датчике на основе открытой микрополости.....	477
Шмырова А. И., Шмыров А. В. Экспериментальная проверка поверхностного числа рэлея.....	482
Шубенков И. С., Любимова Т. П. Спиральные моды конвекции в наклонном слое пористой среды, насыщенной жидкостью, при вертикальном градиенте температуры.....	485
Экстер Н. М., Гареев Л. Р., Зайко Ю. С. Нахождение длины зоны локальной абсолютной неустойчивости свободной струи.....	490
Якимов Т. А., Шарифулин А. Н., Любимова Т. П. Численное определение границ существования множественных режимов вибрационной конвекции в цилиндрической полости.....	494

ПЛЕНАРНЫЕ ЛЕКЦИИ

ОБОБЩЕННЫЕ ВОЛНЫ ГЕРСТНЕРА

А. А. Абрашкин^{a,b}

^a Национальный Исследовательский Университет Высшая Школа Экономики,
603155, Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12

^b Институт прикладной физики РАН,
603155, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

Рассмотрен класс точных решений уравнений гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости, обобщающий волну Герстнера. Непостоянство давления на свободной поверхности соотносится с действием ветра. Проанализированы эффекты обрушения бризера и формирование волны-убийцы на фоне волны Герстнера.

Ключевые слова: волна Герстнера; лагранжевые переменные; завихренность

GENERALIZED GERSTNER WAVES

A. A. Abrashkin^{a,b}

^a National Research University Higher School Economics,
25/12, Bol'shaya Pecherskaya st., 603155, Nizhny Novgorod

^b Institute of Applied Physics RAS, 46 Ulyanov st, 603950 Nizhny Novgorod

A class of exact solutions of the equations of hydrodynamics of an ideal incompressible fluid, which generalizes the Gerstner wave, is considered. The variability of pressure on the free surface is related to the action of the wind. The effects of the breather overturn and the formation of a rogue wave against the background of the Gerstner wave are analyzed.

Key words: Gerstner wave; Lagrangian variables; vorticity

Исторически первое аналитическое представление для нелинейной волны, описывающее стационарную волну на глубокой воде с профилем в виде трохиды, было опубликовано Ф. Й. Герстнером в 1802 году [1]. Оно до сих пор остается единственным точным решением полных уравнений гидродинамики для гравитационных волн на воде. Волны Герстнера были воспроизведены в лабораторных и наблюдались в натуральных условиях [2].

Рассмотрим 2D-движение идеальной жидкости. Введем комплексные координаты траектории жидкой частицы $W = X + iY$, $\bar{W} = X - iY$ и комплексные лагранжевые координаты $\chi = a + ib$, $\bar{\chi} = a - ib$. В таком случае система уравнений идеальной несжимаемой жидкости может быть представлена как условие независимости от времени двух якобианов [3, 4]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{D(W, \bar{W})}{D(\chi, \bar{\chi})} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial t} \frac{D(W_t, \bar{W})}{D(\chi, \bar{\chi})} = 0. \quad (1)$$

Непосредственным вычислением можно показать, что

$$W = G(\chi) \exp(i\lambda t) + F(\bar{\chi}) \exp(i\mu t), \quad (2)$$

где G, F – аналитические функции, а λ и μ – действительные числа, есть точное решение системы (1). Функции G и F в значительной степени произвольные, поскольку единственным ограничением на их выбор служит требование, чтобы в области течения выражение $D_0 = |G'|^2 - |F'|^2 \neq 0$.

В течениях (2) частица движется по окружности радиуса $|F|$, центр которой вращается по окружности радиуса $|G|$. Если отношение частот μ и λ положительное, то траекторией служит эпициклоида, если отрицательное, то гипоциклоида; число петель на кривой зависит от отношения частот. По таким орбитам двигались планеты в Птолемеевой картине мира, поэтому данные течения были названы Птолемеевскими [3, 4]. Волна Герстнера принадлежит к классу Птолемеевских течений. Она описывается выражением $W = \chi + iA \exp[i(k\bar{\chi} - \omega t)]$; $\text{Im } \chi \leq 0$, где A – амплитуда, k – волновое число, а $\omega = \sqrt{gk}$ – частота волны.

Давление на профиле волны Герстнера постоянно. Однако в присутствии ветра это условие нарушается. Его воздействие тогда можно моделировать заданием неоднородного и нестационарного распределения давления на свободной поверхности. Тем самым, проблема сводится к изучению влияния граничных условий такого типа на эволюцию волны.

Таб. 1. Примеры обобщенных волн Герстнера (α и β – постоянные)

Модель	$G(\chi)$	$F(\bar{\chi})$	Ссылка
Осциллирующий солитон	χ	$\frac{\beta}{(\bar{\chi} + i)^n}; \beta > 0, n \geq 2$	[5]
Солитон на фоне волны Герстнера	χ	$iAe^{ik\bar{\chi}} + \frac{\beta}{(\chi + i)^n}$	[5]
Обрушение брызера	$\chi - \frac{i\beta}{(\chi - i)^2}$	$\frac{i\beta}{(\bar{\chi} + i)^2}$	[6]
Нестационарные волны Герстнера	$\chi + \frac{\beta}{\chi - i\alpha}$	$iAe^{ik\bar{\chi}}$	[7]
Волна-убийца внутри пакета волн Герстнера	$\chi + \frac{i}{k} \ln \left(1 + P \left(\frac{\chi}{\alpha} \right) \right);$ $P \left(\frac{\chi}{\alpha} \right) = \frac{i\beta}{i\alpha - \chi}$	$iA \left(1 + \overline{P \left(\frac{\chi}{\alpha} \right)} \right) e^{ik\bar{\chi}}$	[8]
Волна-убийца на фоне Герстнера	$\chi - \frac{i\beta}{(\chi - i\alpha)^2}$	$-iAe^{ik\bar{\chi}} + \frac{i\beta}{(\bar{\chi} + i\alpha)^2}$	[9]

В рамках данного подхода рассмотрим обобщения волн Герстнера. Будем полагать, что области течения в лагранжевых переменных соответствует нижняя полуплоскость, и оно описывается выражением

$$W = G(\chi) + F(\bar{\chi})e^{-i\omega t}. \quad (3)$$

На глубине жидкость покоится, поэтому $|F| \rightarrow 0$ при $b \rightarrow -\infty$. Функция G задает уровень, относительно которого вращаются частицы свободной поверхности, а модуль функции F определяет радиус их вращения.

Решению (3) соответствует распределение давления [4,5]:

$$\frac{p - p_0}{\rho} = -g \operatorname{Im}(G + F e^{-i\omega t}) + \frac{1}{2} \omega^2 |F|^2 + \operatorname{Re} \left(e^{i\omega t} \int \omega^2 G' \bar{F} d\chi \right).$$

В общем случае давление изменяется периодически со временем и неоднородно вдоль поверхности $\operatorname{Im} \chi = 0$. Итак, найден целый класс точных решений, которые описывают сложную динамику свободной границы в случае неоднородного и гармонически изменяющегося давления на ней. Завихренность волн задается соотношением $\Omega = 2\omega |F'|^2 / D_0$. В общем случае, она сложная функция переменных Лагранжа.

Различные примеры обобщенных волн Герстнера изучены в серии работ [5-9]. Их характеристики представлены в Табл. 1. Полученные решения позволяют проанализировать целый ряд нестационарных явлений.

Обрушение бризера [6]. Динамика бризера на спокойной воде представлена на рис. 1. Решение (3) с функциями G, F , соответствующими третьей строке Табл. 1 эволюционирует по-разному в зависимости от величины β . Начнем анализ с $t_0 = \pi/\omega$. В этот момент форма свободной границы симметрична относительно вертикальной оси, проходящей через точку максимального отклонения (рис. 1а). Его высота равна 2β (или $2\alpha\beta$ в размерной форме). Для отрицательного β свободная поверхность имеет впадину. Когда $\beta > 0$, профиль имеет гребень.

Рис. 1 показывает эволюцию бризера в течение одного периода осцилляций. Возмущение свободной поверхности изменяет форму, но не движется как целое. Поэтому мы можем называть его бризером. Со временем профиль бризера изменяется. Возможны два качественно разных режима: а) для $\beta = -0.25$ или $\beta = 0.5$ профиль не имеет точек перегиба; и б) для $\beta = 0.85$ профиль имеет точки перегиба и наблюдается опрокидывание бризера.

Будем интересоваться профилем с $\beta = 0.85$, нарисованным жирной линией. С течением времени крутизна переднего фронта возрастает и при $t_1 = 4.25\pi/\omega$ (рис. 1б) точка перегиба появляется первый раз. Эта точка характеризуется вертикальной касательной к профилю, нарисованной пунктиром. Далее, профиль имеет две точки перегиба вплоть до момента $t_3 = 5.9\pi/\omega$, когда они сливаются. Затем точка перегиба исчезает. В момент $t = 2\pi/\omega$ свободная поверхность становится плоской.

В течение следующего полуцикла все стадии эволюции повторяются симметрично (рис. 1е – 1г), но точки перегиба формируются на левом склоне бризера. Точка перегиба возникает при $t_4 = 6.7/\omega$, когда крутизна достаточно мала. Наблюдать такую ситуацию в натуральных условиях едва ли

возможно. Но динамика бризера в течение первого полуцикла очень схожа с опрокидыванием океанских волн. Ближе к моменту появления вертикальной касательной у профиля необходимо учитывать уже влияние вязкости, которая разрушит рассматриваемое решение в некоторый момент $t_* > t_1$. Таким образом, выражение (3) описывает опрокидывание волны в интервале (t_0, t_*) . Например, можно выбрать $t_* = t_2$.

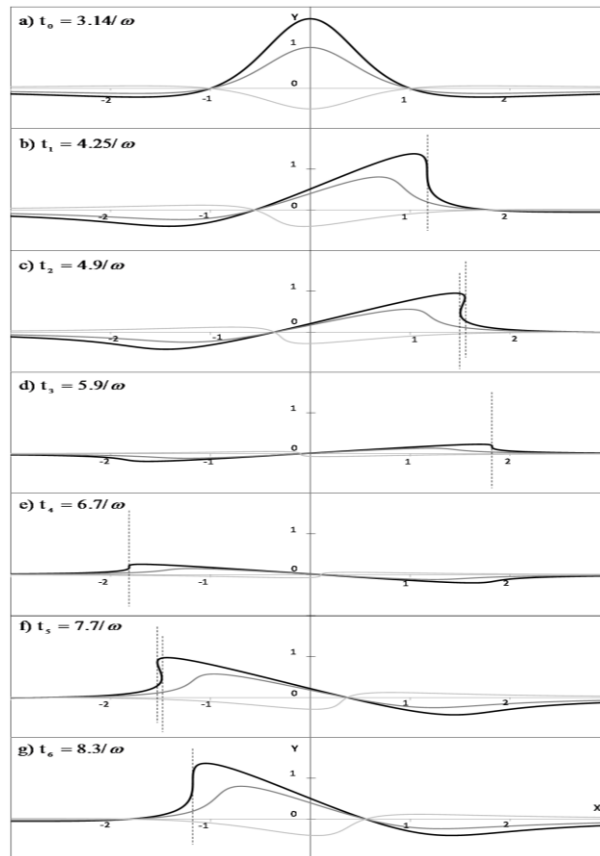


Рис. 1. Эволюция бризера. Жирная линия соответствует $\beta = 0.85$, черная – $\beta = 0.5$ и серая – $\beta = -0.25$. Координаты нормированы на величину α

Выражение (3) соответствует неоднородному и нестационарному распределению давления на свободной поверхности. Давление осциллирует в противофазе с колебаниями профиля.

Волна-убийца на фоне волны Герстнера [9]. На рис. 2 изображена динамика волновой поверхности для выражения (3) с функциями G и F , соответствующими формулам в последней строке таб. 2. Численный расчет проводился для случая $A = 0.5$ м; $k = 0.074$ м⁻¹, $\alpha = 12$ м, $\beta = 328$ м³; $\omega = \sqrt{gk} = 0.85$ с⁻¹, $\lambda = 84.9$ м. В начальный момент ($t = 0$) форма свободной поверхности (верхняя кривая) в точности совпадает с профилем волны Герстнера. В дальнейшем на профиле начинает расти пик, который в момент $t = \pi/\omega$ достигает максимальной величины, а впоследствии уменьшается и исчезает к концу периода. Наибольшая высота

пика $h = \frac{2\beta}{\alpha^2} + A \approx 5.1$ м. Это значение больше, чем амплитуда волны Герстнера A в восемь раз. Поэтому формирование пика может рассматриваться как образование волны-убийцы. Причиной тому служит действующее на границе давление. Нижняя кривая на рис. 2 изображает отклонение давления на свободной поверхности от атмосферного давления p_0 . В каждой точке поверхности оно изменяется со временем, но его отрицательный перепад в районе пика волны составляет около 100 мм. рт. ст.

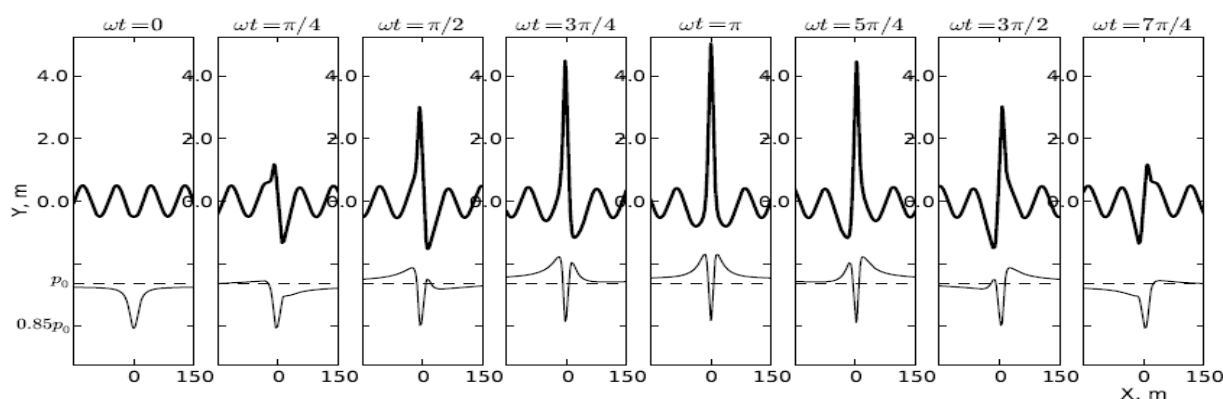


Рис. 2. Образование волны-убийцы на фоне волны Герстнера

Список литературы

1. Ламб Г. Гидродинамика. М.-Л.: ОГИЗ, 1947. 928 с.
2. Monismith S. G., Cowen E. A., Nepf H. M., Magnaudet J. and Thais L. Laboratory observations of mean flows under surface gravity waves // J. Fluid Mech. 2007. Vol. 573. P. 131-147.
3. Абрашкин А. А., Якубович Е. И. О плоских вихревых течениях идеальной жидкости // ДАН СССР. 1984. Т. 276. №1. С. 76-78.
4. Абрашкин А. А., Якубович Е. И. Вихревая динамика в лагранжевом описании. М.: Физматлит, 2006. 176 с.
5. Абрашкин А. А., Соловьев А. Г. Гравитационные волны при неоднородном давлении на свободной поверхности: точные решения // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2013. №5. С. 125-133.
6. Abrashkin A., Oshmarina O. Pressure induced breather overturn on deep water: Exact solution // Phys. Lett. A 378. 2014. P. 2866-2871.
7. Abrashkin A. A. Unsteady Gerstner waves // Chaos Solitons & Fractals. 2018. V.118. P. 152-158.
8. Abrashkin A. A., Oshmarina O.E. Rogue wave formation under the action of quasi-stationary pressure // Commun. Nonl. Sci. Num. Simul. 2016. V. 34. P. 66-76.
9. Abrashkin A. A., Soloviev A. Vortical freak waves in water under external pressure action // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 014501.

МНОГОФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ РАЗМЕЩЕНИИ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ПЛАСТАХ. ОТ МАЛЫХ К БОЛЬШИМ МАСШТАБАМ

А. А. Афанасьев
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова,
119192, Москва, Мичуринский проспект, 1

Доклад посвящен обзору результатов исследования многофазных течений, связанных с закачкой парниковых газов (CO_2) в проницаемые пласты. Решены автомодельные задачи, описывающие процессы в призабойной зоне скважины на начальном этапе нагнетания газа. В явном виде получено соотношение для скин-фактора газовой скважины, вызванного отложением солей при испарении воды. Для поздних этапов закачки газа определены критерии подобия, характеризующие максимальное расстояние распространения газа от скважины в наклоненном пласте. Показано, что размер области пласта, загрязненной газом, зависит от двух параметров подобия.

Ключевые слова: пористая среда; многофазная фильтрация; утилизация CO_2

RESERVOIR SIMULATION OF CARBON DIOXIDE STORAGE IN SALINE AQUIFERS. FROM SMALL TO LARGE SCALE

A. A. Afanasyev
Institute of Mechanics, Moscow State University,
1 Michurinskiy ave., 119192 Moscow

We present a review of the results of the study of multiphase flows associated with the injection of greenhouse gases (CO_2) into saline aquifers. Self-similar problems describing the processes in the bottom-hole zone of a well at the initial stage of gas injection have been solved. The ratio for the skin factor of a gas well caused by the deposition of salts during evaporation of water is explicitly obtained. For the later stages of gas injection, similarity criteria were determined that characterize the maximum distance of gas propagation from the well in an inclined formation. It is shown that the size of the formation area contaminated with gas depends on two similarity parameters.

Keywords: porous medium; reservoir simulation; CO_2 sequestration

Климатические изменения на Земле связывают с антропогенными выбросами парниковых газов в атмосферу. Активная борьба с глобальным потеплением, в том числе введение налогов и квот на эмиссию углекислого газа, трансграничное углеродное регулирование и стремление к созданию углеродно-нейтральной экономики, требует трансформации традиционных энергосистем, в основе которых лежит использование ископаемого топлива.

Обеспечение нулевого баланса выбросов углекислого газа – CO_2 – требует создания перспективных решений в области декарбонизации топливно-энергетического комплекса. Одним из таких решений является размещение CO_2

в водонасыщенных и нефтяных пластах, которое предполагает закачку газа через скважины. Размещение CO_2 сопровождается многофазными фильтрационными течениями газа и жидкостей, насыщающих пласты [1,2].

В докладе будет дан обзор решенных задач многофазной фильтрации, описывающих как ранние, так и поздние этапы процесса нагнетания CO_2 в водонасыщенный пласт. Для решения задач в данной области в лаборатории Общей гидромеханики НИИ механики МГУ развиты новые модели и методы трехмерного цифрового моделирования, сопряженного со сложными термодинамическими расчетами парожидкостных равновесий многокомпонентных смесей, отложением солей в призабойной зоне и фазовыми переходами между жидким и газообразным CO_2 . Созданные модели и методы численного моделирования встроены в свободно распространяемый пакет гидродинамического моделирования MUFITS [1,3].

На малых временах течение CO_2 вокруг вертикальной скважины сопровождается сложными фазовыми превращениями. Происходит компонентный обмен между жидкостью и газом: CO_2 растворяется в пластовой воде, а часть воды испаряется в газовую фазу. Процесс испарения сопровождается отложением в поровом пространстве солей, растворенных в пластовой воде, и сопутствующим снижением пористости и проницаемости. В экстремальных случаях возможно полное перекрытие порового пространства солями, приводящее к вынужденной остановке закачки газа.

В рамках моделирования фильтрации смеси $\text{CO}_2\text{--H}_2\text{O--NaCl}$ в докладе приводятся результаты исследования решений автомодельной задачи Римана, описывающей осесимметричное течение газа вблизи скважины (Рис. 1). Предложен графический способ построения точного решения этой задачи. Показано, что решение содержит две свободных границы – сильных разрыва S_σ и S_β , присоединенных с двух противоположных сторон к волне Римана R . Оба разрыва являются фронтами Жуге, т.е. они перемещаются с характеристической скоростью. Передний разрыв S_β характеризует максимальное расстояние, на которое газ распространился от скважины, а задний разрыв S_σ ограничивает область, где при испарении воды в поровом пространстве отлагается соль (зона I на Рис. 1). Данная область является скин зоной, т.е. зоной пониженной проницаемости пласта. С использованием построенного решения задачи Римана выводится удобное соотношение для скин-фактора – безразмерного критерия подобия, характеризующего гидравлические потери давления при фильтрации через скин зону. Показано, что на скин-фактор наиболее сильно влияют соленость пластовой воды и ее относительная фазовая проницаемость. Даны оценки значений скин-фактора, которые могут быть достигнуты в водонасыщенных пластах, характеризующихся различными параметрами. Полученная формула для скин фактора может использоваться для быстрой оценки приемистости скважины и при численном моделировании закачки CO_2 [4].

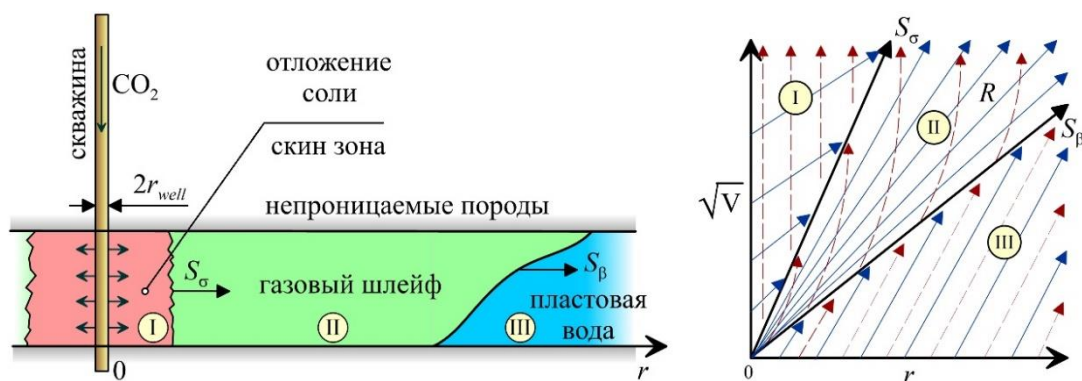


Рис. 1. Схема осесимметричной постановки задачи о фильтрации CO_2 от скважины (слева) и соответствующая волновая картина (справа). Сплошные и разрывные линии показывают характеристические линии двух различных типов. Здесь r – расстояния до скважины, а V – объем закачанного газа

На больших временах закачка CO_2 приводит к образованию газового плюма – насыщенной CO_2 области, расширение которой от скважины уже контролируется плавучестью газа в водонасыщенных породах [5,6]. Менее плотный газ поднимается в верхние части водонасыщенного пласта и растекается под непроницаемой породой. Моделирование переноса газа с учетом всех механизмов его удержания в пласте очень важно для оценки последствий и потенциальных рисков утилизации. Потенциальным риском закачки является утечка CO_2 к поверхности Земли через старые, заброшенные скважины или разломы вблизи места закачки. Утечка может привести к загрязнению грунтовых вод или, в случае утечки в атмосферу, сделать утилизацию бесполезной. Наибольший риск представляют скважины, расположенные в направлении структурного наклона пласта, так как именно в этом направлении достигается максимум расстояния, на который газ распространяется от скважины.

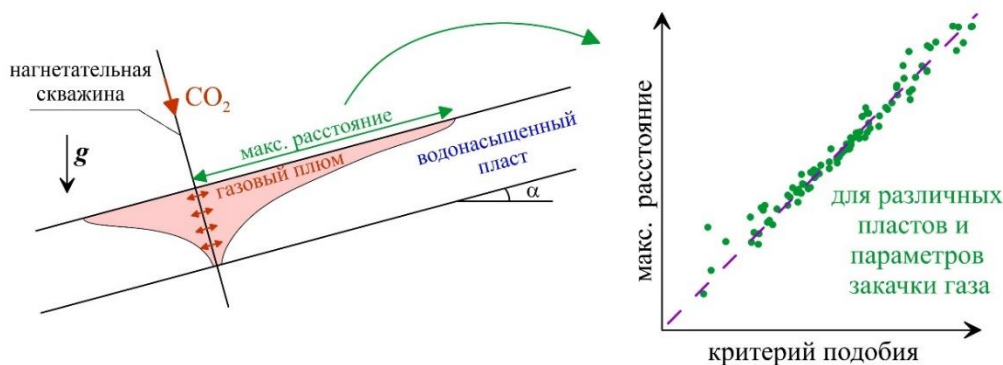


Рис. 2. Схема исследуемого течения, связанного с закачкой CO_2 в наклоненный водонасыщенный пласт (слева), и результаты расчета максимального состояния от одного из критериев подобия (справа)

Проведены исследования, позволившие определить критерий подобия, т.е. безразмерный параметр, характеризующий максимальное расстояние, на которое распространится газ в наклоненном к горизонту пласте (Рис. 2). Критерий подобия получен из системы законов сохранения, описывающих несмешивающуюся фильтрацию воды и газа, в предположении несжимаемости фаз и отсутствия фазовых превращений. Из безразмерной формы записи системы законов сохранения и фильтрации определены шесть критериев подобия, характеризующих течение газа и форму газового плюма. В результате детального анализа системы уравнений, описывающей фильтрацию, сделано предположение, что скорость распространения газа в направлении структурного наклона в основном зависит только от одного из шести параметров подобия, а влияние остальных пяти параметров незначительно на поздних этапах закачки газа.

Для проверки сделанного предположения методом Монте-Карло проведено обширное параметрическое исследование размеров газового плюма с учетом сжимаемости газа и фазовых превращений. С применением трехмерного численного моделирования рассчитана закачка CO_2 в однородные водонасыщенные пласты, характеризующиеся различными толщинами, пористостью и анизотропной проницаемостью, кривыми относительной фазовой проницаемости и капиллярного давления, углом наклона пласта к горизонту, значениями начальных пластовых давлений и температур. Рассчитанные таким образом размеры газовых плюмов построены в зависимости от выбранного параметра подобия (Рис. 2). Обнаружено, что все точки на плоскости хорошо группируются вдоль одной линии. Это подтвердило сделанное предположение о том, что скорость распространения в направлении структурного наклона пласта в основном зависит только от выбранного параметра подобия, а влияние остальных параметров мало.

После остановки закачки CO_2 фильтрация в пласте продолжается, так как сила Архимеда перемещает газ вверх в направлении наклона пласта. При этом часть газа остается заземленным в поровом пространстве капиллярными силами (в виде пузырьков). Таким образом, для заданного объема газа существует максимальное расстояние, на которое он распространится от скважины и полностью остановится. При моделировании таких процессов важно учитывать гистерезис относительной фазовой проницаемости от направления изменения насыщенности газа (пропитка или просушка). Гистерезис существенно влияет на объем газа, обездвиживаемого капиллярными эффектами. С учётом гистерезиса методом Монте-Карло проведено обширное параметрическое исследование максимального расстояния, на которое распространится газ. Показано, что это расстояние определяется двумя критериями подобия, один из которых характеризует форму газонасыщенной области в момент остановки скважины, а второй параметр зависит только от критических насыщенностей фаз, в том числе от критических насыщенностей газа в условиях пропитки и просушки.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 19-71-10051.

Список литературы

1. *Afanasyev A., Vedeneeva E.* Compositional modeling of multicomponent gas injection into saline aquifers with the MUFITS simulator // J. Nat. Gas Sci. Eng. 2021. Vol. 94. 103988. DOI: 10.1016/j.jngse.2021.103988.
2. *Afanasyev A., Penigin A., Dymochkina M., Vedeneeva E., Grechko S., Tsvetkova Yu., Mikheev I., Pavlov V., Boronin S., Belovus P., Osiptsov A.* Reservoir simulation of the CO₂ storage potential for the depositional environments of West Siberia // Gas Sci. Eng. 2023. Vol. 114, 204980. DOI: 10.1016/j.jgsce.2023.204980.
3. MUFITS Reservoir Simulation Software. <http://mufits.org/> (дата обращения: 01.03.2023).
4. *Afanasyev A., Grechko S.* Analytical expression for the skin factor of the salt deposition zone around a CO₂ injection well: Extension to the case of ternary miscible displacement // Geoenergy Sci. Eng. 2023. Vol. 228, 212036. DOI: 10.1016/j.geoen.2023.212036.
5. *Afanasyev A., Vedeneeva E., Grechko S.* Scaling analysis for a 3-D CO₂ plume in a sloping aquifer at a late stage of injection // J. Nat. Gas Sci. Eng. 2022. Vol. 106. 104740. DOI: 10.1016/j.jngse.2022.104740.
6. *Afanasyev A., Vedeneeva E., Mikheev I.* Monte Carlo simulation of the maximum migration distance of CO₂ in a sloping aquifer // Gas Sci. Eng. 2023. Vol. 117, 205078. DOI: 10.1016/j.jgsce.2023.205078.

О НЕКОТОРЫХ ТРУДНОСТЯХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ИСПАРИТЕЛЬНОЙ КОНВЕКЦИИ В ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМАХ

В. Б. Бекежанова^a, О. Н. Гончарова^{a,b}

^a Институт вычислительного моделирования СО РАН,
66036, Красноярск, Академгородок, 50/44

^b Алтайский государственный университет, 656049, Барнаул, пр. Ленина, 61

В работе представлен краткий обзор методов математического моделирования конвекции в условиях фазовых превращений и проблем, возникающих при использовании соответствующих подходов.

Ключевые слова: испарительная конвекция; граница раздела; точные решения

SOME DIFFICULTIES IN THE CONTEXT OF MATHEMATICAL MODELLING OF EVAPORATIVE CONVECTION IN TWO-PHASE SYSTEMS

V. B. Bekezhanova^a, O. N. Goncharova^{a,b}

^a Institute of Computational Modeling SB RAS,
50/44, Akademgorodok, 660036, Krasnoyarsk

^b Altai State University, 61 Lenina ave., 656049, Barnaul

Brief review of the methods for mathematical modeling of convection under phase transitions is presented. Difficulties that arise when using the corresponding approaches are discussed.

Keywords: evaporative convection; interface; exact solutions

1. Введение. Потребность в изучении процессов конвективного теплообмена в условиях фазовых переходов жидкость – пар обусловлена широким применением двухфазных систем в различных технологиях. Поисковые экспериментальные исследования [1–5] позволили получить богатый фактический научный материал (экспериментальные зависимости характеристик конвекции от режимных параметров экспериментов, включая массовую скорость испарения, карты режимов двухслойных течений жидкость – газ и режимов неустойчивости и т.п.), который может быть использован как для формирования основополагающих гипотез при построении соответствующей теории и определения значимых факторов, так и для верификации различных подходов к описанию испарительной конвекции. Несмотря на все достижения экспериментальных методов исследования, их использование связано с рядом ресурсных ограничений и узкими возможностями прогнозирования. В качестве альтернативы

рассматриваются методы математического моделирования, которые не только могут обеспечить качественное прогнозирование исходов экспериментов, но и предложить объяснение наблюдаемым явлениям.

2. Модели испарительной конвекции. В настоящее время для описания конвекции, сопровождающейся фазовыми изменениями, используются математические модели, построенные как в рамках континуального подхода, так и на основе применения решёточных уравнений Больцмана и методов статистической физики, предполагающих вероятностное описание межфазных взаимодействий (см. подробные обзоры в [6, 7]). Основные сложности при разработке моделей испарительной конвекции состоят в определении способа описания состава фаз, их концентраций, взаимодействия частиц между собой, турбулентных пульсаций среды и возможных фазовых переходов. Физико-химическая механика конвективного тепломассообмена в условиях фазовых превращений связана с общими закономерностями переноса массы, теплоты и количества движения, поэтому традиционный подход к их изучению базируется на фундаментальных законах классической механики, механики сплошной среды, физической химии и термодинамики.

В основу большинства моделей, построенных в рамках механики несжимаемой сплошной среды, заложено предположение о диффузионном характере испарения (или слабом испарении, см. [8]) на границе раздела сред, находящихся в разных агрегатных состояниях. Тем самым область применения таких моделей ограничивается условиями, исключающими кипение и испарение, вызванных критическими температурами. С точки зрения математического моделирования основная проблема заключается в формулировке условий на поверхности раздела фаз. Определяющую роль при этом имеет выбор способа описания самой границы.

3. Интерпретация границы раздела фаз и граничные соотношения. Как правило, в рамках континуального подхода граница раздела двух текучих сред интерпретируется как сильный разрыв, допускающий перенос массы за счёт испарения/конденсации. В большинстве моделей граница между жидкостью и газом считается материальной поверхностью обладающей нулевой массой, но при этом имеющей ненулевую теплоёмкость, и может трактоваться как свободная граница или как внутренняя поверхность раздела. В первом случае влиянием динамических характеристик газа на динамику двухфазной системы в целом оказывается возможным пренебречь; во втором – возникают сопряжённые задачи, содержащие два набора уравнений, связанных условиями на контактной поверхности. В общем случае положение этой границы неизвестно и должно быть восстановлено в процессе решения. При использовании подобного подхода к описанию границы между нереагирующими фазами обычно пренебрегают влиянием гетерогенных процессов. В монографии [9] представлены некоторые модели, учитывающие физико-химические явления, развивающиеся вблизи поверхностей раздела фаз, в том числе в присутствии ПАВ.

Альтернативный подход к описанию межфазной поверхности состоит в использовании трактовки, предполагающей, что между жидкой и газовой фазами существует тонкий переходный слой. В ряде случаев считается, что это неравновесный слой пара, в котором распределение частиц пара по скоростям описывается максвелловской функцией с нулевой средней скоростью. Иногда кнудсеновский слой интерпретируется как газодинамический разрыв, на котором должны выполняться законы сохранения и дополнительные соотношения, учитывающие специфику фазового перехода и определяемые на основе решения уравнения Больцмана в области с характерным размером в несколько длин свободного пробега. В ряде численных моделей тонкий диффузионный слой считается особой «поверхностной фазой», свойства которой меняются резко, но непрерывно, а соответствующие характеристики в пределах этой «фазы» меняют свои значения от значений, присущих жидкости, до значений характеристик газа.

Подробный обзор возможных граничных условий, учитывающих фазовые переходы и обеспечивающих корректность постановок, представлен в [7]; описание подходов к моделированию эволюции межфазной поверхности, допускающей перенос массы за счет испарения, в рамках вычислительного эксперимента – в работе [10].

4. Моделирование испарительной конвекции на основе точных решений. Большинство моделей испарительной конвекции, развиваемых в рамках механики сплошной среды, включают уравнения Навье – Стокса или их аппроксимации. Для описания тепловых эффектов уравнения движения дополняются уравнением энергии, а вклад концентрационных эффектов, возникающих за счёт присутствия в газовой фазе испаряемого компонента, как правило, моделируется уравнением молекулярного переноса. Естественные свойства симметрии, заложенные при выводе определяющих уравнений из законов сохранения, обеспечивают богатые групповые свойства результирующей системы и наследуются точными решениями. Аппарат точных решений, имеющих групповое происхождение, является эффективным инструментом для изучения свойств физических систем и процессов [11, 12]. На сегодняшний день известно крайне мало точных решений, построенных для описания динамики процессов в условиях испарения/конденсации. Это относится как к решениям, полученным в рамках моделей механики сплошных сред, так и к решениям задач, сформулированных на основе альтернативных подходов [7].

Примером содержательного решения групповой природы, которое может быть построено для двумерных и трёхмерных уравнений термоконцентрационной конвекции, служит решение, принадлежащее классу решений Бириха (см., например, [13, 14]). Оно содержит в качестве параметра величину, которая трактуется как градиент температуры на поверхности раздела, и определяется в процессе решения. Таким образом, структура этого решения учитывает изменение температуры вдоль межфазной поверхности, возникающее

за счёт испарения в реальных условиях. На основе сравнения результатов, полученных на основе таких точных решений, с данными экспериментов [2, 4, 5], установлено, что двумерные решения позволяют достоверно описать качественные зависимости режимов течений испаряющейся жидкости, увлекаемой спутным газовым потоком, от параметров системы и описать формы неустойчивости, наблюдаемые в теплофизических экспериментах. Трёхмерное решение описывает формирование упорядоченных продольных структур различной топологии и явление пристеночной конденсации, которые присущи реальным системам. Следует отметить, что при построении решений такого класса не делается никаких предположений о симметрии течений и форме межфазной границы. Решение описывает двухслойные течения с плоской поверхностью жидкость – газ, которые могут быть реализованы экспериментально [5], а деформируемость границы раздела может быть учтена в рамках задачи устойчивости. Другой важной особенностью таких точных решений является то, что они позволяют прогнозировать качественную картину, согласующуюся с данными экспериментов в рамках исходной модели с изначально заложенными предположениями о характере массопереноса через границу раздела и несжимаемости сред (обеспечивается малыми скоростями течений и размерами системы, такими, что числа Маха малы), не требуя привлечения никаких дополнительных гипотез и допущений.

5. Трудности. В большинстве случаев результаты, полученные на основе точных решений уравнений конвекции, хорошо согласуются с экспериментальными данными на качественном уровне. Возникающие количественные несоответствия иногда удаётся объяснить: например, заниженные значения массовой скорости испарения, рассчитанные в рамках двумерной постановки объясняются тем, что объём газа, в который происходит испарение, в реальной трёхмерной системе больше, поэтому экспериментальные значения указанной величины выше расчётных. Для трёхмерного решения это количественное расхождение удалось преодолеть путём применения другого способа обезразмеривания, которое учитывает скорость газового потока (является в эксперименте контролируемой величиной). В результате, расчётные значения скорости испарения имели тот же порядок, что и экспериментальные.

В качестве причин, дающих количественные расхождения, следует выделить следующие: (1) исходная модель не учитывает влияние краевых эффектов, влияющих на скорость испарения вблизи контактной линии [15]; (2) отсутствие точных значений теплофизических параметров рабочих сред и их зависимостей, например, от температуры. В справочной литературе практически отсутствуют значения коэффициента концентрационного расширения плотности, коэффициентов Соре и Дюфура для газов и парогазовых смесей. Для некоторых параметров, таких как средняя плотность, кинематическая вязкость, можно воспользоваться известными законами вида $\omega = C_v \omega_v + (1 - C) \omega_g$,

позволяющими восстановить приближённые значения соответствующего параметра ω для парогазовых смесей в зависимости от концентрации S испаряемого компонента в несущем газе. Однако для ряда параметров подобные законы не известны, поэтому, при расчётах вынужденно используются модельные значения. Кроме того, использование общепринятой линейной зависимости от температуры для поверхностного натяжения жидкости не всегда оправданно, особенно если жидкость представляет собой бинарную смесь.

Указанные трудности являются общими как для методологии, основанной на применении точных решений, так и при использовании методов прямого численного моделирования. Последние, несмотря на ряд преимуществ, имеют и свои дополнительные сложности. В частности, отдельной проблемой является численное восстановление формы границы раздела. Для ряда общепринятых численных методик характерно «размазывание» фронта и ограничение на величину деформаций границы. В случаях сильно меняющейся кривизны межфазной границы и для уточнения положения фронта, как правило, требуется реализация дополнительных корректирующих процедур, использование которых приводит к неконсервативности исходной схемы. Кроме того, возможности прогнозирования для методов прямого численного моделирования также ограничены, поскольку каждый вычислительный эксперимент требует фиксации всех параметров. Таким образом, качественные зависимости различных характеристик конвективных режимов могут быть получены лишь при серьёзных ресурсных затратах.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 22-11-00243, <https://rscf.ru/project/22-11-00243/>.

Список литературы

1. Реутов В. П., Езерский А. Б., Рыбушкина Г. В., Чернов В. В. Конвективные структуры в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком // Прикладная механика и техническая физика. 2007. Т. 48. № 4. С. 3–14.
2. Kabov O. A., Zaitsev D. V., Cheverda V. V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // Experimental Thermal and Fluid Science. 2011. Vol. 35 (5). P. 825–831.
3. Scheid B., Margerit J., Iorio C.S., Joannes L., Heraud M., Queeckaers P., Dauby P. C., Colinet P. Onset of thermal ripples at the interface of an evaporating liquid under a flow of inert gas // Experiments in Fluids. 2012. Vol. 52. P. 1107–1119.
4. Lyulin Y., Kabov O. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress gas flow // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2014. Vol. 70. P. 599–609.
5. Люлин Ю. В., Кабов О. А., Кузнецов Г. В., Фектистов Д. В., Пономарев К. О. Влияние протяжённости межфазной поверхности на интенсивность испарения горизонтального слоя жидкости под действием потока газа // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27. № 1. С. 121–125.

6. *Gorban A. N., Sargsyan H. P., Wahab H. A.* Quasichemical models of multicomponent nonlinear diffusion // *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*. 2011. Vol. 6 (5). P. 184–262.
7. *Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н.* Задачи испарительной конвекции (обзор) // *Прикладная математика и механика*. 2018. Т. 82. С. 219-260.
8. *Prosperetti A.* Boundary conditions at a liquid-vapor interface // *Meccanica*. 1979. Vol. 14 (1). P. 34–47.
9. *Братухин Ю. К., Макаров С. О.* Гидродинамическая устойчивость межфазных поверхностей. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 2005. 239 с.
10. *Bekezhanova V. B., Goncharova O. N.* Thermodiffusion effect in a two-phase system with the thermocapillary deformable interface exposed to local heating // *International Journal of Multiphase Flow*. 2022. Vol. 152. P. 104080.
11. *Андреев В. К., Капцов О. В., Пухначев В. В., Родионов А. А.* Применение теоретико-групповых методов в гидродинамике. Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма, 1994. 319 с.
12. *Андреев В. К., Бублик В. В., Бытев В. О.* Симметрии неклассических моделей гидродинамики. Новосибирск: Наука, 2003. 352 с.
13. *Шлиомис М. И., Якушин В. И.* Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // *Сб. трудов: Ученые записки Пермского Госуниверситета. Серия: Гидродинамика*. 1972. № 4. С. 129–140.
14. *Bekezhanova V.B., Goncharova O.N.* Analysis of characteristics of two-layer convective flows with diffusive type evaporation based on exact solutions // *Microgravity Science and Technology*. 2020. Vol. 32 (2). P. 139–154.
15. *Ajaev V. S., Kabov O. A.* Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017. Vol. 108, P. 918-932.

РЕГИСТРАЦИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ МОРСКИХ ВОЛН У О-ВА САХАЛИН И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

А. В. Кокорина^a, А. В. Слюняев^{a-c}

^a Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,
603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46,

^b Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12

^c Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43

Представлены результаты обработки данных натурных измерений поверхностных морских волн у берегов о-ва Сахалин: длительных регистраций давления на дне одиночными станциями, а также и антенной датчиков для определения угловых спектров волн. Обсуждаются типичные условия в терминах безразмерных физических параметров, вероятностные распределения волн, сопоставление с условиями прямого численного моделирования ансамблей нерегулярных волн в бассейне конечной глубины.

Ключевые слова: натурные измерения; обработка данных; численное моделирование уравнений гидродинамики

REGISTRATION OF SURFACE SEA WAVES NEAR SAKHALIN ISLAND AND THE NUMERICAL SIMULATION

A. V. Kokorina^a, A. V. Slunyaev^{a-c}

^a Institute of Applied Physics RAS, 46, Ulyanova st.,
603950, Nizhny Novgorod

^b National Research University Higher School of Economics,
25/12, Bolshaya Pecherskaya st., 603155, Nizhny Novgorod

^c V.I.Il'ichev Pacific Oceanological Institute, FEB RAS,
43, Baltiyskaya st., 690041, Vladivostok

The results of processing the data of field measurements of sea surface waves off the coast of Sakhalin Island are presented: long-term pressure recordings by single bottom stations and measurements by the antenna of bottom stations to determine the angular spectra of waves. Various aspects are discussed, such as: typical wave conditions in terms of dimensionless physical parameters; probability distributions of wave heights; comparison between the in-situ conditions and the parameters of direct numerical simulation of ensembles of irregular waves in a basin of finite depth.

Keywords: in-situ measurements; data processing; numerical simulation of hydrodynamic equations

Измерения поверхностных волн датчиками донного давления проводятся на базе СКБ САМИ ДВО РАН у о-ва Сахалин в прибрежной зоне Охотского моря (мыс Свободный) с 2007-2009 гг. Эти данные используются для оценки вероятностных свойств волн с фокусом на редкие события экстремальных волн. Измерения проводились серией кампаний с установкой одного или нескольких датчиков на глубинах ок. 10 м на срок несколько месяцев, включая зимние периоды покрытия поверхности льдом.

В 2022 г. примерно на 2 месяца была установлена антенна донных датчиков, расположенных в вершинах равностороннего треугольника с длиной стороны 1.5 м. Измерение тремя синхронизированными датчиками давления проводились для построения полного пространственно-временного спектра волн ветрового диапазона, включая оценку ширины углового спектра. Последний параметр является ключевым для оценки роли модуляционной неустойчивости волн, которая, в свою очередь, способна приводить к повышению вероятности возникновения аномально высоких волн (т.н. «волн-убийц» [1]), то есть волн, с высотой H в 2 и более раз превышающей значительную высоту волн H_s . Значительная высота волн задается как среднее от трети максимально высоких волн в выборке, $H_s = H_{1/3}$, либо через среднеквадратичное смещение поверхности σ , $H_s = 4\sigma$. Эти определения с высокой точностью совпадают в пределе линейных волн с узким спектром. В исследовании использованы выборки 20 минутной длительности, предполагающейся временем квазистационарности волнения. В натурных экспериментах измерялось давление у дна моря; в настоящей работе пересчет данных на смещение поверхности осуществлялось в рамках гидростатической теории.

Ранее среди накопленных данных измерений у о-ва Сахалин было выделено несколько тысяч регистраций аномально высоких волн, удовлетворяющих формальному критерию «волны-убийцы» $AI = H/H_s > 2$ [2–5]. В [5] была обнаружена аномальность распределения вероятностей превышения высоты волн, построенного за период 2012-2015 гг., связанная с измерениями в ледовый период 2014-2015 гг. Было показано, что доминирующая часть данных за все время (и все данные за безледовые периоды) хорошо согласуются с распределением Глуховского, учитывающего эффект конечной глубины (фактически, – слабую мелководную нелинейность, см. в [6]). В то же время, поведение инструментальных данных в области самых редких событий волн с максимальным превышением значительной высоты $H_{1/3}$ не описывается модельными распределениями и демонстрирует значительно более экстремальную статистику волн. Ответственные за такое аномальное поведение вероятности волновые последовательности были обнаружены, они соответствуют ледовому периоду 2014-2015 г. и представлены группами интенсивных волн на фоне очень слабого волнения. Природа этих волн пока не установлена.

Данные измерений были упорядочены не только по стандартным для океанографии характеристикам волнения H_s и T_z (средний период волн в выборке по пересечению нулевого уровня), но и по безразмерным параметрам глубины kh и нелинейности: крутизны $\varepsilon = k\sigma$, «мелководной нелинейности» $a = 2\sigma/h$ и параметра Урселла. (Здесь h – глубина и k – волновое число, соответствующее периоду T_z по линейной дисперсионной зависимости.) Эти характеристики определялись для каждого 20-мин сегмента инструментальных записей. Частоты возникновения разных условий на плоскости параметров безразмерной глубины и крутизны волн показаны на рис. 1. Линиями уровня построены разные периоды повторяемости условий от 4 часа до 1 месяца, построенные по данным в сумме около года непрерывных измерений.

Отметим, что по результатам измерений на одной глубине (ок. 10 м) фактически получены данные о волнах в значительном интервале глубин kh от 0.4 до 2. Эти условия разительно отличаются по физике волн, включая диаграммы модуляционной неустойчивости. Потому статистическое осреднение данных без разделения по параметру глубины может приводить к существенным ошибкам в оценке вероятностных распределений параметров волн.

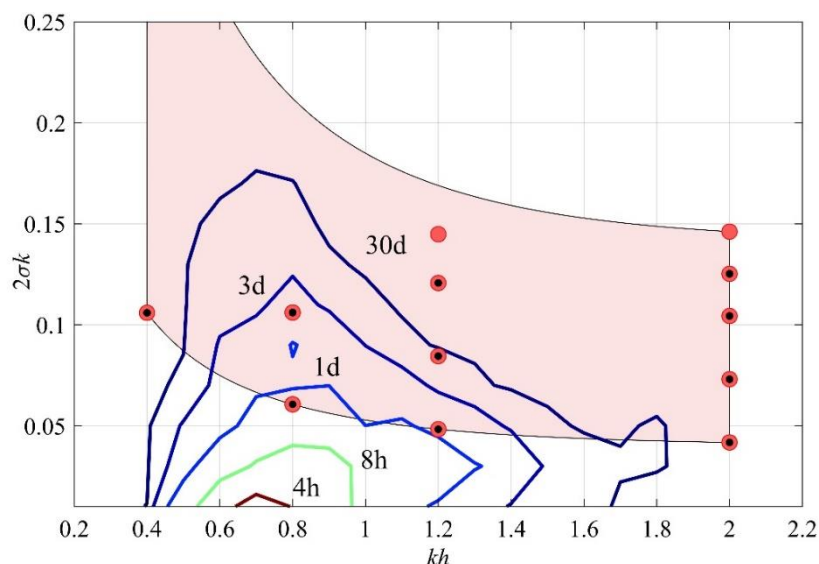


Рис. 1. Распределение частот повторяемости волновых условий на плоскости безразмерных параметров локальной глубины и крутизны волн по данным измерений (линиями уровня: 4 часа, 8 часов, 1 день, 3 дня, 1 месяц), область параметров, использованных для проведения численного моделирования (заливка) и условия численного моделирования, когда эффект обрушения был незначительным (значки: мелкие кружки для $\Delta\Theta = 12^\circ$ и крупные кружки для $\Delta\Theta = 62^\circ$)

В работе [6] были построены распределения вероятностей высот волн для разных интервалов перечисленных выше безразмерных параметров. Наиболее сильная изменчивости распределений была обнаружена для параметра

«мелководной нелинейности» *a*. С ростом нелинейности вероятность очень высоких волн уменьшается, а вероятность волн с малой высотой (в сравнении с $H_{1/3}$) подрастает. Такое поведение, в целом, согласуется с распределением Глуховского, что может объяснять отличное соответствие с ним большинства данных измерений, отмеченное в [5,6].

Нами проводится численное моделирование нерегулярных волн на поверхности воды в рамках уравнений Эйлера с учетом сильной нелинейности (см. в [7,8]). Начальные условия задаются в рамках линейной теории в виде случайных суперпозиций волн с заданным частотным спектром JONSWAP с параметрами $T_0 = 10$ с (пиковый период волн) и $\gamma = 6$ (пиковатость спектра). Расчеты выполнены для разных значений $kh = 0.4...2$ и разной интенсивности волн $H_s = 2...7$ м, как показано заливкой на рис. 1. Угловое распределение волн задавалось согласно распределению \cos^2 для характерной ширины Θ :

$$D(\chi) = \begin{cases} \frac{2}{\Theta} \cos^2\left(\frac{\pi\chi}{\Theta}\right), & |\chi| \leq \frac{\Theta}{2} \\ 0, & |\chi| > \frac{\Theta}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Расчеты для конкретных значений параметров и разной характерной ширины углового спектра волн $\Delta\Theta = 12^\circ$ и $\Delta\Theta = 62^\circ$ отражены на рис. 1 кружками разного размера. Согласно данным на рис. 1 (для большой крутизны отсутствуют кружки малого размера для $\Delta\Theta = 12^\circ$) волны с узким угловым спектром на более глубокой воде были сильнее подвержены эффектам обрушения, которые в численной модели купировались искусственной вязкостью на очень малых масштабах, но в случаях сильного обрушения приводили к неустойчивости схемы.

Как отмечалось выше, ширина углового спектра является ключевым параметром, задающим силу эффекта модуляционной неустойчивости волн. Она была оценена по данным измерений антенной датчиков, как показано на рис. 2. Экспериментальный угловой спектр (синяя линия на рис. 2а) получался интегрированием пространственного спектра (рис. 2б) по всем длинам волновых векторов. Как видно из рис. 2а, условия измерений 21 октября 2022 г. отлично соответствуют распределению \cos^2 (красная линия на рис. 2а) при выборе $\Delta\Theta = 70^\circ$ в формуле (1). За двое суток измерений наблюдался однопиковый угловой спектр; оценка параметра $\Delta\Theta$ изменялась в пределах $50-80^\circ$. Потому можно говорить об адекватности использования модельного углового спектра (1) и реализуемости в месте измерений условий с $\Delta\Theta \approx 60^\circ$. К сожалению, далее синхронизация датчиков нарушилась, что сделало результаты анализа данных последующих измерений недостаточно достоверными.

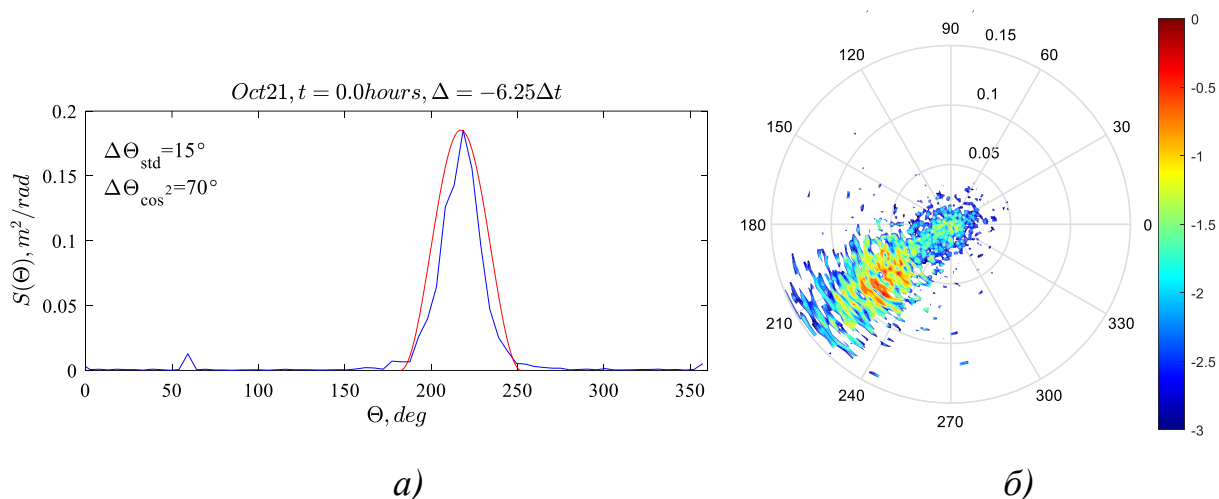


Рис. 2. Энергетический спектр направлений волн (а), построенный по спектру волновых векторов (б). На панели (а) синяя линия – экспериментальные данные, красная линия – модельное распределение \cos^2

Список литературы

1. Слюняев А. В., Пелиновский Д. Е., Пелиновский Е. Н. Морские волны-убийцы: наблюдения, физика и математика // Успехи физических наук. 2023. Т. 193. С. 155-181.
2. Зайцев А. И., Малащенко А. Е., Пелиновский Е. Н. Аномально большие волны вблизи южного побережья о.Сахалин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2011. Т. 4. С. 35–42.
3. Кузнецов К. И., Зайцев А. И., Костенко И. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н. Наблюдения волн-убийц в прибрежной зоне о. Сахалин // Экологические системы и приборы. 2014. № 2. С. 33–39.
4. Didenkulova E., Zaitsev A. In situ wave measurements in the Sea of Okhotsk // Proc. MEDCOAST. 2019. Vol. 2. pp. 755–762.
5. Кокорина А. В., Слюняев А. В., Зайцев А. И., Диденкулова Е. Г., Москвитин А. А., Диденкулов О. И., Пелиновский Е. Н. Анализ данных долговременных измерений волн у о-ва Сахалин // Экологические системы и приборы. 2022. № 12. С. 45–54.
6. Слюняев А. В., Кокорина А. В., Зайцев А. И., Диденкулова Е. Г., Москвитин А. А., Диденкулов О. И., Пелиновский Е. Н. Зависимость вероятностных распределений высот волн от физических параметров по результатам измерений у о-ва Сахалин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2023. (направлено).
7. Slunyaev A., Sergeeva A., Didenkulova I. Rogue events in spatiotemporal numerical simulations of unidirectional waves in basins of different depth // Natural Hazards. 2016. Vol. 84. P. 549-565.
8. Слюняев А. В., Кокорина А. В. Численное моделирование «волн-убийц» на морской поверхности в рамках потенциальных уравнений Эйлера // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. С. 210-223.

ОЦЕНКА ЦЕРЕБРАЛЬНОГО КРОВотоКА ВО ВРЕМЯ НЕЙРОХИРУРГИЧЕСКОЙ ОПЕРАЦИИ ПО УДАЛЕНИЮ ОПУХОЛИ

Э. Нипполайнен^а, А. А. Камшилин^{а,б}, В. В. Зайцев^{а,б}, Д. Д. Ставцев^с,
А. В. Щербинин^б

^а Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН,
690041, Владивосток, ул. Радио, 5

^б Северо-Западный окружной научно-клинический центр им. Л. Г. Соколова
ФМБА, 194291, Санкт-Петербург, проспект Культуры, 4

^с ФГАОУ ВО Первый МГМУ им. И.М. Сеченова,
119991, г. Москва, ул. Трубецкая, д. 8

В данной работе представлены исследования по оценке распределений церебрального кровотока во время нейрохирургических операций по удалению опухоли головного мозга системой визуализирующей фотоплетизмографии. Наряду с ранее использовавшимися параметрами оценки динамики кровотока, такими как амплитуда пульсаций и время прихода пульсовой волны, мы предлагаем использовать новый параметр: вариативность пульсовой волны в последовательных кардиоциклах.

Ключевые слова: визуализирующая фотоплетизмография; опухоль головного мозга; динамика церебрального кровотока

ASSESSMENT OF THE CEREBRAL BLOOD FLOW DURING NEUROSURGERY TO REMOVE A TUMOR

E. Nippolainen^а, A. A. Kamshilin^{а,б}, V. V. Zaytsev^{а,б}, D. D. Stavtsev^с,
A. V. Shcherbinin^б

^а Institute of Automation and Control Processes FEB RAS,
5 Radio st., 690041, Vladivostok

^б North-Western District Scientific and Clinical Center FMBA,
4 Kultury ave., 194291, St. Petersburg

^с I.M. Sechenov First Moscow State Medical University,
8 Trubetskaya st., 119991, Moscow

This study is devoted to assessment of cerebral blood flow distributions and its dynamics by means of imaging photoplethysmography during neurosurgery to remove a brain tumour. Along with the previously used parameters for assessing the blood-flow dynamics, such as the pulsations amplitude and the pulse arrival time, we propose to use a new parameter: the variability of the pulse wave in successive cardiocycles.

Keywords: imaging photoplethysmography; brain tumour; blood flow dynamics

Интраоперационный мониторинг тканевой перфузии чрезвычайно важен при хирургических вмешательствах, особенно при операциях на

головном мозге. Система мониторинга должна быть простой в обращении, бесконтактной и обеспечивать количественную визуализацию кровотока в режиме реального времени. Оптические методы повсеместно рассматриваются как очень перспективные для бесконтактных измерений параметров кровотока. На сегодняшний день предложенные оптические методы оценки кровообращения в обычной клинической практике в основном находятся в стадии исследований и разработок. В данном материале обсуждаются особенности применения визуализирующей фотоплетизмографии (ВФПГ) для интраоперационной визуализации и количественной оценки тканевой перфузии головного мозга, особенно динамики её изменения.

Измерения перфузии с использованием ФПГ известны с 30-х годов прошлого века [1]. Широкое применение метода ФПГ в клинической практике началось в 80-х годах после изобретения пульсоксиметрии [2]. Однако пульсоксиметры являются датчиками контактного типа, оценивающие параметры кровотока только в одной точке ткани. Первый полностью бесконтактный метод позволяющий проводить визуализацию с количественной оценкой кровотока одновременно в большом количестве точек был предложен Wu et.al [3]. Тем не менее, обсуждения физиологической модели, лежащей в основе предложенного метода, все еще продолжаются, что является одной из причин трудностей применения данного метода в клинической практике. Альтернативная модель модуляции света при взаимодействии с кровеносными сосудами *in vivo* была предложена Kamshilin et.al [4]. На основе этой модели группой А.А. Камшилина была разработана система интраоперационной визуализации кровотока, которая использует только видеозапись исследуемой ткани с последующей соответствующей обработкой данных. Отличительной особенностью системы является синхронная запись видеок кадров и электрокардиограммы.

В данной работе осуществлялась интраоперационная оценка параметров церебрального кровотока во время открытых нейрохирургических операций на головном мозге с помощью системы ВФПГ, синхронизированной с электрокардиографом. Записи церебрального кровотока производились во время 13 операций по удалению опухоли головного мозга. В каждом случае видеозапись всей открытой области головного мозга проводилась при подсветке зелёным светом в течение 60 сек до удаления опухоли и после. Записанные видеоданные и синхронизированные с ними электрокардиограммы обрабатывались в автономном режиме с помощью специального программного обеспечения, реализованного на платформе MATLAB, подробно описанного в наших предыдущих работах [5], [6]. В результате обработки данных были построены карты пространственного распределения нормализованной пульсационной компоненты сигнала ФПГ (отражающие распределение амплитуды пульсаций крови, APC, являющейся индексом

перфузии) и карты распределения времени прихода пульсовой волны (pulse arrival time или РАТ) в разные регионы коры головного мозга с разрешением в каждом пикселе. Кроме того, был предложен новый маркер адекватности кровоснабжения различных участков коры: вариативность формы импульса ФПГ сигнала от одного цикла сокращения сердца к другому. Это дало возможность получения новой важной информации о параметрах кровоснабжения головного мозга, а именно оценки стабильности пульсовой волны артериального давления, снабжающей головной мозг, как в пространстве, так и во времени.

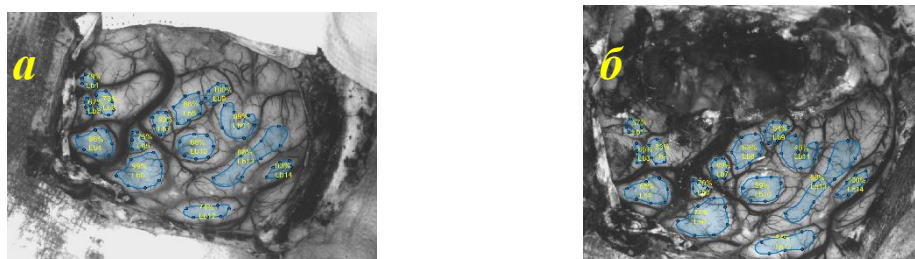


Рис. 1. Пример выбора 14 ROI до и после оперативного вмешательства (операция №10). Показано относительное распределение перфузии в процентах к максимальному значению а) до, и б) после операции

Для количественной оценки индекса перфузии APC, РАТ и вариативности формы импульса ФПГ сигнала было выбрано 14 областей (ROI). Вследствие того, что оперативное вмешательство приводит к значительному изменению топологии коры головного мозга, положение ROI на долях коры было выбрано вручную максимально совпадающим до и после операции (рис.1). Проведённые исследования показали, что после оперативного вмешательства наблюдается более равномерное распределение и значительное увеличение индекса перфузии по всей области головного мозга, в то время как время прихода пульсовой волны в большинстве областей уменьшается после оперативного вмешательства. Сравнение средних значений APC и РАТ по 13 операциям показаны на рис.2. В среднем по сумме всех операций индекс перфузии растёт на 46%, а время прихода пульсовой волны уменьшается на 5.2%, данные по изменению APC являются статистически значимыми ($p = 0.037$).

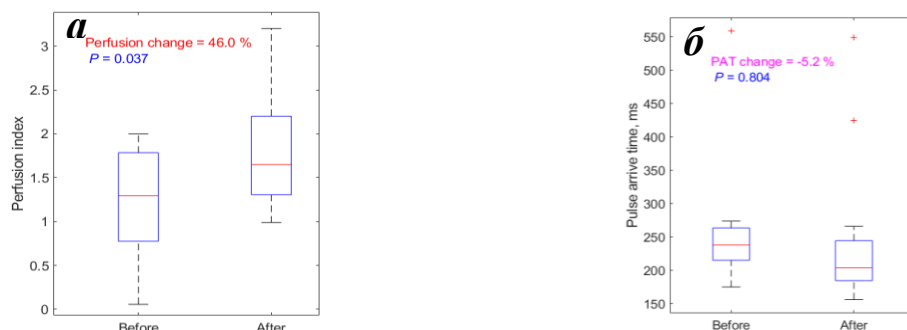


Рис. 2. Сравнение средних значений по 13 операциям а) APC и б) РАТ до и после операционного вмешательства

Для количественной оценки вариативности формы пульсовой волны мы ввели параметр RMSE, который вычисляется для каждого ROI, как среднеквадратичное отклонение формы пульсовой волны в каждом конкретном кардиоцикле от усреднённой формы пульсовой волны по 13 последовательным кардиоциклам (рис. 3).

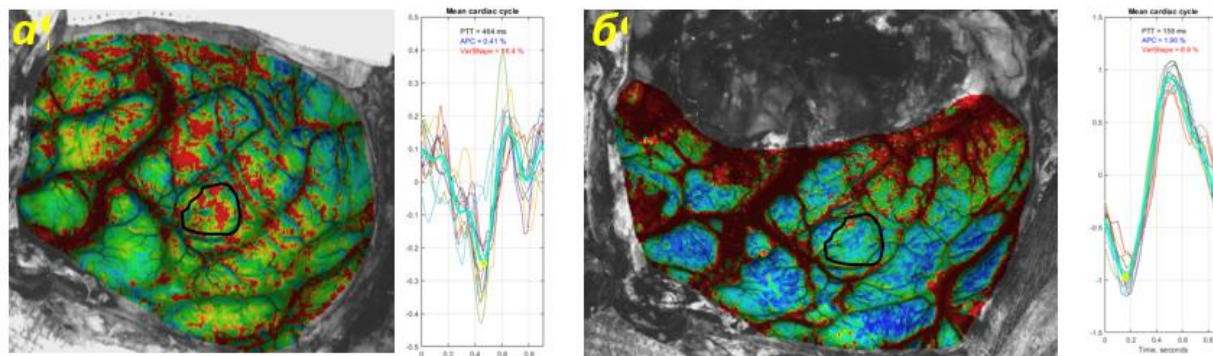


Рис. 3. Карта вариативности пульсового сигнала и форма пульсового сигнала в выбранной ROI (операция №10) а) до, и б) после оперативного вмешательства. Тонкими цветными линиями показаны собранные вместе пульсовые волны 13 последовательных кардио-циклов так, что их начало отсчитывается от момента R-пика ЭКГ. Жирная зелёная линия показывает форму импульса, усреднённую по 13 кардио-циклам

Как видно из Рис. 3, до операции пульсовая волна в выбранной ROI хуже синхронизована с R-пиками ЭКГ, чем после.

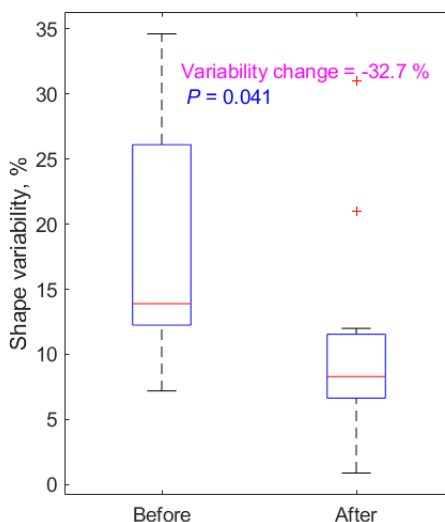


Рис. 4. Сравнение средних значений вариативности формы ($RMSE_N$) пульсовой волны по 13 операциям до и после операционного вмешательства

Данное явление наблюдалась во всех проведенных операциях. Если до удаления опухоли в большинстве областей коры головного мозга наблюдалась значительная вариативность формы импульса ФПГ сигналов и их

десинхронизация с R-пиками ЭКГ в 13 последовательных сердечных циклах, то после удалении опухоли форма импульса стабилизировалась, а синхронизация восстанавливалась практически по всему полю наблюдения. В среднем по сумме всех операций вариативность пульсовой волны уменьшилась на 32%, данные изменения являются статистически значимыми ($p = 0.041$). Нестабильность формы ФПГ-импульса до удаления опухоли очевидно связано с изменением структуры ткани и с нарушением прямого пути кровоснабжения коры головного мозга, что заставляет кровоток дополнительно поступать по различным окружным путям [7]. Удаление опухоли восстанавливает прямые пути кровоснабжения коры головного мозга.

Приведенные экспериментальные данные указывают на то, что мультимодальная система ВФПГ, работающая при зеленом освещении и синхронизованная с электрокардиографом, предлагает новый подход к объективной количественной оценке изменений кровотока головного мозга во время нейрохирургической операции по удалению опухоли головного мозга.

Исследование реализовано при поддержке гранта № 22-65-00096 Российского научного фонда.

Список литературы

1. A. B. *Hertzman*. The blood supply of various skin areas as estimated by the photoelectric plethysmograph // *Am. J. Physiol. Content*, vol. 124, no. 2, pp. 328–340, 1938.
2. J. W. *Severinghaus* and Y. *Honda*. History of blood gas analysis. VII. Pulse oximetry // *J. Clin. Monit.*, vol. 3, pp. 135–138, 1987.
3. W. *Richardson*, D. *Wilkinson*, L. *Wu*, F. *Petrigliano*, B. *Dunn*, and D. *Evseenko*. Ensemble multivariate analysis to improve identification of articular cartilage disease in noisy Raman spectra. // *J. Biophotonics*, vol. 8, no. 7, pp. 555–566, Jul. 2015, doi: 10.1002/jbio.201300200.
4. A. A. *Kamshilin et al.* A new look at the essence of the imaging photoplethysmography // *Sci. Rep.*, vol. 5, 2015, doi: 10.1038/srep10494.
5. V. A. *Kashchenko*, V. V. *Zaytsev*, V. A. *Ratnikov*, and A. A. *Kamshilin*. Intraoperative visualization and quantitative assessment of tissue perfusion by imaging photoplethysmography: comparison with ICG fluorescence angiography // *Biomed. Opt. Express*, vol. 13, no. 7, pp. 3954–3966, 2022.
6. A. A. *Kamshilin*, T. V. *Krasnikova*, M. A. *Volynsky*, S. V. *Miridonov*, and O. V. *Mamontov*. Alterations of blood pulsations parameters in carotid basin due to body position change // *Sci. Rep.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–9, 2018.
7. O. V. *Mamontov*, A. V. *Shcherbinin*, R. V. *Romashko*, and A. A. *Kamshilin*. Intraoperative imaging of cortical blood flow by camera-based photoplethysmography at green light // *Appl. Sci.*, vol. 10, no. 18, p. 6192, 2020.

АТТРАКТОРЫ ВНУТРЕННИХ И ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ БАССЕЙНЕ

К. Пакари^a, Т. Доксуа^a, Е. Ерманык^b, П. Метц^a, М. Мулен^a, С. Жубо^{a,c}

^aENS de Lyon, CNRS, Laboratoire de Physique, F-69342 Lyon, France

^bИнститут гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Лаврентьева, 15

^cInstitut Universitaire de France (IUF)

Внутренние и инерционные волны распространены в океане повсеместно и играют важную роль в переносе энергии и перемешивании. Закон отражения этих волн допускает концентрацию энергии на предельном цикле, называемом волновым аттрактором. В докладе представлены экспериментальные исследования аттракторов внутренних и инерционных волн в осесимметричном резервуаре в форме усеченного конуса при наличии возмущения, задаваемого прецессией жесткой крышки. При увеличении амплитуды возмущения наблюдается нелинейная эволюция волновых режимов. Эксперименты, проведенные для внутренних и инерционных волн, демонстрируют различную динамику системы. Существование легко возбуждаемых стоячих волн (резонансных мод области), на частотах ниже вынуждающей делает возможным ярко выраженный триадный резонанс в случае внутренних волн, что не наблюдается в случае инерционных волн. Эффект диссипации на оси симметрии исследован путем проведения дополнительных экспериментов, в которых в центр области помещался вертикальный цилиндр.

Ключевые слова: внутренние и инерционные волны; волновые аттракторы; триадный резонанс

ATTRACTORS OF INTERNAL AND INERTIAL WAVES IN AN AXISYMMETRIC BASIN

C. Pacary^a, T. Dauxois^a, E. Ermanyuk^b, P. Metz^a, M. Moulin^a, S. Joubaud^{a,c}

^aENS de Lyon, CNRS, Laboratoire de Physique, F-69342 Lyon, France

^bLavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS,
630090, Novosibirsk, Lavrentyev ave., 15

^cInstitut Universitaire de France (IUF)

Internal waves are ubiquitous in the ocean and play an essential role in the transport of energy and mixing. Their peculiar reflection enables the concentration of energy on a limit cycle called an attractor. This report presents an experimental study of internal and inertial wave attractors in a truncated conical shaped tank where the energy is injected by precession of a rigid lid. By increasing the amplitude of the forcing, a non-linear evolution of wave regimes could be observed. Experiments performed in a stratification-only or a rotation-only case indicate two distinct behaviors. The existence of easily excited resonant modes of the tank, at frequencies lower than the forcing one enables sharp triadic resonance instability for internal gravity waves, which is not observed for inertial waves. The effect of the dissipation at symmetry axis is investigated by performing experiments where a vertical cylinder is placed at the center of the domain.

Keywords: internal and inertial waves; wave attractors; triadic resonance

Введение. Внутренние и инерционные волны имеют специфическое дисперсионное соотношение, которое не содержит масштаб длины и связывает направление вектора групповой скорости волн и частоту колебаний [1]. Из дисперсионного соотношения следует специфический закон отражения волновых лучей от наклонной стенки: падающая и отраженная волны распространяются под одним и тем же углом к выделенному направлению (вектору силы тяжести, вектору угловой скорости вращения жидкости), что приводит к фокусировке волновой энергии при отражении. В замкнутой области фокусировка может привести к формированию волновых аттракторов [2]. Высокая концентрация энергии в окрестности волновых аттракторов приводит к неустойчивости по механизму триадного резонанса. В настоящей работе представлено экспериментальное исследование линейного и слабонелинейного поведения внутренних и инерционных волн в замкнутом осесимметричном бассейне для идентичных (с точки зрения лучевой теории) конфигураций. Обсуждается специфика эффектов, наблюдаемых в стратифицированной и вращающейся жидкостях.

Описание экспериментальной установки и методов обработки данных.

Экспериментальная установка представляет собой осесимметричный резервуар из оргстекла в виде усеченного конуса, показанный на Рис. 1, с радиусом основания $r_0 = 27$ см, глубиной $h = 31$ см, наклоном образующей боковых стенок к вертикали $\alpha = 30^\circ$. Волны в системе возбуждались с помощью прецессии верхней крышки с заданной амплитудой a_0 . Прецессия диска задавалась вертикальными колебаниями четырех толкателей, прикрепленных к краям диска. Были рассмотрены случаи а) инерционных волн в однородной вращающейся жидкости, б) внутренних волн в однородно стратифицированной жидкости.

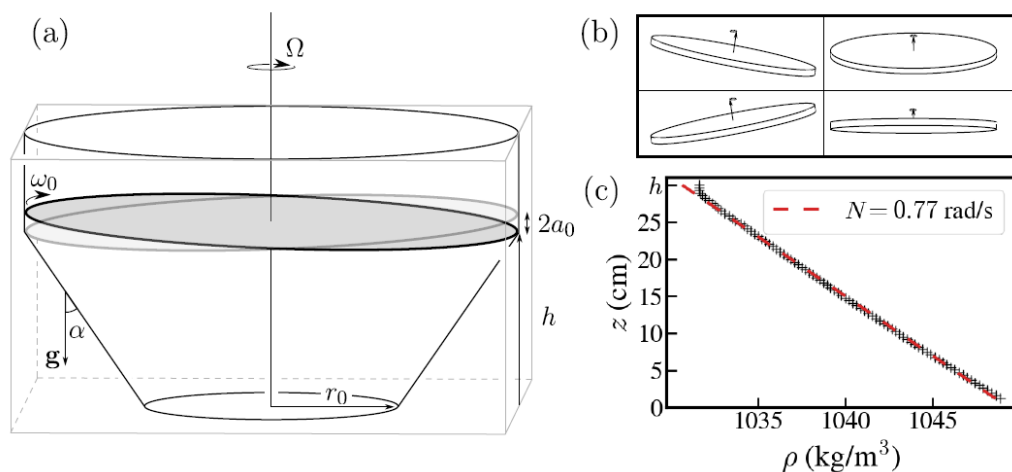


Рис. 1. Схематичное изображение экспериментальной установки

Линейная динамика системы была исследована как с помощью экспериментов в частотной области, так и путем анализа фурье-образов отклика системы на импульсное возмущение во временной области. Для внутренних волн подобный подход был ранее использован как для исследования гидродинамических нагрузок [3], так и для анализа поведения интегральных характеристик систем, в частности, кинетической энергии [4]. Измерение полей скорости было выполнено с помощью PIV метода. Для уменьшения оптических искажений прозрачный бак с жидкостью помещался в заполненный водой бассейн кубической формы с прозрачными стенками. Пост-процессинг данных осуществлялся с помощью техники, описанной, например, в [4, 5].

Результаты экспериментов. С помощью анализа отклика системы на импульсное воздействие [4] изучены типичные зависимости энергии волнового движения от частоты, показанные на Рис. 2 (a,b) для стратифицированной и вращающейся жидкости, соответственно; определены характерные формы волновых движений, отвечающие дискретным энергетическим пикам. Можно видеть, что в системе в обоих случаях происходит возбуждение нормальных мод, а в случае стратифицированной жидкости можно выделить также составляющие, соответствующие формированию волновых аттракторов.

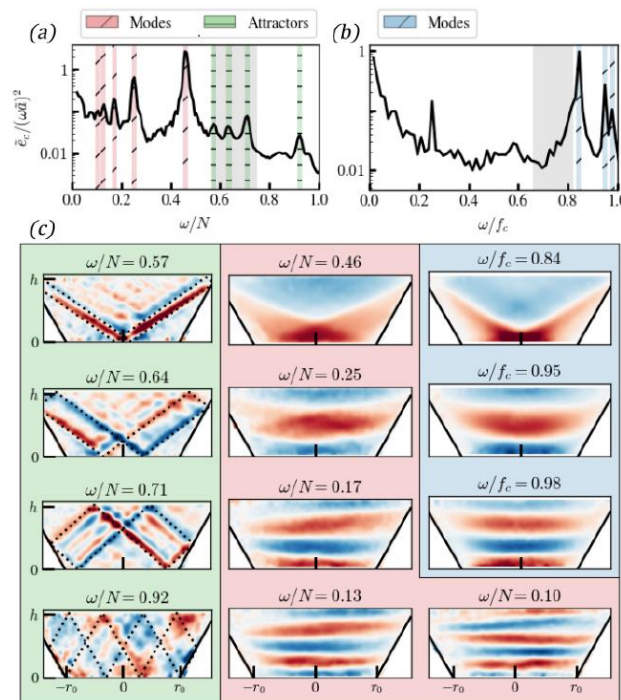


Рис. 2. Характерный вид линейной функции отклика системы в частотной области в случае внутренних волн в однородно стратифицированной жидкости без вращения а), инерционных волн во вращающейся однородной жидкости б). Формы движения жидкости, отвечающие характерным пикам на рисунках а) и б), показаны на рисунке в)

Было проведено исследование сценариев развития триадного резонанса в изучаемой системе. Характерные зависимости спектров энергии от частоты показаны на Рис. 3 (a,b) для случая стратифицированной и на Рис. 3 (c,d) для случая вращающейся жидкости. Можно видеть, что в случае стратифицированной жидкости формируются острые спектральные пики, соответствующие частотам дочерних волн, в то время как во вращающейся жидкости при близком сочетании безразмерных параметров, отвечающих за форму лучевого скелета волновой картины, формируются сглаженные пики. Важно отметить, что в случае внутренних волн в стратифицированной жидкости по крайней мере одному из пиков дочерних волн соответствует картина стоячих волн, что, по-видимому, и определяет селекцию частоты возбуждаемой дочерней волны. В случае инерционных волн характерный вид функции отклика системы (см. Рис. 2(b)) таков, что возбуждение соответствующих дочерних субгармонических волн, отвечающих дискретным частотам нормальных мод, затруднительно. Кроме того, во вращающейся жидкости при больших амплитудах возмущающего воздействия возможно формирование геострофической моды, вызывающей частотную расстройку в системе.

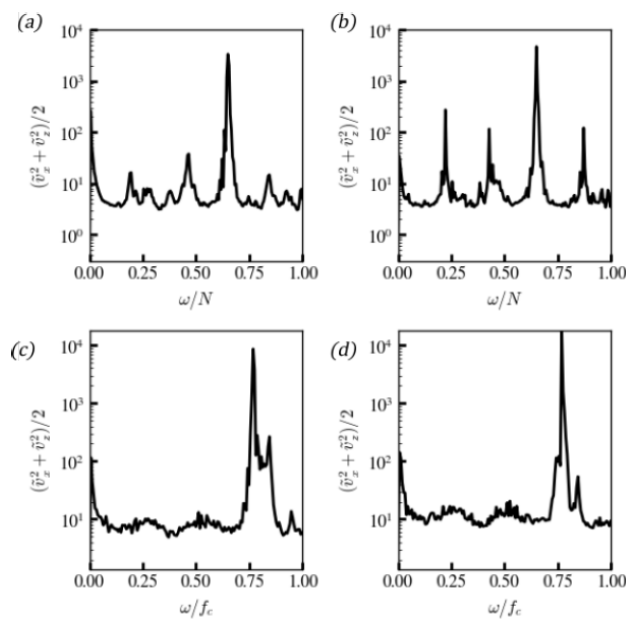


Рис. 3. Зависимости спектров энергии от частоты для стратифицированной жидкости (a,b) и вращающейся жидкости (c,d). Варианты (a, c) и (b, d) отвечают начальному (порядка 10 периодов колебаний) и развитому (порядка 100 периодов колебаний) режимам неустойчивости, соответственно

В линейном случае при наличии чисто вязкого демпфирования скейлинг ширины волновых пучков в двумерных аттракторах достаточно хорошо изучен. В настоящих экспериментах было сделано наблюдение, что, по-видимому, в осесимметричном случае значительное влияние имеет диссипация на оси вращения. Этот эффект был отдельно исследован в дополнительных

экспериментах во вращающейся жидкости путем сравнения волновых картин, наблюдаемых при наличии и отсутствии центрального цилиндра в системе. Было показано, что наличие твердого цилиндра в центре системы сказывается тогда, когда его диаметр сопоставим с шириной волнового пучка.

В настоящей работе возмущение в систему вносилось с помощью прецессии диска (т.е. верхней границы области), как в работе [6], причем исследования проводились в сопоставимом диапазоне безразмерных амплитуд нутации и характерных глобальных чисел Экмана. Геометрия области в [6] отличалась наличием наклонного конического дна, создающего условия для проявления эквивалентного β -эффекта. По-видимому, с этим связано наблюдение мощных азимутальных течений и волн Россби в [6]. Вопрос уточнения условий, при которых в геометрии, показанной на Рис. 1, можно было бы наблюдать ярко выраженные «вдольбереговые течения», подобные описанным в работе [7], требует дальнейшего изучения. Более подробно результаты настоящего исследования представлены в [8].

Список литературы

1. *Mowbray, D. E., Rarity, B. S. H.* A theoretical and experimental investigation of the phase configuration of internal waves of small amplitude in a density stratified liquid // *Journal of Fluid Mechanics*. 28: 1-16. 1967.
2. *Maas, L. R. M., Benielli, D., Sommeria, J., Lam, F.-P. A.* Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // *Nature*. 388: 557–561. 1997.
3. *Ermanyuk, E.V.* The use of impulse response functions for evaluation of added mass and damping coefficient of a circular cylinder oscillating in linearly stratified fluid // *Experiments in Fluids*. 28 (2), 152–159. 2000.
4. *Davis G., Jamin, T., Deleuze, J., Joubaud, S., Dauxois, T.* Succession of resonances to achieve internal wave turbulence // *Physical Review Letters* 124, 204502. 2020.
5. *Brouzet, C., Ermanyuk, E.V., Joubaud, S., Pillet, G., Dauxois, T.* Internal wave attractors: scenarios of instability // *Journal of Fluid Mechanics*, 811, 544-568. 2017.
6. *Subbotin S., Shmakova N., Kozlov V.G., Ermanyuk E.V.* Nonlinear regimes of inertial wave attractors generated by a precessing lid: zonal flows and Rossby waves // *Physics of Fluids*. 35: 074110. 2023.
7. *Winters, K. B.* Tidally-forced flow in a rotating, stratified, shoaling basin // *Ocean Modelling*. 90: 72-81. 2015.
8. *Pacary, C., Dauxois, T., Ermanyuk, E., Metz, P., Moulin, M., Joubaud S.* Observation of inertia-gravity wave attractors in an axisymmetric enclosed basin // *Physical Review Fluids*. 2023 (under revision).

МОДУЛЬНЫЕ СОЛИТОНЫ И КОМПАКТНЫ

Е. Н. Пелиновский^a, Т. Г. Талипова^a, М. Flamarion^b

^a Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,
603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова 46

^b Rural Federal University of Pernambuco, Recife, Brazil

Рассматриваются уравнения типа Кортевега-де Вриза с неаналитическими функциями, описывающими нелинейность («модульные» уравнения). Все эти уравнения не являются интегрируемыми, однако обнаруживают многие свойства, присущие интегрируемым версиям уравнений типа Кортевега-де Вриза, хотя здесь нет малого параметра, характеризующего неинтегрируемость уравнений. В рамках таких уравнений обсуждаются уединенные волны в виде солитонов и компактонов обеих полярностей и их взаимодействий.

Ключевые слова: уравнение типа Кортевега-де Вриза; солитон; компактон

MODULAR SOLITONS AND COMPACTONS

E. N. Pelinovsky^a, T. G. Talipova^a, M. Flamarion^b

A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics RAS,
46 Uljanov st., 603950, Nizhny Novgorod

^b Rural Federal University of Pernambuco, Recife, Brazil

Equations of the Korteweg-de Vries type with non-analytic functions describing nonlinearity (“modular” equations) are considered. All these equations are not integrable, but they exhibit many properties inherent in the integrable versions of equations of the Korteweg-de Vries type, although there is no small parameter characterizing the nonintegrability of the equations. Within the framework of such equations, solitary waves in the form of solitons and compactons of both polarities and their interactions are discussed.

Keywords: Korteweg-de Vries-like equations; soliton; compacton

Уравнения типа Кортевега-де Вриза

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (1)$$

применяются для описания волн в различном физическом контексте при использовании приближений слабой нелинейности и слабой дисперсии. В случае $f(u) \sim u^2$ или u^3 – это классическое и модифицированное уравнения Кортевега-де Вриза, ставшие каноническими в физике нелинейных волн. Была доказана интегрируемость задачи Коши для этих уравнений в классах различных функций, позволившая показать фундаментальную роль уединенных волн, названных солитонами, в процессе их генерации и взаимодействий, как между собой, так и с внешними возмущениями.

Для практических целей первого приближения зачастую становится недостаточно, и появились различные обобщения уравнения Кортевега-де Вриза, представляющие так называемую иерархию уравнений Кортевега-де Вриза. Одно из таких обобщений, получившее название уравнения Гарднера

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (\pm u \pm u^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0, \quad (2)$$

широко применяется в гидродинамике стратифицированных сред к описанию океанических внутренних волн, а также в физике плазмы. Уравнение (2) является полностью интегрируемым, и в нем существуют солитоны так называемые столообразные (или толстые), которых нет в канонических версиях уравнения Кортевега-де Вриза. Учет более высоких степеней по нелинейности в уравнении (1) открыл новые типы солитонов (например, пирамидальных), возможные неустойчивости солитонов (включая взрывные). Такие уравнения удобны и для математического анализа существования и устойчивости решений (не обязательно солитонов). Мы не будем на этом останавливаться, здесь очень большая литература.

Обычно, когда используют теорию возмущений, все функции разлагают в ряд Тейлора и получают полиномиальные представления нелинейности, о которых упомянуто в предыдущем абзаце. Между тем, в ряде приложений возникают неаналитические функции, описывающие нелинейность. Ярким примером здесь является уравнение Шамеля, выведенное еще в 1973 году, когда в уравнении (1) нелинейная функция $f(u) \sim |u|^{3/2}$ [1]. Полученное первоначально в физике плазмы, в последние годы оно применяется для описания метаматериалов [2] и электрических цепей [3]. Затем появилось так называемое логарифмическое уравнение Кортевега-де Вриза в цепочках Ферми-Паста-Улама при определенном законе взаимодействия частиц [4], в нем нелинейная функция есть $f(u) \sim u \log|u|$. В дальнейшем число уравнений типа Кортевега-де Вриза с неаналитической нелинейной функцией только увеличилось. В частности, в би-модульной теории упругости появилось модульное уравнение $f(u) \sim |u|$ [5], а затем и «каноническое» модульное уравнение $f(u) \sim u/|u|$ [6], отличающего от канонического уравнения Кортевега-де Вриза только модулем волновой функции. Наконец, появился класс «сублинейных» уравнений, когда $f(u) \sim u/|u|^b$ с $b < 0$ [7]. Разумеется, возможно и «объединение» различных нелинейных функций в практических задачах, так что в литературе можно встретить уравнения с названиями типа уравнение Шамеля-Кортевега-де Вриза (см., например, уравнение (3)) или уравнение Шамеля-логарифмического Кортевега-де Вриза и т.п. Наличие неаналитических нелинейных функций очень «мешает» доказывать математически теоремы существования и единственности, и здесь, пожалуй, стоит отметить единственную работу [8].

Наиболее просто изучить класс уединенных волн в рамках обобщенного уравнения (1) вне зависимости от аналитичности нелинейной функции $f(u)$, поскольку такая задача сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, решение которого в интегральном виде получается явно. Такой анализ в общем виде выполнен в наших работах [9,10], который позволил понять, когда появляются солитоны с экспоненциальными или алгебраическими хвостами, толстые или пирамидальные солитоны, компактоны различной формы. Так, например, алгебраический солитон уравнения Шамеля-Кортевега-де Вриза

$$\frac{\partial u}{\partial t} - (\sqrt{|u|} - u) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (3)$$

имеет вид

$$u(x) = \left(\frac{12/5}{1 + \frac{16}{76}x^2} \right)^2, \quad (4)$$

и солитон (4) распространяется со скоростью линейных длинных волн (здесь мы использовали систему координат, связанную с этой скоростью).

Другой пример – это компактон (5), описывающийся тригонометрической функцией на конечном интервале

$$u = A \begin{cases} \sin^4 \left[\frac{\pi}{2} - \sqrt{-V} \frac{|x|}{4} \right] & |x| < \frac{2\pi}{\sqrt{-V}} \\ 0 & |x| > \frac{2\pi}{\sqrt{-V}} \end{cases}, \quad V = \frac{4q}{3\sqrt{A}}, \quad (5)$$

как решение уравнения (1) с нелинейной функцией $f(u) \sim |u|^{1/2}$. Этот компактон распространяется со скоростью которая уменьшается с ростом амплитуды, так малые компактоны бегут быстрее больших.

В силу неинтегрируемости уравнения (1) с неаналитическими нелинейными функциями задачи генерации солитонов и компактонов и их взаимодействия между собой приходится решать численно. Большое число примеров такого рода задач рассмотрено в наших статьях [6,7,11]. Важно отметить, что взаимодействие солитонов и компактонов в рамках различных версий «неаналитических» уравнений Кортевега-де Вриза происходит, в сущности, по тем же сценариям, что и в модифицированном уравнении Кортевега-де Вриза (в силу изотропности этих уравнений), однако количественные характеристики такого взаимодействия являются другими и в процессе взаимодействия происходит излучение волновой энергии. Между тем, неупругость взаимодействия достаточно мала и излучение мало, что позволяет говорить о солитонах и компактонах как о частицах. Это удивительное свойство, поскольку в «неаналитических» уравнениях нет малого параметра, характеризующего их отличие от интегрируемых уравнений, и тем не менее процессы, связанные с солитонами и компактонами происходят по одинаковым сценариям.

Отдельные части исследований, затронутых в данной пленарной лекции, поддерживались грантом РФФ 19-12-00253 «Нелинейные механизмы генерации волн-убийц» и мегагрантом «Нелинейная гидрофизика» Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение № 075-15-2022-1127 от 01.07.2022).

Список литературы

1. *Schamel H.* A modified Korteweg-de Vries equation for ion acoustic waves due to resonant electrons // *J. Plasma Phys.* 1973. Vol. 9. P. 377–387.
2. *Mogilevich L. I., Popova E. V.* Longitudinal waves in the walls of an annular channel filled with liquid and made of a material with fractional nonlinearity // *Applied Nonlinear Dynamics.* 2023. Vol. 31 (3). P. 365 – 376.
3. *Kengne E., Lakhssassi A., Wu Ming Liu.* Nonlinear Schamel–Korteweg deVries equation for a modified Noguchi nonlinear electric transmission network: Analytical circuit modeling // *Chaos, Solitons and Fractals.* 2020. Vol 140. 110229.
4. *Carles D., Pelinovsky D.* On the orbital stability of Gaussian solitary waves in the log-KdV equation // *Nonlinearity.* 2014. Vol. 27. P. 3185 -3202.
5. *Rudenko O. V.* Modular solitons // *Doklady Mathematics,* 2016, Vol. 94. P. 708-711.
6. *Slunyaev A., Kokorina A., Pelinovsky E.* Nonlinear waves, modulations and rogue waves in the modular Korteweg – de Vries equation // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2023. Vol. 127. 107527.
7. *Pelinovsky D. E., Kokorina A. V., Slunyaev A. V., Pelinovsky E. N.* Stability and interaction of compactons in the sublinear KdV equation // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2021. Vol. 101. 105855.
8. *Friedman I., Riaño O., Roudenko S., Son D., Yang K.* Well-posedness and dynamics of solutions to the generalized KdV with low power nonlinearity // *Nonlinearity.* 2022. Vol. 36 (1). 584.
9. *Pelinovsky E., Talipova T., Soomere T.* The structure of algebraic solitons and compactons in the generalized Korteweg-de Vries equation // *Physica D.* 2021. Vol. 419 (5). 132785,
10. *Pelinovsky E., Talipova T., Didenkulova E.* Rational solitons in the Gardner-like models. *Fluids.* 2022. Vol. 7 (9). 294.
11. *Flamarion M. V., Pelinovsky E., Didenkulova E.* Investigating overtaking collisions of solitary waves in the Schamel Equation // *Chaos, Solitons and Fractals.* 2023. Vol. 174. 113870.

Секционные доклады

СОПРЯЖЕННЫЙ МАССОПЕРЕНОС ПАРОВ КРЕМНИЯ В НЕОДНОРОДНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ ПРИ ПРОПИТКЕ ПОРИСТОГО УГЛЕРОДНОГО ВОЛОКНА

М. В. Агеева^{a,b}, В. А. Демин^a

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Построена физико-математическая модель, объединяющая описание процесса транспорта газообразного кремния от зеркала расплава к пористому углеродному волокну и проникновение кремния внутрь образца. Во внешней области моделирование производилось на основе уравнения Навье-Стокса и закона Дарси с учетом неоднородного распределения температуры. Процесс пропитки внутри пористого материала проводился на основе МИМ-модели с учетом процессов конденсации-испарения. Граничные условия выбраны в соответствии со значительно отличающимися проницаемостями внешней среды (аргона) и поглощающего пористого материала. Численное моделирование выполнено методом конечных разностей. Получены итоговые распределения мобильного компонента от зеркала расплава до образца и внутри него.

Ключевые слова: МИМ-модель; сопряженная задача; пористая среда

CONJUGATE MASS TRANSFER OF SILICON VAPOR IN AN INHOMOGENEOUS TEMPERATURE FIELD DURING THE SATURATION OF A POROUS CARBON FIBER

M. V. Ageeva^{a,b}, V. A. Demin^a

^a Perm State University, 15 Bukirev st., 614068, Perm

^b Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Akademician Koroleva st., 614013, Perm

A physical and mathematical model has been constructed that combines description of the processes of gaseous silicon transport from the melt mirror to porous carbon fiber and the penetration of silicon into the fiber. In the outer part of the considered region, the modeling is carried out on the basis of the Navier-Stokes and Darcy equations, taking into account the inhomogeneous temperature distribution. The impregnation process inside the porous material is carried out on the basis of the MIM-model (Mobile-Immobile Model) taking into account the condensation-evaporation processes. The boundary conditions are chosen taking into account the significantly different permeabilities of the external (argon) and internal media. Numerical modeling of the process was performed by the finite difference method. The final distributions of the mobile component from the melt mirror to the sample and inside it are obtained.

Keywords: MIM-model; conjugate problem; porous medium

1. Введение

В настоящий момент, процесс пропитки пористого материала газообразным кремнием является одним из наиболее перспективных методов создания композиционных материалов. При правильно подобранных параметрах процесса такие материалы приобретают уникальные физико-химические свойства: высокую огнеупорность, малый вес, особые прочностные и теплоизоляционные свойства, что делает их крайне востребованными в производстве.

В работе [1] была построена замкнутая физико-математическая модель, описывающая осаждение кремния внутри пористого образца. Предполагалось, что зеркало расплава находится непосредственно перед образцом, что позволяло устанавливать значение концентрации газообразного кремния на границе. Однако производственный процесс силицирования предполагает, что зеркало находится на некотором отдалении от пористого материала, и доставка кремния к образцу должна рассматриваться отдельно [2]. Еще одна поправка была отражена в работе [3], в которой температура на пути к образцу не является постоянной величиной, а распределена линейно. Сейчас задача заключается в том, чтобы получить решение сопряженной задачи [1], [3] и приблизить результаты численного моделирования к результатам реального технологического процесса.

2. Постановка задачи

Рассматривается процесс доставки газообразного кремния от зеркала расплава к углеродному пористому волокну и проникновение этого кремния внутрь волокна (рис. 1). Задача сформулирована и решена в одномерной постановке. Предполагается, что температура внутри и вне образца распределена по линейному закону.

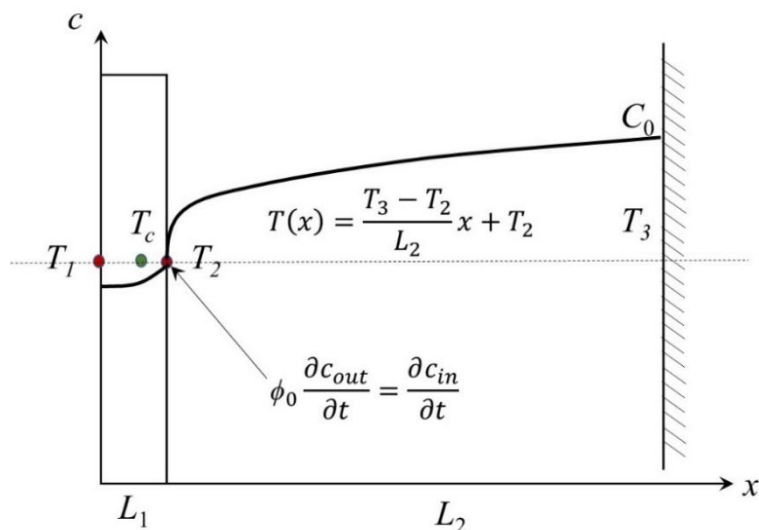


Рис. 1. Геометрия задачи и граничные условия

Предполагается, что динамика распространения кремния вне образца описывается уравнением массопереноса в общем виде [2]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) C = D_1 \Delta C, \quad (1)$$

где C – массовая концентрация кремния, D_1 – коэффициент диффузии пара во внешней области, \mathbf{V} – макроскопическая скорость малого элемента газа. Уравнение (1), в силу наличия в нем трех проекций макроскопической скорости газа, непригодно для прямого численного моделирования. Для замыкания уравнения (1) был использован закон Дарси в виде:

$$\mathbf{v} = -\frac{\kappa}{\eta} \nabla p_{\kappa},$$

где \mathbf{v} – скорость фильтрации, κ – проницаемость, η – коэффициент динамической вязкости, p_{κ} – парциальное давление паров кремния. Скорость фильтрации \mathbf{v} и макроскопическая скорость \mathbf{V} малого элемента газа связаны соотношением:

$$\mathbf{V} \approx \frac{\rho_{\kappa} \mathbf{v}}{\rho_a}.$$

Давление паров кремния в законе Дарси может быть выражено с помощью уравнения идеального газа. В итоге, конвективное слагаемое в (1) распадается на два члена, поскольку содержит две переменных величины – концентрацию и температуру. Учитывая, что уравнение (1) должно быть переписано в терминах объемной концентрации, получаем:

$$\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\kappa R \rho_{\kappa}}{\eta \xi \mu_{\kappa}} \left(T (\nabla c)^2 + c (\nabla T) (\nabla c) \right) = D_1 \Delta c, \quad (2)$$

где

$$c = \rho_a \frac{N_A d_{Si}^3}{\mu_{\kappa}} \frac{C}{1 - C} \approx \xi C. \quad (3)$$

Система уравнений, описывающая распространение и осаждение кремния внутри пористого образца, соответствует работе [1]. Прирост иммобильного компонента в среде описывается кинетическим уравнением вида:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \alpha \left[c_m (q_0 - c_i) - K_d (q_0 - c_i) c_i \right], \quad (4)$$

где c_i – концентрация иммобильного компонента, c_m – концентрация мобильного компонента, K_d – коэффициент распределения примеси, q_0 – концентрация насыщения, T_c – критическая температура, α – параметр межфазного обмена. Параметры α и K_d определяются феноменологическими зависимостями:

$$\alpha = A\sqrt{T_c - T}, \quad \alpha K_d = B\sqrt{T - T_c}.$$

Динамика распространения газообразного кремния в среде описывается законом сохранения массы, с учетом слагаемого, отвечающего за диффузионный перенос:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi c_m) = -\frac{\partial c_i}{\partial t} + D_2 \operatorname{div}(\phi \nabla c_m), \quad (5)$$

где D_2 – коэффициент диффузии внутри образца, ϕ – пористость.

Перенос тепла описывается уравнением теплопроводности в однотемпературном приближении [4]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \chi \Delta T + \frac{Q}{\rho c_p}, \quad (6)$$

где Q – выделяющаяся теплота, χ – температуропроводность, c_p – теплоемкость при постоянном давлении. Замыкающим уравнением системы является уравнение, связывающее пористость с концентрацией осевшего кремния в образце:

$$\phi = \phi_0 - c_i, \quad (7)$$

Полученная система (1) – (7) полностью описывает процессы транспорта кремния от зеркала расплава к образцу, а также его распространение и осаждение внутри образца. Граничное условие в точке раздела сред следует выбрать с учетом разных проницаемостей внутри образца и вне его.

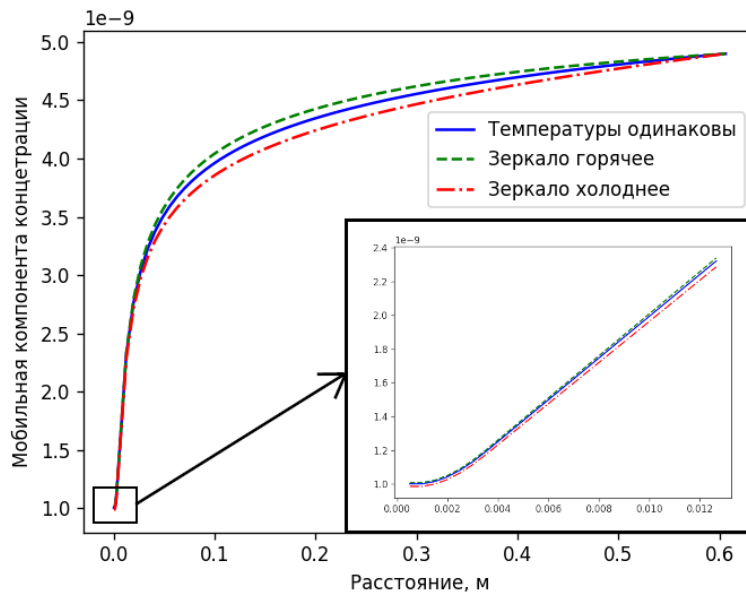


Рис. 2. Распределение кремния внутри и вне образца при разных температурах на образце и зеркале расплава

Температуры T_1 и T_2 выбираются таким образом, чтобы осаждение кремния в принципе было возможно (T_1 и T_2 не должны одновременно превышать T_c).

На зеркале расплава температура T_3 может быть как выше, так и ниже, чем T_2 . Геометрия задачи и граничные условия представлены на рис. 1.

Система уравнений (1) – (7), дополненная граничными условиями и при обоснованно выбранных параметрах решалась численно методом конечных разностей.

3. Результаты и обсуждение

На рис. 2 представлено распределение кремния внутри и вне образца при разных температурах на зеркале расплава и на границе изделия. Как видно из рисунка нелинейность уравнения (2) искривляет итоговую кривую. Поток вещества к образцу также имеет значительно большее значение, поскольку определяется производной концентрации. Стоит отметить также, что неоднородное распределение температуры не оказывает значительного влияния на итоговый вид кривой концентрации.

4. Заключение

Построена физико-математическая модель, предназначенная для описания динамики транспорта газообразного кремния от зеркала расплава к углеродному пористому волокну и проникновение кремния внутрь образца. Температура в реторте имеет неоднородное распределение.

Оказалось, что вне и внутри образца газообразный кремний распределяется в соответствии с нелинейными законами. Неоднородность температуры вне образца оказывает малое влияние на вид конечной кривой. Однако само добавление в уравнение массопереноса для транспортировки кремния от зеркала к образцу значительно улучшает построенную в [1] модель, поскольку позволяет поставить на границе пористого образца более корректное граничное условие, вместо постоянной концентрации.

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 121112200078-7.

Список литературы

1. Ageeva M. V., Demin V. A. Physical model and numerical simulation of high-temperature silicification of carbon composite material // Phil. Trans. R. Soc. A, 2023, 381: 20220083. <https://doi.org/10.1098/rsta.2022.0083>.
2. Демин В. А., Демина Т. В., Марышев Б. С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 48-55. DOI: 10.17072/1994-3598- 2022-3-48-55.
3. Демин В. А., Зинурова В. Э. Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 2. С. 51-58.
4. Nield D.A., Bejan A. Convection in Porous Media // Springer, 2013. – 397 p.

ВЛИЯНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА КРАЕВОГО УГЛА НА ДИНАМИКУ ЗАЖАТОГО ПУЗЫРЬКА

А. А. Алабужев

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Исследуется динамика зажатого газового пузырька в пульсационном поле давления с учетом гистерезиса краевого угла смачивания. Пузырек зажат между двумя параллельными между собой твердыми пластинами и окружен несжимаемой жидкостью конечного объема со свободной внешней поверхностью. Линия контакта может двигаться, если отклонение краевого угла превышает некоторое критическое значение. Получены амплитудно-частотные характеристики для разных параметров задачи. Показано, что с увеличением критического значения краевого угла область движения уменьшается.

Ключевые слова: газовый пузырек; гистерезис краевого угла; динамика линии контакта; вынужденные колебания

EFFECT OF THE CONTACT ANGLE HYSTERESIS ON THE DYNAMICS OF A CLAMPED BUBBLE

A. A. Alabuzhev

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The dynamics of a gas bubble in a pulsation pressure field is studied taking into account the hysteresis of the contact angle. The bubble is clamped between two parallel solid plates and is surrounded by an incompressible fluid of finite volume with a free outer surface. The contact line can move at the contact angle deviation exceeds a certain critical value. The amplitude-frequency characteristics for the various parameters of the problem are obtained. It is shown that with an increase in the critical value of the contact angle, the region of motion decreases.

Keywords: gas bubble; contact line hysteresis; contact line dynamics; forced oscillations

Два граничных условия для описания движения контактной линии на основе экспериментов [1]. Первой условие предполагало линейную связь между скоростью движения линии контакта и отклонением краевого угла смачивания [2]. Коэффициент пропорциональности, который обычно называется параметром Хокинга или коэффициентом смачивания, постоянен и характеризует силу взаимодействия линии контакта с подложкой. Это условие

использовалось в большом количестве задач: полусферическая капля (пузырек) на подложке [3, 4], капиллярный мост [5], цилиндрическая капля(пузырек) [6, 7], волны на поверхности [8, 9] и пр. Авторы [10] предложили рассматривать значение параметра Хокинга как комплексное число, т.е. учитывать сдвиг фазы капиллярных волн от внешних вибраций. Параметр Хокинга рассматривался как функция координат для описания неоднородности поверхности в [11]. Второе условие [12] предполагает неоднозначную связь между скоростью линии контакта и краевым углом смачивания: контактная линия не движется уже в некотором диапазоне значений краевого угла смачивания – гистерезис краевого угла. Это условие использовалось, например, [13, 14] при исследовании динамики капли (пузырька) на подложке.

В работе [15] был предложен экспериментальный способ по измерению коэффициента мобильности (обратный параметр Хокинга) для полусферической капли на подложке. Далее, это исследование было продолжено в следующих работах [16-18], в том числе и сравнение с теорией [12].

В данной работе рассматриваются вынужденные колебания газового пузырька, зажато между двумя параллельными твердыми пластинами и окруженного несжимаемой жидкостью (рис. 1). В состоянии равновесия пузырек имеет форму круглого цилиндра высотой h и радиуса r_0 , а окружающая жидкость – радиуса R_0 . Равновесное давление газа внутри пузырька p_0 . Внешняя поверхность жидкости свободная и недеформированная.

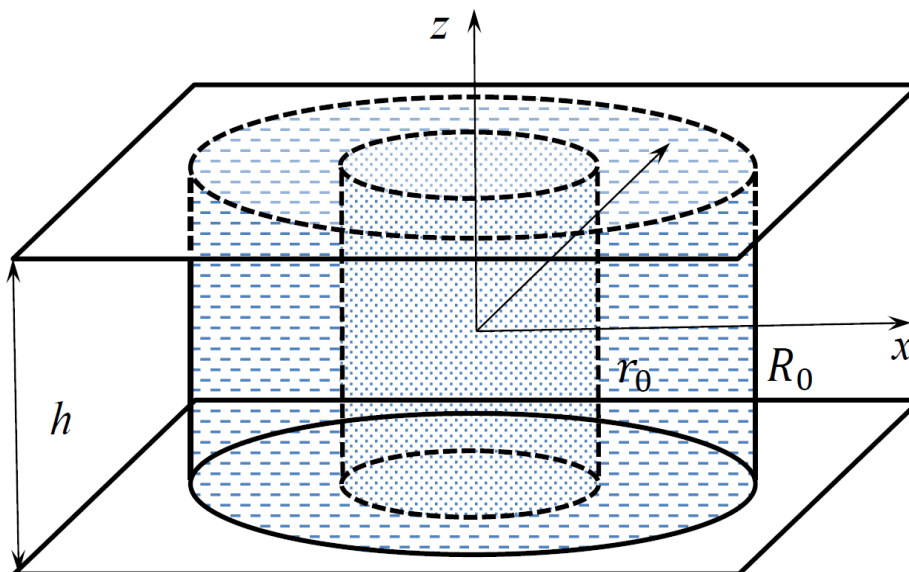


Рис. 1. Геометрия задачи

Скорости движения линий контакта трех сред (газовый пузырек-жидкость-твердая поверхность) неоднозначно зависит от отклонения

краевого угла смачивания, подобно работам [12-14]. На всю систему действует внешнее пульсационное поле давления.

На рис. 2 показаны области движения линии контакта (выделены темным) на плоскости критического значения краевого угла d_0 от частоты осцилляций давления ω для разных значений равновесного давления газа в пузырьке P_0 . Из представленных графиков видно, что с увеличением давления пузырек становится менее сжимаемым и первая область движения, соответствующая объемным колебаниям, исчезает. На рис. 2в так же можно видеть пересечение объемной гармоник колебаний и первой поверхностной.

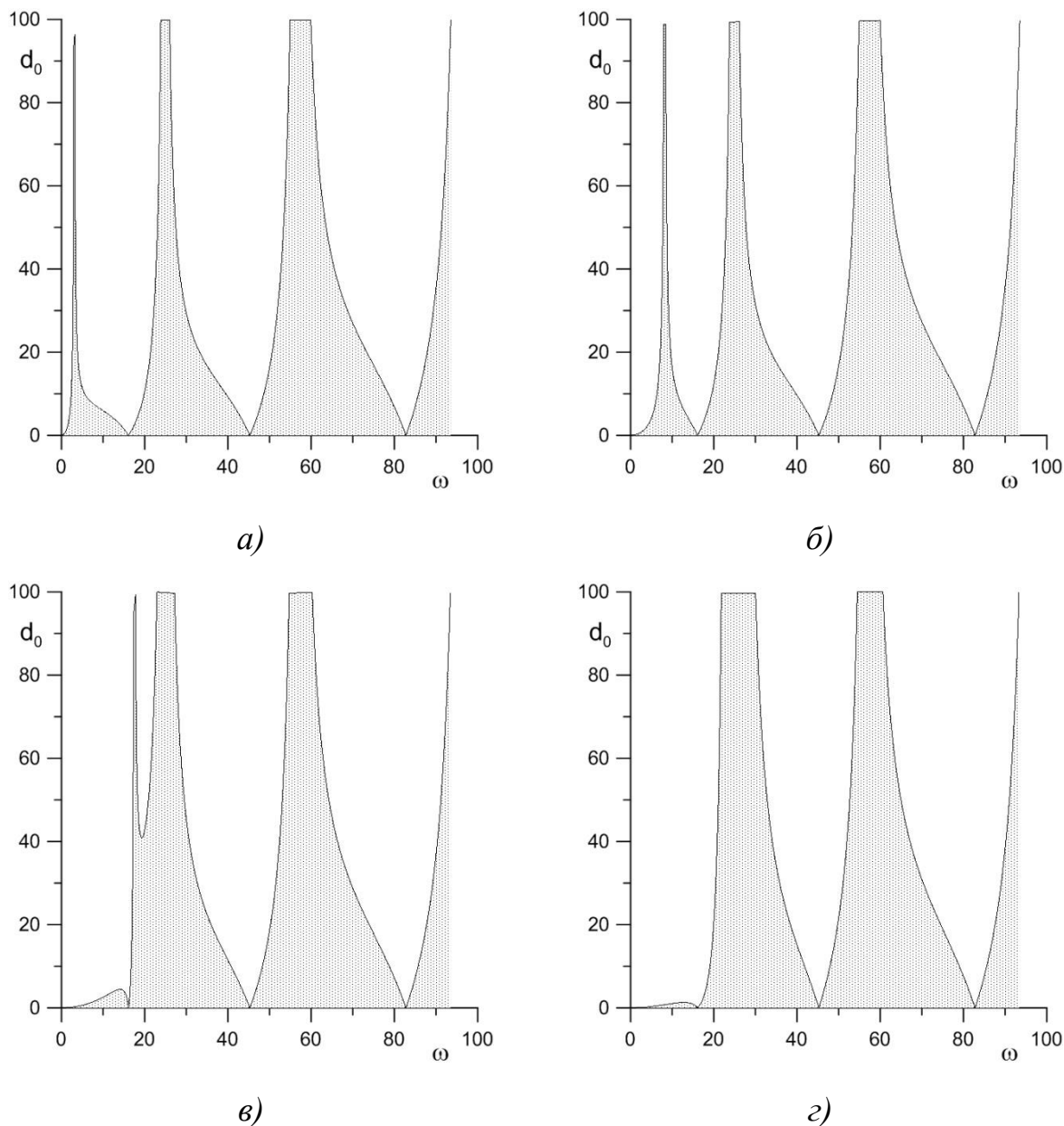


Рис. 2. Схемы областей движения линии контакта (темные):
а) $P_0 = 5$, б) $P_0 = 100$, в) $P_0 = 500$, г) $P_0 = 1000$

На рис. 3 показаны амлитудно-частотные характеристики для линии контакта ζ_u на верхней пластине и боковой поверхности пузырька ζ_0 в середине слоя при разных значениях критического краевого угла. Из представленных графиков следует, что с увеличением значения критического угла d_0 область неподвижности контактной линии увеличивается (рис. 3а), что соответствует рис. 2. Кроме того, амплитуда колебаний линии контакта уменьшается, а в середине слоя увеличивается.

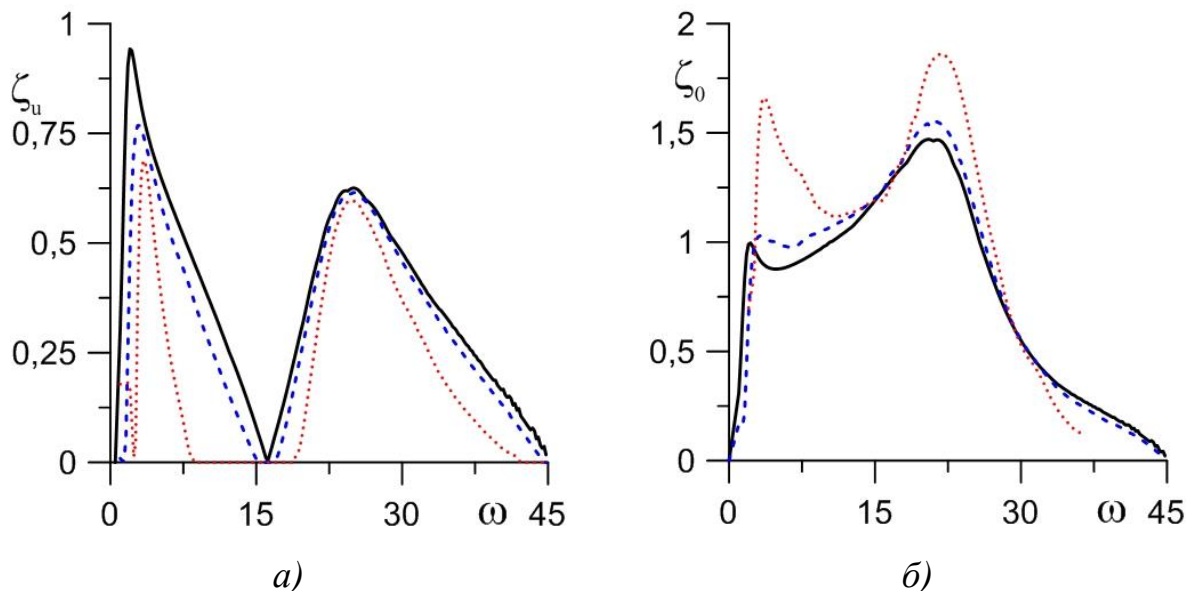


Рис. 3. Амплитуда колебаний от частоты осцилляций давления ($P_0 = 5, R_0 = 5, \lambda = 1$): $d_0 = 0$ – сплошная линия, $d_0 = 1$ – штриховая, $d_0 = 5$ – пунктирная

Список литературы

1. Dussan V E. B. On the spreading of liquids on solid surfaces: static and dynamic contact lines // Annu. Rev. Fluid Mech. 1979. V. 11. P. 371–400.
2. Hocking L.M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 179. P. 253–266.
3. Alabuzhev A. A., Kolupaev V. S. The effect of substrate surface on the dynamics of sessile drop under axisymmetric vibrations // Interfac. Phenom. Heat Transfer. 2021. V. 9, iss. 1, P. 75-85.
4. Shklyaev S., Straube A. V. Linear oscillations of a hemispherical bubble on a solid substrate // Physics of Fluids. 2008. Vol. 20, 052102.
5. Borkar A., Tsamopoulos J. Boundary-layer analysis of dynamics of axisymmetric capillary bridges // Phys. Fluids A. 1991. V. 3, N. 12. P. 2866–2874.
6. Alabuzhev A. A. Influence of surface properties on axisymmetrical oscillations of a cylindrical bubble // Interfac. Phenom. Heat Transfer. 2019. V. 7, iss. 3. P. 255–268.

7. *Kashina M. A., Alabuzhev A. A.* The forced oscillations of an oblate drop sandwiched between different inhomogeneous surfaces under ac vibrational force // *Microgravity Science and Technology*. 2021. V. 33, Iss 3, 35.
8. *Ting C.-L., Perlin M.* Boundary conditions in the vicinity of the contact line at a vertically oscillating upright plate: an experimental investigation // *J. Fluid Mech.* 1995. V. 295. P. 263–300.
9. *Perlin M., Schultz W. W., Liu Z.* High Reynolds number oscillating contact lines // *Wave Motion*. 2004. V. 40. P. 41–56.
10. *Miles J. W.* The capillary boundary layer for standing waves // *J. Fluid Mech.* 1991. Vol. 222. P. 197–205.
11. *Pyankova M. A., Alabuzhev A. A.* Influence of the properties of the plate surface on the oscillations of the cramped drop // *Phys. Fluids*. 2022. V. 34, 092015.
12. *Hocking L. M.* Waves produced by a vertically oscillating plate // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. V. 179. P. 267–281.
13. *Fayzrakhmanova I. S., Straube A. V.* Stick-slip dynamics of an oscillated sessile drop // *Physics of Fluids*. 2009. V. 21, 072104.
14. *Fayzrakhmanova I. S., Straube A. V., Shklyaev S.* Bubble dynamics atop an oscillating substrate: Interplay of compressibility and contact angle hysteresis // *Phys. Fluids*. 2011. V. 23. 102105.
15. *Xia Y., Steen P.* Moving contact-line mobility measured // *J. Fluid Mech.* 2018. V. 841. P. 767–783.
16. *Xia Y., Steen P. H.* Dissipation of oscillatory contact lines using resonant mode scanning // *npj Microgravity*. 2020. V. 6, 3.
17. *Ludwicki J. M., Kern V. R., McCrane, J. et al.* Is contact-line mobility a material parameter? // *npj Microgravity*. 2022 V. 8, 6.
18. *Amberg G.* Detailed modelling of contact line motion in oscillatory wetting // *npj Microgravity*. 2022. V.8, 1.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИЛИВНЫХ УСТЬЕВ ЕВРОПЕЙСКОГО СЕКТОРА РОССИЙСКОЙ АРКТИКИ

А. М. Алабян^{a,b}, Н. А. Демиденко^c, И. Н. Крыленко^{a,b}, С. В. Лебедева^d,
Е. Д. Панченко^b, А. А. Попрыдухин^a, Т. А. Федорова^b

^a Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991, г. Москва, Ленинские горы, 1

^b Институт водных проблем РАН, 117997, Москва, ул. Губкина, 3

^c Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
119991, Москва, Нахимовский проспект, 36

^d Государственный гидрологический институт,
199004, Санкт-Петербург, 2-ая линия В.О., 23

Современной гидрометрическое и геодезическое оборудование в комплексе со средствами обработки больших массивов информации позволяет выполнять ранее невозможные режимные гидродинамические измерения в устьях приливных рек. В последние годы в ходе летних и зимних экспедиций собраны уникальные массивы данных о распространении приливных волн вверх по руслам больших и малых рек, об изменении параметров реверсивных и пульсирующих течений в ходе приливного цикла на различном удалении от устьевого створа, о характере проникновения осолоненных вод и специфике транспорта наносов в приливных устьях. Комплексная методика исследования гидродинамического режима приливных устьев, основанная на сочетании методов специальных полевых измерений и компьютерного моделирования, реализована как для крупнейших рек бассейнов Белого и Баренцева моря – Северной Двины, Печоры, Онеги, Мезени, так и для ряда малых рек (Кянда, Сёмжа, Лая и др.).

Ключевые слова: приливный цикл; трансформация приливной волны; гидравлическое сопротивление; моделирование нестационарных течений

RESEARCH OF HYDRODYNAMICS IN TIDAL ESTUARIES OF RUSSIAN ARCTIC EUROPEAN SECTOR

A. M. Alabyan^{a,b}, N. A. Demidenko^c, I. N. Krylenko^{a,b}, S. V. Lebedeva^d,
E. D. Panchenko^b, A. A. Popryadukhin^a, T. A. Fedorova^b

^a Lomonosov Moscow State University, 1, Leninskie Gory, 119991, Moscow

^b Water Problems Institute RAS, 3, Gubkina st., 117997, Moscow

^c Shirshov Institute of Oceanology, 36, Nakhimovsky Prospekt, 119991, Moscow

^d State Hydrological Institute, 23, Vasilyevsky Island 2nd line,
199004, St. Petersburg

Modern hydrometric and geodetic equipment in combination with the means of big data processing makes it possible to perform previously impossible regime hydrodynamic measurements in the tidal rivers. In recent years, during summer and

winter fieldworks, unique data arrays have been collected on the tidal waves propagation upstream the channels of large and small rivers, on changes in the parameters of reversible and pulsating currents during the tidal cycle at different distances from the mouth, on the penetration of saline waters and the fetures of sediment transport in tidal estuaries. A complex methodology for studying the hydrodynamic regime of tidal estuaries, based on a combination of special field measurements and computer modeling, has been implemented both for the largest rivers of the White and Barents Sea basins - the Northern Dvina, Pechora, Onega, Mezen', and for a number of small rivers (Kyanda, Syomzha, Laya, etc).

Keywords: tidal cycle; tidal wave transformation; hydraulic resistance; unsteady flow simulation

Приливные устья представляют особый интерес не только как уникальные географические объекты, но и как уникальная лаборатория, созданная самой Природой для изучения особенностей неустановившегося движения водных потоков в естественных речных руслах [1]. Гидродинамический режим приливных участков рек (в зарубежной литературе часто называемых «приливыми реками») формируется в результате взаимодействия речного стока, поступающего с водосбора реки («стоковый расход», «речной расход») с приливыми колебаниями уровня воды на морском крае устьевой области, на которые зачастую накладываются непериодические сгонно-нагонные процессы. При этом приливы (как правило – полусуточные) являются гораздо более высокочастотным процессом по сравнению со сгонно-нагонными колебаниями уровня воды и тем более – с чередованием фаз водного режима реки – половодий, паводков и межени.

Устьевые области рек России с хорошо выраженными приливыми колебаниями уровня находятся в бассейне Белого и Баренцева моря, а также на Дальнем Востоке. С точки зрения транспортной доступности и логистики побережье Европейского севера России представляет наилучшие возможности для гидродинамических исследований. К тому же здесь можно найти практически любое сочетание водоносности реки (до 130 км³ в год у Печоры) и величины морского прилива (до 9 м в устье Мезени) при широком спектре морфологических типов устьевых областей – от многорукавных дельт Северной Двины и Печоры до разнообразных эстуариев Онеги, Мезени, Кулоя, Варзуги и многочисленных малых рек.

Вошедшее в практику гидрологических исследований принципиально новое гидрометрическое и геодезическое оборудование, такого как акустик-доплеровские измерители течений, многолучевые эхолоты, автономные регистраторы уровня воды и дифференциальные системы спутникового позиционирования позволяют получать принципиально новые массивы данных, обладающих на несколько порядков более высоким разрешением как во времени, так и в пространстве. В приливых устьях, где изменения уровней воды, направления и скорости течения происходят очень быстро, эти

приборы дают возможность исследовать динамику процессов, изучение которых традиционными методами (с использованием гидрометрических вертушек, водомерных реек и геометрического нивелирования) ранее было в принципе невозможно. Комплексное использование новейшего оборудования в рамках унифицированной методики [2, 3] позволило получать надежные данные для построения, калибровки и верификации гидродинамических моделей приливных устьев. За последние годы были выполнены полевые исследования наиболее крупных, важных и репрезентативных устьевых областей Европейского сектора Российской Арктики [4-7] в том числе и при ледоставе [8] и разработаны модели устьевых участков Северной Двины [9, 10], Онеги [11], Печоры [12], Мезени [4], а также ряда малых рек Беломорского бассейна [3]. Для построения одномерных моделей использовался программный комплекс HEC-RAS (США) [13], для двумерных - STREAM_2D (Россия) [14], для трехмерных – DELFT 3D (Нидерланды) [15]. Выбор мерности модели целесообразно осуществлять исходя из соотношения длины, ширины и глубины исследуемого участка реки, степени кинетичности потока и фоновой солености морской воды в устьевом створе.

Детальные исследования изменений гидродинамических характеристик водного потока в течение полного полусуточного приливного цикла (12.5 часов) позволили выявить ранее неисследованных эффектов, таких как сильная изменчивость гидравлического сопротивления, а также коррективов скорости Кориолиса и Буссинеска при изменении скорости и направления движения руслового потока [3, 16-18]. Анализ мирового опыта моделирования таких потоков [19] показал, что данное обстоятельство до сих пор при моделировании не учитывается, что обуславливает необходимость некоторой корректировки математической основы одномерных моделей (уравнений Сен-Венана), эффективность применения которых в ряде случаев достаточна для решения практических задач, связанных с расчетами реверсивных и пульсирующих течений в приливных устьях.

Использование гидродинамических моделей в комплексе с непосредственными полевыми наблюдениями позволило перейти от анализа эпизодических ситуаций к установлению непрерывной картины динамического взаимодействия реки и моря. При этом гидродинамический режим приливного устья представляют собой «фон» для многих протекающих там гидрохимических, седиментационных и гидробиологических процессов [20, 21], требующих разработки особых методик исследования и мониторинга на основе гидродинамического моделирования [22]. Кроме того, моделирование позволяет предвидеть возможные изменения этих процессов в результате изменения водоносности рек и уровня моря при грядущих климатических пертурбациях [23].

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 22-29-01184, <https://rscf.ru/project/22-29-01184/>.

Список литературы

1. *Алабян А. М.* Приливные устья – уникальная природная лаборатория для исследования неустановившегося движения воды // Труды VI Международной научно-практической конференции Морские исследования и образование (MARESEDU-2017). 2017. С. 62–66.
2. *Лебедева С. В., Алабян А. М.* Методика исследования динамики потока в устьевых областях крупных рек и ее реализация для устья Северной Двины // Международная научно-практическая конференция Вторые Виноградовские Чтения. Санкт-Петербург, 2015. С. 337–341.
3. *Панченко Е. Д.* Динамика потока в приливных устьях малых рек (на примере Беломорского бассейна): дис. ... канд. геогр. наук: МГУ.016.2(11.02), МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва. 2022. 153 с.
4. *Демиденко Н. А., Зиновьев А. Т., Алабян А. М., Панченко Е. Д., Фингерт Е. А., Льюменс М.* Исследование и моделирование параметров гидрологического режима и динамики взвешенных наносов в Мезенском заливе и эстуариях Мезени и Кулоя // Материалы XXI Международной научной конференции (Школы) по морской геологии. Т. 3. ИО РАН Москва, 2015. С. 175–179.
5. *Алабян А. М., Алексеева А. А., Демиденко Н. А и др.* Полевые гидрологические исследования устьев рек Онежского залива в зимнюю и летнюю межень 2016–2017 гг. // Геология морей и океанов: Материалы XXII Международной научной конференции (Школы) по морской геологии. Т. 3. ИО РАН Москва, 2017. С. 146–150.
6. *Алабян А. М., Панченко Е. Д., Алексеева А. А.* Особенности динамики вод в приливных устьях малых рек бассейна Белого моря // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2018. № 4. С. 39–48.
7. *Алабян А. М., Василенко А. Н., Демиденко Н. А. и др.* Приливная динамика вод в дельте Печоры в летнюю межень // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2022. № 1. С. 167–179.
8. *Терский П. Н., Панченко Е. Д., Горин С. Л. и др.* Исследования зимнего режима устьев рек Белого моря в 2017-2020 гг. // Океанология. 2021. Т. 61, № 6. С. 1006–1008.
9. *Лебедева С. В.* Динамика потока в многорукавном приливном устье крупной реки (на примере р. Северная Двина): дис. канд. геогр. наук: Д 501.001.68, МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва. 2016. 211 с.
10. *Лебедева С. В., Алабян А. М., Крыленко И. Н., Федорова Т. А.* Наводнения в устье Северной Двины и их моделирование // Геориск. 2015. № 1. С. 18–25.
11. *Панченко Е. Д., Льюменс М., Лебедева С. В.* Моделирование гидродинамических процессов в приливном устье реки Онеги // Сборник докладов международной научной конференции Четвертые Виноградовские чтения. Санкт-Петербург, 2020. С. 135–140.

12. Крыленко И. Н., Алабян А. М., Василенко А. Н. и др. Двумерная гидродинамическая модель устьевой области реки Печоры // Морские исследования и образование. Сборник трудов X Международной научно-практической конференции (MARESEDU-2021). Т. 1, 2021. С. 321–324.
13. Программный комплекс HEC-RAS [Электронный ресурс]. URL: <https://hec-ras.software.informer.com> (дата обращения: 13.07.2022).
14. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014612181 Программный комплекс STREAM_2D для расчета течений, деформаций дна и переноса загрязнителей в открытых потоках. Авторы: Беликов В. В., Кочетков В. В. Дата гос. Регистрации 20.02.2014 г.
15. Программный комплекс DELFT 3D [Электронный ресурс]. URL: <https://oss.deltares.nl/web/delft3d> (дата обращения: 13.07.2022).
16. Алабян А. М., Панченко Е. Д. Гидравлическое сопротивление в приливных устьях и феномен отрицательного трения в речной гидравлике // Инженерные изыскания. 2017. № 3. С. 24–32.
17. Алабян А. М., Панченко Е. Д., Медин А. М. Парадоксы гидродинамики реверсивных течений в приливных устьях рек // Труды III Всероссийской конференции Гидрометеорология и экология: достижения и перспективы развития. Санкт-Петербург, 2019. С. 61–64.
18. Panchenko E., Alabyan A. Friction factor evaluation in tidal rivers and estuaries // METHODSX. 2022. Vol. 9. P. 101669.
19. Алабян А. М., Крыленко И. Н., Лебедева С. В., Панченко Е. Д. Мировой опыт численного моделирования динамики потока в устьях рек // Водные ресурсы. 2022. Т. 49, № 5. С. 552–567.
20. Мискевич И. В., Коробов В. Б., Алабян А. М. Специфика инженерно-экологических изысканий в приливных устьях малых рек западного сектора российской Арктики // Инженерные изыскания. 2018. Т. 12, № 3-4. С. 50–61.
21. Мискевич И. В., Алабян А. М., Демиденко Н. А., Панченко Е. Д. Формирование высокой мутности вод в малых приливных эстуариях Белого и Баренцева морей // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 2022. № 4. С. 142–153.
22. Panchenko E., Lebedeva S., Terskii P., Leummens M. Hydrodynamics of the Onega river tidal estuary as a basis for ecosystem monitoring // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2019. Vol. 263. P. 012014.
23. Panchenko E., Alabyan A., Krylenko I., Lebedeva S. Modelling the climate change impact on the largest White sea estuarine areas // European Geosciences Union General Assembly 2021. Germany, 2021. P. 8274.

ТРАНСФОРМАЦИЯ ПРИЛИВНОЙ ВОЛНЫ В УСТЬЯХ РЕК МЕЗЕНЬ И ПЕЧОРА

А. А. Алавердова^a, Е. Д. Панченко^{b,a}

^a Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991, г. Москва, Ленинские горы, 1

^b Институт водных проблем РАН, 119333, г. Москва, ул. Губкина, 3

При прохождении вверх по руслу реки и взаимодействии с речным стоком, приливная волна трансформируется. Гидродинамическое моделирование позволяет детально изучить изменение характеристик приливной волны, а также скорости ее распространения; оценить влияние речных факторов на эту трансформацию. В ходе исследования разработаны одномерные модели приливных устьев рек Мезень и Печора, исследованы амплитуда, форма и скорость распространения волны.

Ключевые слова: параметры приливной волны; устье; гидродинамическая модель

TIDAL WAVE TRANSFORMATION IN MEZEN AND PECHORA RIVERS' ESTUARIES

А. А. Alaverdova^a, E. D. Panchenko^{b,a}

^a Lomonosov Moscow State University, 1, Leninskie gory, 119991, Moscow

^b Water Problems Institute of RAS, 3 Gubkin st., 119991, Moscow

Tidal wave parameters transform as the wave propagates in estuaries in landward direction because of decrease of depth and river flow effects. Hydrodynamic models help in researches of transformation of tidal parameters and wave velocity; the way the river flow impacts on the transformation. In this study one-dimensional models of the Mezen river estuary and the Pechora river delta are used to explore amplitude of tidal wave, wave form and wave propagation velocity.

Keywords: tidal wave parameters; estuary; hydrodynamic model

Введение

Гидродинамический режим устьевых участков реки формируется под влиянием не только речных, но и морских процессов, в частности – приливных колебаний уровня; при взаимодействии с речным стоком изменяется амплитуда и форма приливной волны. При изучении приливов в устьях активно применяется гидродинамическое моделирование, обеспечивающее высокую дискретность данных.

Модели исследуемых устьевых участков рек были разработаны в программе НЕС-RAS, основанной на одномерных уравнениях Сен-Венана:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Qv)}{\partial x} + gw \left(\frac{\partial z}{\partial x} + I_{\text{тр}} \right) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_i, \quad (2)$$

где t – время, x – продольная координата, $I_{тр}$ – уклон трения, Q – расход воды, w – площадь поперечного сечения потока, z – отметка уровня воды, q_i – боковой приток на единицу длины, v – скорость течения. В качестве исходных данных выступают расход воды на верхней границе участка, уровень воды на нижней границе и морфометрия русла.

Цель данной работы – изучить характер трансформации приливной волны в устьях разных типов: эстуарном (р. Мезень) и дельтовом (р. Печора). Построенные одномерные модели устьев рек (рис. 1) позволяют проследить изменение амплитуды прилива и его формы вверх по руслу, оценить влияние морфометрии русла, рассчитать скорости распространения волны на различных участках.

Гидродинамические модели устьевых областей

Данные, необходимые для построения моделей рек Мезень и Печора, были собраны в ходе полевых работ 2018 и 2020 гг соответственно [1, 2].

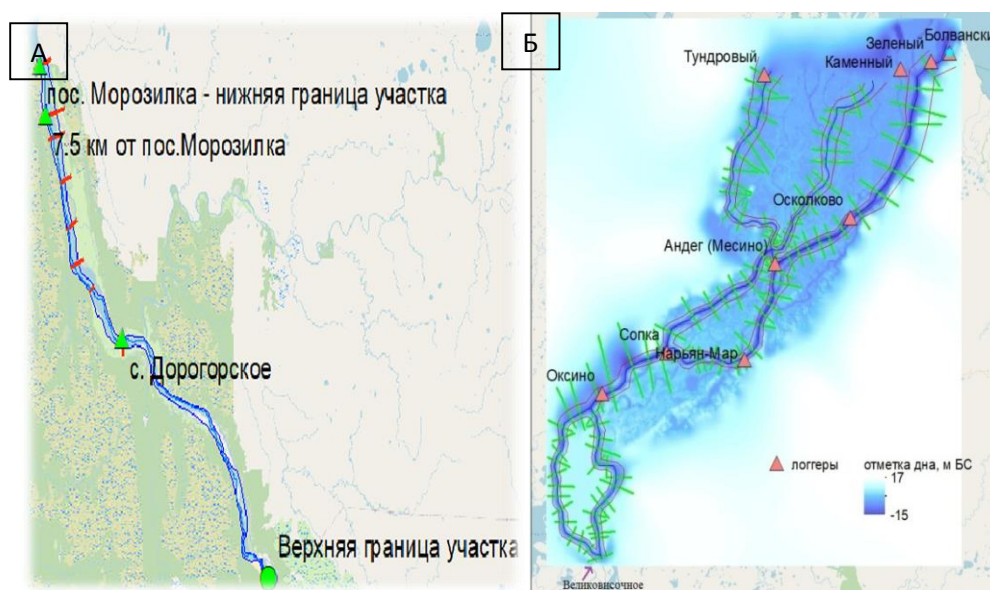


Рис. 1. Схемы участков гидродинамических моделей рек (А – Мезени, Б – Печоры)

Модель реки Мезень построена для участка 30 – 75 км выше устьевого створа, рельеф был задан 9 поперечными профилями. Калибровка модели производилась по данным измерения уровней воды в 7.5 км от нижней границы (в районе порта в п. Каменка). В ходе калибровки был подобран коэффициент шероховатости 0.033 (рис. 2).

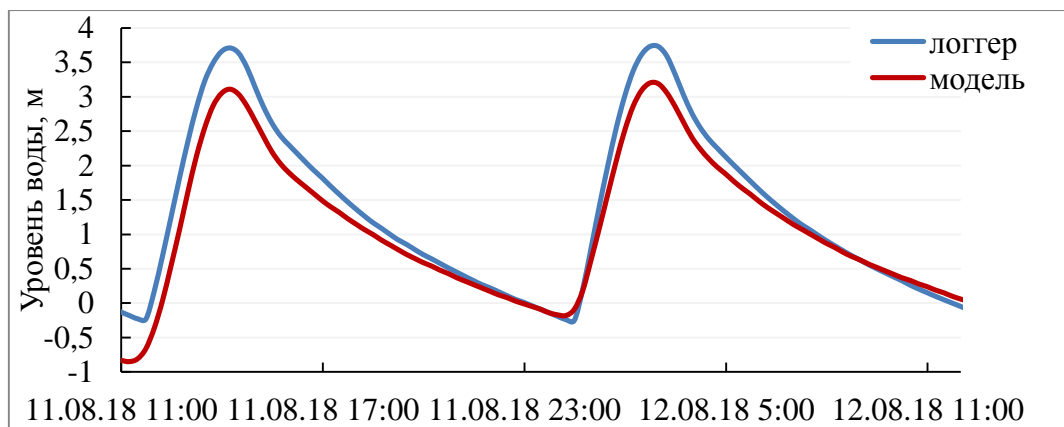


Рис. 2. Графики хода уровня в створе на расстоянии 7.5 км от нижней границы модели: фактические и расчетные значения

В рассматриваемом створе одномерная модель с точностью до 3 см воспроизводит минимальные уровни воды в отлив, а также форму волны, однако значительно занижает (на 54 см, т.е. на 14%) максимальные уровни воды.

Модель реки Печора охватывает участок от с. Великовисочное до устьевых створов трех основных рукавов дельты. Протяженность модели составляет 190 км, рельеф задан 100 поперечными профилями. Калибровка модели производилась в нескольких створах по данным об уровнях воды, подобранные коэффициенты шероховатости варьировались от 0.015 до 0.02 (рис. 3).

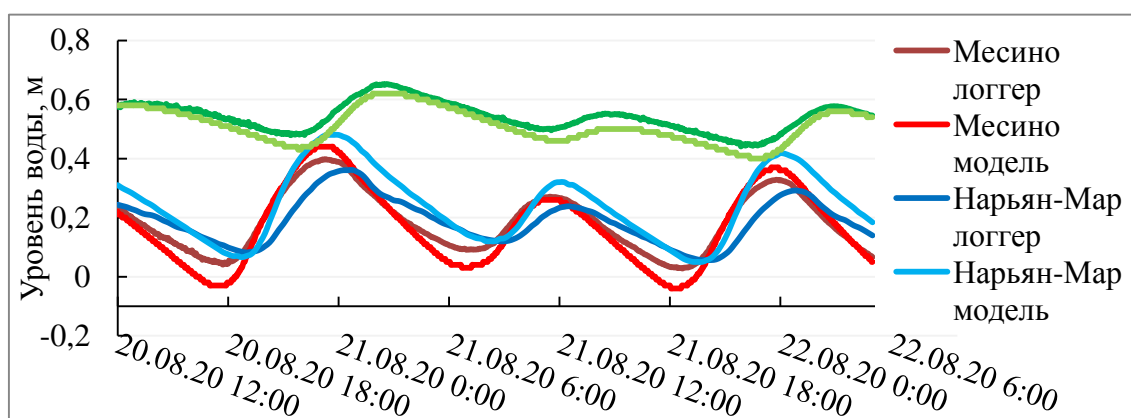


Рис. 3. Графики хода уровня в реке Печора: фактические и расчетные значения

Построенная модель корректно отображает уровни воды в фазу отлива, но с ошибкой отображает время начала подъема уровня (фронта волны). Но форма волны не искажена: коэффициенты асимметрии, рассчитанные по данным логгеров и по результатам моделирования почти совпадают. Максимальная ошибка расчета уровня в Месино (70 км от устья) составила 8.5 см (30%), средняя ошибка – 3.2 см; Оксино (140 км от устья): максимальная – 6 см (10%), средняя – 3 см; Нарьян-Мар (95 км от устья): максимальная – 15.2 см (23%), средняя – 5.6 см.

Анализ трансформации приливной волны

На основе результатов моделирования для каждой реки оценивалась трансформация волны прилива при ее удалении от устьевых створов. Количественными характеристиками служили амплитуда приливной волны и коэффициент асимметрии k , отражающий разницу между временем роста и временем падения уровня в створе.

Мезень. Приливные колебания уровня воды наблюдаются на расстоянии не более 35 км от нижней границы (т.е. на 70 км от устьевых створов). Наиболее резкое снижение амплитуды наблюдается на нижних 13 километрах, что связано с изменением конфигурации русла: ширина потока и глубины уменьшаются вверх по течению. Коэффициент асимметрии за 15 км уменьшился с 1.22 до 0.48 (табл.1).

В зарубежной литературе [3, 4] указывается на наличие связи между коэффициентом асимметрии и параметром a/h , где h – средняя глубина потока, a – амплитуда прилива. Согласно модели, наблюдается прямая зависимость изменения коэффициента и параметра a/h до 20-го километра. Коэффициент достоверности аппроксимации $k = f(a/h)$ составил 0.83.

Табл. 1. Коэффициенты асимметрии (k) волны в отдаленных створах по результатам моделирования

Расстояние от нижней границы, км	20	23	26	30	35
K	1.22	1.28	1.13	0.97	0.48

Для зоны распространения колебаний посчитаны скорости прохождения волны по фронту (то есть в моменты начала приливного подъема уровня воды) на отдельных участках (табл.2).

Табл. 2. Скорости распространения приливной волны в р.Мезень

Расстояние от нижней границы, км	0 – 8.7	8.7 – 15.8	15.8 – 23	23 – 35
Скорость, км/ч	13.1	7.10	5.76	6.25

Средняя скорость распространения волны на всем участке составила 7.24 км/ч (2 м/с). На некоторых участках волна движется быстрее, что, обусловлено местными особенностями донного рельефа и изменением уклона дна. Нижний участок устья волна преодолевает значительно быстрее, чем вышележащие, в связи с большими глубинами русла и очень малым уклоном.

Печора. Прилив в заливе Печоры неправильный, т.е. чередуются большая и малая волны. Амплитуда волны посчитана отдельно для большой волны и для малой (рис. 4).

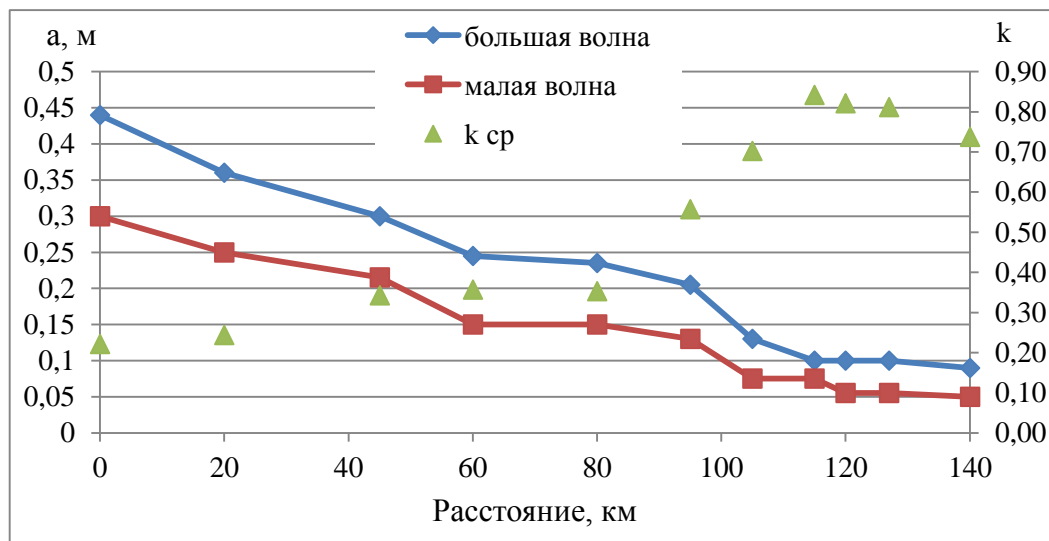


Рис. 4. Изменение амплитуды и коэффициента асимметрии волны вверх по руслу реки Печора

По результатам расчета, корреляция между коэффициентом асимметрии и параметром a/h отсутствует, но есть очень слабая тенденция снижения коэффициента при увеличении параметра. Вероятно, отсутствие явной связи обусловлено сложным распределением глубин в русле Печоры: независимо от удаленности от устья, на реке есть участки с резким понижением глубины на несколько метров, сменяющиеся гораздо более высокими отметками дна.

Были посчитаны скорости прохождения фронта волны по трем основным рукавам нижней части дельты (табл. 3). Наибольшая скорость движения прилива характерна для Среднего шара.

Табл. 3. Скорости распространения волны в трех главных рукавах дельты р.Печоры

	Тундровый шар		Средний шар		Большая Печора (ниже Месино*)	
	устье	верховья	устье	верховья	Устье	Месино
время начала приливного подъема уровня	18:55	18:25	16:10	18:25	13:45	17:45
скорость, км/ч	-**		22,0		17,5	

*Месино – протока, ниже которой происходит разветвление на данные 3 рукава

** В Тундровом шаре подъем уровня в устье начинается позже, чем возле Месино

Тот факт, что повышение уровня воды в верховьях Тундрового шара происходит раньше, чем в устье, свидетельствует о том, что модель верно отражает специфику распространения приливной волны в устье Печоры – приливная волна достигает Месино (верховьев Тундрового шара) по Большой Печоре раньше, чем по руслу Тундрового шара. В ходе работы были определены границы применения одномерного гидродинамического моделирования для расчетов характеристик прилива. Одномерная модель способна корректно воспроизводить уровни воды в фазу отлива, однако добиться совпадения с натурными данными максимальных уровней достаточно затруднительно. Немаловажно, что, несмотря на ошибки значений максимальных уровней, модель дает достоверное представление о форме приливной волны, сохраняя соотношение времени падения и роста уровня.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-01184, <https://rscf.ru/project/22-29-01184/>.

Список литературы

1. Демиденко Н. А., Алабян А. М., Льюменс М., Панченко Е. Д. Инженерно-гидрометеорологические изыскания и перспективы улучшения судоходных условий в устье Мезени // Материалы XV Общероссийской научно-практической конференции изыскательских организаций. М. 2019. С. 586 – 594.
2. Алабян А. М., Василенко А. Н., Демиденко Н. А., Крыленко И. Н., Панченко Е. Д., Попрядухин А. А. Приливная динамика вод в дельте Печоры в летнюю межень // Вестн. Моск. ун-та. 2022. № 1. С. 167–179.
3. Wang Z. B., Jeuken M. C. J. L., Gerritsen H., De Vriend H. J. & Kornman B. A. Morphology and asymmetry of the vertical tide in the Westerschelde estuary // Continental Shelf Research. 2002. Vol. 22 (17). P. 2599-2609.
4. Fortunato A. & Oliviera A. Influence of Intertidal Flats on Tidal Asymmetry // Journal of Coastal Research. 2005. Vol. 21 (5). P: 1062-1067.

СТРУКТУРА ВНУТРИСУТОЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ВОДЫ В КАМСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ

А. В. Богомолов, А. П. Лепихин, Т. Н. Синцова
Горный институт УрО РАН, 614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

Применение современных методов измерений показало, что наряду с сезонными колебаниями в крупных водных объектах могут наблюдаться и оказывать значимое влияние на устойчивость систем водопользования значительно более короткопериодные колебания. В данной работе на основе использования многопараметрического измерителя MIDAS рассматриваются внутрисуточные колебания ряда физических показателей качества воды в Камском водохранилище. Показана значимость этих колебаний, в первую очередь, для мутности воды. Данные особенности динамики показателей качества воды должны учитываться при организации систем мониторинга поверхностных водных объектов и регламентации техногенных воздействий.

Ключевые слова: Водохранилище; внутрисуточные колебания; физические показатели

STRUCTURE OF INTRADAY FLUCTUATIONS OF PHYSICAL INDICATORS OF WATER QUALITY IN THE KAMA RESERVOIR

A. V. Bogomolov, A. P. Lepikhin, T. N. Sintsova
Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
614007, Perm, Sibirskaya st, 78a

The use of modern measurement methods has shown that, along with seasonal fluctuations in large water bodies, much shorter-term fluctuations can be observed and have a significant impact on the stability of water use systems. In this paper, based on the use of a multi-parameter MIDAS meter, intraday fluctuations in a number of physical indicators of water quality in the Kama reservoir are considered. The significance of these fluctuations, first of all, for the turbidity of water is shown. These features of the dynamics of water quality indicators should be taken into account when organizing monitoring systems for surface water bodies and regulating technogenic impacts.

Keywords: Reservoir; intraday fluctuations; physical indicators

Введение

В настоящее время, как правило, рассматривается и анализируется сезонная динамика рассматриваемых показателей, междугодовые колебания, а также возможные колебания данных показателей, связанные с турбулентными пульсациями с характерным периодом $10 - 10^2$ с. Это имеет место в нормативно-методических документах, связанных с отбором проб

воды [1, 2]. Однако внедрение в последние годы автоматических систем измерений, показало, что спектр возможных колебаний показателей качества воды значительно шире. При этом существенное значение могут иметь внутрисуточные колебания с частотами 10^{-3} - 10^{-5} 1/с, а так как они достаточно пространственно локализованы, то могут представлять наибольшую угрозу для систем водоснабжения. Исследованию колебаний гидродинамических, физических и химических показателей качества воды посвящено достаточно много исследований [3-5]. В достаточно крупных водохранилищах колебания синоптического и внутрисуточного масштаба могут формироваться под воздействием совокупности как внутриводоемных, так и внешних факторов. Данные колебания наименее исследованы, в тоже время, благодаря их существенной амплитуде, они представляют наибольший практический интерес. Это связано, в первую очередь, с трудоемкостью проведения таких исследований, а также необходимостью решения задач обеспечения устойчивого водоснабжения. В последнее время в связи с интенсивным внедрением автоматизированных систем измерений интерес к исследованию колебаний такого масштаба существенно усилился. В работе [5] представлены результаты обширных исследований по колебаниям мутности воды с 20-минутным интервалом и показано, что данные колебания связаны с крупномасштабной турбулентностью.

Существенные колебания качества воды синоптического масштаба, наблюдаемые на Камском водохранилище в районе г. Березники, были рассмотрены в [6, 7]. Было показано, что в теплый период, при отметках уровней воды в водохранилище, близких к НПУ, может наблюдаться существенная вертикальная плотностная стратификация, при которой в придонном слое минерализация воды на порядок выше, чем в поверхностном. Продолжительность таких явлений составляет 3 - 8 суток.

В ходе проведения суточных экспериментов параллельно выполнялись измерения мутности, температуры, удельной электропроводности, а также скорости и направления течения. Ранее, в связи с исследованием влияния режима работы Камской ГЭС на качество подаваемой в г. Пермь воды, были опубликованы результаты исследования внутрисуточных колебаний удельной электропроводности, скорости и направления течения [8-10], при этом измерения проводились на расстоянии 9 км, в непосредственной близости от водозабора ЧОС (Чусовских очистных сооружений) г. Перми.

Было показано, что характер колебаний как скорости течения, так и удельной электропроводности воды, в значительной мере, определяется внутрисуточным режимом работы Камской ГЭС. В связи с этим существенный интерес представляет структура и характер внутрисуточных колебаний рассматриваемых параметров на значительном расстоянии от ГЭС, где ее непосредственное влияние не должно проявляться, в тоже время они способны оказывать влияние на устойчивость систем водопользования.

Материалы и методы

На рассматриваемых участках Камского водохранилища: в районе города Березники и на Чусовском плесе в районе города Перми проводились исследования структуры внутрисуточных колебаний в 2021 году, где наблюдалась значительная внутригодовая динамика изменения уровней воды, превышающих в отдельные годы 7 метров.

Первый исследуемый участок – участок Камского водохранилища в районе г. Березники, находящийся в зоне переменного подпора от Камской ГЭС. Характерной особенностью данного участка водохранилища является очень высокая, оказываемая на него техногенная нагрузка, связанная как с точечными, так и диффузными источниками загрязнения [6, 7, 11, 12].

Второй исследуемый участок – Чусовской плес Камского водохранилища, находящийся в зоне постоянного подпора от плотины Камской ГЭС, образованный слиянием рек Сылвы и Чусовой. Как показали ранее выполненные исследования [13], характерной особенностью данного района водохранилища является то, что водные массы в зимний период характеризуются значительной вертикальной неоднородностью. Высокая закарстованность водосборной территории р. Сылвы обуславливает не только повышенную жесткость ее воды, но и повышенную минерализацию и плотность по сравнению с водой р. Чусовой. Поэтому более минерализованные, более плотные воды р. Сылвы «подтекают» под менее плотные воды р. Чусовой, в свою очередь, воды р. Чусовой «надтекают» на воды р. Сылвы. Гидрологические, гидрохимические и гидродинамические аспекты слияния этих двух водотоков обсуждались в [8, 9, 13]. Основным прибором для проведения данного комплекса измерений был многопараметрический измеритель Midas ЕСМ производства компании Valeport [14]. На исследуемых водных объектах этот прибор погружался на заданные глубины для регистрации измеряемых величин показателей качества воды, где продолжительность измерений составляла около 1 суток.

Обсуждение полученных результатов

Внутрисуточная динамика физических показателей качества воды представляет наибольший интерес для оценки эффективности, объективности системы мониторинга водных объектов, в первую очередь, производственного. Для оценки этих колебаний в таблице 1 представлена статистика показателей качества воды для рассматриваемых участков Камского водохранилища.

Табл. 1. Статистические характеристики рассматриваемых показателей качества воды для Камского водохранилища

Название параметра	Среднее значение	Медиана	Минимальное значение	Максимальное значение	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент вариации	Коэффициент асимметрии	Эксцесс
В районе ЧОС г. Перми за 28-29.01.2021 с 1-секундным интервалом на глубине 7 м								
Мутность, ЕМФ	1.530	1.463	1.263	2.375	0.190	0.124	1.141	0.886
Скорость, м/с	0.029	0.025	0.001	0.109	0.017	0.589	0.789	0.558
Температура, °С	0.499	0.497	0.462	0.538	0.015	0.030	0.432	-0.659
Удельная электропроводность, мСм/см	0.530	0.552	0.352	0.648	0.079	0.150	-0.780	-0.521
В районе г. Березники за 13-14.09.2021 с 5-минутным интервалом на глубине 10 м								
Мутность, ЕМФ	6.721	6.557	5.638	9.713	0.739	0.110	1.483	2.820
Скорость, м/с	0.171	0.168	0.105	0.264	0.032	0.186	0.371	-0.153
Температура, °С	9.498	9.498	9.488	9.513	0.007	0.001	0.606	-0.378
Удельная электропроводность, мСм/см	0.286	0.289	0.272	0.302	0.006	0.022	-0.252	0.070

Как видно из таблицы 1, мутность воды изменяется в районе ЧОС в пределах 1.263 – 2.375 мг/л, а в районе г. Березники 5.638 – 9.713 мг/л. При этом их коэффициенты вариации весьма близки 0.11 – 0.124¹. По-видимому, их распределения описываются сопряжением двух механизмов, центральная часть имеет распределение близкое к нормальному, формируемая под воздействием турбулентных пульсаций, периферия описывается распределением с «тяжелым хвостом» – под воздействием крупномасштабных вихрей (рис. 1).

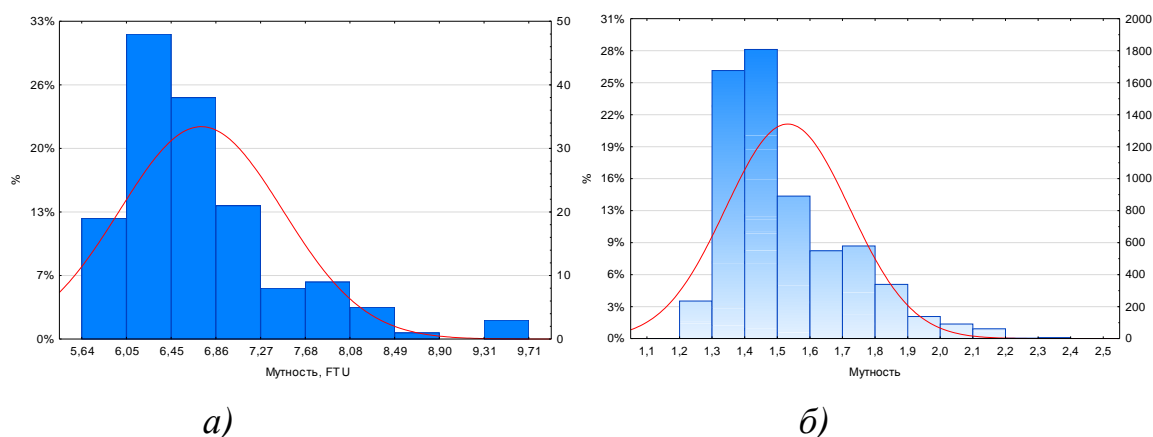


Рис. 1. График плотности распределения мутности воды для Камского водохранилища в районе: а) г. Березники, б) Чусовского плеса

На нормальность колебаний физических и гидродинамических параметров под воздействием турбулентности потока указывается многими

¹ Согласно действующему нормативному документу [15] допускается превышение содержания взвешенных веществ в контрольном створе над фоновым не более чем на 0.25 мг/л.

авторами [4, 5, 16, 17]. Существенный интерес представляет установление причины наблюдаемых колебаний мутности воды с периодом $T \sim 5 - 6$ часов (рис. 2), хорошо согласуемым с характерным временем вертикального перемешивания водных масс, вследствие вертикальной турбулентной диффузии. При такой частоте измерений они вряд ли определяются только турбулентными пульсациями, вероятно важную роль в их формировании играют значительно более инерционные, когерентные структуры.

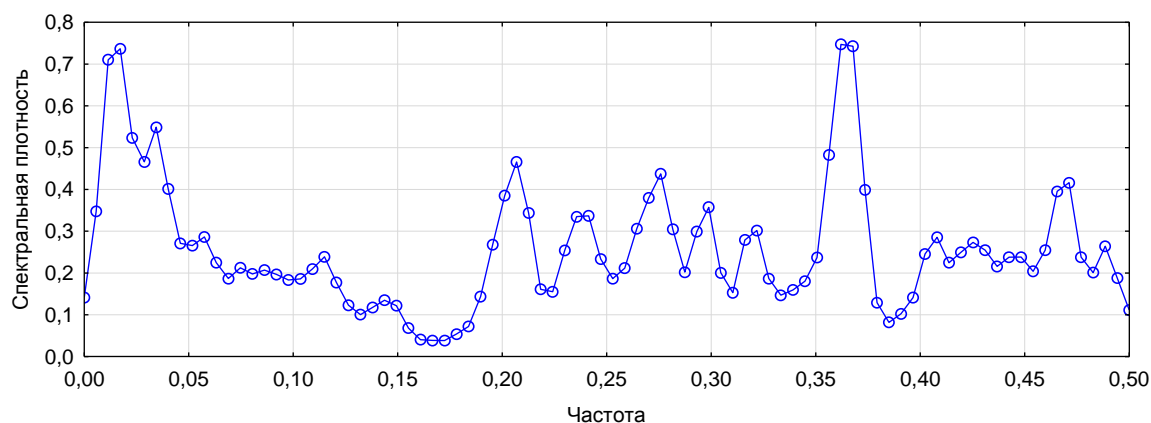


Рис. 2. График спектральной функции мутности для Камского водохранилища в районе г. Березники с 5-минутным интервалом

Выводы

Применение современных измерительных комплексов открывает новые возможности в решении организации систем мониторинга поверхностных водных объектов, в первую очередь, к регламентации отведения такого наиболее распространенного показателя качества сточных вод как взвешенных веществ. Сложность решения данной задачи состоит в стохастическом характере динамики взвешенных наносов, так как традиционная схема регламентации взвешенных веществ [18], введенная более 80 лет назад, представляется некорректной при частоте измерений даже 1/сут. Поэтому внутрисуточные колебания контролируемых показателей качества воды, обусловленные макротурбулентными процессами, необходимо в обязательном порядке учитывать при регламентации их отведения как в районе Чусовского плеса, так и г. Березники.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-45-596028) и Правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/828.

Список литературы

1. Р 52.24.353-2012 Отбор поверхностных вод суши и очищенных сточных вод.
2. ПНД Ф 12.15.1-08 Методические указания по отбору проб для анализа сточных вод.

3. *Веницианов Е. В., Лепихин А. П.* Физико-химические основы моделирования миграции и трансформации тяжелых металлов в природных водах. Екатеринбург: Изд-во РосНИИВХ, 2002. 235 с.
4. *Лепихин А. П., Синцова Т. Н.* К статистике показателей качества отводимых сточных вод // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2023. № 2. С. 23-46. DOI: 10.35567/19994508_2023_2_2.
5. *Чалов С. Р., Цыпленков А. С.* Роль крупномасштабной турбулентности в изменении мутности речных вод // Вестник Московского университета. Серия 5. География. 2020. №3. С. 34-46.
6. *Богомолов А. В., Лепихин А. П., Ляхин Ю. С., Гребенева М. Г.* Особенности колебаний вертикальных структур полей минерализации в Камском водохранилище в период летней межени в районе г. Березники // Горное эхо. 2021. № 4. С. 3–11. <https://doi.org/10.7242/echo.2021.4.1>.
7. *Лепихин А. П., Богомолов А. В., Ляхин Ю. С.* К особенностям формирования качества воды р. Камы (Камского водохранилища) в зимний период в районе г. Березники // Горное эхо. 2022. № 1 (86). С. 13-25.
8. *Лепихин А. П., Любимова Т. П., Возняк А. А., Паршакова Я. Н., Богомолов А. В., Ляхин Ю. С.* Особенности регулирования качества воды при ее селективном заборе из водохранилищ // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2017. № 3. С. 56-68.
9. *Лепихин А. П., Богомолов А. В., Тиунов А. А.* Особенности течений в верхних бьефах крупных ГЭС, связанных с неравномерностью пропуска через них воды // Горное эхо, 2020. №1. С. 12–15. <https://doi.org/10.7242/echo.2020.1.3>.
10. *Lyubimova T. P., Parshakova Y. N., Lepikhin A. P., Bogomolov A. V.* Coherent structures at the interface between water masses of confluent rivers // Water. 2022. Т. 14. №8.
11. *Лепихин А. П., Веницианов Е.В., Любимова Т. П., Тиунов А. А., Паршакова Я. Н., Ляхин Ю. С., Богомолов А. В.* Влияние вертикальной неоднородности водных масс на устойчивость промышленного водоснабжения в зонах высокой техногенной нагрузки // Труды КарНЦ РАН. 2021. № 4. С. 53-63. <https://doi.org/10.17076/lim1419>.
12. *Лепихин А. П., Возняк А. А., Любимова Т. П., Паршакова Я. Н., Ляхин Ю. С., Богомолов А. В.* Исследование особенностей формирования и масштабов диффузного загрязнения, сформированного крупными промышленными комплексами, на примере Соликамско-Березниковского промузла // Водные ресурсы. 2020. Т. 47. №5. С. 560-566.
13. *Lyubimova T., Lepikhin A., Parshakova Ya., Konovalov V., Tiunov A.* Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers // J. Hydrol. 2014. V. 508. P. 328-342.
14. <https://www.valeport.co.uk/products/midas-ecm/>
15. *Методика* разработки нормативов допустимых сбросов загрязняющих веществ в водные объекты для водопользователей (с изменениями на 18 мая 2022 года). Утверждена приказом Минприроды России от 29 декабря 2020 года № 1118.

16. Долгоносов Б. М. Нелинейная динамика экологических и гидрологических процессов. Серия Синергетика: от прошлого к будущему. Книжный дом «Либроком», 2009. 440 с.
17. Dolgonosov B. M. Korchagin Catchment-scale model for predicting statistical distributions of hydrochemical and microbial indicators in river // Journal of Hydrology. 2013. Т. 504. С. 104-114.
18. Черкинский С. Н. Санитарные условия спуска сточных вод в водоемы. Изд-во МКХ РСФСР, 1947. 92 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА В КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

А. В. Бушуева^a, В. В. Дьякова^b, Д. А. Полежаев^a

^a Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

^b Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Экспериментально изучается массоперенос растворенного в жидкости вещества в прямоугольной ячейке Хеле–Шоу. Рассматриваются случаи, когда жидкость покоится и осциллирует. В первом случае массоперенос осуществляется благодаря молекулярной диффузии. При наличии колебаний темп массопереноса увеличивается благодаря дисперсии Тейлора. Эксперименты с колеблющейся жидкостью проведены в низкочастотном пределе, когда дисперсия Тейлора наиболее эффективна. Экспериментальные данные хорошо согласуются с известными теоретическими данными и численными расчетами.

Ключевые слова: массоперенос; диффузия; дисперсия Тейлора

EXPERIMENTAL STUDY OF MASS TRANSFER IN AN OSCILLATING FLUID IN A RECTANGULAR HELE-SHAW CELL

A. V. Bushueva^a, V. V. Dyakova^b, D. A. Polezhaev^a

^a Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24 Sibirskaya st., 614990, Perm

^b Perm National Research Polytechnical University,
29, Komsomolsky ave, 614990, Perm

The mass transfer of a passive substance dissolved in a fluid in a rectangular Hele-Shaw cell is experimentally studied. We consider mass transfer when (i) the fluid is at rest and (ii) oscillates. In the first case, mass transfer is carried out due to molecular diffusion. In the presence of oscillations, the mass transfer rate increases due to the Taylor dispersion. Experiments with an oscillating liquid were carried out in the low-frequency range, when the Taylor dispersion is most effective. The experimental data are in good agreement with the known theoretical data and numerical calculations.

Keywords: mass transfer; molecular diffusion; Taylor dispersion

Экспериментально изучается массоперенос растворенного в воде вещества – флуоресцирующего красителя родамина Б. Родамин Б представляет собой растворимый в воде порошок, обладающий флуоресцентными свойствами: максимум энергии излучения приходится на оранжевый свет при освещении зеленым светом. В экспериментах вертикальная ячейка Хеле–Шоу наполовину заполняется водой с растворенным в ней родамином Б, наполовину – «чистой» водой. При освещении ячейки зеленым лазерным лучом и

наблюдении через оранжевый светофильтр вода с растворенным родамином Б имеет оранжевый цвет, вода без красителя – черный. Яркость флуоресцирующего излучения пропорциональна концентрации растворенного красителя, так что по мере диффузии красителя изначально невидимая через оранжевый светофильтр вода становится видимой. Так как концентрация красителя в области перемешивания убывает от максимума в насыщенной родамином Б воде до нуля в «чистой» воде, то и яркость излучения в этой области уменьшается. В экспериментах яркость свечения жидкости оценивается количественно с помощью представления ее цветного изображения в виде черно-белого с 8-битной разрядностью. Тогда каждому пикселю изображения будет соответствовать число в диапазоне от 0 до 255 (от черного до белого).

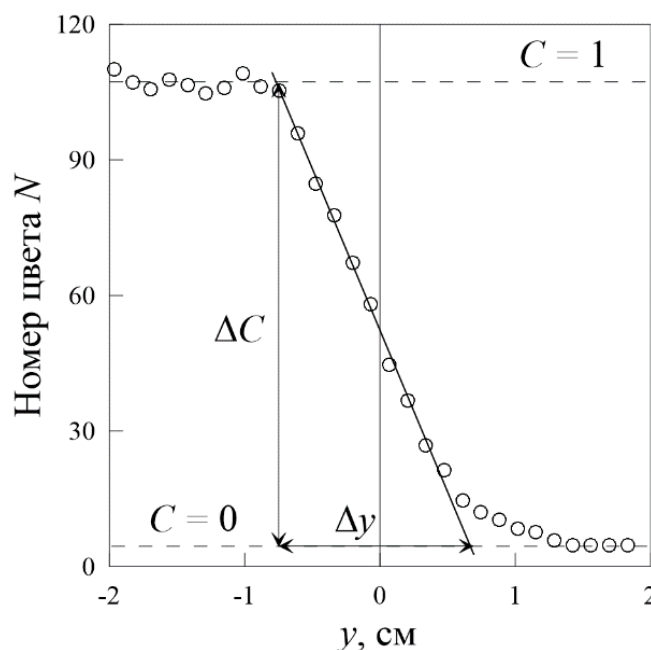


Рис. 1. Результаты измерения яркости флуоресцентного излучения растворенного в воде родамина Б в эксперименте с колеблющейся жидкостью: $f = 10$ Гц, $b = 0.65$ мм, время после начала эксперимента равно 120 мин

Математическое решение задачи о нахождении темпа переноса растворенного вещества по изменению его концентрации имеет вид [1]

$$C(y, t) = 0.5 \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{Dt}} \right),$$

здесь C – концентрация растворенного вещества, y – координата, вдоль которой изменяется концентрация, t – время, $\operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2\sqrt{Dt}} \right)$ – дополнительная функция ошибок (complementary error function), D – коэффициент диффузии.

На рис. 1 показаны результаты измерения интенсивности излучения (или, что то же самое, концентрации растворенного в воде родамина Б) от вертикальной координаты y . После измерения производной $\frac{\partial C}{\partial y}$ вблизи начального положения границы раздела мы можем вычислить коэффициент диффузии родамина Б в воде [2]

$$D = \frac{\Delta y^2}{4\pi t}.$$

Таким образом, задача о нахождении коэффициента диффузии сводится к определению ширины области перемешивания. Молекулярная диффузия родамина Б в воде является достаточно медленным процессом – характерная длительность эксперимента составляет несколько суток. Из проведенных экспериментов следует, что коэффициент молекулярной диффузии родамина Б в воде при комнатной температуре равен $D_m = 4.2 \times 10^{-6}$ см²/с. Этот результат хорошо согласуется с данными других исследований [3].

Наблюдения показывают, что в ячейке с шириной зазора $2h = 0.91$ мм при включении колебаний с частотой f , равной нескольким герцам, и амплитудой b порядка одного сантиметра темп массопереноса может быть увеличен на два порядка по сравнению со случаем молекулярного массопереноса. В изученном диапазоне частот колебаний коэффициент «эффективной» диффузии не зависит от частоты f и пропорционален $(b/h)^2$.

Сравнение результатов с данными других авторов показывает, что увеличение темпа переноса растворенного в воде вещества происходит вследствие дисперсии Тейлора (например, [4]).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 23-21-00311).

Список литературы

1. Ray E., Bunton P., Pojman J. A. Determination of the diffusion coefficient between corn syrup and distilled water using a digital camera // American Journal of Physics. 2007. Vol. 75(10). P. 903–906.
2. Бушуева А. В., Дьякова В. В., Полежаев Д. А. Результаты измерений коэффициента диффузии родамина Б в воде // Конвективные течения. 2023 (направлено в печать).
3. Gendron P. O., Avaltroni F., Wilkinson K. J. Diffusion coefficients of several rhodamine derivatives as determined by pulsed field gradient – nuclear magnetic resonance and fluorescence correlation spectroscopy // Journal of Fluorescence. 2008. Vol. 18. P. 1093–1101.
4. Aris R. On the dispersion of a solute by diffusion, convection and exchange between phases // Philosophical Transactions of the Royal Society A. 1959. Vol. 252 (1271). P. 538–550.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ ПЛАНЕТАРНОЙ АТМОСФЕРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАКЕТА WRF-ARW

А. В. Быков^{a,b}, А. Н. Сухановский^a, Н. А. Калинин^{a,b}, Р. А. Степанов^a,
П. Г. Фрик^a, А. Л. Ветров^b

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Представлены результаты математического моделирования общей циркуляции атмосферы при упрощенных условиях подстилающей поверхности, в качестве которой рассмотрены океаническая и пустынная поверхности. Численный эксперимент выполнялся на глобальной модели, преобразованной из модели WRF-ARW и воспроизвел динамику атмосферы продолжительностью 1 год. Показано влияние фазовых переходов водяного пара и парникового эффекта на зональные воздушные течения.

Ключевые слова: глобальная циркуляция атмосферы; математическое моделирование; WRF

SIMULATION OF EXTREMAL CONDITIONS OF PLANETARY ATMOSPHERE BY WRF-ARW PACKAGE

A. V. Bykov^{a,b}, A. N. Sukhanovskii^a, N. A. Kalinin^{a,b}, R. A. Stepanov^a,
P. G. Frick^a, A. L. Vetrov^b

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The results of mathematical modeling of the atmospheric general circulation at simplified conditions of the surface, as which ocean and desert are presented. The numerical experiment was performed on a global model transformed from the WRF-ARW model and reproduced the dynamics of the atmosphere with a duration of 1 year. The influence of water vapor phase transitions and the greenhouse effect on zonal stream is shown.

Keywords: global atmospheric circulation; numerical modeling; WRF

Введение. Общая циркуляция атмосферы играет важную роль в формировании погодных и климатических процессов, обеспечивая перенос и перераспределение тепла, влаги и углового момента. Структура и динамика глобальной циркуляции атмосферы сложны и зависят от множества факторов, таких как вращение, солнечный нагрев, топография поверхности и т.д. Эффективным подходом к изучению базовых особенностей сложных систем является лабораторное и математическое моделирование в упрощенных постановках. Ряд важных результатов, касающихся общей циркуляции

атмосферы, получен при лабораторном моделировании [1–4], хотя некоторые ключевые особенности циркуляции атмосферы наталкиваются на технические ограничения. В эксперименте сложно учесть сферичность атмосферного слоя, очень малое отношение высоты слоя к горизонтальному размеру и эффекты, связанные с турбулентностью. Поэтому важность математического моделирования общей циркуляции атмосферы в упрощенной, но полномасштабной постановке, трудно переоценить. Основные усилия специалистов направлены на реализацию цифрового двойника атмосферы Земли (системы атмосфера-океан-суша). Математических моделей в упрощенной постановке, позволяющих исследовать базовые факторы, определяющие структуру и динамику крупномасштабных течений, немного. Можно выделить модель ISCA [5], однако в ней конвекция, играющая очень важную для формирования крупномасштабных атмосферных течений, параметризуется. Перспективна модель на основе отечественного пакета SL-AV [6], включающего модель глубокой конвекции. В данной работе моделирование выполнено пакетом WRF-ARW версии 4.2.2 [7] на трех вариантах поверхности: океан с заданной температурой поверхности воды, океан с зональным понижением температуры и континентальная пустынная поверхность.

Математическая модель общей циркуляции атмосферы на основе WRF. Параметры модели представлены в таблице. Расчеты велись на кластере «Тритон» ИМСС УрО РАН.

Параметры пакета WRF-ARW

Наименование	Значение
Режим вычислений	Негидростатический
Тип расчетной сетки	Глобальная широтно-долготная, редуцированная
Горизонтальное разрешение	0.8° (~89 км)
Количество вертикальных уровней	51
Шаг по времени	150 с
Начальные и граничные условия	Модифицированные файлы реанализа NCEP-CFS (0.5°)
Шаг выдачи данных расчета	24 ч
Микрофизика	Схема WSM (3 класса)
Коротковолновая и длинноволновая радиация	Схема RRTMG
Приземный слой	Модифицированная схема MM5
Почвенный слой	Схема NOAH
Планетарный пограничный слой	Схема Университета Йенсей
Глубокая конвекция	Модифицированная схема Tiedke

Расчет одного модельного месяца на 4 узлах вычислительного кластера (112 вычислительных ядер) занимал 8 ч. На высокопроизводительной рабочей станции аналогичный расчет на 14 вычислительных ядрах занимал 27 ч. Во всех расчетах начальный температурный профиль атмосферы был заменен на значения согласно ГОСТ 4401-81 «Атмосфера стандартная». Значения температуры на поверхности и слоев почвы были заменены на значения стандартной атмосферы на изобарической поверхности 1013,0 гПа. Относительная влажность для всех слоев атмосферы установлена на уровне 20%.

В первом эксперименте вся поверхность Земли была покрыта океаном с температурой воды 13°C. Во втором эксперименте на широтах от 30° с.ш. до 30° ю.ш. температура воды была задана 27°C, на широтах севернее 70° с.ш. и южнее 70° ю.ш. – 0°C, между указанными широтами температура воды ступенчато понижалась с шагом 5°C. В третьем эксперименте вся поверхность планеты была покрыта сушей, близкой по свойствам к Аравийской пустыне.

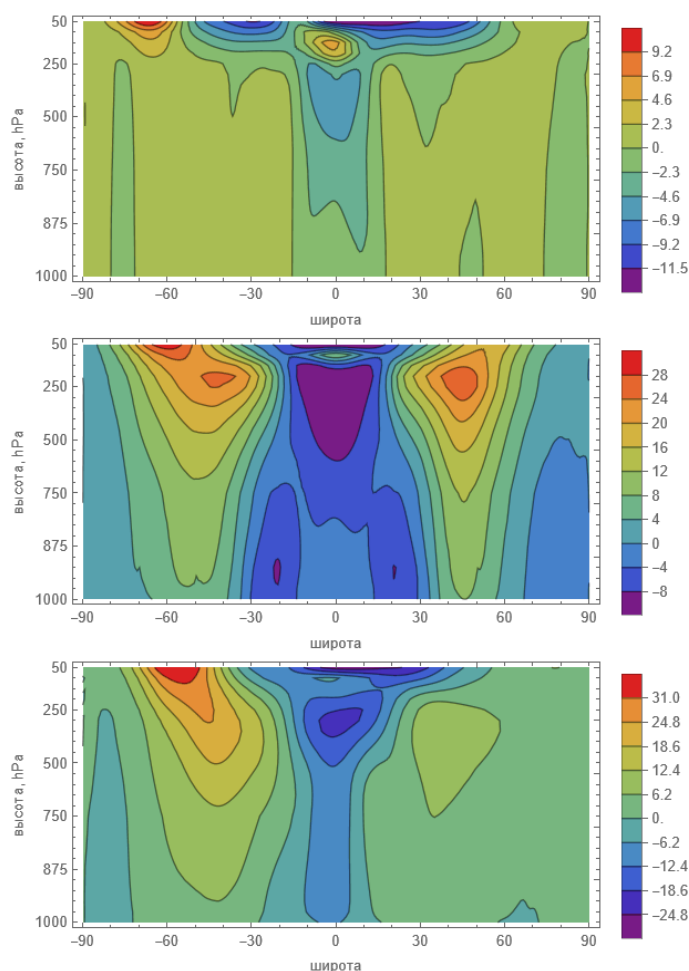


Рис. 1. Усреднённая по времени (180 дней) и долготе зональная скорость ветра (м/с). Сверху вниз: 1, 2 и 3 эксперименты

Результаты. В каждом численном эксперименте продолжительностью 365 суток получены разные типы устойчивой циркуляции атмосферы. В первом эксперименте с океанической термически однородной поверхностью циркуляция выражена слабо из-за сильнейшего парникового эффекта. В пограничном слое тропической зоны пассатные течения отсутствуют. Лишь с высоты 500 гПа (5 км) возникают устойчивые течения восточной составляющей (рис. 1). Под воздействием прогретого слоя океана в высоких широтах возникали циклонические и антициклонические вихри, причем в летнем полушарии преобладают глубокие циклоны, а в зимнем – антициклоны (рис. 2).

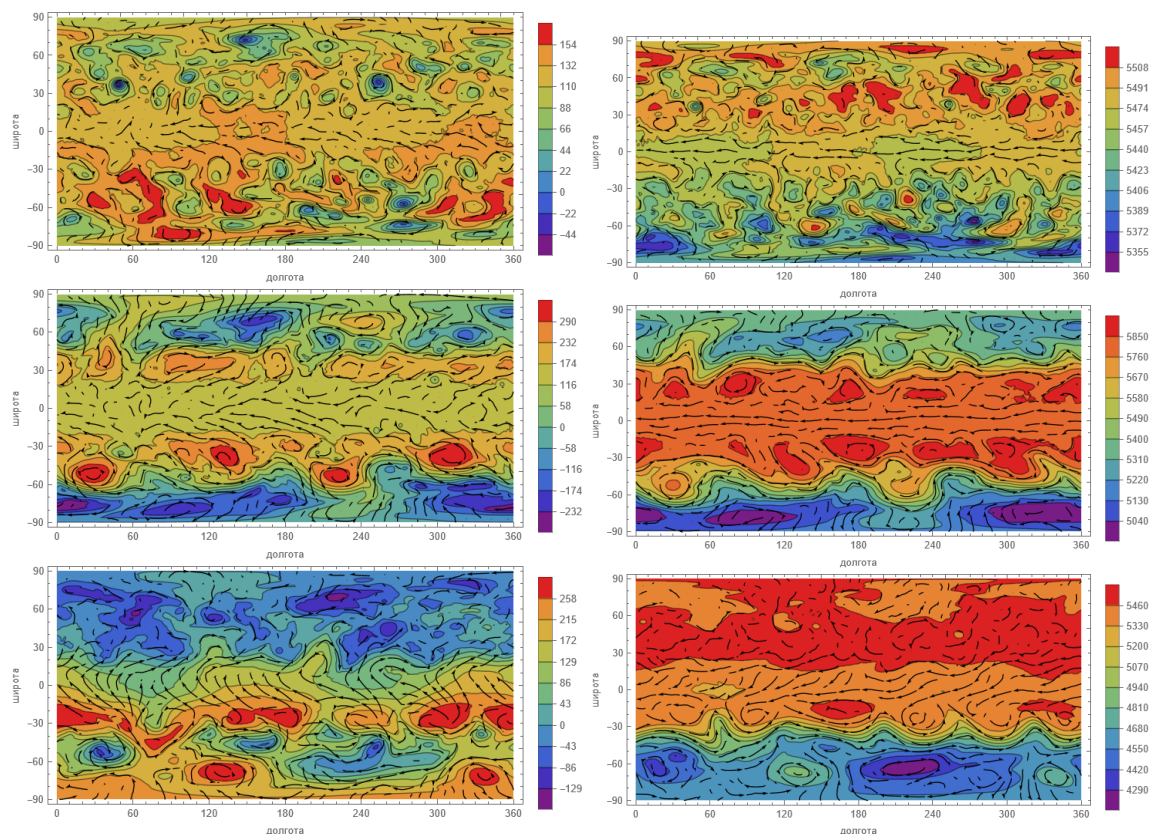


Рис. 2. Мгновенное поле скорости ветра и геопотенциальной высоты (геопотенциальные метры) изобарических поверхностей 1000 гПа (слева) и 500 гПа (справа). Сверху вниз: 1, 2 и 3 эксперименты

Во втором эксперименте с заданным градиентом температуры поверхности океана возникли типичные воздушные течения общей циркуляции атмосферы, характерные для планеты Земля: пассатные течения, западно-восточный перенос, течения восточных составляющих в полярной зоне каждого полушария (рис. 2). Следует отметить, что при таком типе подстилающей поверхности сезонные изменения температуры и циркуляции были крайне незначительные — водяной пар, создавая сильный парниковый эффект существенно нивелировал воздействия солнечной радиации. Из-за широкой зоны тропического прогрева (60° долготы) внутритропическая зона конвергенции разделилась на две

отдельные зоны. На рис. 1 эти области хорошо видны на широте 30° обоих полушарий с локальным максимумом восточных ветров со скоростью 8 м/с в пограничном слое атмосферы.

В третьем эксперименте планета имела однородную по высоте поверхность, занятую пустынями по типу Аравийской. Воздействие солнечной радиации в этом эксперименте было определяющим. На рис. 2 видны циклоны с областями восходящих токов в летнем полушарии (в данном случае – северном). В зимнем полушарии формируются обширные антициклоны с нисходящими движениями. Перепад температуры от экватора к полюсу у поверхности земли в зимнем полушарии 100°C , в летнем – 80°C .

Проведенные численные эксперименты позволяют оценить потенциал модели WRF-ARW для изучения факторов, определяющих элементы общей циркуляции атмосферы. Предварительные оценки показывают ведущую роль поглощенной части солнечной радиации (инсоляции) и крупномасштабной конденсации водяного пара.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-61-00098.

Список литературы

1. *Read P. L., Edgar P. Pérez, Irene M. Moroz and Roland M. B. Young* General Circulation of Planetary Atmospheres: Insights from Rotating Annulus and Related Experiments // *Modeling Atmospheric and Oceanic Flows: Insights from Laboratory Experiments and Numerical Simulations*, AGU, 2014, 368 p.
2. *Scolan H., Read P. L.* A rotating annulus driven by localized convective forcing: a new atmosphere-like experiment // *Experiments in Fluids*. 2017. T. 58. №. 6. P. 75.
3. *Sukhanovskii A., Popova E. and Vasiliev A.* A shallow layer laboratory model of large-scale atmospheric circulation // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, Vol.117, N.3, 2023, pp. 155–176.
4. *Harlander U., Sukhanovskii A., Abide, S., Borcia I. D., Popova E., Rodda C., Vasiliev A., Vincze M.* New Laboratory Experiments to Study the Large-Scale Circulation and Climate Dynamics // *Atmosphere*, 2023, 14, 836.
5. *Vallis G. K. et al.* Isca, v1. 0: A framework for the global modelling of the atmospheres of Earth and other planets at varying levels of complexity // *Geoscientific Model Development*. 2018. T. 11. №. 3. C. 843–859.
6. *Fadeev R. Yu., Tolstykh M. A., Volodin E. M.* Climate version of the global atmospheric model SL-AV: development and preliminary results. *Russ. Meteor. and Hydrol.*, 2019, V. 1, pp. 22–35.
7. *Skamarock W. C., Klemp J. B., Dudhia J., Gill D. O., Liu Z., Berner J. et al.* A description of the advanced research WRF model version 4. Boulder, CO: NCAR, 2019.

ВЛИЯНИЕ НАКЛОНА ДНА НА БАРОКЛИННЫЕ ВОЛНЫ В ЛАБОРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

А. Ю. Васильев, А. Н. Сухановский, Е. Н. Попова
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе представлены первые результаты касающиеся влияния наклона дна (бета-эффекта) на формирование бароклинических волн в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы. Полученные результаты показали, что наклон дна не приводит к качественным изменениям в структуре меридиональной циркуляции, однако существенное изменение толщины слоя, влияет на количественные характеристики течения. Появление наклона приводит к возбуждению волн в случае медленного вращения. При быстром вращении, моделирующем атмосферный режим циркуляции, происходит существенная интенсификация бароклинических волн.

Ключевые слова: лабораторное моделирование; глобальная циркуляция атмосферы; бароклинические волны; бета-эффект

INFLUENCE OF BOTTOM INCLINATION ON BAROCLINIC WAVES IN A LABORATORY MODEL OF GENERAL ATMOSPHERE CIRCULATION

A. Yu. Vasiliev, A. N. Sukhanovskii, E. N. Popova
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev st., 614013, Perm

This paper presents the first results concerning the influence of the bottom tilt (beta effect) on baroclinic wave formation in a laboratory model of the atmospheric general circulation. The results obtained show that the bottom tilt does not lead to qualitative changes in the structure of the meridional circulation, but a significant change in the thickness of the layer, changes the quantitative characteristics of the flow. The appearance of tilt leads to wave excitation in the case of slow rotation. At fast rotation modeling the atmospheric circulation regime, there is a significant intensification of baroclinic waves.

Keywords: laboratory modeling; global atmospheric circulation; baroclinic waves; beta-effect

1. Введение

Лабораторные аналоги атмосферных течений позволяют на основе хорошо воспроизводимых экспериментов изучать фундаментальные основы сложных динамических процессов, тестировать существующие гипотезы, находить новые эффекты, формулировать актуальные проблемы и строить теоретические модели [1]. Основным подходом для лабораторного моделирования атмосферной циркуляции в средних широтах является конвекция во вращающемся цилиндрическом зазоре с изотермическими стенками, теплоизолированным дном и твердой или свободной верхней поверхностью. Данная система позволяет

воспроизвести крупномасштабную циркуляцию и бароклинные волны, которые обеспечивают транспорт тепла от экватора к полюсу. Использование вертикальных изотермических стенок в модели [1] накладывает ряд ограничений [2]. Попытка уйти от основных ограничений модели [1] была предпринята в [2], где источник тепла располагался на периферии дна, а холодильник в виде диска был расположен в верхней части центральной области цилиндрического зазора. Было показано, что конвекция в предложенной лабораторной модели имеет более сложную, чем в [1] пространственную структуру, характеризуется взаимодействием свободной конвекции и бароклинных волн. Еще одним важным фактором является геометрия слоя. В моделях [1] и [2] аспектное отношение Γ (высота слоя к ширине цилиндрического зазора) было равно 1 и 0.65 соответственно. В [3] была реализована новая лабораторная модель, в которой кольцевой нагреватель смещен от боковой внешней стенки и для значительно большего значения аспектного отношения $\Gamma \approx 0.09$. Новая лабораторная модель воспроизводит основные черты глобальной атмосферной циркуляции, а именно антициклоническое течение на малых широтах, циклоническую циркуляцию в области средних и полярных широт, формирование крупномасштабных бароклинных вихрей и три меридиональные ячейки (Хэдли, Ферреля и полярную). В [4] представлен сравнительный анализ различных конфигураций лабораторных моделей общей циркуляции атмосферы. Данная работа представляет первые результаты математического моделирования в постановке приближенной к [3], для большей толщины слоя ($\Gamma \approx 0.17$) и при наличии наклона дна, моделирующего бета-эффект.

2. Влияние наклона дна на формирование бароклинных волн в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы

В качестве модели общей циркуляции атмосферы рассматривается вращающийся, слой жидкости с аспектным отношением заметно меньшим единицы (в данной работе $\Gamma \approx 0.17$), с локализованным кольцевым нагревателем, расположенным на периферии дна и холодильником, в форме диска, который помещен в центральной части, на верхней границе слоя жидкости. Кольцевой нагреватель моделирует нагрев в области экватора, а холодильник, охлаждение в полярной области. Нагреватель специально смещен от боковой стенки для минимизации ее влияния за счет прилипания на границе, на формирование течений. Помимо этого, смещение области нагрева от боковой стенки позволяет реализовать в верхней части слоя жидкости, зональные течения (восточные и западные ветры) характерные для экваториальной области. Благодаря переносу углового момента, радиальное течение, направленное к боковой стенке формирует антициклоническую циркуляцию (противоположную вращению модели), а конвергентное течение (направленное к центру) приводит к появлению интенсивного циклонического движения. Подробное описание лабораторной модели можно найти в [3,4].

Полученные результаты показали, что наклон дна не приводит к качественным изменениям в структуре меридиональной циркуляции (количества ячеек) (Рис.2), однако существенное изменение толщины слоя (особенно в центральной части), влияет на количественные характеристики течения. Появление наклона приводит к возбуждению волн (мода $m=2$) в случае медленного вращения (Рис.3). При быстром вращении, моделирующем атмосферный режим циркуляции, происходит существенная интенсификация бароклинных волн.

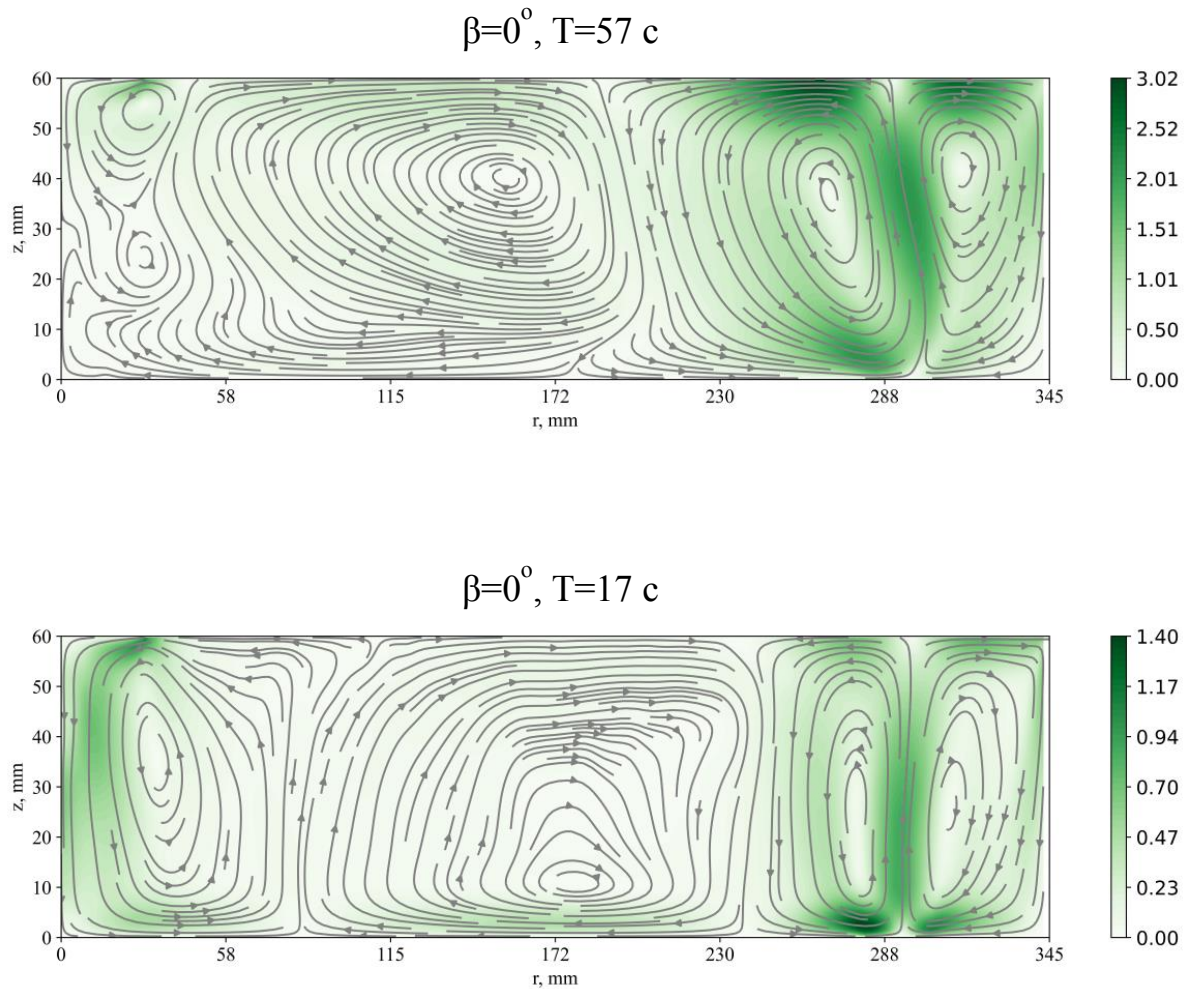


Рис. 1. Линии тока средней (по времени и азимутальной координате) меридиональной циркуляции, для аспектного отношения $\Gamma \approx 0.17$, в случае горизонтального дна и двух периодов вращения

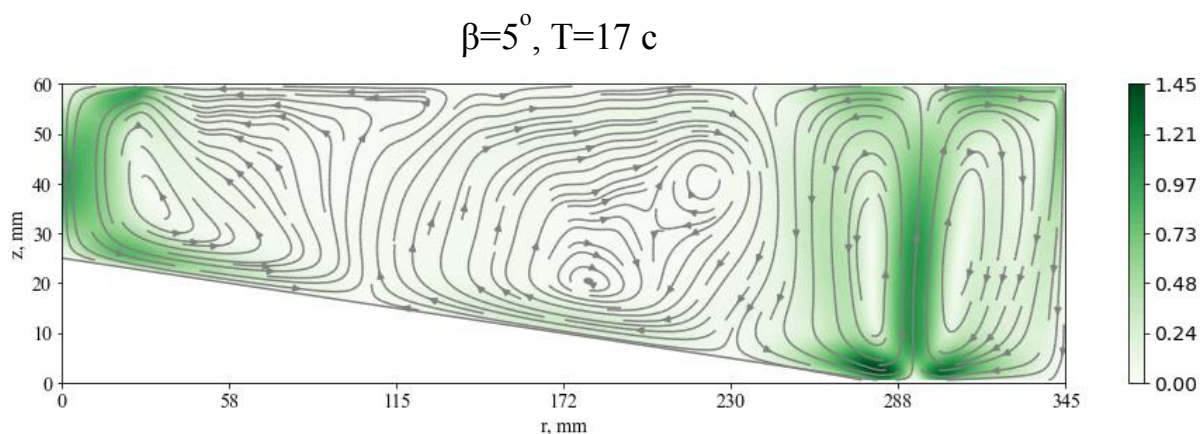
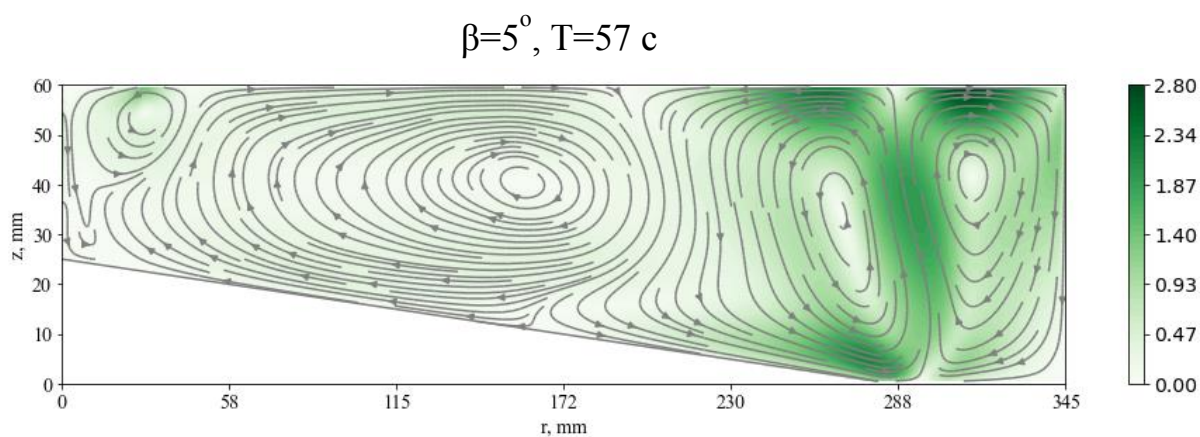


Рис. 2. Линии тока средней (по времени и азимутальной координате) меридиональной циркуляции, для аспектного отношения $\Gamma \approx 0.17$, в случае наклонного дна и двух периодов вращения

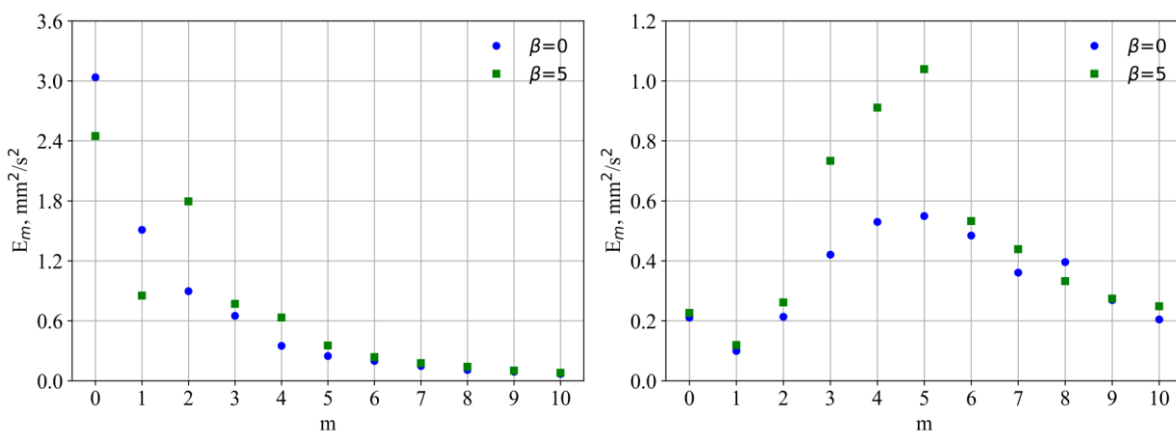


Рис. 3. Энергия азимутальных мод, для двух периодов вращения, горизонтального (синие круги) и наклонного (зеленые квадраты) дна

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-21-00572.

Список литературы

1. *Read, P.L., Edgar P. Pérez, Irene M. Moroz, and Roland M. B. Young.* General Circulation of Planetary Atmospheres: Insights from Rotating Annulus and Related Experiments // *Modeling Atmospheric and Oceanic Flows: Insights from Laboratory Experiments and Numerical Simulations*, American Geophysical Union, 2014, 368 p.
2. *Scolan H., Read P. L.* A rotating annulus driven by localized convective forcing: a new atmosphere-like experiment // *Experiments in Fluids*. – 2017. – Т. 58. – №. 6. – С. 75.
3. *Sukhanovskii A., Popova E. and Vasiliev A.* A shallow layer laboratory model of large-scale atmospheric circulation // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, Vol.117, N.3, 2023, P.155-176.
4. *Harlander, U.; Sukhanovskii, A.; Abide, S.; Borcia, I.D.; Popova, E.; Rodda, C.; Vasiliev, A.; Vincze, M.* New Laboratory Experiments to Study the Large-Scale Circulation and Climate Dynamics // *Atmosphere*, 2023, 14, 836.

ДИНАМИКА СВОБОДНОПЛАВАЮЩИХ ТЕЛ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ С РАДИАЦИОННЫМ НАГРЕВОМ

А. Ю. Васильев, Е. Н. Попова, П. Г. Фрик, А. Н. Сухановский
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Экспериментально изучена динамика свободноплавающего диска на фиксированной высоте в слое жидкости в условиях естественной конвекции, вызванной радиационным нагревом. Эксперименты показали, что динамика тела зависит от его оптических свойств. Обнаружено, что квазипериодические движения тела наблюдаются только в случае светоотражающей поверхности. Период колебаний зависит как от длины полости, так и от глубины погружения диска.

Ключевые слова: турбулентная конвекция; плавающие тело; радиационный нагрев

DYNAMICS OF FREE-FLOATING BODIES IN A LIQUID LAYER HEATED BY RADIATION

A. Yu. Vasiliev, E. N. Popova, P. G. Frick, A. N. Sukhanovskii
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev st., 614013, Perm

The dynamics of a disc floating freely at a fixed depth in a layer of liquid under conditions of natural convection caused by radiation heating was studied experimentally. It was shown that the dynamics of the disc depends on its optical properties. A disc with a light-reflecting surface demonstrated quasi-periodic motions along the cell. The period of oscillations depends on both the length of the cell and the immersion depth of the disc.

Keywords: turbulent convection; floating bodies; radiation heating

Пространственно-временная динамика конвективных течений существенно зависит от геометрии области, граничных условий и физических свойств среды. Наличие свободноплавающего тела на поверхности или в объеме жидкости оказывает существенное влияние на динамику конвективной системы и теплоперенос. Сложную динамику таких систем определяет взаимное влияние плавающего тела и конвективного течения. Плавающее тело изменяет структуру течения, а течение, благодаря вязким напряжениям перемещает тело. Экспериментально и численно исследовалось движение теплоизолирующих пластин на свободной поверхности и в объеме жидкости [1-5]. Было показано, что характер движения тела и структура течения существенно зависят от числа Рэлея, геометрических размеров кюветы и пластины.

Помимо основных управляющих параметров, таких как числа Рэлея и Прандтля, аспектные отношения, большое влияние может оказать тип и даже

способ реализации граничных условий. Так, для развитой конвекции Рэлея-Бенара, переход от граничного условия первого рода (изотермических границ), к условия второго рода (постоянный поток тепла) приводит к принципиальным структурным изменениям, а именно к появлению конвективных ячеек с размером, значительно превышающим толщину слоя [6]. В связи с этим возникает вопрос о том, как изменится динамика системы конвективный слой - свободноплавающее тело, в случае граничных условий для температуры второго рода. Для природных систем основным источником тепла является солнечная радиация, поэтому реализация нагрева нижней границы радиационным способом представляет особый интерес.

Экспериментальная установка представляет собой прямоугольную полость $L = 500$ мм, шириной $W = 100$ мм и высотой $H = 180$ мм. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Внутри полости устанавливаются две плексигласовые перегородки, которые выделяют рабочую область длиной L_1 . Меняя положение перегородок, можно в достаточно широком интервале варьировать значение длины слоя L_1 . В экспериментах ширина и высота слоя были фиксированы ($W = 100$ мм, $H_1 = 40$ мм), а длина полости L_1 и положение плавающего диска h варьировались. Все эксперименты выполнены для числа Релея $Ra = 10^6$.

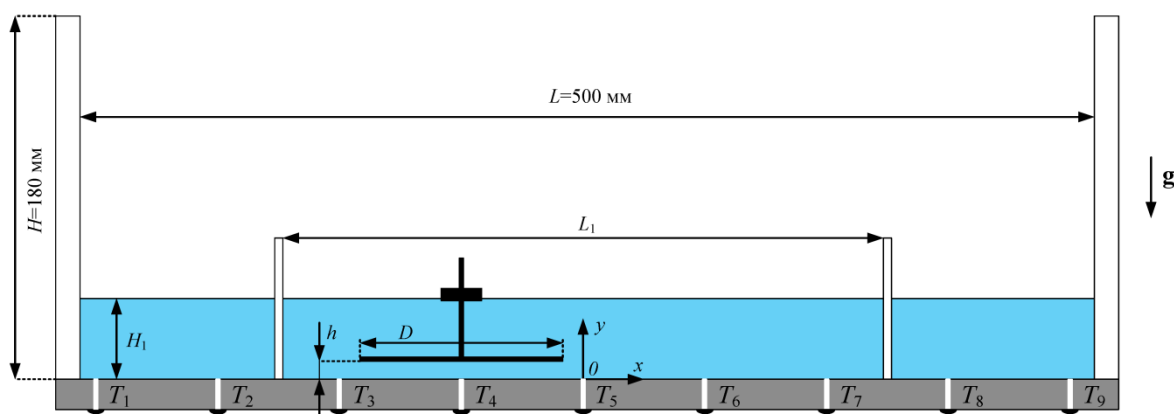


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Основание модели изготовлено из стеклотекстолита толщиной 10 мм и выступает в качестве нагревателя. Для поглощения электромагнитного излучения поверхность основания, которая контактирует с рабочей жидкостью, покрашена в черный матовый цвет. В основании имеются девять отверстий, в которые устанавливаются термопары. Термопары обозначены T_i , где нижний индекс показывает расположение термопар. Нумерация термопар идет слева направо.

Нагрев нижней поверхности осуществляется при помощи света от светодиодной панели. Использование светодиодов, а не ламп накаливания, в качестве источника света обусловлено спектром излучения. В спектре обычной лампы накаливания присутствует сильное инфракрасное излучение, в связи с чем верхние слои рабочей жидкости будут поглощать инфракрасное излучение, что приведет к постепенному прогреву жидкости. Инфракрасное излучение в

спектре диодов практически отсутствует. В экспериментах верхняя граница свободная. В качестве рабочей жидкости используется дистиллированная вода. Средняя температура в объеме жидкости 23 °С, что соответствует числу Прандтля $Pr = 6.5$.

Свободноплавающее тело представляет собой плексигласовый диск толщиной 1 мм и диаметром 98 мм. В экспериментах использовались три диска одинакового размера, но с разными поглощающими свойствами поверхности (см. рис. 2). Движение диска регистрируется на CCD видеокамеру с интервалом времени 6 секунд. Длительность экспериментов варьировалась от 10 до 24 часов.

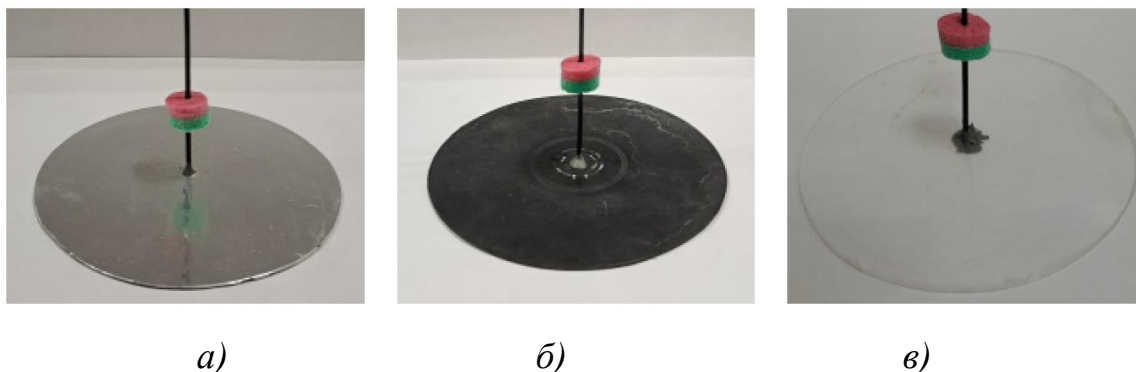


Рис. 2. Свободноплавающие тело с разными оптическими свойствами поверхности: а) светоотражающей; б) поглощающей; в) прозрачной

Динамика прозрачного и зачерненного диска носит схожий характер. После включения радиационного потока, диск несколько раз перемещается от одной стенки кюветы до противоположной, а затем останавливается у одной из стенок и находится там до конца эксперимента. На рис. 3 показана временная зависимость положения диска и температуры в трех точках дна, в квазистационарном режиме, после полной остановки диска. Прозрачный диск пропускает излучение, блокируя вертикальные потоки тепла и импульса, в силу чего жидкость под диском прогревается сильнее (см. рис. 3а). С зачерненным диском ситуация сложнее. Под диском жидкость тоже прогревается, но не так сильно как в случае прозрачного диска. Данный эффект обусловлен, тем что зачерненный диск сам нагревается за счет поглощения радиационного потока и поскольку остается неподвижным достаточно долго в конечном счете температура на дне увеличивается за счет молекулярного переноса тепла.

Во всех экспериментах со светоотражающей поверхностью наблюдаются квазипериодические движения диска, причем период колебаний существенно зависит от геометрии полости и высоты фиксации диска (см. рис. 4). При фиксированной длине полости период колебаний уменьшается с увеличением глубины плавания тела. В случае фиксированной глубины период колебаний увеличивается с увеличением длины полости. Надо отметить, что с ростом длины полости промежутки времени между перемещениями диска от одной стенки до другой становятся очень большими.

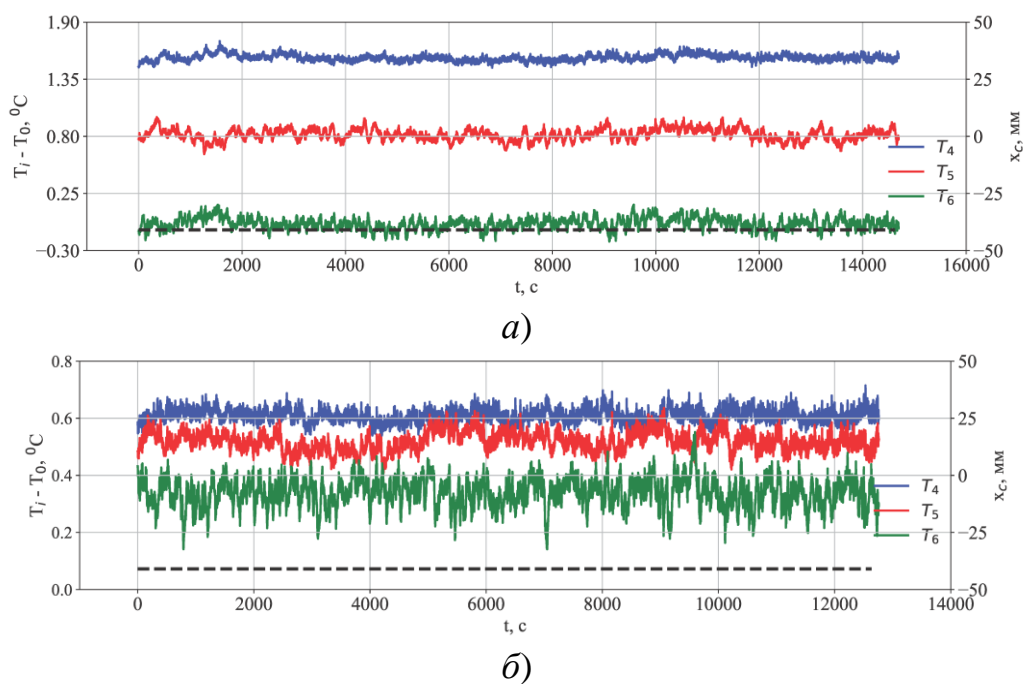


Рис. 3. Положение центра диска (штриховая линия) и температура на нижней границе для $L_1=180$ мм, $h=4$ мм: а) прозрачный диск; б) зачерненный диск

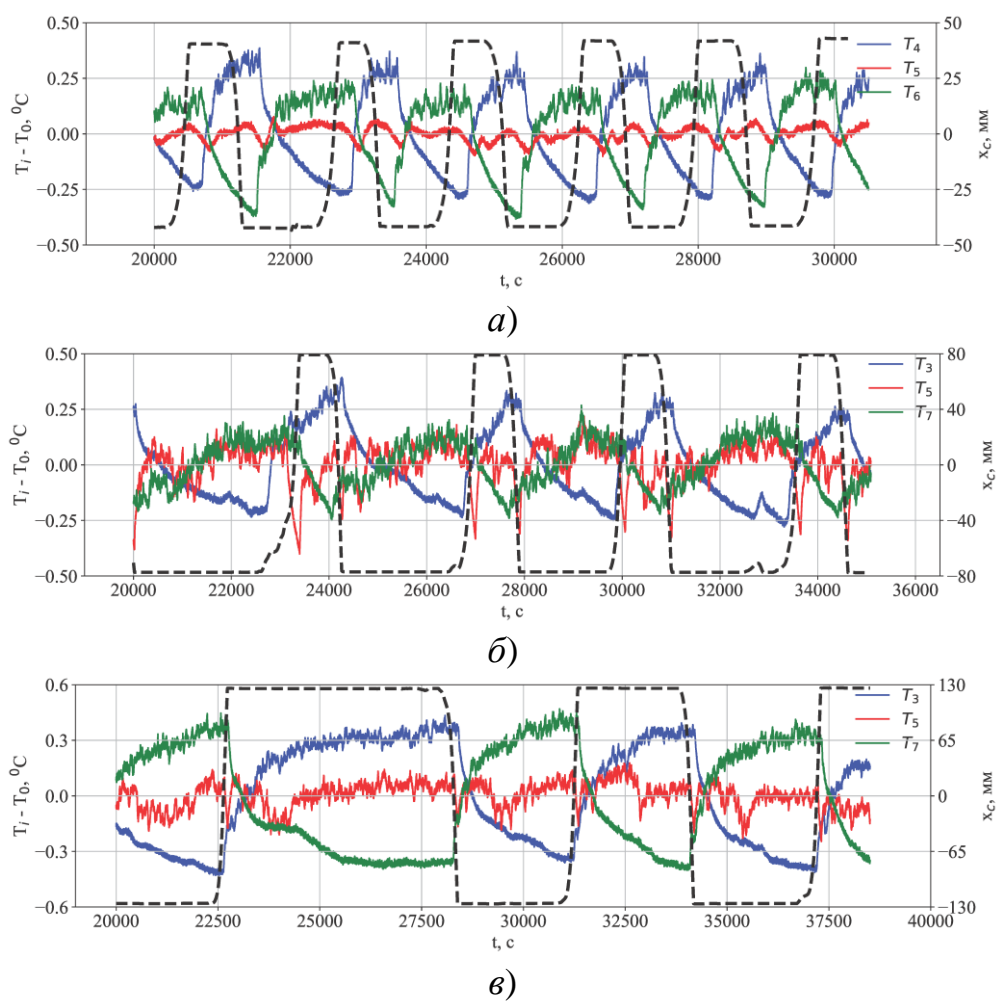


Рис. 4. Перемещение центра диска (штриховая линия) и температура на нижней границе для $h=4$ мм: а) $L_1=180$ мм; б) $L_1=250$ мм; в) $L_1=350$ мм

Работа выполнена за счет проекта РНФ № 22-61-00098.

Список литературы

1. *Zhang J., Libchaber A.* Periodic boundary motion in thermal turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84. №. 19. P. 4361-4364.
2. *Mao Y., Zhong J. Q., Zhang J.* The dynamics of an insulating plate over a thermally convecting fluid and its implication for continent movement over convective mantle // *J. Fluid Mech.* 2019. Vol. 868. P. 286-315.
3. *Попова Е. Н., Фрик П. Г.* Крупномасштабные течения в турбулентном конвективном слое с погруженным в него подвижным теплоизолятором // *Изв. РАН. МЖГ.* 2003. №. 6. С. 41-47.
4. *Попова Е. Н., Васильев А. Ю., Сухановский А. Н., Фрик П. Г.* Динамика протяженного теплоизолятора, погруженного в подогреваемый снизу слой жидкости // *Вестник Пермского университета. Физика.* 2022. Вып.3. С.38-47.
5. *Филимонов С. А., Гаврилов А. А., Дектерев А. А., Литвинцев К. Ю.* Математическое моделирование взаимодействия свободно-конвективного течения и подвижного тела // *Вычислительная механика сплошных сред.* 2023. Том. 16. № 1. С. 89-100.
6. *Vieweg P. P., Scheel J. D., Schumacher J.* Supergranule aggregation for constant heat flux driven turbulent convection // *Phys. Rev. Res.* 2021. Vol. 3. P. 013231.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОБТЕКАНИИ ФРОНТА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ЧОХРАЛЬСКОГО

Н. А. Вerezуб, А. И. Простомолотов
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
119526, Москва, проспект Вернадского, 101, корп. 1

Целью данной работы является детальное изучение процессов конвективного теплопереноса и кристаллизации на простой, но единой расчетно-экспериментальной модели кристаллизации веществ с температурами плавления близкими к комнатным (гептадекан) методом Чохральского. Прозрачность расплава гептадекана позволила визуализировать как структуры самого течения расплава, так и его закристаллизовавшейся части в лабораторном эксперименте, что обеспечило расчетную модель данными для тестирования. Численные расчеты позволили провести параметрическое изучение структур течения, тепловых потоков на охлаждаемом диске и определить зависимость формы фронта кристаллизации этого вещества от режимов конвективного теплообмена: термогравитационной и смешанной (т.е. при дополнительном вращении кристалла) конвекции.

Ключевые слова: рост кристалла; гидродинамика; моделирование

HYDRODYNAMIC INSTABILITY DURING THE FLOW AROUND CRYSTALLIZATION FRONT IN CZOCHRALSKI PROCESS

N. A. Verezub, A. I. Prostomolotov
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS,
119526, Moscow, Vernadskogo ave., 101-1

The aim of this work is detailed study of convective heat transfer and Czochralski crystallization in a simple, but a common computational-experimental model describing the crystallization in a molten metal and organic substances having the melting points close to room temperature (heptadecane). A transparency of molten heptadecane allows the visualizing its flow structure and also a shape of its crystallized portion in the laboratory model that provided by an experimental data the calculating model for numerical verification. Numerical calculations allowed the parametric investigating the flow structure and heat fluxes on the cooled crystal (disk) and establishing the dependence of a shape of liquid-solid interface for this substance upon the convective heat transfer modes: thermal gravitational and mixed (i.e. with additional crystal rotation) convection.

Keywords: crystal growth; hydrodynamics; modeling

1. Математическая постановка задачи

Прозрачность расплава гептадекана позволила визуализировать как структуры самого течения расплава, так и его закристаллизовавшейся части в лабораторном эксперименте [1], что обеспечило расчетную модель данными для

тестирования. Численные расчеты позволили провести параметрическое изучение структур течения, тепловых потоков на охлаждаемом диске и определить зависимость формы фронта кристаллизации (ФК) от режимов конвективного теплообмена.

Математическая модель показана на рис. 1: расплавленное состояние материала (1) обеспечивается нагревом боковой стенки тигля (4) до температуры $T_W > T_M$. Дно тигля (5) и свободная поверхность расплава (7) предполагаются теплоизолированными. На всей поверхности охлаждаемого диска (6) поддерживается температура $T_S < T_M$. Диск может вращаться со скоростью Ω_S , на расплав действует сила тяжести g . Охлаждение диска приводит к кристаллизации расплавленного материала с образованием затвердевшей области (2).

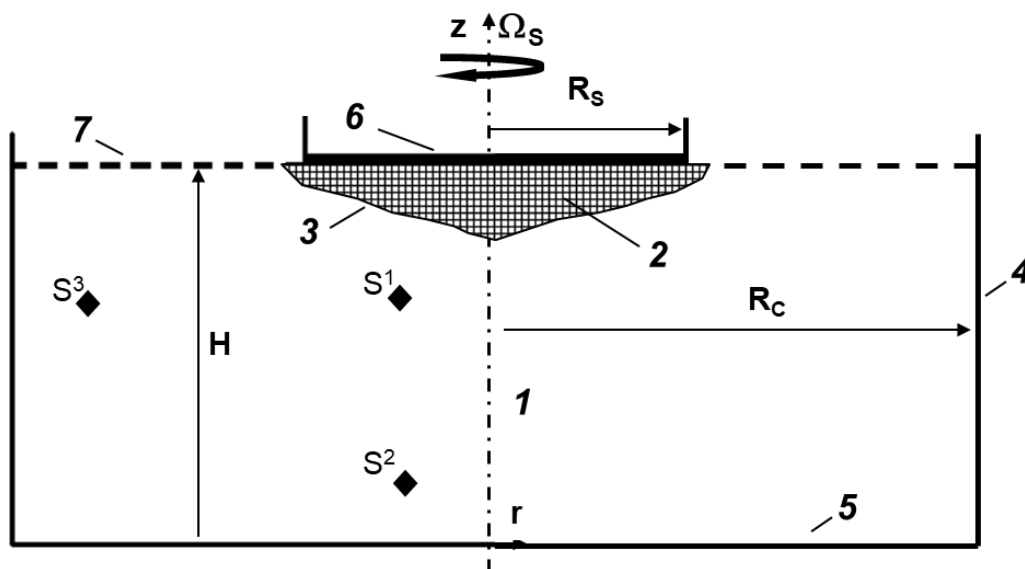


Рис. 1. Схема математической модели

Модель включает цилиндрический тигель ($R_C = 0.1475$ м, $H = 0.1032$ м; $H/R_C = 0.7$), заполненный расплавом, который частично закрыт сверху соосным диском ($R_S = 0.0536$ м; $R_C/R_S = 2.75$). Модель дополнена датчиками температуры ($z \times r$) [м]: $S^1 - (0.0516, 0.0134)$; $S^2 - (0.0516, 0.1425)$; $S^3 - (0.005, 0.0134)$. Предполагается, что между кристаллом (твёрдой фракцией) и расплавом (жидкой фракцией) существует область кристаллизации при значениях температуры, больших температуры солидуса T_{SOL} и меньших температуры ликвидуса T_{LIQ} , в которой задается линейное изменение доли жидкой фракции посредством коэффициента $\beta = (T - T_{SOL}) / (T_{LIQ} - T_{SOL})$.

Изучается форма ФК (3) в зависимости от режимов тепловой конвекции, изменяемых с помощью задания конкретных значений температуры (T_W , T_S) и скорости вращения диска Ω_S . Для конкретного материала задается температура кристаллизации T_M , близкая к комнатной (гептадекан: $T_M = 295$ К). Теплофизические параметры материалов взяты из справочника [2].

2. Влияние конвективных потоков на форму ФК

Нагрев боковой стенки тигля вызывает в гравитационном поле g тепловую конвекцию, при которой нагреваемый расплав движется вверх вдоль этой стенки и далее к охлаждаемому диску. Это движение усиливается действием термокапиллярных сил на свободной поверхности расплава. Вблизи диска происходит кристаллизация расплава с образованием твердой фракции (2) (см. рис. 1), объем и форма которой зависит от режима конвекции.

В лабораторном эксперименте [1] был рассмотрен режим тепловой конвекции в гептадекане при следующих задаваемых температурах: на диске – $T_S = 292.53$ К, на боковой стенке – $T_W = 295.9$ К, который был использован в данной работе для верификации результатов моделирования.

В результате расчетов было зафиксировано одновихревое стационарное течение, показанное на рис. 2. Модуль скорости достигает максимума $V_m = 1.01 \times 10^{-2}$ м/с в опускном течении вблизи оси. Однако подъемное течение вблизи боковой стенки тигля происходит существенно медленнее ($V_m \approx 5.1 \times 10^{-4}$ м/с).

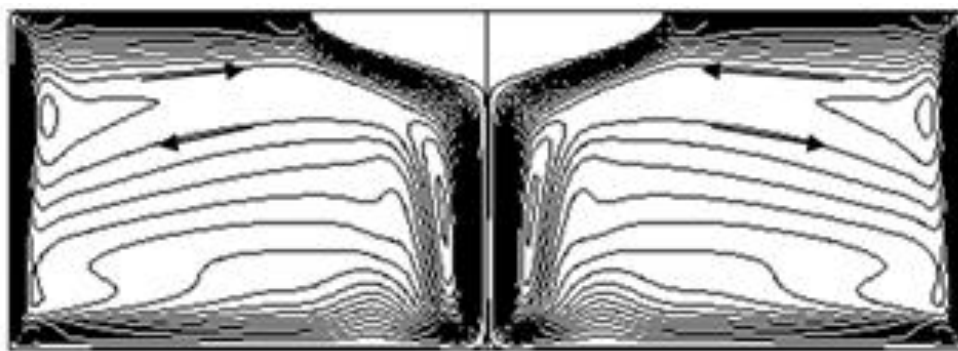


Рис. 2. Стационарная структура линий тока при тепловой конвекции в гептадекане ($T_S = 292.53$ К, $T_W = 295.9$ К)

Возникает вертикальная стратификация температурного поля, характеризующаяся радиальной температурной однородностью и тем, что верхние приповерхностные слои расплава значительно более прогреты, чем его придонные слои. Основная неоднородность температурного поля возникает в подкристальной области, где охлаждающийся расплав стекает вниз вдоль ФК. Расчетная форма ФК, представленная изотермой T_{SOL} (рис. 3), и экспериментальная форма закристаллизовавшейся области [1] хорошо между собой согласуются.

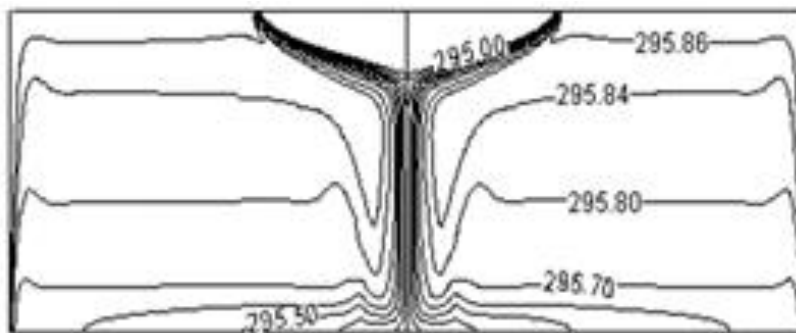


Рис. 3. Стационарная структура изотерм в гептадекане при тепловой конвекции ($T_S = 292.53$ K, $T_W = 295.9$ K)

Заметное влияние оказывает вращение диска, создающее встречное подъемное течение в центре тигля. На мгновенной картине изотерм в расплаве, показанной на рис. 3а, можно видеть момент отрыва термиков от ФК ($T_M = 295$ K) на фоне устойчивой вертикальной температурной стратификации вне подкристальной области (см. изменение температуры по вертикали от 295.71 до 295.84 K). Такое течение способствует изменению формы ФК на вогнутую в центре ФК (см. рис. 4).

Графики флуктуаций температуры, зарегистрированные для двух датчиков S^1 и S^2 , показанных на рис. 1, приведены на рис. 5 Датчик S^1 , расположенный вблизи ФК, зафиксировал значительные колебания температуры, но в более отдаленном датчике S^2 они меньше. Заметим, что вблизи боковой стенки тигля (датчик S^3 на рис. 1) колебания температуры практически отсутствуют.

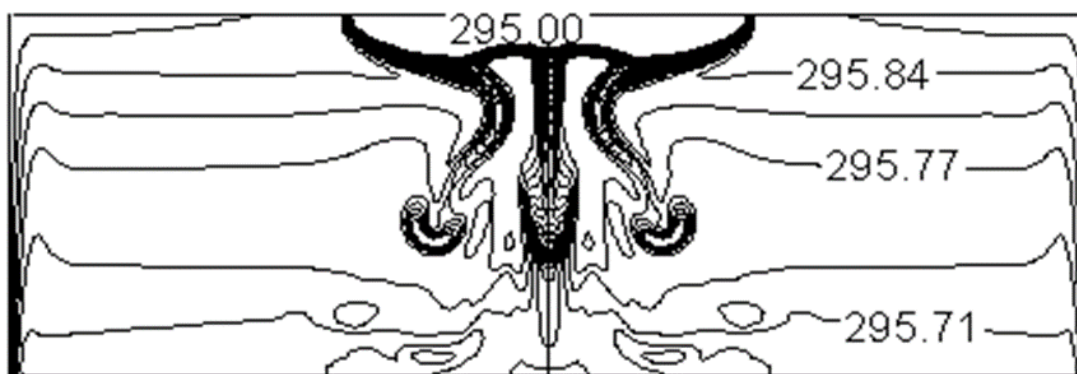


Рис. 4. Нестационарная структура изотерм в гептадекане при тепловой конвекции и вращении диска ($\Omega_S = 1$ рад/с)

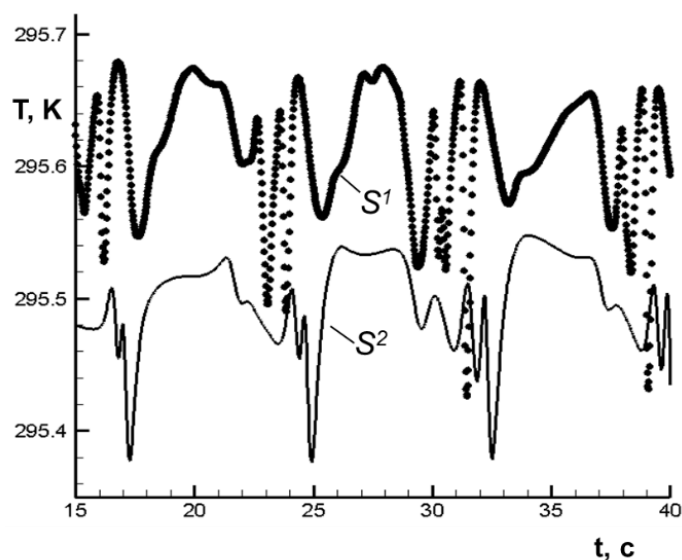


Рис. 5. Графики флуктуаций температуры, зарегистрированные датчиками S^1 и S^2 при тепловой конвекции и вращении диска ($\Omega_s = 1 \text{ рад/с}$)

Работа выполнена по теме госзадания ИПМех РАН (№ госрегистрации 123021700045-7).

Список литературы

1. Бердников В. С., Винокуров В. А., Винокуров В. В. и др. Общие закономерности конвективного теплообмена в системе тигель-расплав-кристалл в методе Чохральского и их влияние на формы фронта кристаллизации // Вестник НГУ им. Лобачевского. МЖГ. 2011. № 4(3). С. 641–643.
2. Бабичев А.П. и др. Физические величины. Спр. М.: Энергоиздат, 1991, 1232 с.

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА ДИНАМИКУ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И. В. Володин^a, А. А. Алабужев^{a,b}

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Исследуется динамика тонкой пленки феррожидкости на вибрирующей подложке в постоянном магнитном поле. Рассматриваются вибрации произвольной частоты и амплитуды. Найдены решения для распределения магнитного потенциала. В рамках длинноволнового подхода получены уравнения для осредненного и пульсационного течения в феррожидкости.

Ключевые слова: магнитная жидкость; свободная поверхность; вибрационное воздействие

THE EFFECT OF VIBRATION ON THE DYNAMICS OF A MAGNETIC FLUID THIN FILM IN A STATIONARY MAGNETIC FIELD

I. V. Volodin^a, A. A. Alabuzhev^{a, b}

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1 Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The dynamics of a thin ferrofluid film on a vibrating substrate in a constant magnetic field is investigated. Vibrations of arbitrary frequency and amplitude are considered. Solutions for the distribution of the magnetic potential are found. Within the framework of a long-wave approach, equations for the averaged and pulsatile flow in the ferrofluid are obtained.

Keywords: magnetic fluid; free surface; vibration effect

Вибрации могут вызывать различные физические эффекты, такие как резонанс, дестабилизация систем и динамическое повышение устойчивости [1], помимо этого, их исследование имеет практическую значимость для разработки более устойчивых и эффективных устройств и технологий [2].

Данная работа продолжает цикл исследований по изучению влияния вибрационных эффектов на тонкий слой магнитной жидкости, находящийся в постоянном магнитном поле.

Рассматривается бесконечная тонкая горизонтальная пленка магнитной жидкости в стационарном поле с напряженностью $\mathbf{H} = (0, H_0)$.

Нижняя подложка, на которой располагается феррожидкость, является немагнитной, твердой и совершает колебания заданной частоты и амплитуды. Верхняя граница – свободная, над пленкой находится невесомый газ, не оказывающий влияния на движение свободной границы. Внутри феррожидкости отсутствуют свободные электрические заряды, магнитные частицы распределены однородно, среда считается вязкой и несжимаемой. Время релаксации магнитного поля настолько мало, что оно мгновенно успевает подстраиваться под вибрационное воздействие. Задача рассматривается в изотермической постановке. Геометрия приведена на рис. 1.

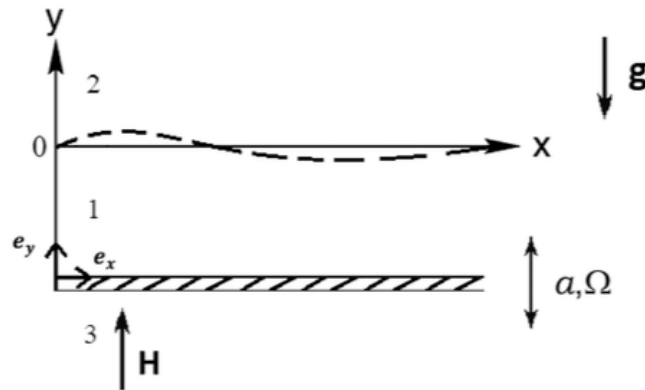


Рис. 1. Геометрия задачи

Задача решается в длинноволновом приближении методом многих масштабов, используется приближение тонкого слоя. Поля разделяются на пульсационные и осредненные [3].

Система уравнений для осредненного течения имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial Y} = 0, \quad (1)$$

$$\left\langle \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial X} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial Y} \right\rangle = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial X} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial Y^2} + Ha(1 + \bar{h}_y) \frac{\partial \bar{h}_y}{\partial X}, \quad (2)$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial Y} - G + Ha(1 + \bar{h}_y) \frac{\partial \bar{h}_y}{\partial Y} = 0, \quad (3)$$

где u есть x – компонента скорости, v – y – компонента скорости, p – поле давления, h_y – распределение y – компоненты напряженности магнитного поля в случае отклонений поверхности раздела произвольной амплитуды. G – число Галилея, Ha – безразмерный параметр отношения магнитных сил к инерционным. Прямой чертой сверху обозначены осредненные поля, волнистой – пульсационные, треугольными скобками обозначено осреднение по пульсационному времени.

Граничные условия на нижней границе ($Y = -1$) имеют вид:

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \quad (4)$$

на свободной границе $Y = \bar{\xi}(X, T)$:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial T} + \bar{u} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial X} + \left\langle \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial X} \right\rangle = \bar{v} + \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial Y} \right\rangle, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} = - \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial Y^2} \right\rangle, \quad (6)$$

$$\bar{p} + \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial Y} \right\rangle + Ca \frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial X^2} - \frac{1}{2} Ha (1 + \bar{h}_y)^2 = 0, \quad (7)$$

где Ca – капиллярное число.

Перепишем условие (5).

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial T} = - \int_{-1}^{\bar{\xi}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial X} dY - \bar{u} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial X} + \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial Y} - \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial X} \right\rangle = - \frac{\partial}{\partial X} \int_{-1}^{\bar{\xi}} \bar{u} dY + \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial Y} - \tilde{u} \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial X} \right\rangle.$$

С учетом системы уравнений для пульсационной системы [4], получим:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial T} = - \frac{\partial}{\partial X} \int_{-1}^{\bar{\xi}} \bar{u} dY - \frac{\partial}{\partial X} \langle \tilde{\xi} \tilde{u} \rangle.$$

Разделим задачу (1) – (7) на однородную и неоднородную части:

$$\bar{u} = U + u,$$

$$\bar{v} = V + v.$$

Большими буквами обозначена однородная часть, маленькими – неоднородная.

Однородная система уравнений будет иметь вид:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0,$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + Ha(1 + \bar{h}_y) \frac{\partial \bar{h}_y}{\partial X} = 0,$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial Y} - G + Ha(1 + \bar{h}_y) \frac{\partial \bar{h}_y}{\partial Y} = 0,$$

граничные условия на нижней стенке ($Y = -1$):

$$U = V = 0,$$

на свободной границе $Y = \bar{\xi}(X, T)$:

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = - \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial Y^2} \right\rangle,$$

$$\bar{p} + \left\langle \tilde{\xi} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial Y} \right\rangle + Ca \frac{\partial^2 \tilde{\xi}}{\partial X^2} - \frac{1}{2} \chi Ha (1 + \bar{h}_y)^2 = 0.$$

Неоднородная система уравнений в этом случае должна быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y} &= 0, \\ \left\langle \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial X} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial Y} \right\rangle &= \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2}, \end{aligned}$$

граничные условия на нижней границе ($Y = -1$) принимают вид:

$$u = v = 0,$$

на свободной границе $Y = \bar{\xi}(X, T)$:

$$\frac{\partial u}{\partial Y} = 0.$$

Уравнение динамики поверхности раздела имеет вид:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial T} = - \frac{\partial}{\partial X} \int_{-1}^{\bar{\xi}} (U + u) dY - \frac{\partial}{\partial X} \langle \tilde{\xi} \tilde{u} \rangle. \quad (8)$$

Решение для x – компоненты скорости включает в себя распределение y – компоненты магнитного поля. В работе [5] сформулирована задача для нахождения распределения обеих компонент магнитного поля внутри и вне феррожидкости, а также приведено решение для случая малых отклонений поверхности раздела от невозмущенного состояния. Решение для магнитного потенциала φ для случая произвольных отклонений имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= a(X)Y + b(X), \\ \varphi_2 &= \psi_2(X)e^{-kY}, \\ \varphi_3 &= \psi_3(X)e^{kY}, \end{aligned} \quad (9)$$

нижние индексы соответствуют номеру среды (см. рис. 1), k – волновое число. При этом:

$$\begin{aligned} \psi_2(X) &= (a(X)\bar{\xi} + b(X) - M_0\bar{\xi})e^{k\bar{\xi}}, \\ \psi_3(X) &= (b(X) - a(X))e^k, \end{aligned}$$

Где $M_0 = (\mu_r - 1)H_1^{(0)}$, μ_r – относительная магнитная проницаемость, $H_1^{(0)}$ – распределение напряженности магнитного поля в случае недеформируемой поверхности [5].

Таким образом, решение для магнитного потенциала в случае отклонения поверхности раздела произвольной амплитуды сводится к нахождению амплитуд a и b . Они могут быть найдены из следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial b}{\partial X} - \frac{\partial a}{\partial X} = i\mu_r \left(a + \mu_r H_1^{(0)} - H_0 \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial a}{\partial X} \bar{\xi} + \frac{\partial b}{\partial X} = \mu_0 \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial X} - i \left(\mu_r a + \mu_r H_1^{(0)} - H_0 \right) - a \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial X}, \quad (11)$$

где i – мнимая единица, μ_0 – магнитная постоянная.

Нахождение x -компоненты скорости из однородной и неоднородной систем уравнений и уравнения (8)-(11) определяют осредненную динамику движения тонкой пленки магнитной жидкости в постоянном магнитном поле под воздействием внешних вибраций заданной амплитуды и частоты.

Работа поддержана бюджетной темой № 121112200078-7.

Список литературы

1. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхности раздела в вибрационных полях, Москва: Физматлит, 2003. 216 с.
2. Блехман И. И. Что может вибрация? М.: Наука, 1988. 208 с.
3. Alabuzhev A. A., Volodin I. V. Linear Instability of Forced Oscillations of a Thin Ferrofluid Film in a Vertical Magnetic Field // Microgravity Science and Technology. 2022. Vol. 34 (5). P. 1-11.
4. Volodin I. V., Alabuzhev A. A. Pulsating fields of a thin film in a static magnetic field under vertical vibrations // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2103. P. 012233.
5. Володин И. В., Алабужев А. А. Магнитное поле в тонком слое феррожидкости под действием вертикальных вибраций // Физика для Пермского края: материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Пермь, 2022. С. 62-65.

О МОРФОЛОГИЧЕСКИ-ЗАВИСИМЫХ РЕЗОНАНСАХ В ОСВЕЩАЕМЫХ КАПЛЯХ ВОДЫ

Д. Н. Габышев, Р. М. Ганопольский

Тюменский государственный университет, 625003, Тюмень, ул. Володарского, 6

На базе волновой оптики вычисляется распределение световой энергии внутри освещаемой сбоку равномерным потоком света сферической однородной микрокапли воды с размером много больше длины волны. Кроме известных классических резонансов продемонстрированы контринтуитивные резонансно-подобные ситуации, когда теневая область капли оказывается засвеченной.

Ключевые слова: оптика капли; решение Ми; морфологически-зависимый резонанс

ON MORPHOLOGY-DEPENDENT RESONANCES IN ILLUMINATED WATER DROPLETS

D. N. Gabyshev, R. M. Ganopolsky

University of Tyumen, 6, Volodarskogo st., 625003, Tyumen

Based on the wave optics, the distribution of light is calculated inside a spherical homogeneous water microdroplet much larger than the wavelength illuminated from side by a uniform light. In addition to the well-known classical resonances, resonance-like situations are shown when the shadow region of the droplet is illuminated.

Keywords: droplet optics; Mie solution; morphology-dependent resonance

Плоский аэрозоль, возникающий над горячей поверхностью тонкого слоя воды и получивший название капельного кластера, пристально изучается в течение уже двадцати лет [1]. В ранних исследованиях высказывались гипотезы об интенсивном вращении составляющих его капель [2, 3] и о вихревых течениях внутри самих капель [4]. В силу малого размера капель (10...100 мкм) такие течения имеют не обычное свободноконвективное происхождение (число Грасгофа слишком мало), а термокапиллярную природу (что следует из анализа числа Марангони [4]). Похожие вихри фиксируются в лейденфростовских каплях на порядок большего размера [5]. Однако из-за технической невозможности напрямую измерить данный эффект в микроскопических каплях кластера обсуждали только его косвенные следствия, а исследования сместились на иные вопросы, касающиеся, в основном, полезных приложений кластеров и механизмов их структуризации.

Интерес к внутренности капель кластеров возобновился в недавнее время благодаря введению в дискурс флуоресцентной микроскопии [6]. Гипотетически всякое отклонение от однородности капли или растворенных в ней веществ, а также наличие вихревых потоков должно вести к оптическим аномалиям, главным образом в рассеянии света каплей и наблюдаемых

радиальных профилях ее свечения [7-10]. Степень этого искажения можно было бы оценить в сравнении с компьютерным расчетом. Проведение такого референтного расчета является сложной задачей, где первым шагом должно быть построение распределения энергии внутри освещенной однородной капли. На этом этапе нас заинтересовали особые состояния, возникающие при определенных длинах волн света, о которых мы хотели бы здесь упомянуть особо.

Рассмотрим прозрачную сферическую каплю радиуса R , освещаемую сбоку равномерным потоком света с длиной волны λ . Для нахождения распределения света внутри капли прибегнем к широко известному подходу волновой оптики, именуемому решением Ми, с фиксированным показателем преломления 1.337 (рис. 1). Более подробно о том, как проводился численный расчет, рассказано в рукописи [11]. Когда в длине большой окружности капли набирается целое число длин волн N , капля служит оптическим резонатором (λ вне вещества капли):

$$2\pi R = N\lambda. \quad (1)$$

Соответствующие состояния принято называть морфологически-зависимыми резонансами [12]. Такие состояния наблюдались экспериментально [13, 14]. Отличительной их особенностью (рис. 1б) является сосредоточение значительной части энергии ближе к поверхности [13], когда ленточная структура по краю графика опоясывает центр [14].

По чистой случайности в пробном расчете нами обнаружилось, что резонансные состояния возникают не только когда радиус в левой части выражения (1) умножается на 2π , но и тогда, когда он делится на 2π (рис. 1в). Никакой, на первый взгляд, реальной физической интерпретации ошибочное деление на 2π в левой части (1) иметь не может (число N при этом, естественно, отлично от фигурирующего в выражении (1)). Однако интересной особенностью таких «резонансно-подобных» состояний, отличающей их от классических резонансов, оказалась иллюминация внутренней тыльной области капли, которая в прочих случаях оказывалась практически полностью затененной. Это интересно потому, что считалось, что в этих областях могут выживать вирусные вирионы, которые невозможно инактивировать ультрафиолетом [15]. Однако на рис. 1в мы видим, что при определенной длине волны можно создать «резонансно-подобное» состояние и вызвать засветку указанной области. Осуществить это можно было бы, если каплю облучать ультрафиолетовым суперконтинуумом [16], который должен содержать, среди прочих, и цуги с длинами волн, удовлетворяющими нашим условиям. Несмотря на интересное физическое приложение, оно не добавляет ясности к пониманию сущности самого явления.

Применительно к примеру, на рис. 1в данный достаточно курьезный факт можно было бы списать на то, что в окрестности иррационального значения $\lambda = 3 / 2\pi$ найдется (в силу плотности множества рациональных чисел) близкое значение, кратное π и отвечающее классическому резонансу, в частности, $\lambda = 33\pi / 217$ при $N = 217$, то есть разница λ составляет менее 0.1%. Однако при

этой резонансной длине волны засветка тыльной области почти пропадает. Следовательно, указанной точности недостаточно, и требуется еще ближе подойти к исходной точке $3 / 2\pi$. Можно рассмотреть последовательные приближения $\lambda = 330\pi / 2171$, $3300\pi / 21713$ и т.д. Однако тогда N примет уже нецелые значения 217.1, 217.13, ..., то есть мы выйдем за рамки формального определения резонанса [12-14]. Таким образом, в настоящее время явление не получило объяснения.

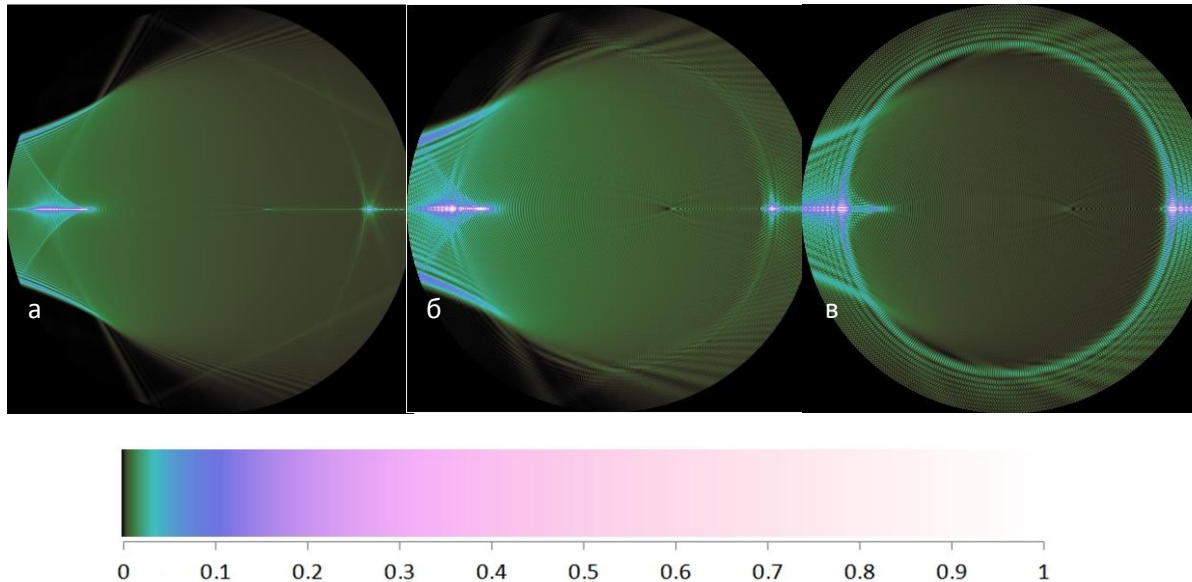


Рис. 1. Нормированное распределение энергии внутри капли, освещаемой
справа: а) произвольное ($R = 85$ мкм, $\lambda = 0.490$ мкм, $N = 1089.94...$),
б) резонансное ($R = 48$ мкм, $\lambda = 4\pi / 25$ мкм, $N = 300.00$) и
в) резонансно-подобное ($R = 16.5$ мкм, $\lambda = 3 / 2\pi$ мкм, $N = 217.13...$)

Причиной, почему о подобных состояниях с интенсивной засветкой теневой области прежде не докладывалось или, по крайней мере, на них не акцентировались, по-видимому, было то, что они наблюдаются при «неровных» значениях N и λ , которые трудно отыскать. Сложности добавляет то, что показатель преломления также является параметром задачи, и изменение его на одну тысячную долю, то есть с 1.337 на 1.336, ликвидирует засветку тыльной зоны капли. Резонансное состояние при этом имеется, но это со всей очевидностью уже *другой* резонанс.

Мы признаем, что строгий критерий эффективности засветки тыльной теневой области нами пока не установлен, и нам не известно, есть ли более эффективные ситуации, когда засветка оказывается еще сильнее. Пробы показывают, что существуют другие комбинации значений R , λ и N , ведущие к аналогичному результату с той или иной степенью освещенности теневой зоны. Вопрос о том, как распределяются резонансно-подобные ситуации в пространстве переменных R и λ мог бы, в принципе, послужить субстратом для отдельного интересного исследования.

Работа поддержана средствами субсидии для государственной поддержки молодых российских ученых (МК-332.2022.1.2) и госзадания Министерства науки и высшего образования РФ (FEWZ-2023-0002).

Список литературы

1. Федорец А. А. Капельный кластер // Письма в ЖЭТФ. 2004. Т. 79. № 8. С. 457–459.
2. Федорец А. А. О механизме некоалесценции в капельном кластере // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 81. № 9. С. 551–555.
3. Кислицын А. А., Пак В. С., Федорец А. А. Аэродинамическая модель устойчивости капельного кластера // Вестник ТюмГУ. 2009. № 6. С. 102–107.
4. Аринштейн Э. А., Федорец А. А. Механизм рассеяния энергии капельным кластером // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 92. № 10. С. 726–729.
5. Bouillant A., Mousterde T., Bourrianne P., Lagarde A., Clanet C., Quéré D. Leidenfrost wheels // Nat. Phys. 2018. V. 14. P. 1188.
6. Fedorets A. A., Kolmakov E. E., Medvedev D. N., Dombrovsky L. A. Fluorescence Profiles of Water Droplets in Stable Levitating Droplet Clusters // Phys. Chem. Chem. Phys. 2023. DOI: 10.1039/D3CP00542A
7. Frackowiak B., Tropea C. Fluorescence modeling of droplets intersecting a focused laser beam // Opt. Lett. 2010. V. 35. No. 9. P. 1386.
8. Kalume A., Wang C., Santarpia J., Pan Y.-L. Study of single airborne particle using laser-trapped submicron position-resolved temporal Raman spectroscopy // Chem. Phys. Lett. 2018. V. 706. P. 255–260.
9. Koegl M., Baderschneider K., Bauer F. J., Hofbeck B., Berrocal E., Will S., Zigan L. Analysis of the LIF/Mie Ratio from Individual Droplets for Planar Droplet Sizing: Application to Gasoline Fuels and Their Mixtures with Ethanol // Appl. Sci. 2019. V. 9. No. 22. P. 4900.
10. Zhou W., Tropea C., Chen B., Zhang Y., Luo X., Cai X. Spray drop measurements using depth from defocus // Meas. Sci. Technol. 2020. V. 31. P. 075901.
11. Gabyshev D. N., Ganopolsky R.M. Fundamental comparison of the Mie solution and the geometrical optics approximation for large droplets // Applied Mathematical Modelling (на рецензировании).
12. Kai L., D'Alessio A. Internal-Field Characteristics of Spherical Particles // Part. Part. Syst. Charact. 1995. V. 12. No. 5. P. 237–241.
13. Hill S. C., Benner R. E. Morphology-Dependent Resonances // Adv. Series Appl. Phys. 1988. V. 1. P. 1–61.
14. Xie J.-G., Pinnick R. G., Ruekgauer T. E., Gu J., Armstrong R. L. Observations of Descartes ring stimulated Raman scattering in micrometer-sized water droplets // Opt. Lett. 1991. V. 16. No. 17. P. 1310.
15. Hill S.C., Mackowski D. W., Doughty D. C. Shielding of viruses such as SARS-Cov-2 from ultraviolet radiation in particles generated by sneezing or coughing: Numerical simulations of survival fractions // J. Occup. Environ. Hyg. 2021. V. 18. No. 8. P. 394–408.

16. *Lei H., Yao J., Zhao J., Xie J., Zhang F., Zhang H., Zhang N., Li G., Zhang Q., Wang X., Yang Y., Yuan L., Cheng Y., Zhao Z.* Ultraviolet supercontinuum generation driven by ionic coherence in a strong laser field // Nat. Commun. 2022. V. 13. P. 4080.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КОНТАКТНЫЙ УГОЛ В РАСТВОРАХ ПАВ

В. А. Галишевский^a, А. Д. Садовникова^a, М. О. Кучинский^a, К. А. Рыбкин^a,
Т. П. Любимова^{a,b}

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В ходе данного исследования были изучены воздействие ультразвука на краевой угол смачивания с помощью метода плененного пузырька. Для исследования была выбрана поверхность пластины из аморфного кварца. Было показано, что колебания поверхности пузырька, находящегося рядом с поверхностью пластины, под воздействием ультразвука в дистиллированной воде, приводят к его отрыву от пластины. При добавлении в жидкость додециламин гидрохлорида наблюдается уменьшение контактного угла, а пузырек закреплялся на поверхности.

Ключевые слова: ультразвук; контактный угол; метод плененного пузырька

EXPERIMENTAL STUDY OF THE ULTRASONIC EFFECT ON THE CONTACT ANGLE IN SURFACTANT SOLUTIONS

V. A. Galishevskiy^a, A. D. Sadovnikova^a, M. O. Kuchinskiy^a, K. A. Rybkin^a,
T. P. Lyubimova^{a,b}

^a Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^b Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

In the course of this study, the effect of ultrasound on the wetting edge angle was studied using the captive bubble method. The surface of an amorphous quartz plate was chosen for the study. It has been shown that fluctuations in the surface of a bubble located near the surface of the plate, under the influence of ultrasound in distilled water, lead to its separation from the plate. When dodecylamine hydrochloride was added to the liquid, a decrease in the contact angle was observed, and the bubble was fixed on the surface.

Keywords: ultrasound; contact angle; captive bubble method

Введение

Для управления краевым углом (θ , °) смачивания в промышленности применяются различные методы, одним из которых является механическая модификация структуры твердой поверхности, соприкасающейся с жидкостью [1, 2], при которой шероховатость поверхности растёт, и она хуже

смачивается водой, т.е. становится гидрофобной. Контактный угол, измеренный методом лежащей капли, может также меняться при внешнем силовом воздействии, например, в [3] описаны явления гистерезиса при вибрации подложки с ультразвуковой (УЗ) частотой: в системах смачивания УЗ воздействие безвозвратно уменьшает контактный угол, и для фиксированной частоты его уменьшение зависит от амплитуды ультразвука. Ультразвуковое воздействие на систему, содержащую пузырьки в объеме жидкости, приводит к колебаниям поверхностей пузырьков под действием первичной силы Бьеркнеса, особенно интенсивны такие колебания для пузырьков резонансного размера.

Особое влияние на контактный угол оказывает изменение концентрации поверхностно-активного вещества в жидкости [4–6]. В работе [7] была выявлена зависимость между смачиваемостью угольной пыли с разной степенью углефикации и характеристиками поверхностной активности типичных ионных жидкостей. Смачиваемость лигнита улучшилась незначительно, но смачиваемость каменного угля и антрацита значительно. Все комбинации ионных жидкостей оказывали сильное воздействие на смачиваемость и давали значительные эффекты.

Целью данного исследования является определение зависимости краевого угла смачивания поверхности кварцевой пластины от концентрации поверхностно-активного вещества (ПАВ) додециламин гидрохлорида под действием ультразвука.

Описание экспериментальной установки и методики обработки результатов измерений

В экспериментах использовалась кювета, имеющая форму параллелепипеда. (рис. 1а). Кювета была изготовлена из оргстекла толщиной 3 мм. В центральной части кюветы строго вертикально закреплялись исследуемые пластины. Для регистрации и измерения краевого угла смачивания поверхности использовались SSD камера Basler и коллимированный источник контрольного света, оснащенный телецентрическими макрообъективами. Оптическая система позволяла измерять размер пузырьков вне зависимости от расстояния между ними и матрицей камеры. Минимальный размер фиксируемого пузырька для данной оптической схемы 48 мкм, при этом глубина резкости составляла 2 см. Пузырьки, находящиеся в объеме жидкости, имели четкие границы, в том числе те, что были прикреплены к поверхности пластины.

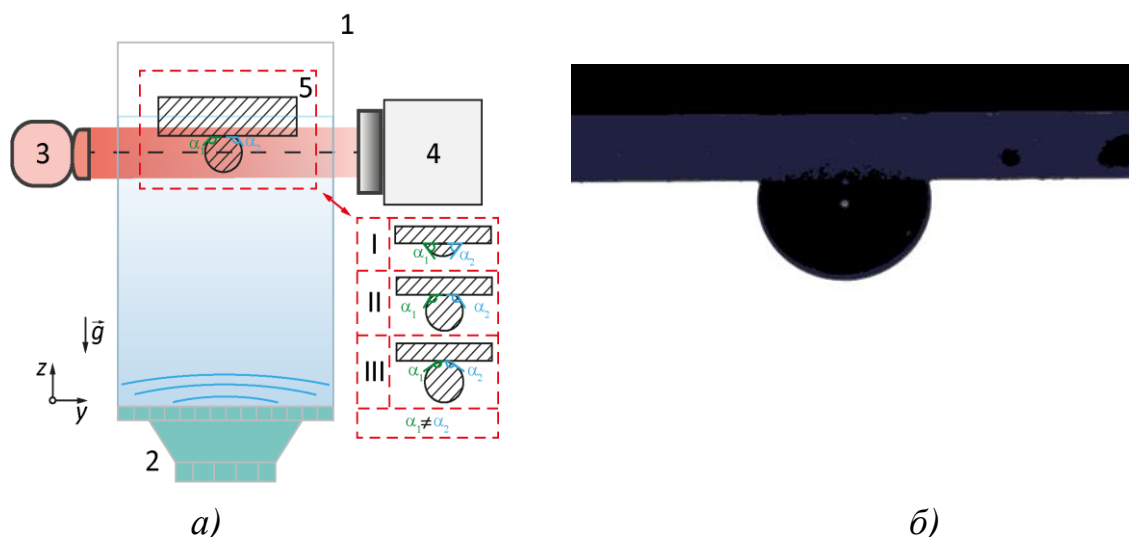


Рис. 1. а) Экспериментальная установка: 1) кювета - $103 \times 103 \times 195$ мм³; 2) источник ультразвука, $f = 28$ кГц, $P = 32 - 45$ Вт; 3) коллимированный источник света; 4) камера Basler acA1920-155um; 5) исследуемые поверхности; б) пример фотографии полученной в ходе эксперимента

Результаты и обсуждение экспериментов

Измерения контактных углов во время воздействия УЗ в дистиллированной воде были проведены для пузырьков на поверхности аморфного кварца. Во всех экспериментах наблюдались колебания поверхности пузырька. В некоторых экспериментах это приводило к отрыву пузырька от пластинки (рис. 2а, 2б). Средний контактный угол до воздействия УЗ на стекле составил 132° . Эксперименты показали, что в результате 40-секундного воздействия УЗ контактный угол уменьшается в среднем на $8-10^\circ$ (рис. 2).

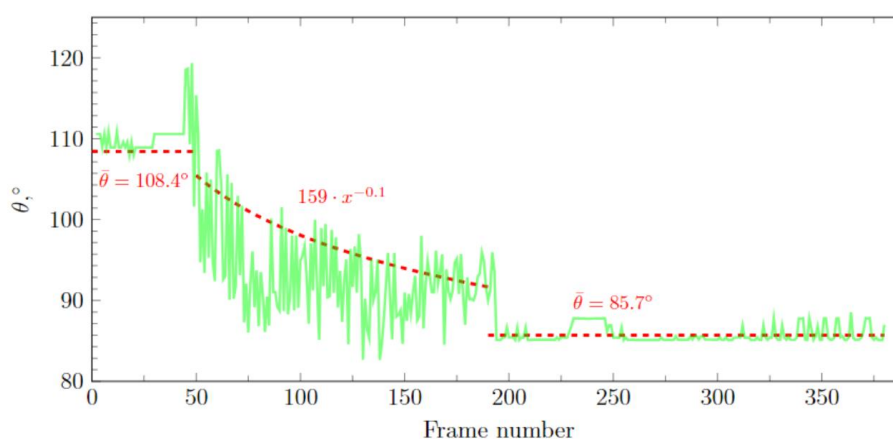


Рис. 2. Уменьшение контактного угла после УЗ воздействия

Для установления причин изменения контактного угла планируются аналогичные эксперименты с пластинами из акрилового стекла и

фторопласта. Эти поверхности хуже смачиваются водой, и поэтому результаты могут сильно отличаться от уже полученных. Также будут проведены эксперименты с другими источниками ультразвука, чтобы выявить возможную зависимость между частотой излучателя и изменением контактного угла смачивания.

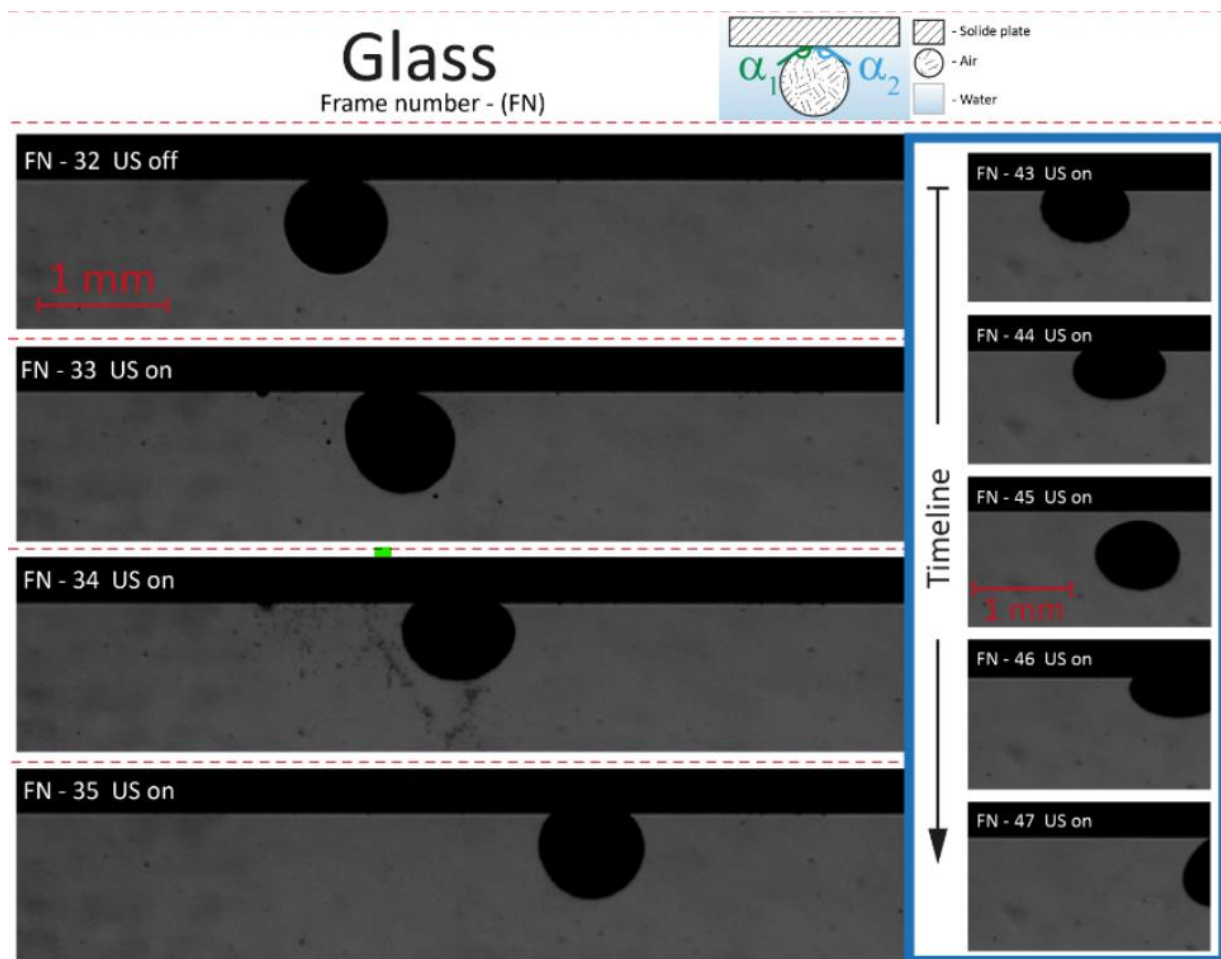


Рис. 3. Отскок пузырька от твердой поверхности

В рамках настоящей работы были проведены 3 серии экспериментов для 3 разных концентраций ДАН равной 0.01; 0.03 и 0.06 г/л соответственно. При этом контактный угол во всех трех сериях изменялся слабо. Значительного изменения угла не происходит, потому что ДАН покрывает стеклянную пластинку полностью (монослоем) и слабо меняет физические свойства жидкости. Таким образом, пузырек, закрепляясь на пластинке, соприкасается лишь с верхним слоем ДАН, а слои под ним никак не влияют на поверхность пузырька.

Для того чтобы лучше изучить влияние концентрации ДАН на контактный угол планируется провести больше экспериментов с растворами меньшей концентрации, когда он не полностью покрывает пластинку. В этом случае могут наблюдаться значительные изменения угла смачивания.

В этих экспериментах должны фиксироваться изотермы смачивания, описанные в [8]. Будут проведены аналогичные эксперименты с растворами NaCl и SDS.

В эксперименте неизменными выдерживались такие параметры, как размер пузырька, расстояние от источника УЗ до пластинки, уровень воды в кювете. Однако невозможно точно зафиксировать положение пузырька на пластинке. Как видно из рис. 4, два пузырька при одной и той же концентрации ДАН могут колебаться по-разному, угол смачивания при этом также изменяется в некотором диапазоне. Такое поведение может быть связано с неравномерным распределением акустического давления в кювете.

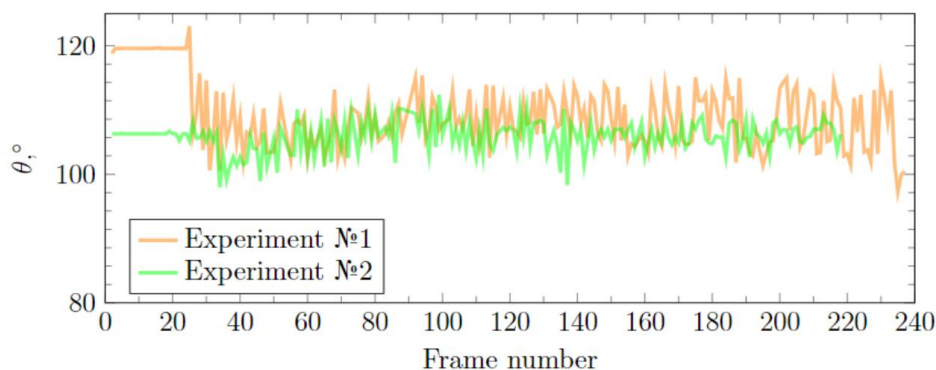


Рис. 4. Разность колебаний двух пузырьков

В некоторых экспериментах с растворами ДАН наблюдалось сложение частоты собственных колебаний пузырька и частоты внешних колебаний УЗ воздействия. По-видимому, это происходило из-за разного положения пузырьков на пластинке. Как видно из рис. 5 амплитуда колебаний пузырька (синяя линия) сначала растет, потом уменьшается и так далее. Красная пунктирная кривая – результат сложения двух синусоидальных колебаний с частотами, отличающимися на 10%. Эти эффекты так же планируется фиксировать в экспериментах с пластинами из акрилового стекла и фторопласта.

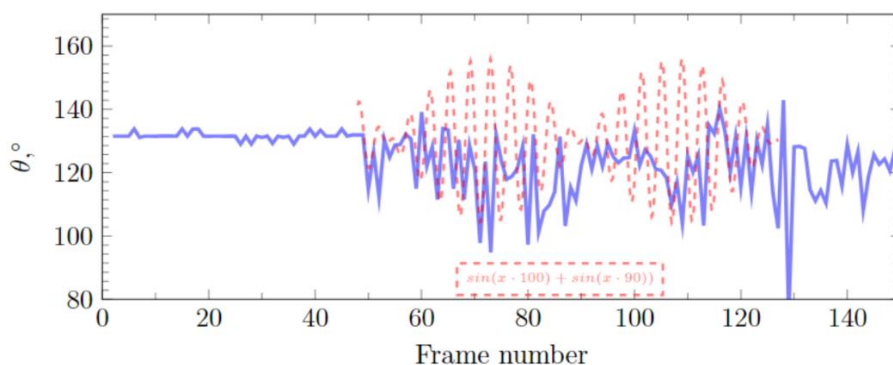


Рис. 5. Сложение собственных колебаний пузырька и частоты ультразвука

Список литературы

1. *Tong Z. et al.* The effect of comminution on surface roughness and wettability of graphite particles and their relation with flotation // *Minerals Engineering*. – 2021. – Т. 169. – С. 106959.
2. *Wang T. et al.* Droplet Wetting Propagation on a Hybrid-Wettability Surface // *Langmuir*. – 2021. – Т. 37. – №. 39. – С. 11646-11656.
3. *Sarasua J. A. et al.* Energetic study of ultrasonic wettability enhancement // *Ultrasonics Sonochemistry*. – 2021. – Т. 79. – С. 105768.
4. *Кондратьев С. А.* Метод выбора структуры и состава углеводородного фрагмента молекулы собирателя // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*. – 2019. – №. 3. – С. 87-98.
5. *Liu Y. et al.* Experimental and molecular dynamics study into the surfactant effect upon coal wettability // *RSC advances*. – 2021. – Т. 11. – №. 40. – С. 24543-24555.
6. *Fattalov O. et al.* Experimental study of the processes of formation, drift and levitation of vapor–gas bubbles in water containing surfactant under the action of ultrasound // *Microgravity Science and Technology*. – 2021. – Т. 33. – С. 1-7.
7. *Zhang W. et al.* Experimental study on coal dust wettability strengthened by surface active ionic liquids // *Environmental Science and Pollution Research*. – 2022. – Т. 29. – №. 30. – С. 46325-46340.
8. *Szymczyk K., Zdziennicka A., Jańczuk B.* Adsorption and wetting properties of cationic, anionic and nonionic surfactants in the glass-aqueous solution of surfactant-air system // *Materials Chemistry and Physics*. – 2015. – Т. 162. – С. 166-176.

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ И ДИНАМИКИ ПЛОСКИХ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНО-БЕССЕТОЧНОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

В. Н. Говорухин

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича,
Южный федеральный университет
344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а

Предложены алгоритмы анализа структуры течения и динамики жидких частиц в замкнутом и проточном контейнере. Алгоритмы основаны на решении уравнений Эйлера идеальной жидкости бессточным спектрально-вихревым методом вместе с построением 'моментального' фазового портрета поля скорости течения, расчетом траекторий маркерных частиц, построения поля локальных показателей Ляпунова, и вычислением времени пребывания частиц в канале и функции зависимости координаты выхода из канала от входной при наличии протекания. Приведены примеры применения алгоритмов для исследования динамики вихреого течения.

Ключевые слова: идеальная жидкость; вихревые структуры; бессеточные методы; плоские течения; численный анализ

ANALYSIS OF THE STRUCTURE AND DYNAMICS OF A PLANE VORTEX FLOWS BASED ON THE SPECTRAL-MESHFREE NUMERICAL METHOD

V. N.Govorukhin

Vorovich~I.I. Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science,
Southern Federal University,
8a, Milchakova st., 344090 Rostov-on-Don, Russian Federation

Algorithms for analyzing the flow structure and dynamics of liquid particles in a closed and flow-through container are proposed. The algorithms are based on solving the Euler equations of an ideal fluid by the spectral-vortex method. It includes together with the construction of an 'instantaneous' phase portrait of the flow velocity field, the marker particles trajectories calculation, the field of local Lyapunov exponents construction, and the computation of the residence time of particles in the channel and the function of the exit coordinate dependence on the inlet in the presence of flow through container. Examples of the application of algorithms for studying the dynamics of a vortex flow are given.

Keywords: ideal fluid; vortex structures; meshless methods; plane flows; numerical analysis

Рассматриваются плоские течения невязкой несжимаемой жидкости, которые можно описать уравнениями Эйлера в терминах завихренности $\omega(x, y, t)$ и функции тока $\psi(x, y, t)$:

$$\begin{cases} \omega_t + \psi_y \omega_x - \psi_x \omega_y = 0, \\ \psi_{xx} + \psi_{yy} = -\omega, \end{cases} \quad (1)$$

где t – время, x, y – пространственные переменные. Исследуются течения в прямоугольном контейнере $D = \{(x, y): 0 \leq x \leq a; 0 \leq y \leq b\}$ при $\omega(x, y, t = 0) = \omega_0(x, y)$ и условиями Юдовича [1] на границах:

$$\psi|_{x=0} = \psi|_{x=a} = g(y), \psi|_{y=0} = g(0), \psi|_{y=b} = g(b), \omega|_{x=0} = \omega_+(y). \quad (2)$$

При $g(y) = 0$ контейнер является замкнутым, и условие $\omega|_{x=0}$ не требуется, а при $g'(y) \geq 0$ контейнер является проточным, частицы жидкости попадают в D через границу $x = 0$ и покидают через $x = a$. В этом случае необходимо задавать завихренность $\omega_+(y)$ на входе в каждый момент времени.

Для решения нестационарной задачи используется спектрально-бессеточный метод в основе которого лежат следующие положения: поле завихренности описывается её значениями в маркерных частицах (согласно начальному и граничному условиям; в каждый момент времени по значениям завихренности в частицах строится кусочная аппроксимация поля $\omega(x, y, t)$; функция тока $\psi(x, y, t)$ приближается отрезком ряда Фурье

$$\psi(x, y) \approx \sum_{i=1}^{k_x} \sum_{j=1}^{k_y} \psi_{ij}(t) g_i(x) h_j(y),$$

где $g_i(x), h_j(y)$ – базисные функции, а $\psi_{ij}(t)$ – коэффициенты разложения, которые на каждом временном шаге находятся как решение второго уравнения системы (1) методом Бубнова-Галёркина. Динамика каждой маркерной частицы описывается системой уравнений:

$$\dot{x}_i = \sum_{k=1}^{k_x} \sum_{l=1}^{k_y} \psi_{kl}(t) g_k(x_i) \frac{\partial h_l(y_i)}{\partial y}, \dot{y}_i = - \sum_{k=1}^{k_x} \sum_{l=1}^{k_y} \psi_{kl}(t) \frac{\partial g_k(x_i)}{\partial x} h_l(y_i).$$

Подробное описание метода для замкнутых и проточных областей дано в статьях [2-4], а для периодических по пространству условий в [5].

Преимуществами метода является непрерывность поля скорости в D и произвол в задании начального положения маркерных частиц. То есть, метод обладает преимуществами как спектральных подходов к построению приближенного решения, так и достоинствами бессеточных методов. Это позволяет вместе с расчётом динамики реализовать и использовать для изучения плоских вихревых потоков следующие алгоритмы качественного анализа течения и массопереноса:

1. алгоритм построения «моментального» фазового портрета поля скорости течения, который включает поиск особых точек, сепаратрис седловых точек, их устойчивых и неустойчивых многообразий, см. [6];
2. анализ вихревой конфигурации и её качественных структурных изменений с помощью эвристического метода оценки структуры

3. течения [3]; построение и анализ траекторий и позиций маркерных частиц в различных (застойных, проточных) областях течения [4,7];
4. вычисление времени пребывания маркерных частиц в D и зависимости координаты выхода частицы из D от её координаты на входе при протекании жидкости сквозь область течения [4,7];
5. алгоритм построения поля локальных показателей Ляпунова для исследования пассивного переноса в области течения и структуры потока [3].

В докладе представлены результаты численного моделирования и анализа изменения структуры вихревых течений с использованием предложенных алгоритмов в замкнутых областях и в контролируемом проточном канале с граничными условиями Юдовича. Вычисления демонстрируют эффективность предложенных алгоритмов для детального анализа структуры вихревой конфигурации во времени. Кроме того, будет обсуждаться использование перечисленных подходов для идентификации и анализа структурной устойчивости течений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 23-21-00371.

Список литературы

1. Юдович В. И. Нестационарные течения идеальной несжимаемой жидкости // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1963, Т.3, №6. С.1032—1066.
2. Говорухин В. Н. Вариант метода вихрей в ячейках для расчета плоских течений идеальной несжимаемой жидкости // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2011. Т. 51, № 6. С. 1133—1147.
3. Говорухин В. Н. Численный анализ динамики распределенных вихревых конфигураций // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2016, т.56, №8, С. 1491—1505.
4. Govorukhin V. N. An extended and improved particle-spectral method for analysis of unsteady inviscid incompressible flows through a channel of finite length // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2023. Vol. 95, 4, P. 579–602.
5. Говорухин В. Н., Филимонова А. М. Расчет плоских геофизических течений невязкой несжимаемой жидкости бессеточно-спектральным методом // Компьютерные исследования и моделирование, 2019. Т. 11, №3, С.413–426.
6. Говорухин В. Н., Филимонова А. М. Анализ структуры плоских вихревых течений и их изменений во времени. // Вычислительная механика сплошных сред. 2021. т.14, № 4, С. 367–376.
7. Govorukhin V. Zhdanov I. Steady-State Flows of Inviscid Incompressible Fluid and Related Particle Dynamics in Rectangular Channels // Eur. J. Mech. B-Fluids. 2018. Vol. 67. 280–290.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПЕРЕНОСА ГАЗООБРАЗНОГО КРЕМНИЯ ОТ ЗЕРКАЛА РАСПЛАВА К ИЗДЕЛИЮ В ПРОЦЕССЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ

В. А. Демин, С. А. Игошев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Разработана расширенная физико-математическая модель процесса высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий в условиях среднего вакуума с учетом неоднородности концентрации как газообразного кремния, так и несущей среды. Предлагаемая модель переноса описывается всего одним линейным дифференциальным уравнением в частных производных для концентрации паров кремния в атмосфере аргона или любого другого остаточного газа. В случае простейшей геометрии и двумерной постановки задачи получено численное решение, подтверждающее аномально большой поток паров кремния вглубь пористого материала в экспериментах. Численное решение для изучаемых газовых смесей выполнено для известных верифицированных значений материальных параметров. Оно показывает, что парожидкофазный процесс высокотемпературного силицирования углеродных материалов физически возможен за разумное время.

Ключевые слова: высокотемпературные процессы; диффузионно-конвективный перенос; средний вакуум; силицирование

ON THE TRANSFER OF GASEOUS SILICON FROM THE MELT MIRROR TO THE PRODUCT IN THE PROCESS OF HIGH-TEMPERATURE SILICIFICATION

V. A. Demin, S. A. Igoshev

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

A new physical and mathematical model of the process of high-temperature silicification of porous carbon products under medium vacuum conditions and in an atmosphere of residual gas is proposed. Just one linear partial differential equation for the concentration of silicon vapors in an atmosphere of argon or any other residual gas describes the physical and mathematical model of mass transfer. In the case of a simplest geometry and two-dimensional formulation of the problem, a numerical solution is obtained that explains in natural experiments the abnormally large flow of silicon vapor deep into the porous material. The obtained numerical solution for the gas mixtures under investigation is expressed in terms of the known verified values of the material parameters. It shows that the vapor-liquid phase process of high-temperature silicification of carbon materials is physically possible in a reasonable time.

Keywords: high-temperature processes; diffusion and convective transfer; medium vacuum; silicification

1. Введение

Создание адекватной физико-математической модели процесса высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий имеет высокую важность и актуальность для материаловедения. Современные технологии производства композитных материалов на основе углерода и кремния позволяют получать материалы с уникальными свойствами, такими как высокая прочность, термическая и химическая стойкости. Однако для создания таких материалов необходимо уметь контролировать процесс силицирования при высоких температурах, который является сложным и энергоемким. Существующие физико-математические модели основываются на предположении о чисто диффузионном переносе газообразного кремния в среде аргона [1]. В условиях среднего вакуума и при температурах выше точки плавления кремния $T \sim 2000$ К коэффициент диффузии для кремния имеет большое значение. Формула молекулярно-кинетической теории дает $D = 0.7 \text{ м}^2/\text{с}$ [2]. Как показывают результаты экспериментов, фактические значения коэффициента D , применяемые в классическом уравнении диффузии, не обеспечивают достаточный перенос кремния, который требуется для осуществления полноценного силицирования изделия.

Сложившуюся парадоксальную ситуацию исправляет модель, учитывающая не только диффузионный, но и конвективный перенос. Результаты работы [3] показывают, что газообразный кремний занимает практически весь объем рабочего пространства печи. Однако в этой модели не учитывается перераспределение аргона, как несущей среды. В реальных условиях пары кремния, вылетая с зеркала расплава, сталкиваются с атомами аргона. Вследствие этого, необходимо учитывать еще и движение несущей среды, в которой распространяется кремний.

2. Описание модели

Простейшая модельная постановка представляет собой две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии L друг от друга. Схематически модель представлена на рис. 1. Согласно этой модели, газообразный кремний как некий флюид фильтруется через несущую среду за счет того, что пары кремния рассеиваются на точечных, более тяжелых, но тем не менее подвижных атомах аргона.

Процесс силицирования в условиях среднего вакуума проводится при высоких температурах, превышающих точку плавления кремния. Процедуру выполняют, заполняя аргоном пространство между зеркалом расплава и изделием. Процесс генерации паров кремния начинается с левой границы и заканчивается на правой, где кремний полностью поглощается.

Полное давление газа складывается из парциальных давлений материнской среды – аргона, и примеси – газообразного кремния.

Аналогично, общая плотность газовой среды складывается из плотностей каждого компонента:

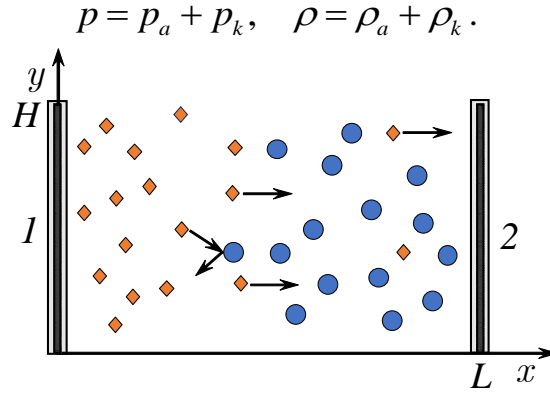


Рис. 1. Модельная постановка задачи: 1 – поверхность расплава, 2 – изделие; кружки – атомы несущей среды (аргон), ромбики – атомы кремния

Определим массовую концентрацию кремния:

$$C = \rho_k / (\rho_a + \rho_k).$$

Будем считать, что общая плотность газовой смеси остается постоянной во всем рабочем пространстве. Изменение одной компоненты газа будет компенсироваться другой, сохраняя условие $\rho = \text{const}$. Давление насыщенного пара для кремния при температурах, не сильно превышающих точку плавления кремния, весьма мало и равно по порядку величины $p_s = 10$ Па. На правой границе кремний полностью поглощается, а значит не оказывает никакого давления на стенку:

$$p_a = \rho_a RT / \mu_a, \quad p_k = \rho_k RT / \mu_k.$$

Здесь R – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, μ_k – молярная масса кремния, μ_a – молярная масса аргона, причем $\mu_a > \mu_k$. Складываем давления с весом и упрощаем получившееся выражение

$$p_a \mu_a + p_k \mu_k = \rho RT.$$

Определим давление на правой границе. Здесь $p_k = 0$, значит общее давление будет состоять только из давления аргона, обозначим его следующим образом

$$p_{a2} = \rho RT / \mu_a.$$

Теперь определим давление аргона на левой границе

$$p_{a1} = (\rho RT - p_k \mu_k) / \mu_a.$$

Таким образом, общее давление газа на левой определяется выражением

$$p_1 = \frac{\rho RT - p_k \mu_k}{\mu_a} + p_{k1} = \frac{\rho RT}{\mu_a} + p_{k1} \frac{\mu_a - \mu_k}{\mu_a}.$$

Общее давление газа на правой границе

$$p_2 = \rho RT / \mu_a.$$

Из формул для давления видно, что $p_1 > p_2$, т.е. фактически имеется течение газа от левой границы к правой при наличии градиента давления. Это известное течение Пуазейля, для которого имеем решение:

$$u(y) = -\frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} y(y-H),$$

где градиент давления вычисляется следующим образом [5]:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\Delta p}{L} = \frac{p_{k1}}{\mu_a L} (\mu_a - \mu_k).$$

Здесь u – x -компонента среднemasсовой скорости $\vec{v}(u, 0, 0)$, H – высота образца, η – динамическая вязкость.

Уравнение, описывающее транспорт паров кремния, с учётом конвективного переноса имеет следующий вид [5]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) C = D \Delta C.$$

Предполагаем стационарный случай и одномерное течение газа. Таким образом, в двумерном приближении данное уравнение упрощается и приобретает следующий вид:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right).$$

Подставляем выражение для полученной ранее скорости переноса газа и получаем окончательный вид уравнения:

$$-\frac{p_{k1}(\mu_a - \mu_k)}{\mu_a L} \frac{y(y-H)}{2\eta} \frac{\partial C}{\partial x} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right).$$

Это линейное дифференциальное уравнение 2 порядка с переменным коэффициентом. Данное уравнение решалось методом конечных разностей на языке программирования C++. Схемы дискретизации первого порядка точности использовались для аппроксимации производных как по фиктивному времени, так и по пространству. Первый порядок точности для пространственных производных с “разностями назад” использовался для обеспечения устойчивости разностной схемы. В ходе вычислений использовалась равномерная по пространству сетка с разбиением 80:45. Высота образца равна $H = 0.4$ м, расстояние от расплава до изделия $L = 0.6$ м. На верхней и нижней гранях ставилось условие непроницаемости, на левой границе задавалась постоянная концентрация кремния, на правой – условие полного поглощения. По результатам вычислений построено поле концентрации кремния, представленное на рис. 2. Видно, что учет конвективного переноса паров кремния, помимо диффузионного транспорта, подтверждает наблюдаемую в

экспериментах более высокую степень распространения паров кремния во всем пространстве реторты.

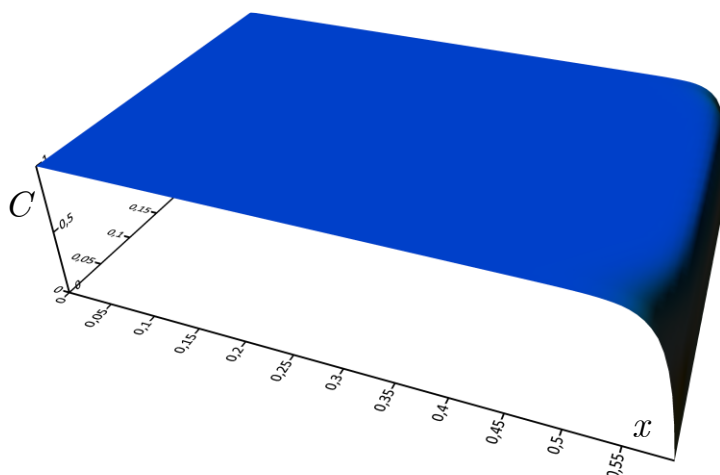


Рис.2. Поле концентрации кремния в стационарном режиме при $t = 1$ с

3. Заключение

Получено численное решение обобщенного уравнения диффузии паров кремния при силицировании пористого углеродного материала. Оно подтверждает, что нет необходимости располагать тигли с расплавленным кремнием максимально близко к поверхности изделия, как это предполагалось ранее. Полученные результаты указывают на то, что сторонние газы создают определенное сопротивление для диффузионного потока кремния, при этом классическая диффузия не является единственным механизмом переноса. Учет дополнительного конвективного переноса позволяет объяснить аномально интенсивное насыщение пористого углеродного материала парами кремния, наблюдаемое в опыте.

Список литературы

1. Кулик В.И., Кулик А.В., Рамм М.С., Демин С.Е. Численное исследование градиентных газофазных процессов получения керамоматричных композитов с SiC матрицей // Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества: Сб. матер. V межд. конф., М.: ИМЕТ РАН, 2014. С. 128-129.
2. Гирифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: Изд-во иностр. лит-ры. 1961. – 929 с.
3. Демин В.А., Демина Т.В., Марышев Б.С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика, 2022. № 3. С. 48-55.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. Физматлит, 2001, – 736 с.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В УСТАНОВКЕ ПОГРУЖНОГО ГОРЕНИЯ

В. А. Демин^{a,b}, А. В. Костыря^b

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^b Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Рассмотрен нестационарный режим работы лабораторной установки с погружным горением на начальном интервале времени. Обнаружены осцилляции потока твёрдой фазы на дне установки, а также синхронные им колебания давления на срезе сопла горелки и скорости на кончике газовой струи. Обосновывается гипотеза об определяющем влиянии неустойчивости струйного движения дымовых газов на осцилляционное поведение всей гидродинамической системы.

Ключевые слова: погружное горение; нестационарный режим; многофазное течение; осцилляция

NONSTATIONARY HYDRODYNAMIC REGIMES IN THE SETUP WITH SUBMERGED COMBUSTION

V. A. Demin^{a,b}, A. V. Kostyrya^b

^a Perm State National Research University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^b Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolskiy ave., 614990, Perm

The nonstationary hydrodynamic regime of operation of a laboratory setup with submerged combustion is considered at the initial time interval. Oscillations of the solid phase flow at the bottom of the facility, as well as synchronous fluctuations in pressure at the burner nozzle exit and velocity at the tip of the gas jet, were found. A hypothesis is substantiated about the determining influence of flue gas jet instability on the oscillatory behavior of the entire hydrodynamic system.

Keywords: submerged combustion; transient mode; multiphase flow; oscillation

Работа посвящена численному моделированию нестационарного режима работы установки погружного горения с переменным уровнем жидкости. Такой режим имеет место при глубоком выпаривании растворов с удалением по массе 60 – 70 процентов воды. Принципиальная схема установки представлена на рис. 1.

Адекватная физико-математическая модель была построена в ходе исследования [1] и дала предварительные результаты, хорошо согласующиеся с ранее известными данными по динамике потоков в

рассматриваемой геометрии. Указанная модель рассматривает взаимодействия жидкость – газ и жидкость – твёрдые частицы отдельно.

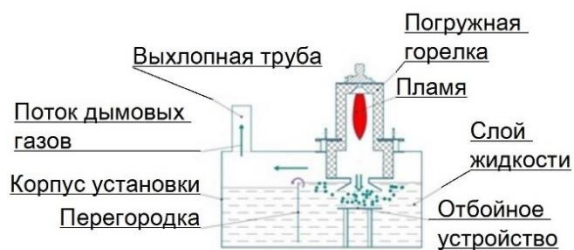


Рис. 1. Принципиальная схема лабораторной установки

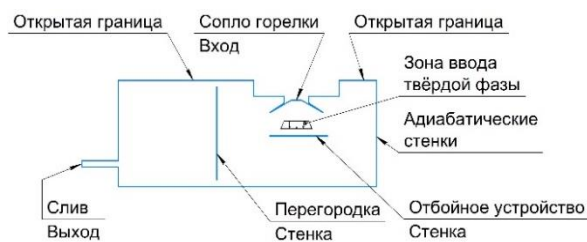


Рис. 2. Расчётная схема лабораторной установки

Так как эффекты флотации не являются определяющими при работе АПГ, пренебрежение взаимодействием газ – твёрдые частицы считаем оправданным. Взаимодействие газовой и жидкой фаз моделировалось с помощью подхода «Эйлер-Эйлер» (Eulerian-Eulerian multiphase model) [2, 3], движение твёрдых частиц – с помощью подхода «Эйлер-Лагранж» (Lagrangian particle tracking model) [4]. Преимуществом «Эйлер-Лагранж» подхода является возможность построить траектории частиц от момента зарождения до момента их осаждения на поверхность или вынужденного самоуничтожения по причине ограниченности вычислительных ресурсов в отношении допустимой длины траектории частиц. Также в модель были заложены уравнения турбулентного движения, так как струя горячих дымовых газов в момент выхода из сопла горелки имеет скорость порядка 100 м/с и может вызывать значительные турбулентные пульсации в зоне контакта с жидкостью. В то же время, в зонах, удалённых от горелки, особенно за вертикальной перегородкой, течение потока может оставаться ламинарным. Таким образом, для корректной имитации течений необходима модель турбулентности, обеспечивающая надёжные результаты как при высоких, так и при низких числах Рейнольдса. Этому требованию отвечает модель RNG k-ε (с ренормализованными группами) [2]. Для целей моделирования использовались следующие среды: жидкая фаза – вода, газовая – воздух (как идеальный газ), твёрдые частицы – хлорид калия. На рис. 2 представлена расчётная схема, использованная в настоящем исследовании. На срезе сопла горелки задан поток пузырьков газа. Было принято допущение о равномерном распределении по сечению параметров потока. Верхняя граница расчётной области является открытой, то есть допускает движение сред как вовне, так и внутрь области. При этом задаются параметры среды, находящейся за её границей. В нашем случае были заданы атмосферные условия. Для моделирования убыли жидкости был введён слив с постоянным расходом 1 кг/с.

Ввод твёрдой фазы осуществляется в пространстве между соплом горелки и отбойным устройством. Эта зона является местом максимальной теплонапряжённости, а значит, в реальном процессе именно здесь будет происходить испарение жидкости и, как следствие, выпадение в осадок кристалликов соли.

Прочие границы расчётной области являются адиабатическими стенками. Дополнительно для нижнего днища и верхней поверхности отбойного устройства введено условие полной абсорбции твёрдой фазы. С помощью данного приёма имитируется прилипание соли к указанным поверхностям.

Уравнения физико-математической модели решались с помощью коммерческого пакета ANSYS CFX 2020R2. Пакет ANSYS CFX представляет собой программное обеспечение для моделирования задач гидродинамики. Вычислительным пакетом реализуется гибридная технология, основанная на методе конечных объемов с использованием метода конечных элементов. Метод выбран в силу его хорошей разработанности применительно к задачам с особыми требованиями к консервативности численной схемы [5].

Рассматривался нестационарный режим работы установки в интервале $\theta = 4 \div 120$ с. Приняты следующие размеры расчётной области: длина 2.11 м, ширина 1.31 м, высота 0.86 м. В результате проведения численных экспериментов были получены данные об интенсивности осаждения твёрдой фазы, её накоплению на дне и в толще жидкости. Данные экспериментов представлены в таблице 1, а также на рисунках 3 – 8.

Табл. 1. Выходные данные численного эксперимента

Время, с	Поток твёрдой фазы на дне, кг/с	Количество осевшей твёрдой фазы, кг	Объём твёрдой фазы, м ³	Объём жидкости в установке, м ³	Скорость газа на кончике струи, м/с			Давление на срезе сопла, Па
					X	Y	Z	
4	0.0000	0.000	0.0006896	2.126	-	-	-	-
8	0.0003	0.000	0.0000983	2.093	0.79	-10.77	0.44	1900
12	0.0180	0.018	0.0001819	2.081	0.85	-10.46	-1.00	1809
16	0.0339	0.052	0.0002419	2.069	0.16	-10.06	0.07	1815
20	0.0275	0.080	0.0002934	2.060	-0.66	-8.06	-0.81	1752
24	0.0285	0.108	0.0003377	2.051	0.70	-10.31	0.83	1728

Время, с	Поток твёрдой фазы на дне, кг/с	Количество осевшей твёрдой фазы, кг	Объём твёрдой фазы, м ³	Объём жидкости в установке, м ³	Скорость газа на кончике струи, м/с			Давление на срезе сопла, Па
					X	Y	Z	
28	0.0366	0.145	0.0003788	2.043	1.77	-11.13	0.10	1714
32	0.0407	0.185	0.0004085	2.037	1.86	-11.26	1.31	1633
36	0.0347	0.220	0.0004435	2.031	0.52	-9.92	-0.50	1607
40	0.0460	0.266	0.0004756	2.025	0.06	-10.02	-0.53	1616
44	0.0427	0.309	0.0004977	2.019	0.57	-9.87	-0.97	1547
48	0.0470	0.356	0.0005119	2.014	-0.01	-11.93	0.02	1569
52	0.0471	0.403	0.0005255	2.009	-1.57	-11.22	-1.52	1580
56	0.0407	0.444	0.0005405	2.004	1.08	-10.59	0.49	1505
60	0.0480	0.492	0.0005377	1.999	0.23	-10.41	0.02	1477
64	0.0445	0.536	0.0005270	1.995	0.46	-11.12	-0.32	1524
68	0.0314	0.568	0.0005178	1.990	0.33	-10.68	0.15	1467
72	0.0390	0.607	0.0005142	1.986	0.35	-11.42	0.71	1448
76	0.0432	0.650	0.0005122	1.982	1.31	-10.60	0.96	1392
80	0.0412	0.691	0.0005062	1.977	0.28	-10.36	0.67	1445
84	0.0409	0.732	0.0005040	1.973	0.31	-10.32	-0.40	1360
88	0.0371	0.769	0.0005087	1.969	-0.20	-11.78	0.86	1417
92	0.0388	0.808	0.0005124	1.965	0.72	-10.53	0.96	1385
96	0.0423	0.850	0.0005193	1.961	-1.19	-11.53	-0.73	1357
100	0.0322	0.882	0.0005226	1.958	-1.44	-10.99	-0.62	1382
104	0.0407	0.923	0.0005266	1.954	1.14	-9.17	0.19	1286
108	0.0347	0.958	0.0005402	1.950	0.72	-11.57	0.91	1323
112	0.0431	1.001	0.0005479	1.946	0.80	-11.13	0.45	1259
116	0.0382	1.039	0.0005528	1.943	2.07	-11.08	0.50	1251
120	0.0359	1.075	0.0005645	1.939	-0.08	-10.14	-1.74	1233

Как видно из рисунка 3 поток частиц, осевших на дне установки, резко возрастает в первые 20 секунд эксперимента. Затем изменение потока колеблется возле постоянного значения в окрестности 0.0375 кг/с. На рисунке 4 показано накопление твёрдой фазы на дне установки, что является результатом интегрирования потока по времени. Накопление близко к линейному после момента времени $\theta = 20$ с, что подтверждает предположение о колебаниях потока возле некоторой линии тренда.

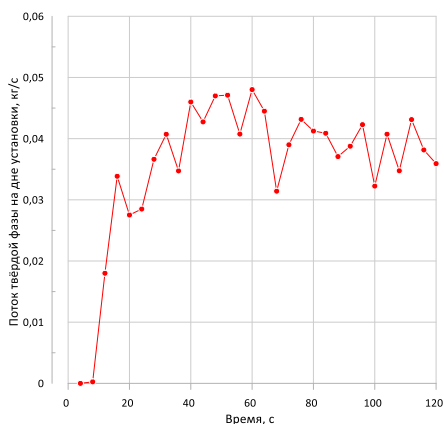


Рис. 3. Поток твёрдой фазы на дне установки

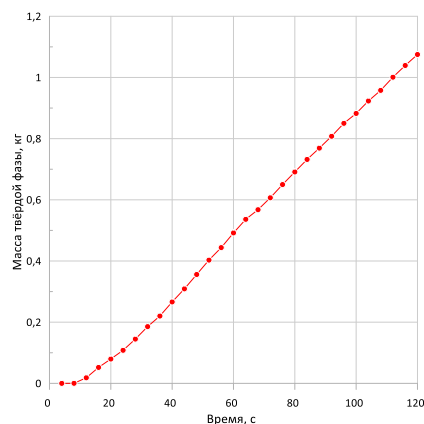


Рис. 4. Накопление твёрдой фазы на дне установки

Накопление в толще жидкости распределённой твёрдой фазы также происходит стадийно. Из рисунка 5 видно, что до момента времени $\theta = 44$ с объём твёрдых частиц демонстрирует замедляющийся рост, а после указанного момента наблюдается выход на плато в области значений $5.5 \cdot 10^{-4}$ м³. Снижение объёма жидкости в установке, как видно из рисунка 6, является сначала нелинейным, с последующим выходом на линейный участок. Первоначальная нелинейность процесса объясняется методикой численного эксперимента. В соответствии с начальными условиями в момент времени $\theta = 0$ вся расчётная область заполнена водой.

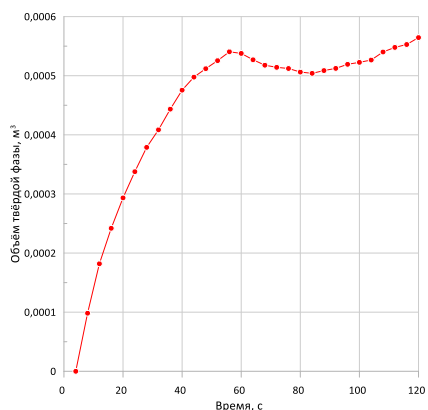


Рис. 5. Объём твёрдой фазы, распределённой в жидкости

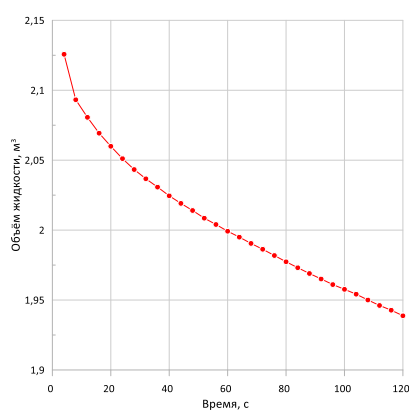


Рис. 6. Объём жидкости в установке

Далее начинается нагнетание в установку горячих дымовых газов, которые вытесняют часть жидкости через открытую границу. Это происходит до тех пор, пока дымовые газы не займут объём, соответствующий развитому барботажному слою. После этого изменение уровня определяется только интенсивностью стока.

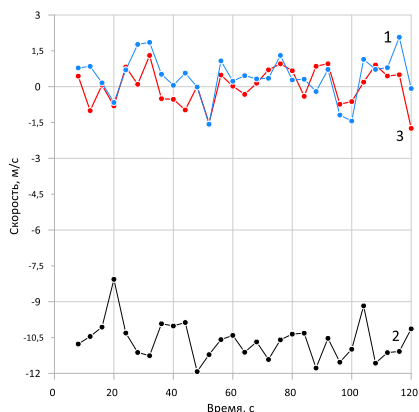


Рис. 7. Скорость газа на кончике струи; 1-3 – X, Y и Z-компоненты, соответственно

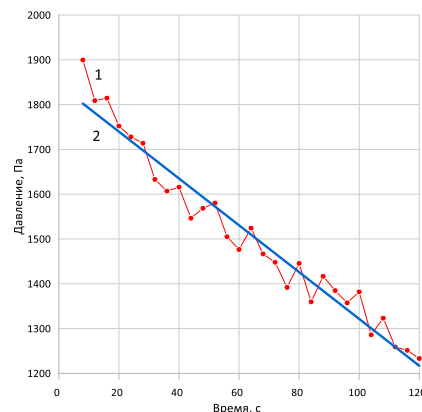


Рис. 8. Давление на срезе сопла
1 – численные данные, 2 – линейная аппроксимация

Кроме того, были исследованы скорость дымовых газов на кончике струи, вырывающейся из сопла горелки, и давление на срезе сопла. На рисунке 8 видно падение давления, которое может быть линейно аппроксимировано. Падение давления объясняется развитием вокруг погружной горелки барботажного слоя. Плотность этого слоя ниже плотности жидкости, таким образом, он создаёт меньшее гидростатическое давление. Также была обнаружена осцилляция скоростей и давлений (рисунки 7 и 8), аналогичная осцилляции потока твёрдой фазы на дне установки. Можно выдвинуть гипотезу о том, что источником осцилляции является колебание струи газа.

Список литературы

1. Демин В.А., Костыря А.В. Динамика трёхфазного потока газ-жидкость твёрдые частицы в установке погружного горения // Известия СПбГТИ(ТУ) 2022. № 63 (89). С. 78-83 DOI 10.36807/1998-9849-2022-63-89-78-83.
2. Yunfeng Liu, Xiliang Sun, Zeneng Sun, Chao Zhang, Jesse Zhu. Experimental and numerical studies on a bubble-induced inverse gas-liquid-solids fluidized bed // Advanced Powder Technology. 2021. № 32. С. 4496-4508.
3. Peng Li, Xuhui Zhang, Xiaobing Lu. Three-dimensional Eulerian modeling of gas-liquid-solid flow with gas hydrate dissociation in a vertical pipe // Chemical Engineering Science. 2019. № 196. С. 1456-1465.

4. *M. Mahdavianesh, A.R. Noghabadi, M. Behbahaninejad, G. Ahmadi, M. Dehghanian. Lagrangian Particle Tracking: Model Development // Life Science Journal. 2013. № 10. С. 34-41.*
5. *Ковеня В. М. Алгоритмы расщепления в методе конечных объемов для численного решения уравнений Навье – Стокса // Марчуковские научные чтения – 2017. Труды междун. науч. конф. Новосибирск: Изд-во Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. 2017. С. 428-433.*

ВЛИЯНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИОНОВ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ПРОТОНИРОВАНИИ НИОБАТА ЛИТИЯ

В. А. Демин, М. И. Петухов, Р. С. Пономарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Работа посвящена изучению влияния диэлектрической проницаемости на поведение продуктов реакции протонного обмена между расплавом бензойной кислоты и кристаллом ниобата лития. А именно, рассматривается диффузия и последующая рекомбинация бензоат-ионов и ионов лития в бензойной кислоте. Показано, что бензоат-ионы образуют стационарный пограничный слой вблизи межфазной поверхности. Учет диэлектрической проницаемости кислоты увеличивает толщину данного слоя, а также характерную разность потенциалов между его границами.

Ключевые слова: протонный обмен; пограничный слой; диэлектрическая проницаемость; численное моделирование

THE INFLUENCE OF THE DIELECTRIC PERMITTIVITY ON THE ION DISTRIBUTION IN BOUNDARY LAYER DURING LITHIUM NIOBATE PROTONATION

V. A. Demin, M. I. Petukhov, R. S. Ponomarev

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The article is devoted to the study of the influence of dielectric constant on the behavior of proton exchange reaction products between a benzoic acid melt and a lithium niobate crystal. Namely, diffusion and subsequent recombination of benzoate ions and lithium ions in benzoic acid are considered. It is shown that benzoate ions form a stationary boundary layer near the interface. Accounting for the dielectric constant of the acid increases the thickness of this layer, as well as the characteristic potential difference between its boundaries.

Keywords: proton exchange; boundary layer; dielectric permittivity; numerical simulation

Протонный обмен используется в технологии создания планарных или канальных волноводов [1]. При реализации данной технологии источник протонов, роль которого часто играет бензойная кислота, приводится в контакт с протонируемой поверхностью, например, ниобатом лития [2]. При разогреве такой системы до характерных температур ~ 500 К возникают условия для термической диссоциации молекул кислоты: образуются ионы водорода, которые имеют тенденцию проникать в кристалл и замещать собой ионы лития, и бензоат-ионы. В ответ на замещение ионы лития

выходят из кристалла в кислоту и в дальнейшем рекомбинируют с бензоат-ионами.

Согласно результатам проведенных ранее экспериментов [3,4], процессы, проходящие в бензойной кислоте, оказывают большое влияние на характеристики получаемого волновода. С фундаментальной точки зрения эти процессы все еще не изучены до конца, исходя из чего вытекает актуальность настоящего исследования.

Для описания поведения бензоат-ионов и ионов лития в бензойной кислоте в работе [5] была предложена математическая модель, основанная на уравнениях механики сплошных сред. Результаты решения сформулированных уравнений позволили сказать, что в процессе протонирования бензоат-ионы образуют стационарный пограничный слой, толщина которого составляет $\sim 10^{-7}$ м.

В данной статье рассматривается задача, постановка которой в определенном смысле аналогична [5]: однородная поверхность кристалла ниобата лития, контактирующая с бензойной кислотой при температуре $T = 500$ К и частично окруженная фотолитографической маской (рис. 1). Высота маски $h = 2 \cdot 10^{-6}$ м, длина $l = 10^{-5}$ м.

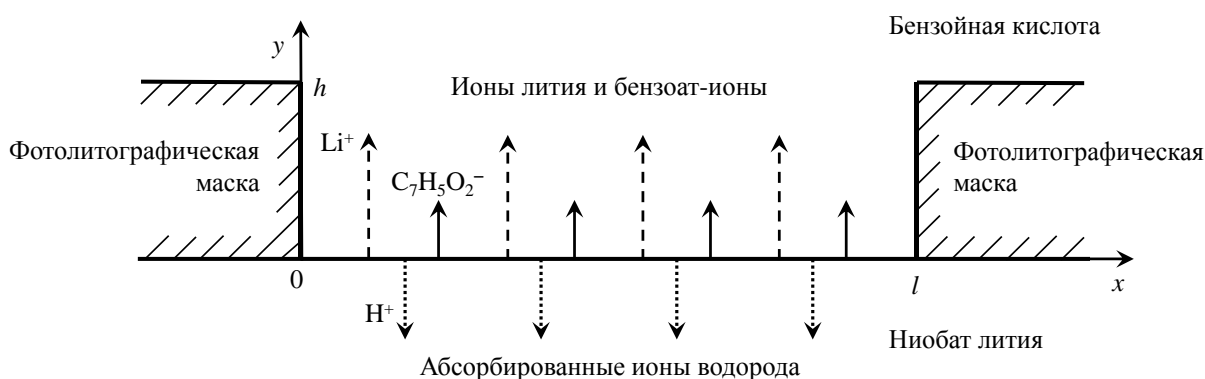


Рис. 1. Геометрия задачи. Система координат

Для описания поведения ионов использовалась следующая система уравнений [6]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + e(n_+ - n_-) \mathbf{E} + \rho g \mathbf{y}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \operatorname{div}(\varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}) = e(n_+ - n_-), \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) n_{\pm} = D_{\pm} \Delta n_{\pm} \mp \nabla(k_{\pm} n_{\pm} \mathbf{E}) - k_R n_+ n_-, \quad (3)$$

где \mathbf{v} , \mathbf{E} , φ , p , n_+ , n_- – поля скорости, напряженности электрического поля, электрического потенциала, давления и концентрации положительно и отрицательно заряженных ионов. Коэффициенты ρ , η , g , e , ε_0 , ε обозначают плотность, динамическую вязкость, ускорение свободного падения, заряд

электрона, электрическую постоянную и диэлектрическую проницаемость. D_+ , D_- , k_+ , k_- , k_R соответствуют диффузии и подвижности ионов, а также коэффициенту рекомбинации:

$$k_R = \frac{e(k_+ + k_-)}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (4)$$

Систему уравнений (1) – (3) дополняют граничные условия, отвечающие постоянной плотности потока ионов J со стороны подложки и непроницаемости остальных границ:

$$\begin{aligned} x=0, l: \quad \mathbf{v} &= 0, \quad \frac{dn_{\pm}}{dx} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0, \\ y=0: \quad \mathbf{v} &= 0, \quad \frac{dn_+}{dy} = -\frac{J}{D_+}, \quad \frac{dn_-}{dy} = -\frac{J}{D_-}, \quad \varphi = 0, \\ y=h: \quad \frac{dv_x}{dy} &= 0, \quad v_y = 0, \quad \frac{dn_{\pm}}{dy} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dy} = 0. \end{aligned}$$

Значения всех параметров выбирались также по аналогии с [5]: $J = 10^{18} \text{ с}^{-1}\text{м}^{-2}$, $k_+ = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с} \cdot \text{В}$, $k_- = 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с} \cdot \text{В}$, $D_+ = 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$, $D_- = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$, $\eta = 5 \cdot 10^{-4} \text{ кг/с} \cdot \text{м}$. При решении задачи использовалось несколько значений диэлектрической проницаемости: $\varepsilon = 1, 10, 20, 30$, для каждого из которых согласно (4) бралось отдельное значение коэффициента рекомбинации.

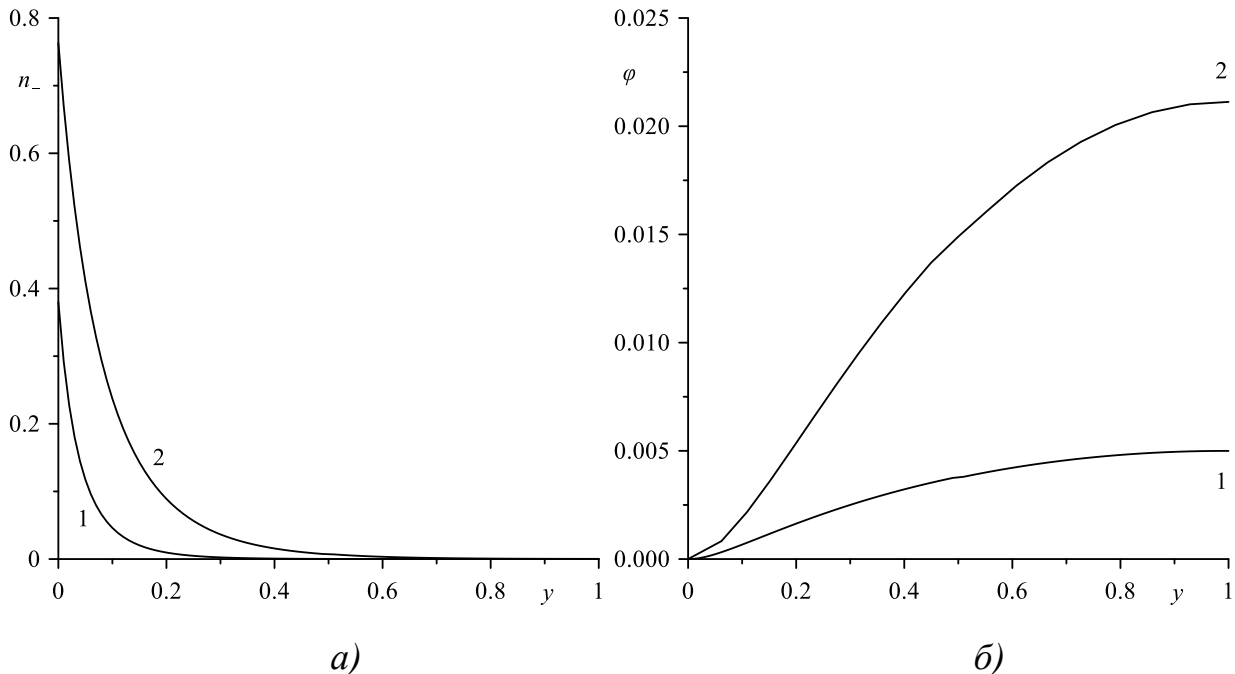


Рис. 2. Безразмерные профили концентрации бензоат-ионов (а) и электрического потенциала (б) при 1 – $\varepsilon = 1$ и 2 – $\varepsilon = 10$

Результаты численного решения краевой задачи показали, что по истечению характерного времени $\sim 10^{-4}$ с все гидродинамические возмущения затухают и рассматриваемая система выходит на стационарный режим. Как и в [5], ионы лития имеют возможность удалиться на гораздо большее расстояние от подложки, в то время, как бензоат-ионы образуют пограничный слой. Учет реалистичных значений диэлектрической проницаемости увеличивает толщину пограничного слоя с $2 \cdot 10^{-7}$ м при $\varepsilon = 1$ до $4 \cdot 10^{-7}$ м при $\varepsilon = 10$. Ионы лития удерживаются вблизи кристалла создаваемым за счет разности концентраций электрическим полем, характерная разность потенциалов которого также заметно увеличивается: с 10^{-4} В до 10^{-3} В (рис. 2).

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (№ 121101300016-2).

Список литературы

1. *Kuneva M.* Optical waveguides obtained via proton exchange technology in LiNbO_3 and LiTaO_3 – a short review. International Journal of Scientific Research in Science and Technology, Vol. 2, Issue 6, pp. 40-50, 2016.
2. *Jackel J. L., Rice C. E., Veselka J. J.* Proton exchange for high-index waveguides in LiNbO_3 , Appl. Phys. Lett. 41, pp. 607-608, 1982.
3. *Kichigin V. I., Petukhov I. V., Mushinsky S. S., Oborin V. A., Minkin A. M., Malinina L. N., Shevtsov D. I., Volyntsev A. B.* Structure and properties of proton exchange waveguides on Z cut of lithium niobate crystal fabricated in molten benzoic acid with the addition of lithium benzoate, International Conference and Seminar of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices, pp. 238-241, 2012.
4. *Mushinsky S. S., Minkin A. M., Petukhov I. V., Kichigin V. I., Shevtsov D. I., Malinina A. M., Volyntsev A. B., Neradovskiy M. M., Shur V. Ya.* Water effect on proton exchange of X-cut lithium niobate in the melt of benzoic acid, Ferroelectrics, 476:1, pp. 84-93, 2015.
5. *Demin V. A., Petukhov M. I., Ponomarev R. S.* An Ionic Boundary Layer near the Lithium Niobate Surface in the Proton Exchange Process, Surface Engineering and Applied Electrochemistry, 59, pp. 321-328, 2023.
6. *Pontiga F., Castellanos A.* Physical mechanisms of instability in a liquid layer subjected to an electric field and a thermal gradient, Phys. Fluids, 6, pp. 1684-1707, 1994.

РАЗВИТИЕ РЕАКЦИИ В КАПЛЕ, ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ХИМИЧЕСКИ АКТИВНЫЙ ПАВ ИЗ ЕГО ОДНОРОДНОГО РАСТВОРА

М. О. Денисова^{a,b}, К. Г. Костарев^{a,b}

^a Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Экспериментально изучено развитие реакции нейтрализации в капле цилиндрической формы, экстрагирующей поверхностно-активный реагент из окружающего ее раствора в вертикальной ячейке Хеле-Шоу. Форма капли позволяет визуализировать с помощью оптических методов структуру и проследить эволюцию течений и полей показателя преломления света, сформированных распределениями концентрации реагентов и продуктов реакции в капле и ее окрестности. Определены характерные времена экстракции и развития реакции в зависимости от соотношения начальных концентраций реагентов и размеров капли.

Ключевые слова: капля; диффузия; массоперенос; реакция нейтрализации

DEVELOPMENT OF A REACTION IN A DROPLET THAT EXTRACTS CHEMICALLY ACTIVE SURFACTANT FROM ITS HOMOGENEOUS SOLUTION

M. O. Denisova^{a,b}, K. G. Kostarev^{a,b}

^a Perm National Research Polytechnic University, 29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

^b Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, 1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The development of a neutralization reaction in a cylindrical droplet during the extraction of a surfactant from the surrounding solution in a vertical Hele-Shaw cell has been experimentally studied. The shape of the droplet made it possible to visualize the structure of the flows and the fields of the refractive index of light formed by the concentration distributions of the reactants and reaction products in the droplet and its vicinity by optical methods. The evolution of flows and the fields of the refractive index was also traced. The characteristic times of extraction and development of the reaction were determined depending on the ratio of the initial concentrations of the reactants and the size of the droplets.

Keywords: drop; diffusion; mass transfer; neutralization reaction

Гидродинамика реагирующих сред, зародившись несколько десятилетий назад, до сих пор остается весьма привлекательной областью

исследований благодаря многочисленным технологическим приложениям [1]. Не последнюю роль в этом интересе играют задачи массообмена, в том числе касающиеся процессов экстракции необходимых реагентов с участием капель. Сложность исследований здесь, в первую очередь, связана со сферической формой капли, препятствующей непосредственному применению оптических методов для выяснения структуры и эволюции течений и полей концентрации реагентов и продуктов реакции внутри капли. В результате, большинство работ ограничивается изучением динамики массообмена, определяя его интенсивность по скорости роста или убыли искомого реагента в окружающей жидкости. Частично существующих ограничений можно избежать, если использовать капли цилиндрической формы, для создания которой достаточно поместить каплю в параллельный зазор с толщиной меньше ее диаметра. В такой капле массообмен идет только через ее боковую поверхность, а ее плоские торцы позволяют беспрепятственно исследовать этот процесс с помощью оптических методов, включая интерферометрию.

В докладе представлены результаты изучения реакции нейтрализации в капле подобной формы, поглощающей недостающий реагент из окружающего однородного раствора. Рассмотрен случай, когда равенство химических потенциалов в системе жидкостей наступает при достижении более высокой концентрации реагента в капле, чем в окружающей среде. Для создания таких условий в качестве базовой жидкости капли был выбран водный раствор гидроксида натрия; окружающая среда представляла собой смесь бензола и хлорбензола с уксусной кислотой, последняя выполняла роль экстрагируемого реагента с поверхностно-активными свойствами. Продукты реакции – вода и водорастворимый ацетат натрия.

На рис. 1 представлена серия интерферограмм, отражающих экстракцию уксусной кислоты в каплю с развитием реакции нейтрализации при равных исходных концентрациях кислоты и гидроксида натрия $C_0 = C_{01} = 0.5$ моль/л. За начало отчета времени принят момент завершения формирования капли, процесс создания которой занимал порядка 30 с.

К этому моменту вокруг капли уже был сформирован внешний погранслои, обусловленный стеканием смеси бензолов с пониженным содержанием кислоты вследствие ее диффузии в каплю. Кислота, проникая в каплю, немедленно реагировала с гидроксидом. Генерируемое реакцией тепло совместно с водой делало возникающий раствор ацетата натрия легче основной жидкости капли, в результате чего вдоль боковой поверхности капли формировалось узкое восходящее течение. Однако тот же раствор разделял гидроксид и кислоту, делая реакцию возможной только тогда, когда кислота преодалевала его толщину. Как следствие, непосредственно у границы капли возникал слой раствора ацетата, «обогащенного» кислотой, которая делала его более плотным по сравнению с окружающей жидкостью, что заставляло его стекать вниз, накапливаясь на дне капли и образуя застойную зону. Всплывающая часть раствора ацетата,

напротив, накапливалась у верхнего полюса капли. В процессе всплывания эта часть раствора частично остывала, а также частично диффундировала в еще непрореагировавший раствор гидроксида натрия, повышая его плотность.

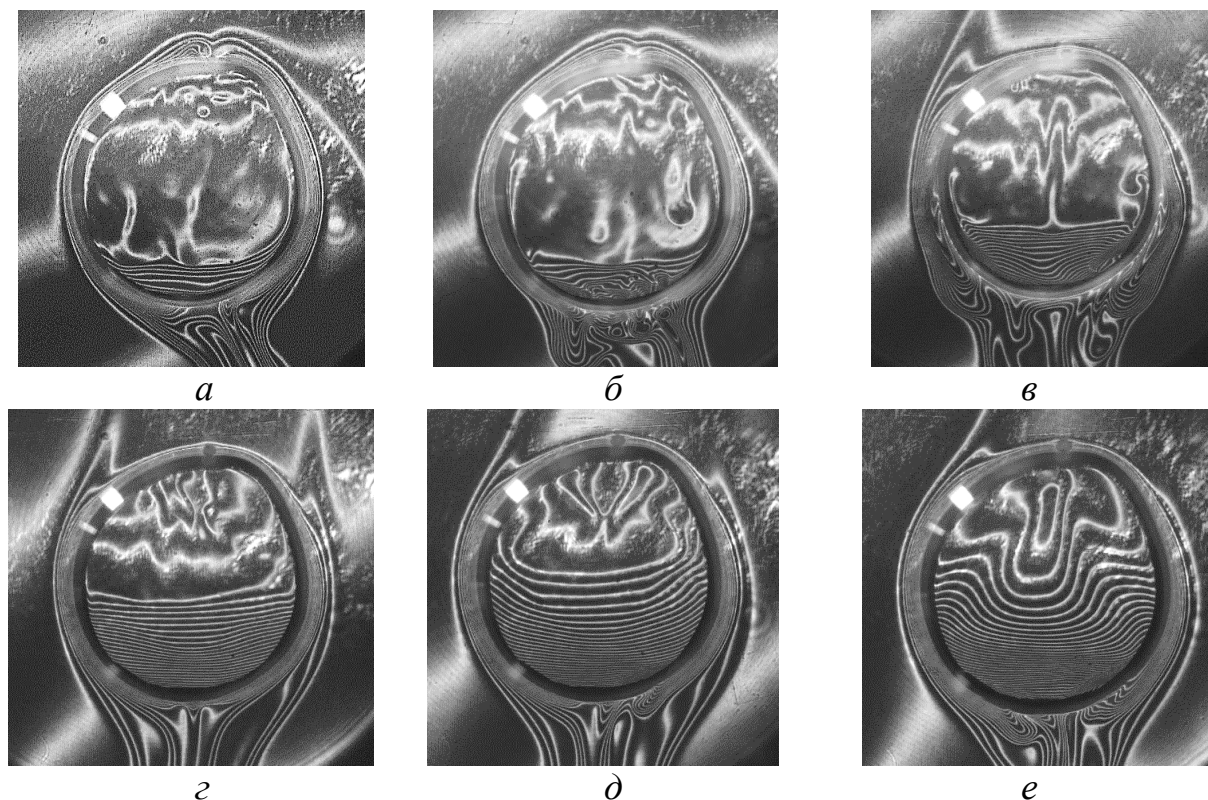


Рис. 1. Эволюция полей концентрации в ходе реакции нейтрализации в капле водного раствора гидроксида натрия с $C_{01} = 0.5$ моль/л при экстракции ею уксусной кислоты с $C_0 = 0.5$ моль/л. Время с момента создания капли: t , с: а – 69; б – 89; в – 224; г – 365; д – 600; е – 726. Диаметр капли $D_0 = 7.1$ мм

В результате, в верхней части капли раствор гидроксида натрия становился тяжелее раствора вблизи центра капли, терял устойчивость и стекал вниз «пальцами» (рис. 1а-б). Появление застойной зоны смещало фронт реакции нейтрализации с границы капли к верхней границе зоны. Продолжавшая диффузия кислоты усиливала вертикальную стратификацию раствора по концентрации, что приводило к формированию перепада межфазного натяжения вдоль боковой поверхности капли и – по достижению пороговых значений перепада – к кратковременной (порядка двух-трех секунд) «вспышке» конвекции Марангони. Одновременно это движение провоцировало падение струй раствора ацетата, «обогащенного» кислотой, вдоль боковой поверхности капли, что в свою очередь, могло инициировать очередную, но более интенсивную и продолжительную «вспышку» конвекции Марангони. В результате, на два-три слабых капиллярных «подергивания» поверхности капли приходилась одна интенсивная «вспышка» течения Марангони.

Необходимо отметить, что разогрев капли в конечном итоге приводил к возникновению внешнего подъемного течения от капли. Интенсивность этого течения оказалась недостаточной для образования единого факела, поэтому оно имело вид «кошачих ушек» (рис. 1в-г).

С течением времени застойная зона увеличивалась в размерах, а интенсивность реакции падала вследствие как снижения концентрации гидроксида натрия, так и уменьшения объема, занимаемого им в капле (рис. 1е). К моменту завершения реакции этот объем принимал форму узкой вертикальной полоски в верхней части капли (рис. 1е). Процесс экстракции кислоты каплей на этом не прекращался, а продолжался еще длительное время, сопровождаемый «вспышками» конвекции Марангони.

Аналогичная картина наблюдалась и при $C_0 = C_{01} \geq 1.0$ моль/л с той разницей, что все явления происходили с большей интенсивностью. Как и ранее, завершение химической реакции никак не сказывалось на частоте появления и на интенсивности капиллярных «вспышек».

Приведенные интерферограммы позволяют описать структуру и эволюцию течений и полей концентрации на качественном уровне, но получение количественных данных остается проблематичным. Причина кроется в том, что в создании интерференционной картины в капле в ходе реакции в данном случае принимают участие поля концентрации ацетата натрия в неоднородном растворе гидроксида натрия, а также концентрации уксусной кислоты в неоднородном растворе ацетата натрия. А так как все эти растворы имеют общую основу (воду), то поля могут переходить одно в другое без образования резких границ. Ситуация несколько упрощается по завершению реакции, когда в капле остается только распределение кислоты в растворе ацетата натрия, однако последний также неоднороден по высоте.

Облегчить положение может использование рН-индикаторов, изменяющих окраску раствора в зависимости от содержания в нем кислоты или щелочи. Так, добавление в каплю индикатора «Универсальный» позволяет выявить область гидроксида натрия как щелочной среды (рис. 2а,в). Видно, что индикатор дает возможность определить время завершения реакции в капле. Кроме того, современные цветные видеокамеры обладают разрешающей способностью, достаточной для одновременной записи интерферограмм и поля кислотности (рис. 2б,г). Конечно, использование этого подхода не снимает всех проблем определения распределений реагентов и продуктов реакции, но позволяет воспользоваться результатами изучения процесса экстракции кислоты в химически нейтральную жидкость, сравнив, например, интенсивность уменьшения количества интерференционных полос в капле на завершающем этапе экстракции в случаях как с реакцией, так и без нее (рис. 3а) или поведение максимального вертикального перепада показателя преломления в капле (рис. 3б).

Подводя итоги эксперимента, можно указать, что определена структура течений и полей концентрации в капле и прослежена их эволюция. Обнаружено, что реакция развивается не только на поверхности капли, но и в ее объеме. Установлено, что возникающая конвекция Марангони значительно усложняет распределение реагентов и продуктов реакции.

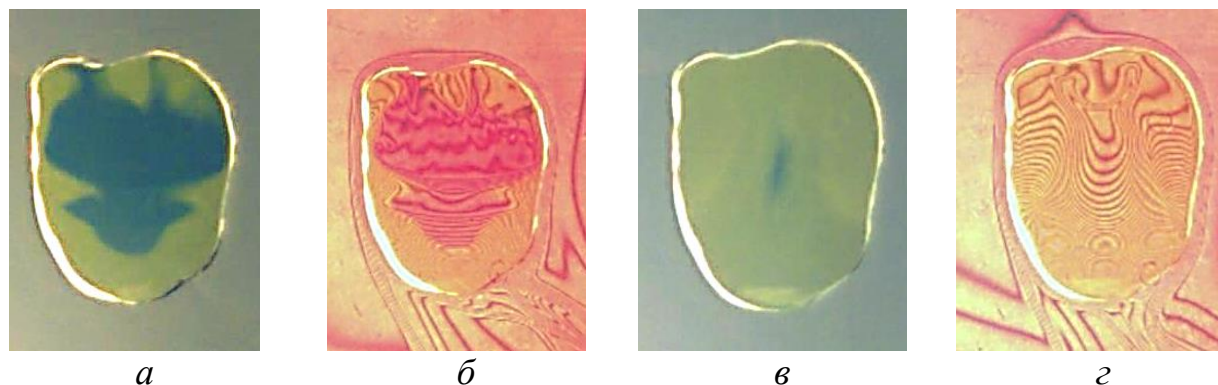


Рис. 2. Поля кислотности и показателя преломления света в ходе реакции в капле водного раствора гидроксида натрия с $C_{01} = 1.0$ моль/л при экстракции ею уксусной кислоты с $C_0 = 1.0$ моль/л. Время с момента создания капли t , с: а – 592, б – 599; в – 1139; г – 1155. $D_0 = 8.3$ мм

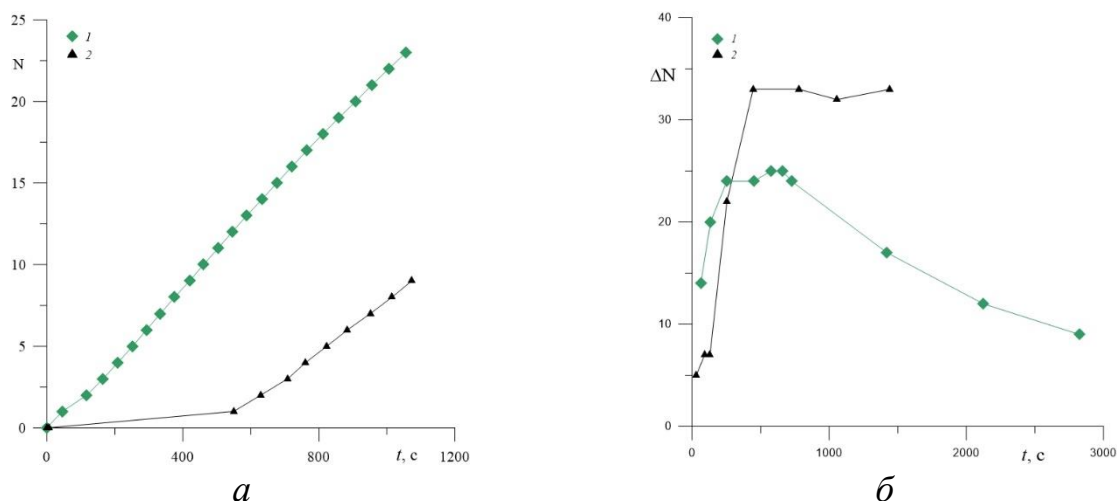


Рис.3. (а) Зависимость показателя преломления света от времени для в верхней части поглощающей капли; (б) зависимость вертикального перепада показателя преломления света в капле от времени ($C_0 = C_{01} = 0.5$ моль/л).

Цветные линии (кривые 1) – аналогичные зависимости для экстракции кислоты в химически нейтральную каплю

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РНФ № 19-11-00133-П.

Список литературы

1. Bratsun D.A., De Wit A. Buoyancy-driven pattern formation in reactive immiscible two-layer systems // Chemical Engineering Science. 2011. Vol. 66. №. 22. P.5723-5734.

КОНВЕКТИВНЫЙ ПЕРЕНОС ПРИМЕСИ В УСЛОВИЯХ ГОРОДСКОГО ЛАНДШАФТА

А. В. Евграфова, А. Н. Сухановский
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе представлен новый подход к задачам городской климатологии, который основан на лабораторном моделировании процессов переноса тяжелых примесей в условиях городского ландшафта. В рамках данного подхода проведено качественное описание процесса распространения смеси диоксида углерода/воздух на примере трехмерного макета части города Пермь. Проведена оценка применимости нового подхода для прогнозирования последствий техногенных катастроф.

Ключевые слова: гравитационная конвекция; примесь; городская агломерация

CONVECTIVE TRANSFER OF ADMIXTURE WITHIN URBAN AREA

A. V. Evgrafova, A. N. Sukhanovskii
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The paper presents a new approach to the problems of urban climatology, which is based on laboratory modeling of heavy impurity transport processes in the urban landscape. Within the framework of this approach, a qualitative description of the process of carbon dioxide/air mixture spreading is carried out on the example of a three-dimensional model of a part of Perm city. The applicability of the new approach for forecasting the consequences of technogenic catastrophes has been evaluated.

Keywords: gravitational convection; impurity; urban agglomeration

Вопрос о применимости лабораторного моделирования к реальным атмосферным течениям до сих пор остается дискуссионным. Известно, что большинство атмосферных потоков являются турбулентными вследствие больших масштабов. При этом управляющие параметры, такие как числа Рейнольдса или Грасгофа, чрезвычайно высоки по сравнению с теми, которые достигаются в лабораторных условиях. Однако недавние исследования турбулентной конвекции Рэлея-Бенара [1-2] показали, что в турбулентных режимах могут наблюдаться крупномасштабные течения, аналогичные тем, которые наблюдаются в ламинарных режимах. Аналогичное явление наблюдалось ранее в работе [3] для турбулентных сдвиговых течений. Основной момент заключается в том, что в определенных конфигурациях турбулентность в основном влияет на процессы переноса, усиливая тем самым диффузию импульса и тепла. В таком случае турбулентные потоки могут

быть описаны с помощью коэффициентов турбулентного переноса. Если пренебречь всеми турбулентными эффектами и использовать наиболее простое описание турбулентной диффузии постоянными значениями коэффициентов турбулентного переноса, то для моделирования турбулентных режимов можно использовать ламинарные потоки. Это сильное упрощение, но оно может быть принято в качестве первого приближения.

Следуя этому подходу, в рамках данного исследования был реализован новый экспериментальный метод для анализа распространения примеси от различных локализованных и протяженных источников загрязнений в пределах городской геометрии. В качестве объекта исследования использован детализированный макет части города Пермь (масштаб печати 1:4000), который учитывает рельеф местности, а также высоту и расположение зданий. Масштаб лабораторной модели был выбран с учетом характерных значений коэффициентов турбулентной вязкости в приземном атмосферном слое [4], для того, чтобы управляющие параметры в лабораторном эксперименте и эффективные управляющие параметры в реальных условиях были сравнимы. В качестве примера был рассмотрен случай распространения углекислого газа.

В ходе эксперимента макет помещался в герметичный контейнер, заполненный дистиллированной водой. Диоксид углерода является тяжелой примесью, поэтому влияние толщины слоя жидкости на процесс распространения не рассматривается. В качестве диоксида углерода в эксперименте был использован водный раствор $NaCl$ массовой концентрации 20%. Мы считаем, что движение примеси в среде происходит в основном за счет гравитационной конвекции, которая неизбежно возникает вследствие разницы плотностей. В качестве безразмерного параметра используем диффузионное число Грасгофа Gr_D , которое определяет интенсивность конвекции.

$$Gr_D = \frac{g \beta_c L^3 \Delta C}{\nu^2},$$

где g – модуль вектора гравитационного ускорения, β_c – коэффициент изменения плотности за счет концентрации, L – характерный размер, ΔC – перепад концентрации, ν – кинематическая вязкость. Для случая распространения примеси в атмосфере вместо кинематической вязкости воздуха был взят ее турбулентный аналог ν_t . Значение коэффициента β_c соответствует смеси воздух/диоксид углерода для случая атмосферы и водным растворам $NaCl$ для случая лабораторного эксперимента соответственно. Табл. 1 содержит значения всех перечисленных величин.

Для случая локализованных источников примесь вводилась в ограниченном количестве в различных точках макета. Протяженный источник представлял собой пвх трубку диаметром 5 мм, имеющую ряд отверстий диаметром около половины миллиметра. В трубку под постоянным давлением в ходе

всего эксперимента подавался раствор соли. Протяженный источник был расположен вдоль основной автомобильной магистрали города Пермь – Комсомольского проспекта. Для визуализации течения примесь была подкрашена водорастворимым красителем. Процесс распространения примеси снимался на видеокамеру.

Табл. 1. Оценка параметров эксперимента

	$g, \text{ м}^2/\text{с}$	βc	$L, \text{ м}$	$\Delta C, \%$	$v/vt, \text{ м}^2/\text{с}$	Gr_D
Эксперимент	9.8	0.76	0.025	20	10^{-6}	$23 \cdot 10^6$
Атмосфера	9.8	0.52	100	0.06-8	0.1	$0.3-40 \cdot 10^6$

В ходе экспериментов было показано, что рельеф местности играет существенную роль в распространении примеси. Примесь стремится заполнить наиболее низко расположенные участки рельефа. При этом здания с одной стороны блокируют движение примеси. Однако, в некоторых случаях их наличие может приводить к образованию застойных зон.

Другой интересный случай применения описанного экспериментального подхода заключается в прогнозировании последствий техногенных катастроф. В качестве примера, рассмотрим выброс хлора на ООО «Сода-Хлорат». ООО «Сода-хлорат» – крупное предприятие химической промышленности, которое расположено в городе Березники Пермского края. По данным газеты «Коммерсантъ» в марте 2013 года на ООО «Сода-хлорат» произошел выход хлора с наружной установки синтеза хлора. Хлор является крайне токсичным газом, который в 2.5 раза тяжелее воздуха. При этом жилые кварталы расположены примерно в 2-3 км от цехов. Опасной концентрацией считается уровень в 0.0001% вещества в воздухе, а содержание 0.01% едкого газа провоцирует серьезный ожог дыхательной системы и отравление. Проведем оценку параметров эксперимента для распространения хлора. Рассмотрим тот же масштаб (1:4000), в качестве примеси – водный раствор NaCl массовой концентрации 5%.

Аналогичный расчет безразмерного параметра Gr_D представлен в табл. 2. Видно, что числа Gr_D очень отличаются. Для того, чтобы в лабораторных условиях приблизиться к нужным значениям безразмерных параметров, необходимо значительно уменьшить масштаб экспериментального макета, либо использовать более вязкую жидкость, что накладывает существенные ограничения на проведение эксперимента.

Табл. 2. Оценка параметров эксперимента

	$g, \text{ м}^2/\text{с}$	βc	$L, \text{ м}$	$\Delta C, \%$	$v/vt, \text{ м}^2/\text{с}$	Gr_D
Эксперимент	9.8	0.76	0.025	5	10^{-6}	$5.8 \cdot 10^6$
Атмосфера	9.8	0.62	100	0.01	0.1	$0.06 \cdot 10^6$

Работа выполнена при поддержке программы АААА-А19-119012290101-5 и стипендии президента РФ для аспирантов и молодых ученых (СП-1404.2021.1).

Список литературы

1. *Pandey A., Scheel J. D., Schumacher J.* Turbulent superstructures in Rayleigh Bénard convection // *Nature communications*. 2018. Т. 9. №. 1. С. 2118.
2. *Emran M. S., Schumacher J.* Large-scale mean patterns in turbulent convection // *Journal of Fluid Mechanics*. 2015. Т. 776. С. 96-108.
3. *Faller A. J.* Large eddies in the atmospheric boundary layer and their possible role in the formation of cloud rows // *Journal of Atmospheric Sciences*. 1965. Т. 22. №. 2. С. 176-184.
4. *Aditi Sharan M.* Analysis of weak wind stable conditions from the observations of the land surface processes experiment at Anand in India // *Pure and Applied Geophysics*. 2007. Т. 164. С. 1811-1837.

ЛАПАРОСКОПИЧЕСКАЯ ИНТРАОПЕРАЦИОННАЯ ОЦЕНКА ДИНАМИКИ КРОВОТОКА МЕТОДОМ ВИЗУАЛИЗИРУЮЩЕЙ ФОТОПЛЕТИЗМОГРАФИИ

В. В. Зайцев^{a,b}, В. А. Кащенко^{b,c}, А. В. Лодыгин^{b,c},
К. Ю. Красносельский^{b,d}, А. А. Камшилин^{a,b}

^a Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН,
690041, Владивосток, ул. Радио, 5

^b Северо-Западный окружной научно-клинический центр им. Л. Г. Соколова
ФМБА, 194291, Санкт-Петербург, проспект Культуры, 4

^c Санкт-Петербургский государственный университет,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

^d Санкт-Петербургский государственный педиатрический медицинский
университет, 194100, Санкт-Петербург, ул. Литовская, 2

Объективная оценка функционального состояния и жизнеспособности биологических тканей при малоинвазивных операциях остается нерешенной задачей. Визуализирующая фотоплетизмография (iPPG) — новый метод количественной оценки распределения перфузии в тканях. Это первое исследование, в котором мы демонстрируем успешное использование iPPG для оценки перфузии органов во время лапароскопической хирургии в операционной. Измерения перфузии проводились перед подготовкой участка кишки или желудка к резекции, после наложения анастомоза или во время физиологических проб. Пространственное распределение перфузии и ее изменения во времени были успешно измерены во всех хирургических случаях.

Ключевые слова: интраоперационная оценка перфузии; визуализирующая фотоплетизмография; малоинвазивная хирургия; лапароскопическая хирургия

LAPAROSCOPIC INTRAOPERATIVE ASSESSMENT OF BLOOD FLOW DYNAMICS BY IMAGING PHOTOPLETHYSMOGRAPHY

V. V. Zaytsev^{a,b}, V. A. Kashchenko^{b,c}, A. V. Lodygin^{b,c}, K. Yu. Krasnoselsky^{b,d},
A. A. Kamshilin^{a,b}

^a Institute of Automation and Control Processes FEB RAS,
5, Radio st., 690041, Vladivostok

^b North-Western District Scientific and Clinical Center FMBA,
4, Kultury ave., 194291, St. Petersburg

^c St. Petersburg State University, 7-9, University emb., 199034, St. Petersburg

^d St. Petersburg State Pediatric Medical University,
2, Litovskaya st., 194100, St. Petersburg

An objective assessment of the functional state and identification of biological tissues in minimally invasive operations remains an unsolved problem. Imaging photoplethysmography (iPPG) is a novel technique for quantifying perfusion distribution across tissues. This is the first study in which we have successfully used iPPG to assess organ perfusion during laparoscopic surgery. Measurement were carried out before preparing a section of the intestine or stomach for resection, after anastomosis, or during physiological test. Perfusion distribution and its changes over time were successfully measured in all surgical cases.

Keywords: intraoperative perfusion assessment; imaging photoplethysmography; minimally invasive surgery; laparoscopic surgery

Лапароскопически ассистированная хирургия малотравматична и значительно сокращает время последующего восстановления больного. Интраоперационная оценка перфузии тканей брюшной полости играет первостепенную роль в принятии хирургических решений при выполнении реконструктивных резекций кишечника [1]. Однако, при стандартной лапароскопической операции объективная интраоперационная оценка функционального состояния и жизнеспособности биологических тканей остается нерешенной задачей. В последние годы перспективные результаты при оценке перфузии органов внутри брюшной полости были продемонстрированы с помощью метода флуоресцентной ангиографии с индоцианином зеленым (ICG) [2]. Этот метод обеспечивает полное поле зрения перфузии тканей в режиме реального времени. Поскольку для реализации этого метода требуется только цифровая камера и соответствующее освещение тканей, его можно легко интегрировать в стандартный лапароскоп [3]. Этот метод коммерчески доступен в лапароскопических камерах визуализации и хирургических роботах для малоинвазивной хирургии. Однако этот метод требует внутривенного введения флуорофора, и мониторинг перфузии в течение длительного времени невозможен. Поэтому поиск альтернативных методов интраоперационной оценки перфузии тканей внутри брюшной полости является актуальной задачей [4].

Недавно для интраоперационной визуализации и бесконтактного количественного определения перфузии крови в тканях был предложен метод визуализирующей фотоплетизмографии (iPPG) [5]. Этот метод также использует обычную видеокамеру, но в отличие от ICG ангиографии не требуется введения какого-либо красителя, и при этом исследуемый орган освещается обычным зеленым светом. Отличительной особенностью является корреляционная обработка видеок кадров, синхронно записанных с электрокардиограммой, которая позволяет выявлять мельчайшие световые модуляции, связанные с сердечной деятельностью, на сильно изменчивом фоне, что решает непростую задачу достоверной и чувствительной оценки перфузии в реальных клинических условиях. Совсем недавно в нашей группе было продемонстрировано

успешное применение системы iPPG для визуализации и количественного измерения перфузии тканей желудка и кишечника во время открытой операции в клинических условиях [6, 7].

В этом исследовании мы использовали стандартное лапароскопическое оборудование в сочетании с ранее разработанным в нашей группе программно-аппаратным комплексом iPPG (Рис. 1).

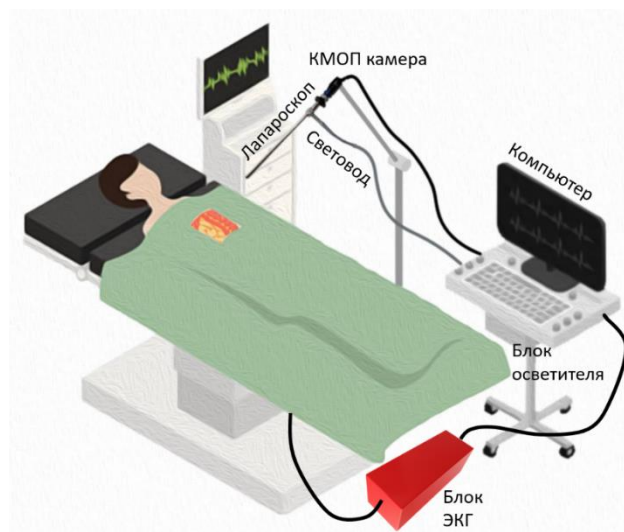


Рис. 1. Система iPPG лапароскопии, разработанная в этом исследовании

Интраоперационная оценка перфузии была проведена у девяти пациентов с различными онкологическими диагнозами. Все хирургические процедуры были выполнены сертифицированными лапароскопическими колоректальными хирургами нашего клинического центра. В ходе оперативного лечения оценивали перфузию органов брюшной полости с помощью iPPG лапароскопа на различных этапах операции для оценки границ применимости разработанной системы интраоперационной оценки параметров кровотока. В частности, измерения проводились при подготовке участка кишки или желудка к резекции, после наложения анастомоза или при физиологических пробах.

После записи и сохранения на компьютере видеокадры и ЭКГ обрабатывались в автономном режиме с помощью специального программного обеспечения. В результате расчётов мы получали пространственное распределение амплитуды пульсаций (АРС) питающих артериальных сосудов. Физиологически параметр АРС указывает на изменения объема артериальной крови, обусловленные их пульсирующим характером [8, 9]. Как известно, этот параметр определяется тонусом сосудов кровоснабжения [8] и, следовательно, его карта отображает пространственное распределение показателя индекса перфузии.

В качестве одного из примеров на Рис. 2 показано изменение карты распределения перфузии во время физиологического теста по оценке изменений кровотока в ответ на повышение артериального давления,

вызванного введением норадреналина. Распределение перфузионного индекса до введения норадреналина при артериальном давлении 93/51 мм рт.ст. показано на рис. 2А. Через две минуты после введения давление повысилось до 103/59 мм рт.ст., и распределение перфузии в этот момент показано на рис. 2В. Как видно, повышение АД существенно изменило перфузию: в левой части кишечника она увеличилась, а в правой, наоборот, уменьшилась. Это доказывает, что лапароскоп iPPG позволяет как визуализировать, так и количественно оценивать перфузию органов во время лапароскопических операций. Желтые пунктирные линии на рис. 2 указывают местонахождение самого крутого градиента перфузии.

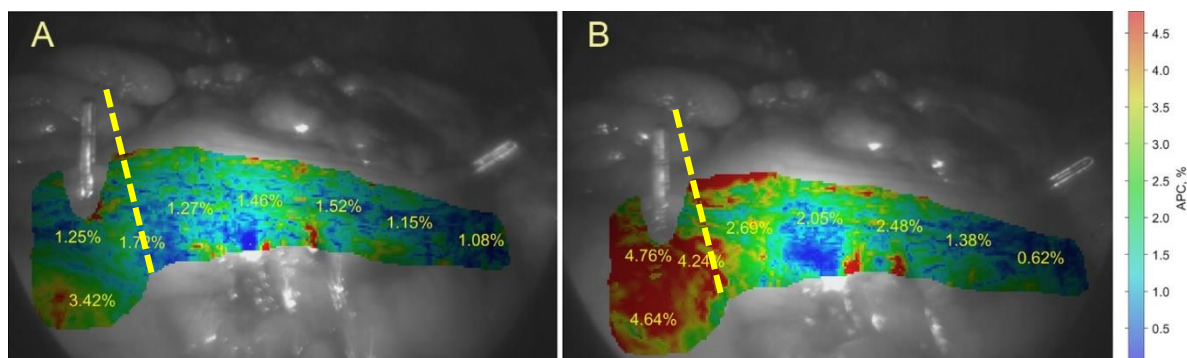


Рис. 2. Интра-абдоминальная визуализация перфузии сигмовидной кишки во время фармакологического теста. (А) До введения норадреналина. (В) Через две минуты после введения

Основным преимуществом разработанной лапароскопической системы является возможность легко и непрерывно получать новые количественные изображения во время операции, отображающие распределение перфузии по органам. Следует особо подчеркнуть, что система позволяет проводить количественную оценку градиента перфузии внутри брюшной полости в сложных условиях, когда различные участки органов смещены как относительно друг друга в произвольных направлениях, так и относительно передней линзы лапароскопа. Визуализирующая фотоплетизмография, улучшенная за счет корреляционной обработки видеоданных, синхронно регистрируемых с ЭКГ, легко совмещается со стандартным лапароскопом, что позволяет проводить интраабдоминальную визуализацию и количественную оценку распределения перфузии. Это новая технология, которая имеет большой потенциал для клинического применения в малоинвазивной хирургии.

Применяя экспериментальную методику визуализирующей фотоплетизмографии, нашей группой впервые получены данные по динамическому изменению кортикального кровотока в ходе проведения нейрохирургических операций, сопряженных с трепанацией черепа человека. В результате измерений полчаются изображения с картированием динамики перфузии тканей мозга на различных стадиях операции.

Исследование реализовано при поддержке гранта № 21-15-00265 Российского научного фонда.

Список литературы

1. *Urbanavičius L., Pattyn P., de Putte D. V., Venskutonis D.* How to assess intestinal viability during surgery: A review of techniques // *World Journal of Gastrointestinal Surgery*. 2011. Vol. 3 (5). P. 59–69.
2. *Miyashiro I., Kishi K., Yano M., Tanaka K., Motoori M., Ohue M., Ohigashi H., Takenaka A., Tomita Y., Ishikawa O.* Laparoscopic detection of sentinel node in gastric cancer surgery by indocyanine green fluorescence imaging // *Surgical Endoscopy*. 2011. Vol. 25 (5). P. 1672–1676.
3. *Diana M., Agnus V., Halvax P., Liu Y.-Y., Dallemagne B., Schlagowski A.-I., Geny B., Diemunsch P., Lindner V., Marescaux J.* Intraoperative fluorescence-based enhanced reality laparoscopic real-time imaging to assess bowel perfusion at the anastomotic site in an experimental model // *British Journal of Surgery*. 2015. Vol. 102 (2). P. e169–e176.
4. *Chalopin C., Pfahl A., Köhler H., Knospe L., Maktabi M., Unger M., Jansen-Winkel B., Thieme R., Moulla Y., Mehdorn M., Sucher R., Neumuth T., Gockel I., Melzer A.* Alternative intraoperative optical imaging modalities for fluorescence angiography in gastrointestinal surgery: spectral imaging and imaging photoplethysmography // *Minimally Invasive Therapy & Allied Technologies*. 2022. Vol. 31. P. 1–11.
5. *Mamontov O. V., Shcherbinin A. V., Romashko R. V., Kamshilin A. A.* Intraoperative imaging of cortical blood flow by camera-based photoplethysmography at green light // *Applied Sciences*. 2020. Vol. 10 (18). P. 6192.
6. *Kamshilin A. A., Zaytsev V. V., Lodygin A. A., Kashchenko V. A.* Imaging photoplethysmography as an easy-to-use tool for monitoring changes in tissue blood perfusion during abdominal surgery // *Scientific Reports*. 2022. Vol. 12 (1). P. 1143.
7. *Kashchenko V. A., Zaytsev V. V., Ratnikov V. A., Kamshilin A. A.* Intraoperative visualization and quantitative assessment of tissue perfusion by imaging photoplethysmography: comparison with ICG fluorescence angiography // *Biomedical Optics Express*. 2022. Vol. 13 (7). P. 3954–3966.
8. *Lyubashina O. A., Mamontov O. V., Volynsky M. A., Zaytsev V. V., Kamshilin A. A.* Contactless assessment of cerebral autoregulation by photoplethysmographic imaging at green illumination // *Frontiers in Neuroscience*. 2019. Vol. 13. P. 1235.
9. *Volynsky M. A., Mamontov O. V., Osipchuk A. V., Zaytsev V. V., Sokolov A. Y., Kamshilin A. A.* Study of cerebrovascular reactivity to hypercapnia by imaging photoplethysmography to develop a method for intraoperative assessment of the brain functional reserve // *Biomedical Optics Express*. 2022. Vol. 13 (1). P. 184–196.

К РАСПРОСТРАНЕНИЮ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПЛАНЕТАРНОГО МАСШТАБА

Р. Г. Закинян^{a,b}, А. Р. Закинян^{a,b}, В. А. Светличный^a

^a Северо-Кавказский федеральный университет,
355017, Ставрополь, ул. Пушкина, 1

^b Северо-Кавказский центр математических исследований,
355017, Ставрополь, ул. Пушкина, 1

В работе исследуется динамика внутренних гравитационных волн в атмосфере Земли. Решается система уравнений, включающих в себя уравнение движения, уравнение неразрывности, уравнение теплопроводности. Данная система линеаризуется. Решение ищется в виде бегущих волн. Получено общее дисперсионное соотношение. Рассматриваются три случая: 1) волны, распространяющиеся вдоль параллели, 2) волны, распространяющиеся вдоль меридиана и 3) волны, распространяющиеся вертикально. Каждый из этих случаев делится на два класса: с учетом силы Кориолиса и без учета силы Кориолиса. Учитывается все компоненты силы Кориолиса (не традиционное приближение). Уравнение неразрывности записывается не в приближении Буссинеска. В уравнении теплопроводности учитывается работа расширения газа. Кроме того, в каждом из дисперсионных уравнений проводится процедура фильтрации, т.е. отдельно рассматривается высокочастотный и низкочастотный пределы.

Ключевые слова: внутренняя гравитационная волна; частота Брента – Вайсяля; скорость звука; частота вращения Земли; параметр Кориолиса; не традиционное приближение

TO THE PROPAGATION OF INTERNAL GRAVITATIONAL WAVES ON THE PLANETARY SCALE

R. G. Zakinyan^{a,b}, A. R. Zakinyan^{a,b}, V. A. Svetlichny^a

^aNorth Caucasian Federal University, 1, Pushkin st., 355017, Stavropol

^bNorth-Caucasus Center for Mathematical Research,
1, Pushkin st., 355017, Stavropol

The article investigates the dynamics of internal gravity waves in the Earth's atmosphere. A system of equations is solved, including the equation of motion, the equation of continuity and the equation of heat conduction. This system is linearized. The solution is sought in the form of traveling waves. The general dispersion relation is obtained. Three cases are considered: 1) waves propagating along a parallel, 2) waves propagating along a meridian, and 3) waves propagating vertically. Each of these cases is divided into two classes: with the Coriolis force and without the Coriolis force. All components of the Coriolis force are taken into account (not the traditional approximation). The continuity equation is not written in the Boussinesq approximation. The heat equation takes into account the work of gas expansion. In addition, in each of the dispersion equations, a filtering procedure is carried out, i.e., the high-frequency and low-frequency limits are considered separately.

Keywords: internal gravitational wave; Brent–Väisälä frequency; sound speed; frequency of rotation of the Earth; Coriolis parameter; non-traditional approximation

Основные уравнения

Система уравнений, описывающих динамику возмущенной атмосферы, включает в себя уравнение движения, уравнение неразрывности, уравнение теплопроводности, а также уравнение состояния [1]. При рассмотрении линейных гравитационных волн эти уравнения линеаризуют [2].

Решение ищем в виде бегущих волн:

$$\mathbf{v} = \mathbf{V}e^{i(\omega t - (\mathbf{k}, \mathbf{r}))}, \quad p' = Pe^{i(\omega t - (\mathbf{k}, \mathbf{r}))}, \quad \rho' = Re^{i(\omega t - (\mathbf{k}, \mathbf{r}))}, \quad \theta = \Theta e^{i(\omega t - (\mathbf{k}, \mathbf{r}))}. \quad (1)$$

Здесь амплитуды рассматриваемых величин считаются постоянными.

Далее будут использоваться следующие обозначения: \mathbf{g} – ускорение свободного падения; $\bar{\rho}$ – плотность воздуха в состоянии статики атмосферы; \bar{T} – температура воздуха в состоянии статики; ρ' – возмущение плотности; p' – возмущение давления; γ – вертикальный градиент температуры воздуха по оси z в состоянии статики атмосферы. А также ω_0 – угловая скорость вращения Земли; R_d – удельная газовая постоянная сухого воздуха; $\gamma_A = \frac{g}{R_d} = 34$ °C/км – так называемый, градиент автоконвекции, он совпадает с

градиентом температуры однородной по плотности атмосферы; θ – функция превышения температуры (возмущение температуры); c_v – удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме. Здесь мы воспользовались приближением $\frac{1}{\bar{T}} \approx \alpha = \frac{1}{T_0}$ – коэффициент теплового расширения, $T_0 = 273$ К. Для атмосферы $\alpha\theta \ll 1$ [3].

Подставляя (1) в систему уравнений, получаем дисперсионное соотношение, которое из-за громоздкости не выписываем.

Рассмотрим три случая. Волна распространяется вдоль оси x . В этом случае дисперсионное соотношение имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega^5 - \left[(2\omega_{0y})^2 + (2\omega_{0z})^2 + \tilde{\omega}^2 + c_s^2 k_x^2 \right] \omega^3 + \\ + \left[4\omega_{0y} k_x g - 2i\omega_{0z} c_s^2 k_x^2 \right] \omega^2 + \left((2\omega_{0z})^2 \tilde{\omega}^2 + c_s^2 k_x^2 \tilde{\omega}^2 - k_x^2 g^2 \right) \omega + \\ + 2i\omega_{0z} c_s^2 k_x^2 \tilde{\omega}^2 = 0 \end{aligned}$$

Здесь c_s – скорость звука. Введено обозначение:

$$\tilde{\omega}^2 = \alpha g (\gamma_A - \gamma) = \frac{\gamma_A \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\gamma_a \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)} N_{BV}^2.$$

Здесь мы воспользовались выражением для частоты Брента – Вайсяля:

$$N_{BV}^2 = \alpha g (\gamma_a - \gamma).$$

Здесь $\gamma_a = g/c_p$ – сухоадиабатический градиент температуры; c_p – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении.

Не затухающими будут волны с частотой $\omega = \pm \tilde{\omega}$:

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\alpha g (\gamma_A - \gamma)} = \frac{g}{c_s} \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)} = N_{BV} \sqrt{\frac{c_p}{R_d} \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)}}.$$

Отсюда

$$2\omega\omega_{0y} - gk_x = 0. \quad (2)$$

Заметим, что при традиционном приближении (ТП), когда $\omega_{0y} = 0$, из (2) следует, что таких волн нет.

Рассмотрим волны не планетарного масштаба, без учета вращения Земли, распространяющиеся вдоль параллели. Тогда дисперсионное соотношение примет вид:

$$\omega^4 - (\tilde{\omega}^2 + c_s^2 k_x^2) \omega^2 + \left(\tilde{\omega}^2 - \frac{g^2}{c_s^2}\right) c_s^2 k_x^2 = 0,$$

где

$$\tilde{\omega}^2 - \frac{g^2}{c_s^2} = \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right) \frac{R_d}{c_v} \frac{g^2}{c_s^2} = N_{BV}^2,$$

с решением

$$(\omega^2)_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{c_p}{R_d} \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)} N_{BV}^2 + c_s^2 k_x^2 \right] \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{c_p}{R_d} \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)} N_{BV}^2 + c_s^2 k_x^2 \right)^2 - 4 N_{BV}^2 c_s^2 k_x^2}.$$

При условии

$$\left(\frac{c_p}{R_d} \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)} N_{BV}^2 + c_s^2 k_x^2 \right)^2 \gg 4 N_{BV}^2 c_s^2 k_x^2$$

получим

$$(\omega^2)_1 = c_s^2 k_x^2, \quad (\omega^2)_2 = N_{BV}^2.$$

Проведем, так называемую, фильтрацию, другими словами, найдем решение в низкочастотном пределе $\omega^2 \ll c_s^2 k_x^2$ [4]:

$$\omega = \pm \sqrt{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right) \frac{R_d}{c_V} \frac{g}{c_s}} = \pm N_{BV} \equiv \pm \omega_{low}.$$

Таким образом, внутренние гравитационные волны колеблются с частотой плавучести Брента – Вайсяля, только лишь в определенном пределе. Причем, при этом отсутствует дисперсия. В общем случае это не так.

Рассмотрим другой предел, когда $k_x^2 \rightarrow 0$. В этом случае получим

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{c_p}{c_V} \frac{g}{c_s}} \equiv \pm \omega_{high}.$$

Рассмотрим второй случай, когда волны, распространяются вдоль меридиана:

$$\begin{aligned} \omega^4 - \left[\tilde{\omega}^2 + c_s^2 k_y^2 + (2\omega_{0y})^2 + (2\omega_{0z})^2 \right] \omega^2 + \\ + c_s^2 k_y^2 \tilde{\omega}^2 + c_s^2 k_y^2 (2\omega_{0y})^2 + (2\omega_{0z})^2 \tilde{\omega}^2 - g^2 k_y^2 = 0 \end{aligned}$$

Проведем фильтрацию, другими словами, найдем решение в низкочастотном пределе $\omega^2 \ll c_s^2 k_y^2$:

$$\omega^2 = \frac{N_{BV}^2 + (2\omega_{0y})^2 + \frac{(2\omega_{0z})^2 \tilde{\omega}^2}{c_s^2 k_y^2}}{1 + \frac{\tilde{\omega}^2 + (2\omega_0)^2}{c_s^2 k_y^2}}.$$

Снова рассмотрим два предела. Первый предел $k_y^2 \rightarrow \infty$ – коротковолновый предел:

$$\omega^2 = N_{BV}^2 + (2\omega_{0y})^2 \simeq N_{BV}^2.$$

Второй предел $k_y^2 \rightarrow 0$:

$$\omega^4 - \tilde{\omega}^2 \omega^2 + (2\omega_{0z})^2 \tilde{\omega}^2 \simeq 0,$$

$$\omega_{1,2} \simeq \pm \tilde{\omega} = \pm N_{BV} \sqrt{\frac{c_p}{R_d} \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)}}.$$

Рассмотрим распространение волн в вертикальном направлении:

$$\omega^4 - (c_s^2 k_z^2 + \tilde{\omega}^2 + (2\omega_0)^2) \omega^2 + (c_s^2 k_z^2 + \tilde{\omega}^2) (2\omega_{0z})^2 = 0.$$

с решением

$$\left(\omega^2\right)_{1,2} = \frac{1}{2} \left(c_s^2 k_z^2 + \tilde{\omega}^2 + (2\omega_0)^2 \right) \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(c_s^2 k_z^2 + \tilde{\omega}^2 + (2\omega_0)^2 \right)^2 - 4 \left(c_s^2 k_z^2 + \tilde{\omega}^2 \right) (2\omega_{0z})^2}.$$

Или приближенно

$$\omega \simeq \pm \sqrt{c_s^2 k_z^2 + \tilde{\omega}^2} = \pm \sqrt{c_s^2 k_z^2 + \frac{c_p}{R_d} \frac{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_A}\right)}{\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_a}\right)} N_{BV}^2}.$$

Выводы

Как известно, частота колебаний по вертикали частиц воздуха, смещенных от положения равновесия, в устойчиво стратифицированной атмосфере равна частоте Брента – Вьяйсяля [1, 2]. В литературе по внутренним гравитационным волнам в атмосфере [1 – 4] считается, что эта частота – резонансная (собственная) частота колебания воздуха. И даже если бы можно было вообразить некоторый процесс, который вызовет вертикальную вибрацию с частотой, большей, чем эта, то эта вибрация не будет поддержана, и амплитуда колебания уменьшилась бы быстро с расстоянием от точки принуждения. Таким образом, считается, что максимальная частота внутренних гравитационных волн в устойчиво стратифицированной атмосфере равна частоте Брента – Вьяйсяля. Однако, как было показано в настоящей работе, это не так. Теоретически рассмотренные уравнения описывают как звуковые колебания, так и

инфразвуковые. Фазовая скорость гравитационных волн также может принимать широкий диапазон значений, как намного меньше скорости звука, так и намного больше. Иногда ошибочно предполагается, что у гравитационных волн есть только частота, равная частоте Брента – Вайсяля. Ясно, что это неправильно [2].

Список литературы

1. *Holton J. R.* An Introduction to Dynamic Meteorology. Forth edition. Elsevier, 2004, p. 540.
2. *Nappo C. J.* An Introduction to Atmospheric Gravity Waves. International geophysics series, vol. 85. Elsevier, 2002, p. 279.
3. *Pedlosky J.* Waves in the Ocean and Atmosphere. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003, p. 260.
4. *Sutherland B. R.* Internal gravity waves. Cambridge, Cambridge University Press, 2010, 394 p.

ДИФФУЗИОННО-АДВЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ИДЕАЛЬНОГО СВОБОДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ХИЩНИКОВ И ЖЕРТВ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ ОБИТАНИЯ

П. А. Зеленчук, В. Г. Цибулин

Южный федеральный университет. Институт математики,
механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича
344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а

В работе исследуется пространственно-временная динамика модели «хищник-жертва» на основе системы нелинейных уравнений диффузии-адвекции-реакции с идеальным свободным распределением (ИСР). Неоднородность среды обитания задается неравномерным распределением ресурса жертвы. Рассмотрены модификации функционального отклика хищника, обеспечивающие ИСР при локальном взаимодействии популяций. Найдены условия на параметры системы и вид функций направленной миграции, сохраняющие ИСР при многофакторном таксисе обоих видов. Анализ поведения модели проводится с помощью методов исследования динамических систем на фазовой плоскости и вычислительного эксперимента, основанного на методе прямых и схемы смещенных сеток.

Ключевые слова: уравнения реакции-диффузия-адвекция; система «хищник-жертва»; нелинейная динамика

REQUIREMENTS FOR PREPARATION OF CONFERENCE MATERIALS

P. A. Zelenchuk, V. G. Tsybulin

Southern Federal University, Institute of mathematics,
mechanics and computer science named after of I. I. Vorovich
8a, Milchakova st., 344090, Russia, Rostov-on-Don,

The paper investigates the space-time dynamics of the "predator-prey" model based on a system of nonlinear equations of diffusion-advection-reaction with an Ideal Free Distribution (IFD). The heterogeneity of the habitat is determined by the unequal distribution of the prey resource. Modifications of the predator's functional response that provide IFD during local interaction of populations are considered. The conditions for the system parameters and the type of directed migration functions that preserve the IFD with multifactorial taxation of both types are found. The analysis of the behavior of the model is carried out using methods for studying dynamical systems on the phase plane and a computational experiment based on the method of straight lines and the scheme of shifted grids.

Keywords: reaction-diffusion-advection equations; "predator-prey" system; non-linear dynamics

1. Введение

Моделирование нелинейных процессов взаимодействия биологических видов важно для оценки и прогнозирования экологических ситуаций в разнородных средах обитания. Актуальным является исследование эволюционно устойчивых стратегий поведения популяций, позволяющих обеспечить устойчивое совместное сосуществование биологических сообществ. В работах [1, 2] было показано, что эволюционно устойчивая стратегия в системе «хищник-жертва» может быть реализована на основе идеального свободного распределения (ИСР), под которым понимается пропорциональное распределение популяций жертвы и хищника ресурсу ареала (емкости среды обитания).

Целью настоящей работы является изучение пространственно-временной динамики диффузионно-адвективной модели «хищник-жертва» на неоднородном ареале с учетом различного трофического взаимодействия.

2. Постановка задачи

На основе системы уравнений реакции-диффузии-адвекции рассматривается модель хищник-жертва [2-4]

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -q'_1 + F_1(u, v, p), & q'_1 &= -k_1 u' + u \sum_i \alpha_i Q'_{1i}(u, v, p), \\ \dot{v} &= -q'_2 + F_2(u, v, p), & q'_2 &= -k_2 v' + v \sum_j \beta_j Q'_{2j}(u, v, p), \end{aligned} \quad (1)$$

где $u(x, t)$, $v(x, t)$ – популяции жертвы и хищника, F_1, F_2 – функции локального взаимодействия, q_1, q_2 – миграционные потоки, k_1, k_2 – коэффициенты диффузии, α_i, β_j – коэффициенты направленной миграции, $p(x)$ – ресурс жертвы, Q_{1i}, Q_{2j} – функции направленной миграции. Точка означает дифференцирование по времени, а штрих – производную по координате.

Локальное взаимодействие (реакция) описывается в виде

$$\begin{aligned} F_1 &= a_1 u f_n(u) - b_1 v g(u, v), & f_n(u) &= u^n \left(1 - \frac{u}{p(x)}\right) \\ F_2 &= -a_2 v + b_2 v g(u, v), \end{aligned} \quad (2)$$

где $g(u, v)$ – функциональный отклик хищника, $f_n(u)$ – функция роста жертвы. Положительные коэффициенты a_i, b_i ($i = 1, 2$) не зависят от координаты и времени, а показатель степени n характеризуют закон роста жертвы, так при $n = 0$ будем иметь логистический, а при $n = 1$ – гиперболический закон роста.

Система (1-2) дополняется начальными условиями

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x), \quad (3)$$

и одним из видов граничных условий [3, 4].

3. Результаты

В данном исследовании, на основе работ [2-6], рассмотрены модификации трофической функции Лотки-Вольтерра и функционального отклика Холлинга II рода, обеспечивающие реализацию ИСР на неоднородном ареале в отсутствии потоков.

Установлено [2], что при логарифмическом виде функций направленной миграции

$$Q_1 = \ln p, \quad Q_2 = \ln v, \quad Q_3 = \ln u, \quad (4)$$

и условия на потоковые параметры

$$k_1 = \alpha_1 - \alpha_2, \quad k_2 = \beta_1, \quad (5)$$

система (1-2) будет иметь стационарное ИСР решение ($n = 1$):

$$u = \frac{a_2 p}{b_2}, \quad v = \frac{a_1 a_2 p}{b_1 b_2} \left(1 - \frac{a_2}{b_2}\right). \quad (6)$$

Исследования отклонения от ИСР и устойчивости решения (6) проводились с помощью вычислительных экспериментов, основанных на численном решении начально-краевой задачи (1 - 3) методом прямых с дискретизацией на основе смещенных сеток [2-4], реализованном в среде MATLAB.

На рис. 1 представлено изменение ИСР при малых отклонениях потоковых параметров, полученное в ходе вычислительного эксперимента для одномерного кольцевого ареала. Функция ресурса задавалась выражением:

$$p(x) = 1 + \frac{1}{3} \sin 2\pi x. \quad (7)$$

Так, при возмущении параметра $\tilde{k}_1 = k_1 + \varepsilon$, после всплеска численности популяций в начальный момент времени (нижние графики), жертва и хищник достаточно быстро восстанавливают свои значения. Из верхнего левого графика видно, что распределение видов коррелирует с ресурсом $p(x)$. На верхнем правом графике изображены нормированные к ИСР распределения обоих видов, демонстрирующие перераспределение плотностей популяций. Увеличение коэффициента диффузии k_1 приводит к уменьшению плотностей популяций в зоне локального максимума ресурса и их увеличению в районе локального минимума. В этом случае отклонение от ИСР происходит сонаправлено, т. е. хищник «следует» за жертвой.

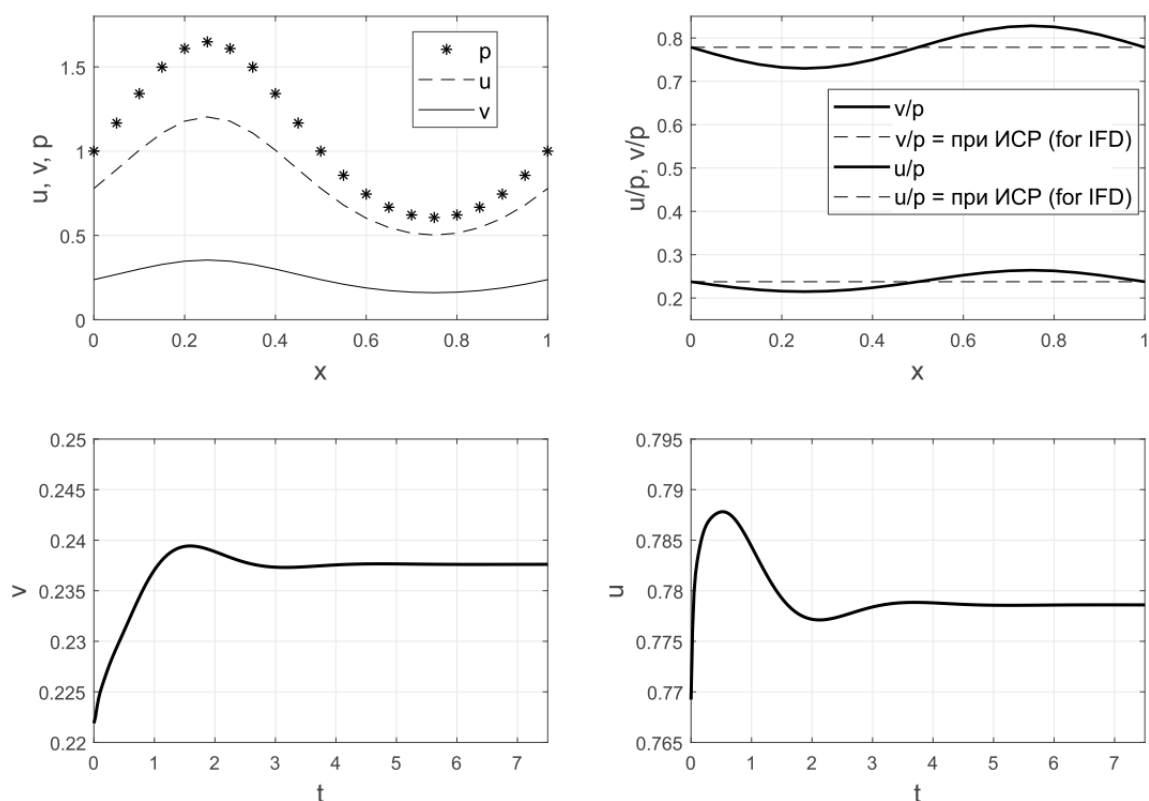


Рис. 1. Графики зависимостей плотностей популяций жертвы и хищника от координаты (вверху) и времени (внизу) при $\tilde{k}_1 = k_1 + \varepsilon$, для параметров $a_1 = a_2 = 5, b_1 = 4, b_2 = 6.5, k_1 = k_2 = 0.2, \alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2$

4. Заключение

Математические модели на основе уравнений реакции-диффузии-адвекции активно применяются при прогнозировании экологических и биологических процессов. Для долговременного существования биологическое сообщество должно выработать глобально устойчивую стратегию поведения, адаптирующуюся к изменяющимся условиям среды обитания. Такая стратегия может быть выстроена на основе идеального свободного распределения, состоящего в том, что особи вида распределяются на ареале в соответствии с ресурсом, оптимизируя свою способность к выживанию. В данной работе предложено расширение концепции ИСР на класс систем хищник-жертва с учетом многофакторного таксиса. С использованием концепции ИСР найдены соотношения на параметры, при которых имеются явные стационарные решения для одномерных неоднородных ареалов.

Работа выполнена в Южном федеральном университете при поддержке РФФ, грант № 23-21-00221.

Список литературы

1. *Cantrell R. S., Cosner C., DeAngelis D. L., Padron V.* The ideal free distribution as an evolutionarily stable strategy // *Journal of Biological Dynamics*. 2007. Vol. 1, No. 3, P. 249 – 271.
2. *Зеленчук П. А., Цибулин В. Г.* Идеальное свободное распределение в модели хищник-жертва при многофакторном таксисе. // *Биофизика*, 2021, Т. 66, №3, с. 546 – 554.
3. *Цибулин В.Г., Ха Т.Д., Зеленчук П.А.* Нелинейная динамика системы хищник-жертва на неоднородном ареале и сценарии локального взаимодействия видов. // *Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика*. 2021. Т. 29. №5. С. 751–764.
4. *Зеленчук П. А.* Идеальное свободное распределение в модели «хищник–жертва» с трофической функцией Холлинга второго рода // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2022. Т. 19. No 1. С. 6–15.
5. *Ha T. D., Tsybulin V. G., Zelenchuk P. A.* How to model the local interaction in the predator-prey system at slow diffusion in a heterogeneous environment? // *Ecological Complexity*. 2022, 101026.
6. *Зеленчук П. А., Цибулин В. Г.* Математическая модель идеального свободного распределения в системе хищник-жертва // *Современная математика. Фундаментальные направления*, 2023, Т. 69, №2, с. 237-249.

ЗАДАЧА УСТОЙЧИВОСТИ ФИЛЬТРАТА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ОСНОВАНИЯ ПОЛИГОНА ТВЕРДЫХ КОММУНАЛЬНЫХ ОТХОДОВ

Н. А. Зубова, А. О. Иванцов, М. В. Висков
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе представлена модель распространения фильтрата, представленного как жидкая бинарная смесь, в грунте основания под полигоном размещения твердых коммунальных отходов. Моделирование проведено с использованием геологических данных, полученных в исследованиях полигона. Найдено состояние механического равновесия бинарной смеси в пористой среде, состоящей из трех слоев суглинка, алевролита и аргиллита. Получен стационарный вертикальный профиль концентрации фильтрата. Проведен линейный анализ устойчивости механического равновесия рассматриваемой системы.

Ключевые слова: трехслойная пористая среда; бинарная смесь; диффузия; термодиффузия

THE PROBLEM OF FILTRATE STABILITY IN THE POROUS MEDIUM OF THE FOUNDATION OF THE SOLID MUNICIPAL WASTE

N. A. Zubova, A. O. Ivantsov, M. V. Viskov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The paper presents a model of the distribution of the filtrate, represented as a liquid binary mixture, in the base soil under the landfill for municipal solid waste. Modeling was carried out using geological data obtained in the study of the landfill. The state of mechanical equilibrium of a binary mixture in a porous medium consisting of three layers of loam, siltstone, and mudstone is found. A stationary vertical profile of the filtrate concentration was obtained. The linear stability analysis of the mechanical equilibrium of the system is carried out.

Keywords: three-layer porous medium; binary mixture; diffusion; thermal diffusion

Влияние выхода вредных веществ за пределы шламохранилищ, полигонов бытовых и промышленных отходов важно для оценки состояния окружающей природной среды из-за высоких рисков проникновения загрязнений в грунтовые воды [1,2]. Для объектов захоронения твердых коммунальных отходов одним из опасных концентратов для окружающей среды является фильтрат, высачивающийся из свалочного тела полигона и имеющий сложный компонентный состав. Образующийся фильтрат содержит высокие

концентрации органических и неорганических загрязняющих веществ, ионы тяжелых металлов и т.д. Проникая в грунты под полигоном, он способен при фильтрации распространяться на значительные расстояния. При этом фильтрат образуется с момента начала эксплуатации полигона и в течение десятилетий после его закрытия, что еще больше усугубляет его влияние.

Как правило, грунтовая толща в основании объектов размещения твердых коммунальных отходов (ТКО) имеет достаточно сложный состав и структуру. Так, например, на рисунке 1 представлен фрагмент геологического разреза объекта размещения ТКО. Основание объекта представлено пористой средой, состоящей из слоев суглинка, алевролита и аргиллита (сверху вниз).

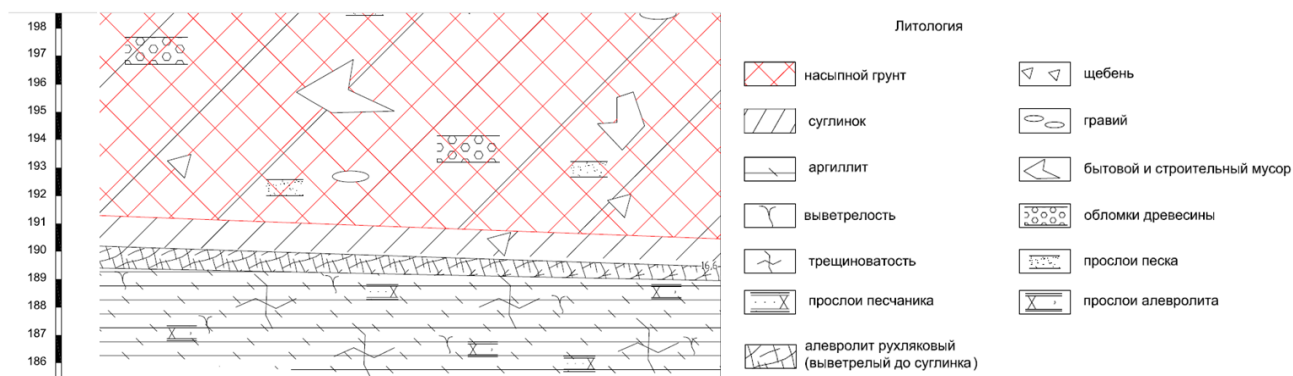


Рис. 1. Фрагмент геологического разреза объекта размещения твердых коммунальных отходов

Вследствие большого числа примесей моделирование динамики фильтрата на основе полной многокомпонентной модели затруднительно. В настоящей работе фильтрат описывается в рамках упрощенной двухкомпонентной модели. В частности, будем считать его раствором примесей (загрязнений) в воде. Концентрацию примеси обозначим C , тогда, очевидно, $1 - C$ – концентрация воды (растворителя). Предполагаем, что плотность смеси линейно зависит от температуры T и концентраций примеси C так, что $\rho = \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0))$. Здесь введены обозначения для коэффициента теплового расширения $\beta_T = -1 / \rho_0 (\partial \rho / \partial T)|_C$ и коэффициента концентрационного расширения $\beta_C = -1 / \rho_0 (\partial \rho / \partial C)|_T$, а ρ_0 , C_0 и T_0 – средние значения плотности, концентрации и температуры смеси.

Рассмотрим свободную термоконцентрационную конвекцию смеси в пористой среде в рамках модели Дарси-Буссинеска с учетом термодиффузионных свойств смеси. Вследствие малых скоростей фильтрации термодиффузия может оказывать значительное влияние на распространение фильтрата. Будем моделировать основание объекта ТКО как систему трех горизонтальных слоев пористой среды (рис. 2).

Нестационарные уравнения свободной термоконцентрационной конвекции смеси в пористой среде в рамках модели Дарси-Буссинеска, с учетом эффекта термодиффузии в безразмерной форме имеют вид:

$$\nabla^2 \Psi_i = K_i^p Ra_p \left(\frac{\partial T_i}{\partial x} + \psi \frac{\partial C_i}{\partial x} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\rho c)_i^p \left(\frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \frac{\partial T_i}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) = (\rho c)_i^p \lambda_i^p \nabla^2 T_i, \quad (2)$$

$$\varepsilon_i \frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \frac{\partial C_i}{\partial x} - \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{\varepsilon_i^p}{Le} (\nabla^2 C_i - \nabla^2 T_i). \quad (3)$$

Для записи уравнений использованы следующие обозначения: Ψ – функция тока, g – ускорение свободного падения, t – время, K – проницаемость, ν – кинематическая вязкость, λ^* – эффективная теплопроводность пористой среды, $(\rho c)^*$ – эффективная теплоемкость пористой среды, $(\rho c)_f$ – теплоемкость жидкости, ε^* – пористость, D – коэффициент молекулярной диффузии, D_T – коэффициент термодиффузии.

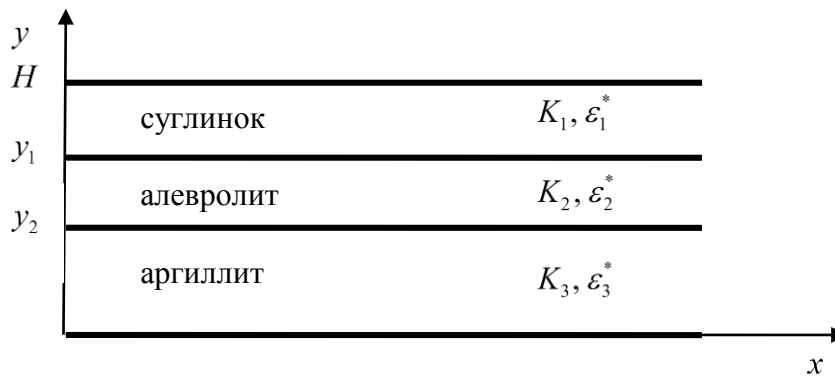


Рис. 2. Геометрия задачи

В уравнениях (1)-(3) и далее индекс i показывает принадлежность к соответствующему слою. Используются следующие единицы измерения: H для расстояния, $\lambda_3^* / (\rho c)_f$ для функции тока, $H^2 (\rho c)_3^* / \lambda_3^*$ для времени, $\Delta T = T^1 - T^2$ для отклонения температуры от среднего значения, $C_0 (C_0 - 1) \Delta T D_T / D$ для отклонения концентрации от среднего значения.

Уравнения (1)-(3) содержат следующие безразмерные параметры: псевдовектора $K_i^p = (K_1 / K_3; K_2 / K_3; K_3 / K_3)$, $\lambda_i^p = (\lambda_1^* / \lambda_3^*; \lambda_2^* / \lambda_3^*; \lambda_3^* / \lambda_3^*)$, $(\rho c)_i^p = ((\rho c)_3^* / (\rho c)_1^*; (\rho c)_3^* / (\rho c)_2^*; (\rho c)_3^* / (\rho c)_3^*)$, $\varepsilon_i^p = (\varepsilon_1^* / \varepsilon_3^*; \varepsilon_2^* / \varepsilon_3^*; \varepsilon_3^* / \varepsilon_3^*)$, $\varepsilon_i = (\varepsilon_1; \varepsilon_2; \varepsilon_3)$

$(\varepsilon_i = \varepsilon_i^p(\rho c)_f / (\rho c)_3^*)$ – нормализованная пористость), а также аналог числа Релея для пористой среды $Ra_p = K_3 g \beta_T \Delta T H / (a \nu)$, где $a = \lambda_3^* / (\rho c)_f$ – эффективная температуропроводность, отношение разделения смеси $\psi = -C_0(1 - C_0)\beta_C D_T / (\beta_T D)$ и число Льюиса $Le = a / D$.

Отношение разделения характеризует термодиффузионные свойства смеси. В случае $\psi < 0$ более тяжелый компонент смеси диффундирует в более нагретую область. Это, при нагреве сверху, создает неустойчивую по плотности стратификацию, в результате чего возможно возникновение неустойчивости. Исследования объекта размещения ТКО показывают, что благодаря происходящим внутри массива отходов химическим и биологическим процессам возможен его разогрев до 40°C и выше.

Предполагаем, что внешние границы системы поддерживаются при постоянных разных температурах T^1 и T^2 . Снизу система органичена слоем породы с низкой проницаемостью. Считаем, что верхняя граница является источником загрязнения, а на нижней выполняется условие равенства нулю диффузионного потока вещества. На границах между слоями ставим условия равенства давлений, температур, концентраций, а также потоков тепла и диффузионных потоков.

Граничные условия в безразмерном виде имеют вид:

$$y = 0: \quad \frac{\partial \Psi_3}{\partial y} = 0; T_3 = 0; \frac{\partial C_3}{\partial y} - \frac{\partial T_3}{\partial y} = 0, \quad y = 1: \quad \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} = 0; T_1 = 1; C_1 = 1, \quad (4)$$

$$y = y_1: \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} = \frac{K_1}{K_2} \frac{\partial \Psi_2}{\partial y}; T_1 = T_2; \frac{\partial T_1}{\partial y} = \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1^*} \frac{\partial T_2}{\partial y};$$

$$C_1 = C_2; \left(\frac{\partial C_1}{\partial y} - \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) = \frac{\varepsilon_2^*}{\varepsilon_1^*} \left(\frac{\partial C_2}{\partial y} - \frac{\partial T_2}{\partial y} \right), \quad (5)$$

$$y = y_2: \quad \frac{\partial \Psi_2}{\partial y} = \frac{K_2}{K_3} \frac{\partial \Psi_3}{\partial y}; T_2 = T_3; \frac{\partial T_2}{\partial y} = \frac{\lambda_3^*}{\lambda_2^*} \frac{\partial T_3}{\partial y};$$

$$C_2 = C_3; \left(\frac{\partial C_2}{\partial y} - \frac{\partial T_2}{\partial y} \right) = \frac{\varepsilon_3^*}{\varepsilon_2^*} \left(\frac{\partial C_3}{\partial y} - \frac{\partial T_3}{\partial y} \right). \quad (6)$$

Задача (1)-(6) имеет стационарное решение, описывающее состояние механического равновесия смеси в поле силы тяжести:

$$\Psi_b = 0; T_{bi} = k_i y + b_i; C_{bi} = k_i y + b_i. \quad (7)$$

Значения $k_i = (k_1; k_2; k_3)$ и $b_i = (b_1; b_2; 0)$ зависят от геометрии задачи и свойств грунтов:

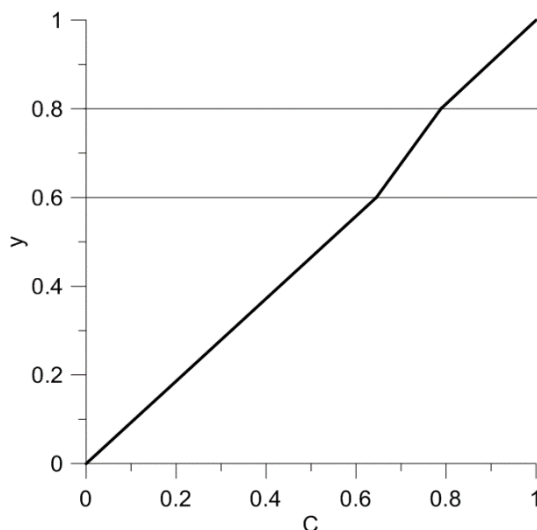
$$k_1 = -\frac{\lambda_2^*}{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*) - y_1(\lambda_1^* - \lambda_2^*)}, \quad k_2 = -\frac{\lambda_1^*}{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*) - y_1(\lambda_1^* - \lambda_2^*)},$$

$$k_3 = -\frac{\lambda_1^* \lambda_2^*}{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*) - y_1(\lambda_1^* - \lambda_2^*)},$$

$$b_1 = \frac{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*) - y_1(\lambda_1^* - \lambda_2^*)}{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*) - y_1(\lambda_1^* - \lambda_2^*) - \lambda_2^*}, \quad b_2 = \frac{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*)}{y_2(\lambda_1^* - \lambda_1^* \lambda_2^*) - y_1(\lambda_1^* - \lambda_2^*) - \lambda_2^*}.$$

На рисунке 3 представлен профиль концентрации состояния механического равновесия. Соотношения толщин слоев соответствуют случаю, представленному на рисунке 1. Как видно из рис. 3, концентрация загрязнений остается достаточно высокой при приближении к границе верхнего слоя (экрана, который должен служить защитой грунтов от фильтрата). Падение концентрации в половину от начальных значений происходит в середине расчетной области по высоте.

Проведен ленточный анализ устойчивости механического равновесия рассматриваемой системы. Получены критические значения параметров возникновения термоконцентрационной конвекции. В результате исследований на объекте ТКО получены значения коэффициентов фильтрации, которые в среднем равны $4.9 \cdot 10^{-3}$, $5.1 \cdot 10^{-3}$ и $1.6 \cdot 10^{-2}$ м/сут соответственно. Исходя из этих значений можно оценить время прохождения фильтрата через основание полигона. Проведенные оценки показывают, что это время, при неизменности прочих условий, составляет 1.5-2 года.



*Рис. 3. Профиль концентрации состояния механического равновесия.
Тонкие горизонтальные линии обозначают границы слоев*

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда
(проект № 23-11-00214)

Список литературы

1. Любимова Т. П., Лепихин А. П., Паршакова Я. Н., Циберкин К. Б. Численное моделирование инфильтрации жидких отходов из хранилища в прилегающие грунтовые воды и поверхностные водоёмы // Вычислительная механика сплошных сред. 2015. Т. 8. № 3. С. 310-318.
2. Хайрулина Е. А. Воздействие фильтрационных вод шламохранилища с солесодержащими отходами на поверхностные и подземные воды // Географический вестник = Geographical bulletin. 2018. №2(45). С. 145–155.

АНОМАЛЬНЫЙ ОТКЛИК СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЫ НА ОБЪЕМНОЕ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕ

Л. Х. Ингель

ФГБУ «НПО «Тайфун», 249038, г. Обнинск, Россия
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН,
119017, Москва, Россия

Теоретически исследована линейная стационарная задача об отклике полугораниченной устойчиво стратифицированной жидкой/газообразной среды на объемное пространственно-неоднородное тепловыделение в приближении Буссинеска. Важнейшие определяющие параметры – аналог числа Рэлея и аспектное отношение источника плавучести. Для возмущения в виде одной горизонтальной гармоники найдено аналитическое решение, позволяющее проанализировать ряд существенных закономерностей. Обнаружена принципиальная возможность интенсивного гидротермодинамического отклика на слабое тепловыделение при определенном соотношении упомянутых параметров.

Ключевые слова: стратифицированная среда; объемное тепловыделение; конвекция; плотностные течения; аналитическое решение; интенсивный отклик; неустойчивость

ANOMALOUS RESPONSE OF A STRATIFIED MEDIUM TO VOLUME HEAT RELEASE

L. Kh. Ingel

Research and Production Association «Typhoon», 249038, Obninsk, Russia
Obukhov Institute of Atmospheric Physics,
Russian Academy of Sciences, 119017, Moscow, Russia

A linear stationary problem of the response of a semi-bounded stably stratified liquid/gaseous medium to a volumetric spatially inhomogeneous heat release in the Boussinesq approximation is theoretically investigated. The most important defining parameters are the analogue of the Rayleigh number and the aspect ratio of the source of buoyancy. For a perturbation in the form of a single horizontal harmonic, an analytical solution has been found making it possible to analyze a number of significant regularities. The nontrivial possibility of an intense hydrothermodynamic response to weak heat release at a certain ratio of the mentioned parameters is found.

Key words: stratified medium; volumetric heat release; convection; density flows; analytical solution; intense response; instability

В настоящем докладе обращается внимание на нетривиальную возможность интенсивного гидротермодинамического отклика устойчиво стратифицированной жидкой/газообразной среды на слабое объемное тепловыделение.

Достаточно обширная литература посвящена теории конвекции (плотностных течений) над термически-неоднородной горизонтальной поверхностью в поле силы тяжести (см., например, [1] и библиографию в этом издании). Такие задачи имеют, в частности, известные геофизические приложения (например, местные ветры в атмосфере, связанные с термическими неоднородностями подстилающей поверхности). В меньшей степени исследованы аналогичные задачи с объемными источниками тепла (плавучести). Они также имеют обширные приложения. Например, в тех же задачах динамики атмосферы важную роль играют источники тепла, обусловленные фазовыми переходами водяного пара. Другой близкий пример – примеси, влияющие на радиационный баланс среды (см., например, [2]). Относящиеся сюда математические задачи весьма сложны даже в линейном приближении (для малых амплитуд возмущений) и обычно исследуются численно. В настоящем докладе решена задача, допускающая прозрачное аналитическое решение. Это позволяет обнаружить нетривиальный эффект, который труднее было бы заметить при численном моделировании.

Рассматривается полуограниченная устойчиво стратифицированная по температуре (в атмосфере – по потенциальной температуре [1]) среда, ограниченная снизу горизонтальной поверхностью. Для простоты ограничиваемся двумерной задачей с объемным источником тепла, интенсивность которого Q зависит от горизонтальной координаты x и вертикальной координаты z (ось z направлена вверх).

При отсутствии упомянутого источника (фоновое состояние) имеется статическое решение с постоянным вертикальным градиентом температуры $\gamma > 0$ (устойчивая фоновая стратификация). Наличие горизонтально-неоднородного источника $Q(x, z)$ приводит к возмущениям этого фонового состояния – к появлению горизонтальных термических неоднородностей, горизонтальным вариациям веса столба среды и возникновению течений. Предполагаемая относительная малость амплитуды объемного тепловыделения дает основания рассматривать линейные возмущения.

Линеаризованная система уравнений гидротермодинамики для двумерной стационарной задачи в приближении Буссинеска имеет вид:

$$0 = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta_2 u, \quad 0 = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta_2 w + g \alpha \theta, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \gamma w = \kappa \Delta_2 \theta + Q(x, z). \quad (2)$$

Здесь u, w – составляющие возмущения поля скорости возникающего течения вдоль осей x, z соответственно; p, θ – возмущения давления и температуры; α – коэффициент теплового расширения, $\bar{\rho}$ – средняя (отсчетная) плотность

среды; g – ускорение свободного падения; Δ_2 – символ двумерного лапласиана; κ, ν – коэффициенты обмена.

На нижней горизонтальной границе (поверхности $z=0$) предполагается выполнение условий непротекания и прилипания, а также фиксированной температуры (отсутствия температурных возмущений):

$$u = w = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{при} \quad z = 0. \quad (3)$$

Предполагается, что интенсивность объемного тепловыделения отлична от нуля в области конечной толщины вблизи нижней границы. Соответственно, при $z \rightarrow \infty$ предполагается затухание возмущений.

Исключая из системы уравнений все неизвестные, кроме одной, нетрудно получить уравнение

$$\Delta_2^3 w + \frac{N^2}{\nu \kappa} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\alpha g}{\nu \kappa} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Здесь $N = (\alpha g \gamma)^{1/2}$ – частота плавучести (частота Брента-Вейселя). Удобно анализировать модель с гармонической зависимостью тепловыделения от горизонтальной координаты: $Q(x, z) = q(z) \cos kx$. В этом случае решение также ищем в виде горизонтальной гармоники: $u(x, z) = U(z) \sin kx$, $w(x, z) = W(z) \cos kx$, $\theta(x, z) = \Theta(z) \cos kx$, $p(x, z) / \bar{p} = P(z) \cos kx$. Уравнение (4) принимает вид

$$\left(\frac{d^2}{dZ^2} - 1 \right)^3 W - RW = -R \frac{q}{\gamma}, \quad R \equiv \frac{N^2}{\kappa \nu k^4}. \quad (5)$$

Здесь введены безразмерная переменная $Z = kz$ и безразмерный параметр R , являющийся некоторым аналогом числа Рэлея.

Решение последнего уравнения стандартным образом ищем в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Упомянутое общее решение можно представить в виде линейной комбинации экспонент типа $\exp(\sigma_j kz)$, где σ_j – корни характеристического уравнения $(\sigma^2 - 1)^3 - R = 0$. С учётом затухания возмущений при $z \rightarrow \infty$, из шести корней σ_j отбираются три с отрицательными действительными частями (здесь предполагается, что эти корни различны):

$$W_h(z) = \sum_{j=1}^3 C_j \exp(k \sigma_j z), \quad (6)$$

где C_j – постоянные интегрирования.

В качестве примера рассмотрим модель с источником тепла (плавучести), затухающим с высотой по экспоненциальному закону:

$q = q_0 \exp(-z/h)$, где h – некоторый вертикальный масштаб, $q_0 > 0$. В этом случае легко найти частное решение неоднородного уравнения (6): $W_i = W_0 \exp(-z/h)$, где масштаб вертикальной скорости

$$W_0 = \frac{q_0}{\gamma[1 - (1 - \delta^2)^3 / (\delta^6 R)]}, \quad (7)$$

безразмерный параметр $\delta = hk$. С учетом (1) и уравнения неразрывности, решение можно представить в виде

$$\begin{aligned} w &= \left[\sum_{j=1}^3 C_j \exp(k\sigma_j z) + W_0 \exp(-z/h) \right] \cos kx, \\ u &= \left[- \sum_{j=1}^3 C_j \sigma_j \exp(k\sigma_j z) + (W_0 / hk) \exp(-z/h) \right] \sin kx, \\ \theta &= \frac{\nu k^2}{\alpha g} \left[\sum_{j=1}^3 C_j (\sigma_j^2 - 1)^2 \exp(k\sigma_j z) + \frac{W_0}{\delta^4} (1 - \delta^2)^2 \exp(-z/h) \right] \cos kx. \end{aligned} \quad (8)$$

С учетом краевых условий (3), получаем систему уравнений для определения постоянных интегрирования C_j :

$$\sum_{j=1}^3 C_j = -W_0, \quad \sum_{j=1}^3 \sigma_j C_j = W_0 / \delta, \quad \sum_{j=1}^3 (\sigma_j^2 - 1)^2 C_j = -\frac{W_0}{\delta^4} (1 - \delta^2)^2. \quad (9)$$

Остановимся на предельном случае больших значений параметра R . В указанном пределе $|\sigma_j| \gg 1$, и значения корней с отрицательными реальными частями: $\sigma_1 \approx -R^{1/6}$, $\sigma_{2,3} \approx R^{1/6} \exp(\mp 2\pi i / 3)$.

Приближенное решение системы (9) имеет вид: $C_1 \approx \frac{1}{2}(W_1 - W_2)$,

$$C_{2,3} \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \left[W_0 \exp\left(\mp \frac{5}{6} \pi i\right) + \frac{1}{2} W_1 \exp\left(\pm \frac{5}{6} \pi i\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} W_2 \exp\left(\pm \frac{\pi i}{3}\right) \right].$$

Здесь введен безразмерный параметр $b = \delta R^{1/6}$ и масштабы скорости $W_1 = -W_0(1 - \delta^2)^2 / b^4$, $W_2 = W_0 / b$. Ниже будет также удобно использовать вертикальный масштаб $H = 1 / kR^{1/6}$.

Анализ полученных выражений приводит к неожиданному результату: в принципе, существует возможность аномально интенсивного отклика на тепловыделение. Знаменатель выражения (7) может, вообще говоря, переходить через ноль. Это происходит при следующем (вполне реальном) соотношении безразмерных параметров:

$$\delta = (1 + R^{1/3})^{-1/2}. \quad (10)$$

При $R \gg 1$ это соответствует близким значениям вертикального масштаба источника h и вертикального масштаба H , обусловленного устойчивой

стратификацией среды. Значения масштабов скорости W_0, W_1, W_2 при выполнении (10), очевидно, обращаются в бесконечность. Рассматриваемая в настоящей работе линейная модель, конечно, позволяет рассматривать лишь не слишком большие амплитуды возмущений.

Были проанализированы вертикальные профили возмущений, например, для следующего набора значений параметров, характерного для приземного слоя атмосферы: $q_0 = 3 \cdot 10^{-4}$ К/с (порядка 1 К/час), $\kappa = \nu = 3$ м²/с, $h = 50$ м, $k = 2 \cdot 10^{-3}$ м⁻¹, $\gamma = 3 \cdot 10^{-3}$ К/м. При этом $R \approx 7 \cdot 10^5$, $\delta = 0.1$, $H \approx 50$ м. Результаты демонстрируют, что при приближении значений параметров к (10) (при относительно небольшом изменении толщины источника h) амплитуда возмущений температуры и скорости резко возрастает по сравнению с типичными амплитудами вдали от соотношения (10). Следует отметить, что обнаруженный эффект весьма чувствителен к значениям параметров вблизи соотношения (10).

Возможность интенсивного отклика на слабое тепловыделение означает существование линейной неустойчивости рассматриваемого фонового состояния по отношению к возмущениям определенной структуры. Неустойчивость устойчиво стратифицированной (нагреваемой сверху) бесдвиговой вязкой среды выглядит, на первый взгляд, парадоксальной. Но для двухслойных систем, нагреваемых сверху, подобные возможности были теоретически обнаружены ранее; появился даже термин «антиконвекция» [3]. До настоящего времени считалось, что такое усиление возмущений возможно только в некоторых двухслойных средах при весьма специальных соотношениях между параметрами двух сред [3]. Приведенные выше расчеты показывают, что аналогичный эффект, в принципе, возможен даже и в однослойной полуограниченной непрерывно стратифицированной среде. В нашей работе [4] приведены некоторые физические соображения о природе обнаруженного эффекта.

Список литературы

1. *Pielke R. A. Mesoscale Meteorological Modeling. Amsterdam: Elsevier Science, 2013. 726 p.*
2. *Gray W. M., Frank W. M., Corrin M. L., Stokes C. A. Weather modification by carbon dust absorption of solar energy // J. Appl. Meteor. 1976. V.15 N 4. P. 355–386.*
3. *Ингель Л. Х. «Антиконвекция» // УФН. 1997. Т. 167. № 7. 779–784.*
4. *Ингель Л. Х. Аномальный отклик стратифицированной среды на объемное тепловыделение // ЖТФ. 2023. Т. 93. Вып. 2. С. 202–206.*

ТЕРМОМАГНИТНАЯ КОНВЕКЦИЯ МАГНИТНОГО КОЛЛОИДА СТРАТИФИЦИРОВАННОГО В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

П. Н. Казанцев, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Рассмотрена терромагнитная конвекция стратифицированного магнитного коллоида внутри ячейки Хеле-Шоу, которая была помещена во внешнее неоднородное магнитное поле и подогревается сверху. При учете инерционных слагаемых в уравнении Навье-Стокса с помощью метода Галеркина были получены критические числа и распределения скорости, температуры и концентрации как для стационарного случая изначально однородной магнитной жидкости, так и для колебательных режимов, возникающих за счет концентрационной стратификации.

Ключевые слова: магнитная жидкость; неоднородное магнитное поле; ячейка Хеле-Шоу

THERMOMAGNETIC CONVECTION OF A MAGNETIC COLLOID STRATIFIED IN A NON-UNIFORM MAGNETIC FIELD

P. N. Kazantsev, B. L. Smorodin

Perm State University, 15 Bukireva st., 614068, Perm

The thermomagnetic convection of a stratified magnetic colloid inside a Hele-Shaw cell, which was placed in an external inhomogeneous magnetic field and heated from above, is considered. Taking into account the inertial terms in the Navier-Stokes equation and using the Galerkin method critical numbers and distributions of velocity, temperature and concentration were obtained both for the stationary case of an initially homogeneous magnetic fluid and for oscillatory modes arising due to concentration stratification.

Keywords: ferrofluid; non-uniform magnetic field; Hele-Shaw cell

Пусть магнитная жидкость (коллоидная суспензия) с вязкостью η , температуропроводностью κ и магнитной проницаемостью $\mu = 1 + 4\pi\chi$ помещена в ячейку формы параллелепипеда (ячейка Хеле-Шоу), которая подогревается сверху и охлаждается снизу, обеспечивая разницу температур ΔT . Причем толщина ячейки (вдоль оси x) много меньше высоты (вдоль оси z) и длины (вдоль оси y) соответственно: $2d \ll 20d < 40d$.

Данная ячейка помещена во внешнее неоднородное постоянное магнитное поле, создаваемое парой кольцевых магнитов, так что внутри

ячейки создается вертикальное поле [1]:

$$\mathbf{H} = (0, 0, Gz), \quad G = 0.244 \frac{K}{R^4},$$

где K – параметр, характеризующий намагниченность, толщину и ширину колец магнита, R – средний радиус колец.

Поскольку толщина ячейки много меньше расстояния между кольцевыми магнитами, намагниченность жидкости линейно зависит от напряженности:

$$\mathbf{M} = \chi(\varphi, T) \mathbf{H}, \quad \chi = \frac{\varphi M_s m}{3k_B T},$$

где M_s – намагниченность насыщения диспергированного ферромагнетика, m – магнитный момент коллоидной частицы.

Узкие границы ячейки предполагаются свободными, причем, параллельные магнитному полю, считаются теплоизолированными, а перпендикулярные им – идеально теплопроводными.

Будем считать нулевой компоненту скорости v_x , перпендикулярную широкому граням, и введем функцию тока Ψ и завихренность Φ , связанные с ненулевыми компонентами скорости жидкости \mathbf{v} соотношениями:

$$v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \Phi = \text{rot } \mathbf{v}_x.$$

Для решения данной задачи понадобится система уравнений термомагнитной конвекции, обезразмеренная с помощью следующих масштабных величин: длина – d , время – d^2 / κ , скорость – κ / d , температура – $\bar{T} \eta \kappa / \chi G^2 d^4$, концентрации – $\bar{\varphi} \eta \kappa / \chi G^2 d^4$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] = \text{Pr} \left[\Delta \Phi - z \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \right], \quad \Phi = \Delta \Psi,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] = \Delta \theta - \text{R}_m \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] = \text{Le} \left[\Delta \varphi - \text{R}_c \left(z \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \varphi \right) \right] - \text{R}_c z \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$

в которой вводятся отклонения температуры θ и концентрации φ от их равновесных распределений, характеризующихся градиентами $dT_0 / dz = \text{R}_m$ и $d\varphi_0 / dz = \text{R}_c z$, а также число Прандтля $\text{Pr} = \frac{\eta}{\kappa \rho}$, магнитное

число Релея $R_m = \frac{\chi G^2 d^4}{\eta \kappa} \frac{\Delta T}{\bar{T}}$, концентрационное число Релея $R_c = \frac{\chi G^2 d^4}{\eta \kappa} \frac{\gamma^2}{3}$, число Льюиса $Le = D / \kappa$, где \bar{T} и $\bar{\varphi}$ – средние значения температуры и концентрации в состоянии равновесия, $\gamma = \frac{10 dm G}{k_B \bar{T}}$.

Данная система замыкается условиями на границах ячейки:

$$\begin{aligned} y = \pm 20: \quad & \Psi = \Psi_y = \theta_y = \varphi_y = 0, \\ z = \pm 10: \quad & \Psi = \Psi_{zz} = \theta = \varphi = 0, \\ x = \pm 1: \quad & \Psi = \theta_x = \varphi_x = 0. \end{aligned}$$

Решение задачи запишем в виде разложения по различным пространственным гармоникам:

$$\begin{aligned} \Psi &= \sum_{n,m=1}^{\infty} \Psi_{nm}(t) CS\left(\frac{n\pi y}{40}\right) CS\left(\frac{m\pi z}{20}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), \\ \theta &= \sum_{n=0,m=1}^{\infty} \theta_{nm}(t) SC\left(\frac{n\pi y}{40}\right) CS\left(\frac{m\pi z}{20}\right), \\ \varphi &= \sum_{n=0,m=1}^{\infty} \varphi_{nm}(t) SC\left(\frac{n\pi y}{40}\right) CS\left(\frac{m\pi z}{20}\right), \end{aligned}$$

$$CS(nx) \equiv \begin{cases} \cos nx, & \text{нечетные } n \\ \sin nx, & \text{четные } n \end{cases}, \quad SC(nx) \equiv \begin{cases} \sin nx, & \text{нечетные } n \\ \cos nx, & \text{четные } n \end{cases}.$$

После применения процедуры Галеркина [2,3] была получена система из 22 нелинейных дифференциальных уравнений относительно амплитуд $\Psi_{nm}(t)$, $\theta_{nm}(t)$, $\varphi_{nm}(t)$ (при $n_{\max} = 3$, $m_{\max} = 2$) вида:

$$\dot{X}_i = \sum_j a_{ij} X_j + \sum_{jk} b_{ijk} X_j X_k.$$

В результате линейного анализа получены критические значения магнитного числа Релея R_m^* при $Pr = 10$, $Le = 10^{-4}$ и нескольких различных значениях R_c (табл. 1). Как можно заметить, в случае изначально однородной магнитной жидкости ($R_c = 0$) при $R_m > R_m^*$ устанавливается стационарная конвекция.

Табл. 1. Пороговое значение R_m^* и частота колебательных режимов термомагнитной конвекции ν при различных значениях R_c

R_c	R_m^*	ν
0	0.1973	0
0.3	1.3115	0.0825
0.6	2.3308	0.1166
0.9	3.4678	0.1425

В случае монотонной конвекции течение жидкости, имеет “двухэтажную” структуру (рис. 1), что обусловлено явной зависимостью от координаты z объемной магнитной силы в уравнении Навье-Стокса и что качественным образом совпадает с известными результатами [2].

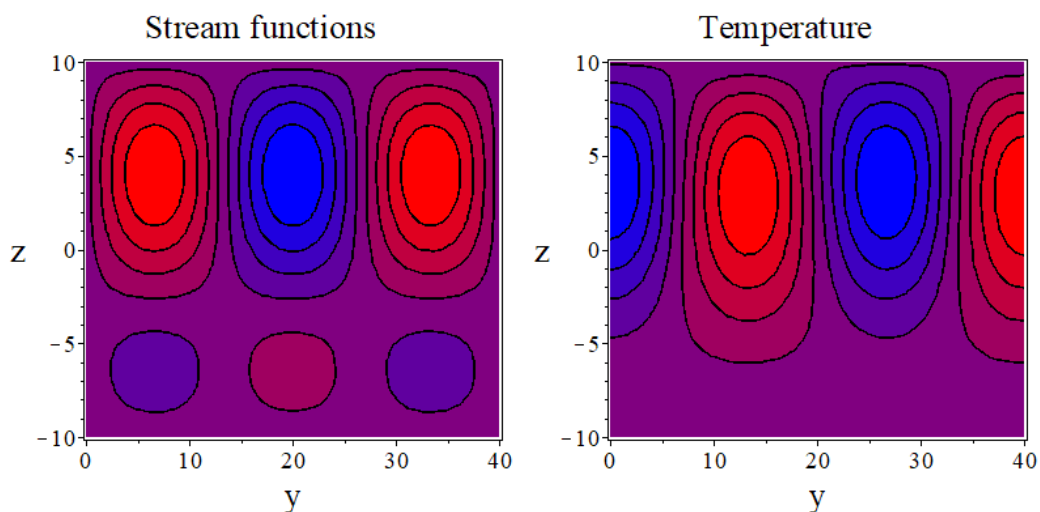


Рис. 1. Изолинии функции тока и отклонения температуры от равновесного распределения при $R_m = 1.2$, $R_c = 0$, $Pr = 10$

В случае же изначально стратифицированной жидкости ($R_c > 0$) возникают колебательные конвективные режимы, характеризующиеся частотой ν . В результате нелинейной эволюции устанавливается стоячая волна. Типичные изолинии функции тока, температуры и отклонения концентрации от равновесного распределения представлены на рис. 2. Отметим, что соответствующие распределения имеют двухуровневую структуру, подобную случаю конвекции однородной магнитной жидкости, но при этом приобретают колебательный характер. С ростом магнитного числа Релея R_m при небольших надкритичностях максимальное значение функции тока растет,

в то время как частоты надкритических колебаний практически не меняются.

Вызванное магнитофорезом повышение степени неоднородности концентрации магнитных частиц (повышение R_c) приводит к увеличению порога устойчивости магнитной жидкости.

Таким образом, с помощью метода Галеркина исследовалось поведение стратифицированной магнитной жидкости внутри подогреваемой сверху ячейки Хеле-Шоу, помещенной во внешнее неоднородное постоянное магнитное поле. Вычислены пороговые значения магнитного числа Релея при различных значениях концентрационного числа Релея. Оказалось, что в изначально стратифицированной магнитной жидкости возникают колебательные конвективные режимы в форме стоячей волны. Получены изолинии функций тока, температуры и концентрации как изначально однородной, так и стратифицированной магнитной жидкости.

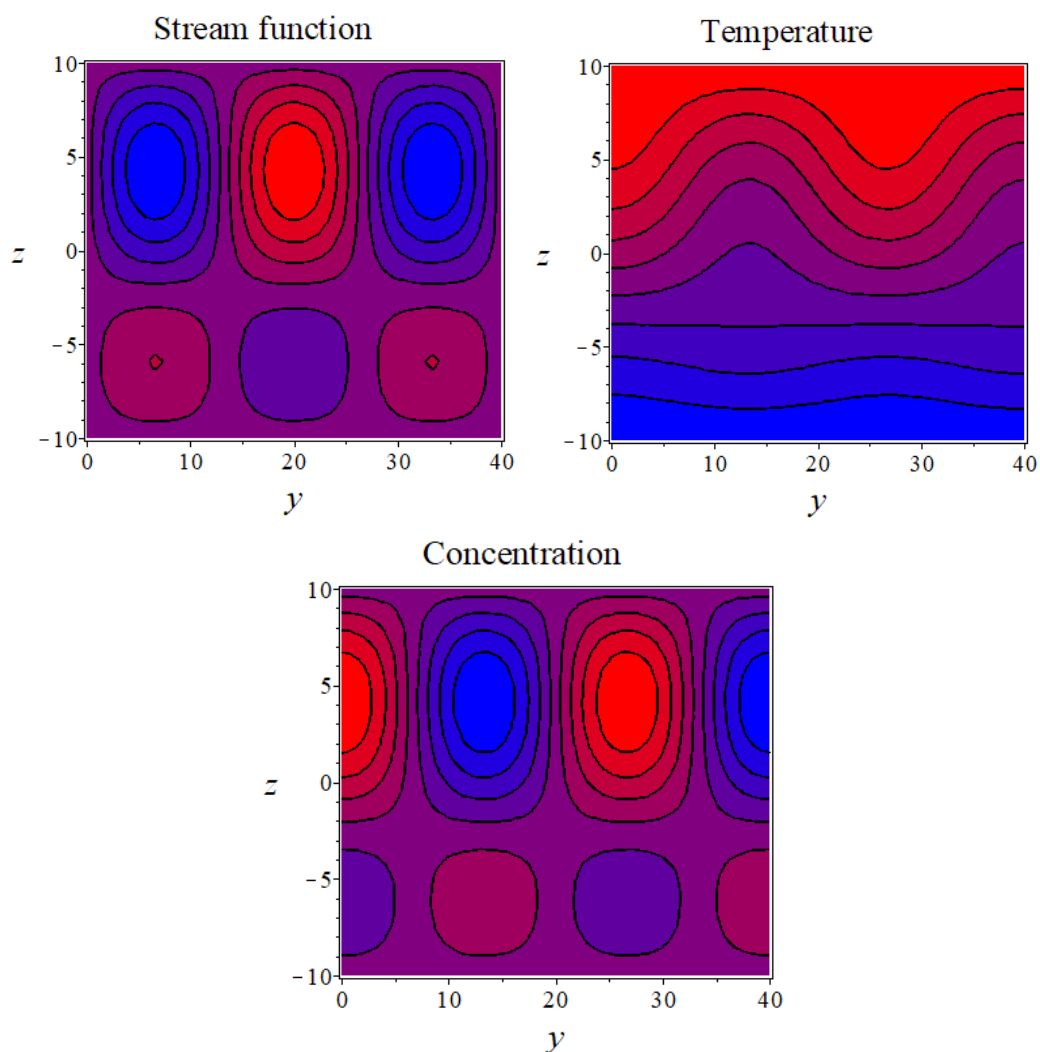


Рис. 2. Изолинии функции тока, температуры и отклонения концентрации от равновесного распределения в момент времени $t = 9000$

при $R_m = 1.32$, $R_c = 0.3$, $Pr = 10$

Список литературы

1. *Shliomis M. I., Smorodin B. L. Kamiyama S.* The onset of thermomagnetic convection in stratified ferrofluids // *Philosophical Magazine*. 2003. Vol. 83. no 17-18. P. 2139–2153.
2. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
3. *Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И.* О конвективных движениях в ячейке Хеле–Шоу // *Докл. АН СССР*. 1977. Т. 235. №3. С. 554–556.

КОНВЕКЦИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В НАГРЕВАЕМОЙ СБОКУ КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ВИБРАЦИЙ

М. Г. Казимарданов^a, Т. П. Любимова^a, А. В. Перминов^b

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Работа посвящена численному моделированию конвекции вязкопластической жидкости в нагрываемой сбоку квадратной полости, которая совершает вертикальные колебания конечной амплитуды и частоты. Задача решалась численно с помощью пакета прикладных программ. Для описания реологического поведения жидкости использовалась модель Балкли-Гершеля. Получены зависимости интенсивности движения от числа Рэлея и структуры зон квазитвердого движения от параметров вибраций. Показано, что вибрации приводят к значительному снижению порога конвекции.

Ключевые слова: вязкопластическая жидкость; квадратная полость; нагрыв сбоку; численное моделирование

CONVECTION OF VISCOPLASTIC FLUID IN A SIDE-HEATED SQUARE CAVITY IN THE PRESENCE OF VIBRATIONS

M. G. Kazimardanov^a, T. P. Lyubimova^a, A. V. Perminov^b

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Perm Polytechnic University, 29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

The study is devoted to numerical modeling of viscoplastic fluid convection in a side-heated square cavity subjected to vertical vibrations of finite amplitude and frequency. The problem is solved numerically by finite volume method. The Bulkley-Herschel model is used to describe the rheological behavior of the fluid. Dependences of convective flow intensity on Rayleigh number and structure of unyielding zones on vibration parameters are obtained. It is shown that vibrations lead to a significant decrease in the convection threshold.

Keywords: viscoplastic fluid; square cavity; lateral heating; numerical modeling

Конвекция вязкопластических жидкостей в замкнутых полостях в статическом поле тяжести впервые исследовалась в работе [1], где в рамках реологической модели Уильямсона, которая позволяет проводить расчеты единым образом во всей полости, исследована конвекция вязкопластической жидкости в квадратной полости при нагрыве сбоку. Обнаружено, что в

отличие от случая ньютоновской жидкости, для жидкости Уильямсона при малых значениях числа Рэлея наблюдается лишь слабое конвективное движение, а при достижении некоторого значения числа Рэлея Ra^* наблюдается резкий рост интенсивности течения. Определена структура зон квазитвердого движения при различных числах Рэлея. Из условия баланса моментов сил, действующих на жидкость, получено выражение, определяющее пороговое значение числа Рэлея Ra^* , при котором возникает конвекция вязкопластической жидкости Бингама в квадратной полости при нагреве сбоку. В работе [2] рассмотрено конвективное движение вязкопластической жидкости в прямоугольной полости, на вертикальных границах которой поддерживаются постоянные разные температуры, а на горизонтальных границах температура изменяется по линейному закону. Прослежено изменение интенсивности движения в полости и эволюция зон квазитвердого движения при изменении числа Рэлея. В работе [3] сформулированы два вариационных принципа и с помощью численной минимизации соответствующих функционалов получены приближения сверху и снизу для пороговых значений числа Рэлея, определяющих возникновение движения жидкости Бингама в прямоугольных полостях с различными отношениями сторон. Позднее та же задача решалась в [4].

Настоящая работа посвящена исследованию двумерного конвективного движения вязкопластической жидкости Балкли-Гершеля в квадратной области в поле тяжести при нагреве сбоку. Полость совершает вертикальные вибрации с конечной амплитудой и частотой.

Вертикальные границы полости твердые, на них заданы постоянные разные температуры. Горизонтальные границы полости также твердые, на них задано линейное распределение температуры:

$$x = 0: u = 0, v = 0, T = T_c, \quad (1)$$

$$x = H: u = 0, T = T_H, \quad (2)$$

$$T_H > T_c, \quad (3)$$

$$y = 0: v = 0, T = \frac{T_H - T_c}{L}x + T_c, \quad (4)$$

$$y = H: v = 0, T = \frac{T_H - T_c}{L}x + T_c, \quad (5)$$

Уравнения свободной тепловой конвекции в приближении Буссинеска имеют вид:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right), \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + \rho_0 (g + f(\omega t)) \beta (T + T_c), \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (8)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (9)$$

$$f(\omega t) = a\omega^2 \sin(\omega t), \quad (10)$$

Здесь u – x -компонента скорости, v – y -компонента скорости, ρ – плотность, p – давление, g – гравитационное ускорение, a – амплитуда вибраций, ω – частота вибраций ($\omega = 2\pi\nu$), β – коэффициент теплового расширения, C_p – удельная теплоемкость, T – температура, κ – коэффициент теплопроводности, τ_{xx} , τ_{xy} , τ_{yy} – компоненты тензора вязких напряжений.

Для описания вязкопластического поведения жидкости использовалась модель Балкли-Гершеля [5]:

$$\bar{\tau} = \mu_0 \bar{\gamma}, \text{ при } \bar{\gamma} < \gamma_0, \quad (11)$$

$$\bar{\tau} = \left(\frac{\tau_0}{\gamma} + K \cdot \bar{\gamma}^{n-1} \right) \bar{\gamma}, \text{ при } \bar{\gamma} < \gamma_0, \quad (12)$$

$$\gamma_0 = \frac{\tau_0}{\mu_0}, \quad (13)$$

$$\bar{\gamma} = \left[\frac{1}{2} \bar{\gamma} : \bar{\gamma} \right]^{1/2}, \quad (14)$$

где τ_0 – предельное напряжение сдвига, γ – скорость сдвига. K – коэффициент консистенции, n – показатель нелинейности, μ_0 – «предельная» вязкость. При малых скоростях сдвига $\gamma < \gamma_0$, вязкость жидкости μ_0 очень велика.

На рисунке 1 приведены зависимости максимального значения функции тока в полости от числа Рэлея в отсутствие (сплошная линия) и при наличии вибраций (штриховая линия). Как видно, вибрации приводят к существенному понижению порога конвекции: в отсутствие вибраций пороговое значение числа Рэлея составляет примерно 6750, что согласуется с результатами работы [1], при наличии вибраций с выбранными параметрами $Ra^* \approx 4700$, что в 1.4 раза меньше, чем без вибраций. На рисунке 1 приведена безразмерная функция тока Ψ_{\max} в единицах μ_0 .

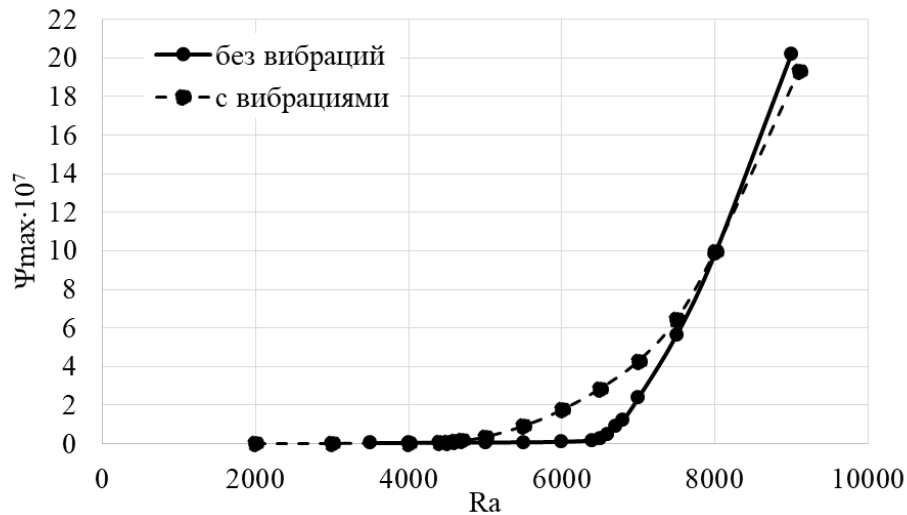


Рис. 1. Зависимости максимума функции тока в полости от числа Рэлея в отсутствие и при наличии вибраций

По полученным в расчетах полям компонент тензора вязких напряжений определялись зоны квазитвердого течения. Как и в [1], критерием для определения зон квазитвердого движения служило условие:

$$\sqrt{T_2} < \tau_0, \quad T_2 = \frac{1}{2} \tau_{ij} \tau_{ij}, \quad (15)$$

где T_2 – второй инвариант тензора вязких напряжений. Найдено, что, как и в статическом поле тяжести, при достижении некоторого порогового числа Рэлея возникает узкая замкнутая зона вязкопластического течения, примыкающая к границам полости, а основную часть полости занимает зона квазитвердого движения, в углах полости имеются «застойные» зоны (Рис. 2). При увеличении числа Рэлея зона квазитвердого движения уменьшается в размере, а при $Ra = 40000$ остаются лишь «застойные» зоны в углах полости.

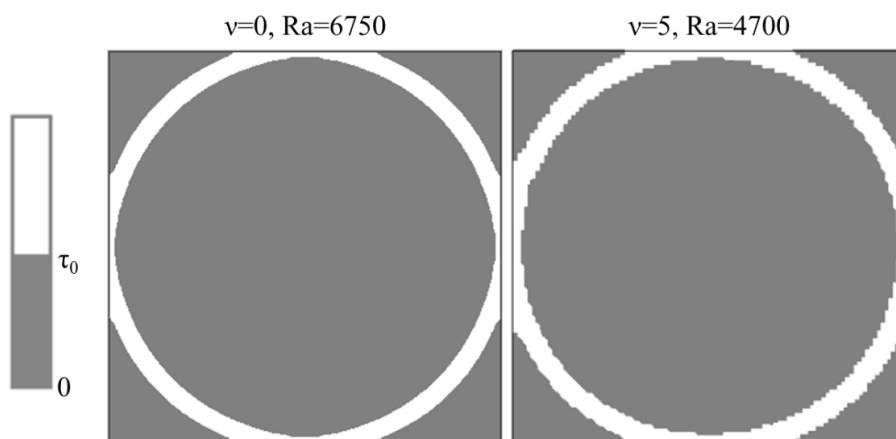


Рис.2. Квазитвердые зоны при возникновении конвекции при разных значениях частоты вибраций

Заключение

В рамках модели Балкли-Гершеля исследовано конвективное течение вязкопластической жидкости в нагреваемой сбоку квадратной полости в поле тяжести и вертикальных колебаний конечной амплитуды и частоты. Для различных значений числа Рэлея получены поля температуры, функции тока и корни квадратного из второго инварианта тензора вязких напряжений. Найдены зависимости максимального значения функции тока в полости от числа Рэлея в отсутствие и при наличии вибраций. Показано, что вибрации приводят к значительному уменьшению порогового значения числа Рэлея.

Список литературы

1. Любимова Т.П. Численное исследование конвекции вязкопластичной жидкости в замкнутой области. МЖГ. 1977. №1. С. 3–8.
2. Любимова Т.П. О конвективных движениях вязкопластичной жидкости в прямоугольной области. Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 5 С. 141-144.
3. Любимов Д.В., Любимова Т.П. О применении вариационных принципов в задаче о конвекции вязкопластичной жидкости. Конвективные течения, Вып.1, Пермь, 1979, С.81-86.
4. Vikhansky A. On the onset of natural convection of Bingham liquid in rectangular enclosures. J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2010. Vol. 165. P. 1713-1716.
5. Herschel W. H. & Bulkley R. Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollosungen. Kolloid Zeitschrift. 1926. Vol 39. P. 291-300.

ДИНАМИКА ФАЗОВОГО ВКЛЮЧЕНИЯ В ОСЦИЛЛИРУЮЩЕМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

И. Э. Карпунин

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 614990,
Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследуется осцилляционная динамика фазового включения в осесимметричном канале переменного сечения. В канале задается осциллирующий поток жидкости с нулевым средним расходом. Результаты ранее проведенных исследований структур течений жидкости, осциллирующей в осесимметричном канале переменного сечения, показали, что колебания жидкости генерируют осредненные потоки, структура и интенсивность которых определяются безразмерными параметрами (амплитудой и частотой колебаний). Направление и скорость потоков вносят вклад в равновесное положение твердого тела. Проведено исследование влияния осциллирующего потока жидкости на динамику твердого фазового включения с недеформируемой границей в зависимости от заданных параметров.

Ключевые слова: фазовое включение; осесимметричный канал; переменное сечение; колебания; безразмерная частота

DYNAMICS OF PHASE INCLUSION IN OSCILLATING LIQUID FLOW IN AXISYMMETRIC CHANNEL OF VARIABLE CROSS-SECTION

I. E. Karpunin

Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24, Sibirskaya st., 614990, Perm

The oscillatory dynamics of a phase inclusion in an axisymmetric channel with a variable cross-section is experimentally studied. An oscillating fluid flow with a zero average flow rate is set in the channel. The results of previous studies of the structures of fluid flows oscillating in an axisymmetric channel of variable cross-section showed that fluid oscillations generate averaged flows, the structure and intensity of which are determined by dimensionless parameters (amplitude and frequency of oscillations). The direction and rate of the flows contribute to the equilibrium position of the solid. The influence of an oscillating fluid flow on the dynamics of a solid phase inclusion with a non-deformable boundary is studied depending on the given parameters.

Keywords: phase inclusion; axisymmetric channel; varying cross section; oscillations; dimensionless frequency

1. Введение

Энергоэффективные технологии, вопросы разработки новых энергоэффективных систем и методов интенсификации массообменных процессов имеют фундаментальную и прикладную значимость для развития современных технологий. В работах [1, 2] демонстрируется применение каналов с периодически меняющимся вдоль оси радиусом для активации нестационарных течений при постоянном протекании через них жидкости в связи с интенсификацией тепло и массопереноса. Подобным образом как теоретически, так и экспериментально рассмотрена динамика газовых фазовых включений в каналах переменного сечения [3, 4]. Показано, что данная форма канала сказывается на колебаниях границы фазового включения, что обеспечивает эффективный массообмен. Однако, динамика жидкостных и газовых включений в осциллирующем потоке жидкости рассматривается в основном теоретически и практически не рассмотрена экспериментально. В работах [5, 6] представлен обзор литературы и подробно рассмотрен метод интенсификации процессов с использованием пульсаций и вибраций при наличии постоянного ненулевого течения в канале. Экспериментальные исследования динамики фазовых включений как деформируемых, так и с твердой границей, в осциллирующем потоке жидкости с нулевым средним расходом слабо представлены в литературе.

Колебания жидкости относительно стенок замкнутой полости могут быть вызваны ее вращательными колебаниями [7] либо периодическими деформациями полости с упругой границей [8]. В обоих случаях колебания жидкости приводит к возникновению потоков, значительно интенсифицирующих массоперенос. Данные экспериментальных исследований согласуются с теоретическими оценками в случае высоких частот. Безразмерная скорость осредненных потоков $V = vR / \nu$ определяется пульсационным числом Рейнольдса $Re = b^2 \Omega / \nu$, где v , b , ν и R – характерные осредненная скорость движения жидкости, амплитуда колебаний жидкости, кинематическая вязкость и размер полости. В области умеренных чисел Рейнольдса выполняется зависимость $V \sim Re$. Важным результатом исследований [7, 8] является то, что в областях умеренных и низких частот обнаружена генерация осредненных потоков, интенсивность которых уменьшается с понижением безразмерной частоты вибраций $\omega = \Omega R^2 / \nu$. Ранее проведенные исследования [9] показали, что гармонические колебания жидкости в канале переменного сечения возбуждают осредненный поток в виде системы тороидальных вихревых течений, структура и интенсивность которых определяются безразмерной частотой и пульсационным числом Рейнольдса.

В настоящем работе экспериментально исследуется динамика твердого сферического тела в осциллирующем потоке жидкости в канале переменного сечения в зависимости от амплитуды и частоты колебаний столба жидкости, относительного размера и плотности включения.

2. Экспериментальная установка и методика. Результаты

Экспериментальная установка представляет собой замкнутый гидравлический контур, в который включены электродинамический вибростенд 1, насос по типу «тяги-толкай» 2, система шлангов с кранами и разделительными мембранами 3 (рис. 1). Гармоническое изменение расхода прокачиваемой в контуре жидкости посредством разделительных мембран 4 сообщается кювете 5. Насос 2 представляет собой два объема несмешивающихся между собой, разделенных упругой мембраной. Колебания, сообщаемые мембране вибрационным стендом, передаются в систему. Насос, работающий по принципу «тяги-толкай», обеспечивает гармоническое изменение объема прокачиваемой в замкнутом гидравлическом контуре жидкости по закону $Q = Q_0 \cos \Omega t$. Частота колебаний задается генератором и может изменяться в диапазоне $f \equiv \Omega / 2\pi = 1 - 20$ Гц. Объем осциллирующей жидкости, задаются изменением амплитуды колебаний столика электродинамического вибростенда, жестко соединенного с насосом. Подробное описание конструкции насоса можно найти в работе [10].

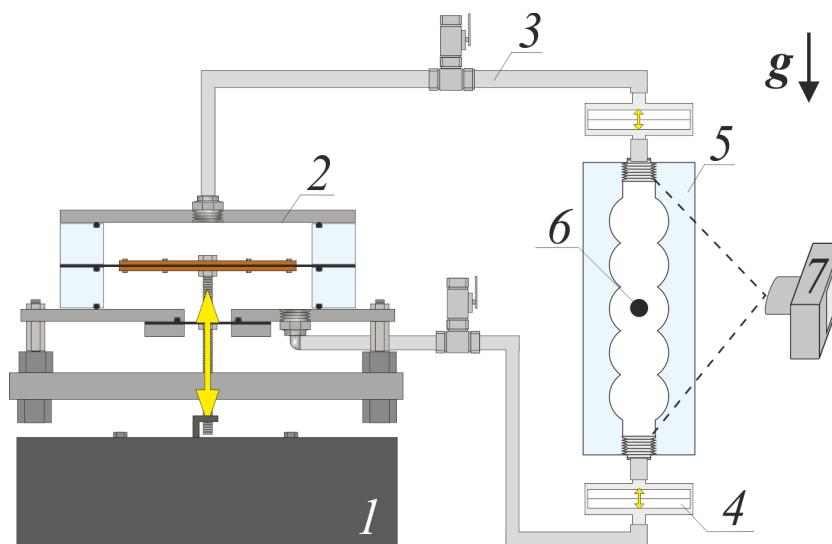


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Экспериментальная кювета 5, расположенная вертикально, представляет собой оргстеклянный параллелепипед размерами $60 \times 60 \times 150$ мм³. Кювета собирается из двух симметричных половин, в которых выфрезерованы пазы переменной глубины. В сборе получается осесимметричный канал переменной сечения. Радиусы канала в узком и широком участках составляют 6.2 мм и 15 мм, соответственно, пространственный период (расстояние между центрами сегментов канала) составляет 42 мм. Фазовое включение 6 представляет собой твердую пластиковую сферу, размер и плотность которой варьируются.

В зависимости от относительной плотности рабочей жидкости и фазового включения, последнее может как «тонуть», так и «всплывать» в канале. В экспериментах используются маловязкие жидкости: вода, слабые водоглицериновые растворы, маловязкие масла. Плотность рабочей жидкости варьируется с помощью растворения соли (йодид натрия NaI и йодид калия KI) в различной массовой концентрации.

Видеорегистрация положения фазового включения в кювете осуществляется скоростной видеокамерой 7 CamRecord CL600x2, оптическая ось которой перпендикулярна плоскости кюветы. Плоская внешняя боковая граница канала переменного сечения и близкие показатели преломления оргстекла и рабочих жидкостей снижают оптические искажения на искривленной границе канала. В экспериментах варьируются частота и амплитуда изменения расхода прокачиваемой через канал жидкости, относительные размеры включения, а также физические характеристики рабочей жидкости.

Ранее проведенное исследование [9] в канале переменного сечения показало, что осциллирующий поток жидкости приводит к генерации интенсивных осредненных потоков в каждом из сегментов канала (рис. 2). При малых безразмерных частотах первичные вихри занимают всю область в каждом из сегментов (рис. 2а). При увеличении безразмерной частоты вибраций происходит образование вторичных вихрей (рис. 2б). С увеличением частоты происходит усиление вторичных вихрей, поперечный размер первичных вихрей уменьшается, и они локализуются в пристеночной области канала. Таким образом, структура осредненных потоков существенно трансформируется при изменении параметров осцилляции и вязкости жидкости, вплоть до изменения направления течения.

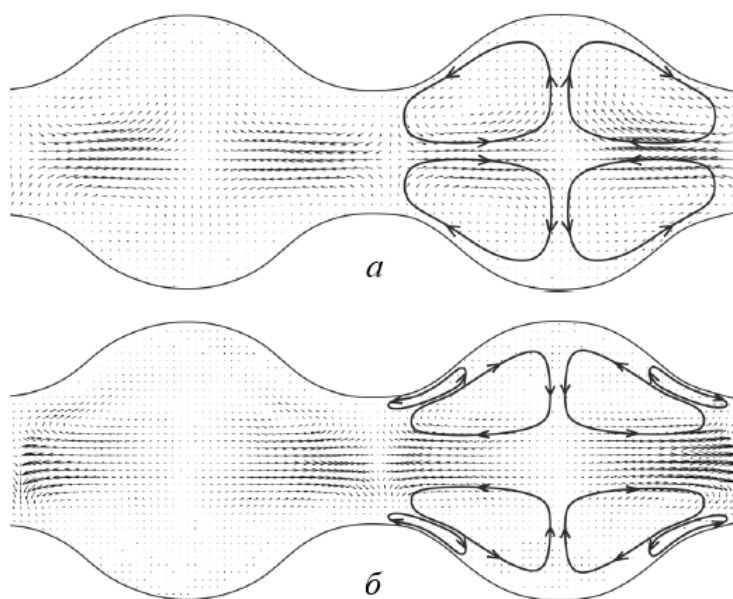


Рис. 2. Структура осредненных потоков в канале переменного сечения при:
а) $f = 2$ Гц, $\nu = 3.86$ Ст; б) $f = 10$ Гц, $\nu = 0.02$ Ст

Опыты показали, что осциллирующее движение столба жидкости генерирует осредненную силу, действующую на тело, величина которой зависит от параметров тела и его положения в канале. По достижении критической амплитуды осцилляций тело перестает двигаться вдоль канала и занимает квазистационарное положение в одной из ячеек вертикального канала. Квазистационарное положение определяется относительной плотностью и размером тела, а также безразмерной частотой. Осредненные потоки, генерируемые осцилляциями жидкости, вносят определенный вклад в равновесное положение фазового включения относительно канала переменного сечения. Проведенные исследования свидетельствуют о возможности управления положением фазового включения в канале переменного сечения посредством осцилляционного воздействия.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-71-01103).

Список литературы

1. *Blancher S., Creff R. and Le Quere P.* Analysis of convective hydrodynamic instabilities in a symmetric wavy channel // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16 (10). P. 3726–3737.
2. *Lee B. S., Kang I. S. and Lim H. C.* Chaotic mixing and mass transfer enhancement by pulsatile laminar flow in an axisymmetric wavy channel // *International journal of heat and mass transfer*. 1999. Vol. 42 (14). P. 2571–2581.
3. *Patel T. et al.* A numerical study on bubble dynamics in sinusoidal channels // *Physics of Fluids*. 2019. Vol. 31 (5). P. 052103.
4. *Konda H., Kumar Tripathi M. and Chandra Sahu K.* Bubble motion in a converging–diverging channel // *Journal of Fluids Engineering*. 2016. Vol. 138 (6). P. 064501.
5. *Chakravorty A.* Process intensification by pulsation and vibration in miscible and immiscible two-component systems // *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*. 2018. Vol. 133. P. 90–105.
6. *Nishimura T., Murakami S. and Kawamura Y.* Mass transfer in a symmetric sinusoidal wavy-walled channel for oscillatory flow // *Chemical engineering science*. 1993. Vol. 48 (10). P. 1793–1800.
7. *Иванова А. А., Козлов В. Г.* Вибрационная конвекция при непоступательных колебаниях полости (изотермический случай) // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2003. № 2. С. 25–32.
8. *Козлов В. Г., Сабиров Р. Р., Субботин С. В.* Осредненные течения в осциллирующей сфероидальной полости с эластичной стенкой // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2018. № 2. С. 16–26.

9. *Vlasova O. et al.* Steady flows of a fluid oscillating in an axisymmetric channel of variable cross-section, versus the dimensionless frequency // *Microgravity Science and Technology*. 2020. Vol. 32. P. 363–368.
10. *Kozlov V., Karpunin I., Kozlov N.* Finger instability of oscillating liquid–liquid interface in radial Hele-Shaw cell // *Physics of Fluids*. 2020. Vol. 32 (10). P. 102102.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ МИКРОКАНАЛА С ПОМОЩЬЮ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

Л. С. Клименко^{a,b}, Б. С. Марышев^{a,b,c}

^a Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^c Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского,
603022, Н.Новгород, проспект Гагарина, 23

Исследована задача об очистке канала от мелкодисперсной примеси с помощью внешнего потока жидкости. Течение в канале создается заданным постоянным перепадом давления. В начальный момент времени стенки канала считаются загрязненными, за счет сорбции частиц примеси на них. Распределение частиц на стенках создается случайным образом, что приводит к тому, что форма стенок изначально неровная. При включении внешнего потока с течением времени частицы могут отрываться от стенок под действием вязких напряжений, таким образом, происходит очистка канала. Моделирование проводилось численно с учетом случайных блужданий, вызванных диффузией. В результате определены поля давлений, завихренности и функции тока для жидкости в процессе очистки. Показано, что процесс очистки происходит пороговым образом, оценены величины интенсивности потока, при которых происходит очистка канала. Получена оценка характерного времени, необходимого для очистки канала.

Ключевые слова: сорбция; мелкодисперсная примесь; метод случайных блужданий

MODELING OF MICROCHANNEL CLEANING PROCESS BY EXTERNAL FLOW

L. S. Klimenko^{a,b}, B. S. Maryshev^{a,b,c}

^a Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^b Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

^c Nizhny Novgorod State University,
23, Gagarin ave., 603022 Nizhny Novgorod, Russia

The problem of channel cleaning from fine impurities by means of external fluid flow is investigated. The flow in the channel is created by a given constant pressure drop. At the initial moment of time the channel walls are considered to be contaminated due to sorption of impurity particles on them. The distribution of particles on the walls is created randomly, causing the shape of the walls to be initially uneven. When the external flow is switched on over time, the particles can detach from the walls under the action of viscous stresses, thus the channel is cleaned. The modeling was

carried out numerically taking into account random wanderings caused by diffusion. As a result, the pressure fields, vorticity and stream functions for the fluid during the cleaning process are determined. It is shown that the cleaning process occurs in a threshold manner, the values of flow intensity at which the channel cleaning occurs are estimated. The estimation of characteristic time required for channel cleaning is obtained.

Keywords: sorption; fine impurities; random walk method

Засорение каналов из-за адсорбции частиц на стенках является серьезной проблемой во многих технологических процессах. Так, в частности время работы фильтрующего элемента (например, в системах очистки воды, промышленных и бытовых фильтрах) в конечном итоге ограничивается временем засорением фильтра. Довольно часто для продления срока работы фильтрующих систем используется их промывка потоком очищенной жидкости [1].

Среди физических механизмов, приводящих к засорению канала, самым простым является «механическая» закупорка, когда частицы попадают в канал, характерный зазор которого меньше их собственного размера [2, 3]. Однако известно, что закупорка возможна даже при прокачке мелкодисперсной суспензии. Закупорку в этом случае часто связывают с образованием агрегатов [4-6], при этом, однако, не учитывается прилипание частиц на стенки. Хотя в ряде случаев именно сужение каналов за счет сорбции оказывается определяющим фактором, приводящим к закупорке, что было показано ранее в работе [7].

В настоящей работе исследована задача об очистке канала за счет внешнего потока (Рис. 1). На входе и выходе из канала задан постоянный перепад давления $\Delta P = P_1 - P_2 > 0$. Задача решена в предположении, что канал имеет прямоугольную форму размерами $H \sim 10$ мкм на $L \sim 50$ мкм. Частицы одинаковые и имеют радиус $a \sim 100$ нм. В начальный момент времени канал засорен примесью, частицы удерживаются на стенках и между собой с помощью сил Ван-дер-Ваальса. Частицы могут отрываться от стенок канала благодаря тепловым флуктуациям (случайной силе) и силам вязкого напряжения.

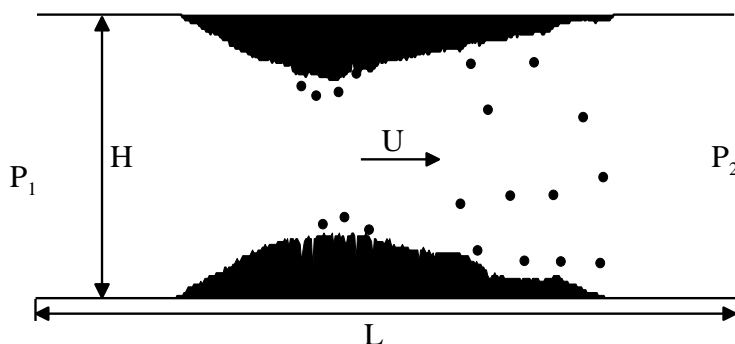


Рис 1. Конфигурация задачи

Уравнение движения частицы имеет вид:

$$x_n = \sum_{i=1}^n \left[\frac{3}{2} \frac{\pi \eta a^3}{kT} u_{x_i, y_i, t_i} + a f_x t_i \right], \quad (1)$$

$$y_n = \sum_{i=1}^n \left[\frac{3}{2} \frac{\pi \eta a^3}{kT} w_{x_i, y_i, t_i} + a f_y t_i \right], \quad (2)$$

$$t_i = \sum_{j=1}^i \delta t_j = \frac{3}{2} \frac{\pi \eta a^3}{kT} i, \quad (3)$$

где x_n, y_n – координаты частицы в момент времени t_n , η – динамическая вязкость жидкости, T – температура, k – постоянная Больцмана, $f_x t_i, f_y t_i$ – независимые реализации случайной величины распределенной по нормальному закону, u, w – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости потока. Поток считается стационарным, изменения величин u, w могут произойти только в момент прилипания частицы к стенке или отрыва частицы от нее. Уравнения для скорости потока могут быть записаны в следующем виде:

$$\eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$

где p – поле давления. Для определения поля давления решается задача в терминах завихренности и давления:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad p|_{x=0} = P_1, \quad p|_{x=L} = P_2, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0, L} = 0, \quad (5)$$

$$\eta \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=S_l, S_u} = - \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{y=S_l, S_u}, \quad \frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=S_l, S_u} = \eta \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{y=S_l, S_u}, \quad (6)$$

где P_1, P_2 – значения давления на входе и выходе из канала, φ – поле завихренности, S_l, x, t, S_u, x, t положение нижней и верхней границ полости соответственно. Для учета отрыва частиц и проскальзывания рассчитывались значения вязких напряжений на стенке, так частица отрывается от стенки при выполнении следующего условия

$$\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \tau^* f \Big|_{y=S_u, S_l} > \tau_c, \quad \eta \frac{\partial u}{\partial x} + \tau^* f \Big|_{y=S_u-a, S_l-a} > \tau_f, \quad (7)$$

где τ^* – характерные значения тепловых флуктуаций напряжений, τ_c – критическое значение напряжений на отрыв, τ_f – критическое значение напряжений при проскальзывании.

Настоящая система (5)-(7) решалась численно с помощью метода конечных разностей. Для повышения скорости сходимости итерационного процесса использован метод последовательной верхней релаксации.

Динамика выноса примеси из загрязненного канала при показана на Рис.2. Видно, что внешний поток со временем очищает канал, однако при увеличении силы связи частиц, скорость очистки канала сильно замедляется.

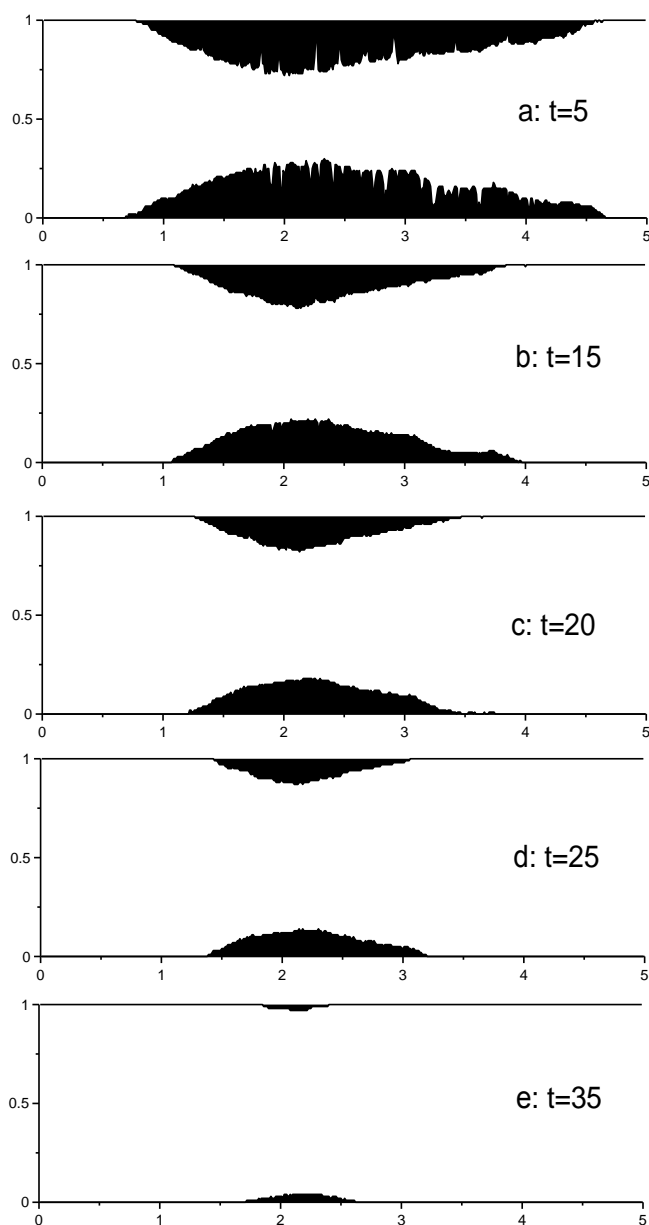


Рис. 2. Положение стенок канала загрязненного примесью, черным заштрихована область занятая частицами примеси. Полная очистка канала была достигнута в момент времени $t \approx 37.35$

Как и ожидалось, в центре канала течение соответствует течению Пуазейля, в то время как около стенок имеются сильные отклонения от этого течения, связанные со сложной формой стенок в результате осаждения частиц. При небольшом значении предельного напряжения на отрыв очистка канала происходит довольно быстро и довольно длительное время выполняется линейный закон сорбции. С ростом десорбции очистка канала прекращается, и если изначальный зазор канала не велик (менее 0.33) может происходить закупорка канала. Однако и в этом случае, очисткой можно управлять увеличивая интенсивность внешнего потока. Так при увеличении перепада в 4 раза дает сокращение времени очистки примерно в 5 раз.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 23-12-00180.

Список литературы

1. *Gothsch T. et al.* Effect of microchannel geometry on high-pressure dispersion and emulsification //Chemical engineering & technology. 2011. Т. 34. №. 3. С. 335-343.
2. *Frey J., Schmitz P., Dufreche P., Pinheiro I. G.* Particle deposition in porous media: analysis of hydrodynamic and weak inertial effects// Transport in porous media. 1999. Т. 37 С. 25–54.
3. *Mays D. C., Hunt J. R.* Hydrodynamic aspects of particle clogging in porous media// Environmental science & technology. 2005. Т. 39. С. 577–584.
4. *Sharp K., Adrian R.* On flow-blocking particle structures in microtubes// Microfluidics and Nanofluidics. 2005 Т.1 С. 376–380.
5. *Agbangla G. C., Climent E., Bacchin P.* Experimental investigation of pore clogging by microparticles: Evidence for a critical flux density of particle yielding arches and deposits// Separation and purification technology. 2012. Т. 101. С. 42–48.
6. *Gudipaty T., Stamm M. T., Cheung L. S., Jiang L., Zohar Y.* Cluster formation and growth in microchannel flow of dilute particle suspensions// Microfluidics and nanofluidics. 2011. Т. 10, № 3. С. 661–669.
7. *Klimenko L. S., Maryshev B. S.* Numerical simulation of microchannel blockage by the random walk method //Chemical Engineering Journal. 2020. Т. 381. С. 122644.

ТЕЧЕНИЕ ПУАЗЕЙЛЯ ТЕРМОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРОДОЛЬНЫХ ГРАДИЕНТОВ ДАВЛЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ

Д. В. Князев

Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Рассмотрено установившееся осесимметричное течение Пуазейля ньютоновской жидкости с вязкостью, экспоненциально зависящей от температуры, индуцированное осевыми градиентами давления и температуры. Задача сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка, содержащему два безразмерных комплекса. Описаны области существования и неединственности решения. Выделены две ветви решений, соответствующие качественно различным типам течения и режимам теплообмена на границе.

Ключевые слова: ньютоновская жидкость; зависимость вязкости от температуры; течение Пуазейля; точные решения

POISEUILLE FLOW OF A THERMO-VISCOUS FLUID INDUCED BY LONGITUDINAL PRESSURE AND TEMPERATURE GRADIENTS

D. V. Knyazev

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

A steady axisymmetric Poiseuille flow of a Newtonian fluid with a viscosity exponentially dependent on temperature, induced by axial pressure and temperature gradients, is considered. The problem is reduced to an ordinary third-order differential equation containing two dimensionless parameters. The domains of existence and non-uniqueness of the solution are described. Two branches of solutions are distinguished, corresponding to qualitatively different types of flow and heat transfer regimes at the boundary.

Keywords: newtonian fluid; temperature-viscosity dependence; Poiseuille flow; exact solutions

Рассматривается осесимметричное стационарное течение ньютоновской жидкости, динамический коэффициент вязкости которой зависит от температуры $T(r, z)$ по экспоненциальному закону [1, 2]

$$\eta = \eta_0 e^{-\lambda T}; \quad \eta_0, \lambda > 0. \quad (1)$$

Остальные физические характеристики среды, включая плотность, считаются постоянными. Движение жидкости в прямой трубе радиуса R

индуцируется разностью давлений в нормальных сечениях $z=0$, $z=L$ и линейным изменением температуры вдоль боковой поверхности. На оси симметрии выполняются условия регулярности потока и отсутствия источников тепла:

$$r=0: \frac{\partial v_z}{\partial r}=0, \frac{\partial T}{\partial r}=0; \quad r=R: v=0, T=B+Az; \quad \Delta p = p(0,0) - p(0,L) > 0.$$

По аналогии с изотермическим течением Пуазейля предполагается, что $v = v_z(r)e_z$ и решение задачи ищется в виде:

$$v_z = \frac{L\Delta p}{\eta_0} w(\xi), \quad p = \Delta p \frac{P(\xi)e^{a(1-\xi)} - 1}{e^a - 1}, \quad \lambda T = b + \theta(\xi) + a\xi, \quad \xi = \frac{r}{R}, \quad \zeta = \frac{z}{L}. \quad (2)$$

Удобно ввести безразмерные комплексы (χ – коэффициент температуропроводности)

$$0 < \delta = \frac{R}{L} < 1, \quad a = \lambda AL, \quad b = \lambda B, \quad \text{Pe} = \frac{L^2 \Delta p}{\chi \eta_0} > 0.$$

Для новых безразмерных неизвестных w , θ , P , с учётом граничных условий, справедливы следующие выражения и уравнения

$$P = I_0(\alpha\xi), \quad \alpha \delta \text{Pe} w = \theta'' + \theta'/\xi; \quad (3)$$

$$(\theta'' + \theta'/\xi)' = -\beta I_1(\alpha\xi)e^\theta; \quad \theta'(0)=0, \quad \theta(1)=0, \quad \theta''(1)+\theta'(1)=0. \quad (4)$$

Штрихом обозначается производная по переменной ξ ; I_0 , I_1 – модифицированные функции Бесселя первого рода, нулевого и первого порядков; $\alpha = a\delta$ – модифицированный безразмерный продольный градиент температуры; параметр β , содержащий число Пекле, равен

$$\beta = \frac{a}{1 - e^{-a}} e^b \delta^3 \text{Pe} > 0.$$

Используя (3), (4) можно показать, что безразмерная скорость $w(\xi)$ – неотрицательная функция, монотонно убывающая от максимального значения $w(0)$ на оси потока до нулевого на стенке трубы. Аналогично ведёт себя функция $\theta(\xi)$, при $\alpha < 0$. Если $\alpha > 0$, то $\theta(\xi)$ монотонно растёт от отрицательного минимума на оси потока до нуля на боковой границе. Кроме этого, с помощью (3), (4) можно выписать явные выражения для давления и единственной отличной от нуля компоненты тензора вязких напряжений [3]

$$\frac{p}{\Delta p} = \frac{I_0(\alpha \xi) e^{a(1-\xi)} - 1}{e^a - 1}, \quad \frac{\sigma_{rz}}{\Delta p} = \frac{e^{a(1-\xi)}}{e^a - 1} I_1(\alpha \xi). \quad (5)$$

Для рассматриваемого течения (1), (2) имеет место простая связь между расходом жидкости Q и составляющими вектора плотности потока тепла $\mathbf{q} = q_r \mathbf{e}_r + q_z \mathbf{e}_z = -\kappa \nabla T$

$$\frac{Q}{2\pi R \chi} = \frac{\theta'(1)}{\alpha} = \frac{q_r|_{\xi=1}}{q_z} > 0. \quad (6)$$

Краевая задача (4) содержит два независимых безразмерных параметра, α и β . Далее основное внимание уделено исследованию влиянию на течение теплового воздействия, определяемого параметром α .

Анализ зависимости величины $\theta'(1)$, пропорциональной плотности радиально теплового потока через боковую границу трубы, от безразмерного продольного градиента α при фиксированном β (рис. 1а) показывает, что в случае отвода тепла через твёрдую стенку решение задачи (4) перестаёт существовать при $\alpha < \alpha_*(\beta) < 0$ [4]. При этом каждому $\alpha \in (\alpha_*; 0)$ соответствуют два решения с одинаковыми полями давления и вязких напряжений (5), но разными величинами $\theta'(1)$ и расхода (рис. 1б). Таким образом, можно говорить о двух ветвях решения.

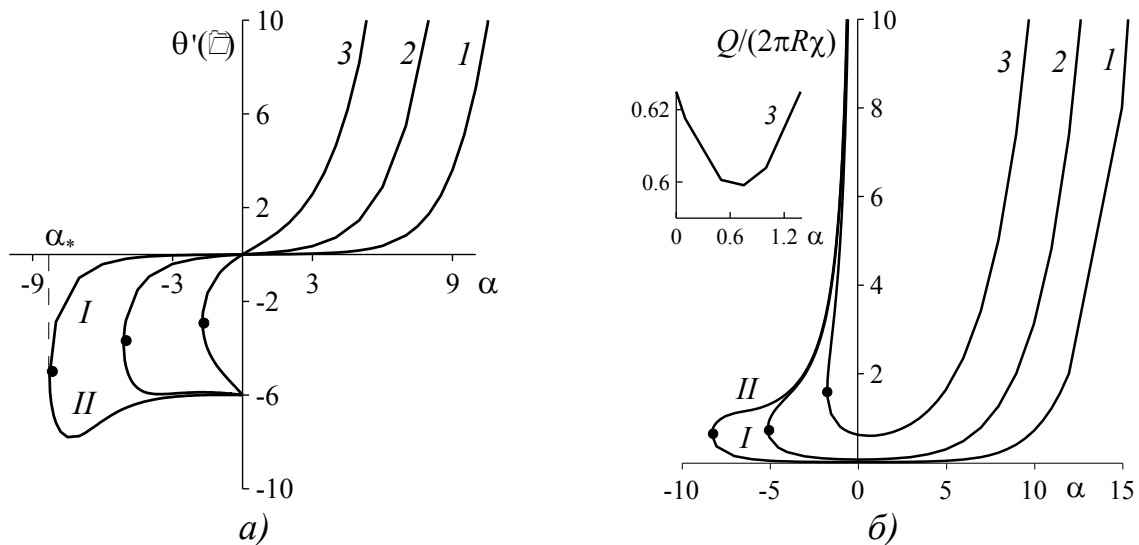


Рис. 1. Безразмерные зависимости а) радиального потока тепла через боковую поверхность трубы, б) расхода от величины осевого теплового потока для различных значений параметра β : 1 - $\beta = 0.1$, $\alpha_* = -8.274$; 2 - $\beta = 1$, $\alpha_* = -5.098$; 3 - $\beta = 10$, $\alpha_* = -1.718$

Ветвь I (рис. 1) продолжима в область положительных значений α и $\theta'(1)$ (тепло подводится к жидкости через твёрдую боковую границу). Здесь

ветвь I ведёт себя монотонно. В то же время кривая зависимости безразмерного расхода от α имеет минимум в при $\alpha > 0$ (рис. 1б). Следовательно, в некоторой окрестности этого минимума имеются два различных режима течения с одинаковыми расходами, но различными плотностями радиального и осевого тепловых потоков.

Ветвь II существует только при $\alpha \in (\alpha_*; 0)$. В зависимости от величины параметра β кривая $\theta'(1)$ от α может быть монотонной (рис. 1а, кривая 3) или иметь до двух локальных экстремумов (рис. 1а, кривые 2, 3). Численные (рис. 1а) и аналитические (см. далее) расчёты показывают, что $\theta'(1) \rightarrow -6$ при $\alpha \rightarrow -0$ независимо от значения β . Во всех проведённых расчётах зависимость расхода от α монотонна и, как следует из вышеизложенного и (6), при достаточно близких к нулю α имеет вид $Q/(2\pi R\chi) \approx -6/\alpha$.

Для малых α приближённое решение задачи (3), (4), принадлежащие ветви I , можно представить в виде разложения (рис. 2, штриховые кривые 4)

$$\theta \approx -\frac{\alpha\beta}{64}(\xi^2 - 1)(\xi^2 - 3) + \frac{(\alpha\beta)^2}{768} \left[\frac{\xi^8 - 1}{64} - \frac{\xi^6 - 1}{6} + \frac{9}{16}(\xi^4 - 1) - \xi^2 + 1 \right] + \dots$$

$$\delta \text{Re} w \approx \frac{\beta}{4}(1 - \xi^2) + \frac{\alpha\beta^2}{128} \left[\frac{\xi^6 - 1}{6} - \xi^4 + 1 + \frac{3}{2}(\xi^2 - 1) \right] + \dots$$
(7)

Если дополнительно потребовать малости параметров a и b , то выражение для безразмерной скорости (7) стремится к решению Пуазейля для изотермического течения $w = \delta^2(1 - \xi^2)/4$.

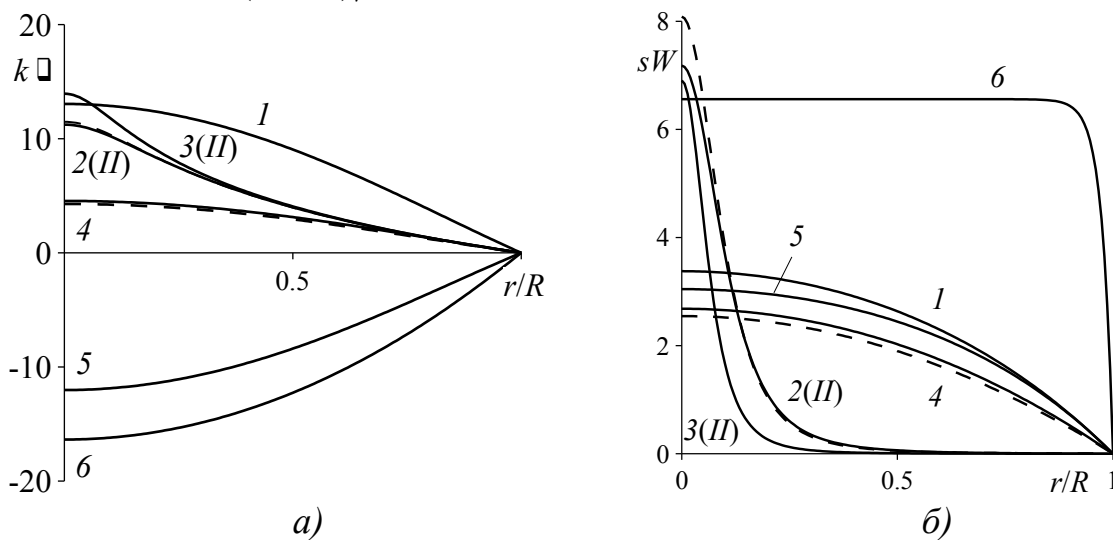


Рис. 2. Безразмерные профили а) температуры, б) скорости $W = \delta \text{Re} w$ для

- $\beta = 1$ и различных значений параметра α : 1 - $\alpha = -2$, $k = 10^2$, $s = 10$;
 2 - $\alpha = -2$, $k = 1$, $s = 3 \cdot 10^{-2}$ ветвь II; 3 - $\alpha = -0.9$, $k = 10^2$, $s = 10$ ветвь II;
 4 - $\alpha = -0.9$, $k = 1$, $s = 5 \cdot 10^{-3}$; 5 - $\alpha = 2$, $k = 10^2$, $s = 10$,
 6 - $\alpha = 10$, $k = 1$, $s = 1$

При $|\alpha| \ll 1$ для модифицированной функции Бесселя I_1 справедливо представление $I_1(\alpha \xi) \approx \alpha \xi / 2$ и уравнение (4) можно заменить на $(\theta'' + \theta' / \xi)' \approx -\beta \alpha \xi e^\theta / 2$.

В области отрицательных значений α оно имеет решение

$$\theta = -3 \ln \frac{\varepsilon + \xi^2}{\varepsilon + 1}, \quad \frac{\alpha \beta}{2} = -\frac{48\varepsilon}{(\varepsilon + 1)^3}, \quad \varepsilon > 0, \quad (8)$$

удовлетворяющее двум первым граничным условиям (4). Последнее граничное условие даёт $\theta''(1) + \theta'(1) = -12\varepsilon(\varepsilon + 1)^{-2} \sim \varepsilon$. Эту оценку можно улучшить, вычислив линейную по ε поправку к (8). Она равна $\theta_1 = 3\varepsilon(\xi^2 - 1)$. Таким образом, при достаточно маленьких ε , решение (8) приближённо удовлетворяет последнему граничному условию (4) и может быть использовано для описания течений, принадлежащих ветви II (рис. 2). В частности из (8) следует, что $\theta'(1) = -6/(\varepsilon + 1)$, значит в пределе $\theta'(1) = -6$, что, как указывалось выше, совпадает с численными расчётами.

На ветви I, при небольших и умеренных значениях параметра α , профиль скорости близок к параболическому (рис. 2б, кривые 1, 4, 5). С ростом $\alpha > 0$ и увеличением подвода тепла к жидкости через боковую границу, профиль скорости становится всё более «наполненным». В результате течение принимает вид однородного потока с узким пограничным слоем у стенки, где скорость быстро падает до нуля (рис. 2б, кривая 6).

Для решений, принадлежащих ветви II, характерен быстрый рост $\theta(\xi)$ и скорости в приосевой области (рис. 2, кривые 2, 3). Такому перераспределению внутренней и кинетической энергии способствует отвод тепла от жидкости через боковую границу. Следует отметить, что решение (8) удовлетворительно описывает профили $\theta(\xi)$ и $w(\xi)$ в несколько более широкой области изменения $\alpha < 0$, чем предполагается при выводе (8) (рис. 2, штриховые кривые 2).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (тема № 121031700169-1).

Список литературы

1. Kulikov Yu. M., Son E. E. Fluid flow with abrupt viscosity-temperature dependence // High Temperature. 2014. Vol. 52 (5). P. 723–729.
2. Скульский О. И., Аристов С. Н. Механика аномально вязких жидкостей. М.-И.: Регулярная и хаотическая динамика, 2003. 156 с.

3. *Найдёнов В. И.* Об автомодельности одной задачи конвективного теплообмена // Прикл. мех. и тех. физика. 1974. № 5. С. 152–153.
4. *Найдёнов В. И., Полянин А. Д.* О некоторых нелинейных конвективно-тепловых эффектах в теории фильтрации и гидродинамике // Доклады АН СССР. 1984. Т. 279. № 3. С. 575–579.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ОДНОМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Е. И. Ковычева, К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной работе рассмотрено движение электронов в постоянном электрическом поле в определенном интервале температур, когда движение может быть описано уравнением типа Дарси–Бринкмана. Были рассмотрены процессы установления стационарного тока в проводнике без учёта и с учётом вязкости электронов после включения продольного электрического поля. Помимо решений с постоянным электрическим полем рассмотрены решения с переменным электрическим полем и решение в виде бегущей волны.

Ключевые слова: гидродинамика электронов; уравнение Дарси–Бринкмана

NONSTATIONARY ONE-DIMENSIONAL ELECTRON FLOWS IN HYDRODYNAMIC MODE

E. I. Kovycheva, K. B. Tsiberkin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

In this paper, we consider the motion of electrons in a constant electric field in a certain temperature range, when the motion can be described by an equation of the Darcy–Brinkman type. The processes of establishment of a stationary current in a conductor were considered without taking into account and taking into account the viscosity of electrons after switching on the longitudinal electric field. Solutions with an alternating electric field and a solution in the form of a traveling wave are also considered.

Keywords: electron hydrodynamics; Darcy–Brinkman equation

Рассматривается движение электронов в постоянном электрическом поле в гидродинамическом режиме – в условиях реализации эффекта Гуржи, при котором длина свободного пробега электронов в решётке становится настолько малой, что наиболее вероятно их взаимодействие между собой, эквивалентное действию вязких сил [1–3]. Электрический ток в этом случае может быть описан расширенной моделью фильтрации – уравнением Дарси–Бринкмана [4]. Оно учитывает два механизма вязкости – закон Дарси (закон Ома) и закон Навье (гидродинамический вклад):

$$Nm \frac{dv}{dt} + \nabla p - \mu \Delta \vec{v} = Ne(\vec{E} + \vec{v} \times B) - N \frac{m}{\tau} \vec{v}, \quad (1)$$

где N – объёмная плотность электронов, m , e – масса и заряд электрона, соответственно, v – скорость электронов, p – давление электронной жидкости, μ – коэффициент сдвиговой вязкости, E , B – электрическое и магнитное поле, соответственно, τ – время релаксации электронов согласно теории Друде. В простейшем случае уравнение дополняется условием несжимаемости:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0. \quad (2)$$

Исследовано влияние вязкости на эволюцию однородного начального распределения тока в проводнике под действием постоянного электрического поля и при отсутствии магнитного, а также на устойчивость волновых возмущений. Благодаря приближению несжимаемой среды исключается вклад слагаемого с давлением.

Без учёта вязкого слагаемого и магнитного поля возможна линеаризация задачи при рассмотрении малых отклонений параметров от средних [5]. Она допускает решение в виде потенциала скорости. Электрическое поле также представимо в виде потенциала:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\nabla \varphi)}{\partial t} + \frac{e}{m} \nabla \psi - \frac{\nabla \varphi}{\tau} &= 0, \\ \vec{E} = -\nabla \psi = \text{const}, \quad \varphi &= \varphi(t)x, \quad \varphi(t=0) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь существует экспоненциальное решение для потенциала скорости, соответствующее однородному распределению тока в проводнике и омическому режиму:

$$\varphi(t) = \frac{\vec{E}e\tau}{m} + \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}\vec{E}e\tau}{m}. \quad (4)$$

Полученный результат находится в полном соответствии с теорией электропроводности Друде [6].

При учёте вязкости также возможно линеаризовать исходное уравнение, однако теперь потенциал скорости не может быть введён. В качестве наиболее простой постановки задачи проанализировано простейшее одномерное течение $v = v(x, t)$ где x – поперечная координата. Ему соответствует параболическое уравнение с неоднородностью

$$\frac{\partial \vec{v}(x, t)}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \mu \frac{\partial^2 \vec{v}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{m} e \vec{E} + \frac{1}{\tau} \vec{v}(x, t) = 0, \quad \rho_0 = Nm, \quad (5)$$

общее решение которого имеет следующий вид:

$$\vec{v}(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-a_n t} \sin \frac{\pi n x}{h} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2e\vec{E}}{\pi n m} (1 - (-1)^n) \frac{1 - e^{-a_n t}}{a_n} \sin \frac{\pi n x}{h}, \quad (6)$$

$$A_n = \frac{2}{h} \int_0^h v_0(x) \sin \frac{\pi n x}{h} dx, \quad a_n = \frac{1}{\tau} + \frac{\mu}{\rho_0} \left(\frac{\pi n}{h} \right)^2,$$

где h – ширина проводника.

Рассмотрен частный случай, когда в начальном состоянии $v(x,0) = v_0 = const$. Тогда коэффициенты A_n равны

$$A_n = -\frac{2}{h} v_0 \cos \pi n = -\frac{2}{h} v_0 (-1)^n. \quad (7)$$

На рис. 1а хорошо видно экспоненциальное установление стационарного потенциала (4). На рис. 1б представлены семь кривых, соответствующих профилю старшей гармоники $n = 1$ в решении (6) в различные моменты времени t . Здесь виден параболический профиль скорости электронов, который, как и предыдущее решение, релаксирует к стационарному течению.

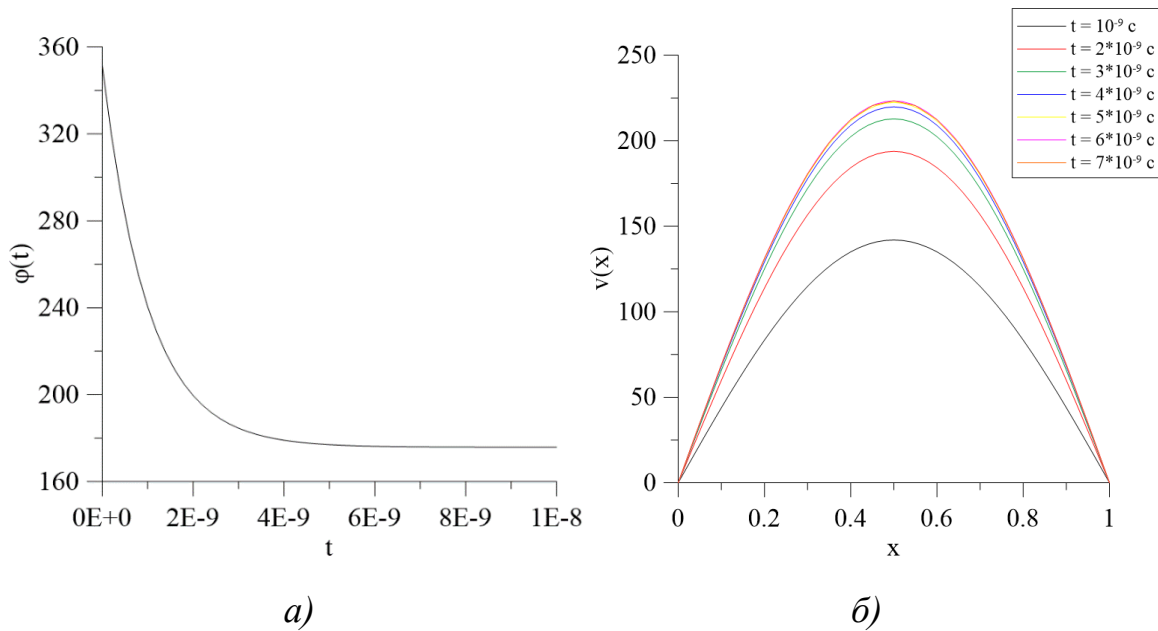


Рис. 1. Решения в постоянном электрическом поле: а) зависимость потенциала скорости от времени, без учета вязкости; б) профили скорости при различных значениях времени t при наличии вязкости

Время релаксации для слагаемых с разными n в решении оказывается различным. Члены с $n = 1$ затухают наиболее медленно, и поэтому являются определяющими в установлении стационарного режима течения. Соответствующее им время релаксации равно:

$$\tau_1 \sim a_1^{-1} = \left[\frac{1}{\tau_0} + \frac{\mu}{\rho_0} \left(\frac{\pi n}{h} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (8)$$

Оно уменьшается по мере роста вязкости.

Далее исследованы постановки с переменным электрическим полем. Для поля $E = E_0 e^{i\omega t}$ неоднородная часть общего решения будет выглядеть следующим образом:

$$\tilde{v}(x, t) = \frac{2eE(1 - (-1)^n)}{\pi n m a_n} \sin\left(\frac{\pi n x}{h}\right) e^{-a_n t} E_0 \left(e^{i\omega t} - \frac{i\omega e^{t(a_n + i\omega)}}{(a_n + i\omega)} \right). \quad (9)$$

Профиль тока в этой ситуации соответствует предшествующему результату, однако амплитуда установившегося тока зависит от частоты внешнего поля ω (рис. 2).

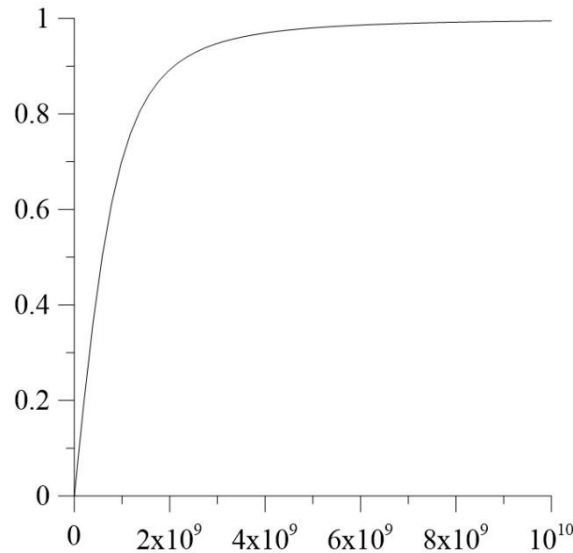


Рис. 2. Зависимость модуля амплитуды скорости от частоты

Видно, что при малых частотах ток в системе отсутствует. По мере роста частоты он достигает максимального значения, определяемого временем релаксации и вязкостью (8).

Наконец, рассмотрена возможность реализации решения в виде одномерной бегущей волны. Функции $v(x, t)$ и $E(x, t)$ представляются в форме плоских волн:

$$v = v_0 e^{i(\omega t + kx)}, E = E_0 e^{i(\omega t + kx)}. \quad (10)$$

Их подстановка в уравнение (1) даёт дисперсионное соотношение:

$$\omega(k) = -\frac{1}{m v_0} E_0 + i \left(\frac{1}{\tau} + \frac{\mu k^2}{\rho_0} \right). \quad (11)$$

Действительная часть частоты является постоянной и определяется амплитудой колебаний электрического поля, а также подвижностью электронов.

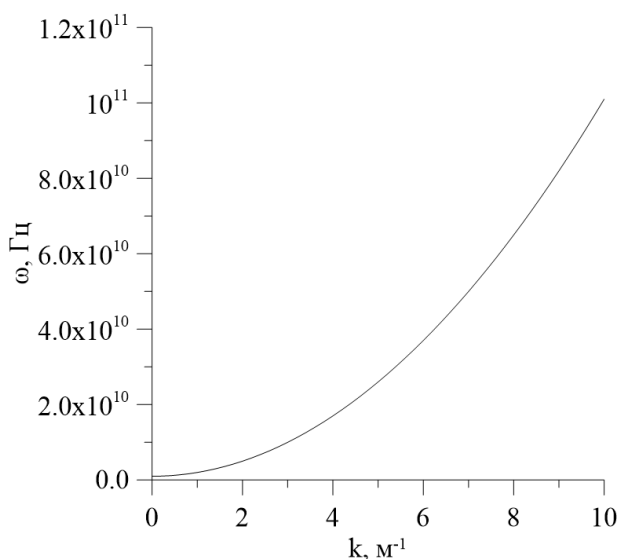


Рис. 3. Зависимость мнимой части частоты от волнового вектора

Для мнимой части, определяющей затухание бегущих волн, построен график зависимости частоты от волнового вектора (рис. 3). Видно, что основной вклад в мнимую часть даёт квадратичное слагаемое, обусловленное вязкостью, благодаря которой реализуется очень быстрое затухание решения при любых значениях длины волны. Соответственно, волновое решение, вызванное действием только электрического поля, неустойчиво.

Список литературы

1. Gurzhi R. N. Minimum of resistance in impurity-free conductors // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1963. Vol. 17. P. 521–522.
2. Polini M., Geim A. K. Viscous electron fluids // Physics Today. 2020. Vol. 73. N. 6. P. 28–34.
3. Shavit M., Shytov A., Falkovich G. Freely flowing currents and electric field expulsion in viscous electronics // Physical Review Letters. 2019. Vol. 123. N. 2, 026801.
4. Nield D. A., Bejan A. Convection in porous media. Cham: Springer, 2017. 988 p.
5. Демин В. А. Ударные волны и акустические явления: учеб. пособие. Пермь: изд-во Перм. гос. нац. исслед. ун-та, 2016. 112 с.
6. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т. 1. М.: Мир, 1979. 458 с.

ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА МАЛОВЯЗКИХ ЖИДКОСТЕЙ, ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПЛОСКОМ СЛОЕ

В. Г. Козлов, О. А. Власова, В. В. Дьякова

Лаборатория вибрационной гидромеханики,

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально изучается динамика границы раздела двух несмешивающихся жидкостей, совершающих колебания в вертикальном плоском канале. Колебательное движение жидкостей вызывается изменением расхода прокачиваемых в канале жидкостей по гармоническому закону. Эксперименты проводятся с маловязкими жидкостями различной плотности, в отсутствие осцилляций граница раздела горизонтальна. Обнаружено, что осцилляционное движение жидкостей в канале приводит к пороговому возбуждению стоячих волн, частота колебаний которых зависит от безразмерной частоты и может совпадать с частотой осцилляций (синхронный отклик), либо быть вдвое меньше частоты колебаний столба жидкостей (волна Фарадея). Динамика границы раздела изучена в широком диапазоне частот и амплитуд колебаний столба жидкостей.

Ключевые слова: граница раздела жидкостей; осцилляции; неустойчивость

DYNAMICS OF THE OSCILLATING INTERFACE OF LOW-VISCOSITY LIQUIDS IN A VERTICAL PLANE LAYER

V. G. Kozlov, O. A. Vlasova, V. V. Dyakova

Perm State Humanitarian Pedagogical University,
24, Sibirskaya st., 614990, Perm

The dynamics of the interface between two immiscible liquids oscillating in a vertical plane channel is studied experimentally. The oscillatory movement of liquids is caused by a change in the flow rate of liquids pumped through the channel according to a harmonic law. Experiments are carried out with low-viscosity liquids of various densities; in the absence of oscillations, the interface is horizontal. It has been found that the oscillatory motion of liquids in a channel leads to threshold excitation of standing waves, the oscillation frequency of which depends on the dimensionless frequency and can coincide with the oscillation frequency (synchronous response) or be half the oscillation frequency of the liquid column (Faraday wave). The dynamics of the interface has been studied in a wide range of frequencies and amplitudes of liquid column oscillations.

Keywords: interface; oscillation; instability

Введение. Экспериментально изучается динамика границы раздела двух маловязких несмешивающихся жидкостей разной плотности, совершающих гармонические вертикальные колебания в вертикальном канале прямоугольного сечения. Исследование динамики несмешивающихся жидкостей, движущихся в

каналах, является актуальной задачей для нефтегазовой отрасли, водных хозяйств и современной техники. Динамика осциллирующей в щелевом канале границы раздела определяется свойствами жидкостей, параметрами колебаний и геометрией полости. Важным управляющим параметром, определяющим характер движения жидкостей и их взаимодействия со стенками канала, является безразмерная частота $\omega_i = \Omega d^2/\nu_i$ (Ω – циклическая частота колебаний жидкости, d – ширина щелевого зазора, ν_i – кинематическая вязкость выбранной жидкости). В [1, 2] было обнаружено, что в предельном случае высокого контраста вязкостей двух жидкостей, когда $\omega_1 \ll 1$, $\omega_2 \gg 1$, осцилляции границы раздела приводят к возбуждению нового типа пальчиковой неустойчивости – осцилляционной неустойчивости Саффмана-Тейлора.

Данная работа направлена на изучение осцилляционной динамики границы раздела жидкостей близкой и малой вязкости, $\omega_1(\omega_2) \gg 1$. Было обнаружено, что осциллирующая граница раздела с увеличением амплитуды колебаний пороговым образом теряет устойчивость к появлению волн, частота колебаний которых совпадает с частотой осцилляций жидкости в канале, или к возникновению стоячих волн, частота которых вдвое меньше частоты колебаний жидкости.

Методика эксперимента. Исследования выполняются в вертикальном плоском канале шириной $L = 74.5$ мм, высотой $H = 115.0$ мм с зазором $d = 2.3$ мм, заполненный парой несмешивающихся жидкостей так, что их граница раздела горизонтальна и находится в средней части канала (рис. 1). Канал включен в гидравлический контур, обеспечивающий гармоническое колебательное движение жидкостей в вертикальном направлении. Объем прокачиваемых через канал жидкостей изменяется по закону $Q = Q_0 \cos \Omega t$. Описание гидравлического контура приведено в [1].

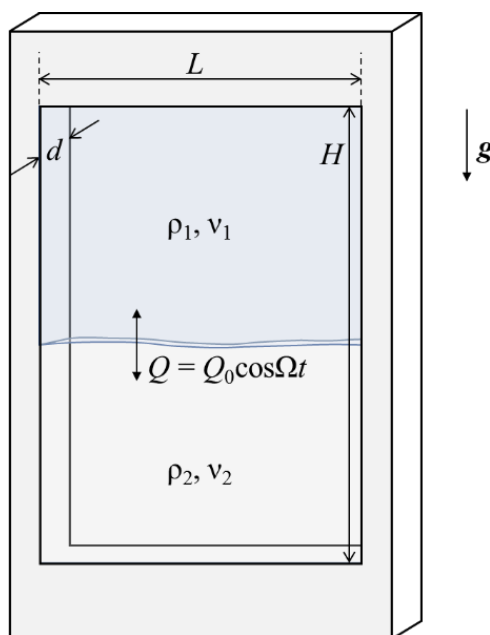


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Эксперименты проводятся с двумя парами жидкостей: флуоринерт FC-40 и силиконовое масло ПМС-0.65; флуоринерт FC-40 и водный раствор глицерина. Плотность ρ , кинематическая ν и динамическая η вязкости рабочих жидкостей приведены в таблице (табл. 1).

Табл. 1. Характеристики рабочих жидкостей

Жидкость	ρ , г/см ³	ν , сСт	η , сПз
Водно-глицериновый раствор	1.09	2.39	2.60
Флуоринерт FC-40	1.85	2.39	4.42
Силиконовое масло ПМС-0.65	0.76	0.85	0.65

Исследование динамики границы раздела жидкостей проводится в широком диапазоне частот f и амплитуд колебаний жидкости Δ методом фото и видеорегистрации. В ходе эксперимента при заданной частоте колебаний жидкости амплитуда осцилляций увеличивается (понижается) пошагово. Для получения контрастных изображений границы раздела флуоринерта и водного раствора глицерина в верхнюю легкую жидкость (водно-глицериновый раствор) добавлен синий пищевой краситель. В экспериментах с парой жидкостей флуоринерт – масло для визуализации течений, возникающих вблизи границы раздела, в верхнюю легкую жидкость (ПМС-0.65) добавлены частицы визуализатора диаметром 40 мкм, плотность которых незначительно превышает плотность жидкости. Частицы визуализатора оседают в поле силы тяжести и собираются вблизи межфазной границы.

Результаты. В отсутствие колебаний граница раздела жидкостей устойчива: легкая жидкость находится сверху тяжелой, их граница раздела горизонтальна. При малых амплитудах колебаний жидкости межфазная граница раздела невозмущенная, в ходе колебаний смещается в верхнюю и нижнюю жидкость на одинаковую глубину.

С увеличением амплитуды вертикальных колебаний границы раздела в экспериментах с двумя парами жидкостей обнаружены два различных типа неустойчивости: с синхронным и субгармоническим откликом системы на внешнее воздействие. Остановимся на динамике пары жидкостей флуоринерт – водно-глицериновый раствор, безразмерные частоты которых в экспериментах варьируются в диапазоне $\omega = 50 - 150$. При достижении порогового значения амплитуды колебаний жидкости в канале осциллирующая граница раздела пороговым образом теряет устойчивость, на границе формируется стоячая волна, период осцилляций которой совпадает с периодом колебаний жидкости в канале (синхронный отклик). На рис. 2 приведены фотографии межфазной

границы в различных фазах колебаний: $\Omega t = 0, \pi, 2\pi$ (рис. 2, а–в). Длина волны наблюдаемой неустойчивости определяется частотой осцилляций жидкости в канале, с увеличением частоты колебаний длина волны понижается.

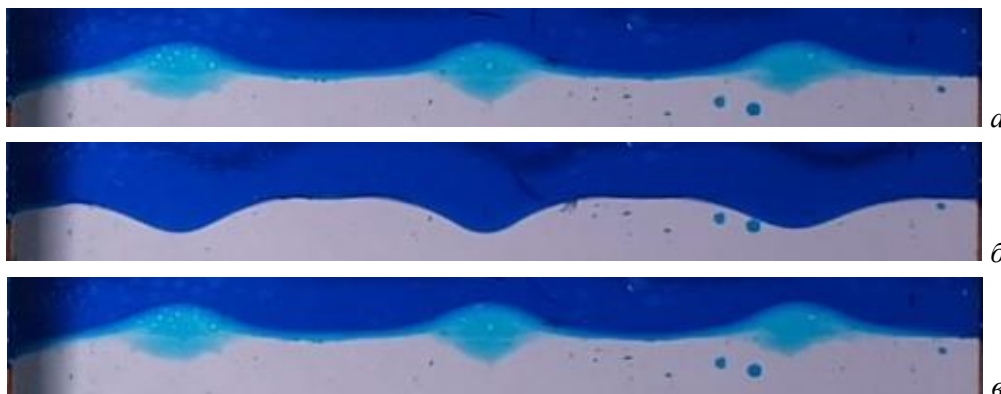


Рис. 2. Фотографии границы раздела водно-глицериновый раствор – флуоринерт в фазах колебаний $\Omega t = 0, \pi, 2\pi$ (а – в)

В случае пары жидкостей флуоринерт – силиконовое масло ($\omega = 300 - 600$) по достижении критической амплитуды колебаний жидкости на межфазной границе возбуждаются параметрические колебания с периодом, вдвое превосходящим период осцилляций расхода прокачиваемой через канал жидкости (субгармонический отклик). Фотографии границы раздела в различных фазах колебаний приведены на рис. 3. В экспериментах количество длин волн «подстраивается» под ширину канала. Увеличение амплитуды колебаний жидкости при фиксированной частоте приводит к росту амплитуды волны, длина волны при этом остается неизменной. С повышением частоты колебаний, длина стоячей волны уменьшается дискретным образом.

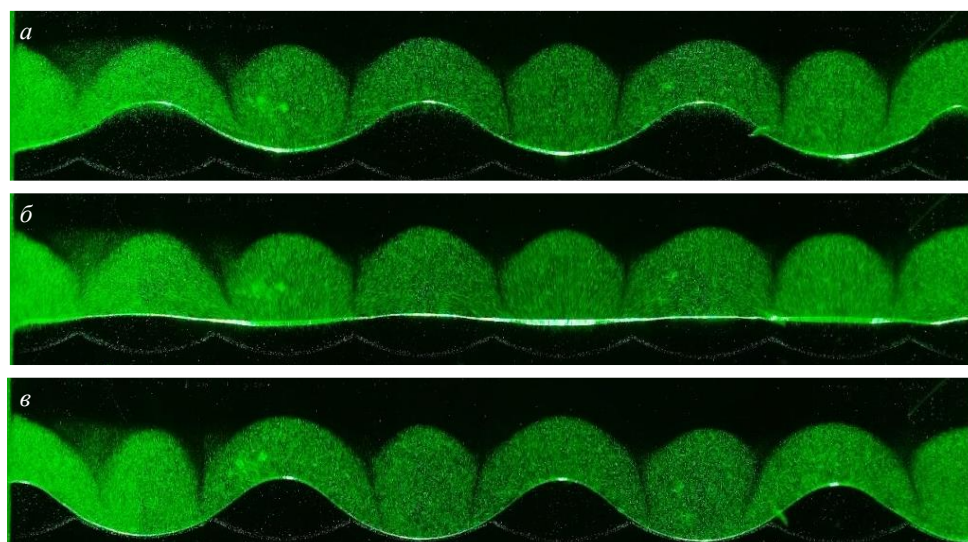


Рис. 3. Фотографии границы раздела силиконовое масло – флуоринерт в фазах колебаний $\Omega t = 0, \pi, 2\pi$ (а – в)

Развитие волновых колебаний межфазной границы генерирует осредненные вихревые течения вблизи границы. Потоки жидкости вблизи границы раздела увлекают частицы визуализатора, которые в свете зеленого лазера показывают область интенсивного перемешивания и направление движения в вихревых потоках (рис. 3).

Настоящее исследование направлено на исследование структуры осредненных вихревых течений, возникающих вблизи межфазной границы и определение эффективных методов интенсификации массообменных процессов на межфазных границах, обусловленных развитием разных типов неустойчивости.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00242, <https://rscf.ru/project/23-11-00242/>.

Список литературы

1. *Kozlov V., Karpunin I., Kozlov N.* Finger instability of oscillating liquid–liquid interface in radial Hele-Shaw cell // *Physics of Fluids*. 2020. Vol. 32. №. 10. 102102.
2. *Kozlov V.; Vlasova O.* Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele-Shaw channel // *Physics of Fluids*. 2022. Vol.34. №. 3. 032121.

УСТОЙЧИВОСТЬ И НАДКРИТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

В. Г. Козлов, А. Р. Зимасова, Н. В. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики, Пермский государственный гуманитарно – педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследуется влияние модуляции скорости вращения на форму границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкостей разной плотности в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре. При вращении более вязкая жидкость, имеющая большую плотность, располагается вблизи боковой границы полости. Обнаружено, что модуляция скорости вращения приводит к потере устойчивости исходно осесимметричной границы раздела жидкостей. Неустойчивость проявляется в развитии пространственно-периодического рельефа на границе. Явление носит пороговый характер, критическая амплитуда модуляции скорости зависит от скорости вращения и частоты модуляции скорости. Показано, что возникновение «замороженного» рельефа связано с осцилляционной неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца и сопровождается генерацией интенсивных вихревых потоков вблизи межфазной границы.

Ключевые слова: граница раздела; контраст вязкостей; вращение; либрации; неустойчивость

STABILITY AND SUPERCRITICAL DYNAMICS OF LIQUID INTERFACE IN A NON-UNIFORMLY ROTATING HORIZONTAL CYLINDER

V.G. Kozlov, A.R. Zimasova, N. V. Kozlov

Laboratory of vibrational hydromechanics, Perm State
Humanitarian Pedagogical University, 24, Sibirskaya st., 614990, Perm

The effect of rotational velocity modulation on the shape of the interface between liquids with high contrast viscosities of different densities in a rapidly rotating horizontal cylinder is experimentally investigated. During rotation, the more viscous fluid with higher density is located near the lateral boundary of the cavity. It is found that modulation of the rotation speed leads to loss of stability of the initially axisymmetric liquid interface. The instability is manifested in the development of spatially periodic relief on the interface. The phenomenon has a threshold character, the critical amplitude of velocity modulation depends on the rotation speed and frequency of velocity modulation. It is shown that the appearance of the "frozen" relief is associated with the Kelvin-Helmholtz oscillation instability and is accompanied by the generation of intense vortex flows near the interphase boundary.

Keywords: interface; viscosity contrast; rotation; libration; instability

Управление границей раздела жидкостей является актуальной прикладной проблемой. В [1] было показано, что модуляция скорости вращения полости может быть эффективным инструментом осредненного воздействия на форму границы раздела жидкостей, если последние имеют высокий контраст вязкости и располагаются в щелевом зазоре. В этом случае в отсутствии либраций граница раздела жидкостей имеет осесимметричную круговую форму. По достижении критического значения амплитуды модуляции скорости граница раздела пороговым образом теряет устойчивость: на границе появляется азимутальный периодический рельеф. Такая форма границы обусловлена тангенциальным разрывом скорости на границе жидкостей, связанным с различным взаимодействием отличающихся вязкостью жидкостей со стенками полости. Такой вид неустойчивости несет название неустойчивости Кельвина – Гельмгольца. Помимо этого эффекта в [1] обнаружено и теоретически описано другое явление: при определенном соотношении частоты вращения и частоты либраций происходит смещение границы раздела жидкостей относительно оси вращения полости в радиальном направлении.

В данной работе исследуется динамика границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкости в неравномерно вращающемся длинном горизонтальном цилиндре в случае, когда более вязкая жидкость имеет большую плотность и располагается вблизи границы полости.

Экспериментальная кювета представляет собой цилиндрическую полость (рис.1), выточенную в блоке из оргстекла в виде длинного параллелепипеда квадратного поперечного сечения. Длина рабочей полости $L = 7.4$ см, радиус рабочей полости $R = 3.0$ см. Кювета приводится во вращение вокруг горизонтальной оси шаговым двигателем.

Эксперименты проводятся в диапазоне частот вращения $f_{rot} = \Omega_{rot}/2\pi = 3 - 6$ об/с и частот либрации $f_{lib} = \Omega_{lib}/2\pi = 4 - 9$ Гц. Амплитуда модуляции скорости варьируется в диапазоне $\varepsilon = 0 \div 0.7$. В ходе эксперимента форма радиальной границы вязкой жидкости, которая визуализируется родаминовым красителем, регистрируются с помощью скоростной видеокамеры. Видео-регистрация выполняется со стороны переднего прозрачного торца соосно с осью вращения кюветы.

В качестве жидкостей используются масло АК – 0.65 кинематической вязкостью $\nu_1 = 1.02$ сСт и плотностью $\rho_1 = 0.76$ г/см³ и глицерин, кинематическая вязкость которого равняется $\nu_2 = 823$ сСт, а плотность составляет $\rho_2 = 1.26$ г/см³.

Глицерин окрашен родаминовым красителем, что позволяет с высокой точностью определить границу раздела жидкостей методом фоторегистрации с использованием красного светофильтра и освещения жидкостей лазером зеленого цвета. При съемке с торца кюветы камера фокусируется на границе раздела жидкостей в плоскости лазерного ножа, расположенного так, что

лазерный нож проходит по середине полости перпендикулярно оси вращения кюветы, освещая слой столба жидкости в центре полости (рис. 1).

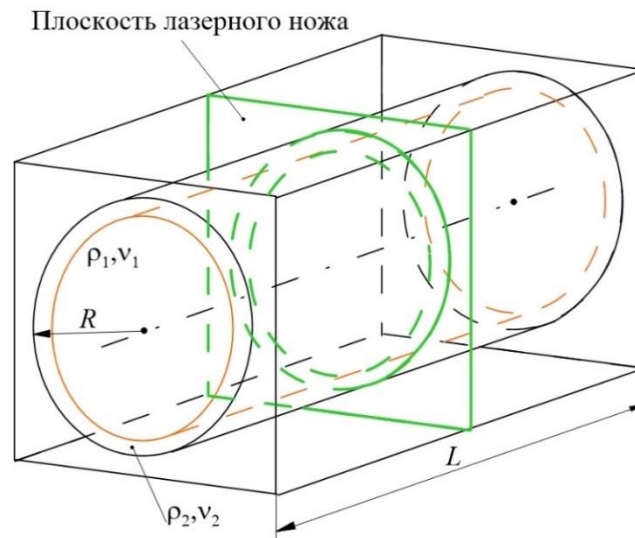


Рис. 1. Схематичное изображение экспериментальной кюветы и границы раздела в плоскости вертикального лазерного ножа

Эксперименты проводятся в центрифугированном состоянии системы, при этом вязкая жидкость, расположенная у стенки полости в виде коаксиального слоя, совершает вращение вместе с кюветой. В отсутствие модуляции скорости граница раздела жидкостей имеет круговую форму (рис. 2а). Обнаружено, что с повышением амплитуды модуляции скорости вращения граница раздела пороговым образом теряет устойчивость, на ней развивается квазистационарный рельеф с азимутальной периодичностью (рис. 2б).

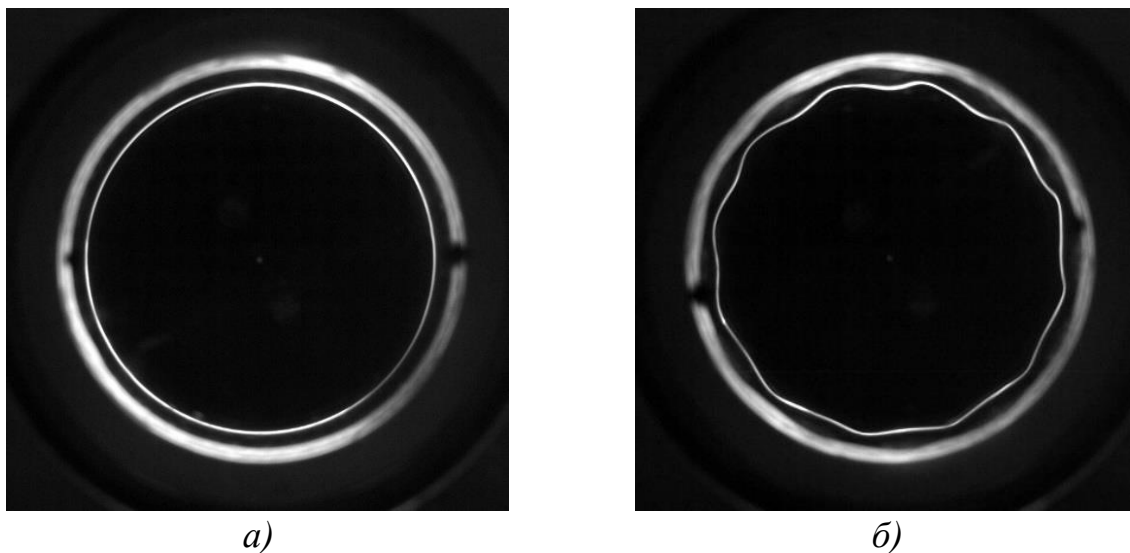


Рис. 2. Граница раздела при модуляции скорости вращения при $f_{rot} = 3$ об/с, $f_{lib} = 4$ Гц: а) $\varepsilon = 0$; б) $\varepsilon = 0.55$

При увеличении амплитуды либраций при заданной частоте либраций амплитуда колебаний границы раздела увеличивается, при этом пространственный период рельефа на границе не изменяется (рис. 3).

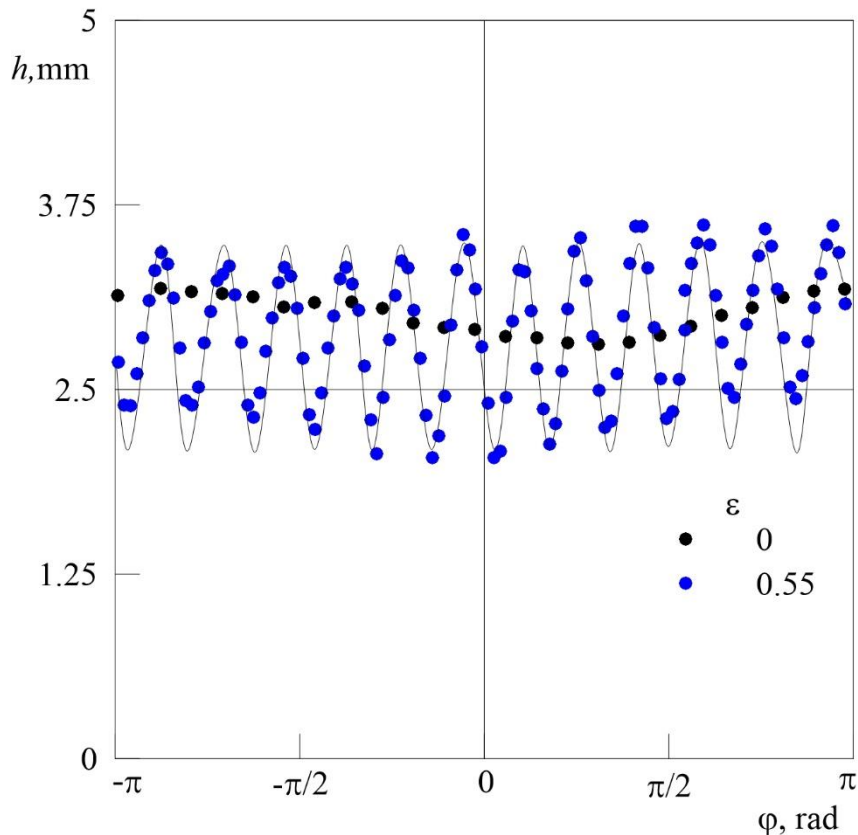


Рис. 3. Зависимость расстояния от стенки полости до границы раздела от угловой координаты в лабораторной системе (начало отсчета определяется направлением ускорения свободного падения) в некоторый момент времени в отсутствие либраций и в надкритической области;
 $f_{rot} = 3$ об/с, $f_{lib} = 4$ Гц

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00242, <https://rscf.ru/project/23-11-00242/>.

Список литературы

1. Kozlov V, Petukhova M, Kozlov N. Dynamics of liquids with high viscosity contrast in unevenly rotating Hele-Shaw cell. Phil. Trans. R. Soc. A, 2023, 20220082.

ДИНАМИКА ЖИДКОСТЕЙ РАЗНОЙ ВЯЗКОСТИ В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПЛОСКОМ СЛОЕ

А. Н. Козлова^а, В. Д. Сайдаков^а, Н. В. Козлов^{а,б}

^а Лаборатория вибрационной гидромеханики, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990, Пермь, ул. Сибирская, 24

^б Лаборатория гидродинамической устойчивости, Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королёва, 1

Экспериментально исследуется влияние модуляции скорости вращения на форму границы раздела жидкостей различной вязкости во вращающемся вокруг собственной оси горизонтальном плоском слое с круговой боковой границей. Жидкость, имеющая более высокую вязкость, имеет меньшую плотность и располагается при вращении в центральной части полости. Исследуются два случая: низкой безразмерной частоты модуляции скорости, когда вязкость легкой жидкости так высока, что она совершает колебания вместе с полостью; и высокой безразмерной частоты, когда толщина слоя Стокса в легкой жидкости меньше толщины рабочего слоя. Обнаружено, что модуляция скорости вращения приводит к потере устойчивости исходно осесимметричной границы раздела жидкостей: в случае низких частот неустойчивость проявляется в развитии азимутально-периодического рельефа на границе. Качественные изменения проявляются в высокочастотном случае, модуляция скорости приводит к увеличению области смачивания легкой вязкой жидкостью верхней границы слоя – более вязкая жидкость покрывает верхнюю границу в виде пленки. С повышением амплитуды модуляции скорости радиус пятна смачивания увеличивается до тех пор, пока целостность пленки не нарушается в результате неустойчивости Кельвина–Гельмгольца.

Ключевые слова: граница раздела; контраст вязкостей; неравномерное вращение; неустойчивость

DYNAMICS OF LIQUIDS OF DIFFERENT VISCOSITY IN A NON-UNIFORMLY ROTATING HORIZONTAL PLANE LAYER

A. N. Kozlova^а, V. D. Saidakov^а, N. V. Kozlov^{а,б}

^а Laboratory of vibrational hydromechanics, Perm State
Humanitarian Pedagogical University,
24, Sibirskaya st., 614990, Perm

^б Laboratory of hydrodynamic stability, Institute of Continuous
Media Mechanics UB RAS,
1, Akademika Korolova st., 614013, Perm

The effect of rotation velocity modulation on the shape of the interface between two liquids of different densities in a horizontal flat layer rotating around its own axis with a circular lateral boundary is studied experimentally. The liquid having a lower density and located during rotation in the central part of the cavity has a higher viscosity. The following cases are investigated: low dimensionless velocity modulation frequency, when the viscosity of the light liquid is so high that it oscillates together with the cavity; and high dimensionless frequency, when the thickness of the Stokes layer in the light liquid is less than the thickness of the working layer. It is found that the modulation of rotation velocity leads to the loss of stability of the initially axisymmetric liquid-liquid interface: in the case of low frequencies, the instability manifests itself in the development of an azimuthally periodic relief at the interface. Qualitative changes are manifested in the high-frequency case: the velocity modulation leads to the increase in the area of wetting of the upper boundary of the layer by the light viscous liquid – the more viscous liquid covers the upper boundary in the form of a film. With the increase in the velocity modulation amplitude, the wetting spot radius increases until the integrity of the film is broken as a result of the Kelvin–Helmholtz instability.

Keywords: interface; viscosity contrast; nonuniform rotation; instability

Вибрации являются эффективным методом управления межфазными границами [1]. В [2] показано, что вращательные вибрации вращающейся вокруг горизонтальной оси полости оказывают сильное дестабилизирующее воздействие на границу раздела жидкостей, сформированную центробежной силой. Эффект наблюдается в случае высокого контраста вязкости жидкостей, находящихся в щелевых зазорах, и связан с различным вязким взаимодействием осциллирующих жидкостей с границами полости. Интерес представляет влияние на обнаруженный эффект положения полости в поле силы тяжести и величины контраста вязкости жидкостей.

Экспериментально исследуется поведение границы раздела жидкостей разной вязкости в неравномерно вращающемся горизонтальном плоском слое. Слой имеет круговую границу и совершает модулированное вращение относительно своей оси. Более вязкая жидкость имеет меньшую плотность и под действием центробежной силы располагается вблизи оси вращения.

Рассматриваются различные предельные случаи: когда вязкость легкой жидкости так высока, что она совершает колебания вместе с полостью (случай низкой безразмерной частоты модуляции скорости вращения); и высокой безразмерной частоты, когда толщина слоя Стокса в легкой жидкости меньше толщины рабочего слоя. Обнаружено, что модуляция скорости вращения приводит к потере устойчивости исходно осесимметричной границы раздела жидкостей: в случае низких частот неустойчивость проявляется в развитии азимутально-периодического рельефа на границе. Качественные изменения проявляются в высокочастотном случае, модуляция скорости приводит к увеличению области смачивания легкой вязкой жидкостью верхней границы слоя – более вязкая жидкость покрывает верхнюю границу в виде пленки. С повышением амплитуды модуляции скорости радиус пятна смачивания увеличивается до тех пор, пока целостность пленки не нарушается в результате неустойчивости Кельвина-Гельмгольца.

В случае низких безразмерных частот исследуется поведение границы раздела флуоринерта FC-40 (кинематическая вязкость $\nu_1=2.2$ сСт, а плотность $\rho_1=1.85$ г/см³) и подкрашенного синим красителем глицерина ($\nu_2=1200$ сСт, $\rho_2=1.26$ г/см³). Опыты выполняются в кювете радиусом 70мм и толщиной 2.3 мм, скорость вращения, частота и амплитуда модуляции скорости (либраций) варьируются в диапазоне $f_{rot}=\Omega_{rot}/2\pi=1-6$ об/с, $f_{lib}=\Omega_{lib}/2\pi=1-20$ Гц, $\varepsilon=0\div 1$. Обнаружено, что при повышении амплитуды либраций осесимметричная граница пороговым образом теряет устойчивость (рис.1), на границе развивается квазистационарный азимутально периодический рельеф. Показано что скорость вращения существенно влияет на порог устойчивости межфазной границы, что объясняется действием поля силы тяжести, направленного вдоль оси вращения.

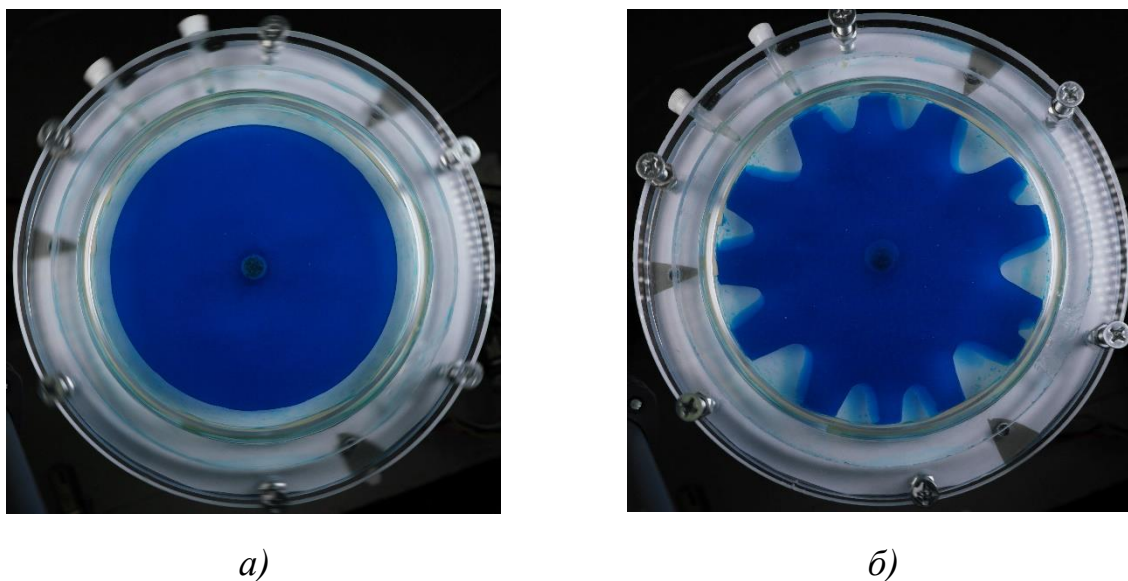
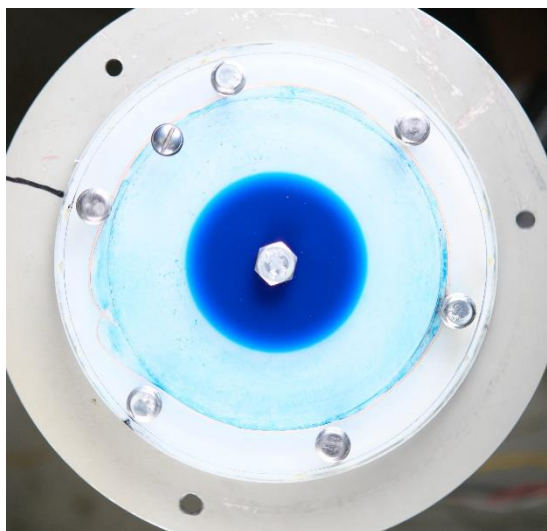
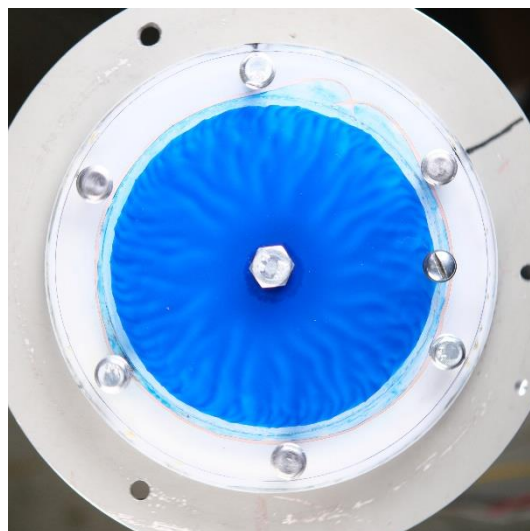


Рис. 1. Граница раздела (вид сверху) во вращающейся полости: а) – до порога; б) – в надкритической области, $f_{rot} = 1$ об/с, $f_{lib} = 20$ Гц, $\varepsilon = 0.40$

В случае высоких безразмерных частот исследования выполняются в слое с круговой границей радиусом 5.63 см и толщиной 4.0 мм на паре жидкостей: индустриальное масло И-20А ($\rho_1 = 0.89$ г/см³ $\nu_1 \approx 61$ сСт) и вода ($\rho_2 = 1.0$ г/см³ $\nu_2 = 1.0$ сСт). В отличие от рассмотренного выше случая взаимодействие более вязкой жидкости с границами полости в ходе осцилляций ограничено сравнительно тонким слоем Стокса. Обнаружено, что в этом случае область смачивания вязкой жидкостью верхней границы монотонно возрастает с повышением амплитуды модуляции, жидкость покрывает торец полости тонким слоем. Анализ результатов свидетельствует, что данный эффект также определяется контрастом вязкости жидкостей и различной толщиной пограничных слоев Стокса вблизи торца осциллирующей полости. Принципиальное отличие заключается в том, что влияние другого торца полости на динамику жидкостей вблизи верхней границы слоя отсутствует.



а)



б)

Рис. 2. Граница раздела при модуляции скорости вращения при $f_{rot} = 2$ об/с, $f_{lib} = 2$ Гц: а) $\varepsilon = 0$; б) $\varepsilon = 0.44$

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства просвещения РФ (проект КРЗУ-2023-0002).

Список литературы

1. Любимов Д.В., Любимова Т.П., Черепанов А.А. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях // М: ФизМатЛит., 2003, 216с.
2. Kozlov V, Petukhova M, Kozlov N. Dynamics of liquids with high viscosity contrast in unevenly rotating Hele-Shaw cell // Phil. Trans. R. Soc. A. 2023. 20220082.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИХРЕВОГО И ТРАНЗИТНОГО ТЕЧЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С ЖИДКИМ МЕТАЛЛОМ

И. В. Колесниченко

**Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1**

В работе представлены результаты численного исследования магнитогидродинамического процесса генерации гидродинамических пульсаций и их взаимодействия с транзитным потоком жидкого металла в цилиндрическом канале. Пульсации генерируются с помощью двух секций индуктора, которые создают вращающиеся в разных направлениях магнитные поля. Получены характеристики эволюции результирующего течения для разных соотношений скоростей транзитного и вращающегося потоков.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; вращающееся магнитное поле

INTERACTION OF VORTEX AND TRANSIT FLOWS IN A CYLINDRICAL CHANNEL WITH LIQUID METAL

I. V. Kolesnichenko

**Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm**

The paper presents the results of a numerical study of magnetohydrodynamic processes developed in a cylindrical channel filled with a liquid metal. The generation of the hydrodynamic pulsations and their interaction with the transit flow is considered. The pulsations are generated by two sections of the inductor, which create magnetic fields rotating in different directions. The characteristics of the resulting flow evolution are determined for different ratios of velocities of the transit and rotating flows.

Keywords: magnetohydrodynamics; rotating magnetic field

Течение расплавленного металла в цилиндрическом канале присутствует в технологических процессах металлургии и атомной энергетики. В большинстве случаев расплав химически активен и имеет высокую температуру. При этом возникает необходимость в измерении расхода потока расплавленного металла, так как его значение определяет режимы работы установок [1]. Высокая электропроводность жидких металлов дает возможность эффективного управления его потоками и контроля его характеристик с помощью электромагнитных сил [2]. Существует большое количество методик измерения скорости для жидких металлов. Каждая из них имеет преимущества и недостатки. Большое распространение получили кондукционные датчики [2, 3] и расходомеры [2, 4-5]. Их преимуществом является простота реализации и широкие возможности измерения локальных характеристик пульсаций скорости.

Недостатками являются необходимость электрического контакта с жидким металлом и уязвимость постоянных магнитов к высокой температуре. Последняя проблема решается применением электромагнитов. В случае интенсивных течений среды с высокой электропроводностью эффект сноса наложенного магнитного поля приводит к появлению нелинейной зависимости возникающей разности потенциалов от скорости и расхода, что требует усложнения процедуры калибровки и интерпретации результатов измерений [5]. Поэтому, наиболее перспективным является использование корреляционных методов, которые не требуют калибровки. Одним из примеров служит применение этого метода на основе анализа пульсаций температуры [6, 7], которые появляются при обтекании магнитного препятствия [7, 8]. Ограничение метода использования магнитного препятствия состоит в зависимости интенсивности пульсаций от скорости потока. Также, методы, основанные на измерении температуры или разности потенциалов, требуют контакта со средой или стенками канала, что является нежелательным. Эта проблема может быть преодолена путем применения бесконтактных индукционных способов как генерации пульсаций в потоке, так и регистрации характеристик потока. Пример такой измерительной схемы представлен на рис. 1а: поток со средней неизвестной скоростью V_T проходит через генератор пульсаций скорости G . Пульсации регистрируются сначала измерительным модулем $M1$, а затем, через интервал времени t , следующим по потоку измерительным модулем $M2$. Зная расстояние между модулями L , легко определить неизвестную скорость потока $V_T=L/t$. В данной работе представлены результаты исследования особенностей течения, которое возникает в транзитном потоке при воздействии модуля G , генерирующего пульсации скорости.

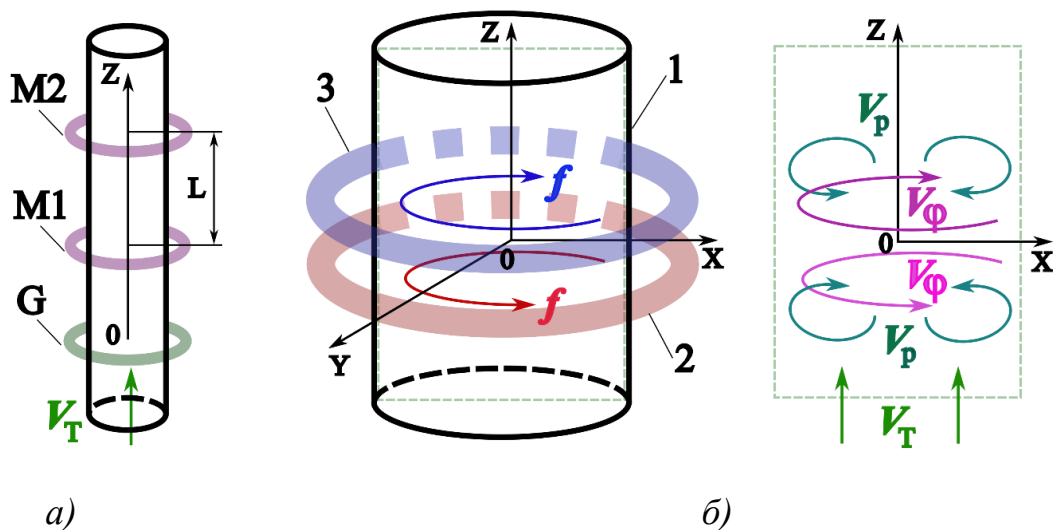


Рис. 1. Схемы для постановки задачи (пояснения в тексте):
а) измерительная система; б) генерирующий модуль G и течение

Индуктор G , создающий вращающееся магнитное поле, генерирует в расплавленном металле в канале 1 (рис. 1б) электромагнитную силу, вызывающую вращающееся вихревое течение [9, 10]. В нашем случае он состоит из двух секций 2 и 3, расположенных последовательно по потоку друг за другом. Направление вращения поля в секциях противоположно. Это приводит к генерации течения, которое, в случае отсутствия транзитного потока, представляет собой два интенсивно вращающихся по азимуту вихря, расположенных друг за другом по потоку (рис. 1б). Индуктор включается кратковременно через определенные интервалы времени. Предполагается, что такая конфигурация может создать гидродинамическую пульсацию, которая лучше локализована в пространстве, чем конфигурация с однонаправленными вращающимися магнитными полями.

Математическая модель процесса основана на уравнениях электродинамики сплошных сред, которые описывают процесс взаимодействия электрических и магнитных полей с движущимися электропроводными средами. Вследствие малости магнитных чисел Рейнольдса и Гартмана, можно пренебречь учетом процессов переноса магнитного поля и генерации электродвижущей силы. Это позволяет использовать уравнения магнитной гидродинамики в безындукционном приближении, аналогично модели из [11]. Для описания турбулентности использовалась LES модель в формулировке Смагоринского. Для реализации трехмерных многопроцессорных вычислений электродинамической части задачи использовался язык APDL модуля Emag, а гидродинамической части задачи – пакет Fluent программного комплекса ANSYS. Обработка и перенос полей между сетками велась программами, написанными на языке Python.

Результаты проиллюстрированы с помощью эволюции кинетической энергии и диаграммы скорости. Показана кинетическая энергия полоидальной и азимутальной (тороидальной) компонент скорости аналогично [12] (рис. 2а, 3а). Диаграмма скорости – это набор профилей скорости вдоль заданной оси, полученных на каждом временном шаге. В данном случае брался профиль азимутальной скорости вдоль оси Z , расположенный вблизи боковой стенки канала. На диаграмме скорости удобно изучать эволюцию профиля скорости (рис. 2б, 3б). По вертикальной оси отложена координата, вдоль которой строится профиль. По горизонтальной оси откладывается время. Цветовая шкала показывает величину скорости. На диаграммах хорошо видна эволюция пульсаций скорости вдоль потока. На графиках кинетической энергии видны всплески энергии азимутальной компоненты скорости, которые характеризуют наличие пульсации (рис. 2а, 3а). Эволюцию и степень размытия этих пульсаций можно проследить на диаграммах азимутальной скорости (рис. 2б, 3б). Результаты расчетов показали, что могут быть реализованы

два сценария развития результирующего течения. При сравнительно медленном транзитном течении, оба вихря сохраняются и имеют нечеткие границы (рис. 2). При быстром течении, второй по потоку вихрь в течение импульса исчезает из-за аннигиляции с первым вихрем, а мигрирующие вихри имеют четкие границы (рис. 3). В обоих представленных случаях интенсивность и длительность воздействия электромагнитной силы одинакова. Расчеты показали, что при неизменной величине электромагнитной силы, которую создает генератор гидродинамической пульсации, интенсивность возникающего вращающегося течения снижается при увеличении скорости транзитного течения. Это не отражается на методике определения расхода, так как не важно само значение величины азимутальной скорости, а важны моменты времени появления откликов от гидродинамического импульса при его миграции относительно двух измерителей скорости. Однако, это означает, что для более интенсивных расходов нужно увеличивать интенсивность воздействия генератора гидродинамического импульса.

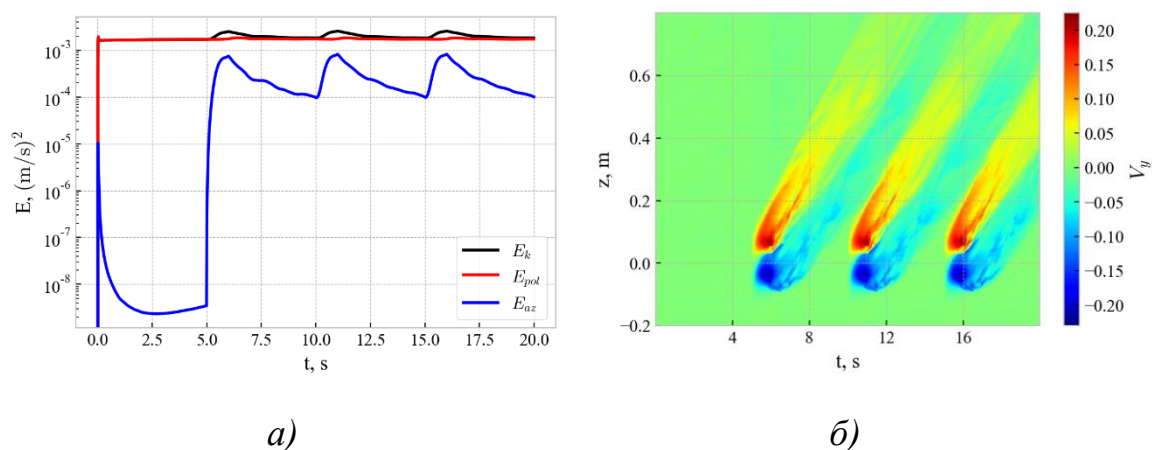


Рис. 2. Характеристики процесса для транзитной скорости $V_t=0.1$ м/с:
а) эволюция энергии; б) диаграмма профиля азимутальной скорости

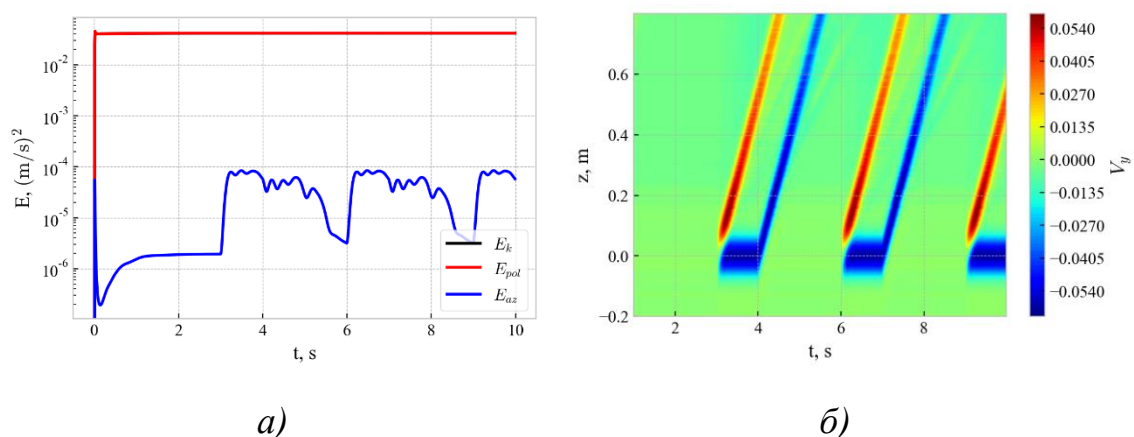


Рис. 3. Характеристики процесса для транзитной скорости $V_t=1$ м/с:
а) эволюция энергии; б) диаграмма профиля азимутальной скорости

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках научного проекта «Разработка систем измерения расхода жидкого металла в каналах металлургических и ядерных энергетических установок».

Список литературы

1. Кузнецов И., Поплавский В. Безопасность АЭС с реакторами на быстрых нейтронах. М.: Атомиздат, 2012. 632 с.
2. Shercliff J. Theory of electromagnetic flow measurement. Cambridge university press, 1962. 146 p.
3. Hayashi H., Becker A., Evans J. Toward a probe for velocity measurement in molten metals at high temperatures // Metallurgical and materials transactions B, 1999. V. 30. No. 4. P. 623–630.
4. Khalilov R., Kolesnichenko I., Mamykin A., Pavlinov A. A combined liquid sodium flow measurement system // Magnetohydrodynamics, 2016. V. 52, P. 53–60.
5. Адамовский Л., Голованов В., Инкин Ю., Козубов Э. Градуировка нелинейных магнитных расходомеров в натриевых контурах энергетического быстрого реактора // Атомная энергия, 1987. Т. 62, Вып. 2. С. 120–122.
6. Belyaev I., Razuvaev N., Sviridov V., Zagorsky V. Temperature correlation velocimetry technique in liquid metals // Flow measurement and instrumentation, 2017. V. 55. P. 37–43.
7. Kolesnichenko I., Mamykin A., Golbraikh E., Pavlinov A. Temperature correlation method application to the problem of measuring the flow rate of liquid sodium // Magnetohydrodynamics, 2021. V. 57. P. 547–557.
8. Votyakov E., Kassinos S. On the analogy between streamlined magnetic and solid obstacles // Physics of fluids, 2009. V. 21. No. 9. P. 097102.
9. Гельфгат Ю., Приеде. МГД-течения во вращающемся магнитном поле (Обзор) // Магнитная гидродинамика, 1995. Т. 31. № 1–2. С. 214–230.
10. Denisov S., Dolgikh V., Kolesnichenko I., Khalilov R., Khripchenko S., Verhille G., Plihon N., Pinton J.F. Flow of liquid metal in a cylindrical crystallizer generating two-directional MHD stirring // Magnetohydrodynamics, 2010. V. 46. No. 1. P. 69–78.
11. Колесниченко И. Халилов Р. Экстремум зависимости напора электромагнитного насоса для жидкого металла от частоты питающего тока // Вычислительная механика сплошных сред, 2022. Т. 15. С. 495–506.
12. Frick P., Mandrykin S., Eltischev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field // Journal of Fluid Mechanics, 2022. V. 949. P. A–20.

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПРОНИЦАЕМОСТИ ОТ ПОРИСТОСТИ СОСТАВНОЙ ВОЛОКНИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЙ 3D ФОТОПОЛИМЕРНЫМ КАРКАСОМ

Н. В. Колчанов, Е. А. Колчанова, А. С. Сидоров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе экспериментально изучена зависимость проницаемости от пористости для составной волокнистой пористой среды. Она состоит из цилиндрических волокон, которые структурированы с помощью фотополимерного 3D-каркаса. Изготовлено несколько образцов такой среды с варьирующейся в пределах от 0.77 до 0.88 пористостью. Значения проницаемости вычислены двумя способами согласно модели Дарси и Бринкмана. Эти модели применены к задаче об устойчивости механического равновесия жидкости (дистиллированной воды) в плоском горизонтальном пористом слое, подогреваемом снизу. В целом данные эксперимента хорошо аппроксимируются линейной зависимостью, согласно которой проницаемость пористой среды увеличивается с ростом пористости и стремится к значению проницаемости фотополимерного 3D-каркаса.

Ключевые слова: искусственная волокнистая пористая среда; 3D фотополимерный каркас; теплоперенос в конвективных экспериментах; измерения проницаемости

EMPIRICAL DEPENDENCE OF PERMEABILITY ON POROSITY FOR A COMPLEX FIBROUS POROUS MEDIUM STRUCTURED BY 3D PHOTOPOLYMER FRAMEWORK

N. V. Kolchanov, E. A. Kolchanova, A. S. Sidorov

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

In the paper, a dependence of permeability on porosity is experimentally studied for a complex fibrous porous medium. It consists of cylindrical fibers structured by a 3D photopolymer framework. Several samples of such medium with the porosity varying from 0.77 to 0.88 are manufactured. The values of permeability are calculated in two ways, i.e. by the Darcy and Brinkman models. These models are applied to the problem concerning the stability of the mechanical equilibrium of fluid (distilled water) in a plane horizontal porous layer heated from below. In general, the experimental data are well approximated by a linear relationship, according to which the permeability of the complex porous medium increases with increasing the porosity and tends to its value for the 3D photopolymer framework.

Keywords: complex fibrous porous medium; 3D photopolymer framework; experiments on convective heat transfer; permeability measurements

Среди всех видов пористых материалов наиболее простыми по составу

и в исследовании являются насыпные пористые среды, состоящие из гранул. Замена гранул на волокна, у которых один из размеров много больше остальных, существенным образом меняет ситуацию. В отличие от гранулированных пористых сред проницаемость волокнистых сред зависит не только от характерных размеров волокон и пористости, но и от их взаимного расположения. В работах [1, 2] изучается проницаемость пористых сред с хаотичным расположением волокон относительно друг друга. Расположение волокон может быть упорядоченным. В работе [3] выделяются 1D, 2D и 3D волокнистые пористые среды с упорядоченным расположением волокон, которые имеют цилиндрическую форму. Выводятся формулы определения проницаемости этих волокнистых пористых сред.

Ручное изготовление составной пористой среды трудоёмко и требует больших временных затрат. Поэтому актуальной является разработка такой методики проведения эксперимента, в которой измерение проницаемости сопутствует исследованию естественной конвекции, проводится на одном аппаратном комплексе и требует всего лишь одного образца пористой среды. В нашей работе представлена методика измерения проницаемости, удовлетворяющая этим требованиям. Методика, основанная на измерениях конвективного теплопереноса в горизонтальном пористом слое, применена для определения проницаемости трёх различных образцов пористой среды из функциональных волокон, структурированных при помощи 3D-каркаса.

Создание волокнистой пористой среды состоит из изготовления волокна, разработки и печати на 3D принтере фотополимерного каркаса и вплетения волокон в фотополимерный каркас. В качестве сердцевины волокна использовалась нихромовая проволока диаметром 0.09 мм. На нихромовую сердцевину наносилась послойно оболочка из раствора плексигласа в дихлорэтаноле. Толщина оболочки для разных образцов менялась от 0 до 0.4 мм. Жёсткий непроводящий фотополимерный каркас печатался на 3D-принтере и состоял из кубических ячеек с рёбрами, диаметр которых равнялся 0.4 мм, а длина – 1.5 мм. Характеристики трех образцов представлены в табл. 1. Толщина h_{pm} образцов была значительно меньше двух других одинаковых продольных размеров равных 101 мм.

Табл. 1. Толщина слоя, диаметр тепловыделяющего волокна, объёмные доли каркаса и волокна, пористость

Образец	h_{pm} , мм	Диаметр волокна, мм	Число волокон	ϕ_0	ϕ_s	m
1	12.9	0.83	288	0.119	0.116	0.77
2	12.9	0.80	235	0.089	0.088	0.82
3	12.8	0.09	523	0.119	0.003	0.88

Для определения эффективной теплопроводности λ_{pm} и проницаемости K пористой среды использовалась экспериментальная установка, схематическое изображение которой частично представлено на рис. 1. Она состоит из стальной основы 1, двух тефлоновых пластин 2, двух медных квадратных пластин 3 толщиной 8 мм и стороной 160 мм. К пластинам припаяны медные трубки, по которым прокачивается термостатирующая жидкость от термостатов. Между медными пластинами снизу-вверх располагаются следующие слои: слой из плексигласа 4 толщиной $h_{plex} = 4.3$ мм; слой из дюралюминия 5 с толщиной 5.7 мм; пористый слой 6, ограниченный боковыми гранями 7 из PLA пластика. Слой с образцом приклеивался в области боковых границ к верхней теплообменной пластине и дюралюминиевому слою герметиком, а области контакта слоя из плексигласа с соседними элементами заполнялись термопастой. Для измерения температуры использовались медь-константановые дифференциальные термопары 8 совместно с приборами Термодат-38С1. Три термопары измеряли перепады температур на слое плексигласа и слое с образцом. Еще одна термопара вместе с ртутным термометром измеряла абсолютную температуру в центральной области волокнистого пористого образца. Вся установка помещалась в теплоизолированный бокс из пенопласта, толщина стенок бокса равна 5 см.

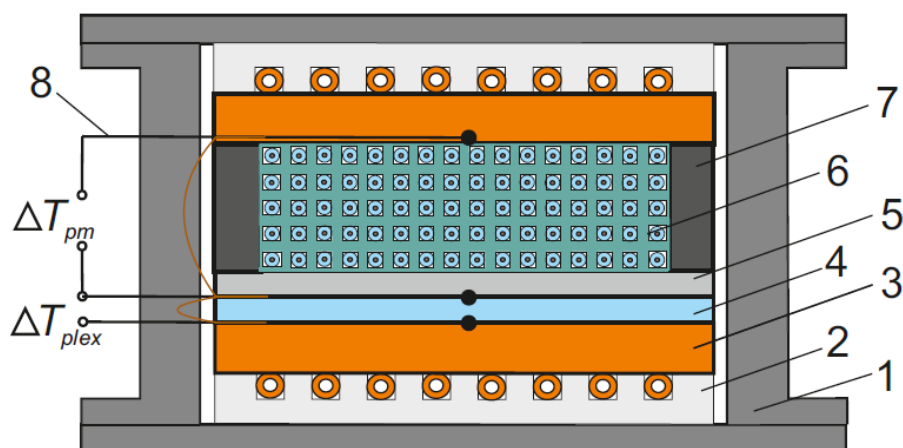


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – стальная основа, 2 – тефлоновая пластина, 3 – медная пластина теплообменника с трубками для прокачки жидкости от термостата, 4 – пластина из плексигласа, 5 – дюралюминиевая пластина, 6 – пористая среда, 7 – боковая рамка из PLA пластика, 8 – дифференциальные медь-константановые термопары

Для теоретического исследования конвективных течений в пористой среде ранее разработано несколько моделей. Наиболее распространёнными

являются модель Дарси и модель Бринкмана. Применение этих моделей зависит от значения числа Дарси, которое оценивается по формуле:

$$Da = \frac{K}{h_{pm}^2}, \quad (1)$$

где K – проницаемость пористой среды.

Согласно экспериментам [4] считается, что модель Дарси применима, если Da имеет значение меньше или порядка 10^{-3} , а модель Бринкмана используется при $Da > 10^{-3}$. Учитывая тот факт, что исследуемые образцы волокнистой пористой среды обладают большой пористостью, следует ожидать относительно большие значения проницаемостей для этих образцов. Далее покажем результаты двух методик измерения проницаемости пористых образцов, основанные на этих двух теоретических моделях.

В соответствии с моделью Дарси и моделью Бринкмана были вычислены значения проницаемости K для всех трёх образцов волокнистой пористой среды. Получившиеся данные представлены на рис. 2. Анализ этих данных показывает, что значения проницаемости по модели Дарси и Бринкмана совпадают с учётом погрешности эксперимента. Так же изменение средней температуры образца не меняет значимым образом значение его проницаемости.

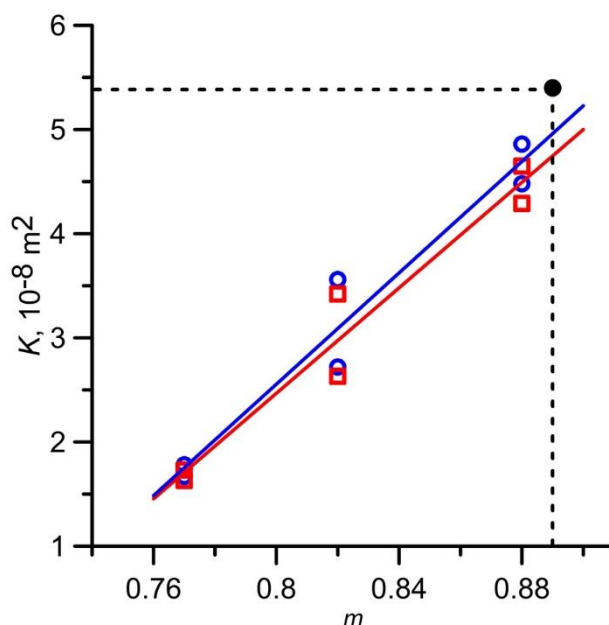


Рис. 2. Зависимость проницаемости от пористости волокнистой пористой среды: красные полые квадраты и сплошная линия – экспериментальные данные проницаемости и их линейная аппроксимация из модели Дарси; синие полые круги и сплошная линия – экспериментальные данные проницаемости и их линейная аппроксимация из модели Бринкмана; черный сплошной круг – проницаемость фотополимерного 3D-каркаса по формуле (2) при пористости 0.89

Дополнительно на рис. 2 нанесена горизонтальная штриховая линия, которая показывает проницаемость фотополимерного 3D-каркаса в отсутствие пронизывающих волокон. Значение проницаемости каркаса вычислено благодаря работе [3] по формуле:

$$\frac{K}{d^2} = 0.08 \frac{(L-d)^4}{L^2 d^2 m^{0.3}}, \quad (2)$$

где L и d – соответственно, длина и диаметр рёбер кубических ячеек, из которых состоит каркас. При изготовлении трёх исследуемых образцов структурированной волокнистой пористой среды использовались фотополимерные 3D-каркасы со средними проницаемостью $K = 5.4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$ и пористостью $m = 0.89$. На рис. 2 видно, что проницаемость и пористость образца стремятся к проницаемости и пористости 3D-каркаса при уменьшении объёмной доли волокон, структурированных этим каркасом.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

Список литературы

1. *Jackson G. W., James D. F.* Permeability of fibrous porous media. // *Can. J. Chem. Eng.* 1986. V. 64(3). P. 364–374.
2. *Nabovati A., Llewellyn E. W., Sousa A. C. M.* A general model for the permeability of fibrous porous media based on fluid flow simulations using the lattice Boltzmann method. // *Composites: Part A: Applied Science and Manufacturing.* 2009. V. 40. P. 860–869.
3. *Tamayol A, Bahrami M.* Transverse permeability of fibrous porous media. // *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys.* 2011. Apr;83(4 Pt 2):046314.
4. *Katto Y. and Matsuoka T.* Criterion for onset of convective flow in a fluid in a porous medium. // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1967. V. 10. P. 297–309.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОНИКАЮЩЕЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА В ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ВОЛОКНИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ И РАСПОЛОЖЕННОЙ НАД НЕЙ ВОЗДУШНОЙ ПРОСЛОЙКЕ

Н. В. Колчанов, Е. А. Колчанова, А. С. Сидоров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Исследована конвекция воздуха в системе из пористого тепловыделяющего слоя и воздушной прослойки над ним. Для этого разработана и создана экспериментальная установка, две модификации которой позволяли измерять тепловые потоки от границ двухслойной системы и поле температуры на поверхности пористого слоя при тепловыделении. В данной работе представлены основные результаты конвективных экспериментов с образцом тепловыделяющей волокнистой пористой среды с пористостью 0.82 и проницаемостью $3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$. Определены критические числа Рэлея и волновые числа трёх воздушных прослоек, отличающихся толщиной. Показано, что рост толщины воздушной прослойки над тепловыделяющей пористой средой приводит к понижению порога устойчивости механического равновесия и уменьшению критического волнового числа. Получено согласие результатов конвективного эксперимента и численных расчётов.

Ключевые слова: тепловыделяющая волокнистая пористая среда; проникающая естественная конвекция; относительный теплопроводный поток энергии; устойчивость механического равновесия воздуха

EXPERIMENTAL STUDY OF PENETRATIVE AIR CONVECTION IN A HEAT-GENERATING FIBROUS POROUS MEDIUM AND OVERLAYING AIR LAYER

N. V. Kolchanov, E. A. Kolchanova, A. S. Sidorov

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

Air convection in a system comprising a heat-generating porous layer and overlaying air layer is investigated. For this purpose, we design and manufacture an experimental setup which two modifications allow for measuring the heat fluxes from external boundaries of two-layered system and temperature field on the surface of the porous layer during heat emission. This paper presents the main results of convective experiments involving a sample of the heat-generating fibrous porous medium with the porosity of 0.82 and permeability of $3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$. The critical Rayleigh numbers and wave numbers are determined for three air layers which differ by thickness. It is shown that an increase in the thickness of the air layer overlaying the heat-generating porous medium leads to a decrease in the threshold value for the stability of mechanical equilibrium and a reduction of the critical wave number. The agreement between the results of convective experiment and numerical calculations is obtained.

Keywords: heat-generating fibrous porous medium; natural penetrative convection; relative conductive energy flux; stability of the mechanical equilibrium of air

Тепловыделение в пористых средах, насыщенных жидкостью или газом, в природе и технике может возникать по разным причинам, но физическая модель, которая строится для изучения поведения потоков тепловой энергии и массы, будет одна и та же. В эксперименте тепловыделение может быть организовано с одной стороны за счет физического или химического воздействия на жидкость [1, 2], насыщающую пористую среду, с другой стороны воздействие может осуществляться на саму пористую среду [3, 4]. В данной работе исследована конвекция воздуха в системе из пористого тепловыделяющего слоя и воздушной прослойки над ним, причём тепловыделение в эксперименте организовано по второму сценарию.

Для целей конвективного эксперимента изготовлен образец волокнистой пористой среды, основой которого является фотополимерный каркас. Пористость образца равна 0.82. Его толщина составляет 13 мм, а два других горизонтальных размера – 140 мм. Для образца определена проницаемость по данным статьи [5] ($K = 3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$), измерены эффективная теплопроводность ($\kappa_{\text{eff}} = 0.10 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}$) и электрическое сопротивление ($R = 333 \text{ Ом}$). Изображение образца представлено на рис. 1, где можно заметить фотополимерный каркас 1, вплетённое тепловыделяющее волокно 2, спай дифференциальной медь-константановой термопары 3, подводящие провода 4 для электропитания волокон и соединения термопар с измерительным прибором. Тепловыделяющее волокно делается на основе нихромовой проволоки с диаметром 0.08 мм, на которое наносится электроизоляционное покрытие из органического стекла. Средний диаметр волокон составляет 0.56 мм.

Экспериментальная установка, в первой своей модификации, включает рабочую полость, относительно которой сверху и снизу расположены теплообменники. По ним прокачивается термостатирующая жидкость от термостатов. Рабочая полость сверху и снизу состоит из медных квадратных пластин с толщиной 10 мм и стороной 160 мм. Эти пластины соединяются с монолитными, вырезанными из органического стекла боковыми границами. Образец пористой среды располагается внутри полости в нижней её части. Над пористой средой остаётся воздушная прослойка. Толщина воздушной прослойки меняется с помощью дополнительных вкладок. При помощи дополнительной пластины из органического стекла, расположенной между рабочей полостью и верхним теплообменником, и нескольких медь-константановых термопар определяется число Нуссельта Nu . Термопары измеряют перепад температур на этой дополнительной пластинке, а также температуры на верхней и нижней границах двухслойной системы, на границе раздела между слоями системы и в центре тепловыделяющего пористого слоя.

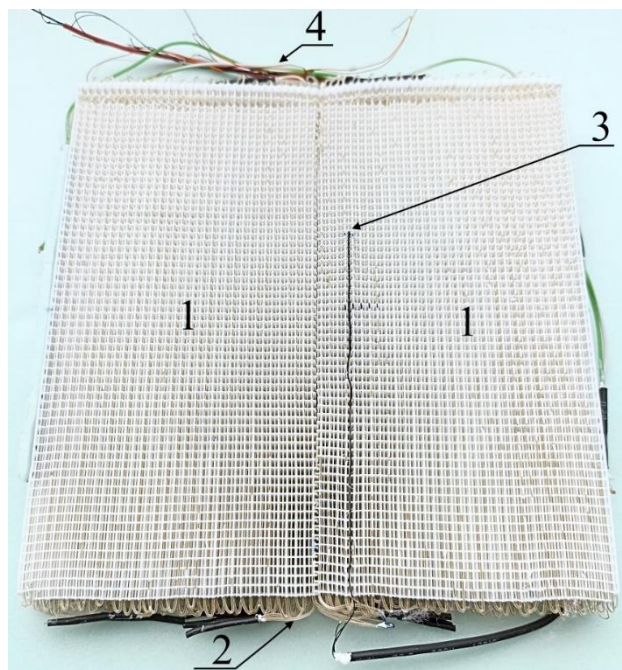


Рис. 1. Внешний вид образца тепловыделяющей волокнистой пористой среды

Для визуализации конвективных течений с помощью тепловизора использована вторая модификация экспериментальной установки. В этой модификации рабочая полость располагается на теплообменнике, который контролирует температуру нижней границы двухслойной системы. Сверху двухслойная система накрывается дюралюминиевой пластиной, которая имеет толщину 5.0 мм. В центре этой пластины сделано круглое отверстие, в которое вмонтировано и закреплено стекло из селенида цинка (ZnSe) с диаметром 104 мм. Толщины стекла и дюралюминиевой пластины совпадают. Стекло из ZnSe прозрачно для электромагнитного излучения в диапазоне длин волн 0.5-20 мкм, поэтому инфракрасное излучение испускаемое поверхностью пористой среды почти без поглощения выходит из рабочей полости и регистрируется тепловизором Testo 890. Для контроля температуры верхней границы полости используется специально разработанное для текущей исследовательской задачи устройство термостатирования.

Тепловыделение в пористом слое возникает, когда по волокнам подводится электрический ток от двух согласованно соединённых источников электропитания, которые задают напряжение (U) с точностью до 0.1 В. Кроме этого, в цепь с источниками питания и волокнистой тепловыделяющей средой последовательно подключается универсальный вольтметр для измерения силы тока (I). Управляющим параметром, влияющим на конвективные процессы в двухслойной системе, выбрана объёмная мощность тепловыделения (Q), которая вычисляется по формуле: $Q = (I \cdot U) / V$, где V – это объём пористой среды, в пределах которого осуществляется тепловыделение.

Проведены тестовые опыты с тепловыделением в двухслойной системе, подобраны три значения толщины воздушной прослойки над тепловыделяющей простой средой (7.7, 8.8 и 9.8 мм), исследование с которыми позволяют наблюдать конвективные течения в двухслойной системе. Подобрана оптимальная температура на границах системы (17.0 °С), которая поддерживалась постоянной во всех опытах. Отработаны методики проведения эксперимента для измерения числа Нуссельта (Nu), относительного теплопроводного потока энергии ($q_{отн}$) и полей температуры на поверхности тепловыделяющего пористого слоя.

Полученные критические параметры конвективного валикового течения в двухслойной системе (рис. 2) позволяют сделать следующие выводы: а) устойчивость механического равновесия воздуха к внутреннему тепловыделению в двухслойной системе сильно зависит от толщины верхней воздушной прослойки, т.е. относительно небольшое уменьшение толщины прослойки приводит к существенному повышению устойчивости механического равновесия и увеличению порогового значения Ra_c ; б) критическое волновое число k_c с ростом толщины воздушной прослойки уменьшается и с точностью до погрешности тепловизионных измерений не зависит от пористости. Проведено сравнение экспериментальных данных с численными расчетами, которые совпадают друг с другом по Ra_c и k_c с учётом погрешности эксперимента для исследуемого образца волокнистой тепловыделяющей пористой среды с пористостью 0.82.

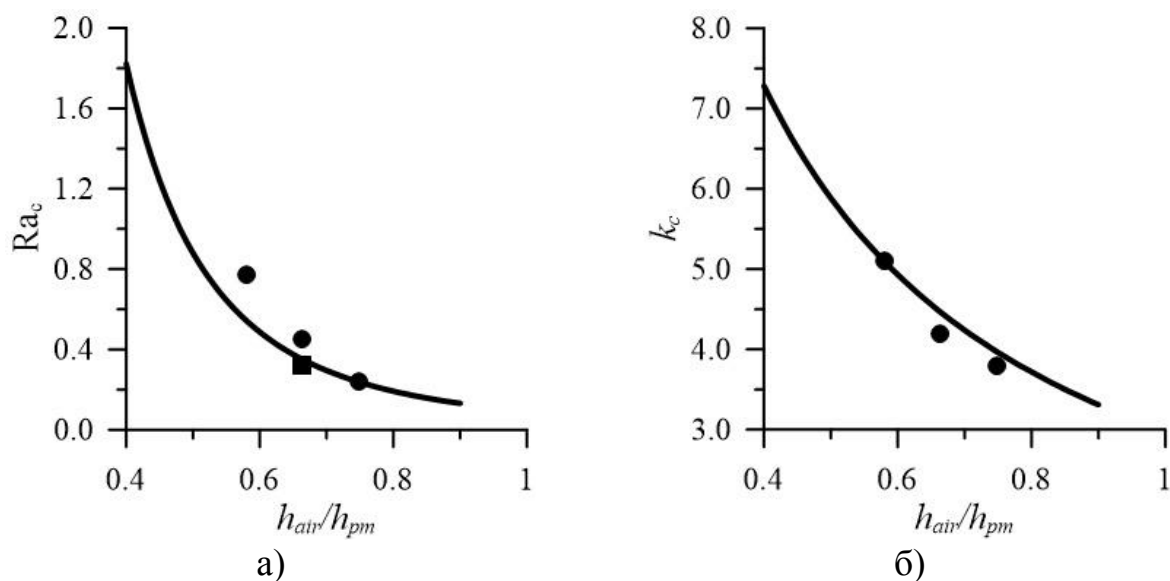


Рис. 2. Зависимость критического значения внутреннего числа Рэлея-Дарси (а) и волнового числа (б) от толщины воздушной прослойки, обезразмеренной на толщину пористого слоя. Линия – численный расчёт; круги – тепловизионные измерения; квадрат – термопарное измерение $q_{отн}$

По результатам тепловизионной съёмки получены картины полей температуры на поверхности тепловыделяющего образца волокнистой пористой среды, которые позволили описать структуру конвективного течения в двухслойной системе в надкритической области параметров. Конвективные течения в двухслойной системе, вызванные внутренним тепловыделением в нижнем волокнистом пористом слое, имеют форму двумерных валов, ось которых во всех опытах ориентируется строго поперёк тепловыделяющих волокон.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

Список литературы

1. *Buretta R. J., Berman A. S.* Convective heat transfer in a liquid saturated porous layer // ASME J. Appl. Mech. 1976. V. 43. P. 249-253.
2. *Kulacki F. A., Freeman R. G.* A note on thermal convection in a saturated, heat generating porous layer // ASME J. Heat Transfer. 1979. V. 101. P. 169-171.
3. *Rhee S. J., Dhir V. K., Catton I.* Natural convection heat transfer in beds of inductively heated particles // ASME J. Heat Transfer. 1978. V. 100, N. 1. P. 78-85.
4. *Mukhija S., Nayak A. K.* Experimental study of transient heat transfer characteristics of single-phase natural convection in multidimensional porous bed with volumetric heat generation // Experimental Heat Transfer. 2019. V. 32, N. 1. P. 85-101.
5. *Kolchanov N. V., Kolchanova E. A., Sidorov A. S.* Permeability measurements in experiments on convective heat transfer in a complex fibrous porous medium structured by a 3D photopolymer framework // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2023. V. 11(1). P. 65–74.

СРАВНЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СЛОЕ ВОЗДУХА, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОМ ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ПОРИСТОЙ СРЕДОЙ РАЗНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Е. А. Колчанова, Р. В. Сагитов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе уделяется внимание конвективной неустойчивости в слоистых системах разной конфигурации, содержащих тепловыделяющую пористую среду в поле силы тяжести. В отсутствие перепада температуры на верхней и нижней границах неустойчивость определяется внутренним тепловыделением постоянной мощности. Проведен сравнительный анализ критического внутреннего числа Релея-Дарси и волнового числа конвективных структур, полученных для трех разных систем: 1) системы «воздух–пористая среда–воздух»; 2) системы «воздух–пористая среда» и 3) системы «пористая среда–воздух». Наиболее эффективное понижение порога возбуждения конвекции с ростом относительной толщины воздушного подслоя зафиксировано в трехслойной системе.

Ключевые слова: линейный анализ устойчивости; двухслойные и трехслойные воздушно-пористые полости; внутреннее тепловыделение; усиление конвективного теплопереноса

COMPARISON OF CRITICAL PARAMETERS FOR CONVECTIVE INSTABILITY IN AN AIR LAYER PARTIALLY FILLED WITH HEAT-RELEASING POROUS MEDIUM OF DIFFERENT CONFIGURATION

E. A. Kolchanova, R. V. Sagitov

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The paper focuses on convective instability in the layered systems of distinct configuration, containing a heat-generating porous medium in the gravitational field. In the absence of temperature difference at the top and bottom surfaces, the instability is caused by the internal heat source of a constant strength. We carry out comparative analysis of the critical internal Rayleigh-Darcy number and wave number of convective patterns obtained for the three different systems: 1) air-porous-air system, 2) air-porous system, and 3) porous-air system. The most effective decrease in the threshold value of convection excitation with increasing the relative depth of the air sublayer is recorded in the three-layered system.

Keywords: linear stability analysis; two-layered and three-layered air-porous cavities; internal heat generation; enhancement of convective heat transfer

В работе исследуется внутренняя конвекция, которая индуцируется однородным источником тепловыделения, распределенным в объеме пористой

матрицы, насыщенного воздухом. В поле силы тяжести пористая матрица делит воздушный слой на области, создавая воздушно-пористые системы разной конфигурации. Мы рассматриваем три вида конфигураций: 1) систему «воздух–пористая среда–воздух», в которой пористая матрица находится в центре воздушного слоя (рис. 1а); 2) систему «воздух-пористая среда», где эта матрица прилегает к нижней границе слоя (рис. 1б); 3) систему «пористая среда-воздух», где, наоборот, пористая матрица расположена вблизи верхней границы воздушного слоя (рис. 1в). Каждая из трех систем ограничена сверху и снизу теплопроводными плоскостями, которые имеют одинаковую температуру.

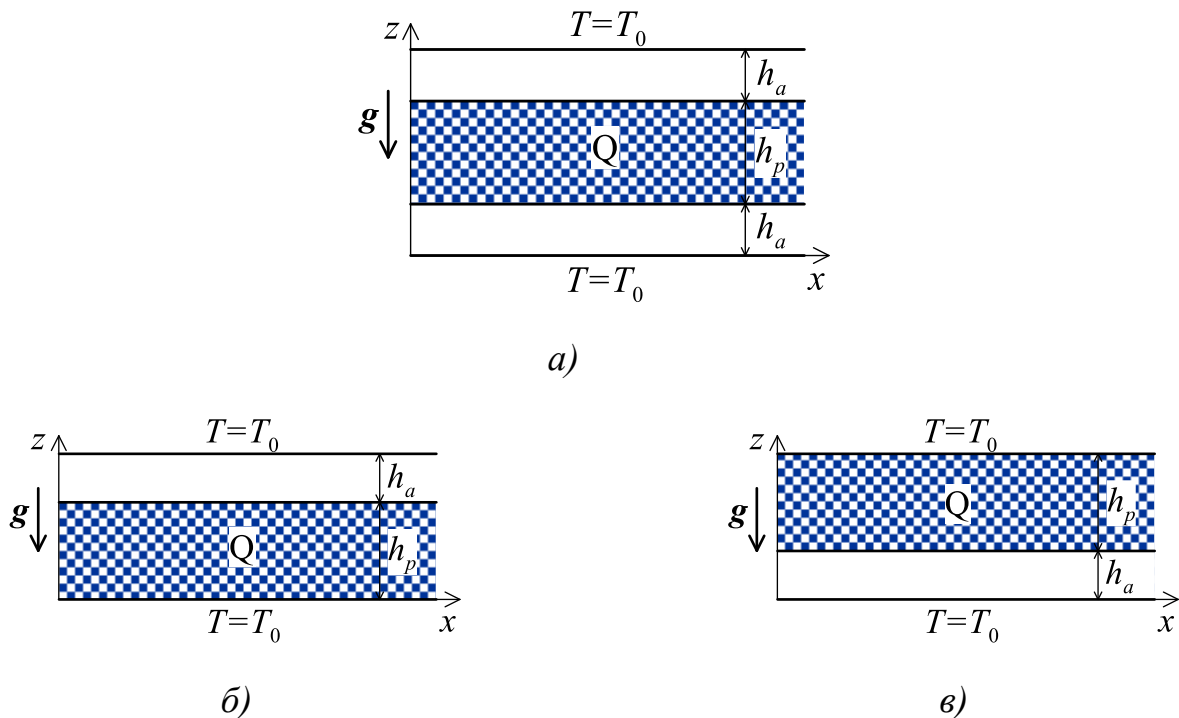


Рис. 1. Горизонтальный слой воздуха, частично заполненный тепловыделяющей пористой средой разной конфигурации:

а) система «воздух–пористая среда–воздух»; б) система «воздух–пористая среда»; в) система «пористая среда–воздух»

Рассматриваемая проблема продолжает предшествующие работы, посвященные внутренней конвекции в тепловыделяющем однородном [1] и неоднородном пористом слое [2] и в пористой среде с двумя дополнительными жидкостными подслоями малой толщины [3], а также обобщает ряд задач, представленных авторами для двухслойной [4] и многослойных [5, 6] конфигураций с пористыми зонами, разделенными тонкими прослойками воздуха. Детально исследуется влияние конечной относительной толщины воздушного подслоя d и количества подслоев воздуха на порог возбуждения проникающей конвекции. Численные расчеты критического числа Релея-Дарси

и волнового числа конвективных структур, возникающих вблизи этого порога, выполняются при разных фиксированных значениях объемной доли твердой фазы ϕ , связанной линейным соотношением с мощностью тепловыделения в пористой зоне, насыщенной воздухом (рис. 2).

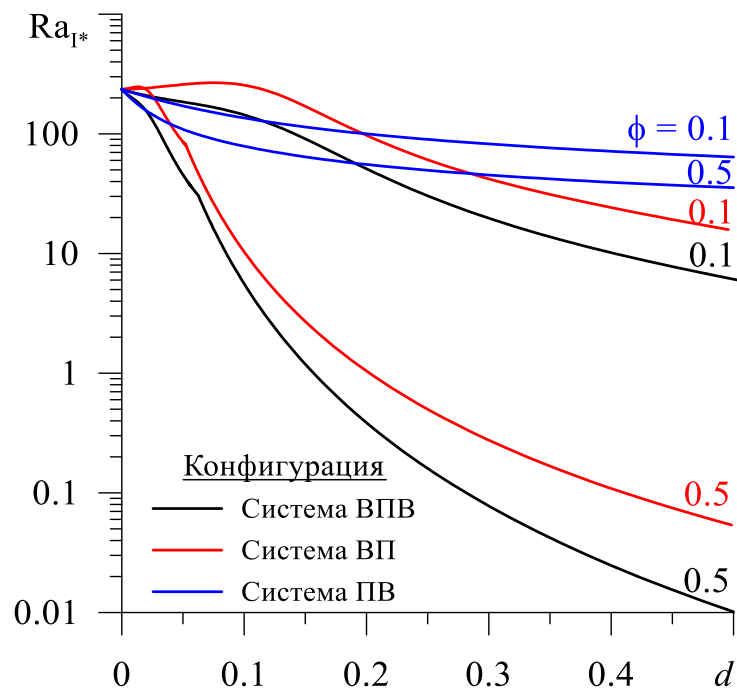


Рис. 2. Критическое внутреннее число Релея-Дарси в зависимости от относительной толщины воздушного подслоя d и объемной доли твердой фазы ϕ для трех разных конфигураций чередующихся подслоев воздуха (В) и пористой среды (П)

Рост относительной толщины воздушного подслоя во всех трех конфигурациях, главным образом, способствует понижению порога возбуждения конвекции в сравнении с ситуацией однородной пористой среды без воздушных подслоев ($d = 0$), когда критическое внутреннее число Релея-Дарси Ra_{I*} фиксировано и равно 235.69 [1] (рис. 2). Однако, наиболее эффективная дестабилизация равновесия имеет место в трехслойной системе ВПВ. Например, при $\phi = 0.1$ в этой системе можно достичь уменьшения значения Ra_{I*} в 40 раз с повышением относительной толщины каждого воздушного подслоя от 0 до 0.5. При той же объемной доле твердой фазы в двухслойной системе ВП это значение уменьшается в 14 раз, а в противоположной системе ПВ подобное уменьшение составляет только 3.5 раза. Данный эффект понижения порогового числа Релея-Дарси сильно зависит от величины объемной доли тепловыделяющей твердой фазы и усиливается с ее ростом (рис. 2).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

Список литературы

1. *Nouri-Borujerdi A., Noghrehabadi A. R., Rees D. A. S.* Influence of Darcy number on the onset of convection in a porous layer with a uniform heat source // *International Journal of Thermal Sciences*. 2008. Vol. 47. P. 1020–1025.
2. *Kuznetsov A. V., Nield D. A.* The effect of strong heterogeneity on the onset of convection induced by internal heating in a porous medium: a layered model // *Transport Porous Media*. 2013. Vol. 99. P. 85–100.
3. *Shalbaf S., Noghrehabadi A., Assari M. R., Dezfuli A. D.* Linear stability of natural convection in a multilayer system of fluid and porous layers with internal heat sources // *Acta Mechanica*. 2013. Vol. 224. P. 1103–1114.
4. *Kolchanova E., Kolchanov N.* Onset of internal convection in superposed air-porous layer with heat source depending on solid volume fraction: influence of different modeling // *Acta Mechanica*. 2022. Vol. 233. P. 1769–1788.
5. *Kolchanova E. A., Kolchanov N. V.* The onset of penetrative convection in a three-layered porous-air-porous system with internal heat source // *Computational Continuum Mechanics*. 2022. Vol. 15 (2). P. 160–170.
6. *Kolchanova E., Kolchanov N.* Onset of penetrative convection in a multilayered heatgenerating porous system with thin air interlayers // *Microgravity Science and Technology*. 2023. Vol. 35 (18).

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ НА ФОНЕ СКВОЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ДВУХСЛОЙНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С ЗАКУПОРКОЙ

Е. А. Колчанова, Н. В. Колчанов
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Изучается концентрационная конвективная неустойчивость, которая формируется в виде валиковых структур на фоне сквозного плоскопараллельного течения в поле силы тяжести. Конвективная колебательная неустойчивость реализуется в пористой среде со слоистой неоднородностью. Среда является активной и способна захватывать примесь. В рамках линейной теории анализируется влияние закупорки пор и отношения проницаемостей пористых подслоев на критические параметры устойчивости основного сквозного течения. Получено повышение порога возбуждения конвекции с ростом коэффициента закупорки и числа Пекле. Наиболее значимый эффект закупорки зафиксирован для среды, в которой проницаемость увеличивается в направлении вертикальной оси z .

Ключевые слова: двухслойная пористая среда; эффект закупорки; основное сквозное течение; линейная теория; колебательная неустойчивость

INITIATION OF SOLUTAL CONVECTION OVER THROUGHFLOW IN A TWO-LAYERED POROUS MEDIUM WITH CLOGGING

E. A. Kolchanova, N. V. Kolchanov
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The solutal convective instability which initiates in the form of roll patterns over a plane-parallel throughflow in the gravitational field is considered. The convective oscillatory instability manifests itself in a porous medium with a layered heterogeneity. The medium is an active fluid-saturated matrix and is capable of capturing the solute particles. The effects of pore clogging and permeability ratio on the critical parameters of the marginal stability of basic throughflow are analyzed by the linear stability theory. The growth of the threshold value for the onset of convection is obtained with increasing the clogging coefficient and Peclet number. The most significant clogging effect is recorded in the medium with the permeability increasing in the upward direction of the vertical z -axis.

Keywords: two-layered porous medium; clogging effect; basic throughflow; linear theory; oscillatory instability

Колебательная неустойчивость сквозного течения чистой жидкости над пористой средой в отсутствие закупорки изучалась, например, в [1], где

валиковые структуры имели локальный и крупномасштабный характер. Учет эффектов адсорбции и десорбции примеси в отдельно расположенном пористом слое, где формируются только крупномасштабные структуры, произведен в [2] и дополнительно включение эффекта закупорки пор – в работах [3–4]. В работе авторов [5] проанализировано влияние закупорки на порог возбуждения конвективных структур разной длины волны в активной пористой среде со слоистой неоднородностью, но без сквозного течения. Настоящая работа является продолжением работы [5] и посвящена конвективной неустойчивости течения в системе, состоящей из двух пористых подслоев разной толщины и проницаемости и способной захватывать примесь (рис. 1). На верхней и нижней границах системы задаются разные концентрации примеси в несущей жидкости, насыщающей поры.

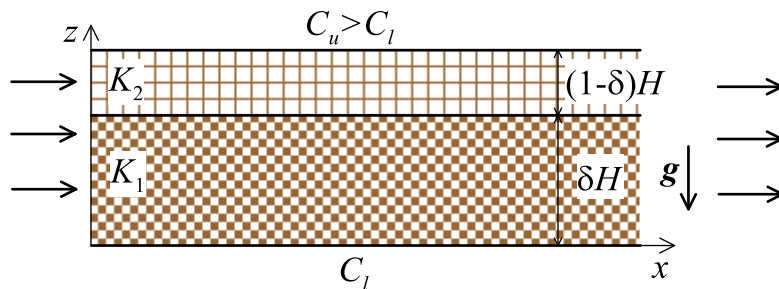


Рис. 1. Геометрия задачи

Методами линейной теории устойчивости и построения фундаментальной системы векторов частных решений определены критические параметры – концентрационное число Релея-Дарси R_{m*} , частота колебательных возмущений ω_* , волновое число k_* валов – при изменении числа Пекле Pe_m и отношения проницаемостей пористых подслоев K_r .

На рис. 2 показаны карты устойчивости на примере пористой среды в отсутствие закупорки. В среде без основного течения ($Pe_m = 0$) после потери устойчивости равновесия жидкости формируются стационарные валиковые структуры (штриховая линия на рис. 2). Продольное сквозное течение сносит валы вдоль оси x и приводит к развитию колебательной конвекции (сплошные линии на рис. 2). Как и в однородном пористом слое с $K_r = 1$, с повышением числа Пекле основное течение стабилизируется (рис. 2а). При достаточно интенсивном сквозном течении возможна резкая смена вида конвективной неустойчивости с крупномасштабной на локальную в случае, когда проницаемость либо верхнего ($K_r > 1$), либо нижнего ($K_r < 1$) пористого подслоя начинает расти (линия 3 на рис. 2). Здесь имеется симметрия графиков зависимости критических параметров от K_r относительно $K_r = 1$. Симметрия нарушается, когда пористая среда становится активной, т.е. включается эффект закупорки пор. Скорость роста критического числа Релея-Дарси, соответствующего порогу возникновения

колебательной конвекции, с изменением интенсивности течения оказывается больше в неоднородной пористой среде с высокопроницаемым верхним подслоем по сравнению с ее значением в среде с высокопроницаемым нижним подслоем.

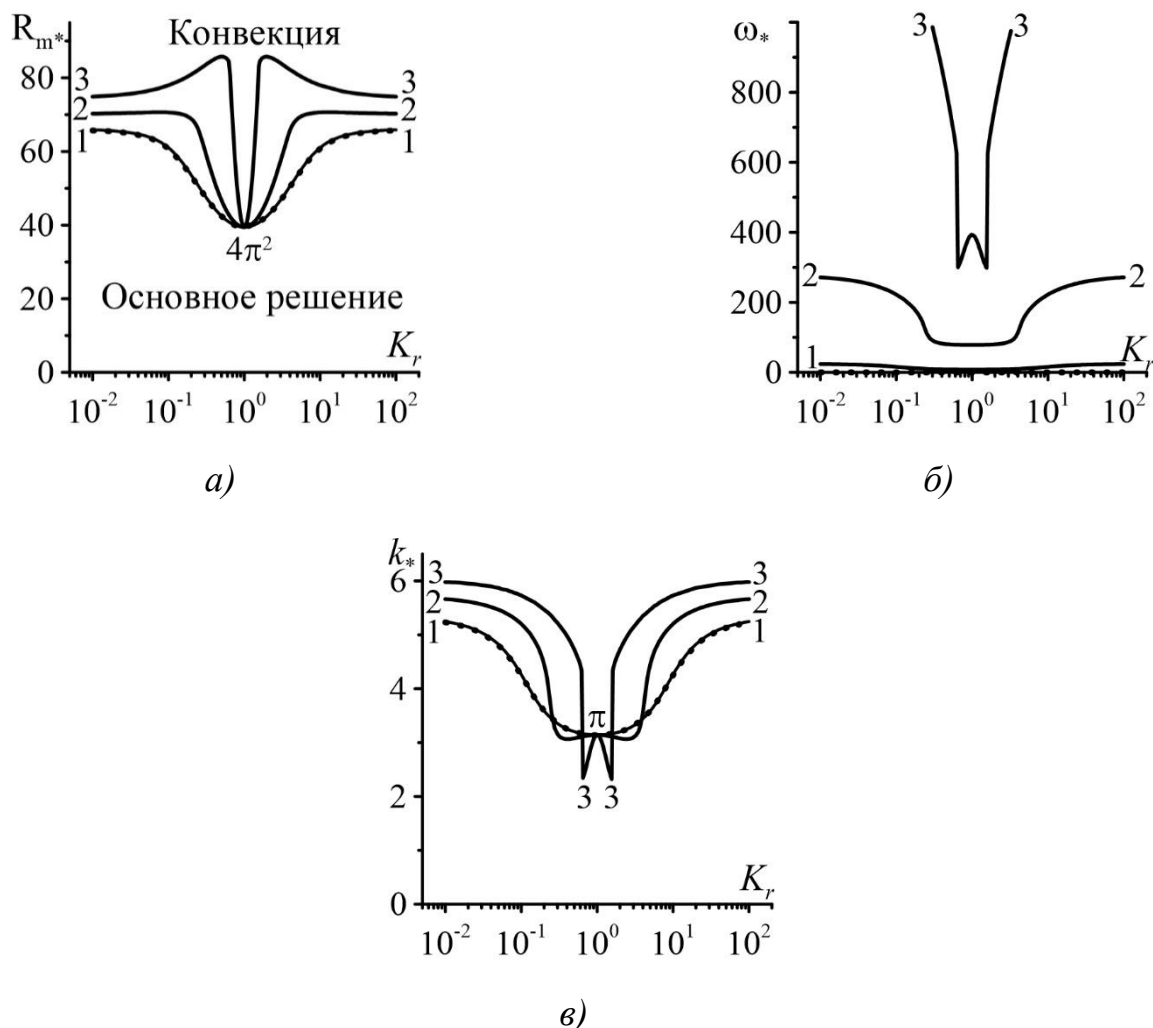


Рис. 2. Критические значения параметров, определяющих границу устойчивости основного решения в зависимости от отношения проницаемостей K_r и числа Пекле Re_m : $Re_m = 0$ (штриховая линия); $Re_m = 1$ (сплошная линия 1); $Re_m = 10$ (линия 2); $Re_m = 50$ (линия 3); а) концентрационное число Релея-Дарси; б) частота колебательных возмущений; в) волновое число конвективных структур

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20125).

Список литературы

1. Lyubimova T. P., Lyubimov D. V., Baydina D. T., Kolchanova E. A., Tsiberkin K. B. Instability of plane-parallel flow of incompressible liquid over a saturated porous medium // Physical Review E. 2016. Vol. 94. 013104.

2. *Maryshev B. S.* The effect of sorption on linear stability for the solutal Horton–Rogers–Lapwood problem // *Transport in Porous Media*. 2015. Vol. 109. P. 747–764.
3. *Maryshev B. S., Klimenko L. S.* Solutal convection in a horizontal porous layer with clogging at a high solute concentration // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1809. 012009.
4. *Maryshev B. S., Klimenko L. S.* Convective Stability of a Net Mass Flow Through a Horizontal Porous Layer with Immobilization and Clogging // *Transport in Porous Media*. 2021. Vol. 137. P. 667–682.
5. *Kolchanova E. A., Kolchanov N. V.* Onset of solutal convection in layered sorbing porous media with clogging // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2022. Vol. 183 (Part A). 122110.

СТАЯ КАК ЖИДКОСТЬ

К. В. Костарев, Д. А. Брацун

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Работа посвящена математическому моделированию поведения некоторых видов животных, обитающих в суровых природных условиях. Стратегия выживания большей части популяции подразумевает спонтанное переключение от индивидуальной терморегуляции особей к коллективным формам в рамках постепенно уплотняющейся стаи. Такое поведение может быть осмысленно в рамках концепции сплошной среды, которая меняет свое агрегатное состояние (газообразное, жидкое или твердое) в зависимости от температуры внешней среды или силы ветра. Для изучения фазовых переходов разработана математическая модель молекулярной динамики, которая включает специально разработанный для данной задачи эффективный потенциал взаимодействия между особями. Ключевую роль в возникновении неустойчивости играет сила, направленная по градиенту коллективного теплового поля в стае. Показано, что при определенных соотношениях параметров задачи в оживленном состоянии в стае возможен фазовый переход 2-ого рода: спонтанное возникновение циркуляции животных, которое заставляет отдельные особи периодически перемещаться от центра стаи к краю и обратно. Для этого случая разработана математическая модель сплошной среды, которая сводится к задаче конвекции в самогравитирующем пористом диске, насыщенном несжимаемой жидкостью. Получено аналитическое решение для задачи устойчивости и численное решение для полной нелинейной задачи. Проводится сравнение со имеющимися в наличии экспериментальными данными.

Ключевые слова: сложные системы; коллективное поведение; фазовые переходы

A FLOCK FLOWING LIKE A LIQUID

K. V. Kostarev, D. A. Bratsun

Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

We deal with mathematical modeling of the behavior of some animal species living in harsh natural conditions. The survival strategy of the majority of the population implies a spontaneous switch from individual thermoregulation of individuals to collective forms of protection within the framework of a gradually denser flock. Such behavior can be described within the framework of the concept of a continuous medium, which changes its state of aggregation (gaseous, liquid or solid) depending on the temperature of the external environment or the strength of the wind. To study phase transitions, we have developed a mathematical model of molecular dynamics, which includes an effective potential of interaction between individuals specially developed for this problem. The key role in the occurrence of instability is played by the force directed along the gradient of the collective thermal field in the flock. We show that, under certain ratios of the parameters of the problem, a second-order phase transition is possible in a fluidized state of a flock: the spontaneous occurrence of animal circulation, which causes

individuals to periodically move from the center of the flock to the edge and back. For this case, a mathematical model of a continuous medium has been developed, which is reduced to the convection problem in a self-gravitating porous disk saturated with an incompressible fluid. We derived an analytical solution for the stability problem and obtain a numerical solution for the complete nonlinear problem. Finally we compared the obtained results with the available experimental data.

Keywords: complex systems; collective behavior; phase transitions

Коллективное поведение в сложных биологических системах может выступать в роли механизма сохранения энергии и играть ключевую роль при выживании группы организмов [1]. Показательным примером такого рода является поведение императорских пингвинов (лат. *Aptenodytes forsteri*) в период их размножения [2]. Это единственные животные, способные размножаться во время антарктической зимы. Наблюдения за императорскими пингвинами показывают, что в наиболее критические моменты высиживания птенцов они переключаются от индивидуального к коллективному поведению. Критическими параметрами для такого перехода являются температура окружающей среды и сила ветра. На этом этапе птицы собираются в плотную неподвижную стаю. Если условия внешней среды становятся мягче, то стая рассыпается и птицы переходят к индивидуальному поведению. Это позволило авторам [3] рассматривать стаю как сплошную среду, в которой происходят фазовые переходы 1-ого рода (меняется агрегатное состояние среды).

В данной работе предлагается математическая модель данного явления, в рамках которой исследуется вопрос о фазовых переходах и механизмах самоорганизации в данной системе. Совокупность особей рассматривается как сложная система локально взаимодействующих между собой микроскопических элементов. Вид потенциальных взаимодействий подбирается феноменологически. Основной силой, побуждающей пингвина к движению, является стремление пингвина двигаться по градиенту температуры коллективного поля. Это потенциальное взаимодействие выступает аналогом силы Архимеда в неоднородно нагретой жидкой среде. Математическая модель явления включает в себя расчет коллективного теплового поля стаи и определение траектории движения каждого отдельного пингвина. Обе части нелинейным образом связаны друг с другом: общее поле зависит от местоположения каждой особи, но оно же определяет динамику каждой особи.

Для изучения фазовых переходов 1-ого рода построим математическую модель сложной системы взаимодействующих особей с индивидуальной динамикой. В рамках модели мы принимаем каждую особь как круг радиуса R_i и массой m_i . Для простоты будем считать, что все особи имеют одинаковый размер и массу. В случае пингвинов такое допущение оправдано, так как в стае принимают участие только взрослые самцы. Животные перемещаются только по плоскости (x, y) с соответствующими скоростями. Физические аспекты взаимодействия особей в группе определяются с помощью эффективных потенциальных сил, которые имеют специальный вид, разработанный для

данной задачи. Мы используем Аристотелеву формулировку механики, так как движение особей в стае затруднено сильным трением и происходит в диссипативном режиме. Это означает, что можно принять безынерционное приближение. Тогда уравнения движения стаи могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} m_i \frac{dx_i}{dt} &= k \frac{\partial T}{\partial x} + \sum_{j=1, i \neq j}^M A \frac{x_i - x_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} e^{\frac{2d - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{B}}, \\ m_i \frac{dy_i}{dt} &= k \frac{\partial T}{\partial y} + \sum_{j=1, i \neq j}^M A \frac{y_i - y_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} e^{\frac{2d - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{B}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где суммирование идёт по M особям, участвующим в процессе. Первое слагаемое в правой части (1) описывает стремление каждого животного двигаться по градиенту коллективного теплового поля, которое генерируется всей стаей. Эта сила является основным инструментом сборки животных в плотную группу. Природный механизм срабатывания этой силы обсуждается. Возможно, здесь играют роль тактильные ощущения каждой особи (при плотном контакте), а также визуальные наблюдения (при дальном действии). Второе слагаемое описывает процессы отталкивания между особями при слишком близком их сближении ("социальная" сила).

Вторая часть модели это построение общего теплового поля. Каждый i -ый пингвин является источником тепла с мощностью P_i . Уравнением, которое определяет тепловое поле, является двумерное уравнение теплопроводности, осложненное присутствием источников тепла, явлением адвективного сноса тепла за счет ветра и диссипацией тепла в вертикальном направлении:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \lambda \Delta T - DT + \sum_{i=1}^M P_i(x_i, y_i), \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности внутри стаи, D – коэффициент диссипации тепла, \mathbf{V} – скорость ветра.

На рис.1а–г показан численно полученный процесс сборки особей в плотно упакованную массу, который можно интерпретировать как последовательную смену агрегатного состояния среды (газ–жидкость–твердое тело).

Обнаружено, что при определенных условиях температуры внешней среды, которая является управляющим параметром задачи, твердое состояние может испытывать внезапное оживление и в стае возникают циркуляционные движения особей (рис.1 д), которое можно интерпретировать как наступление фазового перехода 2-ого рода или возникновение естественной конвекции. При сложной форме стаи циркуляция особей также имеет сложный рисунок. Однако, каждая особь, как правило, совершает движения от границы стаи к её центру и обратно.

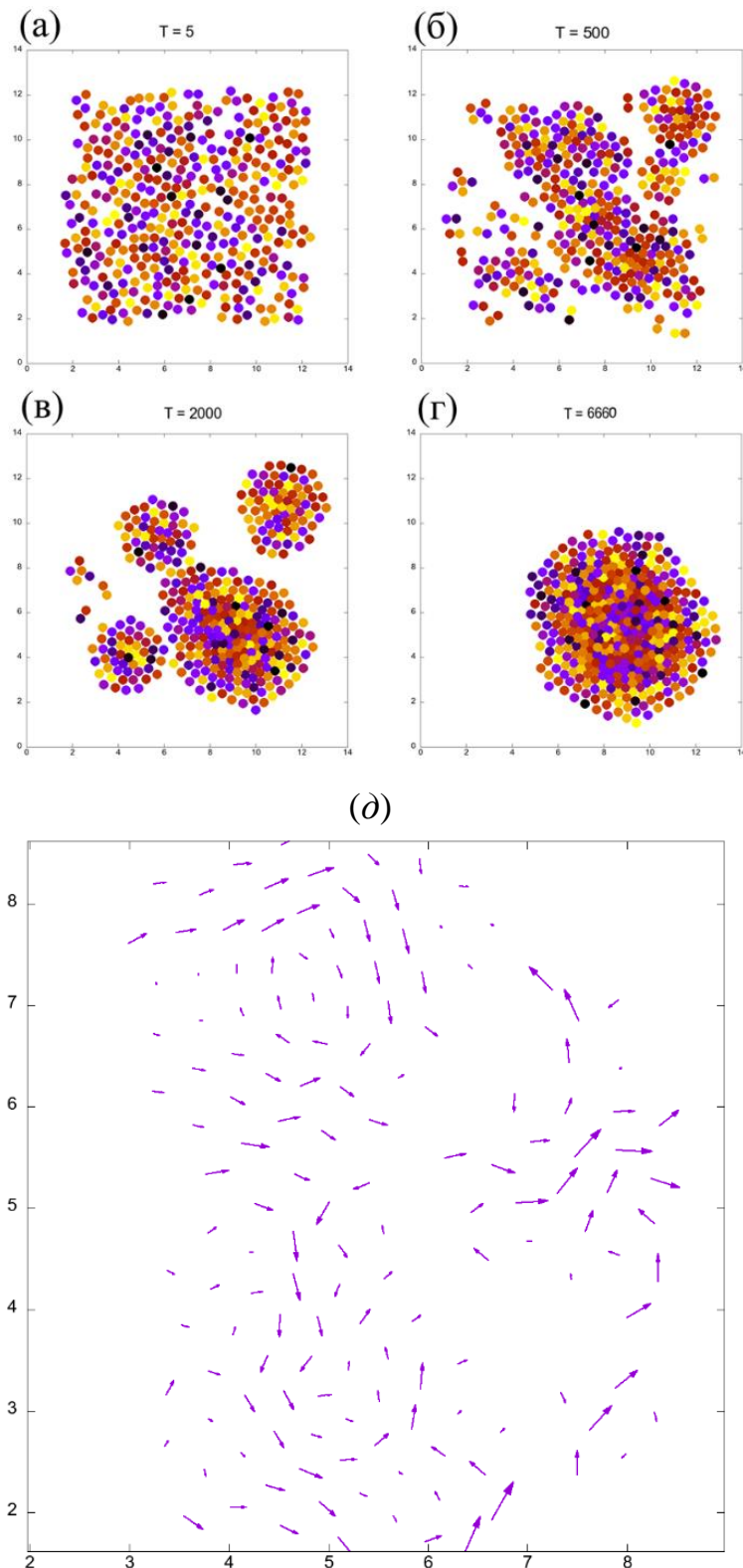


Рис. 1. (а–г) Последовательная сборка животных в плотную группу, при которой происходит последовательная смена агрегатного состояния среды: (а,б) газообразное, (в) жидкое, (г) твёрдое; (д) поле скорости особей в оживленной стае, демонстрирующее циркуляцию

Сформулируем теперь модель сплошной среды для частного случая. Как известно, получить единое универсальное уравнение движения для сложных

сред (например, гранулированных), которое описывало бы процессы в среде во всем многообразии фазовых переходов, практически невозможно. Будем считать, что стая в виде оживенной среды уже сформировалась, новые особи к ней не присоединяются и вся группа располагается на идеально плоском рельефе, более того, имеет круглую форму радиуса R . Последнее допущение, конечно, на практике, как правило, не выполняется. Рисунок 1 также демонстрирует, что стая нестационарна и может приобретать причудливые формы. Будем решать задачу в полярных координатах. Тогда уравнение теплопроводности (2) можно использовать практически в том же виде, а уравнение движения стаи свести к уравнению движения жидкости, насыщающей пористый самогравитирующий диск.

Обезразмеривая полученные уравнения с помощью единиц R , R^2/χ , χ/R , $\nu\chi\rho_0/K$ и $(\nu Q/2\rho_0c_p gK)^{1/2}$ соответственно для длины, времени, скорости, давления и температуры (использованы стандартные обозначения для гидромеханики пористой среды), получим систему безразмерных уравнений следующего вида в переменных функции тока ψ и температуры T [4]:

$$\Delta\psi - G\frac{\partial T}{\partial\varphi} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial T}{\partial\varphi}\right) = \Delta T + G\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} + 2G - \Omega\cos\varphi\frac{\partial T}{\partial r} - \Omega\frac{\sin\varphi}{r}\frac{\partial T}{\partial\varphi},$$

$$r=1: \quad \psi = 0, \quad T = 0,$$

где определились критерии подобия задачи, содержащие все физические константы:

$$G = R^2 \sqrt{\frac{gKQ}{2\rho_0c_p\nu\chi^2}}, \quad \Omega = \frac{R\omega}{\chi}.$$

Параметр G определяет мощность стаи (количество особей), а Ω задаёт силу ветра. Задача (3) решалась численно методом конечных разностей. Большинство результатов получено на сетке 21×121 . В качестве начального состояния задавались случайные возмущения функции тока с амплитудой не более 10^{-3} . В отсутствие ветра $\Omega = 0$ вплоть до критического значения параметра сборки $G = 13.21$ все возмущения затухали. Сразу выше порога мягко возбуждалась циркуляция с четырьмя вихрями, приведенная на рисунке 2. При значении параметра $G = 19$ и выше в системе начинается нестационарная циркуляция (сначала периодическая, а затем и хаотическая). Например, наблюдалось колебание, при котором последовательно возникает 4, 6 и 8 вихрей в стае. На наш взгляд, подобные колебания в природе наблюдать вполне реалистично, поскольку различие значений параметра $G = 13$ и $G = 19$ означает, что количество особей в стае во втором случае увеличилось всего на 46%. В реальных колониях пингвинов в Антарктике в таких стаях могут участвовать несколько тысяч птиц одновременно [3].

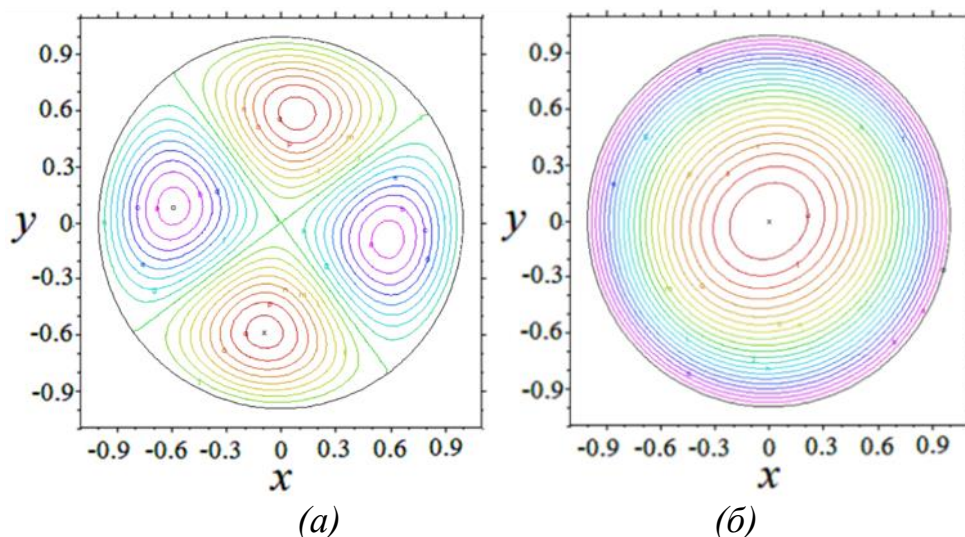


Рис. 2. Стационарная циркуляция особей в стае при $G = 13.22$, $\Omega = 0$:
(а) функция тока, (б) температура

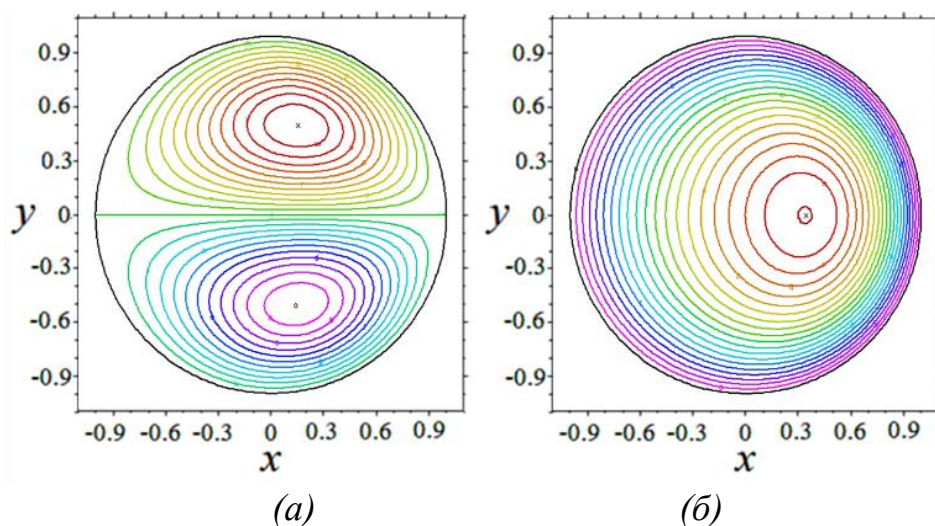


Рис. 3. Стационарная циркуляция особей стаи в случае ветра, действующего
вдоль оси x при $G = 14.3$, $\Omega = 0.1$:
(а) функция тока, (б) температура

Направление ветра задаёт предпочтительное направление, вдоль которого выстраивается центральная ось, разделяющая вихри (рис. 3). Циркуляция становится двухвихревой. При этом перестройка к двухвихревой циркуляции происходит при любой форме исходной конвекции. Стоит отметить также смещение максимума температурного поля из-за ветра, хорошо заметное на рис. 3б. Это приводит к постепенному смещению всей стаи в сторону максимума, что также регистрируется в натуральных наблюдениях за животными [3].

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM- 2023-0003).

Список литературы

1. *Trenchard H., Perc M.* Energy saving mechanisms, collective behavior and the variation range hypothesis in biological systems: a review // *BioSystems*. 2016. Vol. 147. P. 40–66.
2. *Le Maho Y.* The Emperor Penguin: A Strategy to Live and Breed in the Cold: Morphology, physiology, ecology, and behavior distinguish the polar emperor penguin from other penguin species, particularly from its close relative, the king penguin // *American Scientist*. 1978. Vol. 65. No. 6. P. 680–693.
3. *Richter S., Gerum R., Winterl A., Houstin A., Seifert M., Peschel J., Fabry B., Le Bohec C., Zitterbart D. P.* Phase transitions in huddling emperor penguins // *Journal of physics D: Applied physics*. 2018. Vol. 51. No. 21. P. 214002.
4. *Брацун Д. А., Костарев К. В.* Сплошносредная модель биоконвекции с центростремительной силой // *Вестник Пермского университета. Серия: Физика*. 2022. Вып. 2. С. 36–46.

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ НА ФЛОТАЦИЮ КВАРЦА

М. О. Кучинский^a, Т. П. Любимова^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе приведены результаты экспериментов по изучению влияния ультразвукового воздействия частотой 20 кГц на процесс флотации кварца. Показано, что ультразвук комплексно воздействует на систему и в зависимости от крупности частиц кварца в пределах от 0.2 до 0.5 мм или менее 0.2 мм может повлиять как положительно, так и отрицательно на флотационный процесс. Предполагается, что в данной системе ультразвук осуществляет очистку поверхности кварца.

Ключевые слова: флотация; ультразвук; dodecylamine hydrochloride (DAH); кварц

EFFECT OF PRE-TREATMENT ON QUARTZ FLOTATION

M. O. Kuchinskiy^a, T. P. Lyubimova^{a,b}

^aPerm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

This paper presents the results of experiments to study the effect of ultrasonic treatment with a frequency of 20 kHz on the process of quartz flotation. It is shown that ultrasound has a complex effect on the system and, depending on the particle size of quartz in the range from 0.2 to 0.5 mm or less than 0.2 mm, can affect both positively and negatively on the flotation process. It is assumed that in this system, ultrasound cleans the quartz surface.

Keywords: flotation; ultrasound; dodecylamine hydrochloride (DAH); quartz

Введение

Флотационное обогащение часто используется для извлечения ценной компоненты из смеси веществ [1], а также применяется как один их этапов при очистке сточных вод [2].

В основе флотационного обогащения лежит процесс взаимодействия относительно мелких минеральных частиц с вводимыми в суспензию воздушными пузырьками. Для флотационного разделения всегда необходимо наличие поверхности раздела фаз, так как главным механизмом, лежащим в основе флотационного разделения является проявление энергии межмолекулярных сил притяжения.

Так в случае пенной флотации происходит процесс взаимодействия воздушных пузырьков с минеральными частицами. При этом поверхность минеральных частиц предварительно обрабатывается с помощью специальных флотационных реагентов для гидрофобизации извлекаемых минералов, вследствие этого пузырьки избирательно закрепляются на поверхности определённых минералов. После чего извлекаемые минералы совместно с пузырьками всплывают, образуя на поверхности жидкости пену. К одной из серьезных проблем флотационного разделения зачастую относят обогащение руд мелких и ультрадисперсных фракций, так как мелкие и сверхмелкие гидрофобные частицы плохо всплывают из-за низкой вероятности их прикрепления к пузырькам [3]. Решение такого рода проблем, ввиду сложной используемой гетерогенной системы и множества факторов, оказывающих влияние на процесс флотационного разделения, требует комплексного подхода. Поэтому исследователи разбивают процесс флотации на подпроцессы и рассматривают влияние каждого [4-5]. Так ученые рассматривают не только процесс закрепления пузырьков к гидрофобным частицам и образование пены, но и процессы отрыва частиц от пузырьков (осыпание ценного продукта), которые значительно уменьшают скорость и эффективность флотационного разделения [5].

На данном этапе для решения такого рода проблем обогатители зачастую модифицируют флотационный процесс. Так на данном этапе широко исследуется использование ультразвукового (УЗ) воздействия. Отмечено, что оно может повлиять на эффективность процесса флотации [6-7]. В жидкости при УЗ воздействии образуются кавитационные микропузырьки [8], могут возникать устойчивые агломераты, состоящие из воздушных пузырьков и твердых частиц, может происходить процесс очистки поверхностей от шламовых включений.

Целью данной работы является экспериментальное изучение влияния ультразвукового воздействия на процесс флотации кварца различной крупности и раной степени очистки.

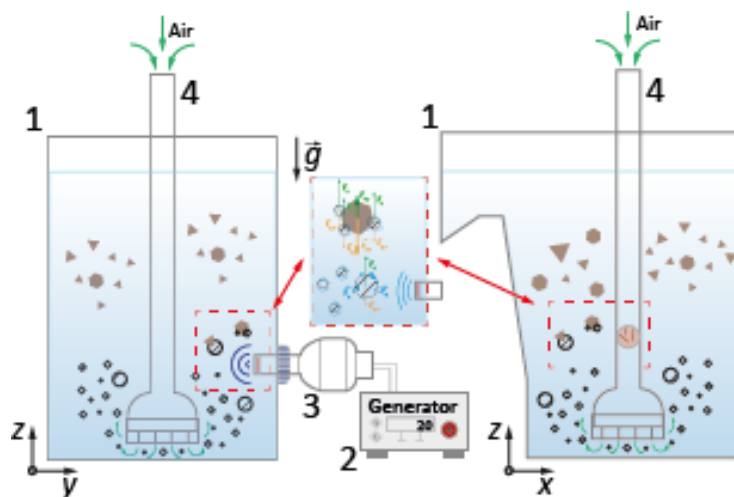
Экспериментальная установка и методика обработки измерений

Эксперименты с кварцем проводились в лабораторной пневмомеханической флотационной машине (ФМП-Л ВЭКТИС). Объем флотационной камеры для всех экспериментов составлял 1 л (694 x 295 x 535 мм³ В x Ш x Г), она была изготовлена из акрилового стекла толщиной 3 мм. В роли реагента-собирателя выступал dodecylamine hydrochloride (ДАН) в различных концентрациях. На рис. 1а представлен снимок экспериментальной установки, схема экспериментальной установки более детально показана на рис. 1б, где 1 – флотационная камера, 2 – Ультразвуковой (УЗ) генератор 20 кГц GM 4200 ©Bandelin с возможностью регулировки вкачиваемой мощности, 3 – УЗ зонд с диаметром

излучателя 13 мм, 4 – импеллер флотационной машины. В экспериментах в качестве рабочей жидкости использовала вода с $\text{pH} = 8.2 - 8.3$, при этом на протяжении всех экспериментов кислотность смеси и её температура также фиксировались. Предварительно перед экспериментом кварц был сепарирован и разделен на две фракции диаметром частиц $0.2 < d < 0.5$ мм и $d < 0.2$ мм. Алгоритмы проведения экспериментов представлены на рис. 2.



а)



б)

Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) Схема экспериментальной установки

Во флотационную камеру (рис. 2а) загружалось 100 г кварцевого песка определенной крупности и степени очистки. После чего добавлялся 1 л воды, затем происходил процесс интенсивного перемешивания (агитации) в части экспериментов с УЗ (рис. 2б). Во время процесса агитации в жидкость добавлялся флотационный реагент ДАН в различной концентрации. Затем после непрерывной УЗ обработки в течении 200 секунд УЗ выключался и запускался процесс флотации длившейся 200 с. В результате данного процесса получалось два вида продуктов: пенный (сфлотированный) и камерный (кварц, осевший на дне флотационной камеры). Далее происходила фильтрация и сушка с последующей оценкой эффективности флотационного разделения при заданных параметрах.

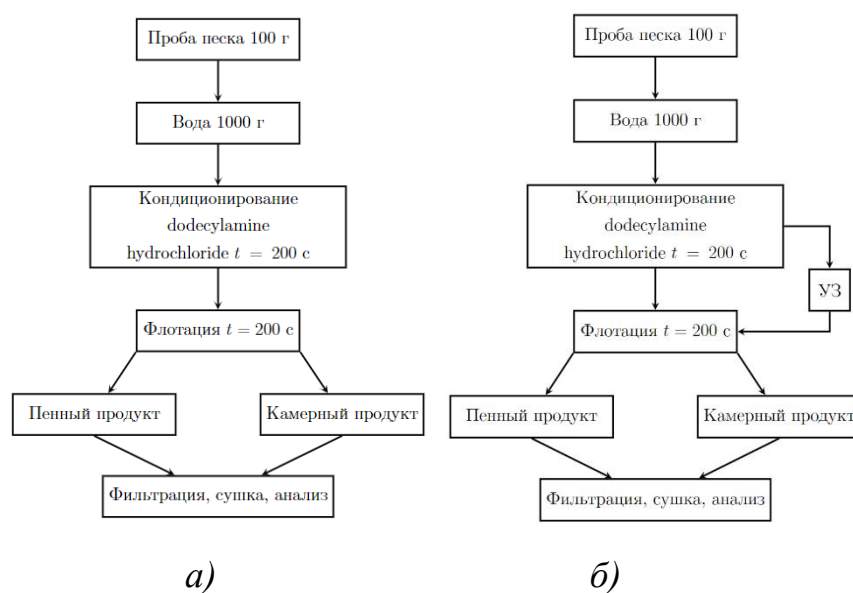


Рис. 2. а) Алгоритм проведения флотационных испытаний без УЗ; б) Алгоритм проведения флотационных испытаний с УЗ

Скорость вращения импеллера во всех экспериментах была постоянной и составляла 2000 об/мин с расходом воздуха 4 л/мин. В ходе экспериментов также исследовался механизм влияния ультразвука, поэтому были рассмотрены фракции с различной степенью очистки. Очистка осуществлялась следующим образом: кварц помещался в флотационную камеру с включенным импеллером 2200 оборотов на 200 секунд без подачи воздуха, после чего обрабатывалась 200 секунд с подачей воздуха, данный процесс повторялся 3 раза, после чего производилась сушка в сушильном шкафу Binder FD 53 при температуре 180°C.

Результаты

В начале исследований изучалось влияние мощности УЗ на массу пенного продукта при флотации (рис. 3а). Оказалось, что существует линейная зависимость между вкачиваемой мощностью и массой сфлотированного вещества, при этом видно, что для данной системы УЗ оказывает положительный эффект.

После чего изучалась эффективность флотации при различных концентрациях флотационного реагента ДАН (рис. 3б) для фракций кварца различной крупности при отсутствии УЗ. Флотационные эксперименты (рис. 3 б) показали, что также существует линейная зависимость извлечения руды от концентрации ДАН, кроме того эксперименты зафиксировали различную эффективность извлечения в зависимости от фракции. Для фракция кварца ($0.2 < d < 0.5$ мм) необходимо большее количество ДАН, нежели для менее крупной ($d < 0.2$ мм) фракции.

В дальнейшем исследованию подвергся вклад УЗ воздействия на процесс флотации кварца различной крупности и разной степени очистки в зависимости от концентрации ДАН.

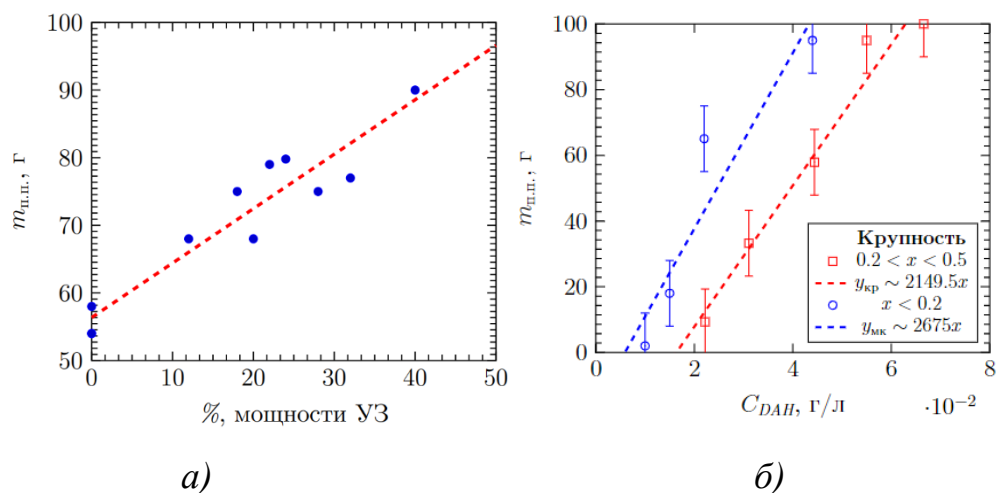


Рис. 3. а) Зависимость массы пенного продукта от интенсивности УЗ при различных концентрациях $C_{\text{ДАН}}$; б) Зависимость массы пенного продукта от интенсивности УЗ

Выводы

Экспериментальное исследование показало, что в жидкости при УЗ воздействии наблюдается целый ряд эффектов, которые могут вносить как положительный, так и отрицательный вклад в флотационный процесс. Так для крупной фракции ($0.2 < d < 0.5$ мм) кварца УЗ воздействие может приводить к повышению эффективности флотационного разделения. В случае же мелкой фракции кварца ($d < 0.2$ мм) УЗ воздействие может отрицательно повлиять на процесс разделения.

Флотационные эксперименты для УЗ частотой 20 кГц показали, что наблюдается процесс очистки поверхности, за счет чего и происходит улучшение разделения, при этом на предварительно очищенную руду УЗ влияет незначительно. Кроме того, в работе показано, что предварительная очистка может количественно изменить эффективность флотационного разделения и ее влияние может оказываться более значительным в сравнении с использованием УЗ воздействия.

Список литературы

1. Jameson G.J. Flotation cell development // The AusIMM Annual Conference, Broken Hill, New South Wales. 1992. P. 17–21.
2. Kyzas G. Z., Matis K. A. Flotation in water and wastewater treatment // Processes. 2018. Т. 6. №. 8. С. 116.

3. *Chao W., Peilong W., Xiaoli T., Gen H., Jue K., Chunbao S., Qi L.* Selective aggregation of fine quartz by polyaluminum chloride to mitigate its entrainment during fine and ultrafine mineral flotation. // *Separation and Purification Technology*. 2021. Vol. 279. P. 119606.
4. *Wen Zh., Qinghe Y., Shun J., Zhaojun L., Xianhui Y* Multi-Objective Optimization of Forth Flotation Process: An Application in Gold Ore. // *Sustainability*. 2021. Vol. 13, no. 15. P. 8314.
5. *Amaral I., Cavalcante L., Fabris J., Prat B., and Reis A.* Use of Mining Tailings or Their Sedimentation and Flotation Fractions in a Mixture with Soil to Produce Structural Ceramics // *Sustainability*. 2021. Vol. 13, no. 2. P. 911.
6. *Filippov, L. O., Filippova, I. V., Barres, O., Lyubimova, T. P., Fattalov, O. O.* Intensification of the flotation separation of potash ore using ultrasound treatment. // *Minerals Engineering*. 2021, Vol 171, P 107092.
7. *Chen Y. et al.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // *Ultrasonics sonochemistry*. 2020. – Vol. 60. P. 104739.
8. *Lyubimova T. et al.* Experimental study of temporal dynamics of cavitation bubbles selectively attached to the solid surfaces of different hydrophobicity under the action of ultrasound // *Ultrasonics*. – 2021. – T. 117. – C. 106516.

ВЛИЯНИЕ АМПЛИТУД ГОДОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ ПОЧВЫ НА СРЕДНЕГОДОВУЮ ТЕМПЕРАТУРУ ПОЧВОГРУНТОВ

Л. Э. Лапина

Институт водных проблем РАН, 119333 Москва, ул. Губкина, 3

Проанализированы данные температуры почвы по 10 метеостанциям в период 1966-2019гг, находящихся в различных климатических условиях. Показано, что существует связь между амплитудой колебаний температуры почвы на поверхности и ее среднегодовым значением как на поверхности почвы, так и на достаточно больших глубинах. Эта связь может быть разнонаправленной, например, на поверхности почвы быть положительной, а на глубине быть отрицательной. Это косвенно подтверждает пампинг-эффект (нелинейная волновая диффузия) в почвах.

Ключевые слова: пампинг-эффект; нелинейная волновая диффузия; температура почвы

INFLUENCE OF ANNUAL OSCILLATION AMPLITUDES SOIL SURFACE TEMPERATURES AT AVERAGE ANNUAL SOIL TEMPERATURE

L. Je. Lapina

Water Problems Institute RAS, 3, Gubkina st., Moscow, Russia

Soil temperature data for 10 weather stations in the period 1966-2019, located in various climatic conditions, are analyzed. It is shown that there is a relationship between the amplitude of fluctuations in soil temperature on the surface and its average annual value both on the soil surface and at sufficiently large depths. This relationship can be multidirectional, for example, it can be positive on the surface of the soil, and negative at depth. This indirectly confirms the pumping effect (nonlinear wave diffusion) in soils.

Keywords: pumping effect; nonlinear wave diffusion; soil temperature

Нелинейная волновая диффузия (пампинг-эффект) возникает в краевых задачах для нелинейного параболического уравнения типа теплопроводности с периодическими граничными условиями [1,2]. Этот эффект заключается в том, что чисто гармоническое колебание изучаемой характеристики среды на границе области приводит к увеличению или уменьшению ее значения внутри области относительно ее среднего значения на границе.

В работе [2, с.237] утверждается, что «пампинг-эффект для колебательных процессов во льду (включая ледники, многолетнюю мерзлоту) является отрицательным». Это означает, что между амплитудой годовых колебаний температуры почвы и температурой на некоторой глубине существует

отрицательная корреляционная связь, т.е. чем больше амплитуда колебаний поверхности почвы, тем ниже температура почвы, начиная с некоторой глубины. Аналогичный эффект для Мирового океана был показан в работе [3].

Проведенные расчеты в работе [4] показывают, что амплитуда годовых колебаний температуры поверхности почвы влияет на температурный режим почв на достаточно большой глубине, и чем больше амплитуда колебаний, тем холоднее почва на глубинах. В разных точках скорость охлаждения почвы будет различной, так, на торфяной почве в естественных условиях (южная граница Большеземельской тундры) в той же работе показано, что увеличение амплитуды колебаний на 1 градус охлаждает почву на достаточно больших глубинах на 0.25 градуса.

Цель данной работы – выяснить, подтверждают ли данные Росгидромета пампинг-эффект хотя бы косвенно, что может быть выявлено отрицательной корреляционной связью между амплитудой годовых колебаний температуры на поверхности почвы и среднегодовым значением температуры почвы на разных глубинах.

Для расчетов брали данные с 1966-2019гг с электронного ресурса [5]. Данные температуры почвы аппроксимировались следующей функцией:

$$T(t,z) = A(z)\sin(\omega t + \phi(z)) + B(z),$$

где $T(t,z)$ – температура почвы ($^{\circ}\text{C}$), $A(z)$ – амплитуда годовых колебаний на глубине z ($^{\circ}\text{C}$), ω – частота годовых колебаний ($2\pi/365/24$ рад час $^{-1}$), t – время в часах ($t=0$ дата 1 января 0 часов), ϕ – сдвиг фаз (рад), $B(z)$ – среднегодовая температура на глубине (z). Расчеты проводились следующим образом: фиксировали значение параметра ϕ , методом наименьших квадратов находили значения параметров A и B , также рассчитывали ошибку аппроксимации как среднеквадратическое значение. Шагов расчетов по параметру ϕ было 2000. Среди рассчитанных значений параметров A и B находили те, для которых наименьшая ошибка приближения. Эти значения и принимали за результат вычисления. И так для каждого года наблюдений и каждой глубины. Таким образом, для каждой рассмотренной метеостанции и для каждого года с 1966 по 2019гг наблюдений для каждой метеостанции имеется набор расчетных показателей. Результаты расчетов для некоторых метеостанций показаны на рис.1 и 2.

Коэффициенты корреляции между амплитудой годовых колебаний температуры поверхности почвы и среднегодовым значением изучаемой характеристики на поверхности составляют: отрицательные значения для метеостанции Диксон 0.62, для метеостанции Якутск -0.31, максимальные положительные значения этого коэффициента составили: для Перми 0.61, Тунка 0.59, Курск 0.62, Воронеж 0.79, Цимлянск 0.85, Астрахань 0.89,

для остальных метеостанций положительные и небольшие значения. Как показывают рис. 1 и 2, коэффициенты корреляции между амплитудой годовых колебаний температуры поверхности почвы и среднегодовыми значениями температуры почвы на глубинах могут даже менять знак. Так, по данным метеостанции Петрунь, коэффициент корреляции для поверхности почвы составляет 0.13, что незначимо, а с температурой на глубине 320 см уже составляет -0.45 (знак минус), для Астрахани коэффициент корреляции с температурой почвы на глубине 160 см оценивается также в -0.45, для Перми с глубиной 320 см -0.36.

Недостатком данных Росгидромета является то, что приведены лишь значения температур почвы раз в сутки, что не позволяет исследовать влияние амплитуд суточных колебаний, а также не позволяет оценить коэффициент теплопроводности как функцию от температуры в широком диапазоне температур.

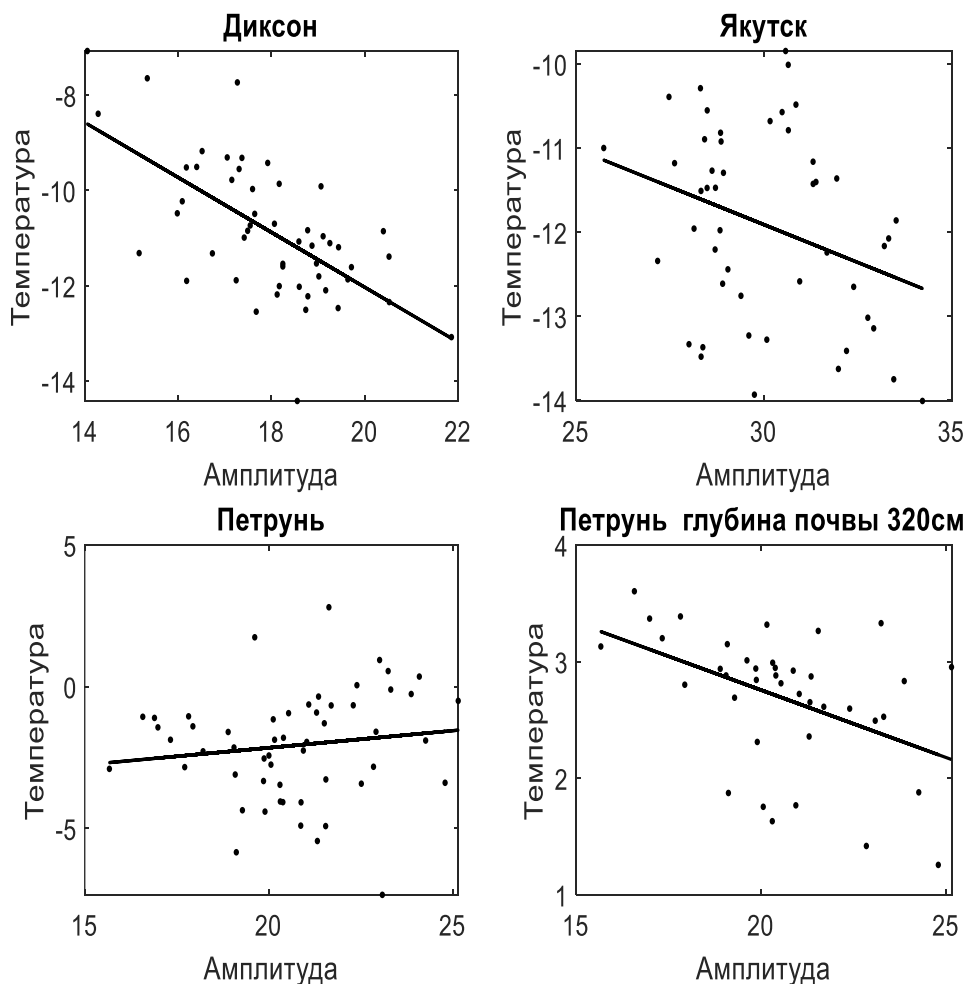


Рис.1. Связь амплитуды колебаний температуры поверхности почвы и среднегодовой температуры почвы по данным с 1966-2019гг

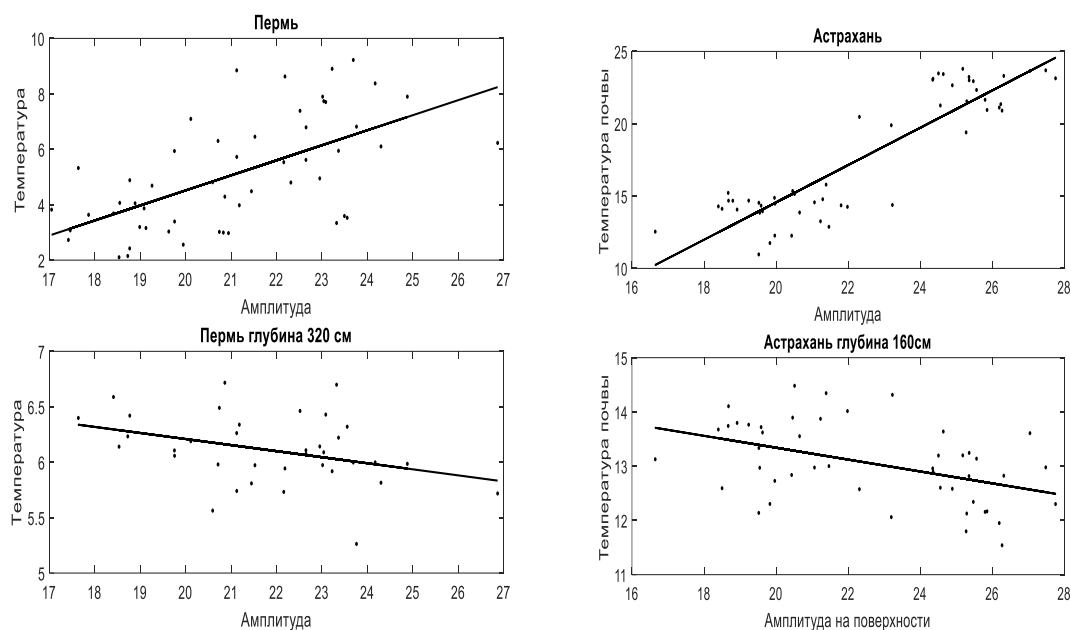


Рис. 2. Связь амплитуд годовых колебаний со среднегодовыми температурами почв на различных глубинах по данным метеостанций Пермь и Астрахань с 1966-2019гг

Выводы

1. Анализ данных метеостанций Росгидромета показывает, что связь между амплитудой годовых колебаний температуры поверхности почвы и среднегодовыми значениями на поверхности, может быть как положительной, так и отрицательной. Для метеостанций Диксон и Якутск отмечается наибольшие по модулю отрицательные значения коэффициента корреляции, что косвенно подтверждает отрицательное значение пампинг-эффекта в мерзлотных почвах. Этот эффект проявляется на указанных метеостанциях даже для среднегодовых значений температуры поверхности почвы.
2. Удивительно, что и на южных метеостанциях, таких, как Астрахань, существует отрицательная корреляционная связь между амплитудой годовых колебаний на поверхности и температурой почвы на глубине 160 см.
3. Результаты показывают, что изучение процессов нелинейной волновой диффузии тепла в почве требует дальнейших исследований.

Работа выполнена в рамках темы N FMWZ-2022-0001 Государственного задания ИВП РАН.

Список литературы

1. *Зырянов В.Н., Хубларян М.Г.* Пампинг-эффект в теории нелинейных процессов типа уравнений теплопроводности и его приложение в геофизике //Доклады Академии наук. 2006. Т.408. N4. С.535-538.
2. *Зырянов В.Н.* Нелинейный пампинг-эффект в колебательных процессах в геофизике. //Водные ресурсы.2013.N3.С.227-239.
3. *Зырянов В.Н.* Антипотепление глубинных слоев Мирового океана //Океанология.2007.Т.47.N5.С.666-673.
4. *Латина Л.Э., Каверин Д.А., Пастухов А.В.* Оценка пампинг-эффекта в мерзлотных почвах типичной тундры Европейского северо-востока России //Экологический мониторинг и моделирование экосистем. Т. XXXII. 2021. N.3-4. С.100-111.
5. Специализированные массивы для климатических исследований [Электронный ресурс]. URL: <http://meteo.ru/data> (дата обращения 20.03.2020).

ВЕРТИКАЛЬНАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ ВОДНЫХ МАСС, ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОДНЫХ ОБЪЕКТОВ, ФОРМИРУЮЩИХСЯ В РАЙОНЕ Г. СОЛИКАМСКА

А. П. Лепихин, А. И. Лучников, М. А. Опутин
Горный институт УрО РАН, 614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

Был проведен анализ полевых работ по измерению показателя удельной электропроводности воды на 79 вертикалях на Камском водохранилище в районе г. Соликамска. Выявлены области значительного антропогенного влияния на водные массы. На отдельных вертикалях в придонном слое значения удельной электропроводности в сотни раз больше чем в поверхностном слое.

Ключевые слова: водохранилище; вертикальная неоднородность водных масс; удельная электропроводность воды

VERTICAL HETEROGENEITY OF WATER MASSES, SURFACE WATER BODIES FORMED IN THE AREA OF SOLIKAMSK

Lepikhin A.P. Luchnikov A.I., Oputin M.A.
Mining Institute UB RAS, 614007, Perm, Sibirska ya st., 78a

An analysis of field work was carried out to measure the specific electrical conductivity of water at 79 verticals on the Kama Reservoir near the city of Solikamsk. Areas of significant anthropogenic influence on water masses have been identified. On individual verticals in the bottom layer, the specific electrical conductivity values are hundreds of times higher than in the surface layer

Key words: reservoir; vertical heterogeneity of water masses; specific electrical conductivity of water

Введение

Традиционно при организации систем, как мониторинга, так и водопользования поверхностных водных объектов, принимается, что распределение лимитирующих показателей качества воды достаточно равномерно по глубине водотока. Для этого имелись серьёзные основания. Так, характерные масштабы времени T_{Π} и расстояние L_{Π} перемешивания по глубине потока, определяются следующими соотношениями:

$$T_{\Pi} \sim \frac{H^2}{K_{zz}}, \quad (1)$$

$$L_{\Pi} \sim T_{\Pi} \times V, \quad (2)$$

где H – глубина водотока, V – средняя скорость течения K_{zz} – коэффициент вертикальной турбулентной диффузии, задаваемый как

$$K_{zz} \sim p \times V \times H \times \frac{\sqrt{g}}{c}, \quad (3)$$

при этом $p \sim 0.07$, где p – эмпирический коэффициент, g – ускорение свободного падения $9.81 \frac{м}{сек^2}$, C – коэффициент Шези. Подставляя (3) в (1) и (2) имеем

$$T_{\Pi} \sim \frac{H \times \sqrt{g}}{p \times V \times c}, \quad (4)$$

$$L_{\Pi} \sim \frac{H \times \sqrt{g}}{p \times c}. \quad (5)$$

Поверхностные водные объекты, активно используемые при решении водохозяйственных задач, как правило характеризуются следующими значениями гидравлических параметров: $\max H < 10$ м, $\min V > 0.1$, $\frac{\sqrt{g}}{c} \sim 0.1$. Нетрудно видеть, что при данных значениях гидравлических параметров $\max T_n \sim 1400$ сек, $\max L_n \sim 1400$ м т. е даже при глубине водного объекта $H \sim 10$ м, концентрация загрязняющих веществ должна выравнивается на расстоянии $1/5$ км. Однако эти оценки справедливы при отсутствии вертикальной плотностной стратификации водных масс. При наличии плотностной неоднородности, интенсивность вертикального перемешивания определяется градиентным числом Ричардсона:

$$R_i = \frac{g \partial p}{p \partial z} \frac{1}{\left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2}. \quad (6)$$

При этом если $R_i \gg 1$, то $K_{zz} \rightarrow 0$. Поэтому в зона интенсивного воздействия, связанного с поступлением в водные объекты плотных высокоминерализованных рассолов, ситуация на водных объектах может принципиально другой.

В настоящее время активно разрабатывается одно из крупнейших мире Верхнекамское месторождения калийных и магниевых солей. Сточные воды, формируемые при производстве калийных удобрений, характеризуются повышенным содержание минеральных солей в первую очередь хлоридов, калия, натрия, магния. Данный фактор оказывает принципиальное влияние на формирование химического загрязнения водных объектов, расположенных в зоне их разработке.

Методы исследования

В рамках настоящего исследования анализируются данные полевых работ проведенных в июле 2023 года. Место работ – Камское водохранилище (р. Кама) в районе г. Соликамска и основные притоки водохранилища на данном участке: р. Усолка, р. Поповка. Были получены значения электропроводности на 79 вертикалях в июле. Изучаемым параметром является удельная электропроводность, т.к. она очень тесно связана с общей минерализацией воды, определяемой в первую очередь содержанием в ней хлоридов [1, 2,3]. Соответственно значение электропроводности даёт общее представление о загрязненности того или иного участка акватории. Благодаря чему предоставляется возможность судить о подверженности техногенным нагрузкам исследуемых участков Камского водохранилища, р. Поповки и р. Усолки. На рис. 1 представлено расположение исследуемых вертикалей.

Обсуждение полученных результатов

Как видно на рис. 1, водные массы в створе S1(точки S1-1 - S1-6) не имеют значимых различий в электропроводности, вода является однородной по всей своей глубине. В свою очередь в створе S2 (S2-1 – S2-5) прослеживается влияние водных масс из р. Усолки на придонный слой вертикалей, которые расположены ближе к правому берегу. В точках S2-5, S2-4 и S2-3 наблюдается однородность водных масс по параметру электропроводности, в точках S2-2 и S2-1 сказывается влияние р. Усолки на придонный слой, в точке S2-1 у поверхности значение электропроводности 271 мкСм/см против 450 мкСм/см у дна.

Анализ рисунка 2 показывает, что значения электропроводности практически однородны у дна и у поверхности на расстоянии от 7940 до 3290 м от устья р. Усолки. Ниже по течению наблюдается уже значительная разница в электропроводности придонного и поверхностного слоёв, вероятно, это связано с наличием эффекта подпора на данном участке, за счёт которого привносятся водные масс с меньшей минерализацией. Стоит также отметить, что значения электропроводности у дна почти не изменяются по всей длине исследуемого участка р. Усолки, они находятся в диапазоне от 2660 до 2800 мкСм/см. В точках T23 и T22 (рис. 1) были зафиксированы высокие значения электропроводности у придонного слоя 80600 мкСм/см и 55000 мкСм/см соответственно. Вероятно, это связано с родниками, которые могут привносить высокоминерализованные водные массы в придонный слой. Значение электропроводности в следующей сразу после устья р. Усолки точке T01 (рис.1) показывает, что придонный слой находится под влияние вод р. Усолки. Ниже по течению, в точке T02 уже заметно, что влияние вод р. Усолки рассеялось и уже не оказывает значимого влияния.

В точках T27-T29 и в створе S7, которые находятся в заливе (рис.1), наблюдаются высокие значения электропроводности воды на всех горизонтах. В придонном слое значения электропроводности варьируются от

1440 мкСм/см до 13800 мкСм/см. Стоит предположить, что высокие значения электропроводности в данной области связаны с погрузкой высокоминерализованной продукции, которая происходит на территории местного порта. В створе S8 (S8-1 – S8-3) и в точках T33, T32, T31 и T30 фиксируются максимальные из наблюдаемых значения электропроводности воды. Значения электропроводности в придонном слое находятся в диапазоне от 840 мкСм/см (S8-1) до 148500 мкСм/см (T30). Вероятнее всего на данном участке велико антропогенное воздействие, связанное с работой шламонакопителей, которые приносят в данную область загрязненные водные массы. Также в точке T04 просматривается влияние выноса придонных водных масс из залива со шламонакопителей.



Рис. 1. Расположение вертикалей с измеренными значениями электропроводности(мкСм/см) (июль 2023)

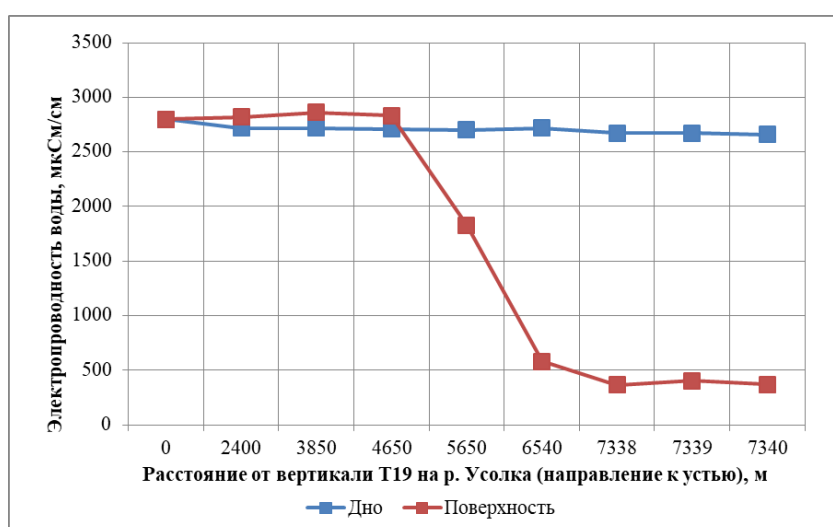


Рис 2. Поперечный профиль распределения электропроводимости у дна и поверхности на изучаемом участке р. Усолка

На рис. 3 представлены вертикали, на которых проводились измерения электропроводности в июле 2023. Анализ рис.3 показывает, что существует значительное отличие в электропроводности водных масс на правом и левом берегах исследуемого участка Камского водохранилища. На правом берегу, где нет антропогенного воздействия на водные массы, значения электропроводности варьируется от 263 мкСм/см до 280 мкСм/см. В свою очередь на точках, расположенных ближе к левому берегу наблюдаются вертикальная неоднородность распределения электропроводности. В придонном слое значения электропроводности доходят вплоть до 15500 мкСм/см (S3-1). На вертикалях р. Поповка (Т37, Т36, Т35, Т34) были зафиксированы высокие значения электропроводности водных масс, особенно в придонном слое (от 256 мкСм/см до 5260 мкСм/см). Вероятно, в данном случае имеет место антропогенное влияние предприятия калийной промышленности, находящиеся выше по течению р. Поповки.

В марте 2023г. проводились аналогичные полевые работы. Анализ полевых работ за март показывает, что прослеживаются приблизительно те же закономерности, которые наблюдаются в июле.

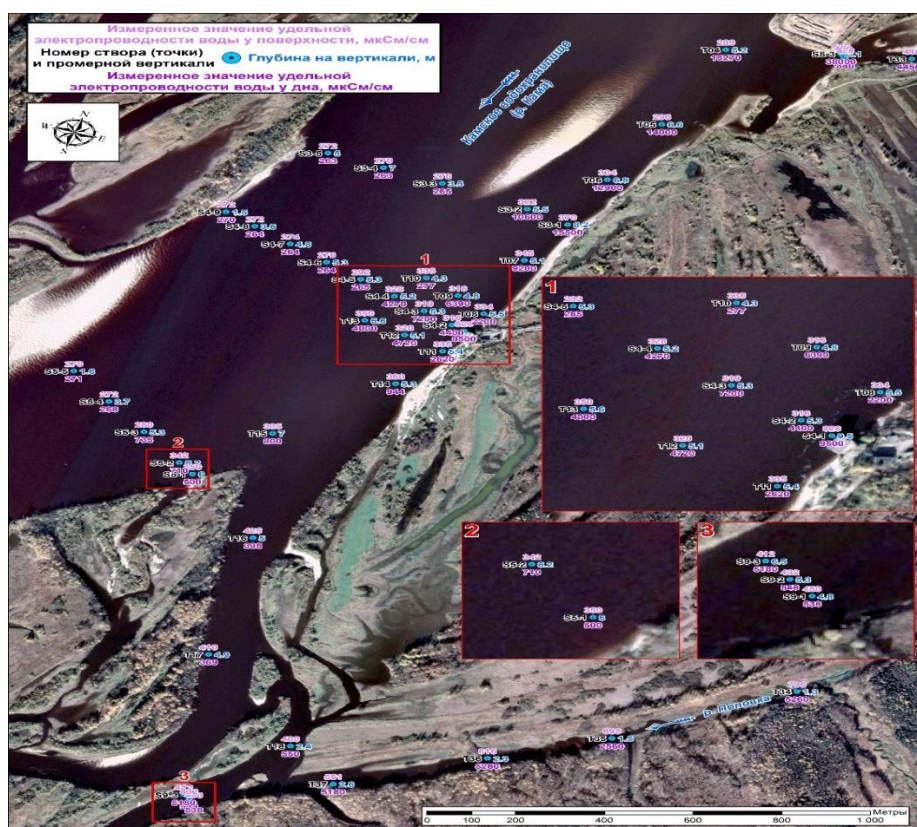


Рис. 3 Расположение вертикалей с измеренными значениями электропроводности (июль 2023)

Выводы

Были получены данные по удельной электропроводности воды на всех 79 вертикалях, показавшие, что техногенное воздействие промышленных предприятий г. Соликамска сказывается на минерализации водных масс. В придонной области обнаруживаются локальные зоны повышенной минерализации со значениями удельной электропроводности вплоть до 148000 мкСм/см, тогда как в поверхностном слое значение удельной электропроводности составляет 1400 мкСм/см. Одновременно с этим было выявлено, что правый берег Камского водохранилища в исследуемой области не подвержен значительно меньшему антропогенному влиянию, распределение минерализации по всей глубине вертикалей на данном участке однородно.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-45-596028) и Правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/828.

Список литературы

1. *Лепихин А.П., Возняк А.А., Любимова Т.П., Паршакова Я.Н., Ляхин Ю.С., Богомолов А.В.* Исследование особенностей формирования и масштабов диффузного загрязнения, сформированного крупными промышленными комплексами, на примере соликамско-березниковского промузла // Водные ресурсы. 2020. Т. 47. № 5. С. 560-566.
2. *Лепихин А. П. и др.* Влияние вертикальной неоднородности водных масс на устойчивость промышленного водоснабжения в зонах высокой техногенной нагрузки //Труды Карельского научного центра Российской академии наук. – 2021. – №. 4. – С. 53-63.
3. *Богомолов А. В. и др.* Особенности колебаний вертикальных структур полей минерализации в Камском водохранилище в период летней межени в районе г. Березники //Горное эхо. – 2021. – №. 4. – С. 3-11.

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ВОДНЫХ МАСС В КАМСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ В РАЙОНЕ ГОРОДА БЕРЕЗНИКИ

А. П. Лепихин^а, Т. П. Любимова^{б, в}, А. В. Богомолов^а, Я. Н. Паршакова^б,
А. Исахов^д

^а Горный институт УрО РАН, 614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

^б Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, ул. Королева, 1

^в Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^д Казахский национальный университет им. аль-Фараби,
Республика Казахстан, Алматы, 050040 просп. аль-Фараби, 71

В настоящее время все более острой становится проблема водоснабжения. При этом лимитирующим фактором является не только количество воды, но и его качество. Традиционно при планировании организации систем водоснабжения принимается, что качество воды в поверхностных водных объектах достаточно однородно по глубине. Однако, как показали выполненные исследования, существенная неоднородность водных масс может иметь ключевое значение для устойчивости систем водопользования. При этом данная вертикальная неоднородность, определяемая гидродинамическими факторами, в таких крупных объектах, как Камское водохранилище, носит периодический характер. В работе обсуждаются механизмы вертикальной стратификации водных масс, показано, что определяющим фактором является скоростной режим Камского водохранилища.

Ключевые слова: водные объекты; неоднородность водных масс; устойчивость водопользования

PERIODIC FORMATION OF VERTICAL HETEROGENEITY OF WATER MASSES IN THE KAMSKY RESERVOIR AROUND BEREZNIKI CITY

A. P. Lepikhin^a, T. P. Lyubimova^{b, в}, A. V. Bogomolov^a, Y. N. Parshakova^б
A. Issakhov^д

^а Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 614007,
Perm, Sibirskaya st, 78a

^б Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Koroleva st., 614013, Perm

^в Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^д Al-Farabi Kazakh National university,
71, al-Farabi ave., Almaty, Republic of Kazakhstan, 050040

Currently, the problem of water supply is becoming more and more acute. In this case, the limiting factor is not only the quantity of water, but also its quality.

Traditionally, when planning the organization of water supply systems, it is assumed that the quality of water in surface water bodies is quite uniform in depth. However, as studies have shown, significant heterogeneity of water masses can be of key importance for the sustainability of water use systems. Moreover, this vertical heterogeneity, determined by hydrodynamic factors, in such large objects as the Kama Reservoir, is periodic. The work discusses the mechanisms of vertical stratification of water masses, indicating that the determining factor is the speed regime of the Kama Reservoir.

Keywords: water bodies; heterogeneity of water masses; sustainability of water use

1. Введение

Устойчивость технического водоснабжения является важнейшим фактором, определяющим устойчивость функционирования крупных промышленных комплексов. Техническое водоснабжение предприятий города Березники осуществляется из поверхностных водных объектов, в первую очередь, из р. Камы.

При этом данный водный объект характеризуется очень существенным сезонным регулированием. В зимний период при сработке Камского водохранилища в районе г. Березники наблюдаются типичные речные условия. В то же время при уровнях воды, близких к отметкам нормального подпорного уровня (НПУ = 108.5 м), скорость течения существенно уменьшается, гидродинамические характеристики становятся близкими к озерным. Естественно, что такое существенное изменение гидродинамических характеристик не может не отражаться на гидрохимическом режиме данного водного объекта.

Ситуация значительно осложняется тем, что на данном участке р. Камы наблюдается разгрузка высокоминерализованных рассолов, имеющих как естественный, так и техногенный характер. Наиболее ярко данная проблема выявилась в июле 2020 г., когда из-за поступления воды ненормативного качества на несколько дней вышел из строя крупнейший технический водозабор г. Березники. При этом возникла весьма актуальная проблема выяснения того, в чем причина рассматриваемого явления, как обеспечить минимизацию ее негативных последствий.

2. Материалы и методы

Формально основным источником информации о состоянии поверхностных водных объектов являются регулярные наблюдения, проводимые территориальными подразделениями Росгидромета. Однако, так как они проводят отбор проб воды с частотой 1/мес, только с поверхностного горизонта, они, к сожалению, не представляют какого-либо интереса для решения рассматриваемой проблемы. Поэтому была организована специальная сеть наблюдений, включающая систему автоматического контроля качества по показателю удельной электропроводности с частотой измерения 6/час

или 144/сут, определению лимитирующего показателя – содержания хлоридов с частотой определения 4/сут. Раз в месяц проводилась оценка качества воды по основным промерным вертикалям с детальной оценкой распределения контролируемых показателей по глубине. Для детальной оценки изменения гидродинамических показателей были поставлены так называемые суточные станции с использованием измерительного комплекса Midas Valeport. Для уточнения морфометрии рассматриваемого участка водного объекта была выполнена дополнительная батиметрическая съемка.

Оценка гидрохимического режима рассматриваемого водного объекта проводилась на наблюдательных вертикалях, представленных на рис. 1.

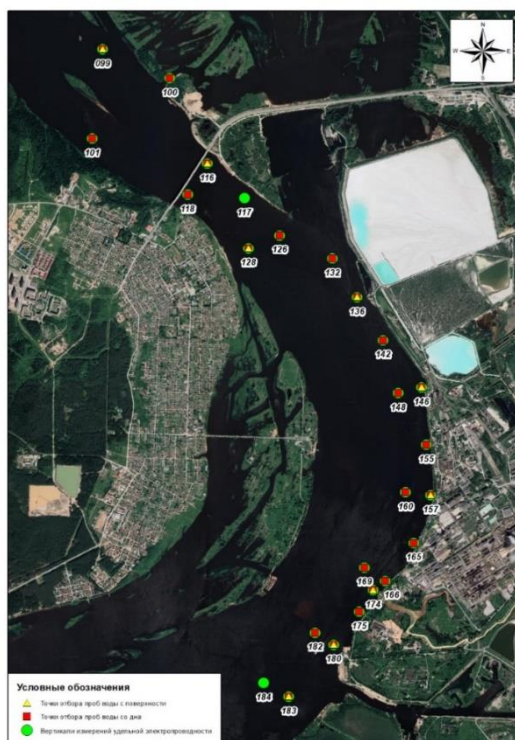


Рис. 1. Расположение наблюдательных вертикалей в Камском водохранилище в районе г. Березники

Выполненный комплекс измерений показал, что вертикальная структура существенно неоднородна в течение года. В теплый период наблюдается значительная вертикальная неоднородность водных масс. Данное явление наглядно демонстрируется на профилях распределения удельной электропроводности воды в районе водозабора АО «БСЗ» вертикаль N136 (рис. 2). Впервые рассматриваемый эффект был обнаружен Г.И. Куликовым [1] еще в 1959 г. при проведении первой детальной съемки Камского водохранилища после его наполнения. К сожалению, на данное явление не обращалось должного внимания, и оно практически не изучалось. Выполненный комплекс измерений показал, как видно из рис.2, что данное явление существенно трехмерно и для его описания совершенно недостаточно хорошо отработанных для

решения задач речной гидравлики гидродинамических моделей в приближении мелкой воды, необходимо использовать гидродинамические модели в 3D-постановке.

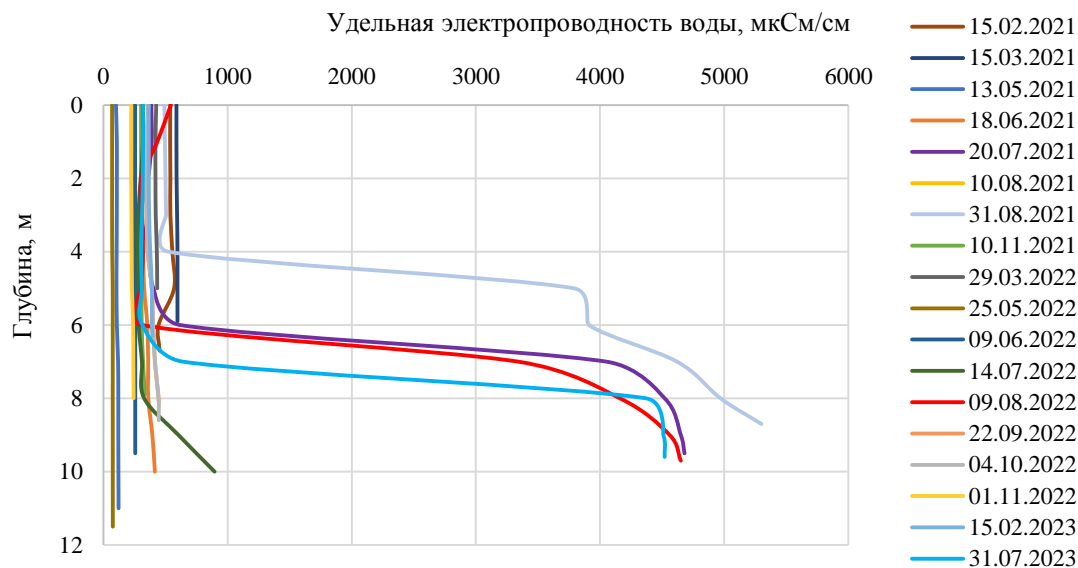


Рис. 2. Динамика распределения удельной электропроводности воды по глубине на вертикали N 136 за 2021 - 2023 гг.

При этом, наиболее простые модели, в гидростатической постановке, как показано в [2], могут быть корректными только, когда $\varepsilon = H_0/L_0$, $\varepsilon < 10^{-2}$, где H_0 , L_0 – характерные вертикальный и горизонтальный масштабы рассматриваемого процесса. Для рассматриваемого водного объекта данное соотношение не выполняется, поэтому при решении данной задачи использовалась гидродинамическая модель в негидростатическом приближении.

3. Обсуждение полученных результатов

Выполненные исследования показали, что в теплый период в условиях замедленного водообмена может формироваться вертикальная неоднородность водных масс, существенно влияющая на устойчивость водоснабжения из данных объектов.

На основе анализа натурных наблюдений и вычислительных экспериментов показано, что вертикальная плотностная стратификация начинает формироваться при снижении средних скоростей до 0,1 м/с. Такие условия формируются при снижении уклонов водной поверхности на участке р. Камы г.п. Тюлькино – г.п. Березники до $0.5 \cdot 10^{-5}$. Число Ричардсона $Ri = \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^{-2}$

связано с плотностным числом Фруда $Fr_\rho = \Delta V (\Delta \rho \cdot H \cdot g)^{-1/2}$, т.е. $Ri = Fr_\rho^{-2}$. При значении Ri , близком к единице, наблюдается достаточно устойчивая стратификация водных масс.

Формирование вертикальной стратификации водных масс оказывает очень существенное негативное влияние на устойчивость технического водоснабжения предприятий г. Березники (рис. 3). В этих условиях основным мероприятием по повышению устойчивости технического водоснабжения, является организация селективных водозаборов с автоматизированными системами мониторинга качества отбираемой воды, с целью обеспечения своевременного перехода на забор воды через верхние заборные окна. Поскольку гидродинамический режим на данном участке водохранилища в теплый период определяется величиной естественного притока воды по р. Кама и режимом регулирования Камской ГЭС, то в условиях наметившихся климатических изменений, при которых летние расходы воды снижаются, риски снижения устойчивости функционирования систем технического будут возрастать. В этих условиях, при планировании режима работы Камской ГЭС необходим учет и интересов промышленных предприятий г. Березники. Полученные результаты имеют принципиальное значение для выработки рекомендаций по обеспечению надежного устойчивого технического водоснабжения для предприятий г. Березники.



Рис. 3 Сопряженный хронологический график изменения содержания хлоридов на водозаборе АО «БСЗ» и уклона водной поверхности р. Кама между постами пгт Тюлькино и г. Березники за 2021 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-45-596028) и Правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/828.

Список литературы

1. Вольцингер Н. Е, Андросов А. Экстремальная негидростатическая приливная динамика // Вычислительные технологии Том 24, № 2, 2019.
2. Куликов Г. И. Влияние сброса химической промышленности на минерализацию воды Камского водохранилища в районе г. Березники // Матер. всесоюз. совещ. по вопросам эксплуатации Камского водохранилища. Вып. 2. Пермь, 1959. С. 1–13.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ, В КВАДРАТНОЙ ПОЛОСТИ, ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТУПАТЕЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ

Т. П. Любимова^a, Ю. В. Гаричева^b, А. О. Иванцов^a

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Проведено численное моделирование поведения газового пузырька в вязкой жидкости в горизонтальном цилиндре квадратного сечения, совершающем линейно-поляризованные поступательные вибрации в условиях невесомости. Под действием вибраций пузырек движется к стенке сосуда с ускорением, зависящим от амплитуды и частоты вибраций. Вблизи стенки, на расстоянии порядка толщины вязкого пограничного слоя Стокса, проявляется тормозящее действие вязкости, вследствие чего возникает отталкивания пузырька от стенки. В результате, после некоторых колебаний, среднее положение пузырька перестает меняться, пузырек совершает лишь вынужденные колебания около положения, определяемого балансом силы притяжения и силы отталкивания.

Ключевые слова: пузырек; вибрация; вязкость

NUMERICAL SIMULATION OF THE BEHAVIOR OF A GAS BUBBLE IN A VISCOUS LIQUID, IN A SQUARE CAVITY, UNDER THE INFLUENCE OF TRIAL VIBRATIONS

T. P. Lyubimova^a, Y. V. Garicheva^b, A. O. Ivantsov^a

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

Numerical modeling of a gas bubble behavior in a viscous liquid in a horizontal cylinder of square cross-section, performing linearly polarized translational vibrations, is carried out under weightlessness conditions. Vibrations lead to the bubble motion to the rigid wall of the container with the acceleration depending on the vibration amplitude and frequency. Near the wall (at a distance of the order of the thickness of the viscous Stokes boundary layer) the influence of viscosity raises, and the bubble is repelled from the wall by the repulsion force. As a result, after some oscillations, the average position of the bubble ceases to change; the bubble performs only forced oscillations around the position determined by the balance of the attractive and repulsive forces.

Keywords: bubble; vibration; viscosity

Настоящая работа посвящена исследованию поведения газового пузырька в вязкой жидкости в сосуде, совершающем линейно-поляризованные поступательные вибрации. Поведение одиночного твердого включения в заполненном жидкостью сосуде, совершающем высокочастотные поступательные вибрации, рассматривалось в [1-4] в пренебрежении вязкостью. Исследование показало, что на частицу со стороны колеблющейся жидкости действует средняя вибрационная сила, в результате действия которой включение притягивается к ближайшей стенке. Для поступательных вибраций эта сила быстро уменьшается с ростом расстояния между включением и стенкой. Как в случае, вибраций стенки параллельно самой себе (тангенциальные вибрации), так и в случае, когда стенка колеблется перпендикулярно самой себе (нормальные вибрации) сила взаимодействия включения со стенкой в невязкой жидкости является силой притяжения.

Влияние вязкости на движение газовых пузырьков в жидкостях в условиях невесомости исследовалось в работе [5]. Обнаружено, что притяжение пузырька к ближайшей стенке в маловязких жидкостях сменяется отталкиванием в высоковязких жидкостях. В работе [6] это явление исследовалось экспериментально. Рассматривалось взаимодействие твердой сферической частицы, подвешенной на проволоке, со стенкой прямоугольной ячейки, заполненной жидкостью и подвергающейся горизонтальным вибрациям с различными частотами и амплитудами. Вязкость жидкости варьировалась для исследования силы притяжения или отталкивания, возникающей в направлении, нормальном к направлению вибраций.

Рассмотрим поведение цилиндрического газового пузырька в вязкой жидкости, заполняющей длинный горизонтальный цилиндр квадратного сечения в условиях невесомости. Сосуд с жидкостью совершает линейно-поляризованные поступательные вибрации конечной амплитуды и частоты. Геометрия задачи представлена ниже (рис.1). Задача рассматривается в двумерной постановке.

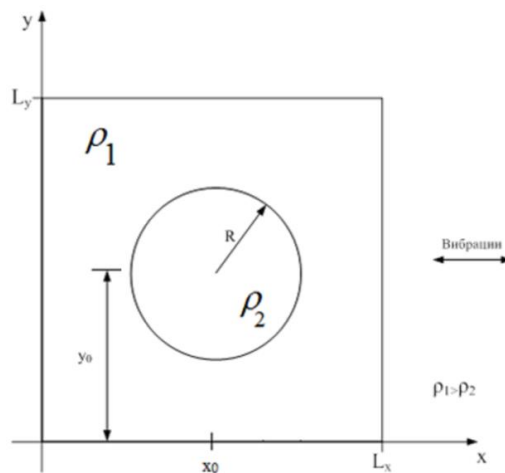


Рис. 1. Геометрия задачи

На твердых стенках полости ставится условие прилипания. В начальный момент времени пузырек находился вблизи центра полости со сдвигом по X в 0.1 мм от центра, скорости жидкости и пузырька равны нулю.

Для решения задачи использовался пакет прикладных программ Ansys-Fluent. Расчеты проводились для длинных горизонтальных цилиндров квадратного сечения в двумерной постановке. Расчетная сетка строилась в программе Ansys. Сетка прямоугольная, состоит из 5000 элементов.

Рассмотрим сначала динамику пузырька газа в жидкости с вязкостью, соизмеримой с водой (кинематическая вязкость: $1.07 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$), в сосуде с твердыми стенками, который подвергается линейно-поляризованным поступательным вибрациям с амплитудой 0.2 мм и частотой 20 Гц. На рис. 2 представлена зависимость координаты центра масс от времени. Как видно, под действием вибраций пузырек совершает вынужденные колебания с частотой, равной частоте вибраций. Наблюдается также ускоренное среднее движение пузырька к ближайшей стенке сосуда. Это движение связано с действием средней вибрационной силы, действующей на пузырек со стороны колеблющейся жидкости.

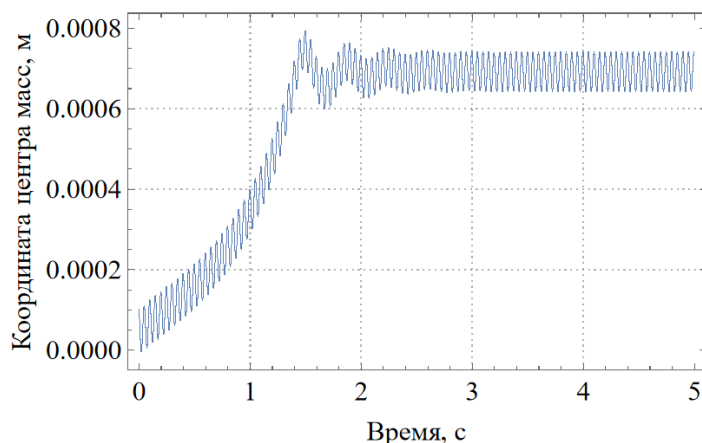


Рис.2. Динамика пузырька в квадратной области при амплитуде 0.2 мм и частоте 20 Гц

Формула для средней вибрационной силы, действующей на недеформируемое цилиндрическое включение, взвешенное в жидкости отличающейся плотности, при поступательных вибрациях была получена аналитически в [3] в пренебрежении вязкостью. В размерной форме эта сила на единицу длины цилиндра равна

$$F = -\frac{\pi}{2} \frac{b^2 \omega^2 R_b (\rho_l - \rho_g)^2}{(\rho_l + \rho_g)^2} \left(\frac{l}{h} \right)^3,$$

где h/l – безразмерное расстояние между включением и стенкой. Происхождение этой силы связано с эффектом Бернулли: увеличение пульсационной скорости

потока между стенкой и включением приводит к снижению давления в этой области, что приводит к притяжению включения к стенке.

За время около 1.5с пузырек достигает стенки, затем, в течение примерно 0.5с совершает затухающие колебания около некоторого положения вблизи стенки. В дальнейшем среднее положение пузырька не меняется, он совершает лишь вынужденные колебания на этом расстоянии от стенки.

Рассмотрим влияние частоты вибраций на динамику пузырька в квадратной области. Для изучения влияния частоты вибраций расчеты проводились при фиксированном значении амплитуды вибраций 0.200 мм и нескольких значениях частоты вибраций: 15, 20, 38.5, 45 Гц. На рисунке 3 представлены зависимости координаты центра масс от времени для разных частот. Как видно, под действием вибраций пузырек двигается в среднем к стенке с ускорением, зависящим от частоты вибраций. Это движение связано с действием средней вибрационной силы, которая, как видно из приведенной выше формулы, пропорциональна квадрату частоты вибраций, поэтому, чем больше частота, тем быстрее пузырек достигает стенки. При достижении стенки пузырек совершает вынужденные колебания около стенки на некотором небольшом расстоянии от стенки.

Вблизи стенки, на расстоянии порядка толщины вязкого пограничного слоя Стокса, проявляется действие тормозящее действие вязкости, вследствие чего возникает отталкивания пузырька от стенки. В результате, после некоторых колебаний, среднее положение пузырька перестает меняться, пузырек совершает лишь вынужденные колебания около положения, определяемого балансом силы притяжения и силы отталкивания. Толщина вязкого слоя Стокса уменьшается с увеличением частоты вибраций, поэтому квазиравновесное расстояние, на котором происходят вынужденные колебания пузырька вблизи стенки, уменьшается с увеличением частоты вибраций.

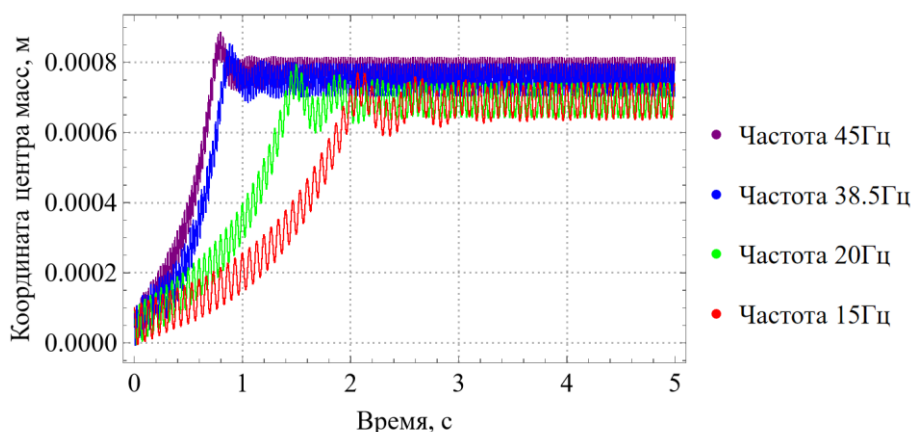


Рис.3. Зависимости координаты центра масс пузырька от времени для различных частот вибраций

Рассмотрим влияние амплитуды вибраций на динамику пузырька в квадратной области. Для изучения влияния амплитуды вибраций расчеты

проводились при фиксированном значении частоты вибраций 38.5 Гц и нескольких значениях амплитуды вибраций: 0.10, 0.15, 0.20 мм.

На рис. 4 представлены зависимости координаты центра масс от времени для разных амплитуд вибраций. Видно, что, чем больше амплитуда, тем быстрее пузырек доходит до стенки, это соответствует приведенной выше формуле для средней вибрационной силы, из которой следует, что средняя вибрационная сила пропорциональна квадрату амплитуды вибраций. Квазиравновесное расстояние, на котором пузырек совершает вынужденные колебания в окрестности стенки на последнем этапе, также уменьшается с ростом амплитуды вибраций.

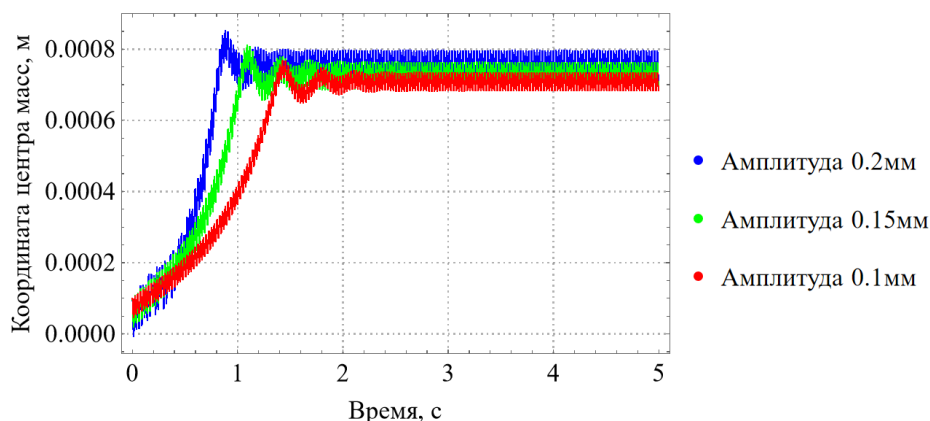


Рис.4. Зависимость координаты центра масс от времени

Список литературы

1. Луговцов Б. А., Сенников В. Л. О движении тела в вибрирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289, № 2. С. 314–317.
2. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. О движении тела в вибрирующей жидкости. Конвективные течения, Пермь, ПГПИ, 1987, сс. 61-70.
3. Lyubimov D. V., Cherepanov A. A., Lyubimova T. P. The motion of solid body in a liquid under the influence of a vibrational field //Reviewed Proc. Of the First Int. Symp. On Hydromechanics and Heat/Mass Transfer in Microgravity, Gordon and Breach. – 1992. – С. 247-251.
4. Lyubimov D. V., Cherepanov A. A., Lyubimova T.P., Roux B. Vibration influence of a two-phase system in weightlessness conditions. J. Physique IV, 2001, vol. 11 (Pr 6), pp. 83-90.
5. Lyubimova T., Cherepanova A. Vibrational dynamics of bubbles suspended in a viscous liquid //Third International Symposium on Physical Sciences. – 2007.
6. Saadatmand M., Kawaji M. Effect of viscosity on vibration-induced motion of a spherical particle suspended in a fluid cell //Microgravity Science and Technology. – 2010. – Т. 22. – С. 433-440.

ОСОБЕННОСТИ ГИДРОДИНАМИКИ ВОДОЕМОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ЗОНАХ И АКТИВНОГО ТЕХНОГЕНЕЗА

Т. П. Любимова^{a, b}, А. П. Лепихин^c, А. В. Богомолов^c, Я. Н. Паршакова^a,
Ю. С. Ляхин^c

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^c Горный институт УрО РАН, 614007, Пермь, ул. Сибирская, 78а

Небольшие водные объекты, расположенные в зонах активного техногенеза, имеют ряд существенных гидрохимических и гидрохимических особенностей, обуславливаемых в первую очередь характером формируемого в этих зонах диффузного загрязнения. Создаваемые ими фильтрационные разгрузки подземных вод могут оказывать существенное влияние на состояние этих водоемов, характер их хозяйственного использования. На конкретном примере Верхне-Зырянского водохранилища, являющимся основным источником технического водоснабжения для калийных рудников ПАО УралКалий рассмотрены особенности формирования вертикальной плотностной стратификации водных масс, обсуждены результаты вычислительных экспериментов по промывке водоема при пропуске весеннего паводка.

Ключевые слова: водные объекты; неоднородность водных масс; устойчивость водопользования

PECULIARITIES OF HYDRODYNAMICS OF RESERVOIRS LOCATED IN ZONES OF ACTIVE TECHNOGENESIS

T. P. Lyubimova^{a, b}, A. P. Lepikhin^c, A. V. Bogomolov^c, Y. N. Parshakova^a,
Y. S. Lyakhin^c

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Koroleva st., 614013, Perm

^b Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^c Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
614007, Perm, Sibirskaya st., 78a

Small water bodies located in zones of active technogenesis have a number of significant hydrochemical and hydrochemical peculiarities, determined primarily by the nature of diffuse pollution formed in these zones. The filtration discharges from groundwater created by them can have a significant impact on the state of these reservoirs and the nature of their economic use. Using the specific example of the Verkhne-Zyryanovsk reservoir, which is the main source of technical water supply for the potash mines of PJSC UralKaliy, the peculiarities of the formation of vertical density stratification of water masses are considered, the results of computational experiments on flushing the reservoir during the passage of the spring flood are discussed.

Keywords: water bodies; heterogeneity of water masses; sustainability of water use

1. Введение

В настоящее время становится все более очевидным, что прямые техногенные воздействия, в виде непосредственного отведения в них сточных вод перестают играть какую-либо заметную роль. Это связано с двумя существенно разными факторами. Благодаря реализации различных водоохраных программ, непосредственный сброс сточных вод значительно снижается, а в ряде случаев полностью прекращается. Однако остается очень существенным и продолжает в ряде случаев усиливаться косвенное воздействие, формирующее так называемое диффузное загрязнение. Данное загрязнение не только обуславливает гидрохимический режим водного объекта, но, как показывают выполненные исследования, оказывает определяющее влияние на гидродинамику водного объекта. Весьма ярко роль диффузного загрязнения проявляется в Соликамско-Березниковском бассейне.

В качестве примера такого объекта можно привести Верхне-Зырянское водохранилище, специально созданное для обеспечения технического водоснабжения крупных промышленных предприятий г. Березники (рис. 1).

Поскольку данный объект создавался как источник водоснабжения, в него был полностью запрещен сброс сточных вод, а вокруг действует режим водоохраной зоны. Данное водохранилище расположено в долине реки Зырянка. Река Зырянка — левобережный приток реки Камы, впадает в Каму в 889 км от ее устья. Река Зырянка — результат слияния рек Извер и Легчим. Общая площадь ее водосбора составляет 365 кв.км, длина 53.0 км (с рекой Извер), средний уклон водотока 2.20%. На площади водосбора насчитывается 116 водотоков, их общая протяженность 243.7 км, густота речной сети составляет 0.643. Река Зырянка относится к водным объектам с очень малой гидрологической изученностью, с практически полным отсутствием информации на гидрологических постах государственной сети наблюдений.

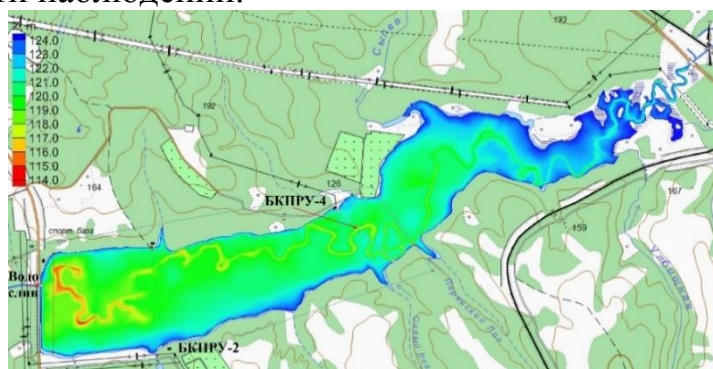


Рис. 1. Распределение глубин по акватории Верхне-Зырянского водохранилища по данным батиметрической съемки, ГИ УрО РАН, и местоположение детально обследованного руслового участка

2. Данные натурных измерений и результаты численных расчетов

Данное водохранилище, построенное и введенное в постоянную эксплуатацию в 1969 году, расположено в 3.5 км юго-восточнее города Березники. Грунты на территории его водосбора преимущественно глинистые и тяжелосуглинистые. В понижениях формируются торфяные и торфяно-глеевые почвы. В геологическом строении ложи водохранилища принимают участие четвертичные и верхнепермские отложения.

Морфометрическая характеристика Верхне-Зырянского водохранилища приведена ниже в Балтийской системе высот (БС):

- отметка НПУ (**нормальный подпорный уровень**) 124.0 м;
- отметка УМО (**уровень мертвого объема или горизонт сработки водохранилища**) 121.0 м;
- полный объем (объем, заключенный между дном чаши и зеркалом воды на отметке НПУ) 13.0 км³;
- полезный объем (разность объемов водохранилища при НПУ и УНС) 10.0 км³;
- площадь зеркала на отметке НПУ 4.2 км²;
- отметка уровня наибольшей сработки 123.0 м (согласно Правилам безопасной эксплуатации Верхне-Зырянского водохранилища);
- размеры водохранилища на отметке НПУ: длина 7 км, средняя ширина 0.6 км, средняя глубина 3.1 м.

Уровень воды в верхнем бьефе Верхне-Зырянского водохранилища стабилен и в среднем держится на отметке 123.4 м БС, что на 0.6 м ниже отметки НПУ и, соответственно, на 0.9 м ниже отметки ФПУ. Распределение глубин по акватории представлено на рисунке 1. Максимальная глубина достигает 11 м. Наибольшие глубины отмечаются вдоль старого русла Зырянки.

При проектировании этого технического сооружения не была учтена возможность фильтрационных разгрузок в него, соответственно не предусмотрена организация его эффективной промывки при прохождении весеннего половодья. Кроме того, в связи с техническим переоснащением предприятий, переходом на новое оборудование значительно возросли требования к качеству забираемой воды. Предельно допустимое содержание (ПДК) хлоридов, рассматриваемых как основной лимитирующий ингредиент в воде, используемой для питьевых и культурно-бытовых целей, составляет 350 мг/л, для рыбохозяйственных водоемов — 300 мг/л, однако технологический регламент целого ряда промышленных предприятий Соликамско-Березниковского промышленного узла предписывает 100 мг/л. Комплекс гидрологических и гидрохимических наблюдений, выполненных в рамках исследования Верхне-Зырянского водохранилища, показал, что общая минерализация воды, включающая основные макрокомпоненты, в первую очередь хлориды, кальций, магний, калий, натрий, а соответственно и удельная электропроводность воды, существенно неоднородны по глубине

потока (Рис. 2,3). При достаточной устойчивости фильтрационных процессов, в условиях стабильности гидрологического режима водного объекта эти состояния устойчивы и не зависят от сезона года.

Как следует из рисунка 2, содержание макрокомпонентов в поверхностных горизонтах водохранилища практически на порядок меньше, чем в придонном слое. К тому же наблюдаются и значительные вертикальные градиенты температуры (Рис. 3). Детальные съемки показали, что максимальная удельная электропроводность воды, а соответственно и ее минерализация наблюдаются в депрессиях, расположенных в старом русле реки.

При этом так называемый «слой скачка» — горизонт, на котором происходит резкое изменение регистрируемой величины (температуры и электропроводности) находится на одной глубине. Эта особенность водных масс является дополнительным фактором, способствующим формированию устойчивой вертикальной стратификации.

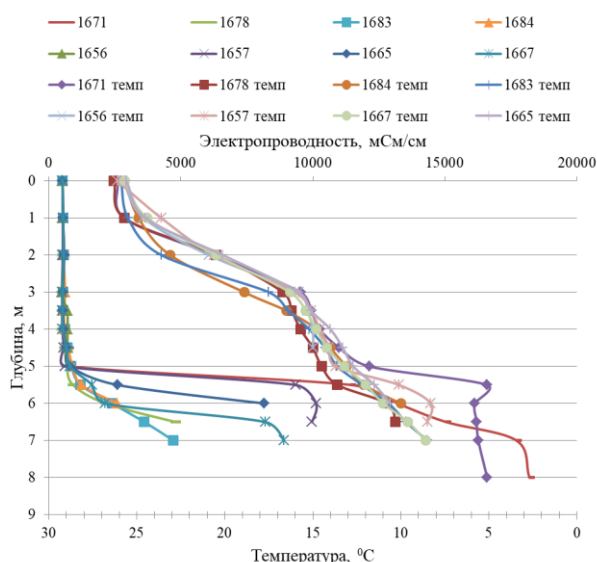


Рис. 2. Распределения измеренных значений удельной электропроводности и температуры воды по глубине на контрольных вертикалях

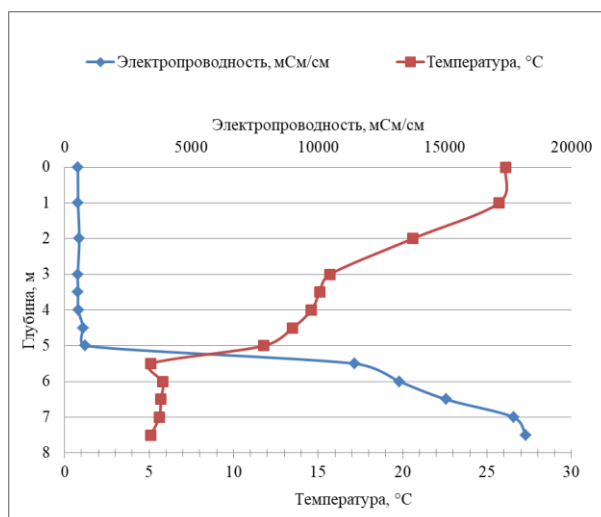


Рис. 3. Характерные распределения удельной электропроводности и температуры воды по глубине в летний период

Проведенные вычислительные эксперименты на основе построенной гидродинамической модели в 3D постановке показали, что границы раздела слоев водных масс устойчивы, они сохраняются при действующей конструкции водосбросного устройства даже при максимальных расходах воды в период весеннего половодья.

Поскольку при проектировании водохранилища не были предусмотрены донные водосливы, его промывка в весенний период практически невозможна. В весенний период, как показали натурные наблюдения, а также выполненные вычислительные эксперименты [1], при пропуске весеннего половодья

паводковая менее плотная вода «скользит» по более плотной воде, располагающейся в придонном слое. По этой причине забор воды должен осуществляться из оголовков водозабора, расположенных в слое воды, находящемся выше порога водослива. Этот слой, согласно как результатам вычислительных экспериментов, так и данным натурных измерений, в течение года активно промывается, в нем не наблюдается устойчивого роста минерализации.

3. Заключение

В настоящее время доминирующее воздействие техногенных промышленных комплексов на водные объекты обуславливается не прямым сбросом сточных вод, а косвенным воздействием в виде рассредоточенных, фильтрационных потоков, генезис которых связан как с ранее наблюдаемыми техногенными нагрузками, так и с воздействием, формируемым на значительно более обширной территории.

В связи с этим в водохранилищах, характеризующихся замедленным водообменом, низкими скоростями течений, может формироваться устойчивая, вертикальная неоднородность водных масс, оказывающая определяющее воздействие на условия водопользования.

При этом в отсутствие донных водосливов, сформировавшуюся вертикальную неоднородность водных масс невозможно ликвидировать путем промывки водоема при прохождении паводочных расходов воды. Выполненные исследования, включающие как натурные наблюдения, так и комплекс вычислительных экспериментов показали, что при пропуске весеннего половодья, паводочный сток «скользит» по границе раздела, не затрагивая нижние более плотные слои. Поэтому для минимизации негативных последствий, связанных с формированием вертикальных неоднородностей водных масс, при создании водохранилищ в зонах активного техногенеза необходимо предусматривать создание на них донных водосливов и организацию селективных водозаборов, позволяющих организовывать забор воды с различных горизонтов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-45-596028) и Правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/828.

Список литературы

1. *Lyubimova T., Lepikhin A., Parshakova Y., Bogomolov A., Lyakhin Y., Tiunov A.* Peculiarities of hydrodynamics of small surface water bodies in zones of active technogenesis (on the example of the Verkhne-Zyryansk reservoir, Russia) // *Water*. 2021. Vol. 13. 1638. <https://doi.org/10.3390/w13121638>.

ВРЕМЯ УСТАНОВЛЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ КОЛЛОИДНОГО РАСТВОРА ПРИ ИНЖЕКТИРОВАНИИ ПРИМЕСИ

Е. И. Макарихина, П. В. Краузин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе исследуется коллоидная система, полученная путем инжектирования примеси в жидкость-носитель, заполняющую сосуд с вертикальными стенками. Получено распределение объемной концентрации частиц и характерное время установления их равновесного распределения (время релаксации). Установлена зависимость времени релаксации от безразмерной длины седиментации и координаты мгновенного внедрения коллоидных частиц («высота инъекции»). Решена оптимизационная задача по нахождению «высоты инъекции», соответствующей наискорейшей релаксации системы.

Ключевые слова: коллоидный раствор; длина седиментации; инжектирование примеси

EQUILIBRIUM ESTABLISHMENT TIME OF COLLOIDAL SUSPENSION UNDER IMPURITY INJECTION

E. I. Makarikhina, P. V. Krauzin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

In this paper, colloidal system received by impurity injection to a liquid carrier in a vessel with vertical walls is studied. Particles volume concentration distribution and characteristic time of their equilibrium distribution establishment (relaxation time) are obtained. Dependences of the relaxation time on dimensionless sedimentation length and coordinate of colloidal particles instant addition («injection height») are established. Optimization problem of finding the «injection height» corresponding fastest system relaxation is solved.

Keywords: colloidal suspension; sedimentation length; impurity injection

1. Введение

Коллоидными системами называют такие дисперсные системы, в которых размер частиц дисперсной фазы лежит в пределах от 1 до 100 нм [1]. Коллоидные растворы обладают обширной сферой практического применения. Например, актуальными являются разработка и исследование нанокрасок, которые позволяют создавать антикоррозионное и противообрастающее покрытие для кораблей [2, 3].

Важными характеристиками, с помощью которых описывают коллоидные растворы, являются концентрация их частиц и время установления их равновесного распределения. Для изучения этих характеристик рассматривались системы различной геометрии [4] или подвергающиеся внешним воздействиям [5, 6].

Целью данной работы является определение координаты мгновенного внедрения частиц примеси («высоты инъекции»), которая соответствует минимальному времени установления равновесного распределения объемной концентрации частиц в коллоидном растворе.

2. Постановка задачи

Исследуемая система представляет собой заполненный жидкостью сосуд с вертикальными непроницаемыми стенками, в который в начальный момент времени инжектируются частицы примеси. Равновесие в нем достигается за счет действия механизмов седиментации и диффузии; влияние конвективного переноса не учитывается.

В качестве масштаба длины выберем высоту столба жидкости L , для времени – диффузионное время L^2/D , а для концентрации – среднюю концентрацию коллоидного раствора $\bar{\varphi}$. Распределение концентрации определяется начально-краевой задачей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0, \\ t = 0: \varphi &= \varphi_0 / \bar{\varphi}, \\ z = 0, 1: \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\varphi}{\lambda} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где λ – это безразмерная длина седиментации, а направление оси z выбрано против силы тяжести. При больших значениях λ ведущую роль в установлении равновесия играет диффузия, при малых – седиментация.

Время установления равновесия τ определяется по среднему квадрату отклонения распределения концентрации от барометрического распределения [7]:

$$\int_0^1 (\varphi(\tau, z) - \varphi_\infty(z))^2 dz = \varepsilon^2,$$

где ε – задаваемый вручную малый параметр.

3. Распределение концентрации коллоидного раствора

Решение (1) для инжектированного начального состояния

$$\varphi_0(z) = \delta(h - z), \quad (2)$$

имеет вид:

$$\varphi(t, z) = \varphi_\infty + \sum_{k=1}^{\infty} C_k Z_k(z) e^{-s_k^2 t}, \quad \varphi_\infty = \frac{e^{-z/\lambda}}{\lambda(1 - e^{-1/\lambda})}. \quad (3)$$

Здесь φ_∞ – барометрическое распределение, $Z_k(z)$ – собственные функции:

$$Z_k(z) = \left\{ \cos(\pi k z) - \frac{1}{2\pi k \lambda} \sin(\pi k z) \right\} \exp\left(\frac{h - z}{2\lambda}\right);$$

s_k – спектр собственных значений:

$$s_k = \sqrt{(\pi k)^2 + \frac{1}{(2\lambda)^2}};$$

C_k – коэффициенты разложения:

$$C_k = \cos(\pi k h) - \frac{\sin(\pi k h)}{2\pi k \lambda}.$$

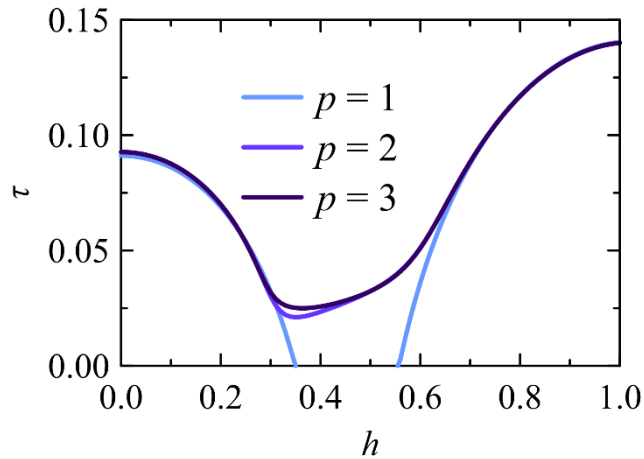


Рис. 1. Зависимость времени установления равновесия τ от «высоты инжекции» h . Здесь p – количество мод в распределении концентрации

В распределении (3) для вычисления времени установления равновесия ограничимся рассмотрением p мод:

$$\varphi(t, z) = \varphi_{\infty} + \sum_{k=1}^p C_k Z_k(z) e^{-s_k^2 t}.$$

4. Оптимальная «высота инжекции»

Из рис. 1 следует, что для заданного значения λ существует некоторое минимальное значение времени релаксации и соответствующая ему «высота инжекции» примеси

$$h_*(\lambda) = \arg \min_{0 \leq h \leq 1} \tau(h, \lambda),$$

которую далее будем называть оптимальной. Аналитическая зависимость $h_*(\lambda)$ может быть получена в диффузионном приближении ($\lambda \gg 1$):

$$h_*(\lambda) \approx \frac{1}{2} - \frac{x(9\pi x^2 + 40\sqrt{x})}{18\pi^3(x^3 - 4)\lambda} + O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right), \quad x = (2\varepsilon)^{-1/4}.$$

В остальных случаях решение задачи (1), а затем нахождение оптимальной «высоты инжекции» должно выполняться численно. Для этого в качестве начального условия принималось нормированное распределение Гаусса:

$$\varphi_0(z) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(z-h)^2}{2\sigma^2}\right), \quad A = 2 \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{1-h}{\sigma\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-h}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right\}^{-1}.$$

В пределе $\sigma \rightarrow 0$ данное распределение переходит в функцию Дирака (2).

Табл. 1. Значения λ для силик Ludox[®] в сосудах разной высоты L

	l , см	$\lambda = l/L$		
		$L = 1$ см	$L = 10$ см	$L = 1$ м
Ludox [®] HS-30	4.25	4.25	0.425	0.0425
Ludox [®] TMA	2.01	2.01	0.201	0.0201

Для численного решения зависимость оптимальной «высоты инъекции» от λ была получена путем поиска минимума зависимости времени релаксации τ от «высоты инъекции» h методом золотого сечения (см. рис. 2).

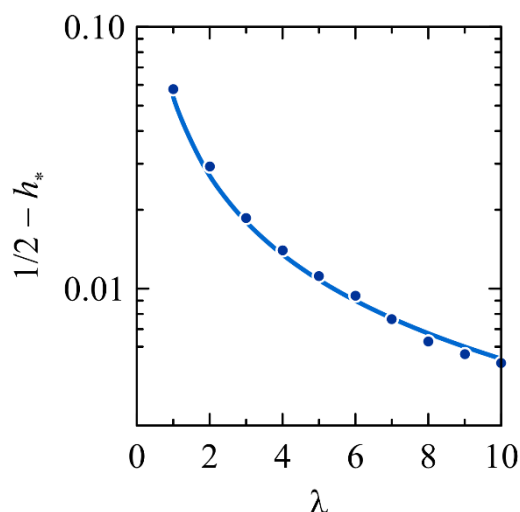


Рис. 2. Зависимость оптимальной высоты h_* от безразмерной длины седиментации λ : точки – численное решение, сплошная линия – приближенное аналитическое

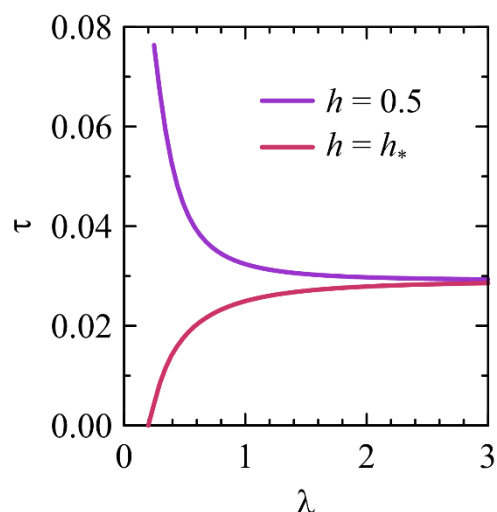


Рис. 3. Зависимость времени установления равновесия τ от безразмерной длины седиментации λ для различных значений «высоты инъекции» h

Из графика (рис. 2) следует, что в приближении больших λ оптимальная «высота инъекции» стремится к $1/2$. Этот результат ожидаем: в случае $\lambda \gg 1$ основной вклад в установление равновесия вносит диффузия, то есть частицы движутся к обоим концам сосуда с одной скоростью и из его середины им нужно будет преодолеть одинаковое (минимальное) расстояние до положения равновесия.

График зависимости времени установления равновесия от λ (рис. 3) подтверждает этот результат: для больших λ при инжектировании на $h = h_*$ и

$h = 0.5$ время релаксации совпадает. Также данный график демонстрирует эффективность использования оптимальной «высоты инъекции» для наискорейшего установления равновесия. С той же целью проведена оценка времени релаксации для раствора Ludox[®] HS-30, помещенного в сосуд высотой 10 см (табл. 1): в такой системе равновесное состояние при инжектировании на оптимальную «высоту инъекции» будет достигнуто в 3 раза быстрее, чем при внедрении частиц в середину сосуда, и почти в 5 раз быстрее, чем у его верхнего конца.

5. Заключение

В данной работе аналитически и численно получены пространственно-временные распределения объемной концентрации частиц в коллоидном растворе, заполняющем сосуд с вертикальными стенками при инжектировании примеси. Показано, что зависимость характерного времени установления равновесного распределения от «высоты инъекции» частиц имеет глобальный минимум, отвечающий наискорейшему процессу релаксации коллоидной системы. Для поиска такой «высоты инъекции» решена оптимизационная задача, численно и аналитически в диффузионном приближении, полученные решения согласуются между собой. Кроме того, проведена оценка эффективности использования оптимальной высоты по сравнению с инжектированием на половине высоты сосуда.

Список литературы

1. Гамеева О. С. Физическая и коллоидная химия. М.: Высш. школа, 1977. 328 с.
2. Yong H.E., Krishnamoorthy K., Hyun K.T., Kim S.J. Preparation of ZnO nanopaint for marine antifouling applications // Journal of Industrial and Engineering Chemistry. 2015. Vol. 29. P. 39–42.
3. Zhou Z., Pourhashem S., Wang Z. et al. Distinctive roles of graphene oxide, ZnO quantum dots, and their nanohybrids in anti-corrosion and anti-fouling performance of waterborne epoxy coatings // Chemical Engineering Journal. 2022. Vol. 439 P. 135765.
4. Черепанов И. Н., Смородин Б. Л. Перенос примеси наночастиц в сосуде с наклонными боковыми границами // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2018. № 1 (39). С. 81–88.
5. Черепанов И. Н. О перераспределении примеси в коллоидных смесях // Журнал технической физики. 2018. Т. 88, № 12. С. 1763–1770.
6. Глухов А. Ф., Демин В. А. Седиментация частиц в ферроколлоидах с учетом динамических граничных условий // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2013. Т. 323, № 2. С. 189–194.
7. Краузин П. В., Краузина М. Т. Концентрационная конвекция коллоидного раствора в шаровой полости // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62, № 2. С. 141–149.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОМЕРНОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ПРОКАЧКЕ КОНЕЧНОГО ОБЪЕМА ПРИМЕСИ К ДВУМЕРНЫМ КОНВЕКТИВНЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

Б. С. Марышев, Л. С. Клименко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Решается задача об устойчивости одномерного течения в прямоугольной области пористой среды. Течение возникает при транспорте порции примеси через рассматриваемую область снизу вверх. Показано, что неустойчивость носит абсолютный характер. На нижнем фронте концентрационного импульса развивается неустойчивость Релея-Тейлора. При чем время развития всегда меньше времени прохождения импульса через область. Исследовано влияние параметров задачи на характерное время возникновения неустойчивости. Проанализированы способы увеличения этого времени.

Ключевые слова: пористая среда; концентрационная конвекция; устойчивость течения

INVESTIGATION OF THE ONE-DIMENSIONAL VERTICAL FLOW STABILITY UNDER PUMPING A FINITE VOLUME OF IMPURITY TO TWO-DIMENSIONAL CONVECTIVE PERTURBATIONS

B. S. Maryshev, L. S. Klimenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The problem of stability of one-dimensional filtration flow in a rectangular domain of a porous medium is solved. The flow occurs under transportation of the impurity portion through a domain upward. It is shown that instability is absolute. At the bottom front of the concentration impulse the Rayleigh-Taylor instability is observed. In this case, the observation time is always less than the time impulse passing through the region. The influence of the problem parameters on the characteristic time of instability onset is studied. Ways to increase this time are analyzed.

Keywords: porous media; concentration convection; stability of flow

Введение

Рассмотрена задача о конвективной устойчивости одномерного течения в прямоугольной области пористой среды. Течение возникает при транспорте порции тяжелой примеси через рассматриваемую область снизу вверх. Такая постановка задачи была использована в эксперименте [1] где наблюдалось возникновение неустойчивости. В экспериментальной постановке отношение горизонтального размера к вертикальному составляло 0.02. Между

горизонтальными границами задаётся постоянный перепад давления, на верхней границе условие свободного протекания, а на нижней границе заданный поток примеси зависящий от времени. Вертикальные границы считаются непроницаемыми. Предполагается развитие неустойчивости Релея-Тейлора на нижнем. Задача решается в приближении Дарси-Буссинеска [2] транспорт примеси описывается в рамках нелинейной МІМ (Mobile-Immobile Media) модели [3]. Для решения задачи устойчивости производится использован метод построения фундаментальной системы решений [4].

Постановка задачи

Исследуется двумерный транспорт двухкомпонентной смеси через массив пористой среды.

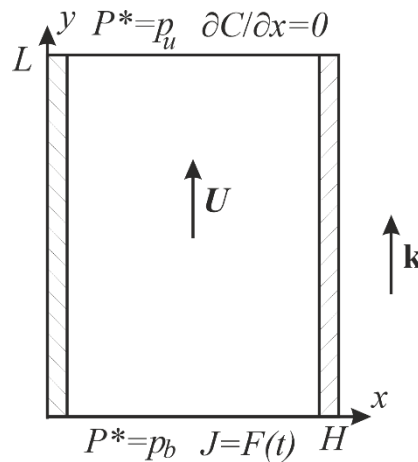


Рис. 1. Постановка задачи

Изучается течение в прямоугольной области размерами $L \times H$ при том что $L > H$ (рис.1). Между горизонтальными границами области поддерживается постоянный перепад давления $\Delta P = p_b - p_u$. На верхней границе ставится условие свободного вытекания $\partial C / \partial x = 0$, а на нижней задается поток примеси $\mathbf{J} = \mathbf{U}C - D\nabla C = F(t) = \mathbf{U}C_0\theta(T_0 - t)$, где θ – тета функция Хевисайта. Уравнения описывающие транспорт примеси в пористой среде с учетом закупорки могут быть записаны в виде [5]:

$$\partial_t(\phi C + Q) = -\text{div}(-D\nabla C + \mathbf{U}C), \quad \phi = \phi_0 - Q,$$

$$\text{div}\mathbf{U} = 0, \quad \partial_t Q = \alpha((q_0 - Q)C - K_d Q), \quad (1)$$

$$\eta\mathbf{U} = \kappa(\phi)(\rho\beta_c g C \mathbf{k} - \nabla P), \quad \kappa(\phi) = \gamma\phi^3 / (1 - \phi)^2,$$

где C, Q – объемные концентрации мобильной и немобильной компонент примеси, \mathbf{U} – скорость фильтрации, P – отклонение давления от гидростатического распределения, ϕ, ϕ_0 – текущая и полная пористости среды, α, K_d – коэффициенты транспорта и распределения примеси соответственно, D – коэффициент диффузии, ρ – плотность несущей жидкости, β_c – коэффициент концентрационного расширения, g – ускорение свободного падения. В безразмерном виде уравнения могут быть записаны в следующей форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \kappa(\phi)(Rp\mathbf{k}C - Pe\nabla P), \quad \text{div}\mathbf{U} = 0, \quad \mathbf{U} = (u, w) \\ (1 - \zeta Q)\partial_t C + \zeta(1/C_0 - C)\partial_t Q &= -(\mathbf{U} + \zeta\nabla Q) \cdot \nabla C + (1 - \zeta Q)\Delta C, \\ \partial_t Q &= a(1 - Q)C - bQ, \quad \kappa = \phi^3 / (1 - \phi)^2, \quad \phi = \phi_0(1 - \zeta Q), \end{aligned} \quad (2)$$

где $Pe = \gamma(p_b - p_u) / \eta D \phi_0$ – число Пекле, $Rp = \rho \gamma g \beta_c C_0 L / \eta D \phi_0$ – число Релея-Дарси, $a = \alpha C_0 L^2 / D$ – коэффициент адсорбции, $b = \alpha K_d L^2 / D$ – коэффициент десорбции, $\zeta = q_0 / \phi_0$ – коэффициент закупорки, $l = H / L$. Уравнения (2) нужно дополнить граничными условиями:

$$\begin{aligned} (C - \partial_y C / w)|_{y=0} &= \theta(T_0 - t), \quad \partial_y C|_{y=1} = 0, \quad P|_{y=0} = 1, \quad P|_{y=1} = 0, \\ \partial_x C|_{x=l} &= 0, \quad \partial_x C|_{x=0} = 0, \quad \partial_x P|_{x=l} = 1, \quad \partial_x P|_{x=0} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Задача (2)-(3) имеет одномерное решение вида $C = C_1(y, t)$, $Q = Q_1(y, t)$, $\phi = \phi_0 - Q_1(y, t)$, $\mathbf{U} = (0, RpC_1(y, t) - \kappa(\phi)PeP_1(y, t))$, $P = P_1(y, t)$. Уравнения для $C_1(y, t)$ и $Q_1(y, t)$ решались численно, на основе метода конечных разностей второго порядка точности по пространству и первого по времени. Так же определялись интегральные характеристика процесса. Это общий объем занимаемый примесью, который может быть рассчитан как интеграл:

$V(t) = \int_0^1 (C_0 \phi C_1 + \zeta \phi_0 Q) dy$. Очевидно, что этот объем максимален в момент времени $t = T_0$. Время прохождения концентрационного импульса (t^*), определялось из уравнения: $V(t^*) / V(T_0) = 0.01$. Пример такого расчета представлен на рис. 2.

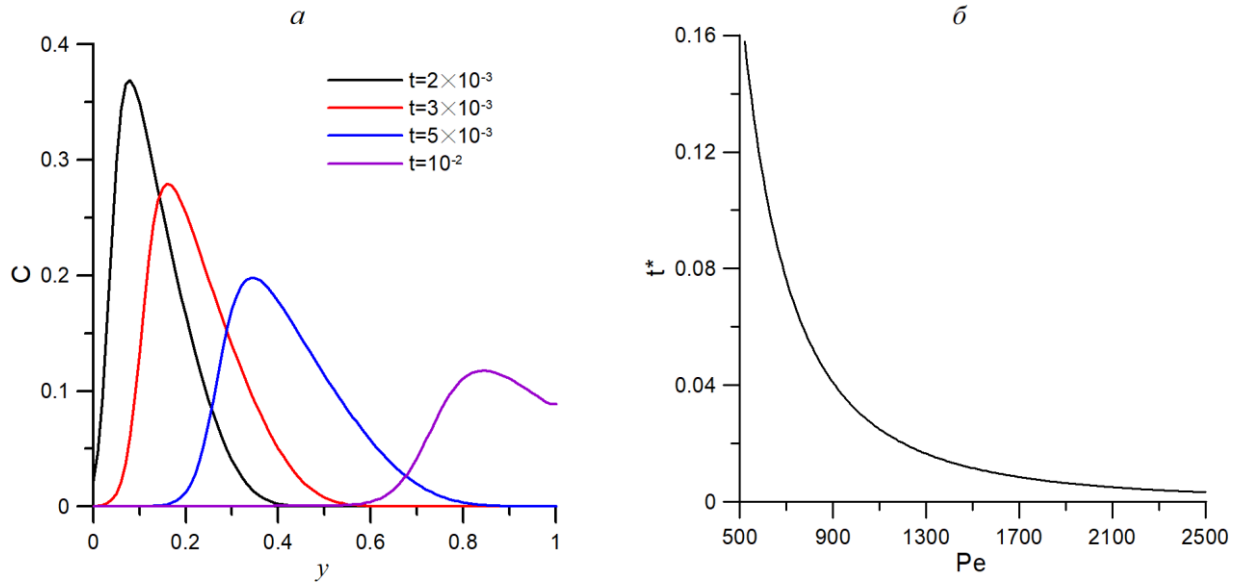


Рис. 2. Распределения мобильной концентрации (рис.а) в различные моменты времени (указано в легенде). Зависимость времени прохождения импульса от числа Пекле (рис б). Параметры: $Pe = 1000$ (рис.а), $Rp = 3500$, $a = 35$, $b = 7$, $C_0 = 0.12$, $T_0 = 10^{-3}$, $\zeta = 0.3$, $\phi_0 = 0.365$

Устойчивость одномерного решения

Введем малые возмущения одномерного решения вида $c = C - C_1 \ll 1$, $q = Q - Q_1 \ll 1$, $p = P - P_1 \ll 1$, тогда уравнения описывающие эволюцию возмущений могут быть представлены как:

$$\begin{aligned}
 & \kappa (Rp \partial_y c - Pe \partial_x^2 p - Pe \partial_y^2 p) - \kappa' \phi_0 \zeta q (Rp \partial_y C_1 - Pe \partial_y^2 P_1) \\
 & + q (\phi_0 \zeta)^2 \kappa'' \partial_y Q_1 (Rp C_1 - Pe \partial_y P_1) - \phi_0 \zeta \kappa' \partial_y q (Rp C_1 - Pe \partial_y P_1) \\
 & - \phi_0 \zeta \kappa' \partial_y Q_1 \cdot (R p c - Pe \partial_y P) = 0, \quad \partial_t q = a c - a q C_1 - a Q_1 c - b q, \\
 & (1 - \zeta Q_1) \partial_t c + \zeta (1/C_0 - C_1) \partial_t q - \zeta (q \partial_t C_1 - c \partial_t Q_1) = \\
 & - (\kappa (R p c - Pe \partial_y p) + \zeta \partial_y q) \partial_y C_1 - (\kappa (R p C_1 - Pe \partial_y P_1) + \zeta \partial_y Q_1) \partial_y c \\
 & + \zeta \phi_0 \kappa' q (R p C_1 - Pe \partial_y P_1) \partial_y C_1 + (1 - \zeta Q_1) (\partial_x^2 c + \partial_y^2 c) - \zeta q \partial_y^2 C_1, \\
 & \kappa = \phi^3 / (1 - \phi)^2, \quad \phi = \phi_0 (1 - \zeta Q_1), \quad \kappa' = \phi^2 (3 - \phi) / (1 - \phi)^3, \quad \kappa'' = 6\phi / (1 - \phi)^4, \\
 & \left(\kappa (2 R p C_1 c - Pe \partial_y P_1 c + Pe \partial_y p C_1) + \kappa' \phi_0 \zeta q (R p C_1 - Pe \partial_y P_1) - \partial_y c \right) \Big|_{y=0} = 0, \\
 & \partial_y c \Big|_{y=1} = 0, \quad p \Big|_{y=0} = 0, \quad p \Big|_{y=1} = 0, \quad \partial_x c \Big|_{x=0,l} = 0, \quad \partial_x p \Big|_{x=0,l} = 0,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где κ' и κ'' первая и вторая производные от проницаемости по пористости. Задачу будем решать, используя квазистатический подход [6], т.е. в момент развития неустойчивости Релея-Тейлора $t = T$ выполняются условия: $\partial_t = 0$,

$C_1 = C_1(y, T)$, $Q_1 = Q_1(y, T)$, $P_1 = P_1(y, T)$. В таком приближении время начала развития неустойчивости (T) становится параметром задачи, а сама задача (4) становится краевой задачей, которая имеет решение лишь при определенных, критических, значениях параметров. Расчет этих значений произведен с помощью построения фундаментальной системы решений [4]. Примеры зависимости критического времени от числа Релея-Дарси приведены на рис. 3.

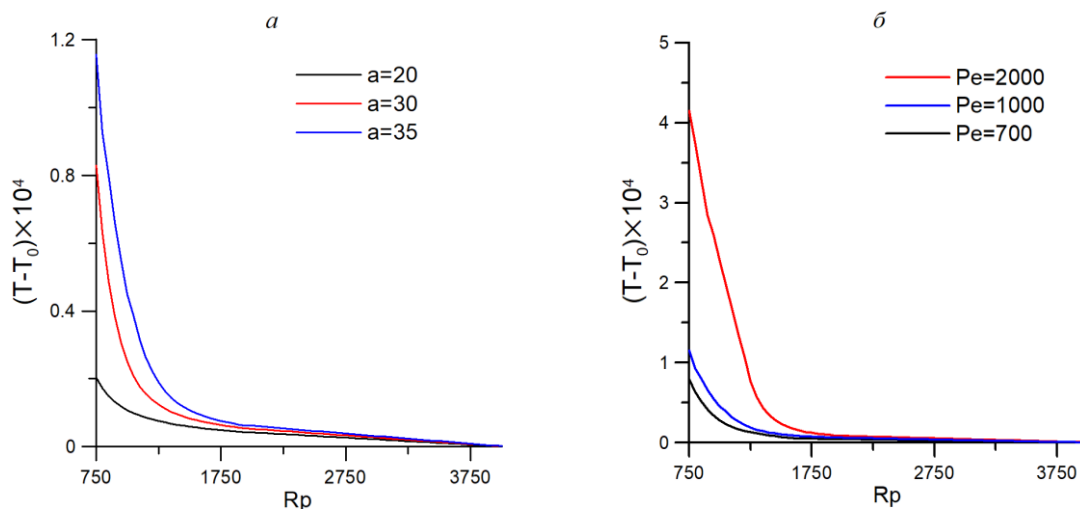


Рис. 3. Зависимости критического времени T числа Релея-Дарси при различных значениях параметров (указано в легенде). Параметры: $Pe = 1000$ (рис. а), $Rp = 3500$, $a = 35$ (рис. б), $b = 7$, $C_0 = 0.12$, $T_0 = 10^{-3}$, $\zeta = 0.3$, $\phi_0 = 0.365$

Заключение

Значения параметров выбранных для приведенных на рис. 2-3 расчетов соответствуют значениям, использованным в работе [1]. Из рисунка 3 очевидно, что при $Pe > 1000$ и $Rp > 3700$ (а именно такие значения достигались в эксперименте) неустойчивость развивается гораздо раньше, чем концентрационный импульс проходит через исследуемую полость. Для подавления неустойчивости, прежде всего необходимо уменьшить значение числа Релея-Дарси минимум в 7 раз.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20125-П).

Список литературы

1. Колчанов Н.В., Колчанова Е.А. Исследование перераспределения примеси NaCl в потоке воды сквозь пористую среду в вертикальной круглой трубе // Пермские гидродинамические научные чтения [Электронный ресурс]: сборник статей по материалам VIII Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова, 2022, С. 239-242.

2. *Nield D. A. Bejan A. Convection in porous media.: New York: springer, 2006. 983 c.*
3. *Selim H. M. Prediction of contaminant retention and transport in soils using kinetic multireaction models // Environmental health perspectives.1989. T. 83.C. 69-75.*
4. *Mathon R., Johnston R. L. The approximate solution of elliptic boundary-value problems by fundamental solutions //SIAM Journal on Numerical Analysis. 1977. T. 14. №. 4. C. 638-650.*
5. *Maryshev B. S., Klimenko L. S. Cleaning porous media by an external vertical flow //Acta Mechanica. 2023. T. 234. C. 3305–3320.*
6. *Maryshev B. S., Lyubimova T. P. Stability of uniform vertical flow through a close porous filter in the presence of solute immobilization //The European Physical Journal E. 2016. T. 39. C. 1-11.*

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ГРАВИТАКТИЧЕСКОЙ БИОКОНВЕКЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЛОЕ

А. М. Мезенцева, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Рассмотрено возникновение биоконвекции гравитактических микроорганизмов в горизонтальном слое неизотермической жидкости со свободной недеформируемой границей при учёте зависимости поверхностного натяжения от концентрации бактерий. Определены области параметров, в которых длинноволновая неустойчивость меняется на ячеистую. Определены критические волновые числа и критические концентрационные числа Релея.

Ключевые слова: биоконвекция; гравитаксис; конвекция Марангони

ONSET OF GRAVITACTIC BIOCONVECTION IN A HORIZONTAL LAYER

A.M. Mezentseva, B. L. Smorodin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The onset of bioconvection of gravitactic microorganisms in a horizontal layer of a non-isothermal liquid with a free non-deformable boundary is considered, taking into account the dependence of surface tension on the concentration of microorganisms. The parameter ranges in which the long-wave instability changes to a cellular one are determined. Critical wave numbers and critical concentration Rayleigh numbers are determined.

Keywords: bioconvection; gravitaxis; Marangoni convection

Биоконвекция представляет собой макроскопические течения, вызванные коллективным движением большого числа самодвижущихся микроорганизмов, включая бактерии, жгутиковые простейшие и планктонные личинки некоторых беспозвоночных. Если средняя скорость микроорганизмов направлена вверх, против силы тяжести, то говорят, что имеется отрицательный гравитаксис. Движение против силы тяжести приводит к накоплению клеток у верхней поверхности, и как следствие, к неустойчивому распределению плотности. Теория биоконвекции гравитактических микроорганизмов [1] основана на уравнении Навье–Стокса для течения жидкости и уравнении диффузии–конвекции для концентрации подвижных микроорганизмов.

Целью данной работы является аналитическое и численное решения задачи с верхней свободной границей, основанной на континуальной модели суспензии гравитактических микроорганизмов [1]. Примером таких микроорганизмов являются *Tetrahymena* – род преимущественно свободноживущих пресноводных ресничных инфузорий, включающий около 40 видов.

Рассмотрим горизонтальный бесконечный слой жидкости, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$ (рис. 1). Микроорганизмы, скорость которых V_c , находятся в поле тяжести Земли.

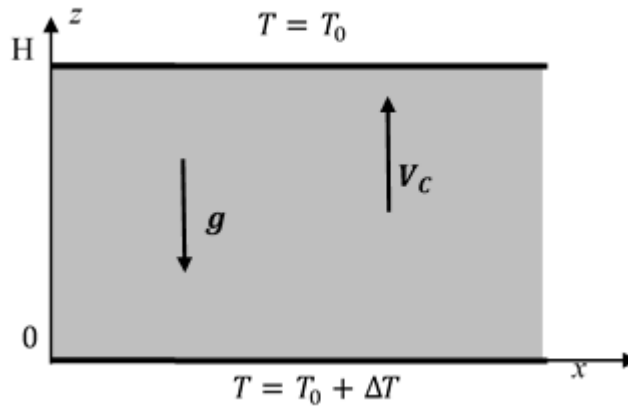


Рис. 1. Геометрия задачи

Основные уравнения для описания биоконвективных структур:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0,$$

$$\rho_w \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p' + \eta \Delta \mathbf{V} - \rho_c \beta_c (C - C_0) g \mathbf{k} + \rho_w \beta_T (T - T_0) g \mathbf{k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\mathbf{V} \nabla C - V_c \mathbf{k} \nabla C + D \Delta C, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V} T) = \chi \Delta T, \quad (3)$$

где \mathbf{V} и p' – скорость и давление жидкости, ρ_w – плотность воды, η – динамическая вязкость, ρ_c – плотность клеток, C – концентрация клеток, β_c – концентрационный коэффициент плотности, g – модуль ускорения свободного падения, \mathbf{k} – единичный вектор, направленный вверх вдоль оси z , β_T – коэффициент теплового расширения, T – абсолютная температура, χ – коэффициент температуропроводности жидкости, D – коэффициент диффузии клеток.

Для обезразмеривания уравнений (1)-(3) были введены масштабы: $[H]$ – длины, $[D/H]$ – скорости, $[\Delta T]$ – температуры, $[V_c H \bar{C}/D]$ – концентрации. Безразмерная система уравнений:

$$\frac{1}{Sc} \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p' + \Delta \mathbf{V} + Le Ra_T T \mathbf{k} - Ra C \mathbf{k}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\mathbf{V} \nabla C - Pe \nabla C + \Delta C, \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V} T) = Le \Delta T, \quad (6)$$

где $Sc = \frac{\nu}{D}$ – число Шмидта, $Pe = \frac{[V_C][H]}{D}$ – число Пекле, $Ra = \frac{\rho_c \beta_c g}{\nu \rho_w D} [C][H^3]$ – концентрационное число Релея, $Ra_T = \frac{\beta_T g}{\chi \nu} [T - T_0][H^3]$ – тепловое число Релея, $Le = \frac{\chi}{D}$ – число Льюиса.

Граничные условия для данной системы:

$$z = 0 \quad w = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = Pe C, \quad T = 0, \quad (7)$$

$$z = 1 \quad w'' = k^2 Ma C, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = Pe C, \quad T = 0, \quad (8)$$

где $Ma = \frac{H^2}{\eta \chi} \sigma_c \nabla C$ – число Марангони.

Будем искать решение в виде суперпозиции основного состояния системы $(\mathbf{V} = 0, T_0, C_0)$ и малых возмущений: $\mathbf{V}' = (u, 0, w)$, $T = T_0 + T'$, $C = C_0 + C'$, экспоненциально зависящих от времени и периодические в плоскости x :

$$w = w(z) e^{ikx + \lambda t}, \quad T = T(z) e^{ikx + \lambda t}, \quad C = C(z) e^{ikx + \lambda t}. \quad (9)$$

Здесь λ – декремент возмущений, k – волновое число, характеризующее периодичность возмущений вдоль направления x , а $w(z)$, $T(z)$, $C(z)$ – амплитуды возмущений. Подставляя (9) в (4)-(6), получим систему дифференциальных уравнений для амплитуд

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - k^2 w \right) = Sc \left(\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} - 2k^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + k^4 w - Le Ra_T k^2 T + Ra k^2 C \right), \quad (10)$$

$$\lambda C = \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - k^2 C - Pe \frac{\partial C}{\partial z} - w \frac{\partial C_0}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\lambda T - w = Le \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - k^2 T \right). \quad (12)$$

Рассмотрим решения системы (10)-(12) с учётом граничных условий (7), (8) в длинноволновом приближении, для чего проведём разложение по малому параметру k

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} w_n (k^2)^n, T = \sum_{n=0}^{\infty} T_n (k^2)^n, C = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (k^2)^n,$$

Будем искать значение Ra также с учётом разложений по малому параметру k :

$$Ra = Ra_0 + k^2 Ra_1. \quad (13)$$

В результате для порога конвекции в длинноволновом приближении получим:

$$Ra_0 = 320 - \frac{20}{3} Ma. \quad (14)$$

Поправка Ra_1 определяющая поведение нейтральной кривой (наличие минимума в длинноволновой области) имеет вид:

$$Ra_1 = \frac{160}{3} - \frac{25}{126} Ra_0 - \frac{10}{3} Ma - \frac{121}{45360} Ra_T Ma - \frac{41}{99792} Ra_0 Ra_T + \frac{509}{45360} Ra_0 Ma + \frac{1}{18} Ma^2 + \frac{1}{2772} Ra^2. \quad (15)$$

В случае $Ma = 0$ смена типа конвекции с длинноволновой на ячеистую происходит при значении

$$Ra_T^* = 203.71. \quad (16)$$

Также найдены критические значения тепловых чисел Релея Ra_T^* для $Ma = 9$: $Ra_T^* = 205.54$ и $Ma = 30$: $Ra_T^* = 194.20$.

При произвольных значениях волнового числа k расчет нейтральных кривых проведён с помощью метода стрельбы с ортогонализацией [2]. Результаты численного счёта представлены на рис. 2. Область над каждой кривой соответствует неустойчивости, а область под кривой – устойчивому состоянию механического равновесия. На рис. 2 (а) график $Ra(k)$ при $Ma = 0$ касается оси абсцисс при $Ra_T = 1100$ и критическом волновом числе $k = 2.69$, что соответствует неустойчивости слоя со смешанными границами в случае термогравитационной конвекции [3]. В зависимости от величины теплового числа Релея Ra_T наблюдается различное поведение нейтральных кривых $Ra(k)$. При значениях теплового числа Релея меньше некоторого критического значения ($Ra_T < Ra_T^*(Ma)$), функция $Ra(Ra_T)$ монотонно возрастает (зелёные линии на рис. 2). При значениях теплового числа Релея Ra_T больше критического значения ($Ra_T > Ra_T^*(Ma)$) функция $Ra(k)$ сначала убывает, достигая минимального значения, а затем начинает возрастать (синие линии на рис. 2). Минимальное значение Ra_{MIN} и соответствующее ему волновое число k_{MIN} зависят от теплового числа Релея Ra_T .

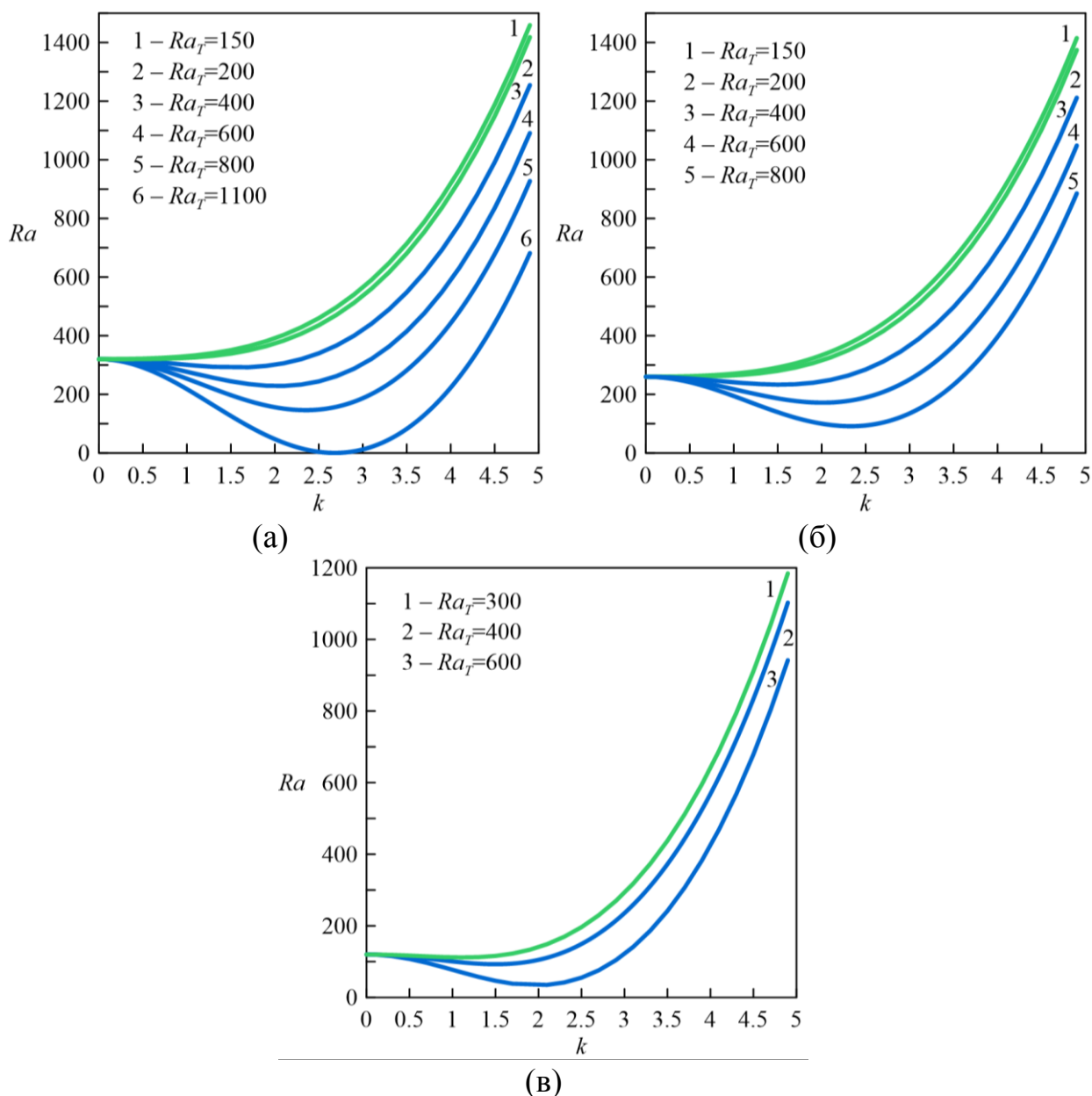


Рис.2. Зависимость концентрационного числа Релея от теплового числа Релея при $Pe = 0.0001$, (а) $Ma = 0$, (б) $Ma = 9$, (в) $Ma = 30$

Список литературы

1. Childress S., Levandowsky M., Spiegel E. A. Pattern formation in a suspension of swimming microorganisms: equations and stability theory// J. Fluid Mech. 1975. Vol. 63. P. 591–613.
2. Лобов Н. И., Любимов Д. В., Любимова Т. П. Решение задач на ЭВМ: учеб.-метод. пособие. Пермь: Перм. ун-т., 2007. 82 с.
3. Геришуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М: Наука, 1972. 392 с.

ОЦЕНКА ДИНАМИКИ МИОГЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ КРОВотоКА В СИСТЕМЕ МИКРОЦИРКУЛЯЦИИ ЧЕЛОВЕКА МЕТОДОМ ВИЗУАЛИЗИРУЮЩЕЙ ФОТОПЛЕТИЗМОГРАФИИ

И. А. Мизева^{a,b}, Н. П. Подолян^b, О. В. Мамонтов^{b,c}, А. А. Камшилин^b

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
690041, Владивосток, ул. Радио, 5

^c Национальный медицинский исследовательский центр имени В.А. Алмазова,
197341, Санкт-Петербург, ул. Аккуратова, 2

Изучение колебаний периферического кровотока имеет фундаментальное значение при определении функции и адаптационных возможностей сердечно-сосудистой системы человека. Динамика микроциркуляции в ответ на провокационные тесты позволяет изучить как физиологические закономерности регуляции сердечно-сосудистой системы, так и их нарушения при различной патологии. Осцилляции микрокровотока характеризует наполненный частотный спектр, и в настоящий момент остаются вопросы о природе возникновения колебаний на различных его частотах. В данной работе для количественной оценки вариации перфузии крови с частотой, близкой к 0.1 Гц, при пробе с локальным нагревом впервые применен метод визуализирующей фотоплетизмографии. Показано, что во время нагрева поверхности кожи, пульсации перфузии с частотой 0.1 Гц достоверно уменьшаются, тогда как при выключении нагрева происходит медленное восстановление таких колебаний. Обнаруженный эффект связан с сильной нелинейностью отклика гладких мышц, регулирующих тонус артериол, на модуляции давления в сосудах. Многократное увеличение перфузии во время нагрева обусловлено выделением мощного вазодилататора оксида азота эндотелием, и воздействием его на гладкую мускулатуру микрососудов, при этом во время нагрева условия возникновения 0.1 Гц колебаний пропадают, а в фазе релаксации вновь появляются.

Ключевые слова: визуализирующая фотоплетизмография; микроциркуляция крови; вейвлет-анализ; тонус сосудов

ASSESSMENT OF THE DYNAMICS OF MYOGENIC BLOOD FLOW FLUCTUATIONS IN THE HUMAN MICROCIRCULATORY SYSTEM BY IMAGING PHOTOPLETHYSMOGRAPHY

I. A. Mizeva^{a,b}, N. P. Podolyan^b, O. V. Mamontov^c, A. A. Kamshilin^{b,c}.

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm,

^b Institute of Automation and Control Processes FEB RAS,
5, Radio st., 690041, Vladivostok,

^c Almazov National Medical Research Centre,
2, Akkuratova st., 197341, Saint Petersburg.

The study of peripheral blood flow fluctuations is of fundamental importance in determining the function and adaptive capacity of the human cardiovascular system. Dynamics of microcirculation in response to provocation tests allows studying both physiological properties of regulation of cardiovascular system and their disorders in various pathologies. Microcirculatory oscillations are characterized by a filled frequency spectrum, and at the moment there are still questions about the nature of oscillations at its various frequencies. In this work, the method of imaging photoplethysmography was used for the first time for quantitative assessment of blood perfusion variation with the frequency close to 0.1 Hz during a test with local heating. It was shown that during heating of the skin surface, perfusion pulsations with a frequency of 0.1 Hz reliably decrease, whereas when the heating is turned off, there is a slow recovery of such oscillations. The observed effect is associated with a strong nonlinearity of the response of smooth muscles, which regulate the tone of arterioles, to modulation of pressure in the vessels. Multiple increase of perfusion during heating is caused by release of powerful vasodilator nitric oxide by endothelium, and its effect on smooth muscle of microvessels, at that during heating conditions of 0.1 Hz oscillations disappear, and in the phase of relaxation they reappear.

Keywords: imaging photoplethysmography; blood microcirculation; wavelet-analyses; vascular tone

Введение. Колебания кровотока в микроциркуляторном русле несут информацию о функциональном состоянии периферического кровотока и регуляции тонуса микрососудов. Формирование колебательной динамики просвета сосудов, и, как следствие, микроциркуляции связано с локальными и гуморальными факторами различной природы. Нарушение регуляции тонуса сосудов и их колебательной динамики обнаружено в ряде патологических состояний, таких как сахарный диабет [1], аутоиммунные заболевания [2], у добровольцев с сердечно-сосудистым риском [3]. Создание современных надежных методов регистрации кровотока в микроциркуляторном русле является актуальной задачей современной медицины.

Вопрос о природе формирования колебаний различной частоты в периферическом кровотоке является предметом дискуссий. Колебания системного артериального давления с частотой 0.1 Гц, называемые волнами Майера, известны начиная с 1876 года [4]. С одной стороны, их устойчиво регистрируют в ритме сердца, с другой стороны, известно, что даже фрагмент изолированной артериолы (фрагмент периферического кровотока) демонстрирует осцилляции с близкой частотой и происходят они за счет миогенного фактора регуляции сосудистого тонуса. Целью данной работы является исследование 0.1 Гц колебаний в центральной и периферической гемодинамике при проведении локального теплового теста.

Методы. В исследовании приняли участие 18 условно здоровых мужчин, средний возраст составил 48 ± 13 лет. Критериями исключения

являются наличие артериальной гипертензии, диабета, других системных заболеваний, стажа курения. Исследования проводились в ЧУЗ «КБ «РЖД-Медицина» г. Владивосток», протокол был одобрен локальным этическим комитетом.

Метод визуализирующей фотоплетизмографии, основанный на видео регистрации рассеянного монохроматического излучения с длиной волны 530 ± 25 нм, является надежным методом регистрации кровотока в микрососудах [5]. Он позволяет бесконтактно количественно оценить пространственно-временное распределение микрокровотока в исследуемой области и детально описан в [3,5]. В нашей работе запись кровотока осуществлялась во время локальной тепловой пробы через стекло, нагреваемое при помощи токопроводящего слоя. Запись фотоплетизмограммы (ФПГ) проводилась непрерывно и синхронно с электрокардиограммой (ЭКГ) в течении 60 минут, из них 5 минут записывался базальный кровоток, 15 минут регистрировалась поверхность кожи предплечья, нагретая до температуры 42°C , и 40 минут записывался процесс релаксации. Одновременно регистрировалась и температура кожи испытуемого в области нагрева. Корреляционный анализ сигналов ФПГ и ЭКГ позволял вычислять перфузионный индекс (ПИ) как разность максимальной и минимальной амплитуд сигнала ФПГ в каждом кардиоцикле. Информация о процессах центральной гемодинамики получена в ходе анализа записи ритмограммы сердечных сокращений.

Для частотно-временного исследования изменения параметров ПИ и ритмограммы сердца использовано вейвлет-разложение, в качестве анализирующей функции выбран вейвлет Морле. В данной работе использована нормировка спектральной плотности энергии, отнесенная к энергии колебаний перфузии на частоте сердечных сокращений.

Результаты. Локальный нагрев вызывает многократное увеличение ПИ в исследуемой области, что связано с вазодилатацией сосудов микроциркуляторного русла. При этом временная зависимость ПИ имеет характерный вид: первая фаза вазодилатации вызвана действием аксон-рефлекса, который имеет непродолжительное действие, и после 4-7 минут нагрева на кривой перфузии появляется локальный минимум. При продолжении нагрева возникает вторая фаза вазодилатации, перфузия снова увеличивается, что обусловлено синтезом оксида азота эндотелием, однако скорость ее изменения значительно ниже, чем во время первой фазы. Оксид азота оказывает мощное вазодилатирующее воздействие на резистивные сосуды микроциркуляторного русла. При выключении нагревателя температура поверхности кожи уменьшается экспоненциально. Однако, динамика перфузии кардинально отличается от поведения температуры при выключении нагревателя, а именно остается на прежнем уровне и даже

растет в некоторых измерениях. Далее в фазе релаксации происходит постепенное уменьшение перфузии.

Динамика колебательных компонент перфузии имеет свои особенности. При включении нагревателя происходит достоверное уменьшение 0.1 Гц колебаний. Колебания остаются на этом уровне на протяжении всей фазы нагрева. При выключении нагревателя их спектральная плотность возвращается к значениям в базальных условиях. Важно отметить, что локальный нагрев не вызывает статистически значимых изменений спектральных свойств сердечного ритма.

Выводы. Проведенное исследование впервые продемонстрировало быстрое значительное снижение энергии колебаний с частой вблизи 0.1 Гц во время фазы нагрева и их постепенное нарастание в фазе релаксации. Ритм сердца при этом остается неизменным. Такое поведение связано с тем, что во время гиперемии возникает локальная вазодилатация, за счет мощного вазодилататорного эффекта оксида азота. Значительная нелинейность отклика гладких мышц, регулирующих тонус микрососудов, на модуляции давления в сосудах приводит к тому, что во время нагрева условия возникновения для 0.1 Гц колебаний пропадают, а в фазе релаксации вновь появляются.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант No. 21-15-00265).

Список литературы

1. *Mizeva I., Zharkikh E., Dremine V., Zherebtsov E., Makovik I., Potapova E., Dunaev A.* Spectral analysis of the blood flow in the foot microvascular bed during thermal testing in patients with diabetes mellitus // *Microvascular research*, 2018, V. 120., P. 13-20.
2. *Mizeva I., Makovik I., Dunaev A., Krupatkin A., Meglinski I.,* Analysis of skin blood microflow oscillations in patients with rheumatic diseases // *Journal of biomedical optics*, 2017, V. 22, №. 7, P. 070501.
3. *Podolyan N.P., Mizeva I.A., Mamontov O.V., Zaytsev V.V., Belaventseva A.V., Sakovskaia A.V., Romashko R.V., Kamshilin A.A.,* Imaging photoplethysmography quantifies endothelial dysfunction in patients with risk factors for cardiovascular complications // *Biomedical Signal Processing and Control*, 2023, V.86, Part A, 105168.
4. *Mayer S.* Studien zur physiologie des herzens und der blutgefäße. Sitz Kaiser Akad Wiss, 1876, V. 74, P. 281–307.
5. *Kamshilin A.A., Zaytsev V.V., Belaventseva A.V., Podolyan N.P., Volynsky M.A., Sakovskaia A.V., Romashko R.V., Mamontov O.V.* Novel Method to Assess Endothelial Function via Monitoring of Perfusion Response to Local Heating by Imaging Photoplethysmography // *Sensors*, 2022, V.22, №15, P. 5727.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНЦЕНТРАЦИОННО-КАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ МАРАНГони НА ПРОЦЕСС СМЕШЕНИЯ ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ В Т-ОБРАЗНОМ МИКРОРЕАКТОРЕ НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ

Е. А. Мошева, А. В. Шмыров, А. И. Мизев
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе экспериментально изучен процесс смешения жидкостей в микрореакторе проточного типа при формировании конвекции Марангони. Рассмотрена устойчиво стратифицированная двухслойная система, состоящая из водного раствора изопропилового спирта и чистой воды. Путем создания внутри реактора газового пузырька, соприкасающегося с диффузионной зоной смешения растворов, мы формировали свободную поверхность. Градиент концентрации спирта (внутри диффузионной зоны) вызывал формирование на поверхности пузырька градиента поверхностного натяжения, что приводило к развитию колебательного режима концентрационно-капиллярной конвекции Марангони. В работе исследовано влияние интенсивности конвекции на длину смешения растворов при различных расходах, размерах и положениях свободной поверхности.

Ключевые слова: проточные микрореакторы; конвекция Марангони; гомогенизация

EXPERIMENTAL STUDY OF THE INFLUENCE OF SOLUTO-CAPILLARY MARANGONI CONVECTION ON THE MIXING PROCESS OF TWO LIQUIDS IN A T-SHAPED CONTINUOUS-FLOW MICROREACTOR

E. A. Mosheva, A. V. Shmyrov, A. I. Mizev
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm
Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

The study presents experimental results investigating the process of liquid mixing in a microchannel reactor under Marangoni convection conditions. We examined a stable two-layer system consisting of an aqueous solution of isopropyl alcohol and pure water. To initiate convective mass transfer, we introduced air through an additional supply channel, resulting in the formation of a gas bubble that formed the liquid-gas interface within the system. The bubble remained stationary and located at the upper boundary of the microreactor, in contact with the diffusion zone between the pumped solutions. The variation in surface tension along the bubble's surface, driven by the alcohol concentration gradient within the diffusion zone, resulted in the development of an oscillatory regime of soluto-capillary

Marangoni convection. We investigated the influence of convection intensity on the length of solution mixing. We obtained results for different flow rates, sizes, and bubble positions.

Keywords: continuous-flow microreactors; Marangoni convection, homogenization

Введение

Проточные микрореакторы являются современными системами, широко применяемыми в научных и промышленных областях. Они предназначены для проведения химических реакций с использованием специальных микроканалов, в которых реагенты движутся непрерывно. Этот подход имеет ряд преимуществ по сравнению с традиционной технологией загрузочного типа, что объясняет широкое распространение проточных систем в фармацевтике, биотехнологиях, органическом синтезе, катализе и других областях [1, 2].

Одно из основных преимуществ проточных микросистем заключается в их высокой производительности. Непрерывный ввод реагентов и отвод продуктов реакции способствует повышению эффективности процесса и экономии ресурсов. Благодаря малым размерам и большой поверхности контакта, такие реакторы обеспечивают эффективный массо- и теплоперенос, а также обеспечивают безопасность и минимизацию рисков при работе с химическими реакциями.

Наряду с преимуществами, проточные микрореакторы имеют свои ограничения. Одна из ключевых проблем связана с преобладанием ламинарного течения, что ограничивает смешение реагентов и приводит к неоднородностям в распределении скорости и концентрации в потоке. Для повышения эффективности смешения предложены различные технические решения, включая изменение топологии внутреннего пространства реактора (за счет использования микрорельефа, препятствий, расширений или сужений) и применение внешних силовых полей, таких как ультразвуковые волны или электромагнитные поля [3-5], что приводит к генерации вынужденной конвекции, интенсифицирующей смешение.

В недавних исследованиях [6-7] было показано, что естественные типы конвекции также могут повышать эффективность смешения потоков. В частности, гравитационно-зависимые типы конвекции, такие как конвекция Рэлея-Тейлора или конвекция двойной диффузии, повышают эффективность смешения прокачиваемых потоков в несколько раз по сравнению с чисто диффузионным смешением. При создании условий для возникновения таких типов конвекции происходит активное перемешивание жидкостей, что способствует более равномерному распределению компонентов, и быстрой гомогенизации смеси.

Наряду с гравитационно-зависимыми типами конвекции, обусловленными неоднородным распределением плотности, существуют также капиллярные

механизмы конвекции, которые на малых масштабах могут играть более значительную роль в процессе смешения потоков. В настоящей работе экспериментально исследуется влияние концентрационно-капиллярной конвекции Марангони на процесс смешения потоков.

Методика исследования и результаты

Эксперименты выполнены в проточном Т-образном микрореакторе длиной $l = 7.0$ см, высотой $h = 0.2$ см, толщиной $d = 200$ мкм. С помощью насоса через верхнее плечо реактора подавался менее плотный водный раствор изопропилового спирта с массовой концентрацией 9.6%, через нижнее – вода высокой степени очистки. Рабочий диапазон расходов составлял $Q = 0.002-0.016$ мл/мин. На верхней границе микрореактора располагалось три дополнительных подводящих канала, через которые осуществлялась независимая подача воздуха для создания внутри системы газового пузырька, который формировал вблизи диффузионной зоны между растворами границу раздела «жидкость газ». Для визуализации течения, изучения его структуры, а также для оценки эффективности смешения использован интерферометр Физо.

При соприкосновении водного раствора спирта и воды между ними образуется диффузионная зона смешения, характеризующаяся некоторым градиентом концентрации. Пузырек, граничащий с диффузионной зоной смешения, формирует внутри микрореактора свободную поверхность. Так как изопропиловый спирт является поверхностно-активным веществом, то на поверхности пузырька устанавливается градиент поверхностного натяжения. В результате, на поверхности и вблизи пузырька возникает интенсивное капиллярное течение, интенсифицирующее массоперенос. Конвекция гомогенизирует жидкость внутри диффузионной зоны, что приводит к исчезновению градиента поверхностного натяжения и затуханию конвекции. За счет непрерывного подвода жидкостей, исходный градиент концентрации вблизи свободной поверхности восстанавливается через некоторое время, что снова запускает капиллярный механизм конвекции. Таким образом, в системе устанавливается колебательный режим концентрационно-капиллярной конвекции Марангони [8].

На рис. 1а представлена серия интерферограмм, демонстрирующая процесс смешения растворов в условиях формирования концентрационно-капиллярной конвекции Марангони. Интерферограммы представлены для различных размеров пузырька (сверху-вниз) s : 0.74, 0.47, 0.37. Размер определялся отношением вертикального размера пузырька к высоте канала.

По интерферограммам с помощью метода фазового сдвига были построены двумерные поля оптической разности хода, которые позволили получить двумерные поля концентрации спирта. Полученные данные были использованы для построения зависимостей, характеризующих изменение начального перепада концентрации спирта вдоль канала, что отражает степень

смешения прокачиваемых жидкостей. Полученные зависимости представлены на рис. 1б.

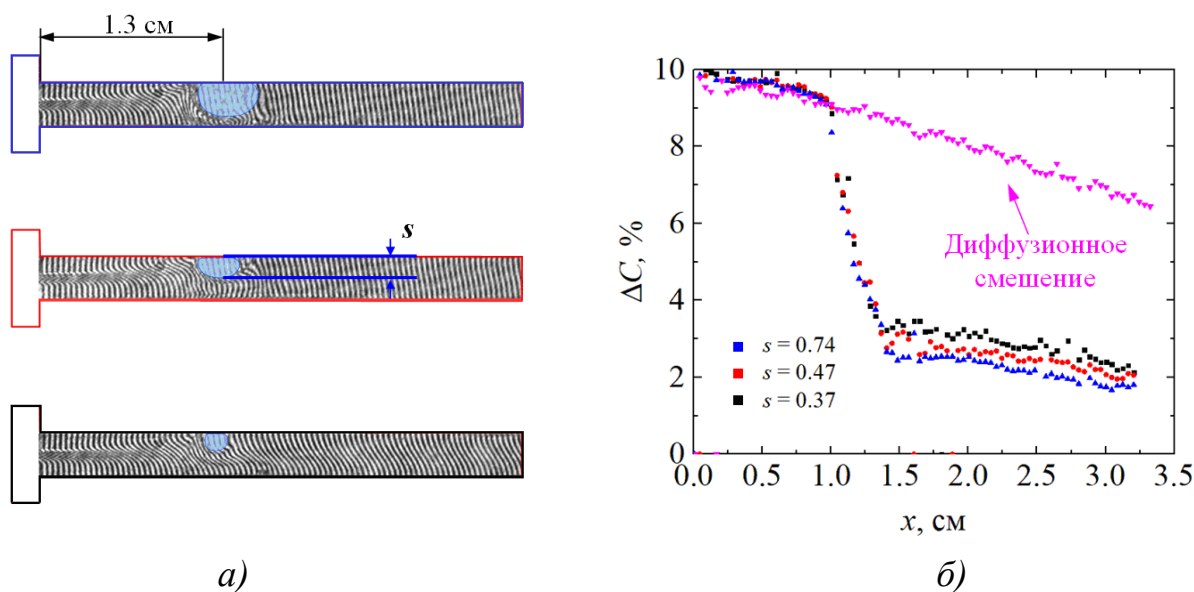


Рис. 1. а) Интерферограммы, визуализирующие процесс смешения жидкостей в Т-образном микрореакторе проточного типа в условиях развития конвекции Марангони, обусловленной градиентом поверхностного натяжения, формирующегося на поверхности пузырька. Размер пузырька (сверху-вниз) $s = 0.74, 0.47, 0.37$; б) Изменение начального перепада концентрации вдоль канала для различных размеров свободной поверхности. Параметры эксперимента: расход $Q = 0.004$ мл/мин, положение пузырька $x = 1.3$ см

В начале канала, вблизи Т-разветвления, жидкости слабо перемешаны. В этой области массоперенос осуществляется только за счет процесса диффузии, что не позволяет жидкостям быстро перемешаться. По мере приближения к пузырьку смешение интенсифицируется за счет включения конвективного механизма, обусловленного конвекцией Марангони. Анализ показал, что с увеличением размера пузырька процесс смешения ускоряется, что ведет к уменьшению длины смешения. Это обусловлено тем, что интенсивность концентрационно-капиллярной конвекции возрастает с увеличением площади поверхности. Здесь же (рис. 1б) для сравнения приведена зависимость, полученная для той же пары жидкостей при том же расходе, но в отсутствие пузырька, то есть в условиях чисто диффузионного смешения. Сравнивая результаты, можно сделать вывод, что предложенный механизм смешения, работающий на эффекте Марангони, по своей эффективности в несколько раз опережает диффузионный механизм.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ 19-11-00133.

Список литературы

1. *Kulkarni M. B., Goel S.* Advances in continuous-flow based microfluidic PCR devices – A review // *Engineering Research Express*. 2020. Vol. 2. N. 4. P. 042001.
2. *Akwi F. M., Watts P.* Continuous flow chemistry: where are we now? Recent applications, challenges and limitations // *Chemical Communications*. 2018. Vol. 54. N. 99. P. 13894-13928.
3. *Siraeв R., Ilyushin P., Bratsun D.* Mixing control in a continuous-flow microreactor using electro-osmotic flow // *Math. Model. Nat. Phenom.* 2021. Vol. 16. P. 49.
4. *Dong Z. et al.* Continuous ultrasonic reactors: design, mechanism and application // *Materials*. 2020. Vol. 13. N. 2. P. 344.
5. *Sasaki N., Kitamori T., Kim H. B.* AC electroosmotic micromixer for chemical processing in a microchannel // *Lab on a Chip*. 2006. Vol. 6. N. 4. P. 550-554.
6. *Bratsun D., Siraeв R., Pismen L., Mosheva E., Shmyrov A., Mizev A.* Mixing Enhancement By Gravity-dependent Convection in a Y-shaped Continuous-flow Microreactor // *Microgravity Science and Technology*. 2022. Vol. 34. N. 5. P. 90.
7. *Mizev A. I., Mosheva E. A., Shmyrov A. V.* Double-diffusive convection in the continuous flow microreactors // *Journal of Physics: Conference Series*. – IOP Publishing, 2021. Vol. 1945. N. 1. P. 012036.
8. *Denisova M. O. et al.* Oscillatory modes of concentration convection // *Phys. Usp.* 2022. Vol. 65. N. 8. P. 767-788.

ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО КАНАЛА ИНСПЕКЦИОННОГО СНАРЯДА С КЛАПАНОМ ОБТЕКАЕМОЙ ФОРМЫ

Р. Р. Мугинов^а, Д. А. Павлов^б, М. П. Пещеренко^б, С. Н. Пещеренко^б,
А. В. Перминов^б

^а ООО «ПСО «НефтеГазДиагностика»,

107076, Москва, Колодезный переулок, 3, стр. 25, оф.25

^б Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

При разработке инспекционных снарядов для газопроводов низкого давления необходимо решить проблему обеспечения его равномерного движения под действием перекачиваемого газа. В настоящей работе был предложен подход к ее решению, основанный на изменении сечения центрального проточного канала снаряда за счет перемещения аксиально симметричного клапана вдоль оси канала. Рассмотрено два вида клапанов с каплевидной (сферической) и конической формой передней части. Выбор формы и размера клапана может быть сделан путем расчета сил, действующих на снаряд при протекании газа. Задача решалась методами вычислительной гидродинамики в предположении аксиальной симметрии течения. Газ считали сжимаемым. Расчеты показали, что суммарная сила, действующая на клапан и стенки проточного канала, не зависит от формы клапана и в зависимости от положения клапана изменяется более чем в два раза. При этом оптимальная длина каплевидного клапана почти в два меньше конического.

Ключевые слова: турбулентное течение; инспекционный снаряд; обтекание твердого тела

HYDRAULIC RESISTANCE OF THE CENTRAL CHANNEL OF THE SMART PIG WITH A STREAMLINED VALVE

R. R. Muginov^a, D. A. Pavlov^b, M. P. Peshcherenko^b, S. N. Peshcherenko^b,
A. V. Perminov^b

^a PSO «NefteGasDiagnostics» LLC,

Kolodezny pereulok, 3-25, off. 25, 107076, Moscow, Russia

^b Perm National Research Polytechnic University,
Komsomolsky ave., 29, 614990, Perm, Russia

The main problem while developing inspection shells for low-pressure gas pipelines is maintenance its uniform motion under the action of the pumped gas. In the present work, an approach to its solution was proposed, based on changing the cross section of the central flow channel of the smart pig by moving an axially symmetrical valve along the channel axis. Two types of valves with a drop-shape (spherical) and a conical shape of the front part are considered. The choice of valve shape and its size can be made by calculating the forces acting on the smart pig when the gas flows. The problem was solved by

computational fluid dynamics methods under the assumption of axial symmetry of the flow. The gas was considered compressible. Calculations showed that the total force acting on the valve and the walls of the flow channel does not depend on the shape of the valve and, depending on the position of the valve, changes by more than two times. At the same time, the optimal length of the drop-shaped valve is almost two less than the conical one.

Keywords: turbulent flow; smart pig; flow around a rigid body

Основная проблема при разработке инспекционных снарядов для газопроводов низкого давления состоит в обеспечении его равномерного движения под действием перекачиваемого газа. Поскольку давление газа и сила, действующая на снаряд со стороны газа малы, то взаимодействие снаряда с препятствиями может существенно изменить скорость движения и даже сделать её нестационарной, что ведет к потере диагностической информации [1]. Известен ряд частных решений, защищенных патентами, направленных на разработку концепции диагностического снаряда с контролируемой скоростью движения [2, 3].

В [1, 4, 5] разработана концепция диагностического снаряда для трубопроводов низкого давления и способам управления его скоростью. Предложенные решения проверялись посредством численного моделирования. В [4, 5] для управления скоростью снаряда была предложена конструкция снаряда с центральным каналом в форме сопла Лавалья, площадь сечения которого регулируется плоской поворотной заслонкой. В [4] показано, что площадь зон отрывного течения в центральном канале головной секции диагностического снаряда, а значит и сила сопротивления, действующая на снаряд, могут быть уменьшены на 15% за счет ввода в конструкцию дополнительных байпасных каналов. Плоская поворотная заслонка, установленная в горловине канала, позволяет регулировать силу сопротивления в пределах 36 - 42% [5], но существенно усложняет конструкцию снаряда. Механизм управления заслонкой следует расположить в теле снаряда, что проблематично совместить с дополнительными байпасными каналами, располагаемыми там же.

Целью настоящей работы является оценка возможности замены поворотной заслонки обтекаемым клапаном, который располагается в центральном канале, имеющем форму сопла Лавалья, и перемещается вдоль его оси, частично или полностью перекрывая его сечение. Управление таким клапаном можно разместить внутри его тела. Рассмотрено два вида клапанов с каплевидной (сферической) формой передней части и с конической передней частью. Общий вид клапанов и части сопла Лавалья показан на рисунке 1.

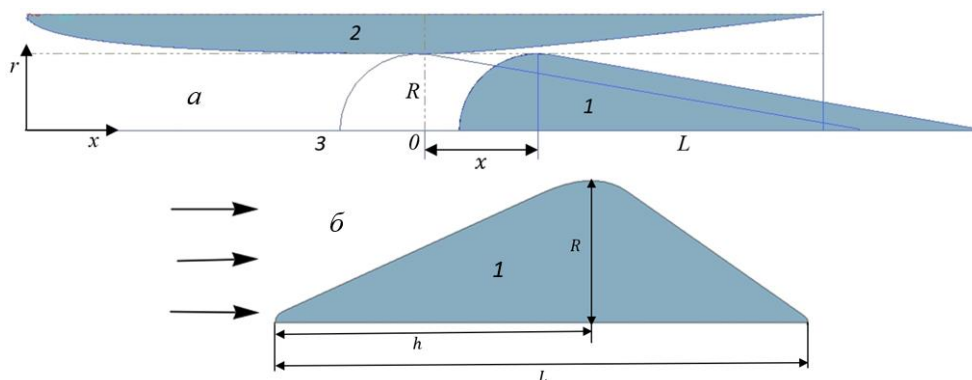


Рис. 1 Верхняя часть клапана обтекаемой формы (1) и часть стенки сопла Лавалья (2). Система обладает симметрией относительно оси канала (3). На фрагменте (б) представлена форма конического клапана

Изначально форма и геометрические параметры клапана подбирались на основе тестовых расчетов его обтекания субзвуковым потоком газа в неограниченном пространстве. Затем, клапан помещался внутрь центрального канала инспекционного снаряда и, варьируя расстояние x от поперечного сечения клапана, где его площадь максимальна, до горловины канала, вычислялись силы, действующие на клапан и на стенки сопла.

Течение газа, обтекающего клапан, полагалось аксиально симметричным, что позволяет проводить расчеты в двумерной постановке с условием симметрии на оси канала. Поток газа в сопле Лавалья считался сжимаемым. При расчетах в неограниченном пространстве на входе в расчетную область и вдали от поверхности клапана задавалась постоянная скорость 300 м/с, на выходе давление 0 атм. На поверхности клапана задавали условие прилипания. При расчетах течения в центральном канале инспекционного снаряда на входе задавали давление 5 атм., а на выходе 0 атм. На стенках канала и обтекаемого тела – условие прилипания.

Расчеты проводили в пакете прикладных программ Ansys Fluent. Вычисления производились с использованием модели турбулентности Спаларта-Аллмараса [6], в рамках которой решаются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, непрерывности и состояния.

Передняя часть каплевидного клапана (рис. 1а), на которую набегают поток газа, имеет форму сферы радиуса $R = 98.5$ мм, такого же, как радиус горловины центрального канала инспекционного снаряда, а хвост имеет форму конуса (см. рис. 1). Передняя часть конического клапана (рис. 1б) имеет форму конуса высотой $h = 220$ мм с окружностью $R = 98.5$ мм в основании. Полная осевая длина каплевидного клапана L в тестовых расчетах варьировалась от 280 до 655 мм, а конического от 370 до 950 мм. При расчетах силы, действующей на обтекаемое тело со стороны газа в неограниченном пространстве, расчетную область брали в форме прямоугольника со сторонами $4R \times 10R$. Тестовые расчеты показали, что

оптимальная длина сферического клапана равна 350 мм, а конического 630 мм. Оптимальной считается длина клапана, при которой сила, действующая на него со стороны потока газа минимальна.

На рисунке 2 представлены зависимости сил, действующих со стороны набегающего потока газа, на каплевидный клапан (1) и стенки сопла Лавали (2) от положения x клапана внутри центрального канала (см. рис. 1а). Кривая 3 демонстрирует изменение суммарной силы. Видно, что эта сила уменьшается более чем в два раза.

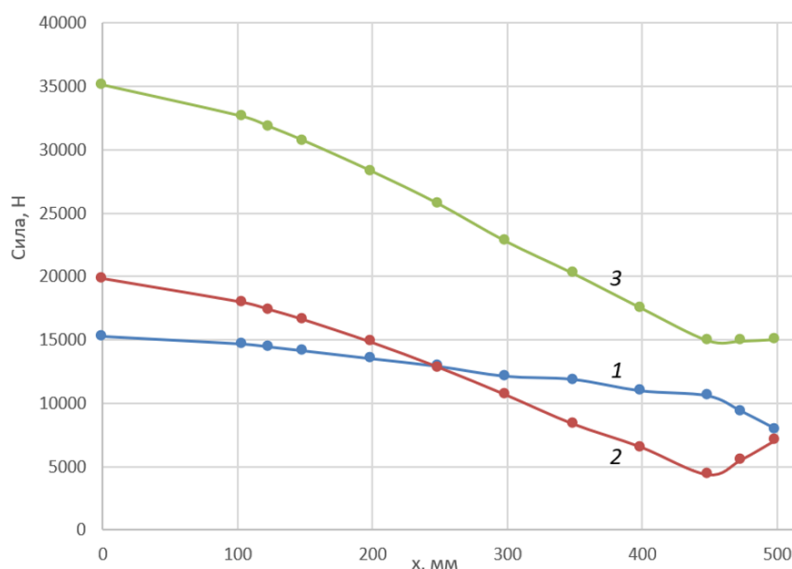


Рис. 2. Зависимость сил, действующих на клапан (1), стенки канала (2) и суммарной силы (3) от положения клапана на оси канала

На рисунке 3 показано поле скорости в случае обтекания каплевидного клапана в проточном канале для $x = 350$ мм.

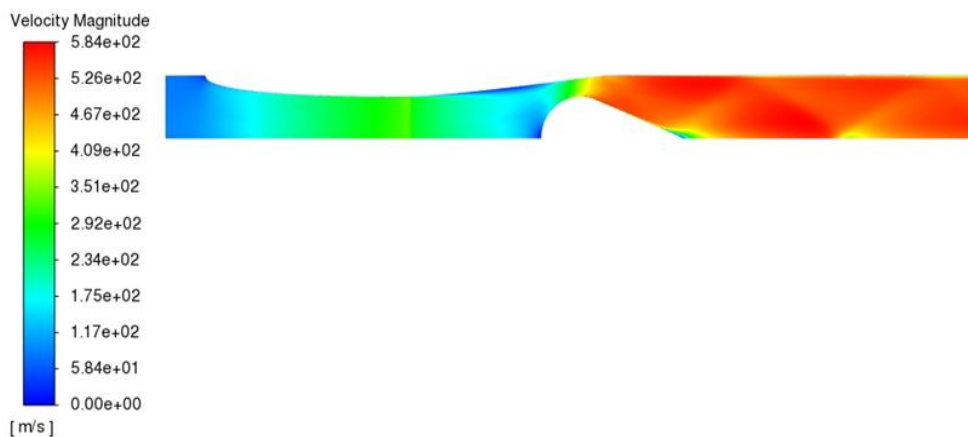


Рис. 3 Поле модуля скорости при $x = 350$ мм и $L = 350$ мм

Из рисунка 3 видно, что в передней части каплевидного клапана на оси канала возникает локальная неоднородность поля скорости, которая может повлиять на его гидравлическое сопротивление потоку газа. Для сглаживания

потока был рассмотрен конический клапан. Структура набегающего потока стала однородной, однако зависимости сил, действующих на проточный канал с коническим клапаном качественно и количественно существенно не изменились и аналогичны кривым, представленным на рисунке 2.

Проведенные расчеты показали, что предложенную ранее поворотную заслонку, предназначенную для регулирования потока газа через центральный канал инспекционного снаряда, можно заменить клапаном обтекаемой формы, перемещаемым вдоль оси канала. Изменение скорости потока газа в центральном канале снаряда позволяет регулировать силу, действующей на инспекционный снаряд со стороны прокачиваемого газа. Эффективности работы плоской заслонки и обтекаемого клапана оказываются сравнимыми, но конструкция механизма управления обтекаемым клапаном проще. Причем сам механизм управления возможно разместить внутри клапана, что существенно экономит пространство внутри снаряда.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-48-596002 р_НОЦ_Пермский край, руководитель А. В. Перминов.

Список литературы

1. Мугинов Р. Р., Пещеренко С. Н., Перминов А. В. Динамика движения инспекционного снаряда в газопроводе низкого давления // Вестник Пермского университета. Физика. 2021. № 2. С. 36–47. doi: 10.17072/1994-3598-2021-2-36-47.
2. Синев А. И., Сапунков Я. Г., Рамзаев А. И., Братчиков Д. Ю. Внутритрубный инспекционный снаряд с управляемой скоростью движения. Патент РФ №2318158. 2008. Бюл. № 6.
3. Натаров Б. Н., Эндель И. А., Горбунова С. В. и др. Аппарат внутритрубного контроля и способ перемещения его в магистральном газопроводе с заданной равномерной скоростью. Патент РФ №2451867. 2011. Бюл. № 36.
4. Muginov R. R., Pavlov D. A., Peshcherenko M. P., Peshcherenko S.N. and Perminov A.V. Influence of the shape on the hydraulic resistance of bypass channels inside a smart pig for low pressure gas pipeline inspection // Journal of Physics: Conference Series. 2022. Vol. 2317, 012014. doi: 10.1088/1742-6596/2317/1/012014.
5. Павлов Д.А., Пещеренко М.П., Мугинов Р.Р., Пещеренко С.Н., Перминов А. В. Внутренняя гидродинамика инспекционного снаряда для газопроводов низкого давления // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 31–37. doi: 10.17072/1994-3598-2022-3-31-37.
6. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA Paper 1992-0439. doi:10.2514/6.1992-439.

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОСТИ В СКВАЖИНЕ, СООБЩАЮЩЕЙСЯ С ПЛАСТОМ СИСТЕМОЙ ТРЕЩИН, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ СТОЛУ СКВАЖИНЫ

Д. А. Насырова

Институт Механики им. Р.Р. Мавлютова УФИ РАН, Россия,
450054, г. Уфа, проспект Октября, 71

Описаны собственные колебания жидкости в горизонтальной скважине с множественными ГРП. Предложена новая математическая модель для горизонтальной скважины длины l , сообщающейся с пластом посредством N радиальных трещин ГРП, расположенных равномерно вдоль скважины.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта; собственные колебания; горизонтальная скважина

NATURAL FLUCTUATIONS OF THE FLUID IN THE WELL COMMUNICATING WITH THE FORMATION BY A SYSTEM OF CRACKS PERPENDICULAR TO THE WELLBORE

D. A. Nasyrova

R.R. Mavlyutov Institute of Mechanics of Ufa RAS,
Russia, 450054, Ufa, Oktyabrya ave., 71

The natural fluctuations of the fluid in a horizontal well with multiple hydraulic fracturing are described. A new mathematical model is proposed for a horizontal well of length l communicating with the reservoir by means of N radial fractures of hydraulic fracturing located uniformly along the well.

Keywords: hydraulic fracturing; natural oscillations; horizontal well

Одной из существенных мер, приводящих к кардинальному изменению дебита скважины, является гидроразрыв пласта (ГРП) [1]. При этом возникают задачи определения качества гидроразрыва, геометрии трещин, изменения коллекторских характеристик.

Считается, что эффективным и удобным с точки зрения технической реализации способом определения качества перфорации и параметров трещины ГРП является способ, который основан на возбуждении собственных колебаний столба жидкости в нефтяной скважине. В работе [2] описаны результаты полевых исследований, при которых изучались скачки давления на различных участках обсаженной нефтяной скважины в результате остановки нагнетательного насоса. Скважинные датчики регистрировали значения давления в зависимости от времени со скоростью 100 показаний в секунду. Анализ приводимых в работе осциллограмм по нашему мнению свидетельствует о том, что основную роль в показаниях приборов играют собственные

частоты колебаний столба жидкости. При этом период колебаний, а также преимущественно интенсивность затухания колебаний будут определяться протяженностью столба жидкости в скважине, её диаметром, реологическими свойствами жидкости и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами образованных трещин ГРП). Колебания могут инициироваться резким открытием или закрытием скважины – гидроударом [3]. В работе [3] предлагается математическая модель, описывающая фазовые и амплитудные характеристики волнового пакета, проведено сравнение численных расчетов, полученных на основе модели с данными работы [2]. Граничные условия на нижнем конце скважины учитывают либо ламинарный, либо турбулентный режим течения, связанный с трением в перфорационных каналах.

В предыдущих исследованиях рассмотрены собственные колебания столба жидкости в нефтяной скважине, возникающие при резком закрытии или открытии насосов скважины (гидроударе). Период колебаний, интенсивность затухания колебаний определяются протяженностью столба жидкости, ее реологическими свойствами, а также коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта. На основе математической модели, описывающей движение столба жидкости в скважине, когда ее верхний конец открыт, и фильтрацию в призабойной зоне, подверженной ГРП, получены решения задачи о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. Изучены зависимости частоты и коэффициента затухания колебаний давления на различных участках скважины от значений проницаемости пласта, от параметров ГРП. Показано, что акустическая диагностика, основанная на анализе собственных колебаний в скважине, может служить действенным инструментом для диагностики призабойной зоны скважины.

Результаты исследований были опубликованы в журнале «Прикладная математика и механика» [4] и в журнале «Вестник Башкирского университета» [5].

Пусть обсаженная горизонтальная скважина длиной l сообщается с пластом посредством N радиальных трещин ГРП, расположенных равномерно вдоль скважины. Тогда число трещин ГРП, приходящееся на единицу длины скважины равно $n=N/l$ (Рис. 1).

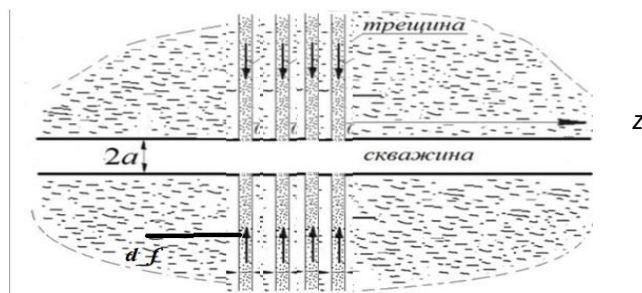


Рис. 1 Схема скважины с вертикальными трещинами

Запишем уравнения движения для малых возмущений в скважине. Поскольку скважина обсаженная, приток флюида из пласта в скважину происходит только через трещины ГРП.

Запишем систему уравнений сохранения массы и сохранения импульса:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{2}{a} \rho_0 n d_f u_{f(a)} \\ \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a_c} \quad (0 < z < l) \end{cases}, \quad (1.1)$$

где $\sigma = \mu \int_{-\infty}^t \frac{\partial w / \partial \tau}{\sqrt{\pi \nu (t - \tau)}} d\tau$, $\nu = \frac{\mu}{\rho_0}$, $\rho = \frac{p}{C^2}$.

σ – касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины, μ и ν – динамическая и кинематическая вязкости жидкости, C – скорость звука в жидкости, a – радиус скважины, $u_{f(a)}$ – скорость фильтрации на выходе из скважины в трещину.

Решение уравнений (1.1) будем искать в виде:

$$p = A^{(p)}(z) e^{i\omega t} \text{ и } w = A^{(w)}(z) e^{i\omega t}. \quad (1.2)$$

Получили систему уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{i\omega}{\rho_0 C^2} A^{(p)}(z) + \frac{dA^{(w)}(z)}{dz} + \frac{2}{a} \frac{n d_f k_f x}{\mu} \frac{K_1(xa)}{K_0(xa)} = 0 \\ \frac{1}{\rho_0 i\omega (1 + 2/y)} \frac{dA^{(p)}(z)}{dz} + A^{(w)}(z) = 0, \end{cases} \quad (1.3)$$

где $1 + \frac{2\sqrt{\nu}}{a\sqrt{i\omega}} = 1 + \frac{2}{y}$, $(y = \sqrt{i\omega a^2 / \nu})$.

Вводя обозначение $\kappa^2 = \frac{\omega^2}{C^2} \left(1 + \frac{2}{y}\right) \left(1 + \frac{2n d_f k_f x C^2}{a \nu i\omega} \frac{K_1(xa)}{K_0(xa)}\right)$.

Решаем систему, преобразовываем, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 A^{(p)}(z)}{dz^2} + \kappa^2 A^{(p)}(z) = 0. \quad (1.4)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$A^{(p)}(z) = c_1 \sin(\kappa z) + c_2 \cos(\kappa z). \quad (1.5)$$

Тогда при $z=l$ получим:

$$\sin(Kl) = 0.$$

Это уравнение, с учетом выражения для K , представляет собой характеристическое уравнение для определения комплексной частоты $\omega = \Omega + i\delta$. Причем действительная часть Ω определяет круговую частоту колебаний, а мнимая часть интенсивность затухания.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-11-00207, <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>.

Список литературы

1. *Экономидес М., Олини Р., Валько П.* Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / Москва-Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2007. – 237 с.
2. *Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y.* Water Hammer Effects on Water Injection Well Performance and Longevity // SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control, 2008, SPE 112282.
3. *Ляпидевский В. Ю., Неверов В. В., Кривцов А. М.* Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. матем. изв. 2018. №15. С. 1687–1696.
4. *Башмаков Р. А., Насырова Д. А., Шагапов В. Ш.* Собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом, при наличии трещины ГРП // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86. Вып. 1. С. 88-104.
5. *Башмаков Р. А., Насырова Д. А., Шагапов В. Ш., Хакимова З. Р.* Колебания столба жидкости в открытой скважине и сообщающейся с пластом, подверженным ГРП // Вестник Башкирского университета. 2022. Т. 7. Вып. 4. С. 872-880.

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА УМЕРЕННУЮ УНИПОЛЯРНУЮ АВТОНОМНУЮ ИНЖЕКЦИЮ ЗАРЯДА В ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ СЛОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ

О. О. Некрасов, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Численно исследовано поведение горизонтального бесконечного слоя вязкой несжимаемой диэлектрической жидкости, нагреваемой на верхней границе. На этой же границе происходит умеренная униполярная автономная инжекция заряда в жидкость. В постоянном поле в зависимости разности потенциалов на горизонтальных границах реализуется состояние равно весия, бегущая волна, либо стационарная конвекция. Исследовано влияние гармонической модуляции потенциала на режим бегущих волн. В зависимости от амплитуды и частоты модуляции обнаружены различные типы отклика на внешнее воздействие: модулированные бегущие волны, модулированные стоячие волны, модулированная электроконвекция, а также подавление конвективного движения.

Ключевые слова: инжекция заряда; электротермоконвекция; параметрическое воздействие

EFFECT OF ALTERNATING ELECTRIC FIELD ON MEDIUM UNIPOLAR AUTONOMOUS INJECTION OF CHARGE IN THE HORIZONTAL LAYER OF DIELECTRIC LIQUID

O. O. Nekrasov, B. L. Smorodin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

Behavior of infinite horizontal layer of viscous incompressible dielectric liquid was numerically investigated in the case of heating from above and medium unipolar autonomous charge injection on the heated cathode. Evolution of the liquid flows in the steady electric field was investigated. The case of alternating electric field was also studied. Depending on the amplitude and frequency of electric potential on the heated cathode different responses were found: modulated traveling waves, modulated standing waves, modulated electroconvection and a quiescent liquid.

Keywords: charge injection; electrothermoconvection; parametric influence

1. Введение

Известно множество способов вызвать конвективное движение в жидкости без непосредственного механического воздействия на нее. Самый известный такой способ заключается в явлении термогравитационной конвекции, когда движение возникает за счет силы плавучести, проявляющейся в неоднородно нагретой жидкости, помещенной в поле силы тяжести [1-2]. Если жидкость

обладает электрическими свойствами, например, в ней имеются свободные нескомпенсированные заряды, движение может генерироваться при наложении на среду внешнего электрического поля. В изотермическом случае стационарная конвекция возникает в форме обратной бифуркации [3-4].

Вызывающим интерес случаем является комбинация двух описанных выше механизмов, когда нагрев жидкости сверху совмещается с униполярной инъекцией заряда на нагретой границе, так что в результате взаимодействия направленных противоположно сил Кулона и сил плавучести конвекция возникает колебательным образом, а в результате эволюции формируются волновые течения [5-6].

Ранее был подробно изучен случай слабой инъекции [5] и обнаружено мягкое возбуждение электротермоконвекции, наступающее при критическом значении электрического числа Релея T , пропорционального разности потенциалов на обкладках горизонтального плоского конденсатора. При последовательном увеличении параметра T друг друга сменяют смешанный режим движения жидкости, режим бегущих волн, модулированных бегущих волн, а затем жидкость скачкообразно переходит к высокоинтенсивному режиму стационарной электроконвекции. Важной особенностью электротермоконвективных задач является возможность модуляции во времени внешнего электрического поля, например, путем гармонического изменения потенциала на одном из электродов. В случае слабой инъекции модуляция приводит к возникновению параметрического резонанса [6].

В данной работе описываются особенности конвекции нагреваемого сверху горизонтального бесконечного слоя диэлектрической жидкости в случае умеренной униполярной автономной инъекции, как в постоянном, так и переменном электрическом поле.

2. Постановка задачи и результаты

Рассматривается плоский горизонтальный бесконечный конденсатор с расстоянием между обкладками d , заполненный вязкой несжимаемой диэлектрической жидкостью с постоянными плотностью ρ_0 , динамической вязкостью η , температуропроводностью χ и диэлектрической проницаемостью ε . К обкладкам конденсатора приложены разность потенциалов V_0 и разность температур θ . Жидкость находится в поле силы тяжести.

Исследуется случай двумерных возмущений, в силу чего появляется возможность ввести функцию тока ψ и вихрь скорости φ :

$$\mathbf{v} = \left(-\frac{\partial \psi}{\partial z}, 0, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right), \quad \varphi = (\text{rot} \mathbf{v})_y. \quad (1)$$

Безразмерная система уравнений, описывающих систему в терминах полей ψ , φ , температуры θ , плотности заряда q и электрического потенциала Φ , представлена следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta \varphi + \frac{T^2}{M^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} \right) - \frac{Ra}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{T}{M^2} (q^2 - \nabla \phi \nabla q), \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{Pr} \Delta \theta, \\ \Delta \Phi = -q, \\ \Delta \psi = -\varphi. \end{array} \right. \quad (2)$$

с соответствующими граничными условиями:

$$z = 0: \psi = 0, \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \theta = 1, \Phi = \alpha \sin(2\pi vt), q = C, \quad (3)$$

$$z = 0: \psi = 0, \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \theta = 1, \Phi = \alpha \sin(2\pi vt), q = C.$$

Система уравнений (2) и граничные условия (3) содержат следующие

безразмерные параметры: число Релея $Ra = \frac{\rho_0 g \beta d^2 \theta}{\eta \chi}$, электрическое число

Релея (электроконвективный параметр) $T = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon V_0}{K \eta}$, число Прандтля

$Pr = \frac{\eta}{\rho_0 \chi}$, параметр подвижности ионов $M = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{K^2 \rho_0}}$ и параметр инжекции

$C = \frac{q_0 d^2}{V_0 \varepsilon_0 \varepsilon}$ где q_0 – плотность заряда, инжектируемого на катоде. Задача решается

численно при помощи методов конечных разностей первого порядка точности, используется расчетная сетка масштабом 31x21 узел, длина ячейки $l = 1.45$, применяются периодические граничные условия по горизонтали для всех полей системы (2). Для расчетов используются следующие значения параметров: $Ra = -2500$ (нагрев сверху), $C = 1$ (умеренная инжекция), $M = 14.14$, $Pr = 10$, в качестве примера жидкости, обладающей таким набором параметров, может рассматриваться этанол и с ионами хлора.

Рассмотрим случай отсутствия модуляции потенциала на нагретой обкладке, $\alpha = 0$. Эволюция течения в зависимости от разности потенциалов на обкладке конденсатора представлена на бифуркационной диаграмме (рис. 1).

Конвекция возникает мягко в виде режима бегущих волн (TW) при значении управляющего параметра $T = 655$. Данный режим характеризуется

следующей конвективной структурой: в расчетной ячейке одновременно присутствуют два противоположно закрученных конвективных вала, которые движутся как единое целое вдоль горизонтального направления с постоянной фазовой скоростью. Интенсивность конвекции в валах остается постоянной. При увеличении управляющего параметра T интенсивность конвекции в бегущей волне возрастает, а скорость ее горизонтального движения падает. При критическом значении управляющего параметра $T = 673$ система скачкообразно переходит к режиму стационарной конвекции (SOC). Этот режим обладает конвективной структурой, состоящей из двух зеркально-симметричных конвективных валов, интенсивность движения жидкости в которых в несколько раз превышает интенсивность режима TW. При этом, как движение вдоль горизонтали, так и временная модуляция характеристик течения отсутствует.

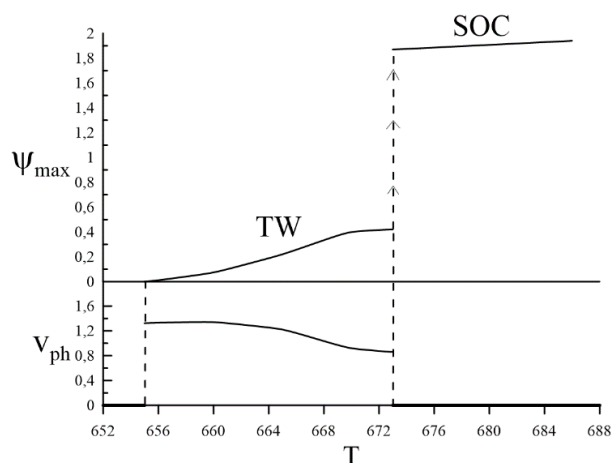


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма режимов движения жидкости: зависимости максимального значения функции тока и фазовой скорости бегущей волны от управляющего параметра T

Рассмотрим теперь гармоническую модуляцию потенциала на верхней обкладке конденсатора. В качестве основного состояния, на которое накладывается модуляция поля, берется бегущая волна, наблюдаемая при значении $T = 665$ (рис. 1). При таком значении управляющего параметра фазовая скорость горизонтального движения бегущей волны составляет $v_{ph} = 1.22$, что соответствует собственной частоте колебаний характеристик конвективной системы в какой-либо фиксированной точке $v_0 = 0.848$.

Карта режимов течения жидкости на плоскости отношение собственной частоты системы к частоте модуляции – амплитуда модуляции потенциала на катоде представлена на рис. 2.

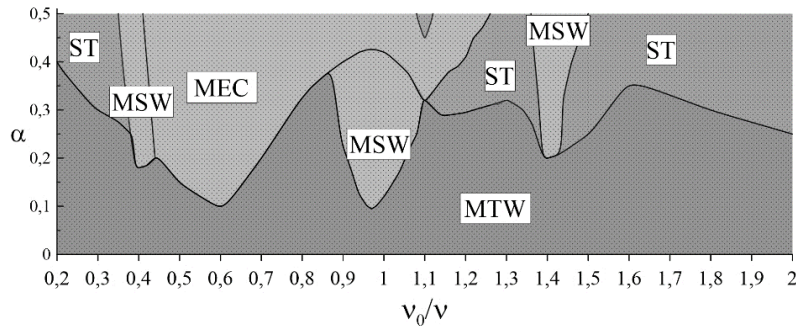


Рис. 2. Карта режимов течения жидкости на плоскости отношение собственной частоты системы к частоте модуляции ν_0/ν – амплитуда модуляции потенциала на катодe α при $T = 665$

Для широкого набора частот ($\nu_0/\nu \in [0.2; 2]$) при небольших амплитудах модуляции поля ($\alpha < 0.1$, не более 10% от разности потенциалов на границах задачи) система пребывает в режиме модулированных бегущих волн (MTW). Режим модулированных бегущих волн похож на режим бегущих волн, описанный выше, с той разницей, что в режиме MTW интенсивность конвекции в конвективных валах модулируется с частотой внешнего воздействия на систему.

Как видно из карты (рис. 2), для всех рассматриваемых частот модуляции начиная с некоторой амплитуды режим модулированных бегущих волн перестает существовать, и система переходит к другому типу движения. Для соотношения частот ($\nu_0/\nu \in [0.45; 1.3]$) большие амплитуды модуляции потенциала на катодe приводят к развитию режима модулированной электроконвекции (MEC), который можно описать как режим SOC с модуляцией интенсивности конвекции в валах с частотой внешнего воздействия. Для соотношения частот, лежащего вне диапазона $\nu_0/\nu \in [0.45; 1.3]$ (рис. 2), большие амплитуды модуляции приводят к подавлению конвективного движения жидкости, вследствие чего с течением времени жидкость возвращается к состоянию механического равновесия.

Помимо сценариев эволюции течения, рассмотренных выше, существует еще один, представляющий наибольший интерес. Вблизи соотношений частот $\nu_0/\nu = 1/2, 1, 2$ (классические области параметрического резонанса) модуляция заряда приводит не к подавлению конвекции или переходу к высокоинтенсивному течению, а к стабилизации режима модулированных стоячих волн MSW, в случае слабой инжекции [6] такого эффекта не наблюдалось.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972, 392 с.
3. Lacroix J. C., Atten P., Hopfinger E. J. Electroconvection in a dielectric liquid layer subjected to unipolar injection // J. Fluid Mech. 1975. Vol. 69. Part 3. P. 539–563.
4. Верецага А. Н., Тарунин Е. Л. Надкритические режимы униполярной конвекции в замкнутой полости. в сб. Численное и экспериментальное моделирование гидродинамических явлений в невесомости, Свердловск: УрО АН СССР, 1988.
5. Некрасов О. О., Смородин Б. Л. Электроконвекция слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции и нагреве сверху// Вычислительная механика сплошных сред. 2022. Т. 15, № 3. С. 316-332.
6. Nekrasov O., Smorodin B. Electro-Thermo-Convection of a Dielectric Liquid in the External DC and AC Electric Fields// Mathematics. 2023. 11(5):1188.

КОНВЕКТИВНЫЕ РЕЖИМЫ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ

С. А. Никулина^a, А. В. Перминов^a, Т. П. Любимова^b

^aПермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследованы конвективные режимы псевдопластической жидкости в квадратной полости с твердыми идеально теплопроводными границами в условиях микрогравитации. Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные вибрации. Равновесный градиент температуры перпендикулярен направлению вибраций. Реология жидкости описывается моделью Уильямсона. Задача решалась на основании осредненных уравнений термовибрационной конвекции для нелинейновязких жидкостей. Получены зависимости максимума функции тока и числа Нуссельта, которое определяет тепловой поток через левую границу полости, от числа Грасгофа. Определены пороговые значения числа Грасгофа, соответствующего смене режимов стационарного осредненного течения и переходу от стационарного к колебательному режиму осредненной конвекции.

Ключевые слова: конвекция; псевдопластическая жидкость; вибрации; микрогравитация

CONVECTIVE REGIMES OF PSEUDOPLASTIC FLUID IN MICROGRAVITY UNDER THE INFLUENCE OF HIGH-FREQUENCY VIBRATIONS

S. A. Nikulina^a, A. V. Perminov^a, T. P. Lyubimova^b

^aPerm National Research Polytechnic University,
614990, Perm Komsomolsky ave., 29

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
614013, Perm, Academician Korolev st., 1

Convective modes of a pseudoplastic fluid in a square cavity with solid ideally thermally conductive boundaries under microgravity conditions are investigated. The cavity makes vertical linearly polarized high-frequency vibrations. The equilibrium temperature gradient is perpendicular to the vibration direction. The rheology of the fluid is described by the Williamson model. The problem was solved based on the averaged equations of thermovibration convection for nonlinear viscous fluids. The dependences of the maximum of the current function and the Nusselt number, which determines the heat flow through the left cavity boundary, on the Grashof number were obtained. The threshold values of the Grashof number corresponding to the change of stationary averaged flow modes and the transition from the stationary to oscillatory mode of averaged convection are determined.

Keywords: convection; pseudoplastic fluid; vibrations; microgravity

В работе рассмотрена квадратная полость с твердыми идеально теплопроводными границами. Полость заполнена псевдопластической жидкостью и находится в условиях микрогравитации. На вертикальных границах полости заданы постоянные разные температуры, т.е. внешний градиент температуры направлен горизонтально. На горизонтальных границах температура меняется по линейному закону. Полость совершает вертикальные линейно-поляризованные высокочастотные малоамплитудные не акустические вибрации. Жидкость считается несжимаемой. Поведение псевдопластической жидкости описывается реологической моделью Уильямсона [1]. Безразмерные осредненные уравнения термовибрационной конвекции для случая линейно-поляризованных высокочастотных вибраций полости с псевдопластической жидкостью в терминах функций тока осредненного ψ , пульсационного ϕ течений и завихренности осредненного Ω течения имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \text{Gr} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} V^2 \text{Gr} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x \partial z} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial T}{\partial x} + H_u \Delta \Omega - \\ - 4 \frac{\partial^2 H_u}{\partial x \partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + 2 \left(\frac{\partial H_u}{\partial x} \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial H_u}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial^2 H_u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H_u}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \\ + \frac{\partial^2 \tau_{wxz}}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 \tau_{wxx}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \tau_{wzx}}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Omega = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \quad \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = - \frac{\partial T}{\partial x},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \text{Gr} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \text{Gr} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right),$$

$$\tau_{wxx} = H_w \frac{\partial \phi}{\partial x \partial z}, \quad \tau_{wxz} = \tau_{wzx} = H_w \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right), \quad H_w = \frac{V}{2\pi} \int_0^{2\pi} H \sin t_- dt_-, \quad H_u = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H dt_-,$$

$$H = 1 + \frac{v}{1 + vBh \sqrt{4 \left(V \frac{\partial \phi}{\partial x \partial z} \sin t_- + \frac{\partial \psi}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(V \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \sin t_- + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \right)^2}}$$

Система уравнений (1) записана для случая высокочастотных, малоамплитудных, не акустических вибраций: $\omega \gg \{\mu_0/\rho h^2, \chi/h^2\}$, $\alpha\beta\theta \ll h$, $\lambda_c = 2\pi c/\omega \gg h$, $h \gg \mu_0/(\rho c)$, где λ_c – длина звуковой волны, соответствующая частоте вибрации, c – скорость звука в среде.

Задача характеризуется пятью безразмерными параметрами: числом Грасгофа $Gr = g\beta\theta h^3\rho^2/\mu_\infty^2$, вибрационным параметром $V = \alpha a\omega^2/g$, $(\alpha = \mu_\infty/(\omega\rho h^2) \ll 1)$, числом Прантля $Pr = \mu_\infty/(\rho\chi)$, реологическим параметром $Bh = \rho g\beta\theta h/A$ и параметром неньютоновости $\nu = A/(B\mu_\infty)$. Причем $Bh = PrGr/\sigma$ [2], где $\sigma = h^2A/\mu_\infty\chi$ – безразмерный динамический предел текучести [1]. Где A и B – реологические параметры модели Уильямсона; μ_∞ – динамическая вязкость при бесконечно большом сдвиге; ρ , χ и β – соответственно плотность, температуропроводность и коэффициент объемного расширения жидкости; θ – характерный перепад температуры, $a\omega$ – амплитуда скорости вибраций, h – характерный размер полости.

Вибрационный параметр V характеризует интенсивность вибраций и определяет отношение вибрационного ускорения к ускорению свободного падения и не зависит от перепада температур. Использование параметра V позволяет четко отделить влияние вибрационного механизма генерации конвекции от теплового. Для микрогравитации $V \gg 1$. [3, 4].

Численные расчеты проводились методом конечных разностей. Расчеты выполнялись на равномерной пространственной сетке с шагом $1/40$ для значений параметров: $\sigma = 62,5$ [1]; $Pr = 10$; $V = 100$; $\nu = 25, 100$ и 500 . В результате численных расчетов в исследованном диапазоне чисел Грасгофа для неньютоновских сред было обнаружено, что существует два решения данной задачи при которых возможна реализация двух типов течения – одно мы назвали ньютоновская мода, другое – стационарное решение в дальнейшем называется неньютоновская мода.

На рисунке 1 приведены зависимости числа Нуссельта $Nu(a)$ и максимума функции тока $\psi_m(b)$ от числа Грасгофа Gr для ньютоновской 1 и неньютоновской мод, построенных для трех значений параметра неньютоновости $\nu=25, 100$ и 500 (соответственно, кривые $1', 2', 3'$ на рисунке 1).

Для ньютоновской моды 1 расчетные точки на рисунке 1 для всех трех значений параметра неньютоновости очень близки – интенсивность течения для псевдопластической жидкости в широком диапазоне чисел Грасгофа не зависит от параметра ν . Численный расчет показал, что так же, как и для ньютоновской жидкости [3,4] происходит переход от стационарного режима к колебательному – плоский участок линии 1 на рисунке 1 б. На плоском участке, увеличение числа Gr не приводит к увеличению интенсивности течения, так как тепловая энергия переходит в энергию колебаний. Пороговые значения чисел Грасгофа, при которых стационарное осредненное конвективное течение теряет свою устойчивость, зависят от параметра неньютоновости: для $\nu=25$ пороговое

значение $Gr = 0.37$; для $\nu = 100 - Gr = 0.38$; для $\nu = 500 - Gr = 0.27$. Необходимо отметить, что переход к колебательному режиму происходит плавно и не сопровождается изменением структуры течения.

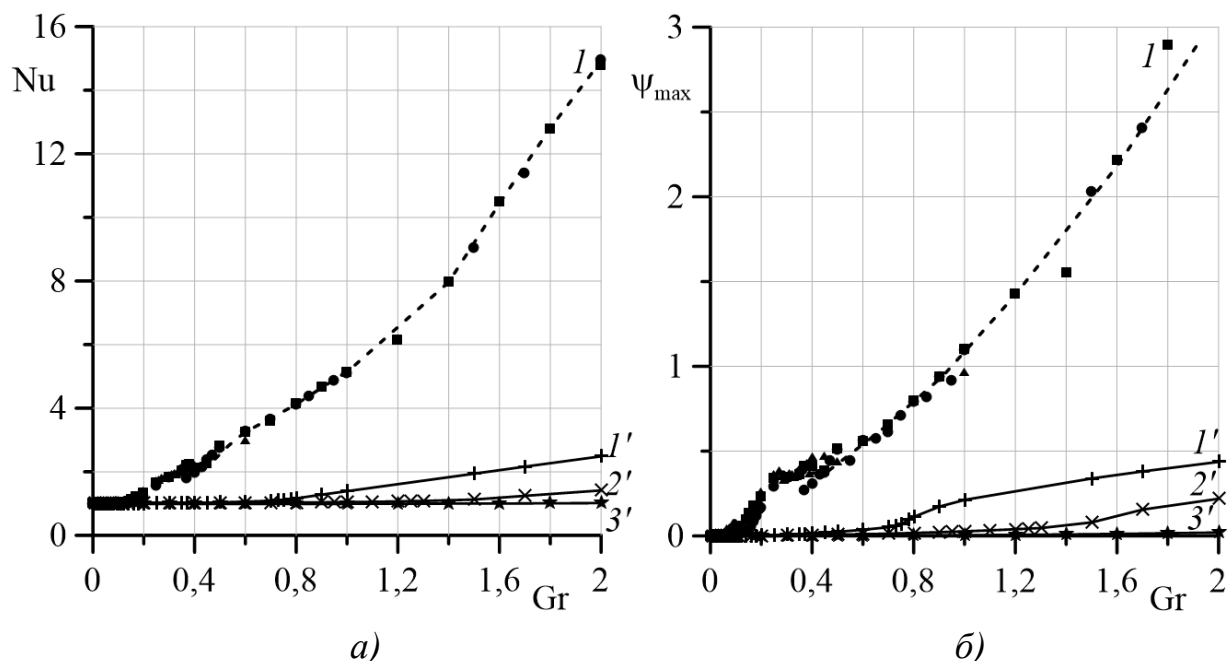


Рис. 1. Зависимость числа Нуссельта Nu (а) и максимума функции тока ψ_{\max} (б) от числа Грасгофа Gr : 1 – ньютоновская мода, 1', 2', 3' – неньютоновская мода для параметра неньютоновости $\nu=25, 100$ и 500 соответственно

Расчеты показали, что существует несколько характерных значений чисел Грасгофа, при достижении которых происходит смена режимов течений жидкости. При малых числах Gr в полости наблюдается медленное одновихревое стационарное осредненное конвективное течение, которое не приводит к существенному изменению поля температур. Дальнейшее увеличение Gr приводит к возникновению трехвихревого стационарного осредненного конвективного течения, которое впоследствии при увеличении Gr трансформируется в четырехвихревое. Дальнейшее увеличение Gr приводит снова к трехвихревому стационарному осредненному конвективному течению. Течение, соответствующее ньютоновской моде 1 (см. рис 1) является более интенсивным, течение, соответствующее неньютоновской моде, кривые 1', 2' и 3', менее интенсивное.

При вибрационном параметре $V=100$ и числе Грасгофа $Gr = 0.3$ на рисунке 2 представлены зависимости числа Нуссельта Nu (а) и максимума функции тока ψ_m (б) от различного значения параметра неньютоновости ν для двух мод – ньютоновской 1 и неньютоновской 1'. Из графика видно, что при $\nu \rightarrow 0$ ветка 1' приближается к решению 1 и при $\nu=0,05$ реализуется только

одно решение, которое характерно для ньютоновской жидкости [3,4]. Неньютоновская мода I' во всем исследованном диапазоне чисел Грасгофа Gr является устойчиво стационарной.

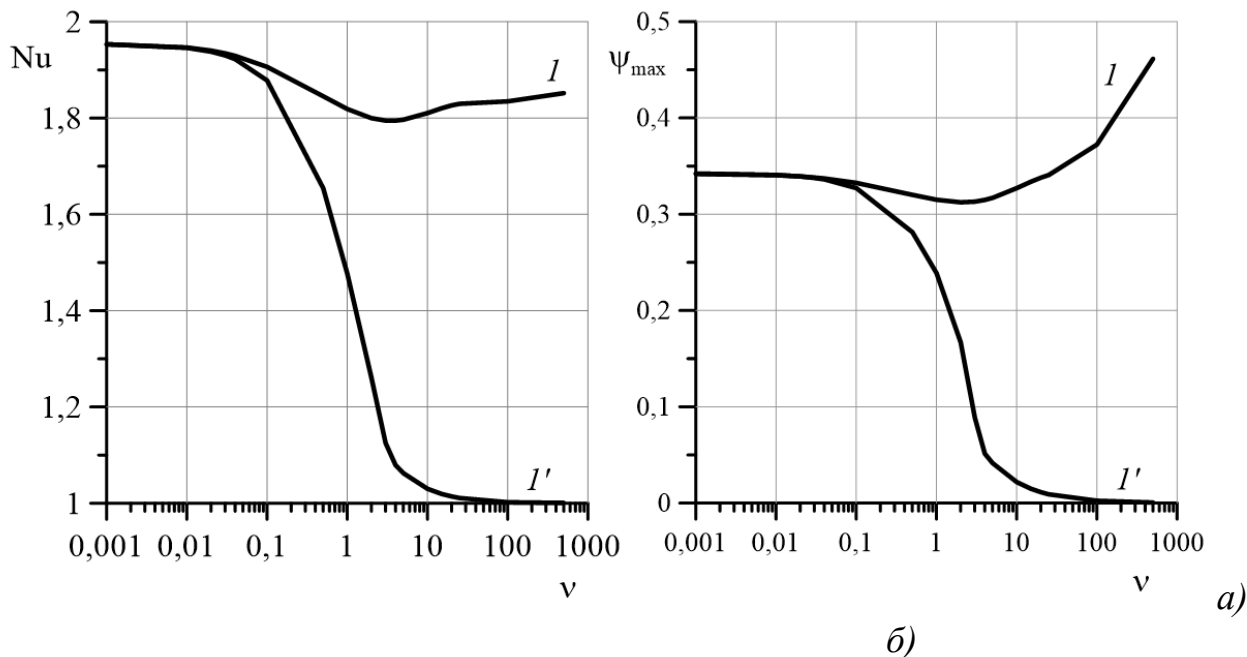


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта Nu (а) и максимума функции тока ψ_m (б) от параметра неньютоновости ν для ньютоновской I и неньютоновской моды I' для $Gr = 0.3$ и $V=100$

Список литературы

1. Любимова Т. П. Численное исследование конвекции вязкопластичной жидкости в замкнутой области // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1977. – №1. – С.1-5. (English version <https://doi.org/10.1007/BF01074616>).
2. Любимова Т. П., Любимов Д. В. О применении вариационных принципов в задаче о конвекции вязкопластичной жидкости // Конвективные течения. – Пермь, 1979. – Вып. 1. – С. 81-86.
3. Perminov A. V., Lyubimova T. P., Nikulina S. A. Influence of High Frequency Vertical Vibrations on Convective Regimes in a Closed Cavity at Normal and Low Gravity Conditions. Microgravity Sci. Technol. 33, 55 (2021). <https://doi.org/10.1007/s12217-021-09898-0>.
4. Perminov A. V., Nikulina S. A., Lyubimova T. P. Analysis of Thermovibrational Convection Modes in Square Cavity Under Microgravity Conditions. Microgravity Sci. Technol. 34, 34 (2022). <https://doi.org/10.1007/s12217-022-09956-1>.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРЫВА ПОВЕРХНОСТНОЙ ПЛЁНКИ ДВИЖЕНИЕМ РАСПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛЛА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И. Л. Никулин^a, В. А. Демин^{a,b}, С. А. Никулина^a

^aПермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

^bПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе численно изучены нестационарные режимы течения расплавленного металла и их взаимодействие с плёнкой, покрывающей поверхность металла. Математическая постановка задачи включает уравнения электромагнетизма в металле, уравнения тепло и массопереноса с учётом сил Лоренца и плавучести, мощности джоулева тепловыделения и излучения с поверхности. Напряжённо деформированное состояние плёнки возникает за счёт теплового расширения и вязких сил, создаваемых текущим под плёнкой расплавом. Показаны характер движения расплава при изменении напряжённости магнитного поля и механизмы деформации и разрушения плёнки.

Ключевые слова: конвекция в магнитном поле; поверхностная плёнка; переходные режимы

MATHEMATICAL MODELING OF SURFACE FILM RUPTURE BY MOTION OF MOLTEN METAL IN MAGNETIC FIELD

I. L. Nikulin^a, V. A. Demin^{a,b}, S. A. Nikulina^a

^aPerm National Research Polytechnic University,
614990, Perm, 29, Komsomolsky st. 29

^bPerm State University, 614068, Perm, Bukireva st., 15

In this work, unsteady flow regimes of molten metal and their interaction with the film covering the metal surface are numerically studied. The mathematical formulation of the problem includes the equations of electromagnetism in the metal, the equations of heat and mass transfer taking into account the Lorentz and buoyancy forces, the power of Joule heat release and radiation from the surface. The stress-strain state of the film arises due to thermal expansion and viscous forces created by the melt flowing under the film. The character of melt motion under changing magnetic field strength and the mechanisms of film deformation and fracture are shown.

Keywords: convection in a magnetic field; surface film; transient modes

В работе методами математического моделирования изучено влияние изменения напряжённости переменного магнитного поля на перестройку поля скорости проводящего расплава и на упруго напряжённые состояния тонкой плёнки на его поверхности. Обнаружено, что в зависимости от обобщенной частоты магнитного поля ω в объеме расплава могут возникать

различные переходные режимы при установлении поля скорости. Обобщенная частота определяется как безразмерный комплекс $\varpi = 2\pi\mu_0\zeta\ell^2f$, где μ – магнитная проницаемость среды, μ_0 – магнитная постоянная, ζ – удельная электропроводность ℓ – радиус расплава, f – частота. На рисунке 1 показана связь механической деформации в разных точках пленки ($r_1 = 0.25$; $r_2 = 0.50$ и $r_3 = 0.75$) с безразмерным радиусом $R_f = 0.8$ (устойчивый радиус для $\varpi = 50$) и скорости движения расплава.

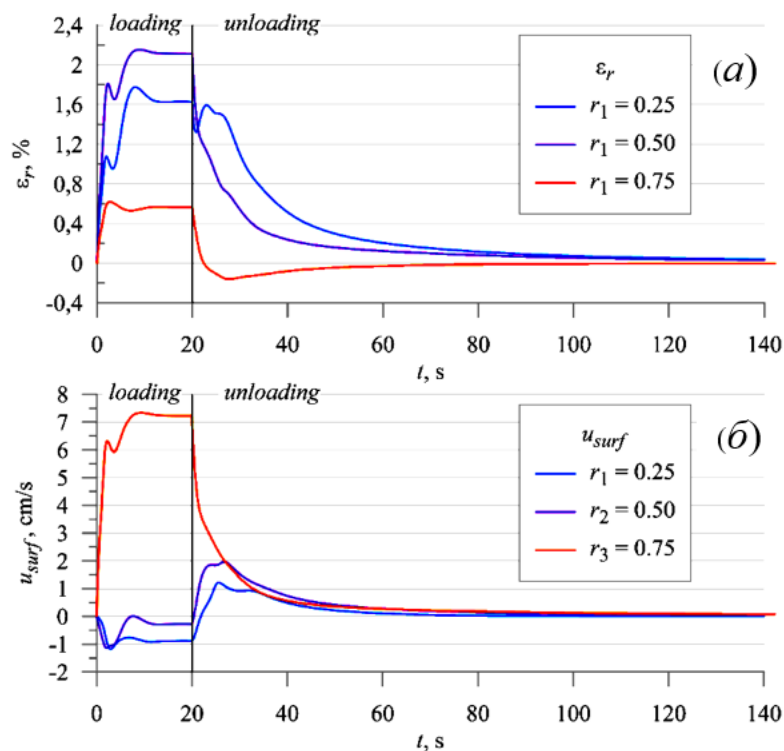


Рис. 1. Динамика гидродинамического нагружения плёнки и снятия нагрузки при отключении магнитного поля: локальная относительная деформация (а) и скорость под плёнкой (б)

При низких частотах быстрое переключение напряжённости приводит к затухающим колебаниям в осредненном поле скорости, тогда как при умеренных значениях и в верхнем частотном диапазоне колебания практически отсутствуют. Такое «более упругое» поведение расплава в нижнем частотном диапазоне может объясняться различной глубиной проникновения силы Лоренца. При низких частотах она присутствует практически во всём объёме. Эта сила ускоряет расплав, движущийся со скоростью меньшей, чем средняя, и тормозит слишком разогнавшийся. При повышении частоты индукционные токи и сила Лоренца вытесняются к поверхности расплава, оставляя в середине диссипативное вязкое ядро, которое гасит колебания скорости, вызванные сменой напряжённости поля. Рассмотрены упруго напряжённые состояния плёнки, возникающие при постепенном нагружении её вязкими силами.

На рисунке 2 показана динамика нарастания радиальных (а) и азимутальных (б) напряжений при включении переменного магнитного поля в пленке радиусом $R = 0.9$ при обобщенной частоте $\varpi = 50$, для этого значения ϖ стабильный радиус около 0.8.

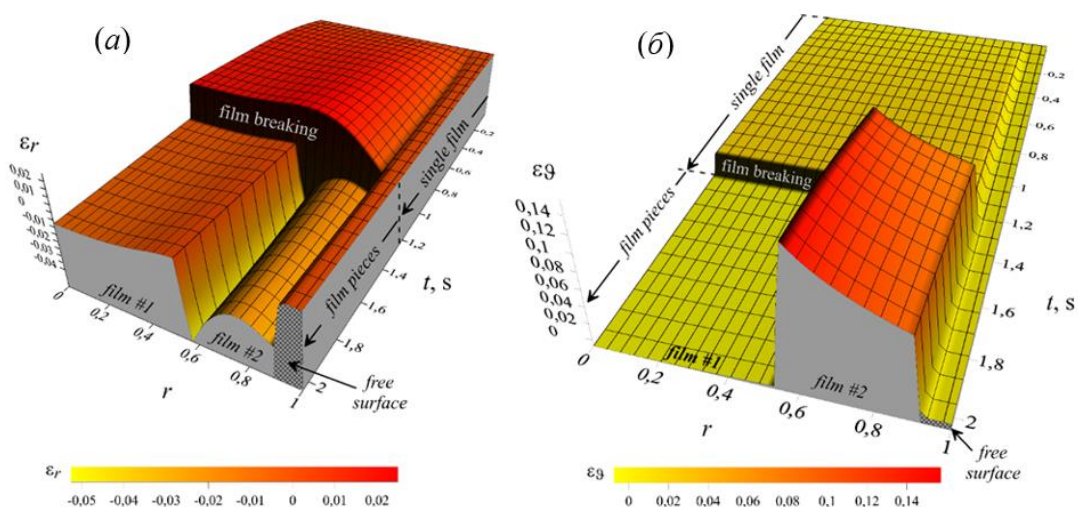


Рис.2. Временная развёртка пространственных распределений радиальных (а) и азимутальных (б) деформаций

Показано, что причиной первичного разрыва дискообразной плёнки всегда являются радиальные напряжения. Кольцеобразные плёнки, возникающие в результате либо разрыва в центре исходной плёнки, либо при отрыве от неё внешней части, оказываются неустойчивыми из-за больших азимутальных напряжений, которые значительно превышают прочность плёнки. Результат разрыва плёнки зависит от частоты магнитного поля, поскольку она определяет распределение силы Лоренца, и, следовательно, профиль течения металла на поверхности. В верхнем и нижнем частотных диапазонах течение на всей поверхности направлено от центра, поэтому, исходная плёнка будет сначала разорвана в центре радиальной деформацией, затем кольцеобразный остаток разорвётся азимутальными напряжениями; обрывки будут отнесены течением к краям. В центральном частотном диапазоне, где есть область направленных к центру течений, плёнка разрушается на два фрагмента. Первый дискообразный остаётся в центре, он стабилен, поскольку не слишком интенсивное течение слабо сжимает его и удерживает в центре поверхности. Второй кольцеобразный разрушается, и остатки разносятся, как это описано выше. Также, возможны ситуации, когда прочности плёнки оказывается достаточно, чтобы препятствовать интенсификации движения расплава при увеличении напряжённости поля, таким образом, тормозящее действие плёнки на расплав будет причиной её стабильности.

Список литературы

1. Никулин И. Л., Перминов А. В., Никулина С. А. Влияние частоты и напряженности переменного магнитного поля на осреднённые течения металла / Пермские гидродинамические научные чтения: Сб. материалов V Всерос. конф. с междунар. участием, посвящ. памяти проф. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова, 2018, Пермь: Perm University Press, С. 225-227.
2. Никулин И. Л., Демин В. А. Математическая модель деформирования оксидной плёнки на поверхности металлического расплава в переменном магнитном поле / Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2022, № 1, С. 72-88.
3. Никулин И. Л., Демин В. А. Математическая модель деформирования оксидной плёнки на поверхности металлического расплава в переменном магнитном поле // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2022, № 1, С. 72–88, DOI: 10.15593/perm.mech/2022.1.07 Перевод на англ. Nikulin I. L., Demin V.A. Mathematical model of oxide film deformation on the surface of a metallic melt in an alternating magnetic field / PNRPU Mechanics Bulletin 2022 № 1, P. 72-88.
4. Nikulin I. L., Demin V.A., Perminov A.V. Surface film deformation by melt moving in an alternating magnetic field and the integral criterion of such film stability // Fluid Dynamics Research, 2022, Vol, 54, № 2, P. 1-17.
5. Nikulin I. L., Demin V. A. Simulation of the metal melt convection and its viscoelastic interaction with dielectric film in an alternating magnetic field / Metals and Materials International, 2022, №28, P.2166–2179 DOI 10.1007/s12540-021-01131-2.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ РАЗВИТИЯ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СЖИМАЕМОМ ГАЗЕ

И. Б. Палымский

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
630102, Новосибирск, ул. Кирова, 86;

Сибирский государственный университет геосистем и технологий,
630108, Новосибирск, ул. Плеханова, 10

При малой или лабораторной высоте области характеристики развития конвективной неустойчивости в сжимаемом вязком и теплопроводном газе практически не отличаются от аналогичных характеристик, получаемых в приближении Буссинеска для несжимаемой среды. Ситуация кардинально меняется при увеличении высоты области. При высоте области равной 45 см значение критического числа Рэлея превышает соответствующее значение, полученное в приближении Буссинеска в 16 раз, значения чисел Нуссельта и Рейнольдса, рассматриваемые при одинаковой на критичности отличаются при этом очень существенно. В то же время, показатели степенных законов для этих интегральных величин в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе и несжимаемой среде в приближении Буссинеска, оказываются близкими.

Ключевые слова: конвекция Рэлея-Бенара; сжимаемый газ; число Рэлея

ON THE FEATURES OF THE DEVELOPMENT OF CONVECTIVE INSTABILITY IN A COMPRESSED GASE

I. B. Palymskiy

Siberian State University of Telecommunications and Information Sciences,
86, Kirova st., 630102, Novosibirsk;

Siberian State University of Geosystems and Technologies,
10, Plachotnogo st, 630108, Novosibirsk

At a small or laboratory height, the characteristics of the development of convective instability in a compressible viscous and heat-conducting gas practically do not differ from similar characteristics obtained in the Boussinesq approximation for an incompressible medium. The situation changes drastically as the height of the region increases. When the height of the region is 45 cm, the value of the critical Rayleigh number exceeds the corresponding value obtained in the Boussinesq approximation by 16 times, the values of the Nusselt and Reynolds numbers considered at the same criticality differ very significantly. At the same time, the exponents of power laws for these integral quantities in a compressible, viscous and heat-conducting gas and incompressible medium in the Boussinesq approximation turn out to be close.

Keywords: Rayleigh-Benard convection; compressible gas; Rayleigh number

В подавляющем числе работ по конвекции Рэлея-Бенара рассматривается течение несжимаемой жидкости на основе приближения Буссинеска, где

конвектирующая среда считается несжимаемой и плотность линейным образом зависит от температуры. При конвекции газа, такой подход является правомерным в лабораторных условиях при небольшой высоте области [1,2]. Однако, расчет конвекции газа в областях высотой несколько десятков сантиметров и более требует учета его сжимаемости на основе полных уравнений газовой динамики. Подобные задачи возникают при рассмотрении конвективных течений углеводородо-воздушной смеси в резервуарах и трубопроводах.

Однако, конвекция в сжимаемом газе практически не исследована из-за большой жесткости системы уравнений, физически обусловленной сосуществованием двух типов движения – распространяющихся со скоростью звука термоакустических волн и развивающегося на их фоне относительно медленного конвективного движения [3].

В настоящей работе путем численного моделирования исследуются характеристики развития неустойчивости статического режима конвекции Рэлея-Бенара в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе, полученные данные сравниваются с имеющимися для приближения Буссинеска. Характеристики рассматриваются для четырехвихревого режима конвекции.

Показано, что при небольшой высоте области 5 см характеристики развития конвективной неустойчивости в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе и несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, оказываются, как и предполагалось, близкими.

Однако ситуация кардинально меняется при увеличении высоты области. Например, при высоте области 45 см значение критического числа Рэлея превышает соответствующее значение, полученное в приближении Буссинеска в 16 раз, так же отличаются и критические перепады температур. Более того, значения чисел Нуссельта и Рейнольдса, рассматриваемые при одинаковой накритичности (числе Рэлея отнесенному к его критическому значению) отличаются существенно, например, для числа Рейнольдса отличие почти пятикратное. В то же время, показатели степенных законов для этих интегральных величин в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе и несжимаемой среде в приближении Буссинеска, отличаются не значительно.

При высоте области 45 см значения числа Рейнольдса в зависимости от надкритичности для сжимаемого газа и несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска определялось соответственно соотношениями:

$$Re = 48.5 \cdot r^{0.57} \text{ и } Re = 10 \cdot r^{0.58}.$$

При этом значения числа Нуссельта, определяемые в отклонениях от 1 (значение 1 для числа Нуссельта соответствует статическому режиму) для сжимаемого газа и несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска следовали зависимостям:

$$Nu = 1 + 1.7 \cdot (r - 1)^{1.2} \text{ и } Nu = 1 + 0.88 \cdot (r - 1)^{1.15}.$$

Столь значительное различие множителей степенных законов для числа Нуссельта и Рейнольдса, наблюдаемых при развитии конвекции в сжимаемом газе и несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска связано с возможностью развития адиабатического и сверхадиабатического режимов конвекции в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе при закритической высоте области [1].

Список литературы

1. *Палымский И.Б.* Об особенностях конвекции в сжимаемом газе // Труды международного конгресса Сиб-Оптика. Новосибирск, СГУГиТ, 2020. С.288-299.
2. *Igor Palymskiy.* On the Features of Convection in a Compressible gas. // Journal of Advanced Research in Numerical Heat Transfer. 2022. V.11(1). P.29-35.
3. *Зубков П.Т., Коваленко М.А.* Симметрия и несимметрия в слое сжимаемого газа // Теплофизика высоких температур. 2010. Т.48. №3. С.438-443.

ДИНАМИКА ГРАНИЦЫ РЕАГИРУЮЩИХ СМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ПОЛЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ

Н. В. Панькова^a, Е. А. Мошева^{a,b}, Н. В. Козлов^{a,b}

^aПермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, ул. Проф. Поздеева, 11

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Экспериментально исследуется воздействие линейно-поляризованных горизонтальных вибраций на динамику двухслойной системы смешивающихся не реагирующих и реагирующих растворов. В начальный момент времени система устойчиво стратифицирована и образована слоями с резкой границей. Свойства жидкостей подбираются такими, что в отсутствие вибраций массоперенос и химическая реакция протекают в диффузионном режиме. Динамика границы изучается оптическими методами. Вибрации вызывают на колеблющейся границе формирование «замороженного рельефа», обусловленное неустойчивостью Кельвина—Гельмгольца. Этот эффект пороговый и наблюдается при достижении или превышении критической вибрационной скорости. Эволюция рельефа может быть разделена на несколько этапов. На первом этапе наблюдается рост таких показателей, как протяженность, высота и длина волны рельефа; на втором этапе происходят нерегулярные колебания этих величин около среднего значения, что связано с перестроением структур. На третьем этапе происходит постепенное размывание границы, сопровождающееся угасанием рельефа и в некоторых случаях развитием вторичной неустойчивости. Показано, что химическая реакция интенсифицирует динамику системы: сокращается время развития и жизни рельефа; вибрационное перемешивание жидкости приводит к вертикальному продвижению фронта реакции и образованию зоны смешения (промежуточного слоя) между растворами реагентов.

Ключевые слова: линейно-поляризованные горизонтальные вибрации; смешиваемые жидкости; реакция нейтрализации; замороженный рельеф; неустойчивость Кельвина-Гельмгольца

THE BORDERS DYNAMICS OF REAGIRATING MIXING LIQUIDS IN A FOLLOWING VIBRATION FIELD

N. V. Pankova^a, E. A. Mosheva^{a,b}, N. V. Kozlov^{a,b}

^aPerm National Research Polytechnic University,
11, Prof. Pozdeev st., 614990, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The article experimentally investigates the effect of linearly polarized horizontal vibrations on the dynamics of a two-layer system of miscible unreacting and reacting solutions is investigated experimentally. At the initial moment of time the system is stably stratified and formed by layers with sharp boundary. The fluids properties are chosen such

that, in the absence of vibrations, mass transfer and chemical reaction proceed in the diffusion regime. The article investigates the dynamics of the boundary by optical methods. Vibrations cause the formation of "frozen relief" on the oscillating boundary due to the Kelvin-Helmholtz instability. This effect is threshold and is observed when a critical vibration velocity is reached or exceeded. The evolution of the relief can be divided into several stages. At the first stage there is an increase in such relief wave parameters as: extent, height and length. At the second stage there are irregular fluctuations of these values around the average value, which is associated with the rearrangement of structures. At the third stage there is a gradual erosion of the boundary, accompanied by fading of the relief and in some cases the development of secondary instability. The study shows that the chemical reaction intensifies the system dynamics: the time of development and life of the relief is reduced; the liquid vibratory mixing leads to vertical advancement of the reaction front and formation of a mixing zone (intermediate layer) between the reactants solutions.

Keywords: linearly polarized horizontal vibrations; miscible liquids; neutralization reaction; frozen relief; Kelvin-Helmholtz instability

Данная работа находится на пересечении физико-химической гидромеханики [1] и вибрационной гидромеханики [2]. Химические реакции оказывают непосредственное влияние на устойчивость жидкой среды. Это обусловлено превращениями одних веществ в другие, что происходит с изменением физических свойств среды (плотности, вязкости, температуры) или даже её агрегатного состояния (при выделении газообразных продуктов или выпадении твердого осадка). С другой стороны, действие вибраций на неоднородные среды может являться причиной макроскопического движения жидкости. Вибрации, тангенциальные к границе раздела, приводят к возбуждению «замороженного рельефа» в виде регулярной системы чередующихся холмов и впадин [3]. Возникновение рельефа связано со стремлением двухкомпонентных систем ориентироваться таким образом, чтобы градиент плотности был параллелен оси вибраций. Таким образом, фронтальные реакции могут создавать неоднородности плотности, которые в постоянном поле тяжести способны приводить к развитию различных типов неустойчивости. Очевидно, что подобные реагирующие системы жидкостей должны быть подвержены влиянию внешних переменных и неоднородных инерционных полей [3 – 8].

В настоящей работе экспериментально исследуется воздействие линейно-поляризованных горизонтальных вибраций на динамику двухслойной системы смешивающихся не реагирующих и реагирующих растворов.

Экспериментальная установка и методика эксперимента

Рисунок 1 даёт общий вид на экспериментальный вибростенд. Источником освещения является лампа с рассеивающим стеклом (1). Вся установка размещается на стальном сварном каркасе, который опирается на фундамент, что предотвращает появление паразитных колебаний в установке.

Вибростенд включает в себя прямоугольную кювету (2) с прозрачными передней и задней стенками, с внутренними размерами 100 мм (высота) на 50 мм (ширина) на 1.2 мм (толщина). Кювета надежно закреплена на столике (3), который посредством четырех линейных подшипников установлен на двух направляющих (4) и свободно скользит вдоль них. Источником движения кюветы является шаговый электродвигатель FL86STH80-4208B (7). Вал двигателя с помощью муфты соединен с другим валом, на котором закреплен эксцентрик (6) с подвижным пальцем, изменяя положение которого можно задавать амплитуду колебаний. Кривошип через шатун (5) соединяется со столиком. Таким образом, частота колебаний задаётся посредством изменения скорости вращения двигателя, а амплитуда – при помощи изменения положения пальца эксцентрика. Двигатель подключен к контроллеру SMSD-4.2LAN (8), формирующему управляющий сигнал и настраиваемому по локальной сети при помощи компьютера. Питание двигателя осуществляется от источника питания MW EDR-120-48 (9).

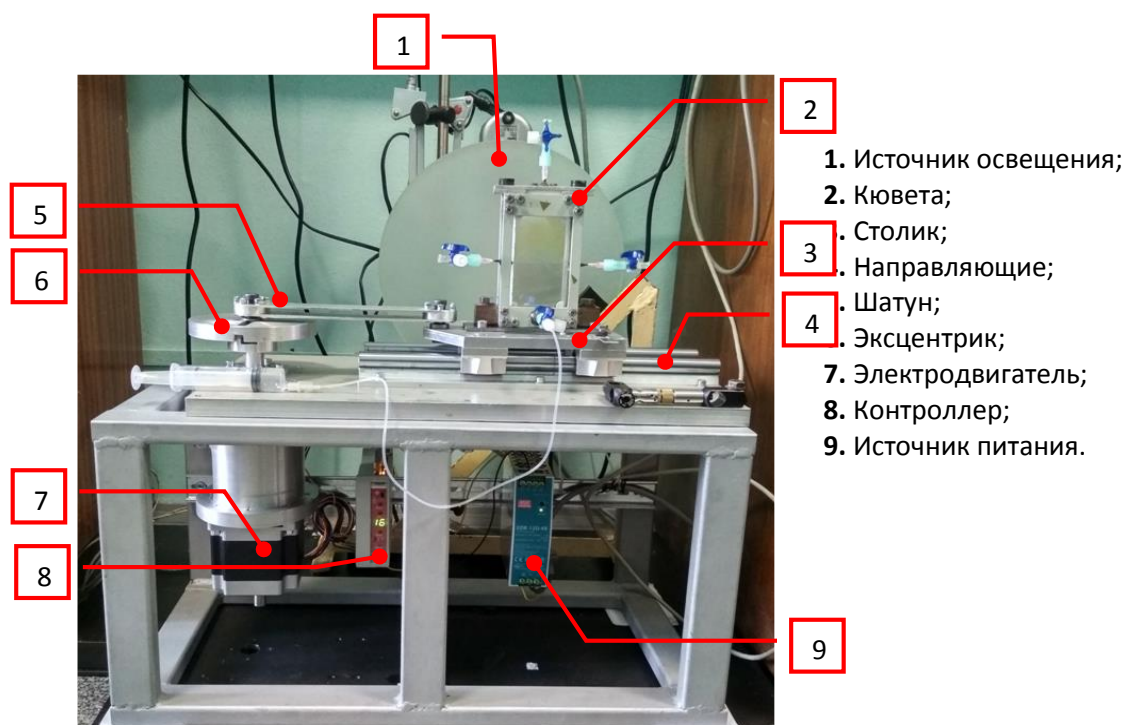


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки с перечнем составляющих её частей

Исследования проводились при частоте от 7.5 до 13 Гц и амплитуде от 0.74 до 1.69 см.

Для эксперимента были выбраны три пары рабочих жидкостей. Две пары смешивающихся жидкостей были подобраны для исследования случая химически инертных смесей: дистиллированная вода – водный раствор глицерина 90 (% по массе), водные растворы изопропилового спирта в концентрации 50 и 90 (% по массе). Для исследования случая реагирующей системы использовалась пара растворов $2.9 \text{ NaOH} - 1 \text{ HNO}_3$ (моль/л).

Последовательность проведения эксперимента включала в себя: подготовку рабочих растворов, настройку вибростенда, подключение и настройку камеры. Сначала происходила заливка рабочих жидкостей в кювету, выстраивание тонкой и четкой границы между растворами при помощи шприцевого насоса, затем одновременно включались вибростенд и фотофиксирующая камера. После записи одной серии эксперимента, граница в кювете восстанавливалась при помощи того же насоса, менялись настройки вибростенда (если требовалось) и цикл повторялся. Фиксация изображения фотокамерой происходила в постоянной фазе колебаний за счет синхронизации движений кюветы и фотосъемки. Это позволило наблюдать осредненную динамику движения жидкостей в кювете. Обработка результатов эксперимента проводилась по видеозаписи. Все размеры рельефа снимались непосредственно с изображения с последующей их калибровкой.

Результаты эксперимента

Действие линейно-поляризованных горизонтальных вибраций на границу контакта растворов приводит к формированию квази-стационарного рельефа (рис. 2), которое происходит пороговым образом при повышении интенсивности вибраций. В основе наблюдаемого явления лежит неустойчивость Кельвина – Гельмгольца. При вибрациях граница контакта жидкостей совершает колебания в виде покачиваний таким образом, что её наклон периодически изменяется в фазе с колебаниями ячейки. По прошествии времени порядка 10 периодов начинается зарождение замороженного рельефа, который в зависимости от интенсивности вибраций появляется в виде отдельно расположенных холмов или сразу как протяжённая система.



Рис. 2. Фотография рельефа при $f = 13.0 \text{ Гц}$, $b = 0.74 \text{ см}$, безразмерное время после включения вибраций (измеряемое в периодах колебаний) равно 191

В существовании рельефа можно выделить несколько стадий. Общие для различных пар жидкостей процессы следующие. На первой стадии происходит рост высоты и пространственного периода (длины волны) холмов. На втором, коротком этапе рельеф имеет регулярную длину волны. Следующий, третий этап состоит в том, что холмы претерпевают спонтанное дробление: в средней части границы холмы непрерывно расширяются и затем произвольно разделяются на два, тогда как вблизи стенок они сжимаются и постепенно исчезают. Таким образом, происходят флуктуации длины волны относительно среднего значения.

Влияние химической реакции на динамику системы проявляется в ускорении эволюции рельефа на границе реагирующих жидкостей по сравнению с системой не реагирующих растворов с подобной относительной плотностью. Отличительной особенностью системы реагирующих растворов является возникновение вторичных структур в области, располагающейся под фронтом реакции после угасания основного рельефа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 19-11-00133).

Список литературы

1. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. — М.: Физматгиз, 1959. — 700 с.
2. Gershuni G. Z., Lyubimov D. V. Thermal Vibrational Convection. — NY: Wiley & Sons, 1998. — 358 p.
3. Иванова А. А., Козлов В. Г., Эвеск П. Динамика границы раздела несмешивающихся жидкостей при горизонтальных вибрациях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2001. — № 3. — С. 28–35.
4. Любимов Д. В., Любимова Т. П., Черепанов А. А. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 216 с.
5. Неволин В. Г., Параметрическое возбуждение волн на границе раздела // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1977. — № 2. — С. 167–170.
6. Wolf G. H. The dynamic stabilization of the Rayleigh-Taylor instability and the corresponding dynamic equilibrium // Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei. — 1969. — Vol. 227. — PP. 291–300. — DOI: 10.1007/BF01397662.
7. Jalikop S. V., Juel A. Steep capillary-gravity waves in oscillatory shear-driven flows // Journal of Fluid Mechanics. — 2009. — Vol. 640. — PP. 131–150. — DOI:10.1017/S0022112009991509.

АНОМАЛЬНЫЕ КОНВЕКТИВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА И ВОДОРОДА В НАКЛОНЯЕМОМ КУБЕ

С. А. Плотников^a, А. Н. Полудницин^b, В. Я. Модорский^a,
А. Н. Шарифулин^a, Т. П. Любимова^{b,c}

^a Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^c Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Экспериментально и численно методом конечных разностей исследовано влияние плавного циклического изменения наклона подогреваемой снизу кубической полости. Нижняя и верхняя грани изотермические и поддерживаются при постоянных температурах. Боковые грани идеально теплопроводные. Экспериментальное исследование проведено термопарным методом для воздуха, средняя температура которого была равна комнатной. Интенсивность конвекции и смена режимов фиксировалась по показаниям термопар, расположенных в центральной горизонтальной плоскости куба. Для чисел Релея, превышающих критическое до 20 раз, построена бифуркационная кривая, ограничивающая область существования аномального режима конвекции. Численное исследование проведено в полной трехмерной постановке двухполевого метода для чисел Прандтля, соответствующих воздуху при комнатной температуре и водороду. Приводятся полученные в расчетах поля скоростей и температуры для нормального и аномального конвективного течений. Подробно изучается механизм перехода от аномального конвективного течения к нормальному.

Ключевые слова: тепловая конвекция; кубическая полость; наклон; гистерезис

ANOMALOUS CONVECTIVE FLOWS OF AIR AND HYDROGEN IN A TILTED CUBE

S. A. Plotnikov^a, A. N. Poludnitsin^b, V. Ya. Modorsky^a,
A. N. Sharifulin^a, T. P. Lyubimova^{b,c}

^a Perm National Research Polytechnical University,
Komsomolsky ave. 29, 614990, Perm

^b Perm State University, 614068, Perm, Bukireva st., 15

^c Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Science, 614013, Perm, Academician Korolev st., 1

The influence of a smooth cyclic change in the slope of a cubic cavity heated from below is studied experimentally and numerically using the finite difference method. The bottom and top faces are isothermal and maintained at constant temperatures. The side edges are perfectly thermally conductive. The experimental study is carried out using the

thermocouple method for air, the average temperature of which is equal to room temperature. The intensity of convection and changes in regimes are recorded according to the readings of thermocouples located in the central horizontal plane of the cube. For Rayleigh numbers exceeding the critical value by up to 20 times, a bifurcation curve is constructed that limits the region of existence of the anomalous convection regime. The numerical study is carried out in a full three-dimensional formulation of the two-field method for Prandtl numbers corresponding to air at room temperature and hydrogen. The velocity and temperature fields obtained in the calculations for normal and anomalous convective flows are presented. The mechanism of transition from an anomalous convective flow to a normal one is studied in detail.

Keywords: thermal convection; cubic cavity; inclination, hysteresis

1. Введение

Тепловая конвекция воздуха и водорода, в замкнутых наклоняемых полостях представляет интерес в связи с тем, что подобные емкости являются элементами большого количества технических устройств, которые могут использоваться для хранения и транспортировки жидкостей и газов. Ориентация ёмкостей может плавно или ступенчато меняться в пространстве, при этом в газе, заполняющем объем, конвективные течения могут претерпевать скачкообразные изменения [1,2].

Наклон полости при малых значениях числа Рэлея приводит к формированию нормального вихря, с направлением циркуляции, совпадающим с направлением угла наклона полости. При числах Рэлея, превышающих критическое значение, в случае наклонов полости появляется гистерезис конвективного течения. Наряду с таким нормальным вихрем может существовать и вихрь с обратным направлением циркуляции, который принято называть аномальным. Аномальные вихри существуют в ограниченном диапазоне углов. При превышении углом наклона критического значения происходит переход к нормальному режиму конвекции. Такие переходы ранее наблюдались лишь экспериментально [1,2].

Цель настоящей работы – на основе численного решения полных уравнений тепловой конвекции воздуха в приближении Буссинеска для различных углов наклона квадратной полости и надкритичностей, исследовать динамику переходного процесса, возникающего при смене режима течения от аномального к нормальному.

2. Постановка задачи

Рассматривается жидкость, заполняющая кубическую полость со стороной L , представленную на рис. 1. Задача решается в декартовой системе координат (x, y, z) . Полость окружена массивом, температуропроводность которого много больше температуропроводности χ жидкости её заполняющей. Коэффициенты теплового расширения жидкости β и кинематической вязкости ν постоянны.

На всех границах полости задан постоянный градиент температуры ∇T_0 вдоль оси z , определяемый соотношением $\nabla T_0 = \vec{k} \Theta / L$, где Θ – перепад температур между горячей и холодной изотермическими стенками. Условия подогрева таковы, что в отсутствие движения жидкости в полости устанавливается постоянный градиент температуры, направленный вдоль оси z .

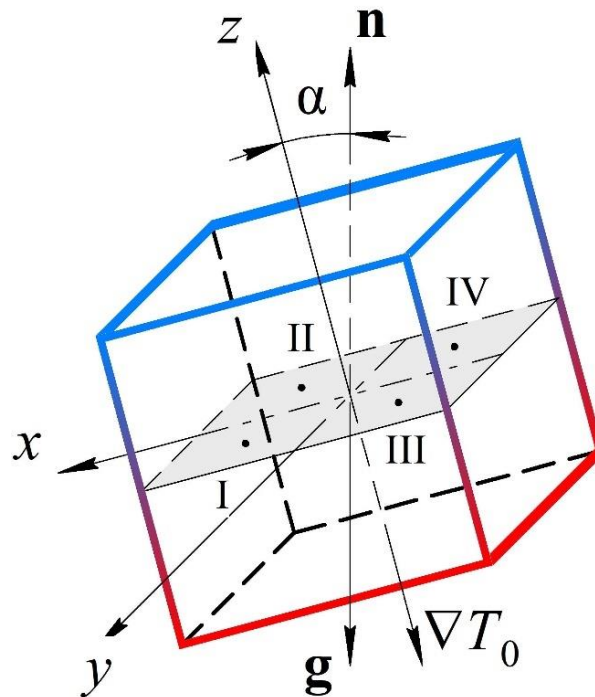


Рис. 1. Геометрия задачи о свободной тепловой конвекции в кубической полости

Полость может совершать плавные наклоны вокруг оси y так, что вектор ускорения свободного падения $\vec{g} = -g\vec{n}$ лежит в плоскости (x, z) и отклонён от оси z на угол α , а единичный вектор $\vec{n} = (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$, указывающий направление вверх на угол $\alpha - \pi$.

Для рассмотрения поведения жидкости используются уравнения тепловой конвекции. Скорость \vec{V} давление p и температура T определяются уравнениями неразрывности, Навье-Стокса и баланса тепла в приближении Буссинеска. Задача решается в безразмерных переменных для перехода к которым, используются следующие безразмерные величины: единицей длины полагается ребро куба L , времени – L^2/ν , скорости – ν/L и температуры – Θ . Решение задачи находится в полной трёхмерной постановке с помощью двухполевого метода с использованием уравнения Навье-Стокса в форме Гельмгольца. Переменными этой системы являются температура T и динамические параметры течения: векторный потенциалы – $\vec{\psi}$ (обобщение функции тока на трехмерный случай) и $\vec{\phi}$ (обобщение завихренности):

$$\frac{\partial \vec{\Phi}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{\Phi} - (\vec{\Phi} \cdot \nabla) \vec{V} = \Delta \vec{\Phi} + \text{Gr} (\vec{n} \times \nabla T), \quad (1)$$

$$\Delta \vec{\Psi} = -\vec{\Phi}, \quad \vec{\Phi} = \nabla \times \vec{V}, \quad \vec{V} = \nabla \times \vec{\Psi}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \quad (3)$$

где $\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

В уравнения (1)-(3) входят два безразмерных критерия подобия: число Грасгофа Gr и число Прандтля Pr:

$$\text{Gr} = \frac{g\beta\theta L^3}{\nu^2}, \quad \text{Pr} = \nu/\chi, \quad (4)$$

а также угол наклона полости – α .

Система уравнений (1)-(3) образует замкнутую систему семи скалярных уравнений для семи скалярных полевых функций $\psi_x, \psi_y, \psi_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z, T$.

На твёрдых границах выполняются условия распределения температуры

$$T|_{\Gamma} = 1 - z; \quad (5)$$

а также условия прилипания и непротекания

$$V_x = V_y = V_z = 0; \quad (6)$$

$$\phi_x = 0, \quad \phi_y = -\frac{\partial V_z}{\partial x}, \quad \phi_z = \frac{\partial V_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \psi_y = \psi_z = 0 \quad \text{для } x = 0, 1; \quad (7)$$

$$\phi_x = \frac{\partial V_z}{\partial y}, \quad \phi_y = 0, \quad \phi_z = -\frac{\partial V_x}{\partial y}, \quad \psi_x = \frac{\partial \psi_y}{\partial x} = \psi_z = 0 \quad \text{для } y = 0, 1; \quad (8)$$

$$\phi_x = -\frac{\partial V_y}{\partial z}, \quad \phi_y = \frac{\partial V_x}{\partial z}, \quad \phi_z = 0; \quad \psi_x = \psi_y = \frac{\partial \psi_z}{\partial x} = 0 \quad \text{для } z = 0, 1. \quad (9)$$

Решение задачи (1)-(9) получалось конечно-разностным методом по явной схеме решения нестационарных уравнений свободной конвекции на равномерной сетке с пространственным шагом 1/16. Уравнение Пуассона (2) решалось методом последовательной верхней релаксации, для векторного потенциала.

3. Результаты расчётов

В расчетах частично воспроизведены экспериментальные результаты работы [2]. Так, в наших расчетах для диапазона надкритичности $r < 20$ формируются конвективные валовые вихри, вращающиеся параллельно оси наклона полости.

При переходе от положительных углов наклона через нулевой угол, течение остаётся одновальным, при последующем увеличении отрицательных углов наклона удается добиться аномального конвективного течения (рис.2) вплоть до достижения критического угла наклона $\alpha_{кр}$. Дальнейшее увеличение наклона после переходного процесса (рис.3) приводит к нормальному течению, симметричному, т.е. развернутому на 180° , по отношению к аномальному.

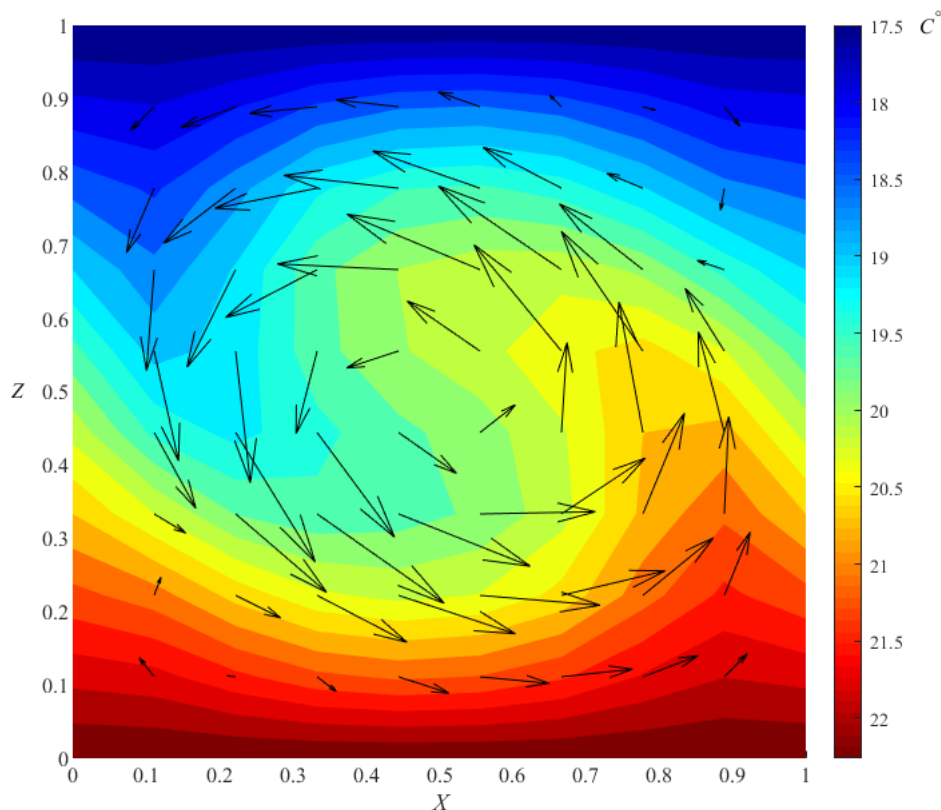


Рис. 2. Аномальное течение при угле $\alpha = -5^\circ$. Векторное поле скоростей и поле температур в плоскости, перпендикулярной оси y и находящейся на расстоянии $L/4$ от стенки. Перепад температур $\Theta = 5^\circ \text{C}$

В процессе поворота полости от ненулевых углов наклона при наличии нормального вихря, наблюдается постепенное снижение интенсивности течения основного вала с одновременным появлением и ростом второстепенных вихрей в одной из пар диаметрально противоположных углов. При стремлении к критическому углу наклона, второстепенные вихри становятся сравнительны основному валу, после чего один из них начинает увеличиваться в размерах, разделяя полость пополам с первоначальным (основным) вихрем, вытесняя его и занимая основное пространство в полости. После этого течение для данных отрицательных углов становится нормальным, а при дальнейшем увеличении величины наклона, интенсивность вихря увеличивается.

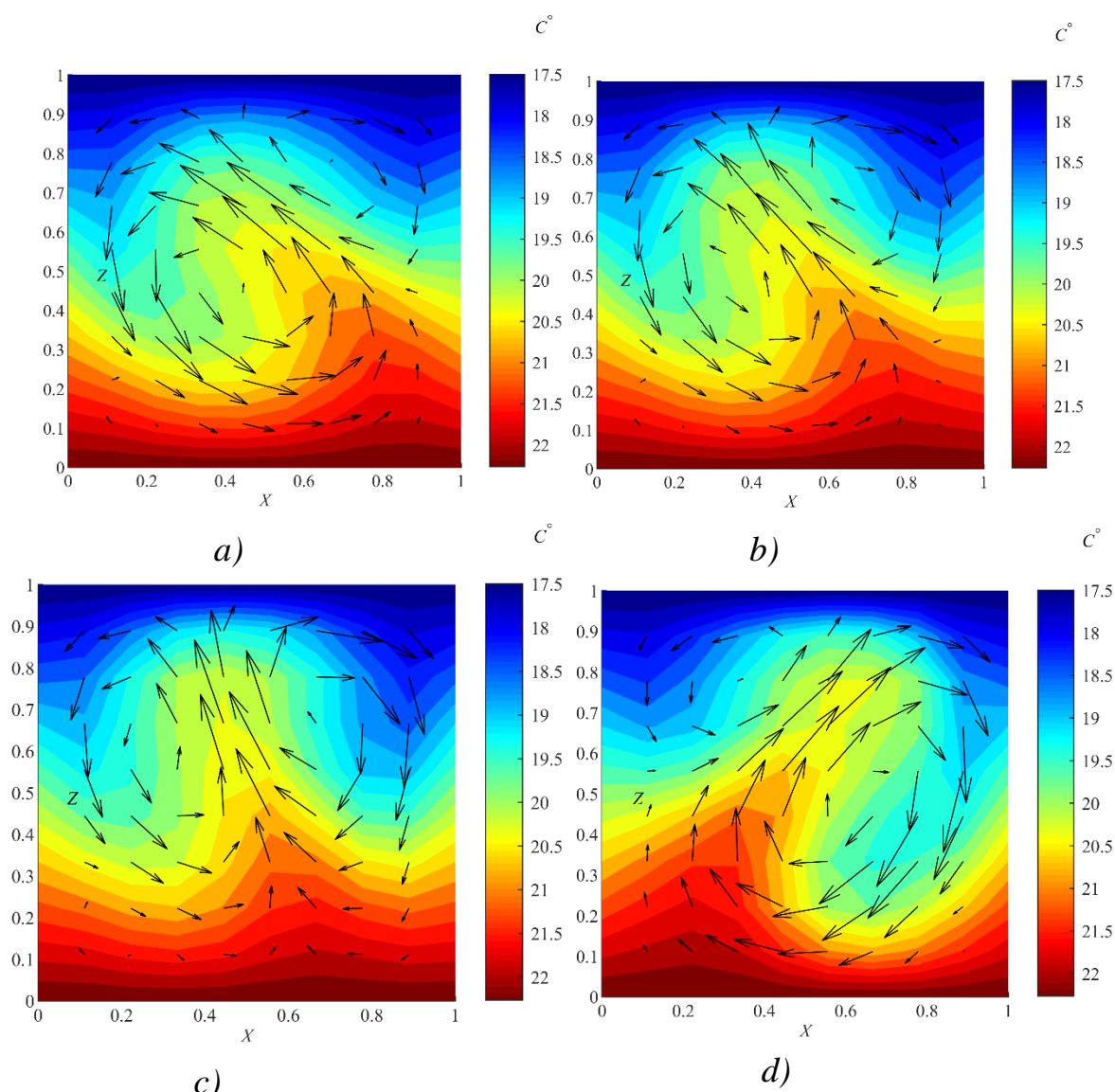


Рис. 3. Трансформация аномального вихря а) в нормальный б) с промежуточными течениями с) и d). Поля температур и векторов скоростей в разные моменты времени

4. Заключение

Исследование влияния плавного изменения наклона кубической полости, показало, что для каждого надкритического значения числа Грасгофа существует предельное значение угла наклона такое, что при изменении наклона до этого предельного значения течение перестраивается, плавно меняя структуру от нормального одновихревого к аномальному и обратно. Если же изменение угла наклона выходит за указанное предельное значение, происходит жёсткий гистерезисный переход от аномального течения к нормальному.

Исследование проведено при финансовой поддержке Минобрнауки России, проект FSNM-2023-0004 «Водородная энергетика. Материалы и технология хранения, транспортировки и применения водорода и водородсодержащих смесей».

Список литературы

1. *Шарифулин А.Н., Полудницин А.Н., Кравчук А.С.* Лабораторное моделирование нелокального возникновения тропического циклона// Журн. эксперим. и теор. физики. 2008. Т. 134, №. 6. 1269 с.
2. *Шарифулин А.Н., Полудницин А.Н.* Экспериментальное определение пределов существования аномального конвективного течения в наклоняемом кубе// Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55. – № 3 (325). С. 103-112.
3. *Зюзгин А. В.* Гидромеханика реальной невесомости: учебное пособие / А. В. Зюзгин. – Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2023. – 88 с. – ISBN 978-5-7944-3978-6. – EDN CFYOTS.
4. *Андреев В. К. В. К. Андреев, Ю. А. Гапоненко, О. Н. Гончарова, В. В. Пухначев.* М.: Современные математические модели конвекции / Физматлит, 2008.
5. *Lappa M.* Thermal convection: patterns, evolution and stability. Chichester: Wiley, 2010.

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА, ВЫЗВАННОГО ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ

А. О. Полуянов, И. В. Колесниченко
Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе представлены результаты численного исследования течения электропроводной жидкости с помощью действия переменного магнитного поля. Магнитное поле генерируется коротким соленоидом, подключенному к источнику переменного тока. Изучается воздействие магнитного поля на жидкий металл в цилиндрической ячейке и характеристики возникающего колебательного режима течения. На основе анализа результатов расчетов, построены профили и поля скорости. Проведён спектральный анализ - построены Фурье-спектры и вейвлет-спектрограммы, проведена оценка полоидальной и азимутальной компоненты кинетической энергии системы.

Ключевые слова: переменное магнитное поле; численное моделирование; магнитная гидродинамика; спектральный анализ

OSCILLATORY MODE OF LIQUID METAL FLOW CAUSED BY THE ACTION OF AN ALTERNATING MAGNETIC FIELD IN A CYLINDRICAL CELL

A. O. Poluianov, I. V. Kolesnichenko
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The paper presents the results of a numerical study of the flow of an electrically conductive liquid using the action of an alternating magnetic field. The magnetic field is generated by a short solenoid connected to an alternating current source. The effect of a magnetic field on a liquid metal in a cylindrical cell and the characteristics of the resulting oscillatory flow regime are studied. Based on the analysis of the calculation results, profiles and velocity fields are constructed. Spectral analysis is carried out - Fourier spectra and wavelet spectrograms are constructed, the poloidal and azimuthal components of the kinetic energy of the system are estimated.

Keywords: alternating magnetic field; numerical simulation; magnetic hydrodynamics; spectral analysis

1. Введение

На современном металлургическом производстве широко используются электромагнитные методы воздействия на расплав бесконтактным способом. Это вызвано тем, что механическое вмешательство в процесс невозможно по

ряду обстоятельств – агрессивная среда, высокая температура и т.д. Неинвазивная методика воздействия на проводящие среды с помощью переменных магнитных полей может приводить к генерации вихревых течений. Эти течения вовлечены в производственные процессы в отраслях металлургии [1] и энергетики [2]. Действие электромагнитной силы, а также вихревого течения может приводить к избирательному воздействию на многофазные среды [3, 4]. Речь идёт об электромагнитных сепараторах [5-7], которые могут извлекать включения из многофазной среды. В работах [6, 7] рассматривался кондукционный механизм генерации электромагнитной силы. Индукционный механизм генерации электромагнитной силы также интересен для реализации сепарационного воздействия [8]. Одним из способов его реализации является использование соленоида, в котором размещен канал с расплавом. Однако, переменное магнитное поле порождает вихревые токи в среде. Они, в свою очередь, в результате взаимодействия с исходным магнитным полем, генерируют электромагнитную силу, и вихревое течение. На похожем принципе реализованы конструкции электромагнитных перемешивателей [9, 10]. С их помощью осуществляется генерация электромагнитной силы и вихревого течения проводящей жидкости. Для процесса сепарации перемешивание является нежелательным [11] и его действие необходимо снижать. Это можно осуществить на основе информации о характеристиках данных течений. Это и явилось мотивацией данного исследования. Наиболее интенсивные гидродинамические процессы происходят в жидком металле, поэтому основное внимание уделено изучению однофазных течений. Целью работы является получение характеристик колебательных режимов течений, вызванных действием переменного магнитного поля от короткого соленоида.

2. Постановка задачи и методы

В данной работе проведено численное исследование для цилиндрической ячейки с жидким металлом. Исследование проводится с перспективой проведения физического эксперимента. Поэтому геометрия и характеристики для жидкого металла соответствуют параметрам эвтектического сплава (галлий, олово, цинк) [12]. Результаты исследования ниже описываются для частного случая, который является наиболее перспективным для экспериментальной реализации. Высота цилиндрического объема с жидким металлом в ячейке 100 мм, диаметр 76 мм. По середине высоты ячейки расположен короткий соленоид (одиночная катушка) высотой 20 мм, внутренний радиус 48 мм, внешний радиус 138 мм. Катушка подключена к источнику переменного тока частотой 150 Гц.

На жидкий металл воздействует магнитное поле с переменным потоком, вследствие чего возникает вихревой электрический ток. Для однородной среды линии тока будут представлять окружности. Взаимодействие поля и вихревого тока приводит к генерации электромагнитной силы, которая

действует от периферии к центру цилиндра. Такая конфигурация известна под названием пинч [13], но электромагнитная сила не имеет вихревой компоненты только для бесконечно длинных цилиндров и соленоидов. В нашей конфигурации для короткого соленоида неизбежно будет возникать вихревое течение, так как сила имеет вихревую компоненту.

Вихревое течение изучается численно путём математического моделирования. Модель сформулирована на основе уравнений магнитной гидродинамики в безындукционном приближении [14], что позволяет отдельно решать задачу электродинамики и гидродинамики. Турбулентность описывается с помощью полуэмпирических моделей. Решение задачи электродинамики с помощью метода конечных элементов проводится в пакете Ansys Emag, решение задачи гидродинамики проводится в пакете Ansys Fluent. Для обработки результатов применяется язык программирования Python.

3. Результаты

В ходе многовариантных расчётов получена эволюция мгновенных трехмерных полей скорости. На основе обработки каждой эволюции, построены осреднённые поля полоидальной компоненты скорости в аксиальном сечении (рис. 1), зависимости кинетической энергии от времени, а также другие характеристики. Получено, что в исследуемом диапазоне параметров, на первом этапе развития течения происходит рост кинетической энергии (рис. 2), сопровождающийся возникновением полоидального течения тороидальной формы. На втором этапе энергия выходит на стационарное состояние, сопровождающееся возникновением колебательного режима течения. Осреднение проводилось на втором этапе течения.

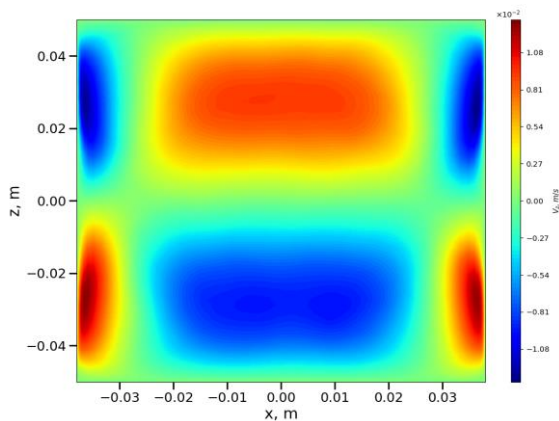


Рис. 1. Осреднённое поле скорости

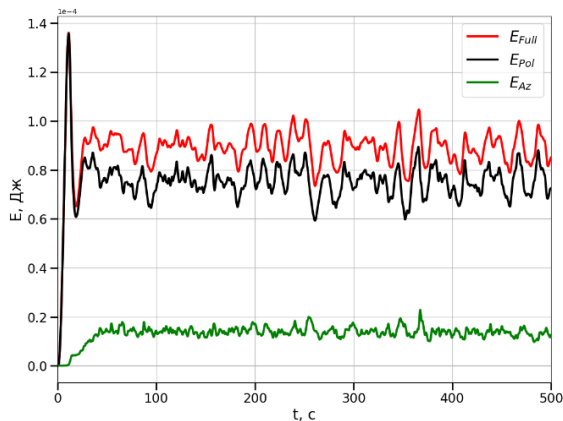


Рис. 2. Полная энергия системы, азимутальная и полоидальная компоненты

Поле скорости характерно картине двухтороидального течения, экспериментальные исследования которого проводили Cramer и др. [15],

возникающего в результате действия бегущего магнитного поля. Энергия системы (рис. 2) представляется в виде суммы полоидальной и азимутальной компоненты. Полоидальная энергия характеризует крупномасштабное течение. При этом было выявлено, что азимутальная компонента энергии значительно меньше полоидальной и обусловлена пульсациями скорости.

При рассмотрении полей скорости можно заметить, что в потоке жидкости распространяются повторяющиеся структуры – крупномасштабные вихри, однако на фурье-спектрах выделенные частоты найти не удалось. Поэтому, для отыскания характерных частот пульсаций использовался вейвлет анализ [16].

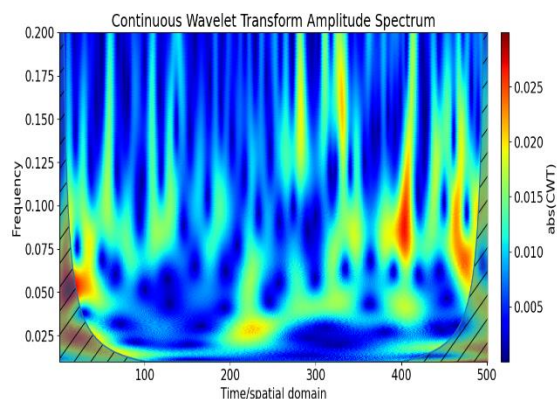


Рис. 3. Вейвлет-спектрограмма пульсации скорости

Вейвлет-спектрограммы пульсации скорости позволяют отслеживать изменения структуры потока со временем. Горизонтальные структуры на спектрограмме соответствуют какой-либо преобладающей частоте в сигнале. В данном случае, вытянутые относительно других структуры прослеживаются в средней части спектрограммы и свидетельствуют о том, что в потоке могут присутствовать колебания с частотой, лежащей в интервале $[0.05, 0.125]$ Гц.

4. Выводы

Численное исследование вихревого течения в цилиндрической ячейке показало, что в изучаемом диапазоне параметров возникают колебательные режимы течения. Анализ возникающего течения показал, что основная крупномасштабная мода имеет двухтороидальную форму, которая хорошо видна на осредненных полях. Пульсации скорости, заметные на мгновенных полях, обусловлены генерацией мелкомасштабных мод течения. Найденная с помощью вейвлет-анализа характерная частота лежит в диапазоне $[0.05, 0.125]$ Гц. Она сопоставима с частотой, связанной с оборотом крупномасштабного полоидального вихря. Таким образом, показано, что с помощью переменного магнитного поля генерируется равновесное течение, на фоне которого возникают мелкомасштабные колебания.

Исследование выполняется за счет гранта Российского научного фонда и Пермского Края № 22-19-20106, <https://rscf.ru/project/22-19-20106/>.

Список литературы

1. Повх, И. Л.; Капуста, А. Б.; Чекин, Б. В. Магнитная гидродинамика в металлургии М.: "Металлургия", 1974, 240.
2. Боришанский, В.; Кутателадзе, С.; Новиков, И. Федынский, О. Жидкометаллические теплоносители М.: Атомиздат, 1967, 300.
3. Повх И. Л., Чекин Б. В. Магнитогидродинамическая сепарация. Киев: "Наукова думка", 1978, 148 с.
4. Kolesnichenko I. Investigation of electromagnetic force action on two-phase electrically conducting media in a flat layer // *Magnetohydrodynamics*, 2013. V. 49. P. 217-222.
5. Mamykin, A.; Losev, G.; Kolesnichenko, I. Model of electromagnetic purification of liquid metal // *Magnetohydrodynamics*, 2021, 57, 73-84.
6. Колесниченко, И. В.; Мамыкин, А. Д.; Лосев, Г. Л. Устройство для очистки расплавленного металла и электролитов от примесей. Патент РФ № 2681092. Зарегистрирован в Гос.реестре изобретений РФ 04.03.2019.
7. Xu, Z.; Li, T. Zhou, Y. Continuous Removal of Nonmetallic Inclusions from Aluminum Melts by Means of Stationary Electromagnetic Field and DC Current *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2007, 38, 1104-1110.
8. Taniguchi, S. Brimacombe, J. Application of pinch force to the separation of inclusion particles from liquid steel *ISIJ International*, 1994, 34, 722-731.
9. Moffatt H. K. Electromagnetic stirring // *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1991. Vol. 3. N. 5. P. 1336–1343. DOI: 10.1063/1.858062.
10. Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I., Nikulin L. The effect of traveling and rotating magnetic fields on the structure of aluminum alloy during its crystallization in a cylindrical crucible // *Magnetohydrodynamics*, 2014. V. 4. P. 249-265.
11. Shu D.; Sun B.; Li K.; Wang J.; Zhou Y. Effects of secondary flow on the electromagnetic separation of inclusions from aluminum melt in a square channel by a solenoid *ISIJ international*, 2002, 42, 1241-1250.
12. Dobosz, A.; Plevachuk, Y.; Sklyarchuk, V. et al. Thermophysical properties of the liquid Ga–Sn–Zn eutectic alloy *Fluid Phase Equilibria*, 2018, 465, 1-9.
13. Курко И. М., Курко Г. Е. Магнитная гидродинамика. Современное видение проблем. М.- Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2009. 632 с.
14. Колесниченко, И. Халилов, Р. Экстремум зависимости напора электромагнитного насоса для жидкого металла от частоты питающего тока // *Вычислительная механика сплошных сред*, 2022, 15, 495-506.
15. Cramer A., Galindo V., Zennaro M. Frequency dependence of an alternating magnetic field driven flow. *Magnetohydrodynamics*, 2015, vol. 51, N. 1, pp. 133–147.
16. Фрик П. Г., Соколов Д. Д., Степанов Р. А. Вейвлет-анализ пространственно-временной структуры физических полей // *Успехи физ. наук*. 2022. Т. 192. С. 69–99. <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.10.038859>.

ЭФФЕКТИВНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КАНА-ХИЛЛАРДА

С. А. Прокопьев^а, А. А. Непомнящий^а, Т. П. Любимова^б

^а Израильский технологический институт – Технион, 32000, Хайфа, Израиль

^б Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе описываются основные проблемы при численном решении уравнения Кана-Хилларда, разрабатывается новый подход, в котором неявный алгоритм модифицируется путем добавления производной химического потенциала по времени с релаксационным параметром. Добавление релаксационного слагаемого не приводит к некорректным результатам и при этом улучшает обусловленность матрицы системы линейных уравнений, что позволяет проводить вычисления со значительно более грубым временным шагом интегрирования.

Ключевые слова: Кан-Хиллард; фазовое поле; численные схемы

EFFICIENT NUMERICAL METHOD FOR SOLUTION OF CAHN-HILLIARD EQUATION

S. A. Prokopen^a, A. A. Nepomnyashchy^a, T. P. Lyubimova^b

^a Technion – Israel Institute of Technology, 32000, Haifa, Israel

^b Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The study deals with the main problems of the numerical solution of Cahn-Hilliard equation. A new approach is developed in which the implicit algorithm is modified by adding the artificial time derivative of the chemical potential with a relaxation parameter. The addition of a relaxation term does not lead to incorrect results and improves the condition number of a matrix of a linear equation system, which makes it possible to perform calculations with a much greater integration time step.

Keywords: Cahn-Hilliard; phase field; numerical schemes

Уравнение Кана-Хилларда (1)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = M \nabla^2 \mu = M \nabla^2 \left(\frac{\partial f}{\partial C} - \varepsilon \nabla^2 C \right), \quad (1)$$

представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных, которое было выведено в [1] для описания процесса диффузии в двухфазной бинарной среде с межфазной границей. Здесь C – концентрация, M, ε – константы модели, f – функция двухъямного

потенциала, $\mu = \frac{\partial f}{\partial C} - \varepsilon \nabla^2 C$ – химический потенциал. В частности, в отличие от классического уравнения диффузии Фика, уравнение Кана-Хилларда позволило описать явление спинодального распада (“spinodal decomposition”) – особой начальной стадии расслоения компонентов многофазной среды.

Уравнение Кана-Хилларда (1) – ключевое уравнение теории фазового поля. Традиционно теория фазового поля использовалась для описания фазовых переходов, процессов кристаллизации / плавления, зародышеобразования (nucleation), роста дендритов, переконденсации (остwaldовское созревание) и др. В 90-х годах XX-ого столетия бурное развитие получило применение теории фазового поля к гидродинамическим процессам. С помощью модифицированных уравнений Навье-Стокса и уравнения Кана-Хилларда (с учетом конвективного переноса) стало возможным по-новому взглянуть на такие классические проблемы как неустойчивости Релея-Тейлора, Кельвина-Гельмгольца, Холмбое, задача о вытеснении одной жидкости другой при течении в капиллярах, всплытие / погружение капли. В частности, при исследовании упомянутых проблем теория фазового поля позволяет эффективно рассмотреть термодинамически неравновесные системы с перемешивающимися компонентами; это приводит к изменению со временем свойств межфазной границы: поверхностного натяжения и капиллярного давления – что в свою очередь влияет на характеристики течения, характер протекания той или иной неустойчивости. Кроме этого, в рамках теории фазового поля возможно моделирование более сложных систем с числом фаз более двух, например, систем с поверхностно-активными веществами (вода-масло-ПАВ).

На сегодняшний день спектр применений уравнения Кана-Хилларда весьма широк и не ограничивается сугубо физико-химическими задачами, он включает восстановление поврежденных изображений [1], популяционная динамика [3], формирование колец Сатурна [4], рост раковых опухолей [4], формирование минералов [6] и другое.

В каждой конкретной задаче уравнение Кана-Хилларда, безусловно, может иметь свои особенности. Например, в популяционной динамике [3] нелинейная часть дополняется «реакционным» слагаемым (аналогично тому, как модели «реакции-диффузии» отличаются от классической диффузии Фика). Однако существенным остается тот факт, что порядок уравнения, который определяется старшей производной, не меняется. Наличие четвертой производной (в многомерном случае будут иметься также смешанные производные четвертого порядка) является значительной трудностью при решении уравнения Кана-Хилларда.

Как известно, численные методы решения дифференциальных уравнений делятся на две большие группы: явные и неявные. Явные

алгоритмы просты в реализации, легко и эффективно распараллеливаются, и не требуют большого количества памяти. Их недостатком является устойчивость, которая сильно зависит от шага интегрирования. При этом для уравнения Кана-Хилларда ограничение на шаг по времени намного сильнее, чем для обычного уравнения диффузии Фика, как раз в силу четвертой производной: $\tau \sim h^4$ (τ – шаг по времени, h – шаг по пространству). Здесь речь идет, конечно, о модели без учета конвективного слагаемого, в противном случае устойчивость системы зависит также от величины конвективного потока. Кроме того, отметим, что наличие межфазной границы в теории фазового поля обычно требует хорошего пространственного разрешения. Таким образом, при использовании явных методов для решения уравнения Кана-Хилларда, зачастую приходится проводить вычисления с крайне малым временным шагом интегрирования.

Неявные методы сложнее в программной реализации, чем явные, и зачастую требуют хранения в памяти больших матриц, но они позволяют проводить вычисления со значительно большим шагом интегрирования. При этом уравнение Кана-Хилларда можно рассматривать либо как на одно уравнение четвертого порядка (1), либо как два уравнения второго порядка:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = M \nabla^2 \mu, \quad \mu = \frac{\partial f}{\partial C} - \varepsilon \nabla^2 C. \quad (2)$$

При практическом использовании одного уравнения четвертого порядка возникают следующие сложности в реализации алгоритма. Если для дискретизации выбран метод конечных (контрольных) объемов, то на границах контрольных объемов возникает поток $\text{grad}(\nabla^2 C)$. В одномерном случае это всего лишь третья производная концентрации по координате, что не является большой трудностью, но в многомерном пространстве для дискретизации данного слагаемого необходимо использовать интерполяцию между множеством узлов. Реализация алгоритма становится особенно трудоемкой при применении динамических сеток, что является весьма логичным при исследовании задач в рамках теории фазового поля, поскольку подробное пространственное разрешение требуется не во всей области, а лишь вблизи межфазной границы. Сложность возникает также при рассмотрении граничных условий, где отдельно приходится аппроксимировать приграничные ячейки области (что также существенно труднее при сложной геометрии, динамических сетках и пр.).

Вследствие вышеизложенных обстоятельств, на практике зачастую используется другой подход, в котором рассматриваются два уравнения второго порядка. Дискретный аналог уравнений (2) в одномерном случае записывается в следующем виде:

$$\begin{cases} C_i^n - \alpha (\mu_{i-1}^n - 2\mu_i^n + \mu_{i+1}^n) = C_i^{n-1} \\ \mu_i^n - \beta (C_{i-1}^n - 2C_i^n + C_{i+1}^n) = f_i^{n-1} \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $\alpha = M\tau/h^2$, $\beta = -\varepsilon/h^2$. Систему уравнений (3) можно представить в матричном виде $Ax = b$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \ddots & -\alpha & 2\alpha & -\alpha \\ \vdots & 1 & \ddots & 1 & \vdots \\ \beta & -2\beta & \beta & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} C_i^n \\ \vdots \\ \mu_i^n \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} C_i^{n-1} \\ \vdots \\ f_i^{n-1} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Подводным камнем данного подхода является тот факт, что матрица A зачастую оказывается плохо обусловленной. Обусловленность матрицы, конечно, зависит от значений параметров, входящих в коэффициенты α и β , причем в большинстве случаев $\beta \gg \alpha$. С другой стороны, обусловленность матрицы можно контролировать путем изменения шага τ . На практике часто оказывается, что при прямом решении системы (3) с помощью итерационного метода шаг интегрирования τ приходится брать сопоставимым по величине с шагом интегрирования в явном методе, что, конечно же, нивелирует все достоинства неявных алгоритмов. В литературе имеется множество вариантов улучшения неявной процедуры расчета, которые позволяют улучшить устойчивость численного решения системы (3). Некоторые из них нетривиальны в своей реализации и требуют серьезной модификации методики расчета [7], другие подходы [8], по-нашему мнению (и согласно нашим тестовым расчетам), не являются эффективными.

В настоящей работе нами представлен подход, при котором обусловленность матрицы A (уравнение (4)) улучшается путем добавления в уравнение для химического потенциала временной производной с релаксационным параметром: $k\tau(\partial\mu/\partial t)$, где τ – шаг интегрирования, k – эмпирический параметр. Система уравнений (3) переписывается в следующем виде:

$$\begin{cases} C_i^n - \alpha(\mu_{i-1}^n - 2\mu_i^n + \mu_{i+1}^n) = C_i^{n-1} \\ \mu_i^n - \beta^*(C_{i-1}^n - 2C_i^n + C_{i+1}^n) = \frac{f_i^{n-1} + (k-1)\mu_i^{n-1}}{k} \end{cases} \quad (5)$$

где $\beta^* = \beta/k$. Плохая обусловленность матрицы A в значительной степени определяется нижней левой субматрицей, в которую входит коэффициент β . Идея, заложенная при трансформации от (3) к (5), заключается именно в том, чтобы уменьшить значения коэффициентов β , тем самым уменьшая число обусловленности матрицы A . При этом при относительно небольших значениях k (~ 10) удастся добиться того, чтобы одновременно слагаемое $k\tau(\partial\mu/\partial t)$ оставалось малым и не вносило существенных искажений в результат вычислений и обусловленность матрицы A существенно

улучшалась, позволяя использовать значительно более грубый (большой) шаг интегрирования τ .

На Рис. 1 представлены максимальные значения шага интегрирования τ , при которых сохраняется устойчивость численного решения. Обыкновенная неявная схема (см. уравнения (3)), при выбранных параметрах, оказывается примерно в два раза медленнее, чем явная. Однако модифицированная система уравнений (5) позволяет существенно ускорить расчет. Хорошая точность решения сохраняется при относительно небольших значениях k (~ 10). С дальнейшим ростом параметра k в системе появляются нефизические осцилляции, это обстоятельство не влияет на конечное стационарное состояние (если таковое имеется), однако описание эволюции системы становится неточным.

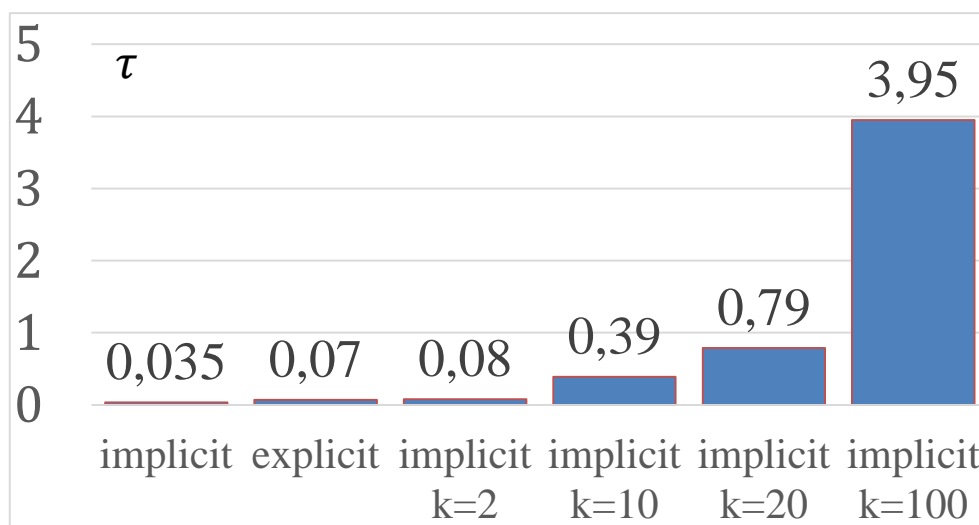


Рис. 1. Максимальный шаг интегрирования для устойчивого численного решения системы (5). Параметры: $\varepsilon = 10^{-3}$, $M = 0.5 \cdot 10^{-4}$, $h = 2.0/150$

Исследование выполнено при финансовой поддержке Израильского Научного Фонда (грант № 843/18).

Список литературы

1. Cahn J. W., Hilliard J. E. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy // J. Chem. Phys. 1958. Vol. 28. no. 2. P. 258-267.
2. Bertozzi A., Esedoglu S., Gillette A. Inpainting of binary images using the Cahn-Hilliard Equation // IEEE Trans Image Process. 2007. Vol. 16. P. 285-91.
3. Cohen D., Murray J. M., A generalized diffusion model for growth and dispersion in a population // J. Math. Biol. 1981. Vol. 12. P. 237-249.
4. Tremaine S. On the origin of irregular structure in Saturn's rings // Astron. J. 2003. Vol. 125. P. 894-901.

5. *Ebenbeck M., Garcke H., Nürnberg R.* Cahn–Hilliard–Brinkman systems for tumour growth // *Discrete and Continuous Dynamical Systems–S.* 2021. Vol. 14. P. 3989-4033.
6. *Kuhl E, Schmid D. W.* Computational modeling of mineral unmixing and growth // *Comput. Mech.* 2007. Vol. 39. P. 439–451.
7. *Shen J., Xu J., Yang J.* The scalar auxiliary variable (SAV) approach for gradient flows // *Journal of Computational Physics.* 2018. Vol. 353. P. 407-416.
8. *Lee S., Lee Ch., Lee H. G., Kim J.* Comparison of different numerical schemes for the Cahn-Hilliard equation // *Journal of the Korean Society for Industrial and Applied Mathematics.* 2013. Vol. 17. P. 197–207.

ГИСТЕРЕЗИС СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ВИБРАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

В. А. Рачев^a, А. Н. Шарифулин^a, Т. П. Любимова^b

^a Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Численно методом конечных разностей исследовано влияние плавного циклического изменения вибрационного числа Грасгофа на структуру и устойчивость осредненных течений воздуха, воды и трансформаторного масла в цилиндрических слоях с отношениями радиуса внешнего цилиндра к радиусу внутреннего 2, $5/3$ и $3/2$. Слой совершает вибрации, перпендикулярные к его границам, границы слоя полагаются твердыми и изотермическими, с заданным перепадом температур. Расчеты, проведенные в интервале вибрационных чисел Грасгофа до 10^4 показали, что перестройки структуры многовихревых осредненных течений в слое могут происходить гистерезисным образом и приводить к кризису теплопередачи.

Ключевые слова: тепловая конвекция; цилиндрический слой; вибрации; гистерезис

HYSTERESIS OF STATIONARY REGIMES OF VIBRATIONAL-CONVECTIVE FLOW IN A CYLINDRICAL LAYER IN WEIGHTLESSNESS

V. A. Rachev^a, A. N. Sharifulin^a, T. P. Lyubimova^b

^a Perm National Research Polytechnical University,
Komsomolsky ave. 29, 614990, Perm

^b Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Science, 614013, Perm, Academician Korolev st., 1,

The effect of a smooth cyclic change in the vibrational Grashof number on the structure and stability of the average flow of air, water, and transformer oil in a cylindrical layer with a ratio of the outer cylinder radius to the inner cylinder radius of 2, $5/3$, and $3/2$ is studied numerically by the finite difference method. The layer performs vibrations perpendicular to its boundaries, the boundaries are assumed to be solid and isothermal, with a prescribed temperature difference. Calculations carried out in the range of vibrational Grashof numbers up to 10^4 have shown that transformations of the structure of multivortex average flows in a layer can occur in a hysteretic manner and lead to a heat transfer crisis.

Keywords: thermal convection; annuli; vibrations; hysteresis

1. Введение

Изучение вибрационной конвекции в цилиндрических слоях актуально в связи с технологическими экспериментами как в земных условиях, так и в условиях орбитальных станций [1]. Теоретическое изучение вибрационной конвекции в цилиндрическом слое начато в [2-3]. В этих работах рассмотрена вибрационная конвекция в невесомости в зазоре между нагретыми до различных температур изотермическими цилиндрами для значения числа Прандтля $Pr = 1$. Жидкостей и газов с таким значением числа Прандтля не существует, поэтому в настоящей работе значения числа Прандтля полагались равными 0.7, 7 и 14, что соответствует воздуху, воде и трансформаторному маслу соответственно.

2. Постановка задачи

Рассмотрим полость имеющую форму бесконечного цилиндрического слоя, заключенного между коаксиальными цилиндрами с радиусами $r_1 = A \cdot d$ и $r_2 = (A+1) \cdot d$. На границах слоя, т.е. при $r = r_1$ и $r = r_2$ поддерживаются постоянные температуры T_1 и $T_2 = T_1 + \Theta$, соответственно, Θ — перепад температур. Плотность окружена массивом, температуропроводность которого много больше температуропроводности жидкости χ . Коэффициент теплового расширения жидкости β и ее кинематическая вязкость ν постоянны. Здесь \mathbf{i} — орт оси x декартовой системы координат (x, y, z) (от его направления отсчитываются все угловые координаты), \mathbf{k} — единичный вектор, указывающий направление вибраций, вдоль оси y . Вводится цилиндрическая система координат (r, ϑ, z) , связанная с декартовой соотношениями: $x = r \cos \vartheta$, $y = r \sin \vartheta$, $z = z$.

Будем считать, что частота вибраций достаточно велика и для рассмотрения поведения жидкости использовать уравнения вибрационной конвекции [7], хорошо обоснованные, как теоретически, так и экспериментально. Скорость, температура и давление в системе координат, связанной с полостью, представляются в виде сумм двух слагаемых $\mathbf{v} + \boldsymbol{\eta}$, $T + \zeta$ и $p + \delta$, где \mathbf{v}, T и p — осредненные величины, медленно меняющиеся во времени, а $\boldsymbol{\eta}, \zeta$ и δ — пульсационные величины, осциллирующие с частотой ω .

Будем считать, что жидкость совершает плоское движение, и вместо осреднённой скорости введем функцию тока ψ и завихренность ϕ , определённые в цилиндрической системе координат (r, ϑ, z) следующими соотношениями:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \phi = (\text{rot} \mathbf{v})_z.$$

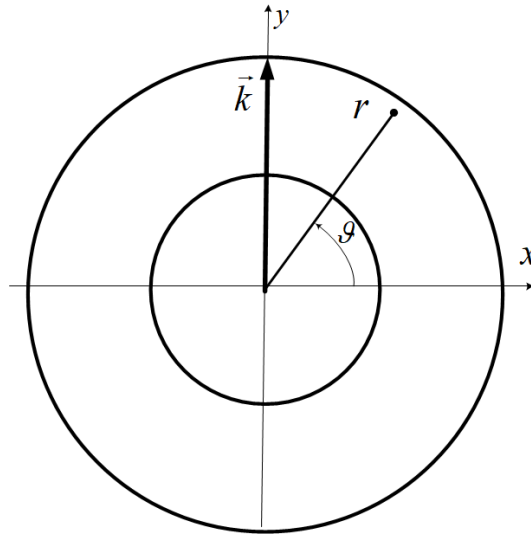


Рис. 1. Геометрия задачи о вибрационной тепловой конвекции в цилиндрическом слое

Стационарные уравнения для осреднённых величин в цилиндрической системе координат в форме Гельмгольца, т.е. в терминах ψ, φ, T , в безразмерной форме запишутся в виде:

$$\begin{aligned}
 \nu \nabla \varphi &= \Delta \varphi + \text{Gr}_v (\nabla (\mathbf{W} \cdot \mathbf{k}) \times \nabla T)_z, \\
 \nu \nabla T &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \\
 \nabla \cdot \mathbf{W} &= 0, \\
 \Delta F &= (\mathbf{k} \times \nabla T)_z \\
 \Delta \psi + \varphi &= 0, \\
 \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial g^2}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В систему (1) входят вибрационное число Грасгофа Gr_v и число Прандтля Pr :

$$\text{Gr}_v = \frac{1}{2} \left(\frac{a \beta \omega \Theta d}{\nu \chi} \right)^2, \text{Pr} = \frac{\nu}{\chi},$$

все величины безразмерные, Δ - оператор Лапласа. В качестве единиц длины, времени, скорости выбраны: толщина зазора d , d^2/ν , ν/d ; \mathbf{W} – соленоидальная часть векторного поля $T\mathbf{k}$, имеющая смысл амплитуды пульсационной составляющей скорости, для нее введена функция тока F . На поверхностях цилиндров должны выполняться граничные условия [2,3]

$$r = a, a+1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = F = 0, T = 1, 0. \tag{2}$$

Решение задачи (1)-(2) получалось методом сеток. Использовались итерационный метод решения стационарных уравнений [4] с 32 узлами по радиусу и 128 по угловой координате. Расчеты проведены для трех значений безразмерного радиуса внутреннего цилиндра $a = 1, 1.5$ и 2 .

3. Результаты расчетов

На рис. 2 приведена зависимость максимального по модулю значения функции тока в первой четверти цилиндрического слоя с воздухом ($Pr = 0.7$) для случая, когда радиус внутреннего цилиндра равен толщине слоя, т.е. $a = 1$. На врезках приведены изолинии полученных стационарных решений для четырех значений вибрационного числа Грасгофа, показывающие характерные состояния системы. Во всем рассмотренном интервале значений вибрационного числа Грасгофа стационарные решения получались симметричными относительно плоскостей $\vartheta = 0^\circ$ и $\vartheta = 90^\circ$, поэтому на врезках приведены лишь четвертинки слоя.

В области чисел Грасгофа $0 \leq Gr_v \leq 3000$ в соответствии с аналитическими расчетами в стоксовом приближении [2,3] в слое наблюдается двухэтажная структура с четырьмя слабыми вихрями вблизи внутреннего цилиндра (вкладка 1, соответствующая $Gr_v = 1000$). Увеличение вибрационного числа Грасгофа приводит к нарушению двухслойности, так что при $Gr_v = 7500$ (см. врезку 2) она остается лишь в области углов $45^\circ \leq \vartheta \leq 135^\circ$ и $-135^\circ \leq \vartheta \leq -45^\circ$. Дальнейшее увеличение вибрационного числа Грасгофа

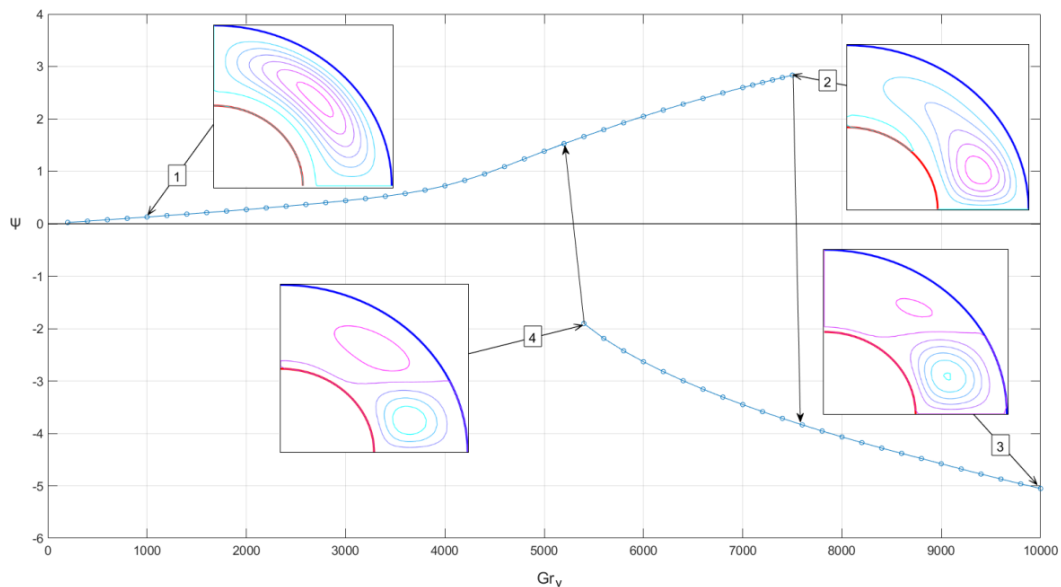


Рис. 2. Зависимость максимального по величине значения функции тока от вибрационного числа Грасгофа в цилиндрическом слое с воздухом при аспектном отношении 2:1 ($a=1$)

приводит к жесткой перестройке структуры осредненного течения и формированию в области углов близкой к $\vartheta = 0^\circ$ и $\vartheta = 180^\circ$ пар интенсивных вихрей с противоположной закруткой. Это, возникшее в результате бифуркации, состояние при увеличении числа Грасгофа становится более интенсивным, но слабо меняет свою структуру (см. врезку 3, соответствующую $Gr_v = 10000$). Уменьшение числа Грасгофа приводит к обратной бифуркации (см. врезку 4, соответствующую $Gr_v = 5400$). Расчеты показали, что гистерезисные переходы сопровождаются кризисом теплопередачи.

4. Заключение

Найдено, что смена режимов вибрационной конвекции может происходить гистерезисным образом. Расчеты для других, заявленных выше, значений аспектного отношения и числа Прандтля показали, что подобные гистерезисные переходы также реализуются, но глубина гистерезиса может существенно меняться.

Список литературы

1. Zyuzgin A. V., Putin G. F., Ivanova N. G., et al., Adv. Space Res., vol.32, N 2, 205 (2003).
2. Шарифулин А. Н. О конвективном движении в вибрационном поле при невесомости. – В кн.: Гидрогазодинамика и теплообмен в конденсированных средах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1981, с. 51-53.
3. Шарифулин А. Н. Численное исследование конечноамплитудной вибрационной конвекции в цилиндрическом слое. В кн. Конвективные течения. Пермь: Пермск.пед. ин-т, 1983, с.102-107.
4. Шарифулин, А. Н. Вибрационная конвекция в цилиндрической полости в невесомости при произвольных ориентациях направления подогрева В кн. Конвективные течения. – Пермь: Пермск.пед. ин-т. – 1981.– С. 22– 29.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛНОВЫХ АТТРАКТОРОВ

Я. Е. Рудая^a, Н. Д. Шмакова^a, Е. В. Замараева^a, А. В. Чеботников^a, О. А. Бойко^a,
Е. В. Ерманиук^a, И. Н. Сибгатуллин^{b,c}

^a Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Лаврентьева, 15

^b Килский университет, Стаффордшир, ST5 5AA, Великобритания

^c Лионский университет, ENS de Lyon, CNRS,
Laboratoire de Physique, F-69342 Lyon, Франция

Проведено экспериментальное исследование интегральных характеристик квази-двумерных аттракторов (1,1) внутренних волн, генерируемых угловыми колебаниями вертикальной пластины в линейно стратифицированной жидкости. Установленные на пластину датчики момента силы и линейных перемещений позволяют непосредственно измерить мощность, подводимую к системе. Одновременно происходила регистрация генерируемых волн при помощи синтетического шлирен-метода и метода PIV. Для фильтрации волн на определенных частотах и для определенных направлений волновых векторов использовано преобразование Гильберта. Поля скорости и возмущений градиента плотности вычислены с помощью кросс-корреляции изображений. Показано, что при увеличении амплитуды колебания пластины аттрактор становится неустойчивым, возникает триадный резонанс. Проведено сравнение мощностей, полученных тремя способами: вычисленных из данных, полученных с датчика момента силы, из экспериментальных полей скорости и из численных расчетов.

Ключевые слова: внутренние волны; аттракторы; нагнетаемая мощность

STUDY OF INTEGRAL CHARACTERISTICS OF WAVE ATTRACTORS

Y. E. Rudaia^a, N. D. Shmakova^a, E. V. Zamaraeva^a, A. V. Chebotnikov^a,
O. A. Boiko^a, E. V. Ermaniuk^a, I. N. Sibgatullin^b

^a Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS,
15, Lavrentyev ave., 630090, Novosibirsk

^b Keele University, Staffordshire, ST5 5AA, United Kingdom

^c Univ Lyon, ENS de Lyon, CNRS, Laboratoire de Physique, F-69342 Lyon, France

Quasi-two-dimensional internal wave attractors (1,1) generated by angular oscillations of the vertical plate in linearly stratified fluid are investigated experimentally. Momentum and linear motion sensors attached to the vertical plate allow to measure the power directly in the system. At the same time, the generated waves were registered using Synthetic Schlieren method and PIV method. Hilbert transformation was used to filter waves on certain frequencies and wave vector directions. Fields of the density gradient perturbations and velocity were computed by cross-correlating images. It was shown that for increasing oscillation amplitude of the plate the wave attractor becomes

unstable and the triadic resonance instability is generated. We compare injected power in the system using three methods: calculated from the data obtained from the energy sensor, from experimental velocity fields and from numerical calculations.

Keywords: internal waves; attractors; injected power

Введение

Исследование внутренних волн имеет множество приложений в геофизике и климатологии [1]. Внутренние волны в океане возникают в стратифицированной жидкости при взаимодействии приливных течений с рельефом океанического дна. В лабораторных экспериментах часто рассматривается система отсчета, связанная с приливным течением, т.е. жидкость находится в покое, а колебания осуществляет погруженное в жидкость тело. Дисперсионное соотношение для таких волн имеет вид

$$\frac{\omega}{N} = \sin \theta, \quad (1)$$

где ω – частота колебания, N – частота плавучести, θ – угол распространения волны с горизонталью.

Из дисперсионного соотношения (1) следует специфический закон отражения волновых лучей от наклонной стенки: падающая и отраженная волны распространяются под одним и тем же углом к вектору силы тяжести, что приводит к фокусировке волновой энергии. При определенном сочетании геометрии области и угла распространения волновых лучей фокусировка может привести к концентрации энергии волн вблизи замкнутых геометрических конфигураций, называемых волновыми аттракторами [2].

Описание экспериментальной установки и методы обработки данных

Экспериментальная установка представляет собой резервуар из оргстекла длиной 110 см, шириной 23 см и глубиной 50 см, с наклоненными под углом 32° боковыми стенками и помещенной в центре пластиной, совершающей колебания с определенными амплитудой и частотой. На пластине закреплены датчики линейных перемещений и момента силы. Колебания пластины в однородно-стратифицированной жидкости генерируют два симметричных волновых аттрактора.

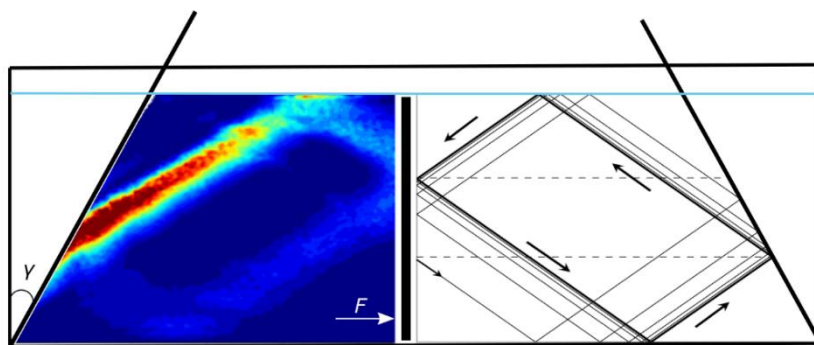


Рис. 1. Схематическое изображение экспериментальной установки

Схематичное изображение установки показано на рис. 1, где слева представлено изображение волнового аттрактора, а справа – результат расчета по лучевой теории. Было проведено 3 эксперимента, используя синтетический шлирен-метод [3], и 3 эксперимента, используя метод PIV [4], в трапециевидной геометрии с разными параметрами солёности и частоты колебаний. В таблице 1 представлены значения амплитуды, частоты плавучести и частоты колебаний, при которых были проведены эксперименты. Были получены качественные и количественные характеристики волновых аттракторов. Также были получены данные о нагнетаемой в систему мощности, обнаружены вторичные волны, на основной частоте колебаний, вектор фазовой скорости которых направлен противоположно вектору фазовой скорости основных волн в той же ветви аттрактора. Исследовано возникновение триадного резонанса при различных амплитудах колебания генератора посредством построения частотно-временных характеристик, а также его влияние на разрушение аттрактора.

Табл. 1. Методы визуализации изображений и соответствующие им амплитуды экспериментов, частоты плавучести и частоты колебаний

Амплитуда (мм)	ω (рад/с)	N (рад/с)
Синтетический шлирен-метод		
0.76	0.47	0.76
2.56		
3.51		
Метод PIV		
0.5	0.49	0.8
2.5		
3.5		

Триадный резонанс

Используя преобразование Гильберта по времени для данных, полученных с помощью шлирен и PIV-методов для амплитуды $A = 2.56$ мм и $A = 2.5$ мм, были найдены значения безразмерных частот для основной волны $\omega_0/N = 0.61$ и для двух дочерних волн $\omega_1/N = 0.22$ и $\omega_2/N = 0.39$ ($\omega_0/N = 0.63$, $\omega_1/N = 0.23$ и $\omega_2/N = 0.38$, соответственно).

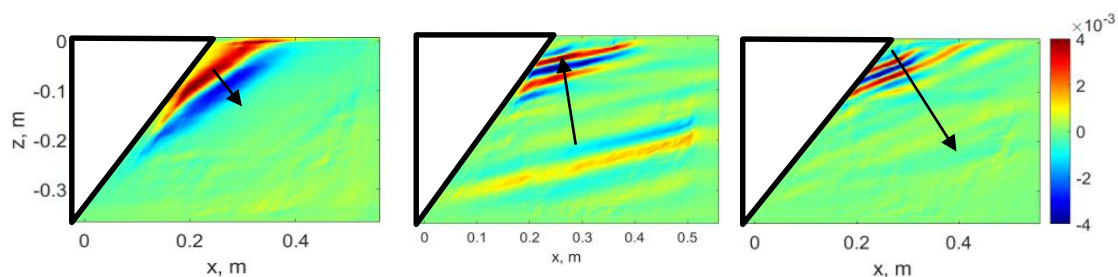


Рис. 2. Демонстрация преобразования Гильберта для трех волновых векторов для PIV метода. Цветом показана компонента вертикальной скорости в м/с, стрелками указаны направления волновых векторов

Далее, для каждой частоты используя преобразование Гильберта по пространству, поле вертикальной скорости было отфильтровано для определенных направлений волновых векторов (рис. 2).

Были проверены два условия формирования триадного резонанса: сумма частот и волновых векторов вторичных волн равна, соответственно, частоте и волновому вектору исходной волны для амплитуд 2.5 мм и 3 мм для синтетического шпирен метода и PIV. Показано, что эти условия выполняются в пределах экспериментальной погрешности (величина погрешности 5%).

Нагнетаемая в систему мощность

Нагнетаемая в систему мощность была посчитана тремя различными способами: 1) напрямую из данных с датчика момента силы, закрепленного на пластине, 2) из двумерных численных данных и 3) из экспериментальных полей скорости по методике, описанной в [5]. Целью подсчета нагнетаемой в систему мощности несколькими способами является сравнение полученных результатов между собой для дальнейшего применения к различным задачам, связанным с генерацией и диссипацией внутренних волн. Графики мощности изображены на рис. 3.

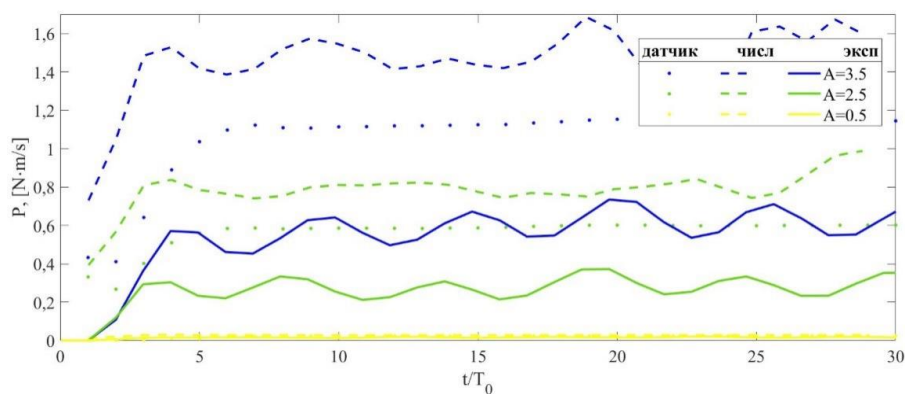


Рис. 3. Графики мощностей, посчитанных из данных с датчика (точки), из численных данных (пунктирные линии) и из экспериментальных данных (сплошные линии) на разных амплитудах: голубой – 3.5, зеленый – 2.5, желтый – 0.5

Наблюдается хорошее совпадение между тремя методами на малых амплитудах, в линейном режиме. При увеличении амплитуды растет разброс между результатами в силу особенностей методов. При амплитуде колебания $A = 3.5$ мм разница между мощностями из численных расчетов и из экспериментальных данных составляет около 60%, что соответствует разнице между амплитудами в 30%. Такое расхождение в нелинейном режиме обуславливается тем, что численные данные двумерные, то есть в расчетах не учитывается диссипация на продольных стенках, которая присутствует в эксперименте. Разница между мощностями с датчика и из экспериментальных данных объясняется тем, что, при использовании экспериментальных данных оценка мощности производится для центральной плоскости, в которой осуществляется визуализация течения и измерены поля скорости, а датчик регистрирует момент, действующий на всю пластину. Таким образом, в задачах о расчете поступающей в систему мощности на основе данных о полях скорости, необходимо либо вводить поправки, учитывающие расхождение полученных значений с реальной мощностью, либо проводить трехмерные эксперименты и расчеты.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 23-41-00090.

Список литературы

1. *Ferrari, R.* What goes down must come up // *Nature*. – 2014. – 513. – 179–180.
2. *Maas, L. R. M., Benielli, D., Sommeria, J., Lam, F.-P. A.* Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // *Nature*. – 1997. – 388. – 557–561.
3. *B. R. Sutherland, S. B. Dalziel, G. O. Hughes, P. F. Linden* Visualization and measurement of internal waves by 'synthetic schlieren'. Part 1. Vertically oscillating cylinder // *Journal of Fluid Mechanics*, 390: 93-126, 1999.
4. *J. Westerweel* Fundamentals of digital particle image velocimetry // *Measurement Science and Technology*, 8: 1379–1392, 1997.
5. *Geraldine Davis.* Attracteurs d'ondes internes de gravité : des résonances en cascade: une approche expérimentale des régimes linéaire et non linéaire. Université de Lyon, 2019.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УЛЬТРАЗВУКА НА ГЕНЕРАЦИЮ И КОЛЛАПС ВОЗДУШНЫХ ПУЗЫРЬКОВ В РАСТВОРАХ ПАВ

А. Д. Садовникова^a, В. А. Галишевский^a, К. А. Рыбкин^a, М. О. Кучинский^a,
Т. П. Любимова^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Работа посвящена экспериментальному исследованию влияния ультразвука на генерацию и динамику и разрушение воздушных пузырьков в растворах поверхностно-активных веществ и соли NaCl, а также описанию эффекта разбрызгивания в момент отключения ультразвука. Эксперименты для растворов NaCl и sodium dodecyl sulfate (SDS) различной концентрации показали возможность управления диаметром и количеством образующихся воздушных пузырьков. Исследовано воздействие ультразвука на раствор с фиксированной концентрацией ПАВ, получен эффект разбрызгивания, предложены гипотезы причин возникновения наблюдаемого процесса.

Ключевые слова: воздушные пузырьки; ПАВ; ультразвук; коллапс

INVESTIGATION OF THE EFFECT OF ULTRASOUND ON THE GENERATION AND COLLAPSE OF AIR BUBBLES IN SURFACTANT SOLUTIONS

A. D. Sadovnikova^a, V. A. Galishevskiy^a, K. A. Rybkin^a, M. O. Kuchinskiy^a,
T. P. Lyubimova^{a,b}

^aPerm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The work is devoted to the experimental study of the effect of ultrasound on the generation and dynamics and destruction of air bubbles in solutions of surfactants and NaCl salts, as well as the description of the effect of spraying at the time of ultrasound shutdown. Experiments for solutions of NaCl and sodium dodecyl sulfate (SDS) of different concentrations have shown the possibility of controlling the diameter and number of air bubbles formed. The effect of ultrasound on a solution with a fixed concentration of surfactants was studied, the effect of spraying was obtained, hypotheses of the causes of the observed process were proposed.

Keywords: air bubbles; surfactants; ultrasound; collapse

Введение

Акустическая кавитация – это создание или расширение ранее

существовавших полостей в жидкости с образованием пузырьков в присутствии ультразвука (УЗ) [1]. Термин «кавитация» также используется в широком смысле, чтобы охватить другие вызванные УЗ эффекты, такие как схлопывание пузырьков, приводящее к излучению света (сонолюминесценция) и рост пузырьков за счет выпрямленной диффузии [2].

Увеличение объема парогазового пузырька в присутствии поверхностно-активных веществ (ПАВ) под воздействием УЗ может быть обусловлено не только явлением выпрямленной диффузии; его причиной также может послужить коалесценция и реакция диспропорционирования - рост более крупного пузыря за счет диффузии газа из более мелких соседних пузырьков, иначе называемая созреванием Оствальда. В сложных системах не выделяют единственную причину роста пузырька, а говорят, что увеличение объема пузырька происходит за счет комбинации нескольких вышеупомянутых процессов. В работе [3] было обнаружено, что присутствие растворенных ПАВ существенно увеличивает скорость ректифицированной диффузии, наиболее вероятная причина данного явления заключается в том, что поверхностно-активные растворенные вещества вызывают акустические потоки на поверхности пузырьков даже при отсутствии колебаний поверхности, что способствует большему количеству ректификации газа в пузырь. Данная гипотеза впоследствии была подтверждена экспериментально.

Еще одна причина воздействия УЗ на изменение диаметра пузырьков заключается в том, что звуковые волны приводят к пульсации их поверхностей под действием первичной силы Бьеркнеса, вторичная же сила Бьеркнеса позволяет пузырькам, в зависимости от размера находящимся в узлах или пучностях стоячей волны, коалесцировать или, наоборот, отталкиваться друг от друга. Добавление таких реагентов как SDS и NaCl затрудняет процесс коалесценции: присутствие электролита приводит пузырьки в тесный контакт, уменьшается электростатическое отталкивание, что способствует процессу кластеризации и увеличивает акустический импеданс и в итоге количество активных пузырьков становится значительно меньше [2].

В связи с большим количеством возникающих под действием УЗ эффектов, которые трудно пронаблюдать в процессе эксперимента или описать теоретически (включая вышеописанные), изучение динамики пузырька вблизи твердой поверхности представляет собой довольно обширную область для исследований. Большой интерес представляет явление устойчивого выброса микропузырьков в момент схлопывания, когда нарушается симметрия сферического поля давления около пузыря (например, вблизи твердой стенки), такое явление называется эффектом разбрызгивания [4]. В некоторых случаях микропузырьки после разбрызгивания притягиваются обратно к «родительскому» пузырю или группируются между

собой; при высокой концентрации ПАВ пузырьки начинают беспорядочное движение, вследствие которого не происходит разбрызгивания, вместо этого за крупными пузырьками, достигающими определенного размера, остается плотный «след» из микропузырьков. Авторами статьи [2] отмечается, что обсуждение полученных результатов экспериментов было ограничено ввиду малого количества освещенных результатов по данной теме.

Таким образом, обзор доступной литературы на тему динамики газовых пузырьков под воздействием УЗ, в особенности явления разбрызгивания, показал, что, несмотря на довольно частое упоминание, детального описания процесса и обсуждения результатов экспериментов произведено не было. Целью настоящей работы является экспериментальное исследование воздействия УЗ на газовые пузырьки в присутствии растворенных реагентов, а также получение эффекта разбрызгивания с его дальнейшим описанием.

Описание экспериментальной установки и методика обработки результатов измерений

В работе использовалась кювета сложной геометрической формы, которая была изготовлена из акрила толщиной 3 мм (рис. 1а). Для генерации пузырьков применялись асимметрично смачиваемая мембрана, водяной насос, воздушный компрессор. Насос создавал сдвиговый поток жидкости, срывающий с поверхности мембраны воздушные пузырьки, таким образом происходила их генерация в правой части кюветы, после этого пузырьки попадают под действие УЗ (28 кГц) в центральной части и снова вместе с жидкостью попадают в магистраль насоса. Дополнительный источник УЗ (20 кГц), располагался вблизи стенки кюветы. Пузырьки регистрировались с помощью высокоскоростной камеры, оснащенной телецентрическим макрообъективом, с контровым источником света. Полученные изображения (рис. 1б) проходили процесс программной обработки, по результатам которой были построены гистограммы распределения пузырьков по диаметру.

Результаты экспериментов и обсуждение

В первую очередь были проведены эксперименты без использования УЗ в присутствии различных концентраций sodium dodecyl sulfate (SDS) и NaCl. На построенных в результате программной обработки гистограммах видно, что в растворе SDS при увеличении концентрации от 0 до 3.5 ммоль/л наблюдается уменьшение среднего диаметра пузырьков при одновременном увеличении их количества (рис. 2а). При дальнейшем увеличении концентрации происходит помутнение раствора вследствие явлений высаливания и мицеллообразования, дальнейшая регистрация эксперимента не представляется возможной.

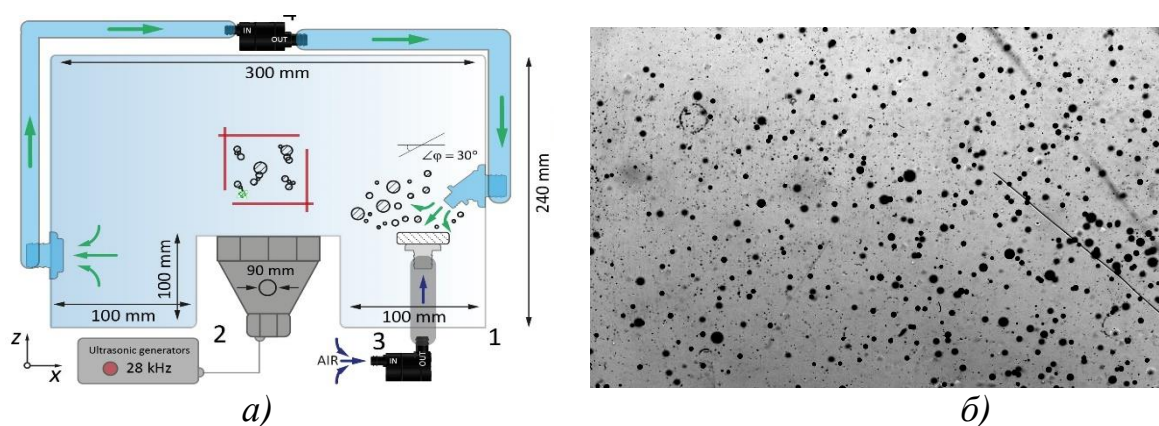


Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) Регистрируемое камерой изображение, подвергающееся программной обработке

Использование раствора соли NaCl приводит к увеличению объемной концентрации пузырьков и их среднего диаметра. Эксперименты с совместным использованием SDS и NaCl продемонстрировали ингибирование влияния SDS на уменьшение размера пузырьков, при этом гистограмма распределения по диаметру повторяет распределение при нулевой концентрации реагентов, однако общее количество пузырьков значительно превышает первоначальное (рис. 2б).

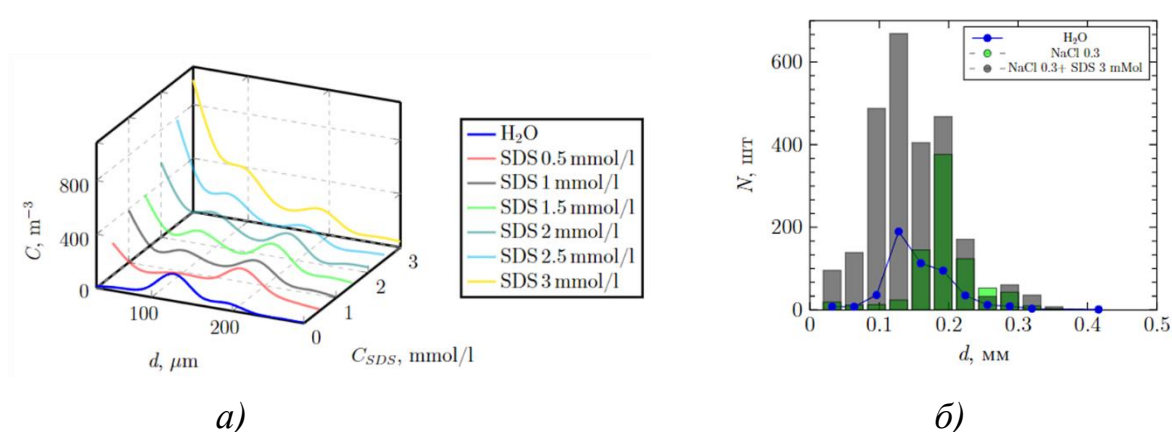


Рис. 2. Распределение воздушных пузырьков в растворе по диаметру: а) при различных концентрациях SDS [4]; б) при совместном использовании SDS и NaCl

Затем была проведена серия экспериментов в растворе с фиксированной концентрацией SDS с использованием УЗ источника, излучающего звуковые волны частотой 20 кГц. После включения УЗ количество и концентрация пузырьков уменьшается, мелкие пузырьки объединяются в более крупные, оседают на стенках кюветы и поднимаются под действием подъемной силы (рис. 3а).

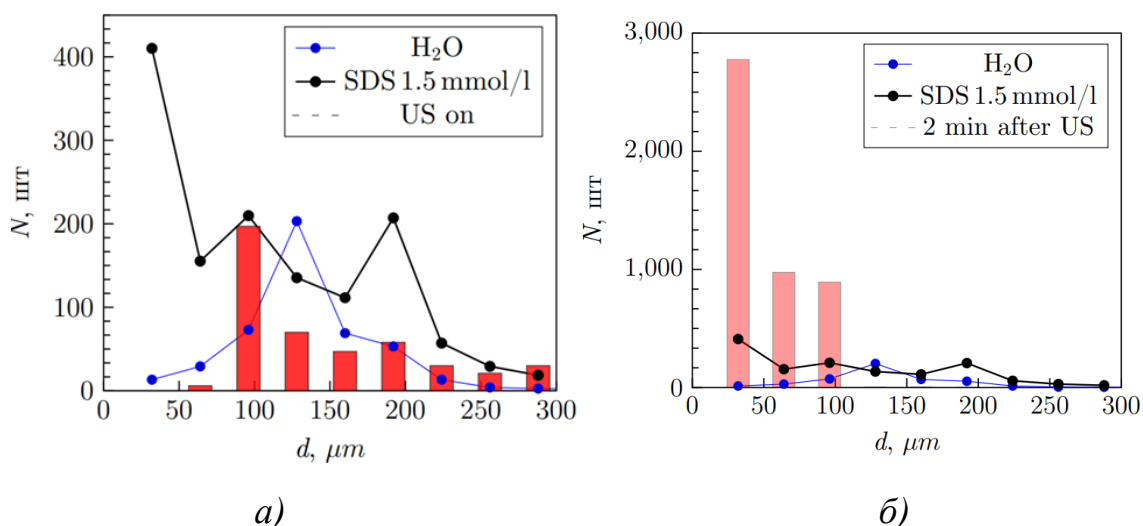


Рис. 3. Распределение воздушных пузырьков по диаметру при концентрации SDS 1.5 ммоль/л на разных этапах эксперимента:
а) при включенном УЗ; б) через 2 минуты после отключения УЗ

В момент отключения УЗ они «рассыпаются», образуя мелкие пузырьки, количество которых во много раз превышает первоначальное (рис. 4). Регистрация диаметров пузырьков и их количества затрудняется, так как размеры пузырьков оказываются меньше регистрируемых камерой, но даже в этом случае можно сделать вывод, что УЗ воздействие приводит к уменьшению диаметра и увеличению количества пузырьков (рис. 3б).

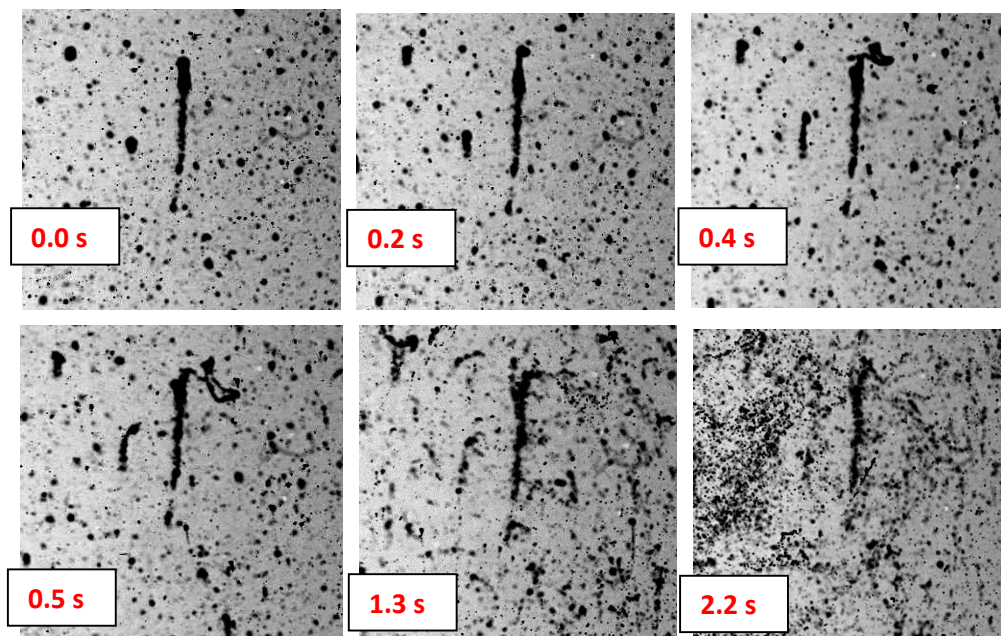


Рис. 4. Разрушение воздушных пузырьков при концентрации SDS 1.5 ммоль/л в момент отключения УЗ

В работе [2] уже был замечен подобный эффект в присутствии SDS и NaCl, характеризующийся рассыпанием крупного пузырька и образованием

«хвоста» из микропузырьков. Данное явление авторы обозначают как одну из разновидностей эффекта разбрызгивания, однако природа этого процесса в тексте статьи не рассмотрена.

В статье [5] предложен механизм возникновения эффекта разбрызгивания, представляющий собой альтернативное объяснение кавитационной эрозии. Он заключается в том, что деградация поверхности, вызванная микроструей, является незначительной по сравнению с деградацией, вызванной сферическим схлопыванием микропузырьков, которые либо уже находятся у поверхности, либо образуются во время так называемого эффекта разбрызгивания. После попадания микроструи на поверхность она тонкой пленкой распространяется внутри пограничного слоя; следовательно, микропузырьки образуются из-за трения между покоящейся жидкостью и движущимися фрагментами микроструи.

В настоящем исследовании разбрызгивание пузырьков происходило в момент отключения УЗ, а при дальнейшем включении источника пузырьки заново объединялись. Причина образования микропузырьков может заключаться в трении между продолжающей совершать релаксационные колебания жидкостью и фрагментами микроструи, направленной к стенке сосуда, т. к. данный эффект был замечен только у пузырьков, закрепившихся на поверхности кюветы.

Данная гипотеза требует детального исследования, поэтому предполагается проведение экспериментов с различными концентрациями SDS, для изменения физико-химических свойств жидкости предполагается использование таких реагентов, как dodecylamine hydrochloride (DAH) и NaCl в различных концентрациях. Также будут произведены исследования с использованием УЗ источников с частотами 28 и 40 кГц.

Список литературы

1. *Young F. R.*, Cavitation L. Imperial College Press //&. – 1999. – Т. 160. – С. 6.
2. *Lee J. et al.* Influence of surface-active solutes on the coalescence, clustering, and fragmentation of acoustic bubbles confined in a microspace //The Journal of Physical Chemistry C. – 2007. – Т. 111. – №. 51. – С. 19015-19023.
3. *Lee J. Y.* Importance of sonication and solution conditions on the acoustic cavitation activity //Handbook of ultrasonics and sonochemistry. – Springer, 2016. – С. 137-175.
4. *Tong R. P. et al.* The role of ‘splashing’ in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary //Journal of Fluid Mechanics. – 1999. – Т. 380. – С. 339-361.
5. *Dular M., Osterman A.* Pit clustering in cavitation erosion //Wear. – 2008. – Т. 265. – №. 5-6. – С. 811-820.

ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В СЛОЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ МЕЖДУ ВОДНЫМ ТЕЛОМ И НЕПРОНИЦАЕМОМ МАССИВОМ

А. Е. Самойлова^{a,b}, А. А. Егорова^b

^a Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе рассмотрен бесконечный горизонтальный слой пористой среды, насыщенной жидкостью, и находящийся в поле вертикального градиента температуры (нагрев снизу). Пористая среда сверху открыта в водное тело, а снизу граничит с полубесконечным слоем закупоренной пористой среды. Проведен линейный анализ устойчивости механического равновесия в данной системе. Построены нейтральные кривые и определен порог возникновения тепловой конвекции. Учёт теплопереноса в нижнем слое закупоренной пористой среды приводит к уменьшению критического числа Рэлея-Дарси и увеличению длины волны критических возмущений по сравнению с классическими результатами для однослойной модели.

Ключевые слова: тепловая конвекция; пористая среда; линейная устойчивость

THERMAL CONVECTION IN POROUS MEDIA PLACED BETWEEN WATER BODY AND IMPERMEABLE POROUS MASSIF

A. E. Samoilova^{a,b}, A. A. Egorova^b

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

We consider infinite horizontal layer of the porous media saturated with water. The system is under the vertical temperature gradient (heated from the bottom). From the top, the porous media is open to the water body. At the bottom, the saturated porous media is bounded by the impermeable porous massif. We provide the linear stability analysis of the system under consideration. The analysis results in the convective threshold value, which demonstrates that the semi-infinite impermeable porous massif influence the convective stability of the system.

Keywords: thermal convection; porous media; linear stability analysis

Рассмотрим горизонтальный бесконечный слой пористой среды, насыщенной несжимаемой жидкостью. Полагаем задачу однородной вдоль одной из горизонтальных осей. Предположим, что слой снизу граничит с гидроизолирующим горизонтом, т.е. после некоторой характерной толщины пористая среда оказывается «забита» и непроницаема для жидкости [1], а

сверху – со свободной жидкостью. Температура на границе с жидкостью фиксирована, т.к. теплоперенос в пористой среде значительно менее эффективен, чем в свободной жидкости. На этой границе отсутствует горизонтальная компонента градиента давления, т.е. горизонтальная скорость течения в пористом массиве вдоль его открытой поверхности чрезвычайно мала. Распределение температуры внутри пористого гидроизолирующего массива определяется из уравнения теплопроводности, а также требования постоянства (геотермального) теплового потока при удалении от границы.

Для описания конвекции жидкости в пористой среде мы используем стандартные уравнения Дарси–Буссинеска [2] в безразмерном виде:

$$\nabla p + \mathbf{u} + \text{Rp} T \boldsymbol{\gamma} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \Delta T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} = \Delta T_m, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (4)$$

$$z = 0: \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad T = T_u, \quad (5)$$

$$z = 1: u_z = 0, \quad T = T_m, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial T_m}{\partial z} \right|_{z \rightarrow \infty} = 1. \quad (7)$$

Здесь p , T – безразмерные давление и температура жидкости, \mathbf{u} – безразмерная скорость фильтрации, T_m – безразмерная температура гидроизолирующего массива, $\boldsymbol{\gamma}$ – единичный вектор вертикальной оси (направлена против вектора ускорения свободного падения, т.е. вниз), Rp – безразмерное число Рэлея-Дарси.

Задача (1)-(7) допускает стационарное решение, соответствующее состоянию механического равновесия с линейным профилем температуры:

$$\bar{\mathbf{u}} = 0, \quad \bar{T} = T_u + z, \quad \frac{d\bar{p}}{dz} = -\text{Rp} \bar{T}, \quad \bar{T}_m = T_u + z. \quad (8)$$

Линейный анализ устойчивости малых возмущений данного состояния удобно проводить в терминах функции тока ψ :

$$u_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Линеаризованная задача (1)-(7) в терминах функции тока для малых нейтральных возмущений равновесия имеет вид:

$$\Delta\psi + \text{Rp} \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta T, \quad (10)$$

$$\Delta T_m = 0, \quad (11)$$

$$z = 0: \frac{\partial \psi}{\partial z} = T = 0, \quad (12)$$

$$z = 1: \psi = 0, T = T_m, \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z}, \quad (13)$$

$$z \rightarrow \infty: \frac{\partial T_m}{\partial z} = 0. \quad (14)$$

Решение данной задачи удобно искать в виде

$$\psi = rf(z) \sin kx, T = g(z) \cos kx, T_m = e^{-k(z-1)} \cos kx,$$

где введено обозначение $r = \sqrt{\text{Rp}}$, k – волновой вектор конвективных возмущений. Подставляя решение в таком виде в (9)-(14), получим краевую задачу для неизвестных $f(z)$ и $g(z)$. Решение этой краевой задачи может быть найдено аналитически:

$$f(z) = C_1 [\text{ch}(\sigma_1 z) + \cos(\lambda z)] + C_2 \left[\frac{\text{sh}(\sigma_1 z)}{\sigma_1} - \frac{\sin(\lambda z)}{\lambda} \right], \quad (15)$$

$$g(z) = C_1 [\text{ch}(\sigma_1 z) - \cos(\lambda z)] + C_2 \left[\frac{\text{sh}(\sigma_1 z)}{\sigma_1} + \frac{\sin(\lambda z)}{\lambda} \right], \quad (16)$$

где $\sigma_1 = \sqrt{k^2 + rk}$, $\lambda = \sqrt{rk - k^2}$, а константы C_1 и C_2 определяются как:

$$C_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_1 \sin \lambda - \lambda \text{sh} \sigma_1}{\lambda \cos \lambda \text{sh} \sigma_1 + \sigma_1 \sin \lambda \text{ch} \sigma_1} \right), C_2 = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{\text{ch} \sigma_1 + \cos \lambda}{\lambda \cos \lambda \text{sh} \sigma_1 + \sigma_1 \sin \lambda \text{ch} \sigma_1} \right).$$

На плоскости параметров $(\text{Rp} - k)$ можно построить границу между областью устойчивости и неустойчивости (возникновения конвекции) – нейтральную кривую. Её вид определяется следующим трансцендентным уравнением:

$$k [\sigma_1 \text{ch} \sigma_1 \sin \lambda + \lambda \cos \lambda \text{sh} \sigma_1] + \sigma_1 \lambda [1 + \text{ch} \sigma_1 \cos \lambda] + k^2 \text{sh} \sigma_1 \sin \lambda = 0. \quad (17)$$

Решение данного уравнения может быть найдено численно (например, методом Ньютона). Минимизируя полученную функцию $Rp(k)$, получаем критические значения $Rp_c = 21.7$ и $k_c = 1.92$, описывающие наиболее опасные возмущения. В классической работе Лэпвуда [3] о конвекции в слое пористой среды с проницаемой верхней границей (обе границы идеально теплопроводные) было получено $Rp_c = 27.1$ и $k_c = 2.3$. Видно, что решение сопряженной задачи о теплопроводности в массиве под слоем понижает критерий конвективной устойчивости и даёт более низкое значение критического волнового числа.

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 121112200078-7.

Список литературы

1. *Goldobin D.S.*, et al. Non-Fickian diffusion and the accumulation of methane bubbles in deep-water sediments // *Eur. Phys. J. E* 2014. V. 37. 45.
2. *Nield D.A., Bejan A.* // *Convection in porous media*. 2013. 778 p.
3. *Lapwood E.R.* Convection of a fluid in a porous medium // *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.* 1948. V. 44. pp 508-521.

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СТАЦИОНАРНОГО ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ЖИДКОСТИ НАД КРУГЛЫМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ИЗЛУЧАТЕЛЕМ

И. О. Сбоев^a, К. А. Рыбкин^b, М. О. Кучинский^b, Т. П. Любимова^{b,c}

^a АО «ОДК-Авиадвигатель», 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 93

^b Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^c Институт механики сплошных сред УрО РАН, 614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В программном пакете COMSOL Multiphysics выполнен численный расчет распределения давления в стоячей звуковой волне внутри сонохимического реактора для различных частот и растворов. Исследована структура и характеристики звуковых полей в центральной области над круглым пьезоэлектрическим излучателем.

Ключевые слова: ультразвуковая стоячая волна; акустические параметры; механические вибрации; распределение давления; пьезоэлектрический излучатель

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE CHARACTERISTICS OF A STATIONARY SOUND FIELD IN A FLUID OVER A CIRCLE PIEZOELECTRIC TRANSDUCER

I. O. Sboev^a, K. A. Rybkin^b, M. O. Kuchinskiy^b, T. P. Lyubimova^{b,c}

^a UEC-Aviadvigatel, 93 Komsomolsky Prospect, 614990, Perm

^b Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^c Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, 1, Academician Korolev st., 614013, Perm

In this work, the pressure distribution in a ultrasonic standing wave inside a sonochemical reactor is numerically investigated using the COMSOL Multiphysics software. Sound waves with different frequencies and different types of fluids are considered. Characteristics and structure of sound fields in the central region above a circle piezoelectric transducer are investigated.

Keywords: ultrasonic standing wave (USW); acoustic parameters; mechanical vibrations; pressure distribution; piezoelectric transducer

Введение

Применение высокочастотных звуковых волн (ультразвука) в качестве внешнего источника энергии для интенсификации физико-химических процессов в сонохимических реакторах находит широкое применение в задачах синтеза, экстракции и разделения [1-3]. При воздействии ультразвука

на некоторый объем жидкости, например, в камере сонохимического реактора, вследствие явлений акустической кавитации возникают парогазовые пузырьки. Наблюдаемый эффект обусловлен локальным разрывом сплошности среды под действием высокочастотных колебаний, что способствует его использованию в технических процессах, в частности для ускорения протекания различных химических реакций [4-5].

Существенную роль в механизме кавитационных явлений играет диссипация энергии в объеме жидкости, а также частота звуковых волн, геометрия камеры, граничные условия и физико-химические свойства жидкости. Одним из подходов к пониманию механизма распространения ультразвуковых волн в жидкости является разработка численных моделей, объединяющих несколько физических явлений, и анализ пространственного распределения давления в камере реактора [6-7], что позволяет оценить кавитационную активность, на основе распределения давления в жидкости.

В рамках настоящей работы рассматривается воздействие ультразвука на различные «чистые» жидкости (воду, этанол, глицерин, гептан), а также морскую воду. Целью настоящей работы является исследование характеристик звуковых волн, создаваемых круглым пьезоэлектрическим излучателем с частотой от 20 до 40 кГц, и распределения звукового давления в стоячей звуковой волне.

Постановка задачи

В работе численно исследуется установившееся поле звукового давления в прямоугольной полости при различных условиях на верхней границе. Решается волновое уравнение Гельмгольца в частотной области для заданных частот звуковых волн с учетом взаимодействия на границе источника (латунной мембраны) и жидкости. Влияние конвекции и акустического течения на распределение звукового давления в жидкости в рамках настоящего исследования не рассматривается.

Задача решается в прямоугольном слое жидкости $160 \times 100 \times 100 \text{ мм}^3$ над круглым излучателем (рис. 1). В качестве источника звуковых волн выступает пьезоэлектрический преобразователь, в котором используется пьезоэлектрический кристалл диаметром $d_1 = 7 \text{ мм}$ и толщиной $h = 0.4 \text{ мм}$, прикрепленный к латунной мембране диаметром $d_2 = 10 \text{ мм}$ и толщиной $h = 0.4 \text{ мм}$.

За счет высокочастотных механических вибраций мембраны, которые создаются в результате пьезоэлектрического эффекта в кристалле, в жидкости вблизи нижнего основания создается избыточное давление. В работе рассматриваются колебания в ультразвуковом диапазоне частот f от 20 до 40 кГц.

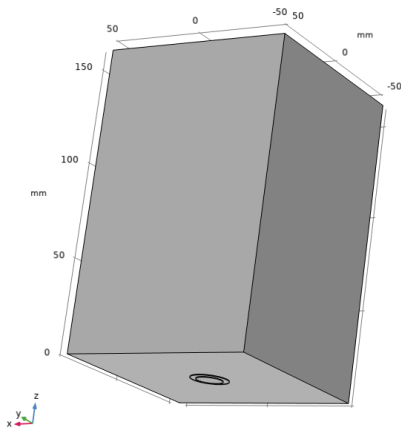


Рис. 1. Схема рабочей полости

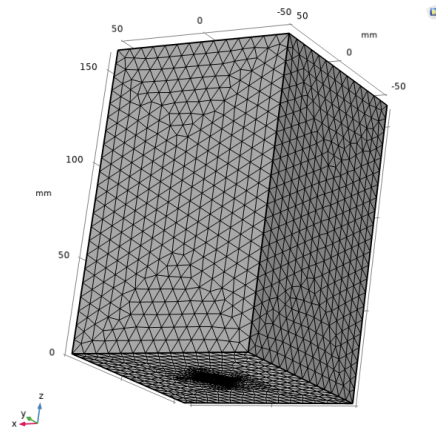


Рис. 2. Нерегулярная сетка из 73285 узлов

В программном пакете COMSOL Multiphysics при помощи прерывистого метода конечных элементов Галеркина рассчитываются вариации (возмущения) звукового поля в объеме жидкости над излучателем. Основные уравнения и граничные условия рассматриваются в постановке рассеянного поля с использованием полного давления p_t . Тогда обобщенная система уравнений, описывающая распределение полного давления p_t в жидкости, может быть записана следующим образом:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) - \frac{k_{eq}^2 p_t}{\rho_c} = Q_m,$$

$$p_t = p + p_b, \quad k_{eq}^2 = \left(\frac{\omega}{c_c} \right)^2, \quad c_c = \frac{\omega}{k}, \quad k = \frac{\omega}{c} - i\alpha, \quad \rho_c = \frac{\rho c^2}{c_c^2},$$

где p – давление, p_b – фоновое давление, ρ или ρ_c – плотность в состоянии покоя, k – волновое число, \mathbf{q}_d – вектор объемной силы дипольного домена, Q_m – источник монопольного домена, c или c_c – фазовая скорость.

Затухание звуковых волн в жидкости моделируется путем задания коэффициента затухания $\alpha = 1.3$ Нп/м, который принимается постоянным и независимым от частоты f звуковых волн.

Уравнения, описывающие взаимодействие пьезоэлектрического излучателя (кристалла) и мембраны, могут быть представлены в следующем виде:

$$-\rho \omega^2 \mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{S} + \mathbf{F}_V e^{i\varphi},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v,$$

где через \mathbf{S} обозначена структурная деформация, \mathbf{F}_V – градиент полной

деформации, \mathbf{D} – вектор электрического смещения, ρ_v – концентрация электрического заряда, \mathbf{u} – вектор структурного смещения.

На краю мембраны выполняется условие $\mathbf{u} = 0$. В начальный момент времени предполагается, что $\mathbf{u} = 0$ и $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0$.

Для описания пьезоэлектрического эффекта в кристалле используется уравнения импульса и сохранения заряда, которые в COMSOL Multiphysics представлены в следующем виде:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v,$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \cdot V,$$

где \mathbf{E} – напряженность электрического поля, V – электрический потенциал. В начальный момент выполняется условие $V_0 = 0$.

Боковые границы и нижнее основание рабочей полости предполагаются твердыми звуконепроницаемыми, для которых нормальная составляющая ускорения (и, следовательно, скорости) равна нулю:

$$-\mathbf{n} \cdot \left(-\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) = 0,$$

где \mathbf{n} – единичный вектор нормали к боковой границе.

На верхней границе рабочей полости рассматривается несколько типов граничных условий:

1) твердая и мягкая звуконепроницаемая граница.

При этом для мягкой звуконепроницаемой границы звуковое давление равно нулю, что, в свою очередь, характерно для границы жидкость-газ:

$$p_t = 0$$

2) условие импеданса, которое является обобщением граничных условий «твердая граница» и «мягкая граница»:

$$-\mathbf{n} \cdot \left(-\frac{1}{\rho_c} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) = -\frac{i\omega p_t}{Z_n},$$

где Z_n представляет собой удельный (нормальный) импеданс окружающей среды и, например, для воздуха составляет $0.412 \cdot 10^3$ Па·с/м (плотность 1.2 кг/м³, скорость звука $0.343 \cdot 10^3$ м/с). С физической точки зрения акустический импеданс представляет собой отношение между локальным давлением и локальной нормальной скоростью частиц. Граничное условие импеданса при этом является хорошим приближением локально реагирующей поверхности, для которой нормальная скорость в любой точке зависит только от давления в этой точной точке.

3) условие постоянного давления

$$P_t = P_0,$$

которое при $p_0 = 0$ эквивалентно условию для мягкой звуконепроницаемой границы.

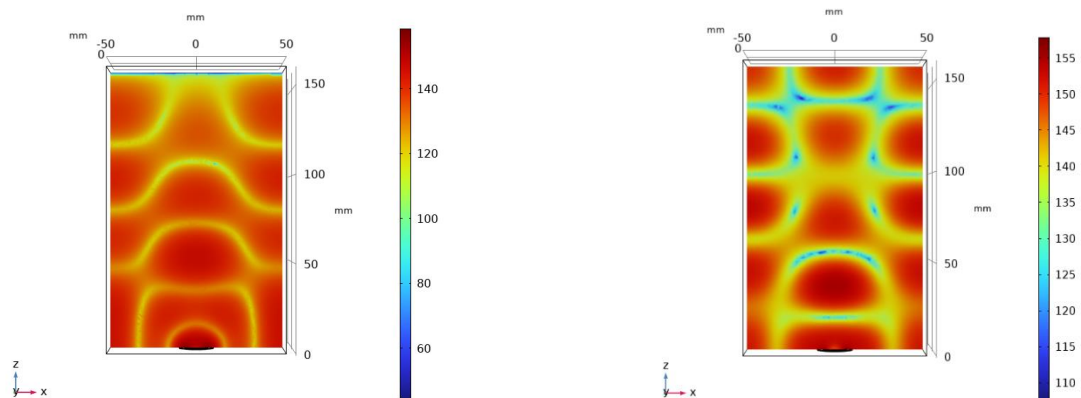
В качестве рабочей жидкости рассматривается среда с параметрами, соответствующими свойствам морской воды, для которой плотность принята равной $\rho = 1.03 \cdot 10^3$ кг/м³, а скорость звука составляет $c = 1.48 \cdot 10^3$ м/с. Указанные параметры соответствуют следующим условиям: $p_0 = 10^5$ Па, и $T_0 = 293$ К.

Расчеты выполняются при управляющем напряжении $V = 5$ В.

Описание результатов

Исследовано распределение звукового давления в центральной плоскости рабочей полости, полученное при частотах пьезоэлектрического излучателя 20, 24, 28, 32, 36 и 40 кГц. Боковые границы выбраны твердыми звуконепроницаемыми, на верхней границе рассмотрены условия звукового импеданса и твердой звуконепроницаемой стенки. Величина звукового давления показана цветовой шкалой (дБ).

1) Проведено сравнение структуры звукового поля, создаваемого источником частотой $f = 28$ кГц, в зависимости от условий на верхней границе (рис. 3).



а) условие звукового импеданса
 $Z_n = 0.412 \cdot 10^3$ Па·с/м

б) твердая звуконепроницаемая
стенка

Рис. 3. Сравнение структур полного звукового поля при различных условиях на верхней границе при $f = 28$ кГц

2) Звуковое поле над излучателем в полости с твердой звуконепроницаемой стенкой представляет собой сложную комбинацию из чередующихся областей. Изменение частоты колебаний излучателя меняет вид стоячей волны что, соответственно, отражается на распределении давления в жидкости (рис. 4).

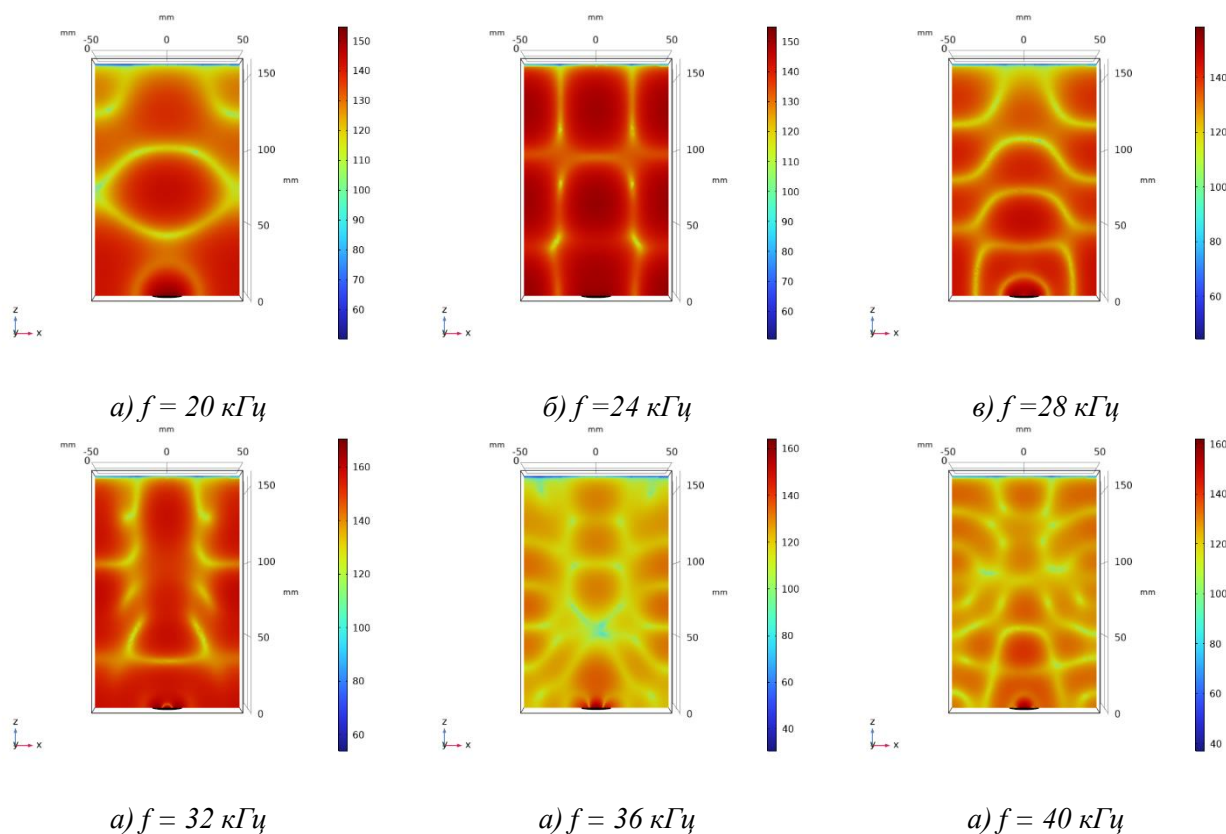


Рис. 4. Структура полного звукового поля в центре рабочей полости

Выводы

В работе исследована структура стационарного звукового поля в ограниченном объеме жидкости над круглым пьезоэлектрическим излучателем. Задача численно решается в программном пакете COMSOL Multiphysics методом конечных элементов. Рассмотрено влияние геометрии рабочей полости и граничных условий на распределение давления в жидкости над излучателем. Изучена структура звукового поля в зависимости от условий на верхней границе, а также частоты излучения звуковой волны и свойств рабочей жидкости. На основании выполненных расчетов получены профили давления над излучателем и распределение давления в центральной части слоя жидкости. Также проведено качественное сравнение характера распределения давления с результатами натурных исследований.

Список литературы

1. Luo X. et al. Optimization of acoustic parameters for ultrasonic separation of emulsions with different physical properties // Ultrasonics Sonochemistry. 2020. Vol. 68. P. 105221.
2. Leong T. et al. Ultrasonic separation of particulate fluids in small and large scale systems: a review // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2013. Vol. 52, no. 47. P. 16555-16576.

3. *Trujillo F. J. et al.* Separation of suspensions and emulsions via ultrasonic standing waves—A review // *Ultrasonics sonochemistry*. 2014. Vol. 21, no. 6. P. 2151-2164.
4. *Tao T., Zhao J., Wang W.* Study on the characterization method of ultrasonic cavitation field based on the numerical simulation of the amplitude of sound pressure // *MATEC Web of Conferences*. – EDP Sciences. 2020. Vol. 319. P. 02003.
5. *Chen Y. et al.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // *Ultrasonics sonochemistry*. 2020. Vol. 60. P. 104739.
6. *Hadi N. A. H., Ahmad A., Oladokun O.* Modelling pressure distribution in sonicated ethanol solution using COMSOL simulation // *E3S Web of Conferences*. – EDP Sciences. 2019. Vol. 90. P. 02003.
7. *Tudela I. et al.* Simulation of the spatial distribution of the acoustic pressure in sonochemical reactors with numerical methods: a review // *Ultrasonics sonochemistry*. 2014. Vol. 21, no. 3. P. 909-919.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АБСОРБЦИИ ПАВ КАПЛЕЙ ИЗ ОДНОРОДНОГО РАСТВОРА

Р. Р. Сираев, Д. А. Брацун

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе на основе численного моделирования исследован колебательный режим концентрационной конвекции Марангони при абсорбции поверхностно-активного вещества (ПАВ) в каплю из однородного раствора. Рассмотрен случай химически инертной системы, находящейся под действием постоянной силы тяжести. Эффекты деформации межфазной поверхности считаются незначительными и пренебрегаются. Теоретическая модель включает уравнение Навье–Стокса, уравнения переноса для ПАВ в объеме жидкостей, а также на поверхности капли. Последнее требуется для описания процессов адсорбции-десорбции ПАВ. Периодические колебания генерируются за счет конкуренции эффекта Марангони и гравитационно-зависимой конвективной неустойчивости раствора внутри капли. Проводится сравнение полученных результатов с имеющимися в наличии экспериментальными данными.

Ключевые слова: концентрационная конвекция Марангони; сурфактант; абсорбция

NUMERICAL SIMULATION OF THE SURFACTANT ABSORPTION BY A DROP FROM A HOMOGENEOUS SOLUTION

R. R. Siraev, D. A. Bratsun

Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

The oscillatory regime of the solutal Marangoni convection caused by the absorption of surfactant into a drop from a homogeneous solution was studied numerically. We consider the case of a chemically inert system under the action of constant gravity. The effects of deformation of the interface are considered insignificant and are neglected. The case of a chemically inert system is considered. The theoretical model includes the Navier–Stokes equation, transport equations for surfactants in the volume of liquids, as well as on the surface of a drop. The latter is required to describe adsorption-desorption processes near the interface. The periodic oscillations are generated due to the competition between the Marangoni effect and the gravity-dependent convective instability of the solution inside the drop. The obtained results are compared with available experimental data.

Keywords: solutal Marangoni convection; surfactant; absorption

Исследование процессов массообмена на границе двух несмешиваемых жидких растворов является актуальной и одновременно достаточно сложной задачей. Здесь задействован целый ряд физических явлений: это могут быть

адсорбция и десорбция, если речь идет о растворах ПАВ, диффузия, конвекция Марангони, возникающая вследствие неоднородности концентрации ПАВ на границе жидкостей, концентрационная конвекция в объеме жидкостей, если имеется сила тяжести. Сочетание или конкуренция этих механизмов может приводить к развитию колебательных режимов концентрационной конвекции. Их исследованию посвящено значительное количество работ, имеющих преимущественно экспериментальный характер (см. обзор [1]). Хорошо изучены осциллирующие течения вблизи неподвижных пузырьков и капель в стратифицированных растворах ПАВ ([2,3] и др.).

Недавно экспериментально был обнаружен новый вариант колебательного режима концентрационной конвекции Марангони [4]. Этот режим связан с абсорбцией ПАВ в каплю из однородного внешнего раствора и последующим формированием в капле устойчивой вертикальной стратификации среды по плотности и, соответственно, появлением перепада концентрации вдоль боковой поверхности капли. В эксперименте капля из дистиллированной воды помещалась в раствор на основе хлорбензола, бензола и уксусной кислоты (ПАВ). Начальная концентрация кислоты в тройной смеси варьировалась от 0.25 до 2.0 моль/л. В ходе опытов концентрация кислоты в капле воды изменялась от 0 до 8 моль/л, т.е. в результате адсорбции/десорбции уксусной кислоты она поступала из тройного раствора в каплю и накапливалась там в больших концентрациях.

В настоящей работе предложена математическая модель явления и разработана её численная модель, описывающие массообмен капли и окружающего ее однородного раствора ПАВ. Моделирование выполнено с помощью пакета COMSOL Multiphysics. Численные результаты сравниваются с данными эксперимента [4].

В эксперименте [4] кювета с раствором ПАВ имела размеры $90 \times 25 \times 1.2$ мм, а капля, зажатая широкими гранями кюветы, была почти цилиндрической формы. Оценки показывают, что при такой конфигурации возможно использование приближения Хеле-Шоу с переходом к двумерной постановке задачи. Экспериментальные наблюдения показывают, что заметных деформаций поверхности капли не наблюдается.

Рассмотрим процессы массообмена и конвекции в следующей системе. Полость с размерами 90×40 мм заполнена смесью бензола и хлорбензола с растворенной в ней уксусной кислотой. Концентрации раствора не превышают 2 моль/л. В центре полости находится капля диаметром 5-9 мм, которая в начальный момент времени состоит из чистой воды. Предполагается, что капля имеет круглую форму и неподвижна относительно полости. Физические процессы в данной задаче предполагают адсорбцию уксусной кислоты (УК) на поверхность капли, и последующую десорбцию молекул кислоты в обе стороны от межфазной поверхности; в частности, последнее приводит к проникновению

УК в каплю и образованию водного раствора. Также следует учитывать конвекцию Марангони, возникающую вследствие неоднородности концентрации УК на поверхности капли, и конвекцию в объеме капли и полости, возникающую вследствие зависимости плотности растворов от концентрации УК. Поскольку капля имеет строго определенную форму и неподвижна относительно полости, то задача двухфазного течения с определением границы несмешиваемых жидкостей не ставилась. Капля и полость рассматривались как два фиксированных домена, в каждом из которых определяются уравнения конвекции и диффузии растворов, а на границе доменов (интерфейсе) задавались соответствующие граничные условия.

Течение в объеме капли и полости предполагалось ламинарным и описывалось соответственно уравнениями Навье-Стокса и неразрывности:

$$\rho_i \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \frac{6}{5} (\mathbf{u}_i \nabla) \mathbf{u}_i \right) = -\nabla p_i + \eta_i \nabla^2 \mathbf{u}_i - \frac{3\eta_i}{d^2} \mathbf{u}_i + \rho_i \mathbf{g}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u}_i = 0,$$

где индекс i принимает значения 1 (полость) и 2 (капля), $d = 1.2$ мм, ρ – плотность, η – динамическая вязкость.

Уравнения переноса УК имеют следующий вид:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + (\mathbf{u}_i \nabla) c_i = D_i \nabla^2 c_i, \quad (2)$$

где c – концентрация УК, D – коэффициент диффузии кислоты в соответствующей фазе.

Для описания процессов адсорбции-десорбции УК на поверхности капли вводилась поверхностная фаза с поверхностной концентрацией ПАВ Γ , определяемой уравнением:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (-D_s \nabla \Gamma) = (k_{a1} c_1 + k_{a2} c_2) (\Gamma - \Gamma_\infty) - (k_{d1} + k_{d2}) \Gamma, \quad (3)$$

где градиент вычислялся вдоль границы, k_{ai} и k_{di} – коэффициенты адсорбции и десорбции УК для соответствующих доменов, Γ_∞ – предельная концентрация ПАВ на поверхности, D_s – поверхностный коэффициент диффузии. Схема потоков ПАВ к границе капли и от нее показана на Рис. 1.

Предельная концентрация ПАВ для УК имеет малое значение $\Gamma_\infty = 1.54 \cdot 10^{-6}$ моль/м². В связи с этим, время установления равновесия для поверхностной фазы также мало (миллисекунды) и в расчете гидродинамических времен поверхностная фаза находится в равновесии. Из этого следует, что в уравнении (3) производная по времени может быть опущена, и оно превращается в стационарное уравнение.

В дальнейшем примем, что концентрация поверхностной фазы УК в состоянии равновесия описывается в соответствии с уравнением изотермы.

Ленгмюра, что приводит к следующему выражению для коэффициента поверхностного натяжения σ (Н/м) :

$$\sigma = \sigma_0 + RT\Gamma_{\infty} \ln\left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_{\infty}}\right). \quad (4)$$

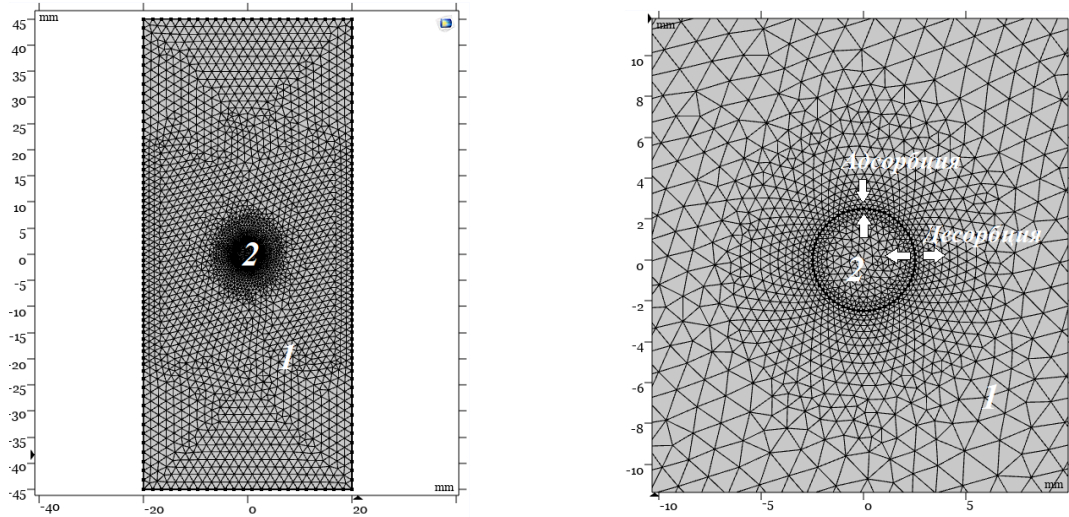


Рис. 1. Геометрия и расчетная сетка; 1- полость, 2 - капля. Справа – область вблизи капли, стрелками показаны потоки адсорбции и десорбции

где $\sigma_0 = 0.035$ Н/м –поверхностное натяжение в отсутствие ПАВ.

Для расчета эффекта Марангони использовалась соответствующая модель пакета COMSOL Multiphysics. Эффект Марангони имеет место, когда поверхностное натяжение на границе жидкостей зависит от концентрации растворов или распределения температуры. Его вклад в движение жидкости осуществляется через силы, возникающие на границе:

$$\left[-p\mathbf{I} + \eta\left(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T - \frac{2}{3}\eta(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} \right) \right] = \sigma(\nabla_{\tau} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \nabla_{\tau}\sigma, \quad (5)$$

где индекс τ обозначает тангенциальное к границе направление.

Граничные условия задавались следующим образом. На стенках полости скорость равна нулю $\mathbf{u} = 0$ и отсутствует поток УК через стенки $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$. На поверхности капли нормальная скорость равна нулю, а тангенциальная непрерывна: $u_{in} = 0$, $u_{1t} = u_{2t}$. Граничное условие для транспорта (диффузии) УК через поверхность капли представлены заданными потоками в полость $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_1 = k_{d1}\Gamma - k_{a1}c_1(\Gamma - \Gamma_{\infty})$ и внутрь капли $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_2 = k_{d2}\Gamma - k_{a2}c_2(\Gamma - \Gamma_{\infty})$.

При постановке граничных условий с участием концентраций растворов УК следует учитывать различие стандартных (при $c_{i0} = 1$ моль/л) химических потенциалов УК в бензоле-хлорбензоле и воде. Как следствие при достижении равновесия концентрация УК в капле будет значительно выше чем в окружающей среде, т.е. капля воды в этой задаче выступает как аккумулятор УК.

Расчетная область разбивалась триангулярной сеткой со сгущением на поверхности капли (Рис.1). Результаты решения нестационарной задачи представлены на Рис.2 и Рис.3. Вычисления проведены для капли диаметром 5 мм, при начальной концентрации УК в ячейке $c_0 = 0.5$ моль/л.

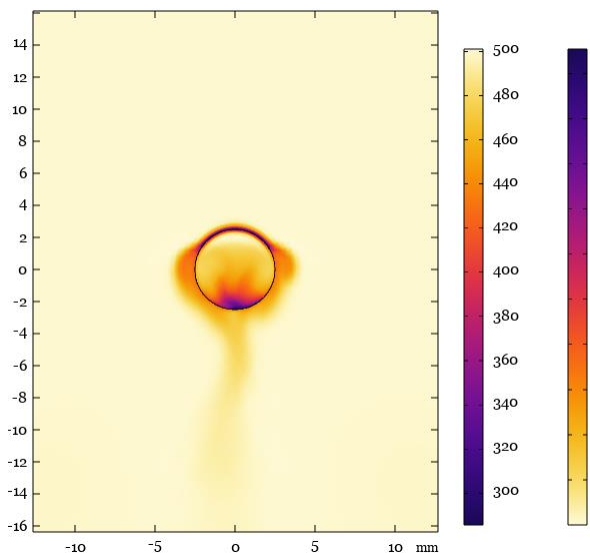


Рис. 2. Поля концентрации УК в капле и ячейке при $t = 270$ с

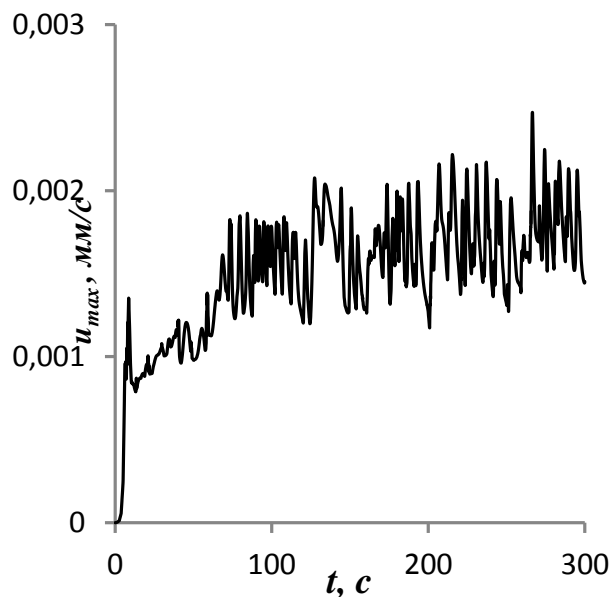


Рис. 3. Эволюция максимального по области значения модуля скорости

Вычисления показывают, что в результате адсорбции УК в каплю формируется вертикальное распределение концентрации кислоты вдоль границы капли. В результате совместного действия эффекта Марангони и концентрационной гравитационной конвекции в объеме жидкости возникает колебательный режим конвекции. Основное течение: раствор бензола и хлорбензола, обтекая снаружи каплю, теряет УК и становится тяжелее; в результате возникает факел, направленный от капли вниз. На это течение накладываются вспышки конвекции Марангони, которые перемещают жидкость у поверхности капли вверх. На Рис. 2 продемонстрирована структура поля концентрации УК в фиксированный момент времени, а на Рис. 3 – колебательный характер конвекции. Результаты работы согласуются с данными эксперимента [4].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 19-11-00133.

Список литературы

1. Денисова М.О., Зуев А.Л., Костарев К.Г. Колебательные режимы концентрационной конвекции // Успехи физических наук. 2022. Т. 192. № 8. С. 817–840.
2. Зуев А.Л., Костарев К.Г. Особенности концентрационно-капиллярной конвекции // Успехи физических наук. 2008. Т. 178. № 10. С. 1065–1085.
3. Schwarzenberger K., Aland S., Domnick H., Odenbach S., Eckert K. Relaxation oscillations of solutal Marangoni convection at curved interfaces // Colloids Surf. A Physicochem. Eng. Aspects. 2015. Vol. 481. P. 633–643.
4. Денисова М.О., Костарев К.Г. Особенности поглощения ПАВ капель из его однородного раствора // Тезисы докладов XXIII Зимней школы по механике сплошных сред. Пермь. 2023. С. 99.

ДВУХКОМПОНЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ДАВЛЕНИЯ ПОД НЕЛИНЕЙНЫМИ ВОЛНАМИ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ГЛУБИНЫ

А. В. Слюняев^{a-c}, А. В. Кокорина^a

^a Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,
603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

^b Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
603155, г. Нижний Новгород, ул. Большая Печерская, 25/12

^c Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, 43

Обсуждается слабонелинейная асимптотическая теория для описания полей давления под модулированными гравитационными волнами на поверхности воды в бассейне конечной глубины, учитывающая дополнительную компоненту свободных длинных волн. Она представляется наиболее эффективной для случая промежуточных глубин $kh \approx 1 \dots 2$, где k – волновое число и h – глубина, когда свободные и вынужденные длинноволновые компоненты сосуществуют. Продемонстрирована несостоятельность линейной теории для описания спектральных компонент в области второй гармоники частоты. Обсуждается решение обратной задачи восстановления профилей смещения свободной поверхности по записи донного давления в точке.

Ключевые слова: натурные измерения; обработка данных; численное моделирование уравнений гидродинамики

TWO-COMPONENT MODEL FOR PRESSURE BENEATH NONLINEAR WAVES ON THE SURFACE OF WATER OF ARBITRARY DEPTH

A. V. Slunyaev^{a-c}, A. V. Kokorina^a

^a Institute of Applied Physics RAS, 46, Ulyanova st., Nizhny Novgorod, 603950

^b National Research University Higher School of Economics,
25/12, Bolshaya Pecherskaya st., Nizhny Novgorod, 603155

^c V.I.Ilichev Pacific Oceanological Institute, FEB RAS,
43, Baltiyskaya st., Vladivostok, 690041

A weakly nonlinear asymptotic theory for the pressure beneath modulated gravity waves on the water surface in a basin of finite depth is discussed, taking into account an additional component of freely propagating long waves. It is assumed to be the most effective in the case of intermediate depths, $kh \approx 1 \dots 2$, where k is the wave number and h is the depth, when free and bound long wave components coexist. The failure of the linear theory to describe the spectral components in the band of the second frequency harmonic is demonstrated. The solution of the inverse problem of reconstructing the surface displacement profiles from the bottom pressure record at a point is discussed.

Keywords: in-situ measurements; data processing; numerical simulation of hydrodynamic equations

Задача реконструкции смещения свободной поверхности воды по временному ряду измерений давления на дне является очень актуальной для исследований морских волн, поскольку измерения донными станциями удобны с практической точки зрения; в мире накоплен большой архив данных измерений придонного давления. Однако эта задача до сих пор не является решенной. Для волн небольшой амплитуды на поверхности очень мелкой воды может применяться гидростатическая теория. Решение полной линейной задачи в принципе известно, но из-за быстрого затухания с глубиной амплитуд коротких гармоник Фурье эта область спектра в записях донного давления сильно зашумлена и не может быть восстановлена. Имеются примеры решения такой обратной задачи с учетом нелинейности, но, в общем, они применимы к регулярным или солитоноподобным волнам. Известно, что ошибки реконструкции амплитуд смещения поверхности в крутых волнах могут достигать порядка 15%.

В этой работе рассматривается прямая задача описания поля давления под волнами, бегущими в одном направлении на поверхности т.н. промежуточной глубины, когда безразмерный параметр kh , где k – волновое число и h – глубина, порядка единицы ($kh \approx 1 \dots 2$). Волны предполагаются нелинейными и в общем случае нерегулярными, но небольшими по крутизне и с длиной модуляции, существенно превышающей период. Выбранные предположения позволяют развить асимптотическую теорию по малым параметрам нелинейности и дисперсии. Особенностью волн на промежуточной глубине является сосуществование компонент длинных волн двух типов: свободных длинных волн (они будут обозначаться нижним индексом “*long*”) и индуцированных нелинейностью связанных волн (разностная компонента волн относительно коротковолновых волн, которые будут обозначаться нижним индексом “*train*”).

Вывод теории дан в нашей работе [1]. Обсудим здесь полученное решение. Нормированное на плотность жидкости ρ динамическое давление $p(x, z, t)$ может быть введено следующим образом (закон Бернулли):

$$p = \frac{1}{\rho} P_{tot} + gz = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right), \quad (1)$$

где $P_{tot}(x, z, t)$ – полное давление в толще жидкости под волной, g – ускорение свободного падения, $\varphi(x, z, t)$ – потенциал скорости жидкости. Ось Ox лежит горизонтально вдоль направления движения волн, ось Oz направлена вертикально вверх с выбором уровней $z = 0$ и $z = -h$, соответствующих невозмущенной поверхности и горизонтальному дну соответственно. С учетом квадратичных по нелинейности поправок и первых поправок от слабой дисперсии решение для динамического давления можно записать в виде суммы гармоник $p^{(0)}$, $p^{(I)}$ и $p^{(II)}$, где $p^{(I)}$ – фундаментальная (первая) гармоника:

$$p = p^{(0)} + p^{(I)} + p^{(II)}, \quad (2)$$

$$p^{(I)} = g \operatorname{Re}(AE) \frac{\cosh(k_0(z+h))}{\cosh(k_0h)} + \quad (3)$$

$$+ \frac{g}{V} \operatorname{Im} \left(\frac{\partial A}{\partial t} E \right) \left[\frac{(z+h) \sinh(k_0(z+h))}{\cosh(k_0h)} - \frac{h\sigma \cosh(k_0(z+h))}{\cosh(k_0h)} \right],$$

$$p^{(II)} = \frac{gk_0(1-\sigma^2)}{4\sigma} \left[\frac{3(1+\sigma^2)}{\sigma^2} \frac{\cosh(2k_0(z+h))}{\cosh(2k_0h)} - 1 \right] \operatorname{Re}(A^2 E^2), \quad (4)$$

$$p^{(0)} = p_{long} + \bar{p}, \quad p_{long} = -\frac{\partial \varphi_{long}}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\bar{p} = -\frac{gk_0(1+\sigma^2)}{4\sigma} |A|^2 \frac{\cosh(2k_0(z+h))}{\cosh(2k_0h)} - \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t}$$

$$- \frac{g}{4\sigma^2 V} \operatorname{Im} \left[A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right] \left(\rho_1 \frac{\sinh 2k_0(z+h)}{\cosh 2k_0h} + \rho_2 \frac{\cosh 2k_0(z+h)}{\cosh 2k_0h} + \rho_3 \right),$$

$$V = \frac{g}{2\omega_0} (\sigma + k_0h(1-\sigma^2)), \quad \rho_1 = 2\sigma(1+\sigma^2)k_0(z+h),$$

$$\rho_2 = -(1+\sigma^2)(k_0h(1+\sigma^2)-\sigma), \quad \rho_3 = -(1-\sigma^2)(k_0h(1+\sigma^2)-\sigma).$$

Здесь $A(x,t)$ – комплексная амплитуда смещения поверхности, соответствующая фундаментальной гармонике, так что в первом приближении смещение поверхности выражается формулой

$$\eta_{train}(x,t) = \operatorname{Re}[AE]. \quad (6)$$

В (2)-(6) использованы обозначения: $\sigma = \tanh(k_0h)$, k_0 и ω_0 – волновое число и частота несущей волны соответственно, $\omega_0^2 = gk_0\sigma$; $E = \exp(i\omega_0t - ik_0x)$. Входящий в (5) потенциал скорости, описывающий индуцированную нелинейностью разностную компоненту, для данной функции времени $A(0,t)$ задается выражением

$$\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial t} = \left(\frac{\omega_0}{2\sigma} + \frac{k_0V(1-\sigma^2)}{4\sigma} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |A(0,\tau)|^2 \frac{\cosh\left(\frac{\omega}{V}(z+h)\right)}{\sinh\left(\frac{\omega}{V}h\right)} e^{i\omega(t-\tau)} d\omega d\tau. \quad (7)$$

Компонента свободной длинной волны определяется в рамках линейной теории. Для временной последовательности смещения поверхности $\eta_{long}(0,t)$

соответствующая компонента потенциала скорости задается следующим выражением, использующим обращенное дисперсионное соотношение $k(\omega)$:

$$\varphi_{long}(x, t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{g}{\omega} [i a_{long}(\omega) \exp(i\omega t - ik(\omega)x) + c.c.] \frac{\cosh(k(\omega)(z+h))}{\cosh(k(\omega)h)} d\omega,$$

$$a_{long}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^\infty \eta_{long}(0, t) \exp(-i\omega t) dt. \quad (8)$$

Получившееся решение выглядит довольно громоздко, но несложно для численного построения по заданным рядам $\eta_{train}(0, t)$ и $\eta_{long}(0, t)$, а также для анализа модельных примеров. В частности, на дне давление под волной определяется выражениями

$$p^{(I)}(z = -h) = \sqrt{1 - \sigma^2} g \operatorname{Re}(AE) - h\sigma\sqrt{1 - \sigma^2} \frac{g}{V} \operatorname{Im}\left(\frac{\partial A}{\partial t} E\right), \quad (9)$$

$$p^{(II)}(z = -h) = \frac{gk_0(1 - \sigma^2)(3 - 4\sigma^2)}{4\sigma^3} \operatorname{Re}(A^2 E^2), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}(z = -h) = & -\frac{gk_0(1 - \sigma^2)}{4\sigma} |A|^2 - \left(\frac{\omega_0}{2\sigma} + \frac{k_0 V(1 - \sigma^2)}{4\sigma} \right) \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{\omega |A(\tau)|^2}{\sinh\left(\frac{\omega}{V} h\right)} e^{i\omega(t-\tau)} d\omega d\tau + \\ & + \frac{(1 - \sigma^2)(k_0 h(1 + \sigma^2) - \sigma)}{\sigma^2} \frac{g}{2V} \operatorname{Im}\left[A^* \frac{\partial A}{\partial t}\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Для случая монохроматической волны постоянной амплитуды a и при отсутствии свободной длинной волны ($\eta_{long} = 0$) компонента давления на первой гармонике $p^{(I)}$ (3) совпадает с решением по линейной теории (поскольку $\partial A / \partial t = 0$). Разностная гармоника описывается формулой

$$p^{(0)} = g\bar{\eta} \cosh(2k_0(z+h)), \quad (12)$$

где смещение среднего уровня поверхности, возникающее на неглубокой воде, определяется классической формулой

$$\bar{\eta} = -\frac{k_0(1 - \sigma^2)}{4\sigma} |A|^2 < 0. \quad (13)$$

Из (12) следует, что на дне значение компоненты давления совпадает с гидростатическим $p^{(0)}(z = -h) = g\bar{\eta}$. Вторая гармоника задается выражением

$$p_{nonlinear}^{(II)} = \frac{gk_0(1 - \sigma^2)}{4\sigma^3} \left[3(1 + \sigma^2) \frac{\cosh(2k_0(z+h))}{\cosh(2k_0 h)} - \sigma^2 \right] a^2 \cos(2\omega_0 t - 2k_0 x). \quad (14)$$

Для примера, при пересчете давления от второй нелинейной гармоники смещения волны Стокса на дно в рамках линейной задачи, выражение имело бы следующий вид:

$$p_{linear}^{(II)} = \frac{gk_0(3-\sigma^2)}{4\sigma^3} \frac{\cosh(2k_0(z+h))}{\cosh(2k_0h)} a^2 \cos(2\omega_0 t - 2k_0 x), \quad (15)$$

так что отношение давления на дне в спектральной области второй гармоники, рассчитанного по нелинейной и по линейной теории, есть

$$\left. \frac{p_{nonlinear}^{(II)}}{p_{linear}^{(II)}} \right|_{z=-h} = \frac{(1+\sigma^2)(3-4\sigma^2)}{3-\sigma^2}. \quad (16)$$

Значения, рассчитанные по линейной и нелинейной теории, сравниваются только в пределе очень мелкой воды, $k_0 h < 0.5$. Отношение (16) равно нулю при $k_0 h \approx 1.32$ и становится отрицательным на больших глубинах, стремясь к значению -1 .

Таким образом, в нелинейной постановке возмущения давления в области второй гармоники в условиях промежуточной глубины спадают еще быстрее, чем в линейной теории. Использование линейной теории для связи Фурье компонент смещения поверхности и давления на дне в этой частотной области приводит к неверному (противоположному) знаку компоненты для условий относительно глубокой воды $kh > 1.32$.

В соответствии с уравнением Лапласа, масштаб проникновения разных гармоник вглубь толщи воды соответствует горизонтальной длине гармоники. Потому лучше всего на дне регистрируются длинные волны: свободные (распространяющиеся на мелкой воле) и связанные (создаваемые нелинейностью волн на конечной глубине и их модуляциями). Выражение (11) фактически задает связь между низкочастотной компонентой придонного давления и огибающей волн на поверхности $|A|$, которая далее упрощается в случае очень медленных модуляций. Огибающая волн (с потерей информации о фазах индивидуальных волн) во многих случаях может считаться достаточно информативной величиной. С другой стороны, для решения обратной задачи восстановления функции $|A(t)|$ по данным низкочастотной части давления необходимо разделять свободные и связанные волны, которые имеют разный закон спадания с глубиной.

Способность двухкомпонентной модели давления для воды промежуточной глубины аккуратно описывать поля давления под интенсивными регулярными и нерегулярными волнами (прямая задача) была продемонстрирована на основе данных измерений в лабораторном лотке в нашей работе [1]. Использование двухкомпонентной модели для решения обратной задачи кажется также перспективным.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФ № 22-17-00153.

Список литературы

1. *Slunyaev A. V., Kokorina A. V., Klein M.* Nonlinear dynamic pressure beneath waves in water of intermediate depth: Theory and experiment // Eur. J. Mech. B – Fluids. 2022. Vol. 94. P. 155-170.

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ КОНВЕКЦИИ МАРАНГОНИ В БИНАРНОЙ СМЕСИ

Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В длинноволновом пределе получены зависимости критического числа Марангони от частоты модуляции, числа Галилея и характеристик бинарной жидкости (чисел Прандтля, Льюиса, параметра разделения смеси). Показано, что длинноволновая неустойчивость связана с синхронными возмущениями и существует в пределах некоторых частотных интервалов. В общем случае характер неустойчивости определяется конкуренцией синхронных и субгармонических возмущений.

Ключевые слова: бинарная смесь; конвекция Марангони; параметрическая неустойчивость

PARAMETRIC EXCITATION OF MARANGONI CONVECTION IN A BINARY MIXTURE

B. L. Smorodin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The dependences of the critical Marangoni number on the modulation frequency, the Galileo number, and the characteristics of the binary liquid (the Prandtl, the Lewis numbers, and the separation ratio) are obtained in the long-wave approximation. It is shown that the long-wave instability is associated with synchronous disturbances and exists within certain frequency intervals. In general, the nature of instability is determined by the competition of synchronous and subharmonic disturbances.

Keywords: binary mixture; Marangoni convection; parametric instability

Рассмотрим возникновение конвекции Марангони в находящемся на твердой подложке горизонтальном слое жидкой бинарной смеси со свободной деформируемой поверхностью в случае модуляции теплового потока на границе с амплитудой Q_0 и частотой 2Ω (Рис. 1). Нижняя твердая подложка теплоизолирована. Поток вещества на горизонтальных границах обращается в ноль. В отличие от случая однородной жидкости [1] модуляция теплотока, благодаря эффекту термодиффузии Соре, создает в смеси не только температурную волну, но и волну концентрации примеси [2], влияющую на изменение поверхностного натяжения:

$$\sigma = \sigma_0(\bar{T}, \bar{C}) - \sigma_T(T - \bar{T}) + \sigma_C(C - \bar{C}), \quad (1)$$

где \bar{T}, \bar{C} – средние значения температуры и концентрации, σ_T – температурный, а σ_C – концентрационный коэффициенты

поверхностного натяжения. $\sigma_T > 0$, $\sigma_C < 0$ для органических примесей и $\sigma_C > 0$ для неорганических [3]. При описании возникновения конвекции в уравнении движения пренебрежем силой тяжести. Это справедливо в условиях достаточно тонких слоев жидкости.

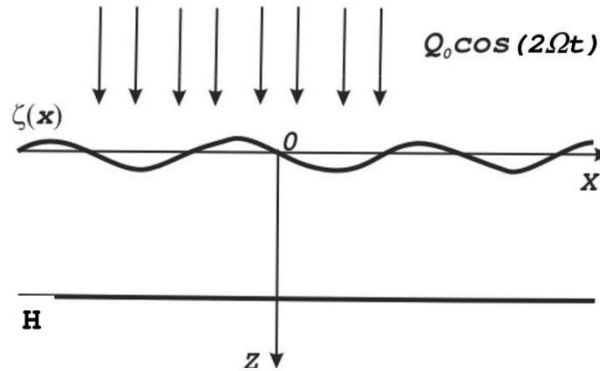


Рис. 1. Геометрия задачи

Используем в качестве масштабов длины – H , времени – H^2/χ , скорости – H/χ , температуры – $Q_0 H/\lambda$, концентрации – $Q_0 H \sigma_T/\sigma_C \lambda$, давления – $\rho \chi \nu/H^2$ (χ – температуропроводность, λ – теплопроводность, ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость жидкости) и запишем систему уравнений и граничных условий для эволюции малых возмущений равновесия бинарной смеси:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{e} = (0,0,1), \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + w \frac{\partial T_{eq}}{\partial z} &= \Delta \theta, \quad w = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}), \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + w \frac{\partial C_{eq}}{\partial z} &= \text{Le} \Delta (\xi + \psi \theta), \\ z = 0: w &= \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad \theta' = -\frac{\partial^2 T_{eq}}{\partial z^2} \zeta, \quad \xi' = -\frac{\partial^2 C_{eq}}{\partial z^2} \zeta, \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) &= -\text{Ma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\theta + \frac{\partial T_{eq}}{\partial z} \zeta - \xi - \frac{\partial C_{eq}}{\partial z} \zeta \right), \\ p + \text{Ga} \zeta - \text{Ca} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} &= 2 \frac{\partial w}{\partial z}, \\ z = 1: w &= 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где w , θ , ξ , ζ – малые возмущения вертикальной скорости, температуры, концентрации и деформации свободной поверхности.

В систему уравнений и граничных условий (2) входят следующие безразмерные параметры: число Марангони $Ma = \sigma_T \Theta H / \rho \nu \chi$, число Галилея $Ga = g H^3 / \nu \chi$, капиллярное число $Ca = \sigma_0 H / \rho \nu \chi$, число Прандтля $P = \nu / \chi$, число Льюиса $Le = D / \chi$, параметр разделения смеси $\psi = S_T \sigma_c / \sigma_T$, безразмерная частота $\omega = \Omega H^2 / \chi$ (D – коэффициент диффузии и S_T – параметр термодиффузии примеси). Следует ответить, что для жидкостных бинарных смесей число Льюиса изменяется в пределе $0.001 < Le < 0.05$, число Прандтля $5 < P < 100$, параметр разделения $-1 < \psi < 1$.

T_{eq} и C_{eq} представляют собой распределения температуры и концентрации примеси в покоящейся бинарной смеси (находящейся в состоянии механического равновесия):

$$T_{eq}(t, z) = -\frac{\text{ch}(\alpha(z-1))}{2\alpha \text{sh}\alpha} e^{2i\omega t + \text{c.c.}}, \quad \alpha = \sqrt{2i\omega}$$

$$C_{eq}(t, z) = \frac{\psi}{2(\gamma^2 - \alpha^2)} \left[\frac{\gamma \text{ch}(\gamma(z-1))}{\text{sh}\gamma} - \frac{\alpha \text{ch}(\alpha(z-1))}{\text{sh}\alpha} \right] e^{2i\omega t + \text{c.c.}}, \quad \gamma = \sqrt{2i\omega/Le}, \quad (3)$$

где «с.с.» обозначает комплексное сопряжение.

Исключив из системы давление и используя возмущения в нормальном виде ($\sim \exp(ikx)$) получим:

$$\frac{1}{P} \frac{\partial(D^2 - k^2)w}{\partial t} = (D^2 - k^2)^2 w, \quad D = d/dz$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + w(DT_{eq}) = (D^2 - k^2)\theta,$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + w(DC_{eq}) = Le(D^2 - k^2)(\xi + \psi\theta),$$

$$z = 0: w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad D\theta = -\zeta \cdot D^2 T_{eq}, \quad D\xi = -\zeta \cdot D^2 C_{eq} \quad (4)$$

$$D^2 w + k^2 w = Ma k^2 (\theta - \xi + \zeta \cdot D(T_{eq} - C_{eq})),$$

$$\frac{1}{P} \frac{\partial Dw}{\partial t} - (D^3 w - 3k^2 Dw) - Ga k^2 \zeta - Ca k^4 \zeta = 0,$$

$$z = 1: w = 0, Dw = 0, D\theta = 0, D\xi = 0.$$

В длинноволновом приближении ($k \rightarrow 0$) будем искать решения в виде разложений по малому параметру:

$$\begin{pmatrix} w \\ \theta \\ \xi \\ \zeta \end{pmatrix} = \exp(\lambda t) \sum_{n=0}^{\infty} k^{2n} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \begin{pmatrix} w_{nm}(z) \\ \vartheta_{nm}(z) \\ X_{nm}(z) \\ Z_{nm} \end{pmatrix} e^{im\omega t}, \quad \lambda = \sum_{n=0}^{\infty} k^{2n} \lambda_n. \quad (5)$$

Кроме того, зависимости от времени для периодических возмущений в (5) представлены в виде рядов Фурье. В нулевом порядке разложения по k^2 получим, что отличны от нуля только некоторые амплитуды, причем $Z_{00}, \vartheta_{00}, X_{00}$ – константы, а $\vartheta_{0\pm 2}$ и $X_{0\pm 2}$ функции от вертикальной координаты и частоты модуляции. В первом порядке разложения для инкремента возмущений λ_1 получим кубическое уравнение. Случай $\lambda_1 = 0$ соответствует возмущениям синхронного отклика (их период совпадает с частотой внешней модуляции), когда осредненная амплитуда деформации поверхности не равна нулю. Случай $\lambda_1 = I\omega_1$, где $\omega_1 \neq \omega$, вообще говоря, соответствует квазипериодической длинноволновой неустойчивости. Анализ поведения инкремента λ_1 при изменении остальных параметров задачи показал, что длинноволновая неустойчивость связана с синхронными возмущениями и существует в пределах некоторых интервалов изменения частоты. Показано, что критическое число Марангони на зависит от капиллярного числа Ca . Построены зависимости порогов длинноволновой неустойчивости от параметров задачи (Рис. 2а).

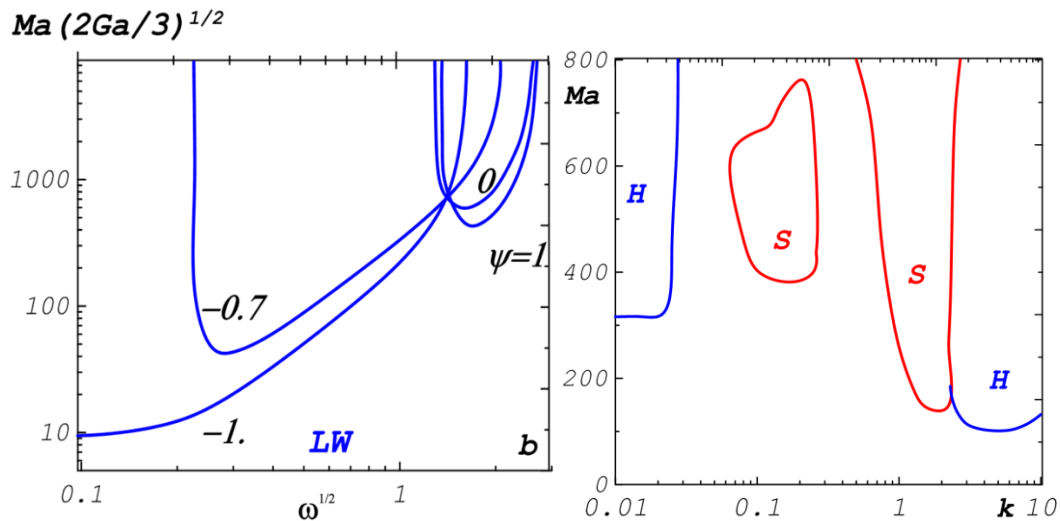


Рис. 2. а) Зависимости порогов длинноволновой неустойчивости (LW) от частоты и параметра разделения смеси, $P=7$, $Le=0.01$; б) нейтральные кривые синхронных (H) и субгармонических (S) возмущений, $P=7$, $Le=0.01$, $\psi = -0.7$, $Ga = 2700$, $Ca = 2 \cdot 10^5$, $\omega = 1$

Для конечных волновых чисел (ячеистые возмущения) нейтральные кривые и пороги неустойчивости найдены численно с использованием разложений функций в ряды Фурье по времени и дальнейшего аналитического решения для соответствующих амплитуд $w(z), \theta(z), \xi(z), \zeta(z)$ в соответствии с методикой [1]. При определенном наборе параметров задачи синхронные ячеистые возмущения могут оказаться критическими для равновесия (Рис. 2б) в результате конкуренции с длинноволновыми синхронными и субгармоническими возмущениями, период которых вдвое превосходит период внешнего воздействия. Более того, при положительном параметре разделения ψ параметрическая неустойчивость связана только с синхронными возмущениями.

Такое поведение возмущений наблюдалось ранее для случая термоэлектрической конвекции [4] или конвекции феррожидкости [5].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>.

Список литературы

1. Smorodin B. L., Mikishev A. B., Nepomnyashchy A. A., Myznikova B. I., Thermocapillary instability of a liquid layer under heat flux modulation. *Physics of fluids*// 2009. Vol. 21. P. 062102.
2. Smorodin B. L., Lücke M., Convection in binary fluid mixtures with modulated heating// *Phys. Rev. E* 2009. Vol. 79. P. 026315.
3. Oron A., Nepomnyashchy A. A., Long-wavelength thermocapillary instability with the Soret effect, *Phys. Rev. E*// 2004. Vol. 69. P. 016313.
4. Smorodin B.L., Gershuni G.Z., Velarde M.G. On the parametric excitation of thermoelectric instability in a liquid layer open to air// *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1999. Vol. 42 (16). P. 3159-3168.
5. Беляев А.В., Смородин Б.Л. Конвекция магнитной жидкости под действием переменного магнитного поля// *Прикладная механика и техническая физика*. 2009. Т. 50. № 4 (296). С. 18-27.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АРКТИЧЕСКОГО ПОТЕПЛЕНИЯ В ЛАБОРАТОРНОЙ МОДЕЛИ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ

А. Н. Сухановский^а, А. А. Гаврилов^б, А. Ю. Васильев^а,
Е. Н. Попова^а

^а Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^б Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Ак. Лаврентьева, 1

Представлены результаты лабораторного и численного моделирования арктического потепления в лабораторной модели общей циркуляции атмосферы. Моделирование арктического потепления реализовано при помощи варьирования мощности охлаждения в центральной части вращающегося слоя жидкости. Полученные результаты показали, что варьирование мощности охлаждения и наличие или отсутствие прилипания на холодильнике влияет на характеристики бароклинных волн и распределение потоков тепла.

Ключевые слова: лабораторное моделирование; глобальная циркуляция атмосферы; арктическое потепление

ARCTIC WARMING MODELING IN A LABORATORY MODEL OF GENERAL ATMOSPHERE CIRCULATION

A. N. Sukhanovskii^a, A. A. Gavrilov^b, A. Yu. Vasiliev^a,
E.N. Popova^a

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Kutateladze Institute of Thermophysics of the Siberian Branch of the Russian
Academy of Sciences, Ak. Lavrentieva ave., 1, 630090, Novosibirsk

The results of laboratory and numerical modeling of Arctic warming in a laboratory atmospheric general circulation model are presented. Arctic warming is modelled by varying the cooling power in the central part of the rotating fluid layer. The results show that varying the cooling power and boundary conditions on the cooler (slip or non-slip) affects the characteristics of baroclinic waves and the distribution of heat fluxes.

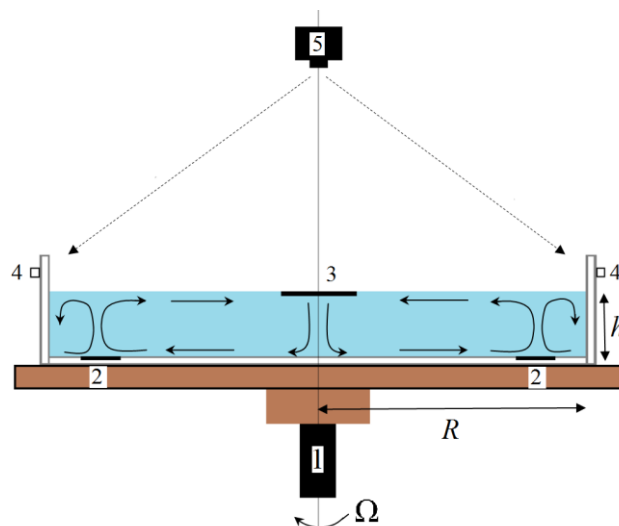
Keywords: laboratory modeling; global atmospheric circulation; arctic warming

1. Введение

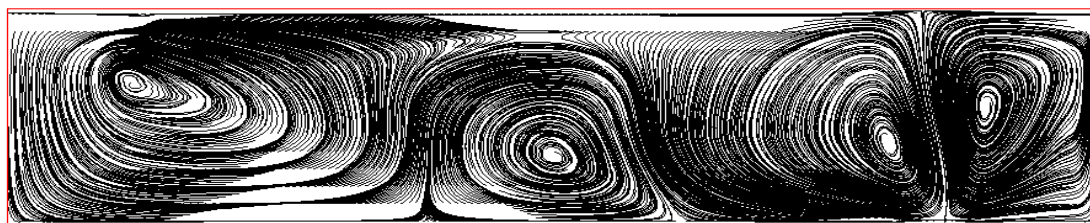
Общая циркуляция атмосферы играет важнейшую роль в погодных и климатических процессах, поскольку обеспечивает перенос и перераспределение тепла и углового момента. Структура и динамика глобальной циркуляции атмосферы очень сложны и зависят от множества факторов, таких как вращение, солнечный нагрев, топография поверхности и т.д. Глобальная атмосферная циркуляция имеет конвективную природу, и ее движущей силой является меридиональная разница температур. Заметное потепление над арктическим полюсом приводит к уменьшению температурного контраста между полюсом и экватором [1], что может повлиять на интенсивность и структуру крупномасштабной циркуляции и вероятность погодных экстремумов [2]. Есть некоторые свидетельства того, что арктическое потепление увеличивает меандрирование среднеширотного зонального потока и снижает скорость дрейфа крупномасштабных волн [3,4]. Однако использование различных данных, моделей, подходов, метрик и интерпретаций приводит к противоречивым выводам относительно роли арктического потепления [2]. Моделирование арктического потепления в идеализированной постановке может помочь в понимании того, как этот процесс влияет на циркуляцию в средних широтах.

2. Лабораторное моделирование общей циркуляции атмосферы

Принципиальная схема модели общей циркуляции атмосферы представлена на Рис.1. Рассматривается вращающийся, слой жидкости с аспектным отношением заметно меньшим единицы ($\Gamma \approx 0.09$), с локализованным кольцевым нагревателем (2), расположенным на периферии дна и холодильником (3), в форме диска, который помещен в центральной части, на верхней границе слоя жидкости. Кольцевой нагреватель моделирует нагрев в области экватора, а холодильник, охлаждение в полярной области. Нагреватель специально смещен от боковой стенки для минимизации ее влияния за счет прилипания на границе, на формирование течений. Помимо этого, смещение области нагрева от боковой стенки позволяет реализовать в верхней части слоя жидкости, зональные течения (восточные и западные ветры) характерные для экваториальной области. Благодаря переносу углового момента, радиальное течение, направленное к боковой стенке (Рис. 1.) формирует антициклоническую циркуляцию (противоположную вращению модели), а конвергентное течение (направленное к центру) приводит к появлению интенсивного циклонического движения. Подробное описание лабораторной модели можно найти в [5,6].



*Рис. 1. Схема лабораторной модели общей циркуляции атмосферы.
1 – вращающийся стенд, 2 – кольцевой нагреватель, 3 – дисковый холодильник,
4 – светодиодная лента, 5 – цифровая видеокамера*



*Рис. 2. Линии тока средней (по времени и азимутальной координате)
меридиональной циркуляции, в режиме с бароклинными волнами*

Лабораторная модель позволяет реализовать четыре меридиональные ячейки, кроме пристеночной ячейки это аналоги ячейки Хэдли, ячейки Ферреля и полярной ячейки (Рис. 2). Особенностью ячейки Ферреля и ее лабораторного аналога является то, что она формируется вследствие волновых движений и заметна только на средних (по времени и азимутальной координате) распределениях меридиональной циркуляции.

Полученные результаты показали, что варьирование мощности охлаждения и наличие или отсутствие прилипания на холодильнике влияет на характеристики бароклинных волн (Рис. 3-4). Надо отметить, что влияние холодильника в эксперименте значительно сильнее, выявление причин этого требует дополнительного анализа. Представленные режимы характеризуют два типа бароклинных волн, регулярные (период вращения $T = 27$ с) и нерегулярные (период вращения $T = 17$ с). Последний режим наиболее близок к тому, что наблюдается в реальной атмосфере. В «атмосферном» режиме уменьшение мощности охлаждения не приводит к принципиальным изменениям характеристик волн. Значительно сильнее изменяется пространственное распределение и величина потоков тепла в средних широтах и в полярной области лабораторной модели.

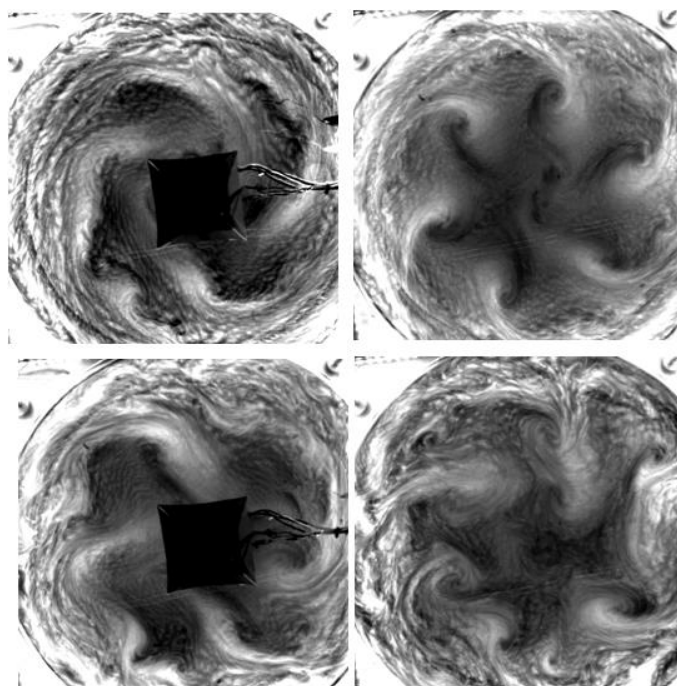


Рис. 3. Структура течения в режиме бароклинных волн для двух режимов вращения, при наличии холодильника (слева) и без него (справа). Наверху – период вращения $T=27$ с, внизу $T=17$ с (визуализация алюминиевой пудрой)

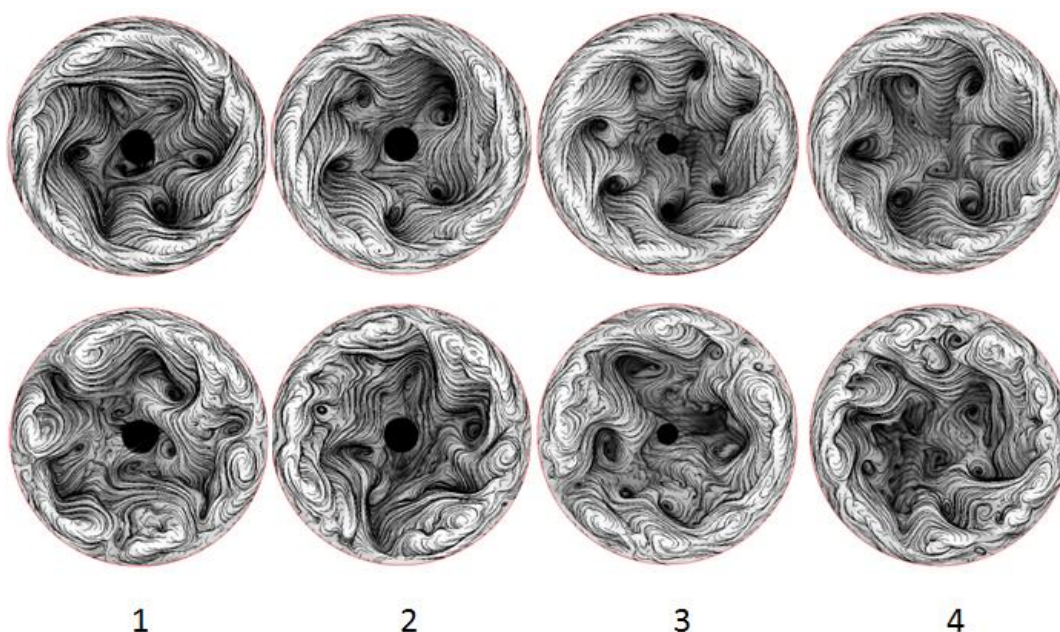


Рис. 4. Характерные типы течений в верхнем слое для различных режимов охлаждения, для двух периодов вращения: наверху – период вращения $T=27$ с, внизу $T=17$ с; 1 – большой холодильник, проскальзывание, 2 – большой холодильник, прилипание, 3 – малый холодильник, прилипание (соответствует экспериментальному режиму), 4 – без холодильника (соответствует экспериментальному режиму)

Список литературы

1. *You Q. et al.* Warming amplification over the Arctic Pole and Third Pole: Trends, mechanisms and consequences //Earth-Science Reviews. 2021. V. 217. P. 103625.
2. *Overland J. E. et al.* Nonlinear response of mid-latitude weather to the changing Arctic //Nature Climate Change. 2016. V. 6. №. 11. P. 992-999.
3. *Francis J. A., Vavrus S. J.* Evidence for a wavier jet stream in response to rapid Arctic warming //Environmental Research Letters. 2015. V. 10. N.1. P. 014005.
4. *Rodda C., Harlander U., Vincze M.* Jet stream variability in a polar warming scenario—a laboratory perspective //Weather and Climate Dynamics. 2022. V. 3. N. 3. P. 937-950.
5. *Harlander, U.; Sukhanovskii, A.; Abide, S.; Borcia, I.D.; Popova, E.; Rodda, C.; Vasiliev, A.; Vincze, M.* New Laboratory Experiments to Study the Large-Scale Circulation and Climate Dynamics // Atmosphere, 2023, 14, 836.
6. *Sukhanovskii A., Popova E. and Vasiliev A.* A shallow layer laboratory model of large-scale atmospheric circulation // Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics, Vol.117, N.3,2023, P.155-176.

ОБРАТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ВОДОХРАНИЛИЩАХ, УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ВОДОПОЛЬЗОВАНИЯ

А. А. Тиунов, А. П. Лепихин

«Горный институт Уральского отделения Российской академии наук» – филиал
Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского
федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской
академии наук, 614007, Пермь, ул. Сибирская, 78А

Дана численная оценка, на основе проведения вычислительного эксперимента, возможности формирования обратных течений в верхнем участке Воткинского водохранилища (в нижнем бьефе Камского водохранилища) в следствии неравномерности работы Камской ГЭС. Вычислительный эксперимент был поставлен на разработанной гидродинамической модели рассматриваемого водного объекта в 2D постановке, на основе лицензированного программного продукта SMS v.11.1. Выполненный вычислительный эксперимент воспроизводит возникновение обратных течений при рассматриваемых гидрологических условиях на верхнем участке Воткинского водохранилища. Данное явление необходимо учитывать с целью минимизации как экологических, так технологических последствий.

Ключевые слова: гидродинамическое моделирование; обратные течения; Воткинское водохранилище; река Кама; Камская ГЭС

REVERSE FLOWS IN RESERVOIRS, CONDITIONS FOR INCREASE AND THEIR IMPACT ON SUSTAINABILITY OF WATER USE

A. A. Tiunov, A. P. Lepikhin

“Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences” – a branch
of the Federal State Budgetary Institution of Science of the Perm Federal Research
Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences
78A, Sibirskaya st., 614007, Perm, Russia

Based on a computational experiment, a numerical assessment is given of the possibility of the formation of reverse currents in the upper section of the Votkinsk Reservoir (in the downstream of the Kama Reservoir) as a result of the uneven operation of the Kamskaya HPP. This computational experiment was carried out on the developed hydrodynamic model of the considered water body in 2D formulation, based on the licensed software product SMS v.11.1. The performed computational experiment reproduces the occurrence of reverse currents under the considered hydrological conditions in the upper section of the Votkinsk reservoir. This phenomenon must be taken into account in order to minimize both environmental and technological consequences.

Keywords: hydrodynamic modeling; reverse currents; Votkinsk Reservoir; Kama River; Kamskaya HPP

Введение

На верхней части Воткинского водохранилища, которая является нижним бьефом Камского водохранилища, расположен один из крупнейших промышленных узлов «Пермско-Краснокамский», с большим количеством водозаборов и водовыпусков. На основе оценки масштабов обратных течений и последствий для водопользователей устанавливаются водохозяйственные и экологические ограничения режима работы Камской ГЭС, в т. ч. и размеры санитарных попусков.

Исследован вопрос формирования обратных течений в Воткинском водохранилище, которое является средним в каскаде Камских водохранилищ. Возникновение обратных течений определяется режимом сброса воды через Камскую ГЭС. Актуальность проблемы обратных течений обусловлена риском попадания загрязненных стоков в водозаборы, расположенные выше по течению относительно выпусков сточных вод.

Метод исследования

Для решения задачи по численной оценке возможных гидрологических изменений в случае образования обратных течений на верхнем участке Воткинского водохранилища (в нижнем бьефе Камского водохранилища) в следствии неравномерности работы Камской ГЭС использована двумерная гидродинамическая модель данного участка.

Двумерная (в горизонтальной плоскости) модель для участка водохранилища сделана с использованием специализированного гидрологического пакета SMS v.11.1 американской компании AQUAVEO LLC. В ее основе лежат несколько расчетных моделей: RMA2, RMA4, SRH, ADH, PTM, TUFLOW и другие, которые позволяют решать различные гидродинамические задачи.

Данный программный пакет SMS v.11.1, нами неоднократно использовался для решения самых актуальных задач, таких как: оценка зон затопления, скоростного и уровенного режимов при добыче нерудных строительных материалов (в реках Вятка [1], Сылва, в водохранилищах Воткинское и Нижнекамское); распространение загрязнения (в реках Вятка [1], Амур, в водохранилищах Камское [2], Клязьминское [3], Учинское, Воткинское, Магнитогорское [4]); распространение теплового поля (Исетское водохранилище); изменение гидродинамики потока (слияние рек Чусовая и Сылва [5]); по защите берегов (р. Дон в районе г. Павловска [6]); транспорт наносов (р. Кама – г. Пермь [7]). Достаточно детальное описание рассматриваемого программного продукта и опыт его использования также приводится в работах [8].

В данной работе использована модель RMA2 программного комплекса SMS v11.1, её детальное описание дается в руководстве пользователя [9].

Вычислительный эксперимент по моделированию обратных течений в нижнем бьефе Камской ГЭС

Моделирование осуществляется на участке от Камской ГЭС до пос. Уральский (вниз по р. Кама (Воткинское водохранилище): от 2187 км до 2271 км судового хода по «Атласу единой глубоководной системы европейской части России, Том 9, Часть 1, «Камское и Воткинское водохранилища от поселка Керчевский до города Чайковский») протяженностью 84 км, рисунок 1.

Ранее в работе [10] были выполнены вычислительные эксперименты по моделированию обратных течений в одномерной модели для всего Воткинского водохранилища, также в ней приводятся данные экспериментальных измерений обратных течений в районе г. Краснокамска и мкр Закамск.

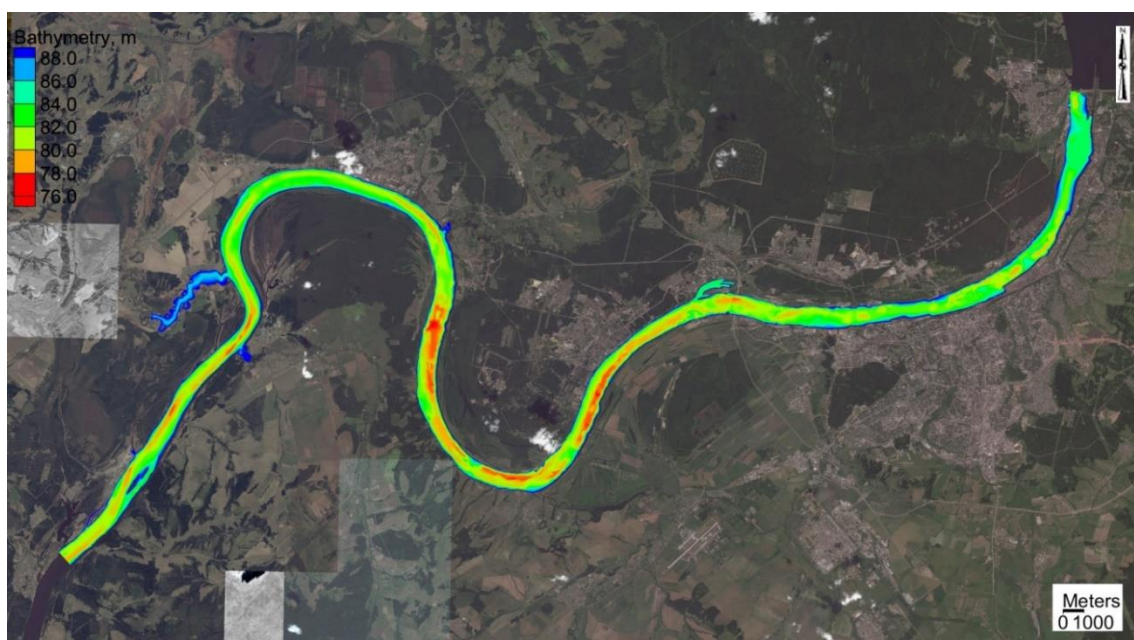


Рис. 1. Морфометрия моделируемого участка

Для корректного задания морфометрии рассматриваемого водного объекта была использована цифровая модель рельефа (ЦМР) сделанная по материалам детальной эхолотной съемки, лидарной съемки и обработки карт.

Далее для наиболее полного и эффективного задания особенностей морфометрии моделируемого объекта на расчетной области построена прямоугольно – треугольная сетка, состоящая из 50899 элементов, со средней длиной ребра элемента – 50 метров. Основные характерные размеры моделируемого объекта: в длину 84 км, по ширине изменяется от 650 до 1350 м.

В модуле RMA2 программного комплекса SMS v11.1 проводится расчет гидродинамических характеристик, в первую очередь распределение глубин, уровней водной поверхности и скоростей потока.

Результаты вычислительного эксперимента

Расход сбрасываемой воды с Камской ГЭС изменяется по графику, представленному на рисунке 2. Это стандартные усреднённые суточные изменения работы Камской ГЭС, при которых расход сброса в течение суток изменяется от минимального, санитарного попуска – $300 \text{ м}^3/\text{с}$ в ночное время суток до осреднённого значения в дневное время суток – $1700 \text{ м}^3/\text{с}$.

Уровень воды в Воткинском водохранилище (р. Кама) в районе пос. Уральский принимался равным $89,11 \text{ м БС}$.

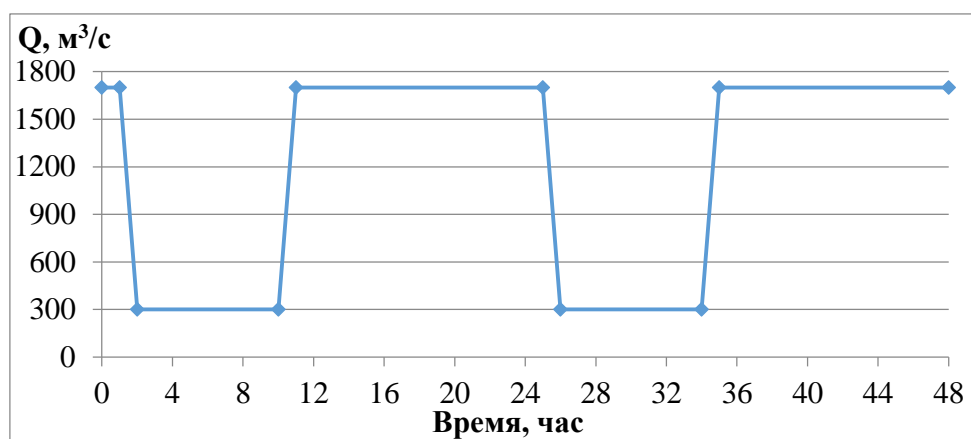


Рис. 2. График изменения расхода сброса воды с Камской ГЭС по времени

На рисунке 3 представлены рассчитанные распределения векторного поля скорости течения во временные промежутки 1 ч и 6 ч 30 мин, соответственно, в районе г. Краснокамска.

На рисунке 4 представлены рассчитанные распределения векторного поля скорости течения во временные промежутки 1 ч и 7 ч, соответственно, в районе р. Мулянка и Закамска.

На рисунке 5 представлены рассчитанные распределения векторного поля скорости течения во временные промежутки 1 ч и 7 ч 15 мин, соответственно, в районе железнодорожного и автомобильного мостов г. Перми.

В районе г. Краснокамска максимальная скорость обратного течения отмечается у левого берега р. Кама $V_{max} = 0.143 \text{ м/с}$, при расчетном времени 6 ч 30 мин, средняя скорость обратного течения – $V_{cp} = 0.075 \text{ м/с}$ и время обратного течения составляет примерно 5 ч. Проинтегрировав среднюю скорость обратного течения по времени получим расстояние, которое вода сможет преодолеть в обратном направлении, и оно составит, примерно, $L_{обр.} \approx 675 \text{ м}$.

В районе р. Мулянка и Закамска максимальная скорость обратного течения отмечается у правого берега на повороте р. Кама $V_{max} = 0.113 \text{ м/с}$, при расчетном времени 7 ч, средняя скорость обратного течения – $V_{cp} = 0.056 \text{ м/с}$ и время обратного течения составляет примерно 3 ч 30 мин, для данного участка – $L_{обр.} \approx 350 \text{ м}$.

В районе железнодорожного и автомобильного мостов г. Перми максимальная скорость обратного течения отмечается у берегов р. Кама $V_{max} = 0.071$ м/с, при расчетном времени 7 ч 15 мин, средняя скорость обратного течения – $V_{cp} = 0.035$ м/с и время обратного течения составляет примерно 2 ч, для данного участка – $L_{обр.} \approx 125$ м.

При данных расчетных характеристиках в районе г. Краснокамска, р. Мулянка, Закамска и в районе железнодорожного и автомобильного мостов г. Перми обратное течение происходит по всей ширине р. Кама.

Отметим, что на участке уже выше автомобильного моста г. Перми наблюдается незначительное обратное течение и только вдоль берегов, а далее оно резко угасает, так как на данном участке р. Кама начинают преобладать речные условия течения и сброс воды на Камской ГЭС идет постоянный, хотя и минимальный.

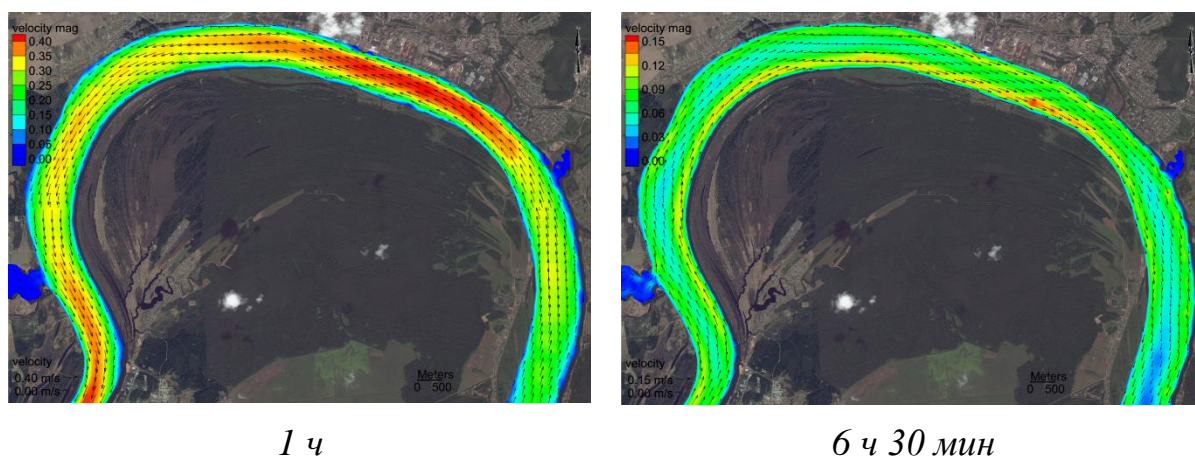


Рис. 3. Распределение векторного поля скорости в районе г. Краснокамска, в обозначенное расчетное время

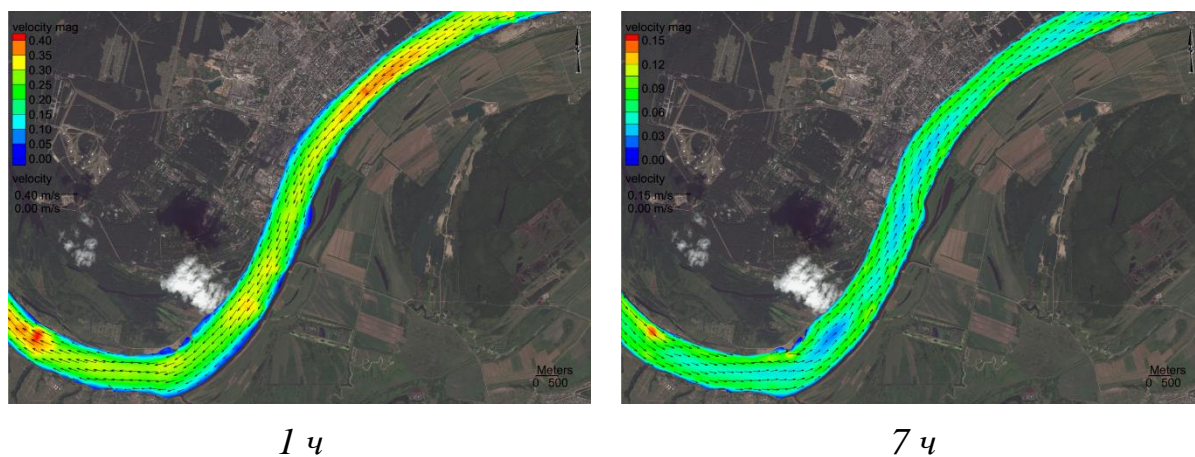
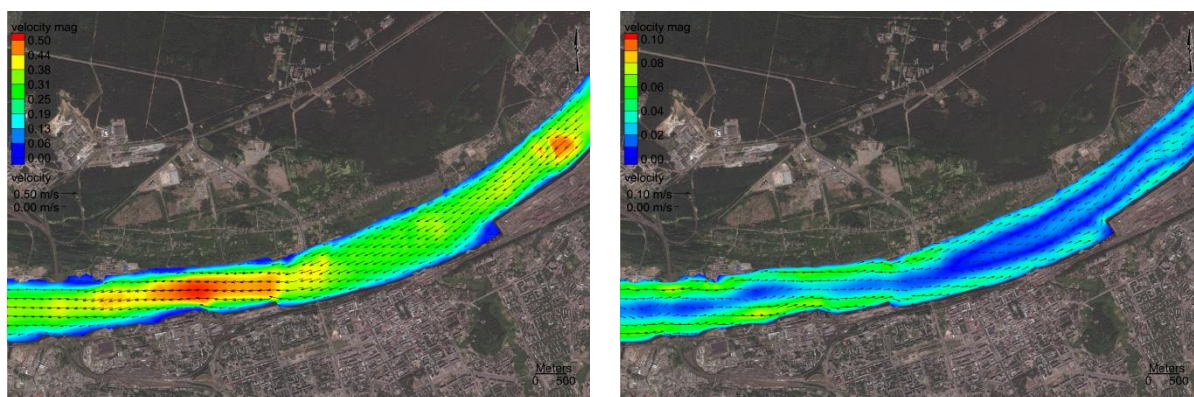


Рис. 4. Распределение векторного поля скорости в районе р. Мулянка и Закамска, в обозначенное расчетное время



1 ч

7 ч 15 мин

Рис. 5. Распределение векторного поля скорости в районе железнодорожного и автомобильного мостов г. Перми, в обозначенное расчетное время

Заключение

Таким образом выполненный вычислительный эксперимент воспроизводит возникновение обратных течений при стандартных условиях работы Камской ГЭС в верхнем участке Воткинского водохранилища. Данные явления необходимо учитывать с целью минимизации как экологических, так технологических последствий, при работе водозаборов, расположенных в районах г. Краснокамска и г. Перми, особенно, если непосредственно ниже располагаются значительные выпуски сточных вод.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-45-596028) и Правительства Пермского края в рамках научного проекта № С-26/828.

Список литературы

1. Лепихин А. П., Любимова Т. П., Ляхин Ю. С., Тиунов А. А., Богомолов А. В., Перепелица Д. И., Паршакова Я. Н. Гидродинамическое моделирование реки Вятки в среднем течении: постановка задачи, результаты расчетов. // Водное хозяйство России. 2013. № 3. С. 16-32.
2. Лепихин А. П., Любимова Т. П., Паршакова Я. Н., Тиунов А. А. К проблеме утилизации избыточных рассолов предприятиями калийной промышленности в водные объекты // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2012. № 2. С. 185-193.
3. Веницианов Е. В., Лепихин А. П., Кирпичникова Н. В. Разработка гидродинамической модели и модели формирования загрязнений равнинного водохранилища (на примере Клязьминского водохранилища) // Водное хозяйство России. 2013. № 2. С. 96-107.

4. *Лепихин А. П., Ляхин Ю. С., Тиунов А. А., Дробный О. Ф., Вахромеев И. Е.* Отработка возможных схем снижения воздействия ОАО "МКК" на Магнитогорское водохранилище на основе вычислительных экспериментов // Водное хозяйство России. 2014. № 5. С. 85-96.
5. *Lyubimova T. P., Lepikhin A. P., Kononov V. V., Parshakova Ya. N., Tiunov A. A.* Formation of the density currents in the zone of confluence of two rivers // Journal of Hydrology. Vol. 508, 16 January 2014, P. 328–342.
6. *Богомоллов А. В., Лепихин А. П., Тиунов А. А.* Использование численных гидродинамических моделей для оценки эффективности проектных решений по защите берегов (на примере реки Дон в районе города Павловска). // Водное хозяйство России. 2014. № 1. С. 50-57.
7. *Лепихин А. П., Любимова Т. П., Лепешкин С. А., Тиунов А. А., Паршакова Я. Н., Перепелиц Д. И.* К проблеме оценки последствий крупномасштабной добычи нерудных строительных материалов на поверхностные водные объекты // Водное хозяйство России. 2014. № 3. С. 108-119.
8. *Lepikhin A. P., Tiunov A. A., Lyubimova T. P., Parshakova Ya. N.* Discharge of excess brine into water bodies at potash industry works // Journal of Mining Science. 2012. Т. 48. № 2. С. 390-397.
9. *Donnell Barbara P., Letter Joseph V., McAnally William H., and others,* "Users Guide for RMA2 Version 4.5," [27 Sept] 2011.
10. *Лепихин А. П., Тиунов А. А., Возняк А. А.* Особенности формирования и расчета обратных течений в Воткинском водохранилище (1D-постановка). // Водное хозяйство России. 2018. № 5. С. 21-36. DOI: 10.35567/1999-4508-2018-5-2.

ПЕРЕСТРОЙКА СТРУКТУРЫ ДВИЖЕНИЯ В СИСТЕМЕ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ РЕАГИРУЮЩИХ РАСТВОРОВ В ОДНОСЛОЙНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В. Ю. Уточкин, Р. Р. Сираев, Д. А. Брацун

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

Исследуется хемотрективное движение, вызванное протеканием реакции нейтрализации в системе несмешивающихся растворов кислоты и основания. Наблюдаемая неустойчивость объясняется движением жидкости, связанным с возникновением плотностных неоднородностей в поле силы тяжести. Влиянием на динамику системы капиллярных сил и тепловыделения пренебрегается. Учет производства воды в эволюционных уравнениях позволяет воспроизвести структуру движения жидкости в виде системы вихрей с непрерывно растущим аспектным отношением. Получено основное состояние реакции – диффузии в условиях механического равновесия жидкости. Показано, что неустойчивость возбуждается за счет взаимодействия реакционно – диффузионных процессов, формирующих локально неустойчивую плотностную стратификацию в реакционной зоне. Нелинейная динамика системы исследуется путем прямого численного моделирования.

Ключевые слова: реакция нейтрализации; хемотрекция; структурообразование

RECONSTRUCTION OF THE MOVEMENT STRUCTURE IN A SYSTEM OF IMMISCIBLE REACTING SOLUTIONS IN THE SINGLE-LAYER APPROXIMATION

V. Yu. Utochkin, R. R. Siraev, D. A. Bratsun

Perm National Research Polytechnic University,
29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

We study the chemoconvective motion caused by the neutralization reaction in the system of immiscible acid and base solutions. The observed instability is explained by the motion of the liquid associated with the appearance of density inhomogeneities in the gravity field. The effect of capillary forces and heat release on the dynamics of the system is neglected. Accounting for the production of water in evolutionary equations makes it possible to reproduce the structure of fluid motion in the form of a system of vortices with a continuously growing aspect ratio. The base state of reaction – diffusion is obtained under conditions of mechanical equilibrium of a liquid. It is shown that the instability is excited due to the interaction of reaction – diffusion processes, which form a locally unstable density stratification in the reaction zone. The nonlinear dynamics of the system is investigated by direct numerical simulation.

Keywords: neutralization reaction; chemoconvection; pattern formation

Системы жидкостей, в которых плотностные неоднородности могут привести к макроскопическому движению, демонстрируют большое разнообразие типов сложного поведения, начиная с «вязких пальчиков» Саффмана-Тейлора и заканчивая ячейками Бенара. Аналогичным свойством обладают некоторые реакционные системы, где связь химических превращений с диффузионным механизмом также приводит к формированию упорядоченных пространственных структур. Примером могут служить стационарные структуры Тьюринга в задачах реакция-диффузия. В этой связи в последние десятилетия внимание многих исследователей на стыке химии и механики жидкости оказалось сосредоточено на изучении взаимного влияния протекающих в жидкости химических реакций и конвективного движения.

Некоторые особенности структурообразования вблизи реакционного фронта в двухслойной системе смешивающихся растворов изучались в работах [1, 2]. Найденные режимы неустойчивости отличались способностью к локализации движения внутри плотностных потенциальных ям, что несвойственно, например, классической тепловой конвекции. Схожее поведение анализировалось в работах [3, 4], посвященных системе жидкостей с межфазной границей. Один из найденных режимов продемонстрировал тенденцию к выравниванию фронта конвективной структуры (рис. 1б), за которым образуется последовательность ячеек с равномерно растущим аспектным отношением. Указанные особенности хемоконвективных течений связаны с наличием взаимодействующих механизмов реакции, диффузии и конвекции, а также различиями в отвечающих им временных масштабах. Так, число Дамкёлера, представляющее собой отношение диффузионного и реакционного времен $Da = \tau_d / \tau_r$, имеет порядок 10^3 , что объясняет формирование статически устойчивых плотностных неоднородностей.

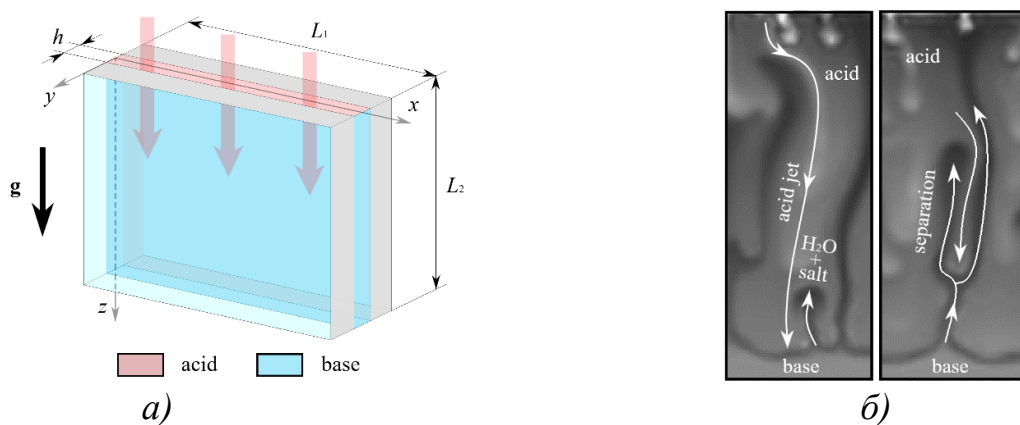


Рис. 1. а) Схематическое изображение прямоугольной ячейки Хеле-Шоу в поле тяжести; б) Формирование и перестройка структуры течения за счет механизма образования струй, поставляющих кислоту к реакционному фронту, с последующим образованием солевых плюмов

В работе [3] обсуждалась конвективная неустойчивость в двухслойной системе несмешивающихся растворов, размещенных друг над другом в ячейке Хеле-Шоу. Нижняя часть ячейки заполнялась водным раствором основания NaOH, верхняя – раствором кислоты HCl в пентаноле. Авторами отмечалось, что молекулы основания не могут свободно проникать через поверхность раздела, тогда как для молекул кислоты она является проницаемой, в связи с чем хемоконвекция локализуется снизу от межфазной границы. В верхнем слое, вследствие постепенного снижения концентрации кислоты, также возникает неустойчивая плотностная стратификация. В результате жидкость, в соответствии с механизмом Рэля – Тейлора, приходит в движение, однако его структура известна и интереса не представляет. Кроме того, деформаций границы раздела и вообще механических воздействий с ее стороны на движение среды обнаружено не было. Указанные обстоятельства позволяют считать верхний слой пассивным резервуаром с кислотой и редуцировать систему до однослойной, что выгодно с точки зрения вычислительных затрат. Таким образом, начальная конфигурация представляет собой ячейку, однородно заполненную раствором основания с концентрацией B_0 . На свободной верхней границе задается фиксированное значение A_0 концентрации кислоты (рис. 1а). Динамические уравнения формулируются с применением нового подхода, учитывающего производство воды в зоне реакции. В его основу заложено представление добавочной плотности в виде

$$\rho = A + R_B B + W(t) R_S S, \quad (1)$$

где A , B , S – концентрации растворов кислоты, основания и соли соответственно, R_B , R_S – числа Рэля, а функция $W(t)$ представляет собой поправку к концентрации соли за счет производства воды.

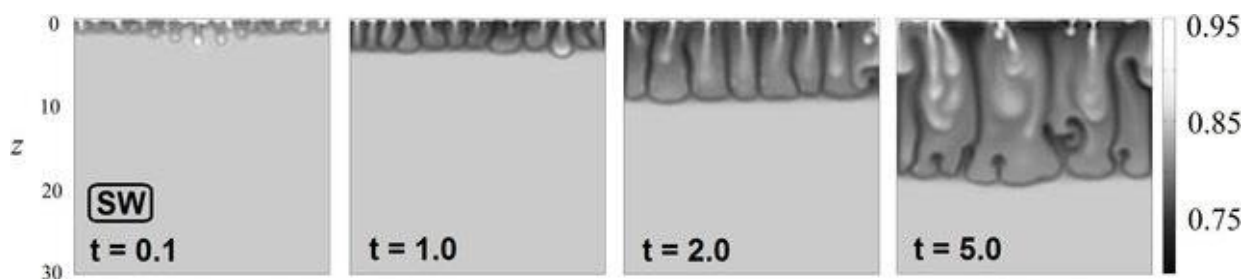


Рис. 2. Поле плотности в последовательные моменты времени $t = 0.1, 1.0, 2.0$ и 5.0 при значении управляющего параметра $\gamma = 0.4$ [4]

Параметром, отвечающим за реализацию определенного сценария развития неустойчивости, служит отношение начальных концентраций $\gamma = B_0 / A_0$. В ряду с наблюдавшимися в [3, 4] диффузионно-управляемыми режимами и классической конвекцией Рэля – Тейлора выделяется неустойчивость в виде периодической последовательности вихрей, растущих в направлении силы тяжести и образующих структуру с равномерно движущимся фронтом. Особый интерес представляет тот факт, что значение γ , отвечающее данному режиму, согласно оценкам [3] должно соответствовать неустойчивости Рэля – Тейлора

со свойственным ей хаотическим продвижением фингеров вниз по течению. Тем не менее, изначально более тяжелый раствор кислоты, погружаясь в нижний слой, постепенно теряет скорость и останавливается на определенном уровне (рис. 2, ср. кадры $t = 0.1$, $t = 1.0$). Данное явление, как и процесс «дробления» структуры вследствие всплытия солевых плюмов вверх с линии фронта (рис. 1б; рис. 2, кадр $t = 5.0$), обусловлено интенсивным производством воды в ходе взаимодействия кислоты и основания.

В рамках настоящей работы построена математическая модель явления, включающая систему уравнений реакции – диффузии – конвекции в приближениях Буссинеска и Хеле-Шоу. Получено основное состояние реакции – диффузии. Показано, что неустойчивость возникает как результат взаимодействия механизмов реакции и диффузии, приводящего к возникновению неустойчивой плотностной стратификации в зоне реакции. Уникальная структура движений, наблюдавшихся в работах [3, 4], объясняется вкладом производства воды (1) в величину добавочной плотности. Построена бифуркационная диаграмма, отражающая зависимость профиля плотности $\rho^0(z)$ в основном состоянии от управляющего параметра γ . Нелинейная динамика системы исследуется численно с использованием метода конечных разностей. Численные результаты и экспериментальные наблюдения находятся в качественном согласии.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 19-11-00133).

Список литературы

1. *Mizev A., Mosheva E., Bratsun D.* Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study // J. Fluid Mech. 2021. DOI: 10.1017/jfm.2021.201.
2. *Bratsun D., Mizev A., Mosheva E.* Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 2. Theoretical study // J. Fluid Mech. 2021. DOI: 10.1017/jfm.2021.202.
3. *Bratsun D., Mizev A., Utochkin V., Nekrasov S., Shmyrova A.* Nonlinear development of convective patterns driven by a neutralization reaction in immiscible two-layer systems. // Phil. Trans. R. Soc. A, 2023. DOI: 10.1098/rsta.2022.0178.
4. *Utochkin V., Bratsun D.* Spontaneous Ordering of Chemoconvective Fingering Near an Interface in a Reacting Solution. // Interfac. Phenom. Heat Transfer, 2022. DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2022046303.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ И КОНЦЕНТРАЦИОННОЕ РАССЛОЕНИЕ И СТРАТИФИКАЦИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ

А. И. Федюшкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
119526, Россия, Москва, проспект Вернадского, 101, корпус 1

Найдены немонотонные зависимости величины температурного и концентрационного расслоения в центре квадратной области от числа Грасгофа. Показана картина формирования нестационарной периодической структуры тепловой конвекции. Приведены детали образования противотоков внутри области с направлением противоположным основному конвективному течению.

Ключевые слова: численное моделирование; конвекция; температурное и концентрационное расслоение; стратификация

TEMPERATURE AND CONCENTRATION SEGREGATION AND STRATIFICATION OF CONVECTIVE FLOW

A. I. Fedyushkin

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS,
119526, Moscow, Vernadskogo ave., 101-1

Nonmonotonic dependences of the temperature and concentration segregations in the center of the square region on the Grashof number are found. The picture of the formation of a non-stationary periodic structure of thermal convection is shown. Details of the formation of countercurrents inside the region with the direction opposite to the main convective flow are given.

Keywords: numerical modeling; convection; temperature and concentration segregation; stratification

Введение

Для многих приложений и технологий большое значение имеет знание закономерностей формирования и развития температурного и концентрационного расслоения при конвективном течении в объёме жидкости для возможности управления этими неоднородностями. Сложность управления конвективным течением при умеренных параметрах определяется нелинейными зависимостями характеристик течения от определяющих параметров. Одним из примеров проявления нелинейности ламинарных течений является существование максимума неоднородности (температурной или концентрационной) от безразмерных параметров [1-4]. Этот эффект проявился при кристаллизации германия с примесями в космическом эксперименте МА-150, в котором радиальная неоднородность легирующей примеси была

в семь раз больше, чем в земном его аналоге. Эффект максимума также был подтверждён в лабораторном эксперименте [4]. Другим примером проявления нелинейного характера конвекции могут быть результаты экспериментов EURECA по кристаллизации фосфатов кальция из растворов, которые показали, что кристаллы гидроксиапатита, выращенные в условиях невесомости, были по размеру в десятки раз больше, чем их земные аналоги. Численное моделирование показало возможные конвективные механизмы переноса компонент реакции и возникновения расслоения в термостатированном реакторе для микрогравитации и земных условий [5].

Постановка задачи

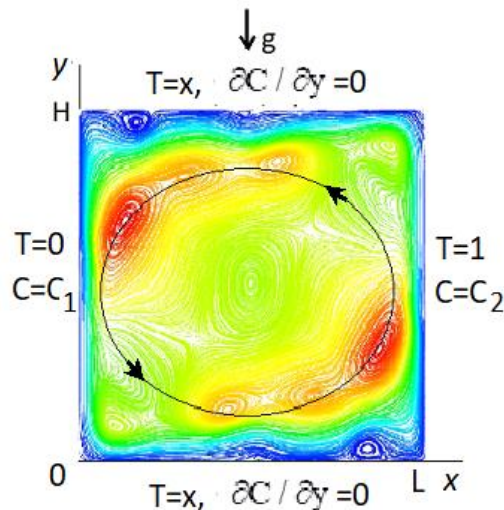


Рис. 1. Расчётная область и граничные условия. Показаны треки и цветом значения изолиний функции тока при колебательной тепловой конвекции; линией со стрелками обозначена траектория перемещения вихрей ($Gr = 10^7, Pr = 0.7, L/H = 1$)

Математическая модель основана на численном решении нестационарных двумерных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска и уравнений переноса тепла и массы, которые в декартовой системе координат, в безразмерном виде, в переменных: ψ – функция тока, ω – вихрь, T – температура, C – концентрация, можно записать в следующем виде [5-9]:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + Gr \frac{\partial T}{\partial x} + Gr_c \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{Sc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Приняты следующие обозначения: $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$ – оператор полной производной по времени, $x = x/H$ и $y = y/H$ – безразмерные горизонтальная и вертикальная координаты, t – время, $u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ и $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ – компоненты вектора скорости в направлении x и y , соответственно, T – температура, C – концентрация. Задача характеризуется следующими безразмерными параметрами подобия: числами Грасгофа: $Gr = g\beta_T \Delta T H^3 / \nu^2$, $Gr_C = g\beta_C \Delta C H^3 / \nu^2$, Прандтля $Pr = \nu / a$ и Шмидта: $Sc = \nu / D$, где ΔT , ΔC – характерные масштабы температуры и концентрации, g – ускорение силы тяжести, коэффициенты β_T , β_C , – коэффициенты теплового и концентрационного расширения, ν – кинематической вязкости, a – температуропроводности, D – диффузии. При обезразмеривании в уравнениях (1-4) в качестве масштабов длины, скорости и времени выбраны следующие величины: H , ν/H и H^2/ν .

Рассматривается случай, когда вектор силы тяжести направлен вниз навстречу оси Oy и перпендикулярен потокам тепла и массы на вертикальных границах (рис. 1). Заданы следующие граничные условия: на всех стенках для скорости – условия прилипания, первого рода для температуры, а для концентрации условия непротекания на горизонтальных стенках и первого рода на вертикальных (рис.1). Для численного решения использовались методы конечных разностей и контрольных объёмов [1, 2, 4-8]. Рассматриваются бинарные смеси с концентрацией лёгкой компоненты для двух вариантов граничных значений для концентрации: №1 – $C_1=1$, $C_2=0$ и №2 – $C_1=0$, $C_2=1$. Расслоение оценивалось величинами производных от температуры и концентрации по вертикальной координате y .

Результаты численного моделирования

Температурное и концентрационное расслоение

При тепловой конвекции на рис. 2 и рис. 3 приведены зависимости от числа Грасгофа значений производных от температуры ($\partial T / \partial y$) и концентрации ($\partial C / \partial y$) по вертикальной координате, вычисленных в центре области (для разных чисел Шмидта Sc для варианта №1.

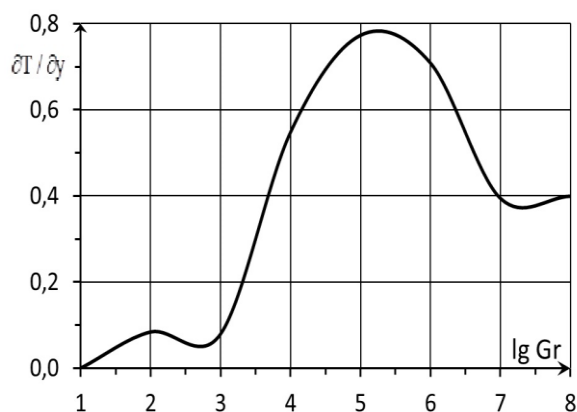


Рис. 2. Зависимость производной от температуры по вертикальной координате $\partial T / \partial y$ в центре квадратной области ($x=0.5, y=0.5$) от числа Грасгофа при $Pr = 0.7, L / H = 1$

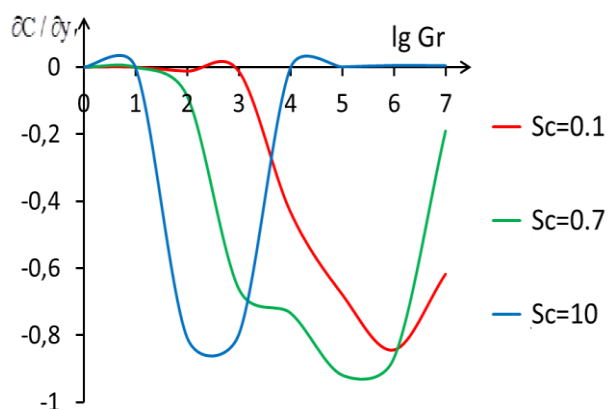


Рис. 3. Зависимость производной от концентрации по вертикальной координате $\partial C / \partial y$ в центре квадратной области ($x=0.5, y=0.5$) от числа Грасгофа при $Pr = 0.7; Sc = 0.1, 0.7, 10; L / H = 1$

При нестационарной конвекции приводятся средние значения по времени. Эти зависимости подтверждают наличие максимумов температурного и концентрационного расслоения в зависимости от числа Грасгофа [1-4]. В работах [1-3] были показаны зависимости температурных и концентрационных неоднородностей от числа Грасгофа (Рэлея) в виде разностей температуры и концентраций между верхней и нижней стенками. Зависимости от числа Грасгофа вертикальных производных от температуры $\partial T / \partial y$ и концентрации $\partial C / \partial y$, вычисленных в центре области (рис.2, 3), показывают, что максимумы расслоения по температуре и концентрации существуют не только между горизонтальными стенками - зонами наибольшего изменения температуры и концентрации (вблизи пограничных слоёв), а и в центре расчётной области. Изменение производных от температуры по вертикальной координате $\partial T / \partial y$ вдоль линии $x = 0.5$ для $Gr = 10^6 - 10^8$, $Pr = 0.7$, $L / H = 1$ показано на рис. 4 (при $Gr \geq 10^6$ приведены профили $\partial T / \partial y$, осреднённых значений по времени).

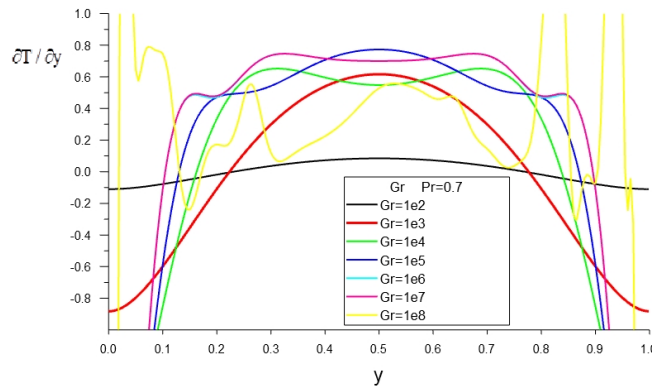


Рис. 4. Профили производных от температуры по вертикальной координате $\partial T / \partial y$ ($x=0.5$) для $Gr = 10^6 - 10^8$, $Pr = 0.7$, $L/H = 1$

Величина температурной и концентрационной стратификации нелинейно зависит от определяющих безразмерных параметров, в частности от интенсивности конвекции. Ранее численно было обнаружено, что зависимость вертикальной стратификации (расслоения) от числа Грасгофа (Рэлея $Ra = Gr Pr$) немонотонна и имеет максимум [1-3]. Для подтверждения этого результата были проведены специальные лабораторные эксперименты [4]. Эти эксперименты проводились на газах в кубической полости, нагреваемой сбоку, с потоком примеси через вертикальные стенки. Двумерная математическая модель этого эксперимента соответствовала задаче, представленной на рис. 1 с граничными условиями для концентрации вариант №2). На рис. 5-6 показаны результаты моделирования концентрационной стратификации в сравнении с экспериментальными данными [4] на установившихся стационарных режимах для безразмерных чисел: Грасгофа $Gr = 2 \cdot 10^5$, Грасгофа концентрационного $Gr_c = 1.8 \cdot 10^5$, Прандтля $Pr = 0.75$ и Шмидта $Sc = 0.65$. На рис. 5 представлены изолинии функции тока, изотермы, линии равных концентраций и интерферограмма поля плотности [4].

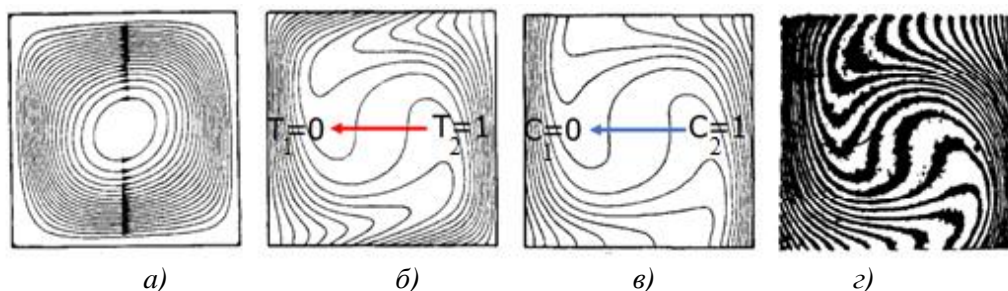


Рис. 5. Термоконцентрационная конвекция в квадратной области с боковым нагревом и горизонтальным градиентом концентрации (вариант №1). а) – изолинии функции тока, б) – изотермы, в) – линии равных концентраций и г) – интерферограмма поля плотности [4]
($Gr = 2 \times 10^5$, $Gr_c = 1.8 \times 10^5$, $Pr = 0.75$, $Sc = 0.65$)

На рис. 6 показаны зависимости производной от концентрации по вертикальной координате, рассчитанной в центре квадратной области, от числа Рэлея для тепловой, концентрационной и термоконцентрационной конвекции (вариант №2) для трех случаев: а) - тепловая конвекция, сплошная линия 1 – расчет, пунктирная линия 2 – эксперимент [4], $Gr_c = 0, Pr = Sc = 0.75$; б) – концентрационная конвекция, разные значки – это экспериментальные данные для различных газовых смесей [4], сплошная линия 1 – расчет при $Gr = 0, Sc = 1$; в) – термоконцентрационная конвекция, показаны точки 2 – эксперимент [4], сплошная линия 1 – расчет при $Gr_c = 1.8 \cdot 10^5, Pr = 0.75, Sc = 0.65$. Из данных, представленных на рис. 5 и рис. 6 видно, что экспериментальные и численные результаты хорошо согласуются и подтверждают существование максимума концентрационного расслоения при различных видах конвекции: тепловой, концентрационной и термоконцентрационной конвекции.

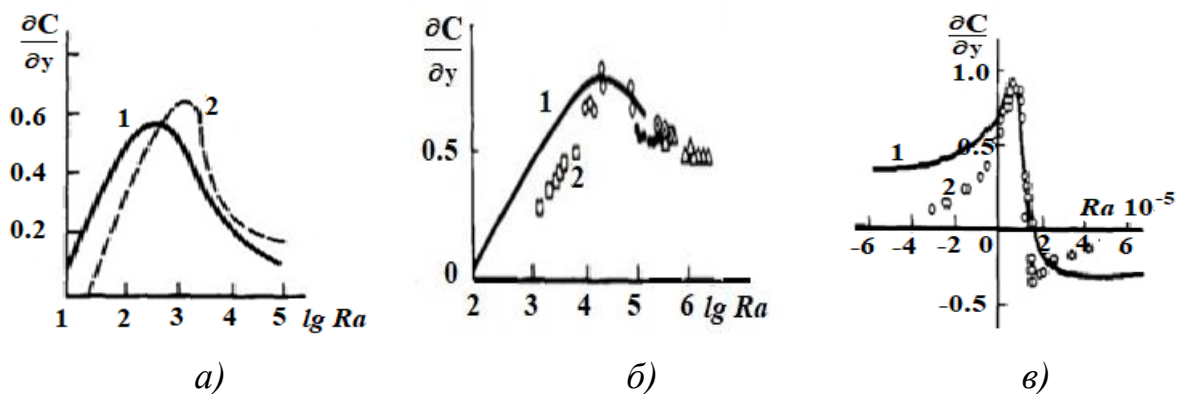


Рис. 6. Зависимости производной концентрации по вертикальной координате в центре квадратной области $\partial C / \partial y$ от числа Рэлея для тепловой (а), концентрационной (б) и термоконцентрационной (в) конвекций

Вертикальное температурное и концентрационное расслоения оказывают влияние на структуру конвективного течения.

Структура течения

При малых числах Грасгофа $0 < Gr < 10^4$ ($Pr = 0.7, L/H = 1$) структура течения в задаче о тепловой конвекции в квадратной полости, является одновихревой, при увеличении числа Грасгофа более чем 10^5 начинают формироваться вторичные вихри, которые иногда называют “cat's eyes”.

С увеличением числа Грасгофа течение перестаёт быть стационарным и при $Gr = 10^6$ (рис.7) течение становится квазистационарным со слабыми периодическими изменениями в скорости, а вторичные вихри “cat's eyes” сформированы и практически не изменяются. Изменение по времени

производных от температуры по вертикальной координате $\partial T / \partial y$ (максимальных, минимальных и средних значений на линии $x=0.5$ при $Gr=10^6$, $Pr=0.7$, $L/H=1$ показано на рис. 8а.

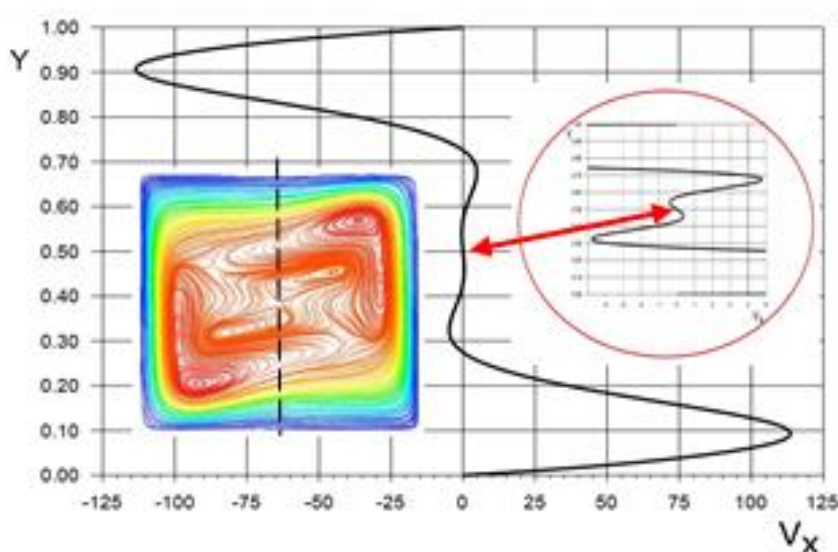


Рис. 7. Профиль горизонтальной скорости $V_x(y)$ в среднем вертикальном сечении ($x=0.5$ – пунктирная линия) для: $Gr=10^6$, $Pr=0.7$, $L/H=1$; на вкладках: слева – треки течения с “cat's eyes”, справа – профиль $V_x(y)$, увеличенный в окрестности центра расчётной области

При дальнейшем увеличении числа Грасгофа ламинарное течение становится периодически-колебательным. Например, на рис. 1 для $Gr=10^7$ показаны вторичные вихри, которые в течение времени начинают увлекаться основным течением, двигаясь против часовой стрелки (траектория движения показана на рис.1 линией со стрелками), меняя свою интенсивность, дробясь и объединяясь, из-за чего возникают термики у горячей и холодной стенок (на всех стенках появляются мелкие, растущие и перемещающиеся вдоль стенок вихри - волны Толлмина–Шлихтинга) (рис. 1).

По времени вся эта структура течения периодически повторяется и конвективное течение становится периодически-колебательным с хорошо выраженным основным циркуляционным движением. На рис. 8 представлены временные зависимости значений производной от температуры по вертикальной координате $\partial T / \partial y$ (максимальных, минимальных и средних значений по пространству) при $Pr=0.7$, $L/H=1$ для $Gr=10^6$ (рис. 8а) и $Gr=10^7$ (рис. 8б).

При $Gr=10^8$ течение является колебательным, но становится менее упорядоченным, чем при $Gr=10^7$.

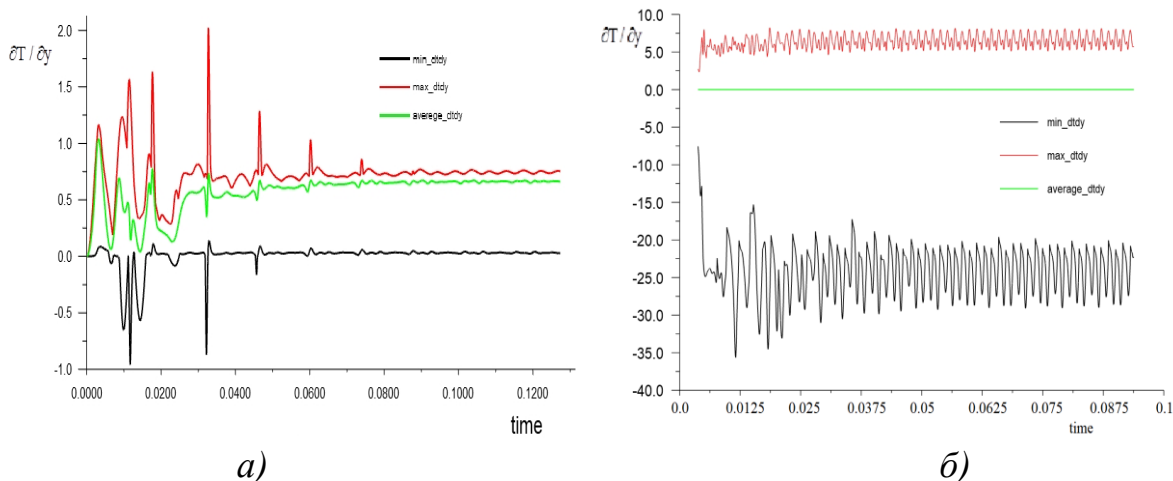


Рис. 8. Временные зависимости производных от температуры по вертикальной координате $\partial T / \partial y$ (максимальных, минимальных и средних значений: а) на линии $x=0.5$, б) во всей расчётной области) при колебательной тепловой конвекции (а) $Gr = 10^6$, $Pr = 0.7$, $L / H = 1$, б) $Gr = 10^7$, $Pr = 0.7$, $L / H = 1$)

В случае термоконцентрационной конвекции ($Gr = 10^7$, $Pr = 0.7$, $Gr_c = 10^7$, $Sc = 0.7$, $L / H = 1$, вариант №1) течение нестационарное и имеет периодически-колебательный характер, хотя интенсивность термоконцентрационной конвекции ниже, чем в случае только тепловой конвекции ($Gr = 10^7$, $Pr = 0.7$, $Gr_c = 0$). Колебательный механизм течения в данном случае иной, чем при тепловой конвекции. Структура нестационарного течения термоконцентрационной конвекции состоит из двух противоборствующих, оппозитно вращающихся вихрей (концентрационная конвекция - по часовой стрелке; тепловая конвекция – против часовой стрелке), этим и определяется механизм колебательно- периодического течения для данного случая.

Образование и существование стационарных слоистых структур течения с противотоками, направленных навстречу основному течению показано на рис. 7 для квадрата ($Gr = 10^6$, $Pr = 0.7$, $L / H = 1$). Данные противотоки образуются вследствие интенсивного конвективного течения, устойчивой вертикальной стратификации плотности, наведённой конвекцией, и наличия вертикальных и горизонтальных стенок. Наличие противотоков при тепловой конвекции в удлинённых горизонтальных слоях, для разных свойств жидкостей и условий, в том числе и для полубесконечных горизонтальных слоёв было показано в работах [6-9].

Заключение

Найдены немонотонные зависимости вертикальных производных от температуры и концентрации, вычисленных в центре квадратной области от числа Грасгофа, показывающие наличие максимальной неоднородности по температуре и концентрации в зависимости от числа Грасгофа.

Показана картина формирования нестационарной периодической структуры колебательной тепловой конвекции.

Приведены детали образования (квази-)стационарных противотоков внутри квадратной области, направленных противоположно основному конвективному течению.

Работа выполнена по теме гос. задания № 123021700044-0.

Список литературы

1. *Полежаев В.И.* Эффект максимума температурного расслоения и его приложения, *Докл. АН СССР*, 218:4 (1974), 783–786.
2. *Полежаев В.И., Белло М.С., Вerezуб Н.А., и др.* Конвективные процессы в невесомости. М., Наука, 1991. 240 с.
3. *Полежаев В.И., Федюшкин А.И.* Гидродинамические эффекты концентрационного расслоения в замкнутых объемах. // *Механика жидкости и газа*. 1980. № 3. С. 11–18.
4. *Пшеничников А.Ф., Пинягин А.Ю., Полежаев В.И. и др.* Термо-концентрационная конвекция в прямоугольной области при боковых потоках тепла и массы. // *Препринт*. Свердловск, 1985. 53 с.
5. *Федюшкин А.И.* Влияние конвекции на кристаллизацию фосфата кальция в термостате в земных и космических условиях // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2020. № 4. С. 35–46.
6. *Fedyushkin A. I.* Stratification and segregation under laminar convection // *Advanced Hydrodynamics Problems in Earth Sciences* (eds. Chaplina T.). Springer: Switzerland, 2023. P. 153–169. https://doi.org/10.1007/978-3-031-23050-9_14.
7. *Кирдяшкин А.Г., Полежаев В.И. Федюшкин А.И.* Тепловая конвекция в горизонтальном слое при боковом подводе тепла. // *ПМТФ*, 1983, № 6. С. 122–128.
8. *Федюшкин А.И., Пунтус А.А.* Нелинейные особенности ламинарных течений жидкости на Земле и в невесомости // *Труды МАИ* 102, 1–20, 2018.
9. *Федюшкин А. И.* Влияние чисел Рэлея, Прандтля и граничных условий на конвективные течения жидкости в горизонтальных слоях // *Математическое моделирование и численные методы*. 2020. № 1. С. 28–44.

ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ЭЛЕКТРОФОРЕЗЕ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Е. А. Франц^а, В. С. Шелистов^а, А. А. Крылов^б, Е. А. Демехин^а

^а Финансовый университет при Правительстве РФ,
350051, Краснодар, Шоссе Нефрятиков, 32

^б Кубанский государственный университет,
350040, Краснодар, ул. Ставропольская, 149

В данной работе проведено численное моделирование задачи движения сферической диэлектрической частицы под действием внешнего электрического поля в растворе электролита. В сильном электрическом поле при достаточно высокой плотности поверхностного заряда около поверхности диэлектрической частицы в области набегающего потока формируется структура тонких пограничных слоев, которая в том числе включает область расширенного пространственного заряда. Ранее считалось, что формирование данной области возможно только около ионообменных поверхностей и сопряжено с прохождением электрического тока через поверхность частицы. В области позади частицы формируется струя с высокой суммарной концентрацией ионов, которая становится неустойчивой при высоких значениях напряженности электрического поля.

Ключевые слова: электрофорез; нелинейные эффекты; диэлектрическая частица; гидрофобная поверхность

ELECTROKINETIC INSTABILITY DURING ELECTROPHORESIS IN A STRONG ELECTRIC FIELD.

Е. А. Frants^а, V. S. Shelistov^а, A. A. Krylov^б, E. A. Demekhin^а

^а Financial University under the Government of the Russian Federation,
32, Shosse Neftyanikov, 350051, Krasnodar

^б Kuban State University, 149, Stavropolskaya st., 350040, Krasnodar

In this study, numerical modeling of the problem of motion of a spherical dielectric particle under the influence of an external electric field in an electrolyte solution was conducted. In a strong electric field, given a sufficiently high surface charge density, a structure of thin boundary layers forms around the surface of the dielectric particle in the area of the incoming flow. This structure includes a region of extended space charge. It was previously believed that the formation of such a region is possible only near ion-exchange surfaces and is associated with the passage of electric current through the particle surface. In the area behind the particle, a jet forms with a high total concentration of ions, which becomes unstable at high electric field strength.

Keywords: electrophoresis; nonlinear effects; dielectric particle; hydrophobic surface

Введение. В течение большей части 20 века, исследования, связанные с электрофорезом диэлектрических частиц, преимущественно касались линейного электрофореза. Однако, в последние десятилетия произошло значительное расширение знаний в области нелинейных электрокинетических процессов, включая нелинейный электрофорез [1].

Применения электрофореза весьма разнообразны, они охватывают такие области как микрофлюидика, коллоидная химия и секвенирование ДНК. Электрофорез активно применяется для исследований в области биохимии, например, для анализа, идентификации и разделения различных типов белков, основываясь на их заряде и размере. Медицинские диагностические методики также активно применяют электрофорез для разделения и идентификации составляющих крови в целях диагностирования различных состояний, таких как анемия, заболевания печени и иммунные расстройства. При этом, современные исследования демонстрируют эффективность использования электрофореза на микрофлюидических чипах для быстрого и точного обнаружения бактерий [2].

Математическая постановка задачи. Рассматривается движение сферической микрочастицы-диэлектрика в растворе бинарного электролита под действием внешнего электрического поля напряженности E_∞ . При этом полагается, что коэффициенты диффузии катионов и анионов равны, а движение жидкости рассматривается в приближении Стокса. Поскольку форма частицы сферическая, систему уравнений Нернста-Планка-Пуассона-Стокса удобнее представить в сферической системе координат с началом в центре частицы и движущейся со скоростью частицы. Так как задача осесимметрична, в уравнениях учитывается зависимость только от одного угла. Запишем безразмерную постановку задачи:

$$\frac{\partial c^\pm}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla c^\pm = \nabla \cdot (c^\pm \nabla \Phi) + \nabla^2 c^\pm,$$

$$\nu^2 \nabla^2 \Phi = c^- - c^+,$$

$$-\nabla P + \nabla^2 \mathbf{U} = (c^+ - c^-) \frac{\kappa}{\nu^2} \nabla \Phi = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0.$$

Здесь c^\pm – концентрации катионов и анионов, \mathbf{U} – вектор скорости, Φ – электрический потенциал в электролите, P – давление, ν – число Дебая и κ – коэффициент сцепления между гидродинамической и электростатической частями задачи. В качестве базисных величин для приведения к безразмерному виду берутся радиус микрочастицы, коэффициент диффузии, динамическая

вязкость, концентрация электролита на бесконечности и термический потенциал. Электролит предполагается бинарным и одновалентным.

На поверхности частицы ставятся следующие краевые условия: отсутствие потоков анионов и катионов; скачек электрического потенциала, вызванный наличием поверхностного заряда σ ; компоненты скорости удовлетворяют условиям непроницаемости и скольжения жидкости:

$$r=1: c^+ \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial c^+}{\partial r} = 0, \quad c^- \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial c^-}{\partial r} = 0, \quad \Phi = \varphi,$$

$$\nu \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \delta \nu \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \sigma, \quad U = 0, V = 0,$$

где φ – распределение электрического потенциала внутри микрочастицы, β – безразмерная длина скольжения, δ – отношение диэлектрических проницаемостей частицы и электролита. Вдали от микрочастицы концентрация стремится к равновесной, вектор напряженности и вектор скорости предполагаются параллельными оси x декартовой системы координат:

$$r \rightarrow \infty: c^+ \rightarrow 1, \quad c^- \rightarrow 1, \quad \mathbf{U} \rightarrow (-U_\infty \sin \theta, U_\infty \cos \theta), \quad \Phi = -E_\infty r \cos \theta.$$

Задача замыкается добавлением начальных условий: концентрации катионов и анионов в начальный момент времени равны равновесной концентрации, $t = 0: c^\pm = 1$.

Результаты математического моделирования. Математическое моделирование задачи при высокой напряженности электрического поля показывает формирование локальной зоны обессоливания в области набегающего потока жидкости (рис. 1 справа), а так же образование зоны расширенного пространственного заряда в той же области (рис. 1 слева). Следует отметить, что ранее аналогичная картина была получена для ионоселективной микрочастицы [3]. Однако для диэлектрической частицы степень проявления эффекта обессоливания значительно ниже, чем для ионоселективной. Кроме того, позади микрочастицы формируется область повышенной концентрации ионов. Формирование сильного градиента концентрации привести при определенных условиях к возникновению неустойчивости, как это было показано в работе [3].

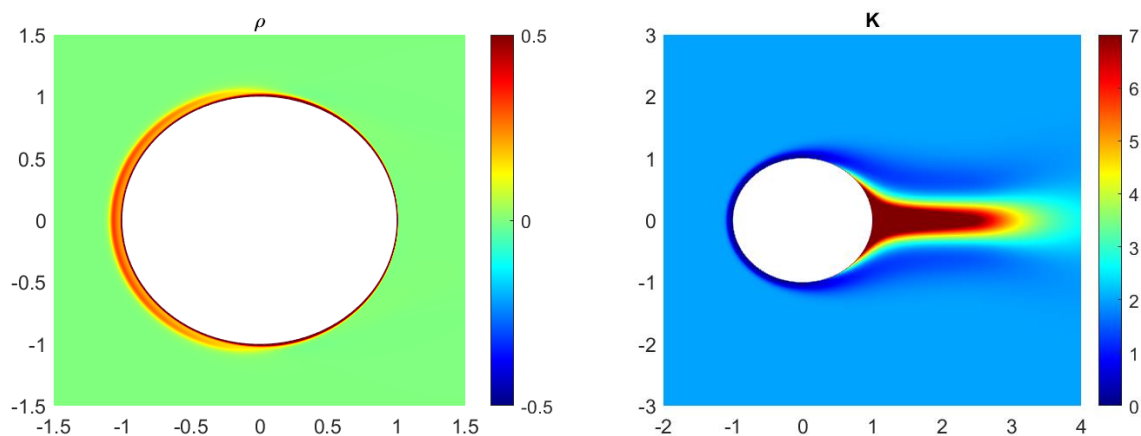


Рис. 1. Распределения плотности заряда (слева) и суммарной концентрации ионов (справа) около поверхности диэлектрической частицы в сильном электрическом поле

Во многих исследованиях указывается, что нелинейные электрокинетические явления связаны с формированием слоя расширенного пространственного заряда, который формируется за двойным электрическим слоем при сверхпредельном режиме тока, описанным впервые Рубинштейном и Зальцманом. Здесь следует подчеркнуть, что речь идет о прохождении тока, переносчиками которого являются ионы, из раствора электролита в твердое тело. Это может быть любой ионоселективный материал, например мембрана или электрод. Однако в данной работе показано, что слой расширенного пространственного заряда и, как следствие, нелинейные эффекты, возникают при электрофорезе диэлектрической частицы, поверхность которой является непроницаемой для ионов.

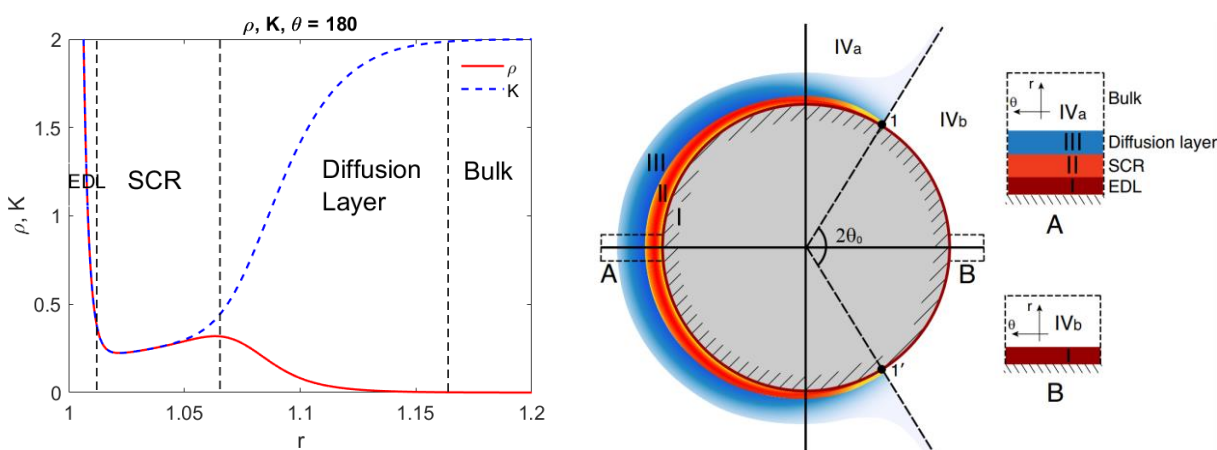


Рис. 2. (Слева) Распределение плотности заряда и суммарной концентрации ионов для угла 180° , что соответствует области набегающего потока жидкости. (Справа) Схематичное представление структуры тонких пограничных слоев около поверхности частицы

Если посмотреть сечения для угла 180 градусов (рис. 2 слева), можно четко выделить структуру полностью сформированных пограничных слоев в области набегающего потока. Сначала идет двойной электрический слой (EDL) с резким падением обеих функций, затем область пространственного заряда (SCR), где функции стабилизируются и лишь незначительно изменяются и затем диффузионный слой (Diffusion layer), в котором функции выходят на свои равновесные значения в объеме электролита (Bulk).

Известно, что электрогидродинамическая неустойчивость может возникать при приложении электрического поля к жидкостям с пространственным градиентом электрических свойств [4-5]. В частности, это может быть неустойчивость, возникающая в результате взаимодействия приложенного электрического поля и градиента электропроводности жидкости. Эта неустойчивость широко изучалась Мельчером и соавторами [6-10].

В нашей работе, градиент суммарной концентрации ионов, который может интерпретироваться как градиент проводимости жидкости, возникает позади диэлектрической частицы (см. рис. 1 справа). Суммарная концентрация ионов в данной области может в десятки раз превышать равновесную суммарную концентрацию ионов в объеме электролита. В сильном электрическом поле данная структура становится неустойчивой. Градиенты проводимости жидкости вместе с приложенным электрическим полем генерируют заряд в объеме жидкости. Приложенное электрическое поле может оказывать дестабилизирующее воздействие на заряженную жидкость. Если эта сила превышает критическую силу, когда диффузия больше не может стабилизировать поток и возникает неустойчивость.

Приложения. Такая неустойчивость является ключевым фактором, ограничивающим надежную работу сложных электрокинетических биоаналитических систем. Она также может быть использована для быстрого смешивания жидкостей и контроля течения в микромасштабных устройствах. Усиленная электрическим полем группировка образцов (FASS) используется для увеличения концентрации проб в электрокинетических потоках. Методика использует градиенты проводимости для создания неравномерного электрического поля, которое накапливает ионы в пределах градиента проводимости и может быть легко интегрирована с капиллярным электрофорезом. Градиенты проводимости также вызывают градиенты в потоках электроосмотических скоростей вблизи стенок. Эти градиенты скорости генерируют внутренние градиенты давления, которые приводят к вторичным дисперсионным потокам.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-79-00082).

Список литературы

1. *Khair A.S.* Nonlinear electrophoresis of colloidal particles // *Current Opinion in Colloid & Interface Science* 59, 101587 (2022).
2. *Quan Z., Chen Y., Zhao X., Yu S., Li Y., Xu Y., Xu J., Chen H., Geng L., Deng Y.* Development of high-resolution ultidimensional native protein microfluidic chip electrophoresis fingerprinting and its application in the quick analysis of unknown microorganisms. *Journal of Chromatography A* 1665, 462, 797 (2022).
3. *Ganchenko G., Frants E., Amiroudine S., Demekhin E.A.* Instabilities, bifurcations, and transition to chaos in electrophoresis of charge-selective microparticle. *Physics of Fluids* 32(5), 054103 (2020).
4. *Taylor G. I., McEwan A. D.* The stability of a horizontal fluid interface in a vertical electric field. *Journal of Fluid Mechanics* 22 (1), pp. 1 – 15 (1965).
5. *Saville D. A.* The Taylor-Melcher Leaky Dielectric Model // *Annual Review of Fluid Mechanics* 29:27-64 (1997).
6. *Hoburg J. F., Melcher J. R.* Internal electrohydrodynamic instability and mixing of fluids with orthogonal field and conductivity gradients // *Journal of Fluid Mechanics* 73 (2), pp. 333-351 (1976).
7. *Hoburg J. F., Melcher J. R.* Electrohydrodynamic mixing and instability induced by co-linear fields and conductivity gradients // *Physics of Fluids* 20, 903–911 (1977).

ДРЕЙФ ПОГРУЖЕННОГО В ЖИДКОСТЬ ТЕЛА ПРИ КОНВЕКЦИИ В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПОЛОСТЯХ

П. Г. Фрик^а, А. Ю. Васильев^а, Е. Н. Попова^а, А. Н. Сухановский^а,
С. А. Филимонов^б, А. А. Гаврилов^б

^аИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614018, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^бИнститут теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1

Приведены результаты экспериментального и численного исследования динамики теплоизолирующего диска, свободно плавающего на определенной глубине в конвективной ячейке, длина которой варьируется от одного до пяти значений диаметра диска.

Ключевые слова: конвекция; циркуляция; динамика плавающего тела

DRIFT OF A BODY IMMERSED IN LIQUID AT CONVECTION IN RECTANGULAR CAVITIES

P. G. Frick^а, A. Yu. Vasiliev^а, E. N. Popova^а, A. N. Sukhanovskii^а,
S. A. Filimonov^б, A. A. Gavrilov^б

^аInstitute of Continuous Media Mechanics,
1, Academician Korolev st., 614018, Perm

^бKutateladze Institute of Thermophysics,
1, Academician Lavrentiev ave., 630090, Novosibirsk

The results of experimental and numerical investigation of the dynamics of a heat-insulating disk floating freely at a certain depth in a convective cell whose length varies from one to five values of the disk diameter are presented.

Keywords: convection; circulation; floating body dynamics

Термогравитационная конвекция является источником движения в самых различных геофизических системах, таких как атмосфера, океан, мантия, и обеспечивает эффективный перенос тепла и различных примесей [1]. На поведение конвективной системы может оказывать существенное влияние плавающие в ней тела, которые блокируют потоки импульса и тепла. Причем интерес представляет как влияние тел на конвективную циркуляцию, так и влияние конвективных течений на движение тел.

Первое экспериментальное исследование было реализовано в [2], где изучались движения теплоизолирующей пластины, которая свободно плавает на поверхности слоя, подогреваемого снизу и охлаждаемого сверху. Было показано, что движение пластины является колебательным. Влияние размера пластины на ее динамику исследовано в [3], где было показано, что наличие

или отсутствие осцилляций определяются ее размером. Большой интерес представляет система со свободно плавающим телом в объеме жидкости, в которой обе горизонтальные границы являются твердыми и изотермическими. Строгий контроль граничных условий упрощает анализ динамики свободно плавающего тела. Эксперимент в такой постановке был реализован в [4], где было показано, что если расстояние от свободно плавающего тела до изотермической границы мало (намного меньше высоты слоя), то наблюдаются регулярные, периодические движения тела от одного края модели до другого. Увеличение расстояния между пластиной и изотермической границей приводит к существенным изменениям в динамике плавающего тела. Наблюдались переходные режимы, когда периодические колебания происходили нерегулярно, и хаотические режимы, в которых отсутствовали интервалы регулярных колебаний.

В данной работе экспериментально и численно исследуется влияние длины конвективного слоя на динамику свободноплавающего в нем диска, погруженного на фиксированную глубину. Эксперименты выполнены в модели (рис. 1), подробно описанной в [5], в которой легкие вертикальные перегородки выделяют рабочую область длиной L . Все эксперименты и расчеты выполнены для фиксированных толщины слоя $H = 40\text{ мм}$, глубины погружения диска $h = 4\text{ мм}$, ($h/H = 0.1$) и числа Релея $Ra = 8.6 \cdot 10^6$. Длина рабочей ячейки изменялась от 100 до 500 мм (аспектное отношение $\Gamma = L/D$ изменялось в диапазоне $1.02 < \Gamma < 5.1$).

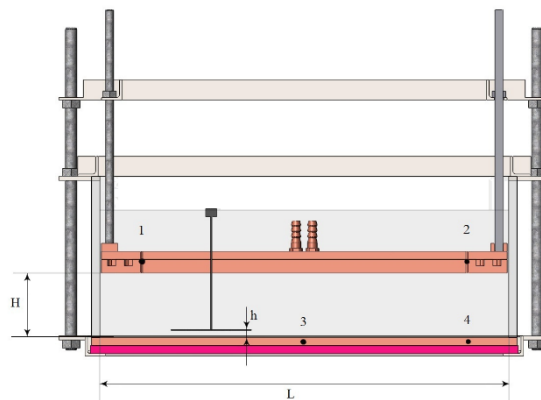


Рис. 1. Схема эксперимента со свободноплавающим телом

Численные исследования выполнены в рамках двумерных уравнений Буссинеска. Математическая модель и алгоритм описаны в [6].

На рис. 2 показаны смещения положения центра диска в полости при различных аспектных соотношениях (эксперимент). Наиболее устойчивые периодические движения диска реализуются при $\Gamma \sim 2$. При уменьшении длины слоя периодические движения остаются достаточно регулярными, хотя в них появляются небольшие сбои, выражающиеся в том, что диск не всегда достигает до стенки. При $\Gamma \sim 1.25$ амплитуда колебаний падает и они сбиваются к одному краю (диск лишь изредка достигает другого края). При росте

аспектного отношения периодические движения диска начинают нарушаться, а при $\Gamma > 3$ диск уходит к одному из краю и остается там.

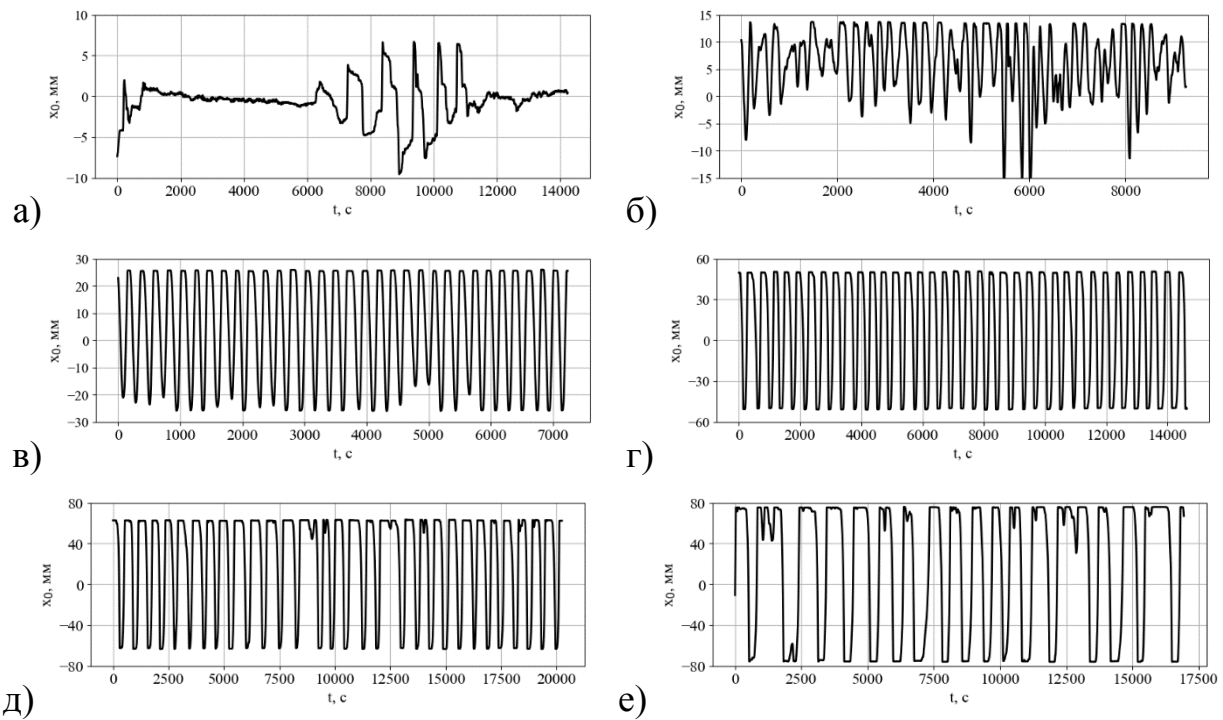


Рис. 2. Смещение центра диска в слое при аспектном отношении $\Gamma_2 = 1.14$ (а), $\Gamma_2 = 1.28$ (б), $\Gamma_2 = 1.53$ (в), $\Gamma_2 = 2.04$ (г), $\Gamma_2 = 2.30$ д) и $\Gamma_2 = 2.55$ (е). Эксперимент

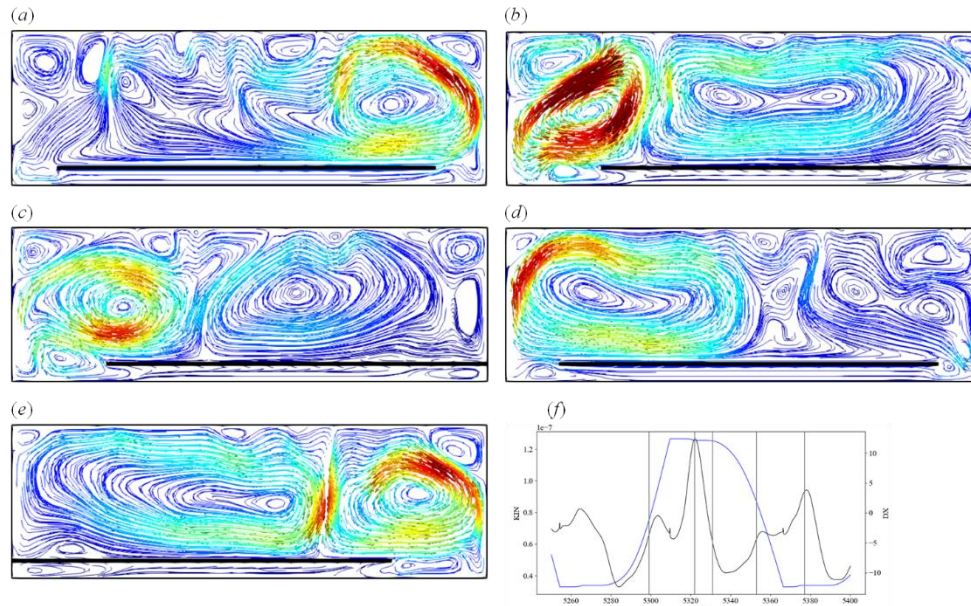


Рис. 3. Поля скорости для пяти моментов времени, показанных вертикальными линиями на зависимости от времени энергии течения (черная линия) и положения диска (синяя линия). $Ra = 8.6 \cdot 10^6$ и $\Gamma_2 = 1.25$

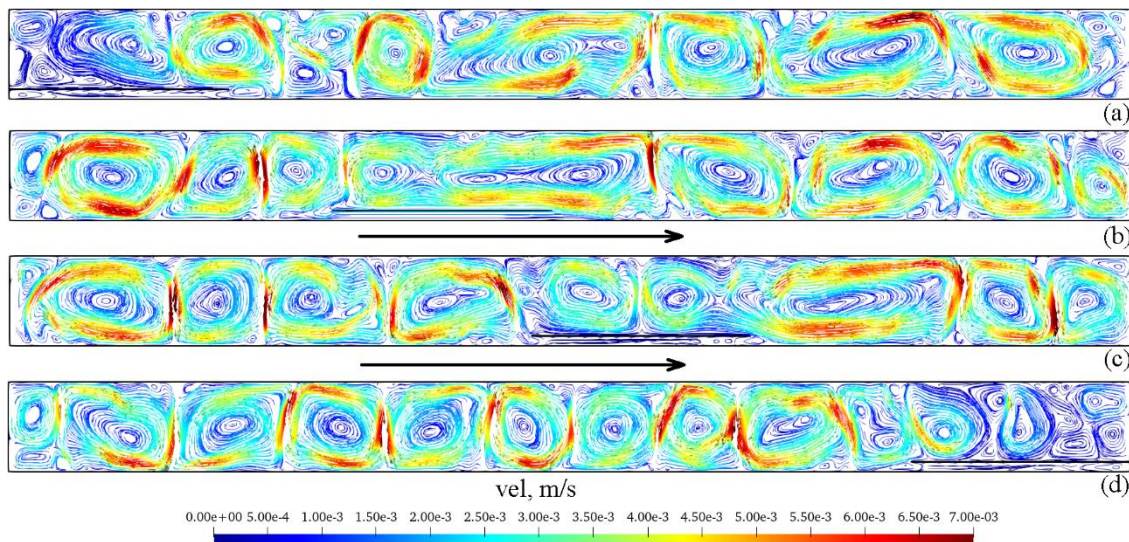


Рис. 4. Мгновенные поля скорости при $Ra = 8.6 \cdot 10^6$ и $\Gamma_2 = 5.1$

Численные расчеты в целом дают похожую картину движений, хотя и на малых, и на больших Γ возникают качественные отличия. Практически идеальное периодическое движение получено при $\Gamma = 1.25$ (рис. 3, на котором показаны основные фазы колебаний диска в слое), а при его уменьшении до $\Gamma = 1.125$ диск колеблется вблизи одной стенки, не будучи в состоянии уйти от нее. При увеличении аспектного отношения периодические движения в численных расчетах становятся менее регулярными, хотя и сохраняются практически во всем рассмотренном диапазоне Γ . Даже при максимальном значении $\Gamma = 5.1$ диск продолжает перемещаться по всему слою, хотя в полости уже развивается целая цепочка вихрей, которые он на каждом цикле должен миновать (рис. 4). Эти вихри иногда приостанавливают продвижение диска к противоположной стороне, а иногда и разворачивают его и диск возвращается к стенке отплытия, не достигнув противоположного края.

Двухмерные численные расчеты качественно воспроизводят динамику диска, хотя с ростом аспектного отношения различия возрастают. В качестве количественного параметра движения может служить средний период цикла T , приведенный для всех изученных экспериментально и численно режимов на рис. 5. Очевидно, что численные значения существенно меньше экспериментальных, то есть в расчетах диск движется существенно быстрее, чем в экспериментах, причем с ростом аспектного отношения различие растет.

Различия в результатах эксперимента и расчета объясняются существенным упрощением задачи при переходе к 2D описанию. Во-первых, динамика двухмерного течения в принципе отличается от динамики трехмерного турбулентного потока. Во-вторых, немаловажным является факт, что в 2D постановке круглый диск заменен, по сути, прямоугольным. Это означает, что исключили угловые эффекты, связанные с тем, что даже при касании

диском стенки в реальной системе остаются большие угловые области, в которых возможны восходящие (нисходящие) потоки жидкости. В расчете тело перекрывает пространство у стенки полностью и эффект блокировки становится намного сильнее.

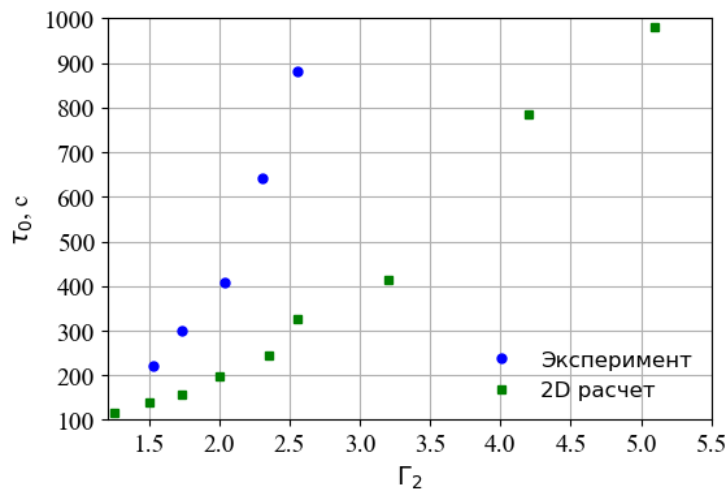


Рис. 5. Период колебаний диска в зависимости от аспектного отношения Γ_2 при $Ra=8.6 \cdot 10^6$ и $d=0.1$

Работа выполнена за счет проекта РНФ 22-61-00098.

Список литературы

1. Голицын Г.С. Природные процессы и явления. Волны, планеты, конвекция, климат, статистика. М: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 344 с.
2. Zhang J., Libchaber A. Periodic boundary motion in thermal turbulence // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. №. 19. P. 4361-4364.
3. Mao Y., Zhong J. Q., Zhang J. The dynamics of an insulating plate over a thermally convecting fluid and its implication for continent movement over convective mantle // J. Fluid Mech. 2019. Vol. 868. P. 286-315.
4. Попова Е.Н., Фрик П.Г. Крупномасштабные течения в турбулентном конвективном слое с погруженным в него подвижным теплоизолятором // Изв. РАН. МЖГ. 2003. №. 6. С. 41-47.
5. Попова Е.Н., Васильев А.Ю., Сухановский А.Н., Фрик П.Г. Динамика протяженного теплоизолятора, погруженного в подогреваемый снизу слой жидкости // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. Вып.3. С.38-47.
6. Филимонов С.А., Гаврилов А.А., Дектерев А.А., Литвинцев К.Ю. Математическое моделирование взаимодействия свободно-конвективного течения и подвижного тела // Вычислительная механика сплошных сред. 2023. Том. 16. № 1. С. 89-100.

КОНВЕКТИВНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ ЧЕРЕЗ ДЛИННУЮ ПРЯМОУГОЛЬНУЮ ОБЛАСТЬ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

М. Р. Хабин^{a,b}, Б. С. Марышев^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Решается задача об устойчивости течения в прямоугольной области пористой среды в присутствии горизонтального перепада давления и концентрации. Аспектное отношение принято равным 0.1. Линейная МММ модель применяется для описания транспорта смеси в пористой среде. Фильтрация описывается в рамках приближения Дарси-Буссинеска. Задача решается методом Галеркина и нахождением спектра показателей Ляпунова с использованием ортогонализации метода Грама-Шмидта. Получена нейтральная кривая устойчивости. Найдены области параметров колебательных возмущений. Проанализировано влияние коэффициентов сорбции на устойчивость.

Ключевые слова: пористая среда; концентрационная конвекция; устойчивость течения

CONVECTIVE STABILITY OF A MIXTURE FLOW THROUGH A LONG RECTANGULAR REGION OF A POROUS MEDIUM

M. R. Khabin^{a,b}, B. S. Maryshev^{a,b}

^aPerm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

The problem of flow stability in a rectangular region of a porous medium in the presence of a horizontal pressure drop and concentration is solved. The aspect ratio is taken equal to 0.1. The linear MIM model is used to describe the transport of a mixture in a porous medium. Filtration is described in terms of the Darcy-Boussinesq approximation. The problem is solved by the Galerkin method and finding the spectrum of Lyapunov exponents using the orthogonalization of the Gram-Schmidt method. A neutral stability curve has been obtained. The ranges of parameters of oscillatory perturbations are found. The effect of sorption rates variation on stability is analyzed.

Keywords: porous media; concentration convection; stability of flow

Введение

Рассматривается двумерная задача устойчивости течения смеси через прямоугольную область пористой среды. Такая задача характерна для стандартного эксперимента по изучению сорбционных свойств пористой среды [1]. Предполагается, что отношение вертикального размера к

горизонтальному равно 0.1. Между вертикальными границами задаётся постоянный перепад давления и концентрации, горизонтальные границы считаются проницаемыми и на них задаётся линейное распределение давления. Задача решается в приближении Дарси-Буссинеска [2] транспорт примеси описывается в рамках линейной МИМ (Mobile-Immobile Media) модели [3]. Для решения задачи устойчивости производится расчёт спектра показателей Ляпунова [4] с ортогонализацией Грама-Шмидта [5].

Постановка задачи

Исследуется двумерная задача транспорта двухкомпонентной примеси через массив пористой среды. Течение в приближение Дарси-Буссинеска [2], транспорт примеси описывается линейной МИМ моделью [3].

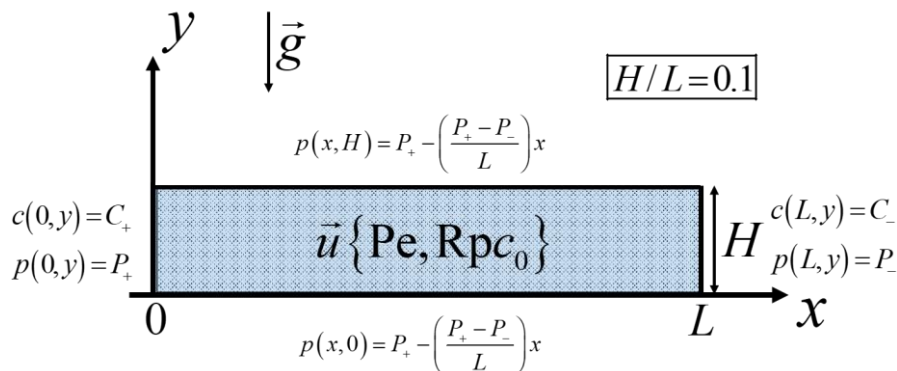


Рис. 1. Постановка задачи

Течение описывается в ограниченной прямоугольной области размерами $L \times H$ при том что $L > H$ (рис.1). На вертикальных границах области поддерживается постоянный перепад давления $\Delta p = P_+ - P_-$ и концентрации примеси $\Delta c = C_+ - C_-$. Задача в безразмерной форме может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(c+q)}{\partial t} &= \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \text{Pe} \left(\frac{\partial c}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \text{Rpr} c \frac{\partial c}{\partial y}, \\ \frac{\partial q}{\partial t} &= ac - bq, \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{\text{Rp}}{\text{Pe}} \frac{\partial c}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где c – концентрация мобильной компоненты примеси, q – концентрация немобильной компоненты примеси, p – давление, a – коэффициент адсорбции, b – коэффициент десорбции. Rp – число Рэлея для пористой среды, Pe – число Пекле. Граничные условия имеют вид:

$$p|_{y=0,h} = 1-x, \quad p(0, y, t) = 1, \quad p(1, y, t) = 0,$$

$$\left. \frac{\partial c}{\partial y} \right|_{y=0,h} = 0, \quad c(0, y, t) = 1, \quad c(1, y, t) = 0. \quad (2)$$

Основное решение совпадает с решением стационарной задачи:

$$c_0(x, y) = \frac{e^{\text{Pe} \cdot x} - e^{\text{Pe}}}{1 - e^{\text{Pe}}}, \quad q_0(x, y) = \frac{a}{b} \left(\frac{e^{\text{Pe} \cdot x} - e^{\text{Pe}}}{1 - e^{\text{Pe}}} \right),$$

$$p_0(x, y) = 1-x, \quad \vec{u}_0 = (\text{Pe}, \text{Rrc}_0). \quad (3)$$

Метод решения

Исследуется устойчивость решения (1) относительно малых двумерных возмущений. Для этого введем малые возмущения концентрации обеих фаз и давления, предполагая, что величина возмущений значительно меньше величины значений основного состояния:

$$c(x, y, t) = c_0(x) + \tilde{c}(x, y, t),$$

$$q(x, y, t) = q_0(x) + \tilde{q}(x, y, t), \quad (4)$$

$$p(x, y, t) = p_0(x) + \tilde{p}(x, y, t).$$

Подставляя в (1,2) возмущения (4) и линеаризуя полученную систему, т.е. отбрасывая квадратичные по малым возмущениям слагаемые, получим:

$$\frac{\partial(\tilde{c} + \tilde{q})}{\partial t} = \Delta \tilde{c} - \text{Pe} \cdot \frac{\partial \tilde{c}}{\partial x} + \text{Pe} \frac{\partial c_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} - \text{Rrc}_0 \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y},$$

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} = a \tilde{c} - b \tilde{q}, \quad \Delta \tilde{p} = \frac{\text{Rp}}{\text{Pe}} \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y}, \quad (5)$$

$$\tilde{p}|_{y=0,h} = 0, \quad \tilde{p}|_{x=0,1} = 0, \quad \left. \frac{\partial \tilde{c}}{\partial y} \right|_{y=0,h} = 0, \quad \tilde{c}|_{x=0,1} = 0.$$

Задача (5) решается методом Галеркина [6] (в модификации Галеркина-Канторовича). Полученная в результате применения метода Галеркина система решается численно для трех произвольно выбранных ортогональных начальных условий. Расчитанные вектора, ортаганализуются методом Грама-Шмидта. Системы решаются повторно для характерного времени с использованием тройки ортаганализованных векторов в качестве начального условия. Предполагается, что вектора, найденные в ходе повторного решения, можно получить домножением на мультипликатор из предыдущих. Описанная процедура позволяет произвести расчёт спектра показателей Ляпунова. Таким образом можно определить значения параметров системы, при которых возмущения основного состояния остаются нейтральными.

Результаты

На рисунке 2 приведена нейтральная кривая $Rp(Pe)$ и зависимость частоты нейтральных возмущений от числа Пекле.

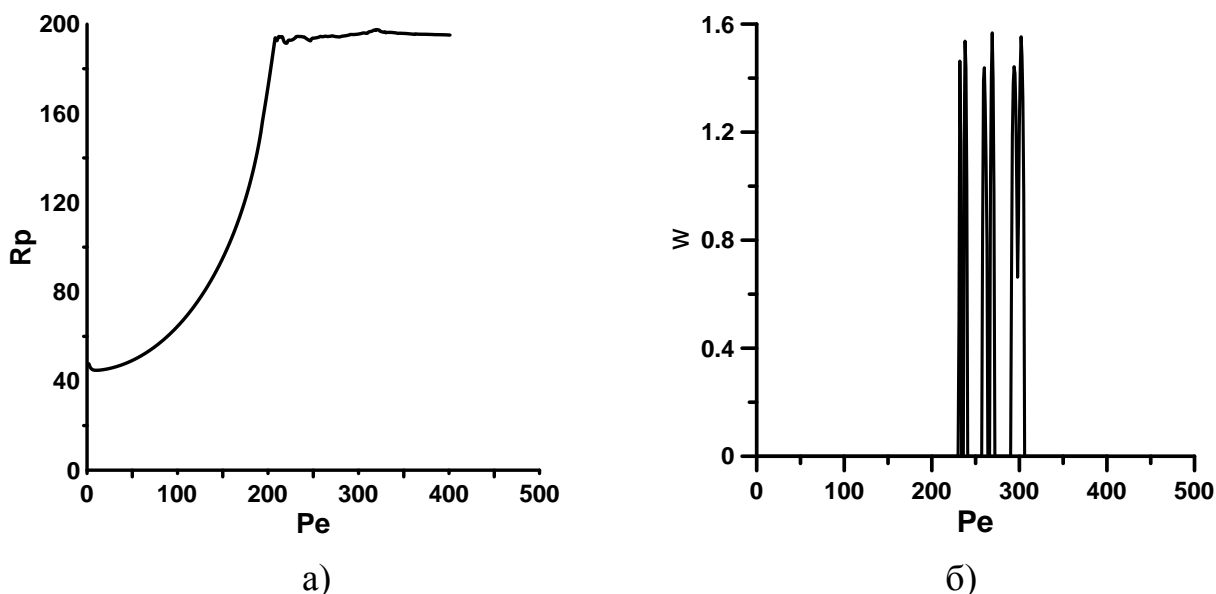


Рис. 2. а) Зависимость критического числа Рэля-Дарси от числа Пекле. б) Зависимость частоты нейтральных возмущений от числа Пекле. Для параметров: $a = 35, b = 7$

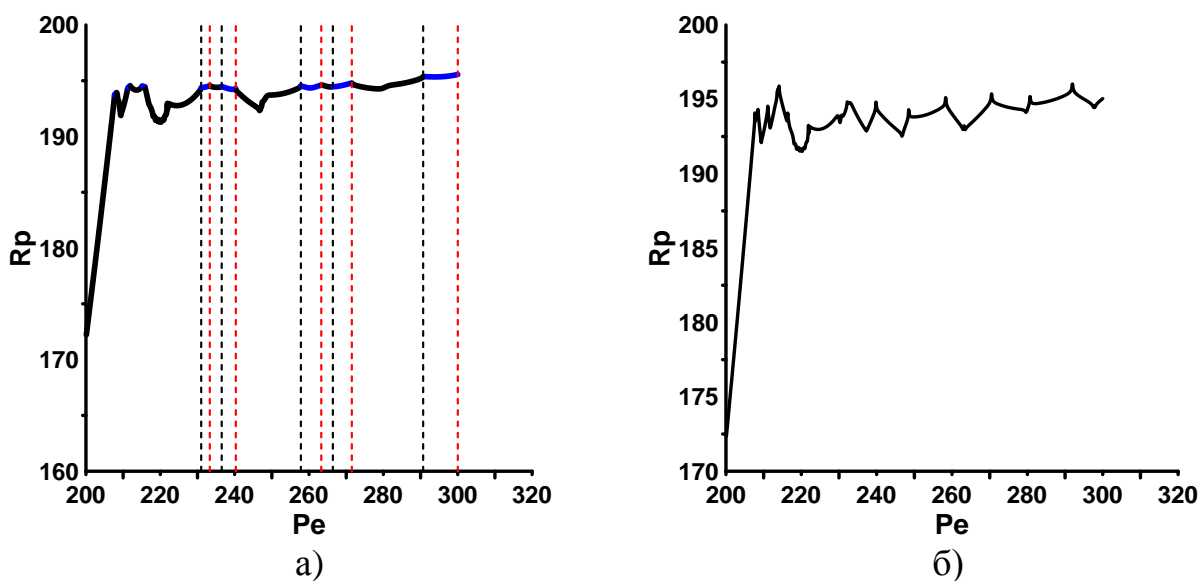


Рис. 3. а) Зависимость критического числа Рэля-Дарси от числа Пекле ($a > b$). б) Зависимость критического числа Рэля-Дарси от числа Пекле ($a < b$) (правый график). Для параметров: $(a = 35, b = 7), (a = 7, b = 35)$. Синий цвет на нейтральной кривой соответствует колебательным возмущениям, черный цвет соответствует монотонным возмущениям

Из рисунка 2 видно, что при малых значениях числа Пекле возникает неустойчивость основного состояния монотонным образом при $Pe \sim 40$. В этом случае течение способствует возникновению конвективного движения. При дальнейшем увеличении числа Пекле происходит рост критического числа Рэлея-Дарси, то есть основное течение становится более устойчивым. Для значений $Pe > 200$ наблюдаются области параметров, для которых возникает колебательная неустойчивость.

Из рисунка 3 видно, что колебания возникают только в случае, когда параметр адсорбции a превышает параметр десорбции b (рис 3а). Интервалы чисел Пекле в которых наблюдаются колебания выделены пунктирными линиями на рисунке 3 (левая граница – черная линия, правая граница – красная линия). В обратном случае ($a < b$) реализуются только переходы между различными решениями соответствующими монотонным возмущениям (рис. 3б). Так же видно, что с увеличением числа Пекле в диапазоне от $205 < Pe < 300$ области колебательных возмущений становятся шире.

Заключение

Построены нейтральные кривые, позволяющие обнаружить порог возникновения концентрационной конвекции. Получено, что при малых числах Пекле течение способствует возникновению конвективного движения. Увеличение скорости фильтрационного потока приводит к росту критического значения числа Рэлея-Дарси, и как следствие затрудняет возбуждение конвективного движения. Получены области параметров, в которых реализуются колебательные возмущения. Проанализировано влияние параметров сорбции на возникновение колебаний.

Благодарности

Работы выполнены в рамках бюджетной темы № 121112200078-7.

Список литературы

1. Maryshev B. S., Khabin M. R., Evgrafova A. V. Identification of transport parameters for the solute filtration through porous media with clogging // Journal of Porous Media, 2023. V. 26. №. 6 P. 31-53.
2. Nield D. A. Bejan A. Convection in porous media.: New York: Springer, 2006. 983 с.
3. Deans H. A. A mathematical model for dispersion in the direction of flow in porous media // Society of Petroleum Engineers Journal. 1963. Т. 3. №. 01. С. 49-52.
4. Кузнецов С. П. Динамический хаос // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10. №. 1-2. с. 284.
5. Корн Г. А., Корн Т. М. Справочник по математике: Определения, теоремы, формулы: Для научных работников и инженеров // ГА Корн, ТМ Корн, СПб.: Лань. 2003. 831 с.
6. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике.: 2-е изд., доп. М.: Наука, 1970. 512 с.

АЗИМУТАЛЬНАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

К. А. Хохрякова^a, А. В. Шмыров^a, И. А. Мизева^{a, b}

^aИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

^bПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Исследовано влияние магнитного поля, продольного поверхности тонкого плоского слоя магнитной жидкости, на длину волны цилиндрических капиллярных волн, распространяющихся по свободной поверхности слоя от точечного источника акустических колебаний. Показано, что длина капиллярной волны с ростом напряженности магнитного поля увеличивается, однако это увеличение происходит неравномерно вдоль и поперек направления поля.

Ключевые слова: магнитная жидкость; поверхностное натяжение; интерферометрия; тензиометрия; магнитное поле; капиллярные волны

AZIMUTHAL HETEROGENITY OF CAPILLARY WAVES ON THE SURFACE OF FERROFLUID IN THE PARALLEL MAGNETIC FIELD

K. A. Khohryakova^a, A. V. Shmyrov^a, I. A. Mizeva^{a, b}

^a Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

^b Perm State University, 1, Bukireva st., 5614068, Perm,

The effect of a magnetic field longitudinal to the surface of a thin flat layer of magnetic fluid on the wavelength of cylindrical capillary waves propagating along the free surface of the layer from a point source of acoustic oscillations has been studied. It is shown that the length of the capillary wave increases with increasing magnetic field strength, but this increase occurs unevenly along and across the field direction.

Keywords: magnetic fluid; surface tension; interferometry; tensiometry; magnetic field; capillary waves

Введение. Распространение капиллярных волн на поверхности монодисперсной ньютоновской жидкости определяется ее плотностью, вязкостью, поверхностным натяжением и поверхностной реологией [1]. В случае магнитной жидкости (МЖ), которая представляет собой суспензию магнитных частиц в жидкости носителе, в игру вступают магнитные силы [2]. Взаимодействия магнитных частиц с магнитным полем H приводит к их неравномерному распределению в исследуемом объеме, что особенно выражено в приповерхностном слое благодаря скачку напряжения вблизи

поверхности МЖ [3]. Таким образом, поверхностные свойства МЖ во внешних магнитных полях могут проявлять анизотропию [4].

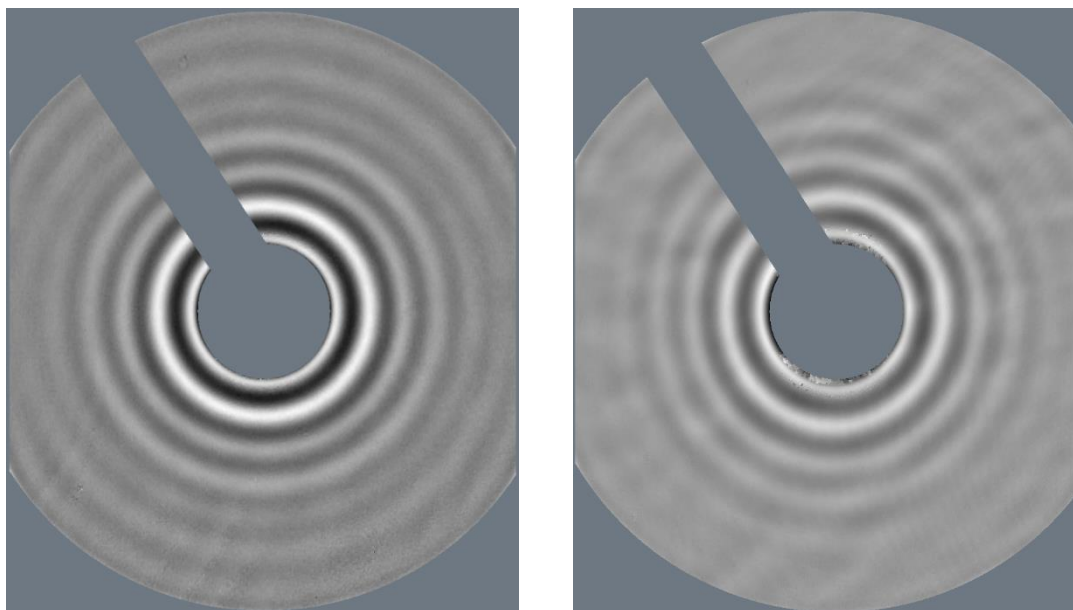
Разработанный авторами ранее полностью бесконтактный метод возбуждения и регистрации капиллярных волн, распространяющихся по межфазной границе, впервые позволяет регистрировать полный 3D профиль поверхности жидкости [5]. Вследствие того, что метод бесконтактный и применим к достаточно малому объему исследуемой жидкости, он позволяет проводить исследования капиллярных волн на межфазной поверхности уникальных жидкостей, доступных в малых объемах, а также для таких жидкостей, находящихся под воздействием внешних силовых полей.

Методы. Для исследования непрозрачных жидкостей во внешних магнитных полях использовался модифицированный метод капиллярных волн. Метод и экспериментальная установка детально описаны в работе [6]. В качестве исследуемой жидкости в данной работе использовалась магнитная жидкость марки МК 8-40 (магнетит + олеиновая кислота + полиэтилсилоксан), созданная и предоставленная И.М. Арефьевым, сотрудником проблемной научно-исследовательской лабораторией прикладной феррогидродинамики Ивановского государственного энергетического университета. Физико-химические параметры исследуемой жидкости: плотность $\rho = 1,110 \text{ г/см}^3$; динамическая вязкость $\eta = 3,68 \text{ мПа}\cdot\text{с}$; начальная магнитная восприимчивость $\chi_0 = 2,2$; намагниченность насыщения $M_\infty = 26,9 \text{ кА/м}$.

В ходе эксперимента с помощью инфракрасного термометра производился тщательный контроль температуры исследуемого образца жидкости, помещенного в термостатический контейнер. Внешнее магнитное поле, ориентированное вдоль исследуемой поверхности МЖ, изменялось в диапазоне от 0 до 12 кА/м, что захватывает не только линейную часть кривой намагничивания данной жидкости.

Результаты. Характерный профиль поверхности магнитной жидкости при значениях напряженности продольного поверхности слоя магнитного поля 0 и 9,6 кА/м представлен на Рис.1. В отсутствие внешнего поля профиль поверхности имеет вид затухающих цилиндрических волн. При наложении поля концентрические окружности вытягиваются, превращаясь в эллипс. При этом эксцентриситет тем больше, чем больше напряженность приложенного поля.

Выводы. В работе впервые показано, что в продольном магнитном поле происходит искажение цилиндрического профиля капиллярных волн на свободной поверхности магнитной жидкости. Мы связываем это с изменением скорости распространения капиллярных волн, вызванных изменением концентрации магнитных частиц в приповерхностном слое жидкости.



а)

б)

Рис. 1. Характерный профиль поверхности магнитной жидкости в магнитном поле напряженностью $H = 0$ (а) и 9.6 (б) кА/м

Работа выполнена при поддержке Министерства высшего образования и науки в рамках Программы фундаментальных исследований Российской академии наук (рег. № АААА-А20-120020690030-5).

Список литературы

1. *Behroozi F., Smith J., Even W.* Stokes' dream: Measurement of fluid viscosity from the attenuation of capillary waves // *American Journal of Physics*. 2010. Vol. 78, no. 11. P. 1165–1169.
2. *Browaeys J., Perzynski R., Bacri J.-C., et al.* Surface waves and wave resistance in magnetic fluids // *Brazilian Journal of Physics*. 2001. Vol. 31, no. 3. P. 446-455.
3. *Bashtovoi V.G., Taitz E.M.* Some effects associated with the discontinuity of magnetization at the interface between magnetic liquids // *Magnetohydrodynamics*. 1985. Vol. 21, no. 2. P. 148–153.
4. *Shilov V. P.* Interfacial tension of magnetic fluids in the mean spherical approximation // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2006. Vol. 302. P. 495–502.
5. *Shmyrov A., Mizev A., Shmyrova A., Mizeva I.* Capillary wave method: An alternative approach to wave excitation and to wave profile reconstruction // *Physics of Fluids*. 2019. Vol. 31, no. 1. P. 012101.
6. *Хохрякова К.А., Мизева И.А., Шмыров А.В., Лебедев А.В., Шмырова А.И., Колесниченко Е. В.* Экспериментальное исследование поверхностного натяжения магнитной жидкости и ее основы в магнитном поле // *Вестник Пермского университета. Физика*. 2023. № 1. С. 47–57.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НАМАГНИЧЕННОСТИ РАЗБАВЛЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛУПРОВОДНИКА В СПЛОШНОСРЕДНОЙ МОДЕЛИ

К. Б. Циберкин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Исследуется параметрическое возбуждение волн намагниченности в разбавленном магнитном полупроводнике в рамках модели сплошной среды. Получено уравнение Матьё с возбуждением двумя кратными частотами. Определены границы областей неустойчивости, сделан вывод об абсолютной неустойчивости флуктуаций намагниченности в реальном материале.

Ключевые слова: разбавленный магнитный полупроводник; волны намагниченности; параметрическая неустойчивость

PARAMETRIC INSTABILITY OF MAGNETIZATION OF DILUTED MAGNETIC SEMICONDUCTOR IN CONTINUUM MODEL

K. B. Tsiberkin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The study considers a parametric excitation of magnetization waves in diluted magnetic semiconductor using the continuous medium approach. The Mathieu equation is developed; it includes two forcing terms with single and doubled frequency. Boundaries of instability areas are obtained. It is supposed that the magnetization fluctuation in real system will be absolutely unstable.

Keywords: diluted magnetic semiconductor; magnetization waves; parametric instability

Рассматривается разбавленный магнитный полупроводник (РМП) – система, состоящая из парамагнитной решётки, в которую внедрены случайно распределённые примесные ионы с иной величиной магнитного момента, например, ионы Mn в GaAs. Между атомами основной решётки присутствует дипольное взаимодействие, а для примесных центров учтены два эффекта – косвенное обменное взаимодействие между удалёнными атомами, и дипольное взаимодействие с ближайшими узлами основной решётки (рис. 1). В работах [1–3] сформулирована сплошносредная модель эволюции поперечной намагниченности такой системы в постоянном однородном магнитном поле и продемонстрирована возможность реализации различных режимов волновой динамики намагниченности – линейных волн и квазистационарных солитонов. В настоящей работе изучается реализация параметрической неустойчивости

волн намагниченности в РМП под воздействием гармонического возмущения приложенного магнитного поля с частотой ω :

$$\mathbf{H}(t) = \{0, 0, H_0 + h_0 \cos \omega t\}. \quad (1)$$

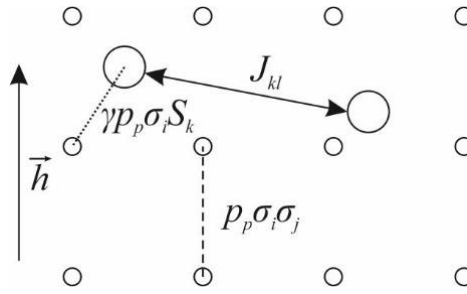


Рис. 1. Схематическое изображение структуры РМП с указанием учитываемых в модели межчастичных взаимодействий (см. обозначения в тексте)

С учётом (1) уравнения динамики намагниченности приобретают вид

$$\begin{aligned} i \frac{\partial m}{\partial t} &= (1 + 4Sa + h_0 \cos \omega t) m - Sp_d Dm + 2\sigma a M + 4a |M|^2 m, \\ i \frac{\partial M}{\partial t} &= (\gamma + 4\sigma a + \gamma h_0 \cos \omega t) M + j \Delta M + 2Sam + 4a |m|^2 M, \end{aligned} \quad (2)$$

$$a = Z\gamma p_d n_s, \quad \gamma = \frac{\gamma_s}{\gamma_\sigma}, \quad p_d = \frac{\hbar \gamma_\sigma^2}{\omega_0 a_0^3}, \quad j = S \langle J \rangle n_s^{-2/3},$$

где $m = m_x + im_y$ и $M = M_x + iM_y$ — циклические компоненты поперечной намагниченности магнитных подсистем основной решётки и примеси, соответственно, σ и S — величины их спина, γ_σ , γ_s — гиромагнитные отношения, n_s — концентрация примеси, a_0 — постоянная решётки, Z — координационное число. Параметры p_d и j обозначают безразмерные характеристики интенсивности дипольного и косвенного обменного взаимодействия, Δ — лапласиан, а D — дифференциальный оператор второго порядка, структура которого описывает дипольное взаимодействие и в общем случае зависит от геометрии решётки и ориентации внешнего поля. Время обезразмерено на единицы обратной ларморовской частоты спинов, образующих основную решётку ω_0^{-1} . Величина $\langle J \rangle$ — это осреднённая по объёму энергия косвенного обменного взаимодействия между примесными центрами, нормированная на энергию Зеемана.

Линеаризация уравнений (2) в совокупности с введением периодических функций для намагниченности $m, M \propto \exp(iqz)$, что отвечает волнам, распространяющимся вдоль внешнего поля, и заменой переменной [4], позволяет свести задачу к эквивалентному уравнению типа Матьё–Хилла с двухчастотным возбуждением:

$$\ddot{x} + \left(1 + h_0(b \cos vt + ic \sin vt) + h_0^2 d \cos 2vt\right)x = 0, \quad \nu = \frac{\omega}{f_0}, \quad (3)$$

где величины b, c, d и собственная частота системы f_0 определяются параметрами системы (2).

Решение полученного уравнение проявляет типичные особенности, характерные для развития параметрической неустойчивости. Последняя реализуется на частотах, кратных несущей:

$$\nu = \frac{2}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Доминирующей является область при $n = 1$ (возбуждение удвоенной частотой), границы которой даются соотношением

$$4(\Delta \nu)^2 < b^2 - c^2. \quad (4)$$

В этой области неустойчивость проявляется уже в линейном порядке малости по полю h_0 , тогда как другие резонансные частоты соответствуют как минимум квадратичному порядку.

Прямой численный расчёт мультипликаторов показывает, что длинноволновом пределе ($q = 0$) картина неустойчивости качественно близка к таковой для уравнения Матрё с одночастотным возбуждением, однако пороговые поля существенно снижены. Такие моды возмущений нечувствительны к варьированию параметров взаимодействия в РМП. Увеличение гиромангнитного параметра γ стабилизирует систему.

Напротив, границы областей неустойчивости для возмущений намагничённости, отвечающих конечным длинам волн, имеют выраженную зависимость от обменного взаимодействия (рис. 2).

Напротив, границы областей неустойчивости для возмущений намагничённости, отвечающих конечным длинам волн, имеют выраженную зависимость от обменного взаимодействия (рис. 2). Для каждой конечной длины волны можно подобрать такое критическое значение j , при котором устойчивая область практически полностью исчезает. При меньшем значении обменной энергии границы «языков» неустойчивости монотонны, а частоты, на которых мультипликаторы имеют локальные максимумы, практически не зависят от амплитуды возбуждения. По превышении критического j граница области неустойчивости приобретает более сложную форму с самопересечениями, а частота локального максимума мультипликатора начинает зависеть от амплитуды приложенного поля.

Увеличение обменной энергии стабилизирует возмущения с фиксированной длиной волны. Однако тот факт, что существует критическое значение j , при котором пороговое поле резко снижается, и, предположительно, реализуется абсолютная неустойчивость, определяет глобальную неустойчивость РМП к параметрическому возбуждению, поскольку в реальной системе всегда будут присутствовать флуктуации намагничённости, продуцирующие возмущения с различными длинами волн,

в том числе отвечающими порогу абсолютной неустойчивости при конкретном j . Соответственно, система будет переходить в область нелинейного динамического режима.

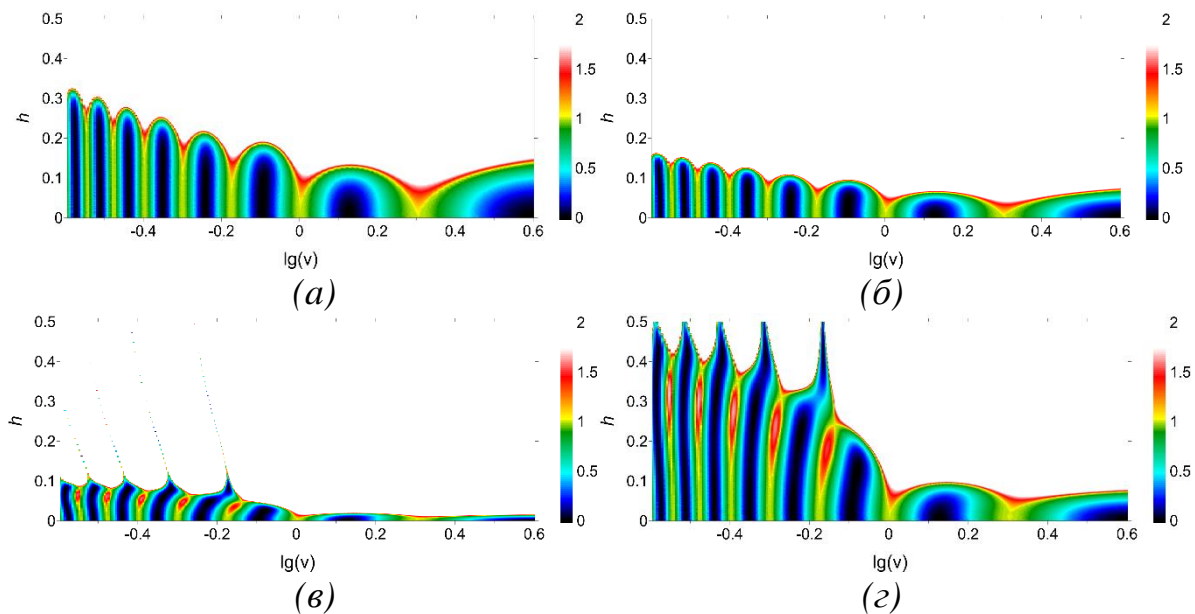


Рис. 2. Карты старшего мультипликатора решения, соответствующего волнам намагниченности с $q = 10$ (в единицах обратной постоянной решётки) при различной интенсивности косвенного обменного взаимодействия в РМП: а) $j = 0$; б) $j = 0.015$; в) $j = 0.021$; з) $j = 0.025$; красные и белые области отвечают развитию неустойчивости решения

В рассмотренной модели не учтены релаксационные процессы в решётке, однако ожидается, что их влияние при характерных для РМП энергиях взаимодействия приведёт только к некоторой стабилизации системы, но не будет обеспечивать полного подавления параметрической неустойчивости намагниченности.

Список литературы

1. Tsiberkin K. B. Magnetization wave dynamics within a diluted magnetic semiconductor // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2021. Vol. 523, 167596.
2. Циберкин К. Б. Волновая динамика намагниченности ферромагнитной примеси в парамагнитной матрице // Физика металлов и металловедение. 2021. Т. 122. № 4. С. 384–387.
3. Tsiberkin K. B. Continuum model of free induction decay in diluted magnetic composite // Applied Magnetic Resonance. 2021. Vol. 52. P. 867–877.
4. Kovacic I., Rand R., Mohamed Sah S. Mathieu's equation and its generalizations: overview of stability charts and their features // Applied Mechanics Reviews. 2018. Vol. 70. N. 2, 020802.

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА КОНВЕКЦИЮ КОЛЛОИДНОЙ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

И. Н. Черепанов, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Изучено влияние вертикальных вибраций конечной амплитуды и произвольной частоты на режимы конвекции коллоидной бинарной смеси в ячейке Хеле-Шоу. Построены бифуркационные диаграммы решений. Показано, что вибрации в зависимости от частоты могут как увеличивать интенсивность конвективного течения, так и ослаблять его.

Ключевые слова: вибрации; коллоидная бинарная смесь

THE EFFECT OF VIBRATIONS ON THE CONVECTION OF THE COLLOIDAL BINARY MIXTURE IN THE HELE-SHAW CELL

I. N. Cherepanov, B. L. Smorodin

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

The influence of vertical vibrations of finite amplitude and arbitrary frequency on the convection modes of a colloidal binary mixture in a Hele-Shaw cell is investigated. Bifurcation maps of solutions are obtained. It is shown that vibrations, depending on the frequency, can either increase the intensity of the convective flow, or weaken it.

Keywords: vibrations; colloidal binary mixture

Рассмотрим влияние вертикальных вибраций с амплитудой a и частотой Ω (Рис. 1) на конвекцию коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу: толщиной $2d$, высотой $H = 20d$ и длиной $L = 40d$, расположенной в поле тяжести. Вертикальный градиент температуры приложен к узким граням ячейки $dT_0/dz = -\Theta/H = -\theta/d$. Поток вещества на границах обращается в ноль.

Уравнение состояния коллоидной суспензии при слабом отклонении температуры T и массовой концентрации тяжелой примеси C от некоторых средних значений T_0 , C_0 можно аппроксимировать линейной зависимостью:

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0) + \beta(C - C_0)), \quad (1)$$

где ρ – плотность жидкости, T_0 , C_0 – средние значения температуры и концентрации, α – температурный, а β – концентрационный коэффициенты расширения.

Используем в качестве масштабов длины – d , времени – d^2/χ , скорости – χ/d , температуры – θ , концентрации – $\alpha\theta/\beta$, (χ – температуропроводность жидкости).

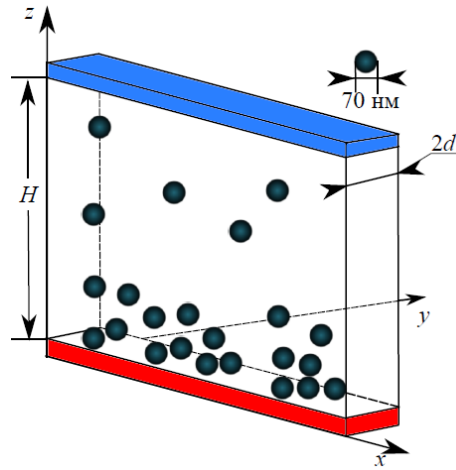


Рис. 1. Геометрия задачи

Используем приближении плоских траекторий (будем считать нулевой компоненту скорости v_y перпендикулярную широким граням) и введем функцию тока Ψ и завихренность Φ , связанные со скоростью жидкости \mathbf{v} соотношениями:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \Phi = (\text{rot } \mathbf{v})_z. \quad (2)$$

Запишем систему уравнений и граничных условий для эволюции коллоидной бинарной смеси в системе отсчета, связанной со слоем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = \text{Pr} \left[\Delta \Phi + \text{Ra}(1 + A_v \sin \omega t) \left(\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right], \quad (3a)$$

$$\Phi = \Delta \Psi, \quad (3б)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \Delta T, \quad (3в)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial z} \right] = \text{Le} \nabla^2 \left[\nabla C + \frac{C \mathbf{n}}{l} (1 + A_v \sin \omega t) + \psi \frac{\text{Ra}}{\text{Bm} l} C \nabla T \right], \quad (3г)$$

$$\mathbf{n} = (0, 0, 1). \quad (3е)$$

В систему (3) входят следующие безразмерные параметры: число Релея $\text{Ra} = \alpha g d^3 \Theta / \nu \chi$, относительная амплитуда вибраций A_v , число Больцмана $\text{Bm} = g \beta d^4 \bar{C} / l_{\text{sed}} \nu \chi$, безразмерная длина седиментации $l = l_{\text{sed}} / d$, число Прандтля $\text{Pr} = \nu / \chi$, число Льюиса $\text{Le} = D / \chi$, параметр разделения смеси $\psi = S_T \beta \bar{C} / \alpha$, безразмерная частота $\omega = \Omega d^2 / \chi$ (D – коэффициент диффузии и S_T – параметр термодиффузии примеси), $\mathcal{H} = H / d$. Решение системы уравнений (3) должно удовлетворять закону сохранения числа частиц.

Как и в случае задачи о тепловой конвекции коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу решение запишем в виде [1-2]:

$$\Psi = \Psi(t, x, z) \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right), T = T_0(z) + \theta(t, x, z), C = C(t, x, z).$$

Независимость функций для температуры и концентрации от поперечной координаты y соответствует случаю теплоизолированных широких граней, непроницаемых для потока коллоидных частиц.

После осреднения поперек узкой ячейки получим систему уравнений для конвекции коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу, находящейся в вибрационном поле:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{8}{3\pi} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = \text{Pr} \left[\Delta \Phi - \frac{\pi^2}{4} \Phi - \frac{4}{\pi} \text{Ra}(1 + A_v \sin \omega t) \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right], \quad (4a)$$

$$\Phi = \Delta \Psi, \quad (4б)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] = \Delta \theta - \frac{2}{\pi} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (4в)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial z} \right] = \text{Le} \nabla^2 C + \frac{Cn}{l} (1 + A_v \sin \omega t) + \psi \frac{\text{Ra}}{\text{Bm} l} C \nabla (T_0 + \theta). \quad (4г)$$

Для получения численного решения задачи (4) применяется конечно-разностный метод. Для пространственных производных используется центральная разностная схема. Дискретное уравнение Пуассона (4б) решается с помощью метода последовательной релаксации. Конечно-разностная аппроксимация уравнения концентрации (4г) должна удовлетворять принципу сохранения массы. Консервативная форма уравнения (4г) и его аппроксимация методом конечных разностей контрольного объема, обеспечивает свойство сохранения. Вычисления проводились на сетке, содержащей 128×64 узлов. При расчетах использованы следующие типичные значения параметров коллоидной суспензии: число Льюиса $\text{Le} = 5 \cdot 10^{-4}$, число Прандтля $\text{Pr} = 48$, $\text{Bm} = 0.16$, $l/\mathcal{H} = 1.6$ и коэффициент разделения $\psi = 8.8$.

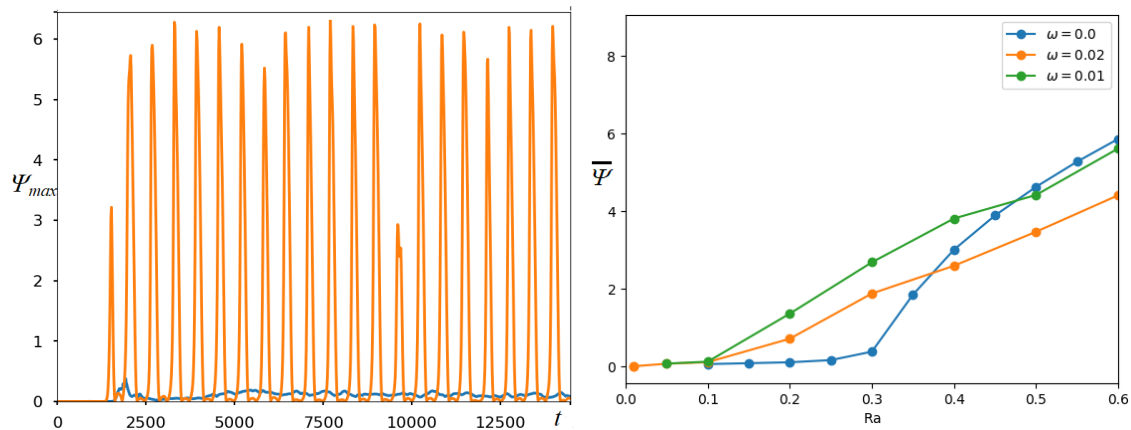


Рис. 2. а) Зависимость максимальной функции тока от времени при $Ra=0.2$; $\omega = 0$ (синяя линия), $\omega = 0.01$ (оранжевая линия). б) Бифуркационные диаграммы при различных частотах вибрации, $Pr=48$, $Le=5 \cdot 10^{-4}$, $\psi = 8.8$, $Bm = 0.16$; $l/H = 1.6$, $A_v = 2$

В отсутствии вибраций ($\omega = 0$), при $Ra=0.2$ реализуется колебательный режим пальцев, тяжелая примесь накапливается у верхней границы, а затем проваливается вниз, легкая примесь собирается у нижней горячей границы, затем всплывает. Интенсивность такого конвективного движения мала (Рис. 2а). Вибрации ($\omega = 0.01$) качественно изменяют поведение жидкости в режиме образования пальцев. Максимальное значение функции тока осциллирует с амплитудой в десятки раз превышающей ее значение в случае отсутствия вибраций. Среднее за период значение максимальной функции тока также увеличивается (Рис. 2б), но этот рост немонотонно зависит от частоты. При $Ra > Ra^*(\omega)$ вибрации уменьшают интенсивность конвективного течения коллоидной бинарной смеси (Рис. 2б).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>.

Список литературы

1. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
2. Smorodin B.L., Cherepanov I.N., Ishutov S.N., Myznikova B.I. Convection of a colloidal suspension in a Hele-Shaw cell// Eur. Phys. J. E. 2017. Vol. 40. 18.

РЕЖИМЫ ВЫТЕСНЕНИЯ ЖИДКОСТИ ИЗ АНИЗОТРОПНОГО ПЛАСТА В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

А. А. Чернова

Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова,
119192, Москва, Мичуринский проспект, 1

Рассмотрена задача двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей в анизотропной пористой среде, находящейся в поле силы тяжести. Определены критерии подобия, характеризующие направления течения вытесняющей и вытесняемой жидкостей. В рамках исследования численных решений профильной задачи фильтрации проведена классификация режимов вытеснения из анизотропного пласта. Показано, что существует четыре режима, соответствующих качественно различным течениям. Проведено сравнение их эффективности в терминах коэффициента извлечения жидкости из пласта и коэффициента его охвата вытеснением. Исследовано влияние капиллярного давления на эффективность вытеснения в различных режимах течения. Показано, что в одних случаях увеличение влияния капиллярного давления приводит к повышению коэффициента вытеснения, а в других режимах, наоборот, – к его снижению.

Ключевые слова: фильтрация; анизотропный пласт; гравитационное расслоение; коэффициент вытеснения; коэффициент охвата; повышение нефтеотдачи

REGIMES OF FLUID DISPLACEMENT FROM ANISOTROPIC RESERVOIR IN GRAVITY FIELD

A. A. Chernova

Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University,
1, Michurinsky ave., 119192, Moscow

We consider the problem of two-phase flow in a porous medium of incompressible liquids in an anisotropic reservoir in a gravity field. We determine the similarity criteria which characterize the flow directions of the displacing and displaced fluids. As part of the research of numerical solutions of the cross-section study of filtration, a classification of displacement regimes from an anisotropic reservoir was carried out. It is shown that there are four regimes corresponding to qualitatively different flows. Their effectiveness was compared in terms of the fluid recovery efficiency and sweep efficiency. The influence of capillary imbibition on the parameters of regimes has been studied. It is shown that in some cases an increase in the influence of capillary pressure leads to an increase in the displacement efficiency, and in other cases, on the contrary, to its decrease.

Keywords: flow in a porous medium; anisotropic reservoir; stratification; recovery efficiency; sweep efficiency; enhanced oil recovery

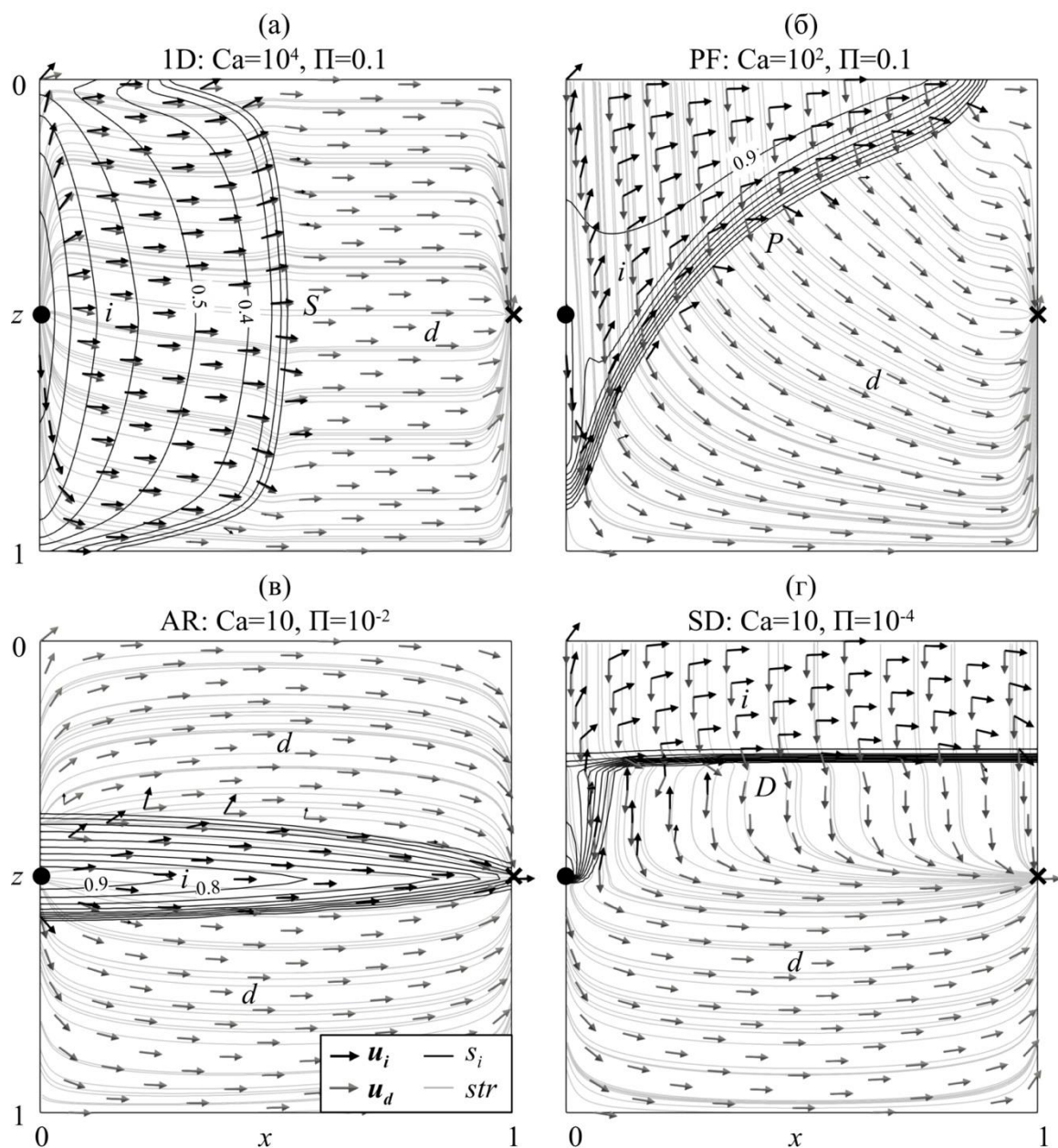


Рис. 1. Линии уровня $s_i = \text{const}$, мгновенные линии тока жидкости d (str) и направления скоростей u_i и u_d в режимах вытеснения 1D, PF, AR и SD при $t = 0.25$ (а–г, соответственно). Линии уровня s_i приводятся с шагом 0.1

Разработка углеводородных месторождений предполагает закачку в пласт жидкостей и газов с целью поддержания пластового давления и вытеснения нефти от нагнетательных к добывающим скважинам [1,2]. Однако, неоднородное строение пластов, которое в ряде случаев можно охарактеризовать анизотропной проницаемостью, снижает эффективность вытеснения нефти. Гравитационное расслоение жидкостей также может уменьшать коэффициент нефтеотдачи [3–7]. Так как вода обычно характеризуется более высоким значением плотности, чем нефть, то при заводнении нефтяного пласта вода может опускаться к его подошве, оставляя невытесненной нефть у кровли пласта. При закачке газа реализуется противоположная ситуация. Как более легкая по сравнению с нефтью фаза газ поднимается к кровле пласта и вдоль нее

прорывается к добывающим скважинам, оставляя неохваченными вытеснением области у подошвы пласта. Гидродинамические эффекты в поле силы тяжести осложняются влиянием других механизмов переноса жидкостей, прежде всего связанных с капиллярной пропиткой пористой среды.

Отмеченные процессы в анизотропном пласте могут оказывать сложное нелинейное влияние друг на друга, приводя к качественно различным режимам вытеснения [8]. Цель настоящей работы заключается в классификации и описании этих режимов и определении параметров пласта и жидкости, при которых эти режимы реализуются. (Рис. 1)

Список литературы

1. *Желтов Ю.П.* Разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 1986. 332 с.
2. *Willhite G.P.* Waterflooding, Vol. 3. Richardson, Texas: Textbook Series, SPE, 1986.
3. *Green D.W., Willhite G.P.* Enhanced Oil Recovery, Second Edition. Textbook Series, SPE, 2018.
4. *Lake L.W.* Enhanced Oil Recovery. Prentice Hall. 1989.
5. *Bermudez L., Johns R.T., Parakh H.* Parametric investigation of WAG floods above the MME // SPE Journal. 2007. V. 12. P. 224–234.
6. *Чернова А.А., Афанасьев А.А.* Влияние гравитационного расслоения фаз на оптимальные режимы водогазового воздействия на нефтяные пласты // Изв. РАН МЖГ 2022 №5. С. 51–61.
7. *Афанасьев А.А., Султанова Т.В.* Исследование нестационарного двухмерного вытеснения в пористой среде в автомодельной постановке // Изв. РАН МЖГ. 2017. №4. С.62–72.
8. *Чернова А.А., Афанасьев А.А.* Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести // Изв. РАН МЖГ 2023 №5. В печати.

О СМЕЩЕНИИ ПОРОГА ПЕРЕХОДА ФРЕДЕРИКСА В ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ КОМПОЗИТАХ ГЕТИТОВЫХ НАНОСТЕРЖНЕЙ

И. А. Чупеев, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В рамках континуальной теории изучены индуцируемые внешним магнитным полем ориентационные переходы в суспензии гетитовых наночастиц в нематическом жидком кристалле. Рассмотрена магнитокомпенсированная суспензия, которая представляется собой жидkokристаллический аналог антиферромагнетика. На примере магнитооптического отклика показано, что наличие гетитовых частиц может как повышать, так и понижать порог магнитного перехода Фредерикса по сравнению с беспримесным жидким кристаллом.

Ключевые слова: жидкий кристалл; гетитовые наночастицы; ориентационные переходы

ON THE SHIFT OF THE FRÉEDERICKSZ TRANSITION THRESHOLD IN LIQUID-CRYSTAL COMPOSITES OF GOETITE NANORODS

I. A. Chupeev, D. A. Petrov

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

In the framework of the continuum theory, magnetic-field-induced orientational transitions in a suspension of goethite nanoparticles in a nematic liquid crystal have been studied. The magnetocompensated suspension, which represents a liquid-crystal analog of an antiferromagnet, has been considered. Using the magneto-optical response as an example, it is shown that the presence of goethite particles can both increase and decrease the threshold of the magnetic Fréedericksz transition in comparison with a pure liquid crystal.

Keywords: liquid crystal; goethite nanoparticles; orientational transitions

В настоящей работе исследуются индуцированные магнитным полем ориентационные переходы в высокодисперсной суспензии гетитовых наностержней в нематическом жидком кристалле (ЖК) [1]. Отличительной особенностью рассматриваемых композитов являются их примесные частицы, которые обладают остаточным магнитным моментом, направленным вдоль длинной оси частицы. Таким образом уже в слабых магнитных полях длинные оси частиц стремятся ориентироваться вдоль поля. Наряду с этим такая частица имеет также отрицательную анизотропию магнитной восприимчивости, т.е. магнитное поле “наводит” в частице дополнительный магнитный момент, который в достаточно сильных полях стремится повернуть длинную ось частицы перпендикулярно полю. Таким образом ЖК-композиты гетитовых частиц в отличие от чистых нематиков и суспензий обычных магнитных частиц

на их основе обладают несколькими конкурирующими ориентационными механизмами. Это приводит к необычному фазовому поведению суспензии, которое требует теоретического исследования.

Рассмотрим плоскопараллельную ячейку толщиной L , заполненную суспензией гетитовых наностержней на основе нематического ЖК. Начало системы координат поместим в середину слоя, ось x направим параллельно границам ячейки, а ось z – ортогональна им. Магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ направим вдоль оси z . Для описания преимущественной ориентации молекул ЖК и гетитовых частиц будем использовать единичные векторы – директоры соответственно \mathbf{n} и \mathbf{m} . Будем полагать, что на границах слоя созданы условия жесткого планарного сцепления директора ЖК. Предположим, что суспензия является компенсированной [2], т.е. в отсутствие поля в ней имеются равные доли примеси с остаточными магнитными моментами, направленными параллельно и антипараллельно локальному директору (ЖК-аналог антиферромагнетика).

Задачу будем решать в рамках континуальной теории, в основе которой лежит функционал свободной энергии [2], в котором учтены уникальные магнитные свойства наностержней гетита [3]:

$$F = \int [F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6] dV, \quad (1)$$

$$F_1 = \frac{1}{2} [K_{11}(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22}(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_{33}(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2],$$

$$F_2 = -\frac{1}{2} \mu_0 \chi_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_3 = -\frac{\mu_0 \mu}{\nu} (f_+ - f_-)(\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}),$$

$$F_4 = -\frac{1}{2} \mu_0 \chi_a^p (f_+ + f_-)(\mathbf{m} \cdot \mathbf{H})^2, \quad F_5 = -\frac{WS}{\nu} (f_+ + f_-)(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2,$$

$$F_6 = \frac{k_B T}{\nu} (f_+ \ln f_+ + f_- \ln f_-).$$

Здесь K_{11} , K_{22} и K_{33} – модули ориентационной упругости ЖК; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; χ_a и χ_a^p – анизотропии диамагнитной восприимчивости соответственно ЖК и частиц; ν – объем примесной частицы гетита; а f_+ и f_- – объемные доли частиц с магнитными моментами $\boldsymbol{\mu}_+ = \mu \mathbf{m}$ и $\boldsymbol{\mu}_- = -\mu \mathbf{m}$, направленными соответственно параллельно и антипараллельно директору ЖК. Величина магнитного момента μ пропорциональна средней поверхности частиц S_p , которую можно оценить, как $S_p \approx 2S$, где $S = l \cdot (w + t)$, l – длина, w – ширина, t – толщина и S – площадь поверхности гетитовых частиц [3]; W – поверхностная плотность энергии сцепления молекул ЖК с поверхностью гетитовых частиц (будем считать $W > 0$, в этом случае в отсутствие магнитного поля свободная энергия минимальна при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m}$, что соответствует планарному сцеплению директоров ЖК и гетитовых частиц).

Для рассматриваемой геометрии компоненты директоров ЖК \mathbf{n} частиц гетита \mathbf{m} можно представить в следующем виде

$$\mathbf{n} = (\cos \varphi(z), 0, \sin \varphi(z)), \quad \mathbf{m} = (\cos \psi(z), 0, \sin \psi(z)), \quad (2)$$

где $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ – соответственно углы ориентации директоров ЖК и частиц гетита, отсчитываемые от оси x .

Задачу удобно решать в безразмерном виде, для этого выберем в качестве единицы длины толщину слоя L и определим безразмерную координату $\tilde{z} = z/L$. Введем приведенные объемные доли частиц гетита $g_{\pm} = f_{\pm}/\bar{f}$ (\bar{f} – средняя объемная доля частиц в суспензии) и безразмерную напряженность магнитного поля $h = H/H_q$, где $H_q = L^{-1}\sqrt{K_{11}/(\mu_0\chi_a)}$, а также определим безразмерные параметры:

$$k = \frac{K_{33}}{K_{11}}, \quad \gamma = \frac{\chi_a^p}{\chi_a} \bar{f}, \quad b = \frac{\mu \bar{f} L}{v} \sqrt{\frac{\mu_0}{K_{11}\chi_a}}, \quad \kappa = \frac{k_B T \bar{f} L^2}{v K_{11}}, \quad \sigma = \frac{W S \bar{f} L^2}{v K_{11}}.$$

Более подробно о безразмерных параметрах можно узнать в работах [2, 3].

Минимизация функционала (1) относительно $\varphi(\tilde{z})$, $\psi(\tilde{z})$ и $g_{\pm}(\tilde{z})$ приводит соответственно к системе уравнений ориентационного равновесия

$$\frac{\partial K(\varphi)}{2\partial\varphi} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tilde{z}} \right)^2 + K(\varphi) \left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tilde{z}^2} \right) + \frac{1}{2} h^2 \sin 2\varphi - \sigma(g_+ + g_-) \sin 2(\varphi - \psi) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \gamma h^2 \sin 2\psi + \sigma \sin 2(\varphi - \psi) + b h \operatorname{th} \left(\frac{b h}{\kappa} \sin \psi \right) \cos \psi = 0. \quad (4)$$

$$g_{\pm} = Q \exp \left(\pm \frac{b h}{\kappa} \sin \psi + \frac{\gamma h^2}{2\kappa} \sin^2 \psi + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi - \psi) \right). \quad (5)$$

Здесь введено обозначение $K(\varphi) = \cos^2 \varphi + k \sin^2 \varphi$, а константа нормировки Q может быть определена из условия постоянства числа частиц в суспензии

$$Q^{-1} = 2 \int_{-1/2}^{1/2} \operatorname{ch} \left(\frac{b h}{\kappa} \sin \psi \right) \exp \left(\frac{\gamma h^2}{2\kappa} \sin^2 \psi + \frac{\sigma}{\kappa} \cos^2(\varphi - \psi) \right) d\tilde{z}. \quad (6)$$

Система уравнений (3) – (6) совместно с граничными условиями

$$\varphi(\tilde{z})|_{1/2} = \varphi(\tilde{z})|_{-1/2} = 0, \quad d\varphi(\tilde{z})/d\tilde{z}|_{\tilde{z}=0} = 0 \quad (7)$$

допускает однородное решение, отвечающее начальному состоянию $\varphi(\tilde{z}) = 0$ и $\psi(\tilde{z}) = 0$, в котором директоры ЖК и частицы параллельны границам слоя и ортогональны внешнему полю $\mathbf{n} \parallel \mathbf{m} \perp \mathbf{H}$ – планарная фаза. Под влиянием магнитного поля такая фаза перестает быть устойчивой и при достижении магнитным полем некоторого порогового значения h_c происходит переход в неоднородное состояние – угловую фазу с искаженной ориентационной структурой \mathbf{n} и \mathbf{m} . По аналогии с чистым ЖК будем называть это явление переход Фредерикса [4]. Вблизи h_c искажения ориентационной и магнитной структуры можно считать малыми $\varphi(z) \ll 1$

и $\psi(\tilde{z}) \ll 1$, а распределение частиц близким к однородному $g_{\pm} = (1/2)(1 + \delta g_{\pm})$, где $\delta g_{\pm} \ll 1$, что позволяет линеаризовать уравнения (3) – (5) и в результате получить выражение для порогового поля перехода Фредерикса h_c [3]:

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\lambda_c h_c^2 (\pi^2 - h_c^2)}{\pi^2 - (1 + \lambda_c) h_c^2}, \quad \lambda_c = \frac{b^2}{\kappa} + \gamma. \quad (8)$$

Для неотрицательных значений σ и h_c правая часть первого уравнения (8) также должна быть неотрицательной. Для $\lambda_c > 0$ энергия сцепления σ положительная при $0 < h_c < \tilde{h}_c$, где $\tilde{h}_c = \pi / \sqrt{1 + \lambda_c} < \pi$, что отвечает уменьшению поля перехода Фредерикса по сравнению с беспримесным ЖК, для которого $h_c = h_c^{LC} = \pi$. При $\lambda_c < 0$ поле перехода Фредерикса находится в области значений $h_c > h_c^{LC}$, что отвечает увеличению поля перехода Фредерикса по сравнению с чистым нематиком.

В работе [3] при измерении электрической емкости ячейки, заполненной компенсированной ЖК-суспензией гетитовых частиц, было обнаружено увеличение порога магнитного перехода Фредерикса по сравнению чистым ЖК. Здесь мы представим другой способ экспериментального обнаружения ориентационных переходов в ЖК – определение оптической разности фаз δ между обыкновенным n_o и необыкновенным n_e лучами монохроматического света, прошедшего через ячейку, заполненную суспензией. Для нормально падающего луча света согласно работе [4] оптическая разность фаз имеет вид

$$\frac{\delta}{\delta_0} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \varphi(\tilde{z}) + n_e^2 \sin^2 \varphi(\tilde{z})}} d\tilde{z} - n_o, \quad (9)$$

где $\delta_0 = 2\pi L(n_e - n_o)/\lambda$ и λ – длина волны монохроматического света. В качестве примера рассмотрим суспензию на основе ЖК 6СНВТ, для которого $n_o = 1.518$ и $n_e = 1.675$ при $\lambda = 589.3$ нм [5]. На рис. 1 представлены результаты расчета фазовой задержки (9) суспензии в зависимости от магнитного поля при разных значениях параметра b . Из рис. 1 видно, что при $b = 0.4$ ($\lambda_c < 0$) переход Фредерикса происходит в более низких, а при $b = 0.6$ ($\lambda_c > 0$) в более высоких полях по сравнению с беспримесным ЖК. При $b = 0.5268$ ($\lambda_c = 0$) поля переходов Фредерикса в случае беспримесного ЖК и суспензии совпадают $h_c = h_c^{LC} = \pi$. Экспериментально повышение порогового поля перехода Фредерикса было обнаружено и теоретически описано в работе [3].

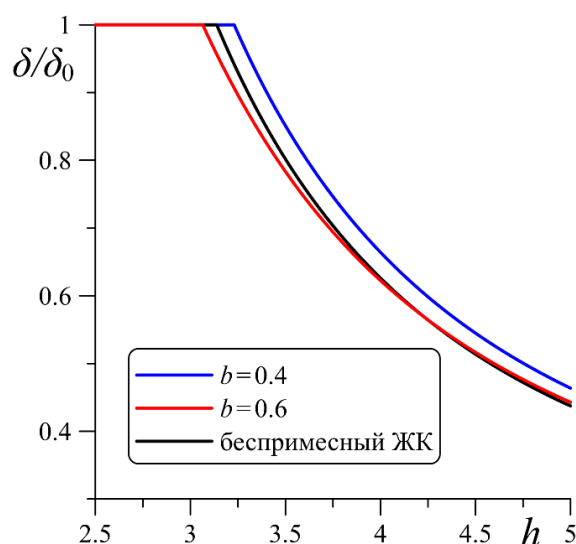


Рис. 1. Зависимость оптической разности фаз от приложенного магнитного поля для $\gamma = -0.15$, $\kappa = 1.85$ и $\sigma = 2.45$

Подводя итог, можно сделать вывод, что для ЖК-суспензий гетитовых наностержней в зависимости от параметра λ_c (см. выражение (8)) может происходить как уменьшение, так и увеличение порогового поля магнитного перехода Фредерикса по сравнению с беспримесным ЖК, что подтверждено результатами расчетов оптической разности фаз.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” и Минобрнауки России (проект № FSNF-2023-0004).

Список литературы

1. Kopčanský P., Lackova V., Burylov S., Burylova N., Voroshilov A., Majorošová J., Agresti F., Zin V., Barison S., Jadżyn J., Tomašovičová N. The influence of goethite nanorods on structural transitions in liquid crystal 6CHBT // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2018. Vol. 459. P. 26–32.
2. Zakhlevnykh A. N., Petrov D. A. Orientational bistability and magneto-optical response in compensated ferronematic liquid crystals // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2016. Vol. 401. P. 188–195.
3. Burylov S., Petrov D., Lackova V., Zakutanská K., Burylova N., Voroshilov A., Skosar V., Agresti F., Kopčanský P., Tomašovičová N. Ferromagnetic and antiferromagnetic liquid crystal suspensions: Experiment and theory // Journal of Molecular Liquids. 2021. Vol. 321. Art. No. 114467.
4. Blinov L. M., Chigrinov V. G. Electrooptic effects in liquid crystal materials // Springer-Verlag. New York. 1994.
5. Kowiorski K., Kedzierski J., Raszewski Z., Kojdecki M., Herman J., Miszczyk E., Piecek W. Application of modified interference wedge method in measurements of indices of refraction and birefringence of nematic liquid crystals // Acta Physica Polonica A. 2013. Vol. 124. P. 946–948.

АДВЕКТИВНЫЕ ТЕРМОАКУСТИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

К. Г. Шварц

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Новое точное решение уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска описывает адвективное термоакустическое течение несжимаемой жидкости, во вращающемся вокруг вертикальной оси плоском горизонтальном слое с твердыми границами. Изучается влияние числа Тейлора на профиль скорости и температуры течения при фиксированных значениях чисел Грасгофа, Рейнольдса и Прандтля.

Ключевые слова: горизонтальная конвекция; адвективные течения; точное решение; звуковая волна; вращение

ADVECTIVE THERMOACOUSTIC FLOWS IN A ROTATING LIQUID LAYER

K. G. Shvarts

Perm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

A new exact solution of the Navier-Stokes equations in the Boussinesq approximation describes the advective thermoacoustic flow of an incompressible fluid in a flat horizontal layer with solid boundaries rotating around the vertical axis. The effect of the Taylor number on the velocity and temperature profile of the flow at fixed values of Grashof, Reynolds and Prandtl numbers is studied.

Keywords: horizontal convection; advective flows; exact solution; sound wave; rotation

Адвективные течения возникают в плоском горизонтальном слое несжимаемой жидкости под действием горизонтальной конвекции [1]. В ситуации, когда температура на горизонтальных границах слоя является линейной функцией ($T=Ax$, где x – продольная координата, A – постоянный горизонтальный температурный градиент на границах), такое течение описывается аналитическим в виде точного решения уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска [2].

В работе [3] рассматривалась тепловая конвекция для случая, когда длина звуковой волны на частоте вибраций сравнима с размерами полости. Были выведены уравнения пульсационного и усредненного движения среды и сформулированы граничные условия для средних полей на твердых границах [4]. Профиль скорости движения жидкости представляет собой суперпозицию двух течений – классического адвективного и акустического течения с квадратичным профилем.

В монографии [5] представлены точные решения уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска, которые описывают адвективные течения, возникающие во вращающемся плоском горизонтальном слое жидкости с твердыми границами и линейным распределением температуры на обеих границах слоя. В данной работе изучается термоакустическое адвективное течение, возникающее во вращающемся плоском горизонтальном слое несжимаемой жидкости.

Рассматривается бесконечный горизонтальный слой несжимаемой жидкости шириной $2h$ с твердыми границами, помещенный в однородное поле тяжести и вращающийся с постоянной угловой скоростью $\Omega = \Omega_0 \mathbf{i}_z$, где \mathbf{i}_z – орт-вектор вертикальной оси z . Направление оси вращения совпадает с вертикальной осью координат Oz . Движение жидкости описывается уравнениями конвекции в приближении Буссинеска [1] во вращающейся декартовой системе координат $Oxyz$ (z – вертикальная, x, y – горизонтальные координаты). Предполагаем, что число Фруда $Fr = \Omega_0^2 l / g$ намного меньше единицы (g – ускорение свободного падения, l – горизонтальный масштаб), поэтому центробежной конвективной силой можно пренебречь.

Плоская монохроматическая акустическая волна распространяется во вращающемся горизонтальном слое жидкости толщиной $2h$. Длина акустической волны предполагается сравнимой с толщиной слоя [3-4]. Период акустических колебаний мал по сравнению с характерными конвективными временами, что делает эффективным осредненное описание динамики жидкости. Всё влияние акустической волны заключается в генерации внутри пограничного слоя осредненной завихренности. Этот процесс можно учитывать с помощью эффективных граничных условий на внешней границе скин-слоя, в силу малой толщины которого граничные условия для скорости могут быть перенесены на твердую поверхность горизонтального слоя жидкости [3].

Во вращающемся горизонтальном слое несжимаемой жидкости формируется однородное по x, y стационарное течение, которое может быть описано аналитически в виде точного решения уравнений Навье-Стокса:

$$M(z) = \frac{Gr}{\lambda_1^2} \left(\frac{\sinh \lambda_1 z}{\sinh \lambda_1} - z \right) + Re \frac{1}{\frac{\cosh \lambda_1}{\lambda_1 \sinh \lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1^2}} \left(\frac{\cosh \lambda_1 z}{\lambda_1 \sinh \lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1^2} \right), \quad (1)$$

$$T_0 = x + \tau_0(z), \quad \tau_0(z) = \frac{Pr}{\sqrt{Ta}} v_0(z). \quad (2)$$

Здесь $\lambda_1 = \sqrt[4]{Ta/4}(1+i)$ – относительная толщина пограничных слоёв, возникающих вблизи границ горизонтального слоя жидкости под действием вращения, Ta – число Тейлора, $i = \sqrt{-1}$ мнимая единица, Gr – число Грасгофа, Pr – число Прандтля, Re – число Рейнольдса. Скорость течения представляет

собой суперпозицию адвективного и акустического течения, она имеет две горизонтальные компоненты $u_0(z) = \text{Real}(M(z))$, $v_0(z) = \text{Imag}(M(z))$. В частности, в отсутствии акустической волны ($Re=0$) имеем адвективное течение [5]. В формулах (1)-(2) числа Грасгофа, Рейнольдса и Прандтля выступают в качестве масштабных множителей. Таким образом, вид профиля скорости и температуры меняется с ростом числа Тейлора и зависит от соотношения чисел Грасгофа и Рейнольдса.

В изотермическом случае ($Gr=0$) $u_0(z)$ симметрична относительно оси Ox . При малых $0 \leq Ta < 200$ она отрицательна и имеет параболический профиль. При $200 \leq Ta \leq 299.4$ $u_0(z)$ в центре слоя профиль близок к профилю течения Гартмана [6], а по краям жидкость перемещается в противоположном направлении. При больших значениях Ta вблизи верхней и нижней границы формируются пограничные слои, в центре слоя движение слева направо при $Ta > 299.4$. С ростом числа Тейлора минимум первой горизонтальной компоненты скорости уменьшается по модулю.

Вторая компонента скорости появляется при наличии вращения ($Ta > 0$), она также симметрична относительно оси Ox . Вблизи границ слоя образуются пограничные слои, в которых вторая компонента скорости направлена справа налево вдоль слоя. Толщина пограничного слоя уменьшается с ростом числа Тейлора. В центре слоя $v_0(z)$ положительна и направлена слева направо. При $0 < Ta < 1373.3$ вторая компоненты скорости имеет параболический профиль, а при $1373.3 \leq Ta \leq 2095$ $v_0(z)$ имеет профиль, близкий к профилю течения Гартмана. Затем в центре слоя этот профиль слегка прогибается при $Ta > 2095$ и там возникает локальный минимум второй компоненты скорости. Аналогично тому как это происходит с чисто адвективными течениями [5], максимум $v_0(z)$ сначала возрастает. В данном случае это происходит на интервале $0 \leq Ta \leq 373.2$, а затем с ростом числа Тейлора вторая компонента скорости в центре слоя монотонно убывает.

Поперек слоя жидкость перемещается от нижней границы до середины слоя по дуге, а затем, от середины слоя до верхней границы назад по такой же дуге.

При $Gr > 0$ адвективное термоакустическое течение теряет симметричность. Профиль температуры тоже не обладают симметрией. Влияние вращения на профиль скорости и температуры будем рассматривать при $Gr = 650$. Такое число Грасгофа рассматривалось в [7] при отсутствии вращения. При $Re = 10$ наглядно просматривается изменения профиля скорости и температуры.

Первая компонента скорости при малых значениях числа Тейлора ($0 \leq Ta < 200$) под воздействием акустического течения начинает терять

антисимметричность. В верхней половине слоя скорость направлена справа-налево, и она больше по модулю, чем в нижней половине, где ее направление слева-направо. Адвективная часть $u_0(z)$ превалирует над её акустической частью. При $Ta \geq 200$ с ростом числа Тейлора роль акустической части первой компоненты скорости возрастает, движение локализуется вблизи границ слоя.

Вторая компонента скорости $v_0(z)$, начинает тоже терять антисимметричность под воздействием акустической волны. В верхней половине слоя скорость направлена слева-направо, в нижней половине она выше и направлена справа-налево. При достаточно больших значениях $Ta > 3071.5$ движение жидкости локализуется у границ слоя. Вблизи верхней границы появляется узкая струя, движущаяся справа-налево).

С ростом числа Тейлора максимум и минимум $u_0(z)$ монотонно убывает, минимум всегда меньше по модулю максимума. Максимум второй компоненты скорости сначала возрастает на интервале $0 < Ta \leq 95$, а затем монотонно убывает, асимптотически стремясь к нулю. Минимум $v_0(z)$ возрастает по модулю при $0 < Ta \leq 104$ и затем монотонно убывает.

Профили скорости при различных значениях числа Тейлора, иллюстрируют спиралевидное движение жидкости поперек слоя. Можно заметить, что с увеличением Ta усиливается роль акустического течения. Поле температуры описывает два тепловых потока, движущихся вдоль слоя в противоположных направлениях.

Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989. 320с.
2. Андреев В. К. Решения Бириха уравнений конвекции и некоторые его обобщения. Препринт СО РАН. ИВМ. № 1–10. Красноярск, 2010. 68с.
3. Любимов Д. В. О тепловой конвекции в акустическом поле // Изв. РАН. МЖГ. 2000. №2. С. 28-36.
4. Любимов Д. В., Шкляев С. В. Об устойчивости адвективного термоакустического течения // Изв. РАН. МЖГ. 2000. №3. С. 10-21.
5. Аристов С. Н., Шварц К. Г. Вихревые течения адвективной природы во вращающемся слое жидкости. Перм. ун–т. Пермь, 2006. 155с.
6. Кирко И. М., Кирко Г. Е. Магнитная гидродинамика. Современное видение проблем. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2009. 292с.
7. Иванцов А. О. Слабонелинейный анализ устойчивости термоакустического адвективного течения // Вестник Пермского университета. Физика. 2019. Вып. 3. С. 28-44. doi: 10.17072/1994-3598-2019-3-28-44.

КОНЦЕНТРИРОВАНИЕ НАНОЧАСТИЦ ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ТЕЧЕНИИ ЭЛЕКТРОЛИТА В МИКРОКАНАЛЕ ЧЕРЕЗ ИОНОСЕЛЕКТИВНУЮ МЕМБРАНУ

В. С. Шелистов^a, Р. Р. Пономарёв^{a,b}, В. А. Попов^{a,b}, М. С. Алексеев^{a,c},
Е. А. Демёхин^{a,d}

^a Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации,
125167, Москва, проспект Ленинградский, 49/2

^b Южный федеральный университет,
344006, Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42

^c Кубанский государственный университет,
350040, Краснодар, ул. Ставропольская, 149

^d НИИ механики МГУ, 119192, Москва, Мичуринский проспект, 1

Изучение течения электролита, содержащего заряженные наночастицы, является одной из важных задач микрофлюидики. Приложения, использующие такие течения, часто требуют управления именно наночастицами (концентрирование, сепарацию и т.п.). В экспериментальных устройствах обычно используется явление концентрационной поляризации ионов, при этом теоретическое описание работы создаваемых устройств нельзя назвать исчерпывающим. Доклад посвящён прямому численному моделированию движения электролита в прямоугольном канале, ограниченном ионоselectивной мембраной и диэлектрическими непроницаемыми стенками. Наночастицы представляются как один из сортов ионов, не проходящих через мембрану и имеющих отличные от ионов буферного электролита заряд и коэффициент диффузии. Исследуется влияние приложенного напряжения, расхода электролита и заряда стенок на процесс концентрирования наночастиц.

Ключевые слова: микрофлюидика; концентрационная поляризация; электролит; прямое численное моделирование

NANOPARTICLES' CONCENTRATION UNDER A DRIVEN ELECTROLYTE FLOW IN A MICROCHANNEL THROUGH AN ION-SELECTIVE MEMBRANE

V. S. Shelistov^a, R. R. Ponomarev^{a,b}, V. A. Popov^{a,b}, M. S. Alekseev^{a,c},
E. A. Demekhin^{a,d}

^a Financial University under the Government of the Russian Federation
49, Leningradsky ave., 125167, Moscow

^b Southern Federal University,
105/42 Bolshaya Sadovaya st., 344006, Rostov-on-Don

^c Kuban State University, 149 Stavropolskaya st., 350040, Krasnodar

^d Moscow State University, Research Institute of Mechanics
1, Michurinsky ave., 119192, Moscow

Studying of electrolyte flow containing charged nanoparticles is one of important problems in microfluidics. Applications that utilize such flows often require control over nanoparticles themselves (concentrating, separating, etc.). Ion concentration polarization is typically used in experimental devices, but the existing theoretic description of these devices' work principles is far from complete. The report is devoted to direct numerical simulation of the electrolyte movement in a rectangular channel bounded with an ion-selective membrane and dielectric impermeable walls. Nanoparticles are described as one of ion species that cannot enter the membrane and has charge and diffusion coefficient different from those of the buffer electrolyte. The influence of applied voltage, electrolyte flow rate and wall charge on the nanoparticles' concentration process is investigated.

Keywords: microfluidics; concentration polarization; electrolyte; direct numerical simulation

Одной из важнейших практических задач микрофлюидики является управление движением заряженных частиц в электролите. Так, в биоинженерии и медицинской диагностике часто требуется локализация обнаруживаемого вещества – микрофлюидное прекоцентрирование. Ещё в 2005 году Ван, Стивенс и Хан создали систему наноканалов (фактически – искусственную мембрану) и под воздействием постоянного напряжения в течение 40 минут добились увеличения концентрации маркированных пептидов возле неё в 10 миллионов раз [1]. Этот результат, однако, в течение последующих 10 лет не удавалось повторить. В 2018 году при участии Хана было опубликовано теоретическое исследование, в общих чертах объясняющее физику прекоцентрирования в окрестности системы наноканалов [2] – за счёт концентрационной поляризации. Тем не менее, и оно оставляет без ответа ряд вопросов: не описывается детально поведение электролита на стыке микро- и наноканала, а также неясны принципы выбора конкретной геометрии.

В докладе изучается концентрирование ионов в абстрактной постановке, не привязанной к конкретной конфигурации наноканалов. Рассматривается течение трёхкомпонентного электролита в прямоугольном канале, выход из которого представляет собой идеально селективную однородную мембрану (рис. 1). Таким образом, на выходе реализуется эффект концентрационной поляризации. Ширина канала предполагается достаточно малой (от сотен нанометров до сотен микрон), чтобы движение электролита можно было рассматривать в приближении ползущего течения, но при этом допускалось применение континуального подхода. Две из трёх компонент электролита соответствуют симметричному одновалентному электролиту (наподобие KCl), третья – взвешенным наночастицам. Для определённости мембрана полагается катионообменной, а заряд наночастиц – отрицательным.

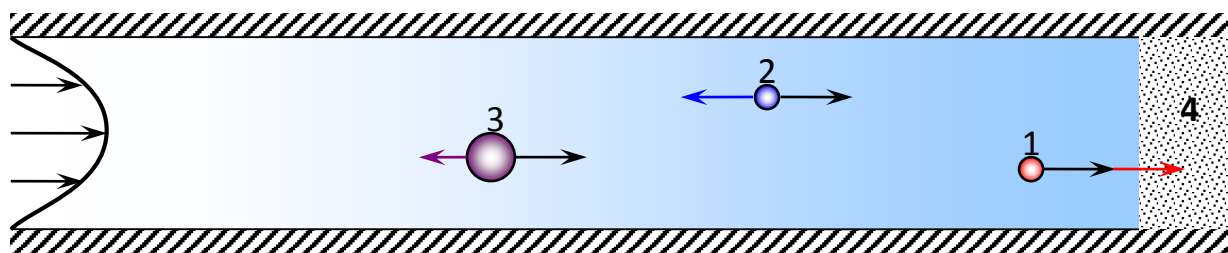


Рис. 1. Схематическое изображение геометрии задачи. 1–3 – компоненты электролита, 4 – мембрана. Чёрными стрелками показано движение за счёт вынужденной конвекции, цветными – за счёт электромиграции

На входе в канал задаются фиксированные концентрации компонент электролита, фиксированное значение потенциала и профиль скорости. Значение концентрации анионов подбирается так, чтобы раствор был электронейтральным. На мембране потенциал полагается равным нулю, скорость – постоянной (её значение вычисляется из условия сохранения расхода), ставятся условия непроницаемости для анионов и наночастиц. Для катионов применяется искусственное условие [3]. На стенках канала ставится условие непроницаемости для всех компонент электролита и условие прилипания для жидкости, а также задаётся нормальная напряжённость электрического поля. В начальный момент времени концентрации компонент электролита полагаются постоянными и равными заданным на входе значениям.

Движение электролита описывается системой уравнений Нернста-Планка-Пуассона-Стокса, дополненной соответствующими краевыми условиями. Асимптотическое решение этой системы в одномерной постановке – с пренебрежением изменениями поперёк канала – показывает, что предложенная модель позволяет описать накопление наночастиц около ионоселективной поверхности [2]. Наночастицы конкурируют с ионами того же знака, при достаточно большом расходе их концентрация может возрасти на 2-3 порядка.

Для численного моделирования была использована модификация конечноразностного алгоритма [4], обеспечивающего второй порядок аппроксимации по пространству и третий – по времени. Решение задачи в двумерной постановке обнаруживает конкуренцию нескольких механизмов течения. Помимо вынужденного течения, порождаемого расходом, около заряженных стенок возникает электроосмотическое течение, которое может быть направлено и в противоположную расходу сторону. На рис. 2 показано, что эти два механизма позволяют сфокусировать наночастицы в узкой области канала.

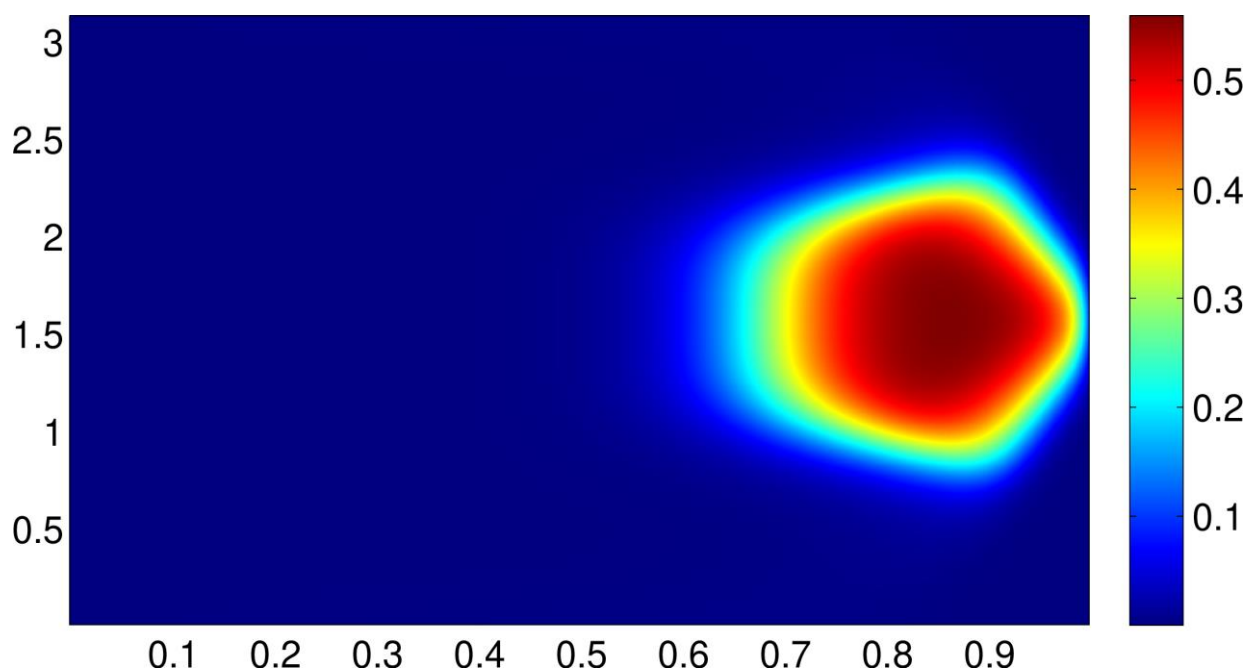


Рис. 2. Безразмерное поле концентрации наночастиц в широком канале в отсутствие неустойчивости. Начальная концентрация – 10^{-4}

При достаточно большой ширине канала и достаточно большой разности потенциалов возможно развитие неустойчивости [4], которая предоставляет третий механизм – электроконвективный. Конвекция возникает в окрестности мембраны, примерно на таком же расстоянии, на котором достигается концентрирование наночастиц. Увеличение расхода стабилизирует течение. Выявлено, что слабая неустойчивость не оказывает качественного влияния на распределение концентрации наночастиц.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 22-29-00307.

Список литературы

1. Wang Y.-C., Stevens A. L., Han J. Million-fold preconcentration of proteins and peptides by nanofluidic filter // *Analytical chemistry*. 2005. Vol. 77(14). P. 4293.
2. Ouyang W., Ye X., Li Z., Han J. Deciphering ion concentration polarization-based electrokinetic molecular concentration at the micro-nanofluidic interface: theoretical limits and scaling laws // *Nanoscale*. 2018. Vol. 10(32). Pp. 15119–15412.
3. Zaltzman B., Rubinstein I. Electroosmotic slip and electroconvective instability // *Journal of Fluid Mechanics*. 2007. Vol. 579. P. 173.
4. Demekhin E. A., Nikitin N. V., Shelistov V. S. Direct numerical simulation of electrokinetic instability and transition to chaotic motion // *Physics of Fluids*. 2013. Vol. 25(12). 122001.

РЕЗОНАНСНЫЕ РЕЖИМЫ ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ С НАКЛОННЫМИ ТОРЦАМИ ПРИ ЛИБРАЦИЯХ

М. А. Ширяева, С. В. Субботин

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614000, Пермь, ул. Сибирская, 24

Экспериментально исследуются инерционно-волновые режимы в неравномерно вращающемся (либрирующем) цилиндре, торцы которого параллельно наклонены относительно плоскости поперечного сечения. Для поддержания волнового движения частота либраций не превышает удвоенного значения средней скорости вращения системы. В области низких частот возбуждаются инерционные моды – собственные колебания жидкости. Структура пульсационного течения в этом случае представляет собой систему глобальных вихрей, направление вращения жидкости в которых меняется в течение периода либраций. При повышении частоты либраций волновая энергия фокусируется в систему относительно тонких сдвиговых слоев, образующих замкнутую траекторию (волновой аттрактор и режим симметричного отражения волн). Несмотря на трехмерную геометрию задачи, данные режимы практически двумерные: замкнутая траектория расположена вблизи плоскости направления градиента наклона торцов. Исследованы зависимости групповой скорости волн и ширины волнового пучка от числа Экмана.

Ключевые слова: вращение; либрации; инерционные волны

RESONANCE REGIMES OF INERTIAL WAVES IN A ROTATING CYLINDER WITH SLOPING ENDS UNDER LIBRATIONS

M. A. Shiryayeva, S. V. Subbotin

Perm State Humanitarian Pedagogical University, 24, Sibirskaya st., 614000, Perm

Inertial wave regimes in a non-uniformly rotating (librating) cylinder with two sloping ends are experimentally studied. To maintain the wave motion, the libration frequency does not exceed twice the average rotation rate of the system. In the low-frequency region, inertial modes – natural oscillations of the liquid – are excited. In this case the structure of the oscillatory flow is a system of global vortices with a periodically changing vorticity. With an increase in the libration frequency, the wave energy is focused in relatively thin shear layers that form a closed trajectory (wave attractor and the regime of symmetrical wave reflection). Despite the three-dimensional geometry of the problem, these regimes are almost two-dimensional: the closed trajectory is located near the direction of the slope gradient of the ends. The dependences of the wave's group velocity and the width of the wave beam on the Ekman number are investigated.

Keywords: rotation; libration; inertial waves

1. Введение

Быстровращающиеся гидродинамические системы обладают широким спектром инерционных режимов, которые могут поддерживаться благодаря внешнему гармоническому воздействию [1]. В замкнутых полостях волны взаимодействуют со стенками полости, при этом в зависимости от геометрии допускается возбуждение различных резонансных режимов. Примером являются так называемые инерционные моды – глобальные колебания жидкости, напоминающие стоячие волны [2]. В полостях сложной формы возможен принципиально другой тип резонанса, связанный с фокусировкой волновых лучей на замкнутую траекторию – волновой аттрактор [3]. Это объясняется постепенным сужением пучка волн после очередного отражения от твердой стенки. Данная работа посвящена экспериментальному поиску и идентификации резонансных режимов во вращающемся цилиндре с наклоненными торцевыми стенками.

2. Установка и методика эксперимента

Кювета представляет собой круговой цилиндр радиуса $R = 26$ мм (рис. 1), изготовленный из плексигласа. Торцы полости имеют форму усеченных цилиндров с углом наклона $\alpha = 23^\circ$, расположенных параллельно друг другу на расстоянии $L = 77$ мм. Объем полости заполняется водоглицериновым раствором с кинематической вязкостью $\nu = 2 - 30$ сСт. Для устранения оптических искажений со стороны боковой поверхности цилиндр помещен в прямоугольный параллелепипед, заполненный рабочей жидкостью.

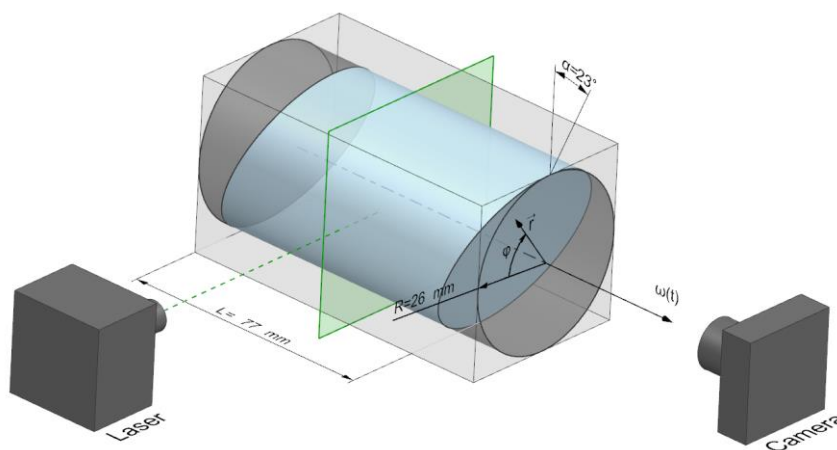


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

В лабораторной системе отсчета кювета совершает вращение по закону:

$$\omega(t) = \Omega_{rot} [1 + \varepsilon \sin(\Omega_{lib} t)]. \quad (1)$$

Описание величин в формуле (1) представлено в таблице (табл. 1).

Табл. 1. Параметры экспериментов

Параметр	Определение	Значение
Ω_{rot}	Средняя скорость вращения	62.8 c^{-1}
Ω_{lib}	Частота либраций	$25.1 - 125.6 \text{ c}^{-1}$
$\sigma = \Omega_{lib} / \Omega_{rot}$	Безразмерная частота либраций	$0.2 - 2.0$
$\varepsilon = \Delta\varphi\sigma$	Амплитуда либраций	$0.01 - 0.12$
$E = v / (\Omega_{rot} R^2)$	Число Экмана	$4.7 \cdot 10^{-5} - 9.4 \cdot 10^{-4}$

Исследование структуры течений выполняется PIV-методом. Для этого в жидкость добавляются частицы, плотность которых сопоставима с плотностью жидкости. В качестве источника освещения используется световой нож толщиной 2 мм, генерируемый непрерывным лазером. Положение частиц, освещаемых световым ножом, регистрируется скоростной видеокамерой.

3. Результаты экспериментов

Для характеристики интенсивности пульсационного течения используется средняя по пространству и периоду колебаний скорость:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{T_{lib}} \int \frac{1}{S} \int \sqrt{u_r^2 + u_z^2} ds dt,$$

где S – площадь сечения, проходящая через ось вращения, T_{lib} – период либраций, а u_r и u_z – радиальная и осевая компоненты мгновенной скорости. Для сравнения результатов, полученных при различных ε и σ , величина $\langle u \rangle$ обезразмеривается через пульсационную скорость боковой границы полости: $\langle V \rangle = \langle u \rangle / (\Delta\varphi\Omega_{lib}R)$.

На рис. 2а показана карта основных режимов течений. В области низких частот либраций возбуждаются инерционные моды (М) – стоячие волны (рис. 2б). При этом с увеличением σ радиальное волновое число моды уменьшается. В диапазоне частот $\sigma \in [0.85 - 1.2]$ наблюдается фокусировка волновых лучей в аттрактор (1,1), имеющий форму параллелограмма (рис. 2в). Более интенсивное пульсационное течение зафиксировано для волнового аттрактора (3,1), когда число отражений от боковой границы полости соответствует 3 (рис. 2г). Отдельно стоит выделить режимы С(1,1) и С(3,1), напоминающие по структуре аттрактор, но имеющие другую природу

возникновения. В данном случае формирование замкнутой траектории связано с симметричной трассировкой волновых лучей, исходящих из острых углов полости (рис. 2д).

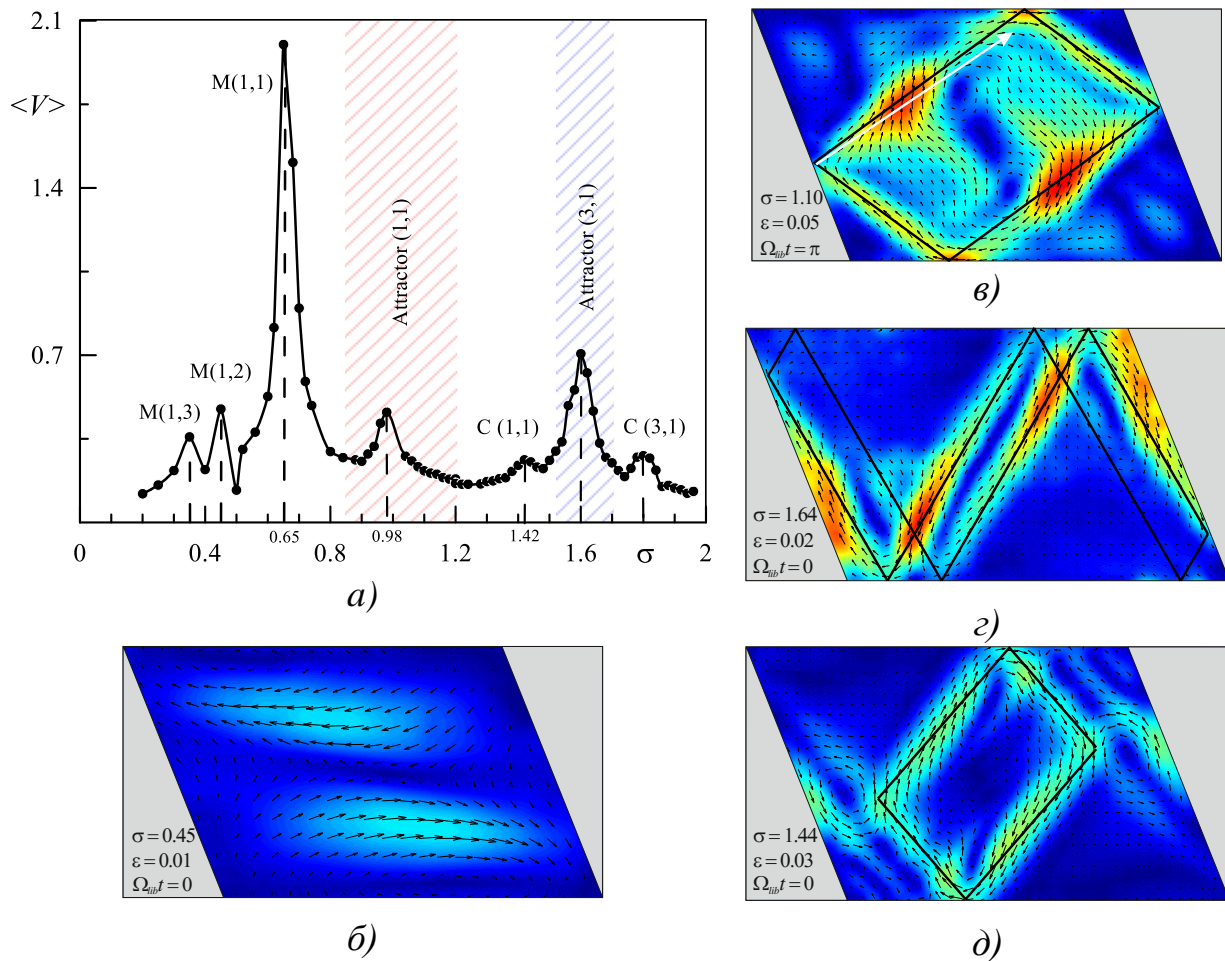


Рис. 2. а) Зависимость скорости пульсационного течения от частоты либраций. Примеры мгновенных полей скорости: б) инерционная мода $M(1,2)$; в) и з) волновые аттракторы $(1,1)$ и $(3,1)$; д) режим симметричного отражения волн

Работа выполнена в рамках гос. задания Минпросвещения РФ (проект KPZU-2023-0002).

Список литературы

1. Le Bars M., Cébron D., Le Gal P. Flows driven by libration, precession, and tides // Annu. Rev. Fluid Mech. 2015. V. 47. P. 163–193.
2. Subbotin S. Steady circulation induced by inertial modes in a librating cylinder // Phys. Rev. Fluids. 2020. V. 5. P. 014804.
3. Maas L.R.M., Benielli D., Sommeria J., Lam F.P.A. Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid // Nature. 1997. V. 388. P. 557–561.

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПОДВЕШЕННЫХ НА КОЛЬЦЕВОМ КРЕПЛЕНИИ СПЛЮСНУТЫХ КАПЛЯХ

М. А. Шишкин^a, К. С. Колегов^b, Е. С. Пикина^a

^a Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН,
142432, Черноголовка, проспект Академика Семенова, 1А

^b Астраханский государственный университет им. В. Н. Татищева,
414056, Астрахань, ул. Татищева, 20а

Теоретически и численно изучены термокапиллярные конвективные течения в маленькой сплюснутой капле, подвешенной на кольцевом креплении. Конвекция Марангони возникает из-за вертикального градиента температуры поперек капли и обусловлена изменениями поверхностного натяжения на свободной поверхности капель. При рассмотрении уравнения Стокса в координатах сплюснутого сфероида аналитически получены линейно независимые стационарные решения для конвекции Марангони в терминах функции тока. Численное моделирование термокапиллярного движения в каплях используется для изучения наступления стационарного режима. Как аналитические, так и численные расчеты предсказывают осесимметричное циркуляционное конвективное движение в капле, динамика которого определяется величиной температурного градиента поперек капли. Аналитические решения для критического распределения температуры и полей скорости получены для больших градиентов температуры поперек сплюснутой капли. Эти решения показывают боковое разделение критического и стационарного движений внутри капель. Критические вихри локализуются вблизи центральной части капли, в то время как интенсивный стационарный поток расположен ближе к ее торцу. Переход к пределу плоской пленки изучается в рамках подхода на базе функций тока путем уменьшения коэффициента эллиптичности капли до нулевого значения. Начальный стационарный режим для сильно сплюснутых капель становится неустойчивым относительно многовихревых возмущений по аналогии с плоскими пленками жидкости со свободными границами.

Ключевые слова: поток Марангони; градиент температуры; капля

THERMOCAPILLARY CONVECTION IN OBLATE DROPLETS SUSPENDED ON A CIRCULAR FRAME

M. A. Shishkin^a, K. S. Kolegov^b, E. S. Pikina^a

^a Landau Institute for Theoretical Physics of the RAS,
1A Akademika Semenova ave., 142432, Chernogolovka

^b Astrakhan State University named after V.N. Tatishchev,
20a, Tatischev st., 414056, Astrakhan

We study theoretically internal flows in a small oblate droplet suspended on the circular frame. Marangoni convection arises due to a vertical temperature gradient across the drop and is driven by the surface tension variations at the free drop interface. Using the analytical basis for the solutions of Stokes equation in coordinates of oblate spheroid we have derived the linearly independent stationary solutions for Marangoni convection in terms of Stokes stream functions. The numerical simulations of the thermocapillary motion in the drops are used to study the onset of the stationary regime. Both analytical and numerical calculations predict the axially-symmetric circulatory convection motion in the drop, the dynamics of which is determined by the magnitude of the temperature gradient across the drop. The analytical solutions for the critical temperature distribution and velocity fields are obtained for the large temperature gradients across the oblate drop. These solutions reveal the lateral separation of the critical and stationary motions within the drops. The critical vortices are localized near the central part of a drop, while the intensive stationary flow is located closer to its butt end. A crossover to the limit of the plane film is studied within the formalism of the stream functions by reducing the droplet ellipticity ratio to zero value. The initial stationary regime for the strongly oblate drops becomes unstable relative to the many-vortex perturbations in analogy with the plane fluid films with free boundaries.

Keywords: Marangoni flow; temperature gradient; droplet

Гидродинамические потоки в жидких каплях представляют интерес с точки зрения множества различных приложений [1, 2]. При наличии градиента температуры возникает термокапиллярный поток, известный как конвекция Марангони, обусловленная пространственной неоднородностью коэффициента поверхностного натяжения, зависящего от температуры.

Здесь рассматривается случай, когда капля закреплена в кольце из проволоки (рис. 1) [3]. Сверху и снизу устанавливаются термоэлементы. Предположим, что температура верхней пластины (T_{up}) превышает температуру нижней (T_{down}). В результате в области между пластинами устанавливается вертикальный градиент температуры. Предположим, что высота капли много меньше диаметра кольца, $H \ll R$. Если высота капли измеряется в нескольких десятках микрон, то объемными силами в такой системе можно пренебречь. Термокапиллярный поток будет направлен вдоль свободной поверхности из области низкого поверхностного натяжения в область высокого, то есть из области высокой температуры в область низкой температуры.

Форма такой капли близка форме сплюснутого сфероида. Учитывая осевую симметрию относительно z , переходим к двумерной постановке задачи, в которой капля представлена в форме эллипса.

Уравнения Навье–Стокса записываются в терминах функции тока ψ и вихря скорости ω для описания гидродинамики в каплях. Поле температуры в капле описывается уравнением конвекции–диффузии и в воздухе — уравнением теплопроводности. Эта задача решалась аналитически и численно.

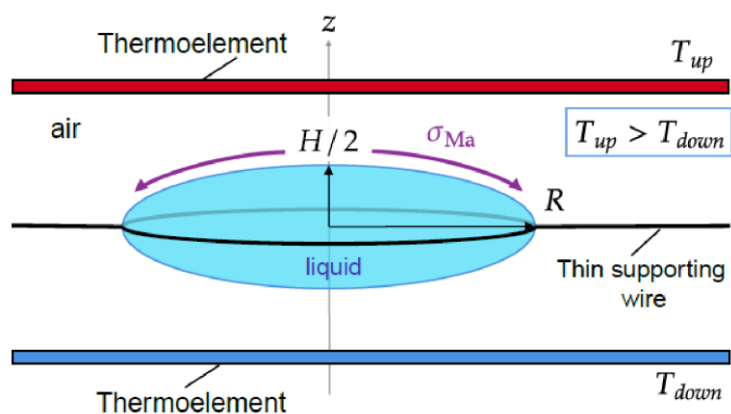


Рис. 1. Схематический вид капли жидкости, подвешенной на поддерживающем проволочном кольце

Аналитическое описание стационарной конвекции было основано на полученном полном базисе решений уравнения Стокса в координатах сплюсненного сфероида. Движение жидкости в небольших градиентах температуры возникает в режиме линейного отклика и определяется балансом термокапиллярной и вязких сил на свободной поверхности капли (детали см. в [3]). На следующем этапе в рамках линейной теории устойчивости для сильно сплюснутых капель было найдено критическое число Марангони, при котором ранее найденное стационарное решение оказывается неустойчивым по отношению к малым возмущениям (рис. 2), а также форма таких критических возмущений. Оказывается, что в отличие от классической задачи о неустойчивости слоя жидкости на горячей поверхности, в этой конфигурации присутствует два слоя вихрей, при этом сама критическая мода локализована на малом масштабе $\sim \sqrt{HR}$.

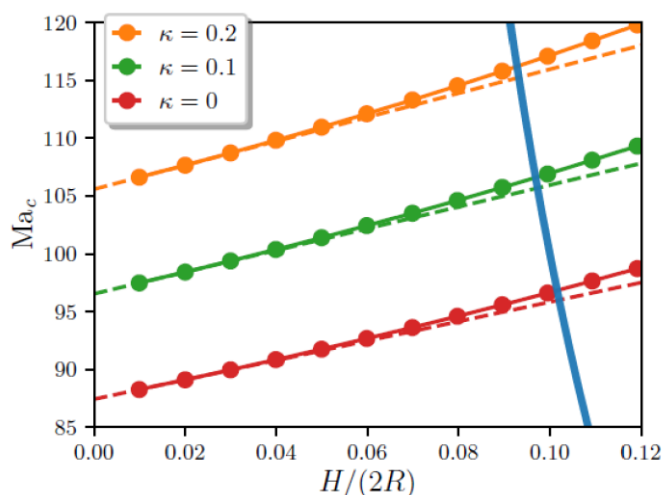


Рис. 2. Критическое число Марангони Ma_c как функция отношения $H/(2R)$ для разных значений коэффициента теплопроводности κ (пунктиром отмечена линейная асимптотика, голубым цветом – граница применимости)

Нестационарная задача для малых температурных градиентов в цилиндрической системе координат решалась численно с помощью коммерческого пакета FlexPDE Professional Version 7.18/W64 3D [3]. Были рассмотрены три формы капли: эллипсоидальная форма, форма двояковыпуклой линзы и линза с усеченным краем. Результаты расчетов представлены на рис. 3 и 4.

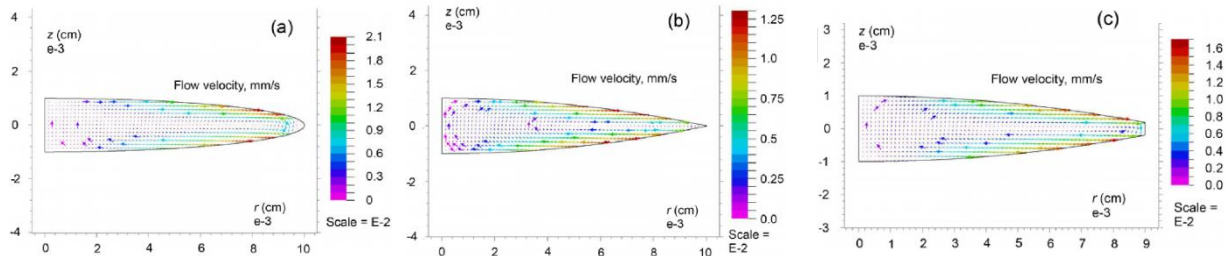


Рис. 3. Поле скорости потока в капле в момент времени $t = 1$ с для разных геометрий капли: (а) эллипсоидальная форма, (б) форма двояковыпуклой линзы и (с) линза с усеченным краем

Каких-либо качественных отличий в структуре потока в зависимости от формы капли не обнаружено (рис. 3). Заметны лишь небольшие количественные отличия в модуле скорости потока, что связано с отличием градиента температуры на свободной поверхности капли для разных геометрий (рис. 4). Таким образом, подтверждена допустимость использования аппроксимации формы капли в виде эллипса для феноменологического описания процесса. Циркулирующий поток направлен по часовой стрелке. Наблюдается замедление потока вблизи кольца из-за вязкого трения жидкости о твердую поверхность. Максимальная скорость потока наблюдается на свободной поверхности капли, и для разных геометрий ее позиция по радиальной координате r варьирует в диапазоне примерно от $0.6R$ до $0.9R$.

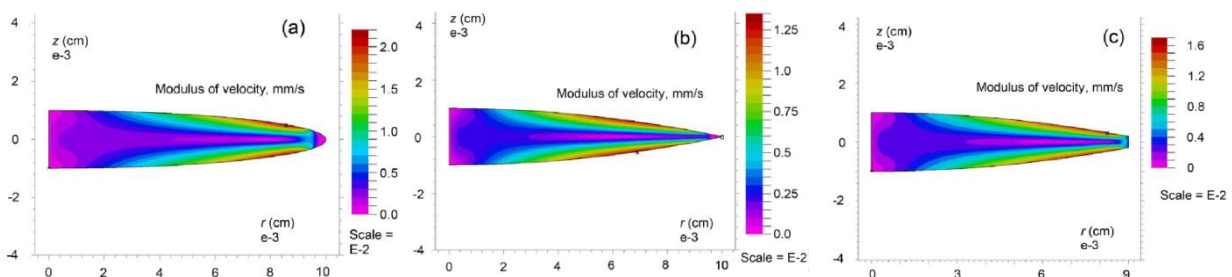


Рис. 4. Модуль скорости потока в капле в момент времени $t = 1$ с для разных геометрий капли: (а) эллипсоидальная форма, (б) форма двояковыпуклой линзы и (с) линза с усеченным краем

В [3] было выполнено сравнение численных и аналитических результатов расчётов. Показано количественное согласие этих результатов (рис. 5). Кроме того, в работе приведены рекомендации по проведению возможного дальнейшего натурного эксперимента.

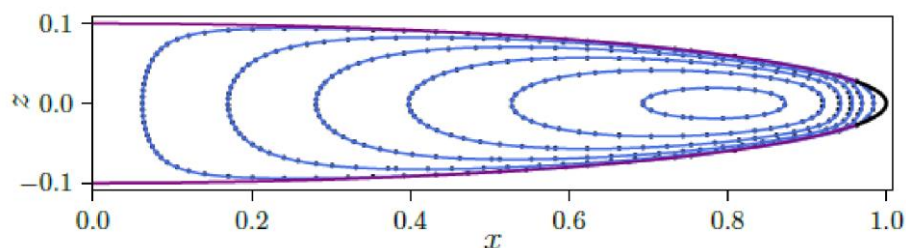


Рис. 5. Сравнение численных и аналитических результатов для функции тока в случае эллипсоидальной капли, закрепленной на кольце. Аналитические и численные результаты обозначены сплошной линией и точками, соответственно ($t = 1$ с)

Что касается потенциальных приложений, то сплюснутую каплю с потоком Марангони внутри нее можно использовать в качестве микрореактора для обработки небольших количеств химических ингредиентов, биологических и клеточных проб, бактериальной флоры и т.д. Преимущество «подвешенной» капли состоит в том, что она не соприкасается с подложкой, таким образом, исключаются процессы, связанные с нежелательным осаждением компонентов суспензий. Такая система может быть использована для смешивания небольшого количества реактивных материалов, для изучения механических свойств пептидов и ДНК, для выращивания клеток в соответствующем водном растворе и т.д. Кроме того, скорость потока можно регулировать с помощью температурного градиента, направленного поперек капли.

Исследование, связанное с численным моделированием потоков Марангони в капле, выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10216 (К.К.С.), <https://rscf.ru/project/22-79-10216/>.

Список литературы

1. Zang D., Tarafdar S., Tarasevich Yu. Yu. et al. Evaporation of a droplet: from physics to applications // *Physics Reports*. 2019. Vol. 804. P.1–56.
2. Kolegov K. S., Barash L. Yu. Applying droplets and films in evaporative lithography // *Advances in Colloid and Interface Science*. 2020. Vol. 285. P. 102271.
3. Shishkin M. A., Kolegov K. S., Pikin S. A., Ostrovskii B. I., Pikina E. S. Marangoni instability in oblate droplets suspended on a circular frame // *Physics of Fluids*. 2023. Vol. 35, No. 7. P. 077109.

ИЗМЕНЕНИЕ СКОРОСТНЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОДНОГО ПОТОКА В УСТЬЕ РЕКИ МЕЗЕНЬ В ХОДЕ ПРИЛИВНОГО ЦИКЛА

А. А. Шишов

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова, 119991,
Москва, Ленинские горы, 1

В данной работе изучены основные факторы, влияющие на движение водного потока в приливном устье реки – нестационарность течения, выраженная в виде изменения расходов воды, скоростей и уровней воды, и турбулентность, проявляющаяся через вихри различного размера. С помощью современных средств сбора и обработки данных рассчитаны средние и пульсационные компоненты скорости и энергии течения для оценки взаимодействия приливной волны и турбулентного речного потока. Показано, что при смене направления течения и нулевом уклоне водной поверхности возможна реализация передачи энергии от турбулентных вихрей к среднему движению, т.е. отрицательная турбулентная вязкость, которая ранее теоретически предполагалась другими учеными и косвенно фиксировалась в других приливных устьях.

Ключевые слова: приливы; энергия турбулентности; речная гидродинамика

TIDAL VARIABILITY OF FLOW VELOCITY AND ENERGY PARAMETERS IN THE MEZEN ESTUARY

A. A. Shishov

Lomonosov Moscow State University, 119991, Moscow, Leninskie Gory, 1

In this article main factors of flow dynamics in tidal rivers are analysed, including unsteadiness and turbulence. Modern equipment and computer technologies are used for direct calculations of mean and fluctuating components of velocity and kinetic energy in order to evaluate interaction between tidal wave and turbulent river flow. It is proved that during particular periods of time, when the water movement is reversing, energy can be transferred from eddies and vortices to the mean flow, so the negative turbulent viscosity is observed. This natural phenomenon was previously anticipated and occasionally registered in tidal estuaries.

Keywords: tides; turbulence energy; river hydrodynamics

Введение. Приливные устья рек являются особым природным объектом, находящимся на стыке гидрологии, океанологии и других смежных наук. С точки зрения гидродинамики и гидравлики они интересны тем, что позволяют наблюдать нестационарное (неустановившееся) движение водных масс вплоть до реверсивных течений гарантированно, регулярно, с известной периодичностью, тем самым открывая возможность для большого числа наблюдений и экспериментов. Наиболее доступны, изучены и разнообразны

приливные устья рек бассейна Белого моря: среди них встречаются как микроприливные (Северная Двина, Онега), так и мезоприливные (Кянда, Тамица) и даже гиперприливные (Мезень, Семжа), что связано в первую очередь с особенностями конфигурации береговой линии.

В ходе последних исследований в приливных устьях рек были обнаружены нетривиальные физические явления, на данный момент еще недостаточно описанные и исследованные. Затронуты вопросы соотношения членов уравнения Сен-Венана во времени, пределов применимости одномерных и двумерных гидродинамических моделей и т.д. Изучение данных явлений неразрывно связано с использованием акустических доплеровских профилографов при полевых измерениях, что позволяет получить подробную информацию о структуре водного потока с очень высокой пространственной и временной дискретностью.

Объект исследования. Река Мезень – крупная река бассейна Белого моря Северного Ледовитого океана. Ее водосбор расположен между двумя другими крупными северными реками – Северной Двиной и ее притоками Сухоней и Вычегдой с запада и Печорой с востока. Мезень берет начало на северных отрогах Тиманского кряжа на высоте 370 м н.у.м. и далее протекает по слаборасчлененной холмистой равнине в общем направлении с юго-востока на северо-запад. Площадь бассейна составляет 78000 км², длина реки – 966 км, средний уклон – 0.383‰; Мезень является самой длинной рекой, впадающей в Белое море (длина Северной Двины от слияния Сухоны и Юга равна 744 км).

Река Мезень впадает в Мезенский залив Белого моря. Устьевая область реки относится к эстуарному типу и состоит из устьевого участка реки, эстуария и полузакрытого устьевого взморья. Эстуарий Мезени имеет протяженность порядка 40 км, его вершиной является г. Мезень, в котором ширина реки составляет 1.5 км. Наибольшие колебания уровня воды, обусловленные прохождением приливо-отливного цикла, наблюдаются именно в эстуарии, что связано с резким уменьшением глубин, сужением берега и взаимодействием приливной волны с речным потоком. Длина устьевого участка р. Мезень определяется, как правило, по дальности распространения приливных колебаний уровня и достигает 70-90 км (приблизительно – до устья р. Пёза).

Величина прилива в устьевом створе р. Мезень достигает 8.5 м в сизигию и 4.8 м в квадратуру [1], что является максимальной величиной для рек Европейской части России. Таким образом, устье Мезени относится к гиперприливным. Период подъема уровня воды составляет 5 часов, спада – 7.5 часов, то есть приливная волна является правильной асимметричной полусуточной. Как и в устье Северной Двины, сгонно-нагонные явления способны вызывать дополнительное изменение уровней воды на 1-2 м, накладываясь на приливной цикл.

Методика. В ходе полевых экспедиционных работ летом 2018 г. на реке Мезень в створе деревни Морозилка (30 км от устьевового створа) выполнены синхронные измерения скоростного поля потока в поперечном сечении и на закрепленной рейдовой станции с помощью двух акустических доплеровских профилографов непрерывно на протяжении всего приливного цикла (13 часов). Данные в поперечном сечении позволяет оценить и рассчитать пространственную неоднородность распределения скоростей и кинетической энергии, в то время как данные по рейдовой станции фактически представляют собой срез потока по времени, где каждому моменту в ходе приливного цикла соответствует некоторое распределение скоростей по вертикали, то есть можно оценить временную неоднородность скорости и энергии. Сопоставляя эти данные, можно сделать вывод о наличии или отсутствии зависимости между изменчивостью параметров потока в сечении (по ширине) и во времени (непрерывно в одной точке).

Обработка материалов произведена сначала с помощью программы WinRiver II, а затем на языке программирования Python. Используя значения ширины и глубины ячеек, величины (модуля) и направления вектора скорости, рассчитаны значения расходов воды для контроля качества наблюдений. Далее для измерений в поперечном сечении и измерений на неподвижной вертикали применена процедура осреднения поля скорости по Рейнольдсу: для этого все три компоненты скорости представляются в виде суммы среднего значения скорости для данного среза (традиционно обозначается \bar{V}) и пульсационной компоненты, уникальной для каждой точки (элементарной струйки) потока (обозначается V').

Кинетическую энергию турбулентного потока можно разложить на энергию осредненного движения и энергию пульсационного движения:

$$E_k = \bar{E}_k + E'_k = \frac{1}{2} m \bar{V}^2 + \frac{1}{2} m V'^2. \quad (1)$$

Серия измерений скоростных полей и других характеристик потока доплеровскими профилографами в устье реки Мезень позволяют оценить вклад энергии осредненного движения и энергии пульсационного движения в общий энергетический баланс водного потока, проследить их изменчивость во времени и установить, имеется ли возможность возникновения ситуации, при которой пульсационная энергия не будет затухать в разномасштабных вихрях и в конечном счете диссипировать [2], а наоборот, турбулентные вихри передают энергию осредненному движению водной массы. Теоретические предпосылки для подобных явлений существуют и ранее описаны в литературе [3].

Результаты. Для всего набора измерений средние значения скорости на вертикали при временном осреднении и в поперечном сечении при пространственном осреднении обладают высокой корреляцией (рис. 1 а), что

отвечает классическому определению эргодичности для турбулентного потока [4]. Как правило, подобные исследования проводятся на основании физико-математического моделирования для установившихся потоков. Здесь же получена аналогичная закономерность для нестационарного неравномерного водного потока.

При этом наблюдается полное отсутствие взаимосвязи между пульсациями скорости и энергии в пространстве и во времени (рис. 1 б). Фактически, это означает, что турбулентные завихрения, существующие в речном потоке, имеют хаотическое распределение, и судить о неравномерности потока по данным наблюдений неподвижным прибором не представляется возможным. Возможно, эта особенность характерна именно для неравномерного течения в реальном речном русле, в отличие от модельных примеров. Нестационарность потока, обусловленная приливно-отливными явлениями, также может играть свою роль, однако при короткопериодическом осреднении (10-15 минут) ее вклад представляется не столь значительным.

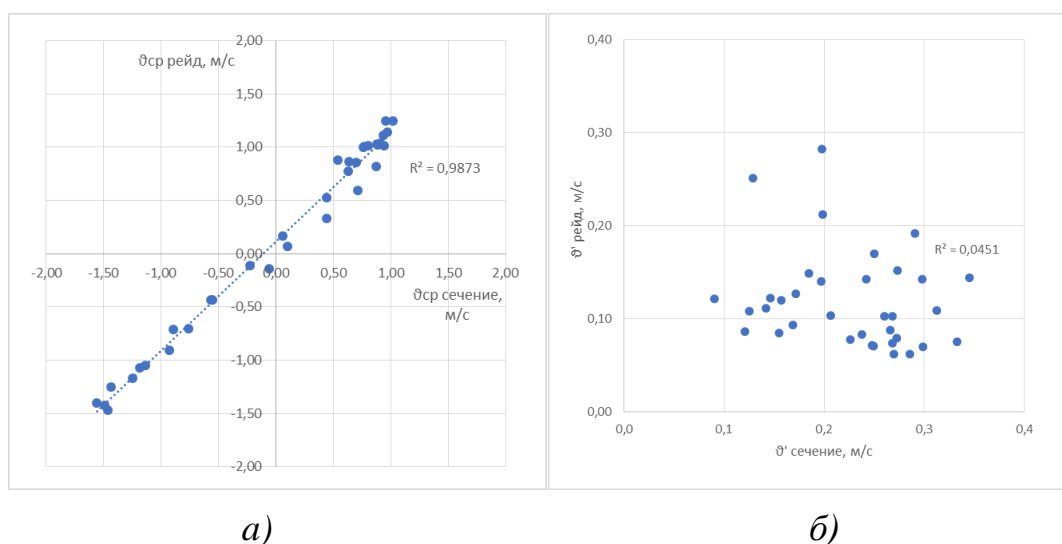


Рис. 1. Соотношение скорости течения (а – средней, б – пульсационной) при осреднении по времени и по пространству

Общая удельная кинетическая энергия потока, очевидно, имеет свои локальные максимумы при высоких скоростях течения на пиках отлива и прилива, а минимумы – при близких к нулю скоростях дважды за цикл в моменты разворота течения реки (рис. 2). При этом большую часть времени энергия осредненного движения значительно превышает энергию турбулентных пульсаций, так как неравномерность распределения скорости в потоке носит побочный характер и не оказывает существенного влияния на его энергетический баланс. Однако в определенные моменты, когда энергия осредненного движения падает практически до нуля при смене направления течения, турбулентные вихри и заключенная в них энергия начинают играть существенную роль. Получается, что имеются небольшие промежутки

времени, когда энергия турбулентных вихрей в несколько раз превышает энергию общего перемещения потока. Именно тогда может проявляться обратный каскад Колмогорова и обмен энергией из малых вихрей в крупные, а затем в направленное движение. При этом в рамках используемой параметризации при решении уравнений динамики потока коэффициент турбулентной вязкости принимает отрицательные значения.

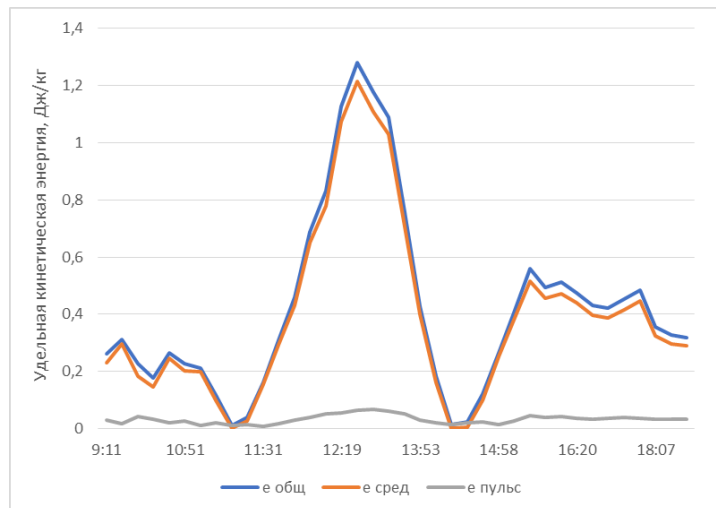


Рис. 2. Временной ход удельной кинетической энергии течения и ее средней и пульсационной компонент

Закключение. Таким образом, выполнен анализ изменчивости во времени различных видов энергии, которой обладает водный поток, и их взаимного соотношения. Подтверждено, что хаотическая природа вихрей определяет существенные различия при пространственном и временном осреднении в течение всего приливного цикла. Фактор приливных явлений в сочетании наличием турбулентных вихрей значительно усложняет объективный учет всех особенностей гидродинамики. В тех ситуациях, когда баланс сил в приливном устье оказывается в неустойчивом состоянии, проявляются те процессы и явления, которые малозаметны в остальное время, но способны существенно расширить наше понимание природы разнообразных гидрофизических явлений в целом.

Список литературы

1. *Медведев В. С.* Вопросы динамики прибрежной зоны Мезенского залива Белого моря в связи с проектированием приливных электростанций // Геоморфология и литология береговой зоны. М.: Наука, 1971. С. 23–29.
2. *Колмогоров А. Н.* Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30. № 4. С. 299–303.
3. *Фидман Б. А.* Турбулентность водных потоков. Гидрометеиздат, 1991.
4. *Galanti B., Tsinober A.* Is turbulence ergodic? // Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics. 2004. Т. 330. № 3–4.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОПТОВОЛОКОННОМ ДАТЧИКЕ НА ОСНОВЕ ОТКРЫТОЙ МИКРОПОЛОСТИ

А. И. Шмырова^а, Д. И. Нурмухаметов^а, А. Р. Корнилицын^а, Р. С. Пономарёв^а, Ю. А. Конин^б, А. С. Луценко^б, В. П. Первадчук^с

^аПермский государственный национальный исследовательский университет, 614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^бПермская научно-производственная приборостроительная компания, 614007, Пермь, ул. 25 Октября, 106

^сПермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

В работе приведены экспериментальные исследования влияния гидродинамических процессов, протекающих в оптоволоконном датчике на основе открытой микрополости при контакте его с жидкой фазой, на результаты измерения. Показано, что характер заполнения полости и исследуемые показатели линейно зависят от мощности и длины волны пропускаемого через волокно излучения, а также вязкости, поверхностного натяжения и плотности жидкости.

Ключевые слова: волоконный диффузор; оптический пробой; поверхностное натяжение; пузырь газа

HYDRODYNAMIC PROCESSES IN A FIBER-OPTIC SENSOR BASED ON AN OPEN MICRO-CAVITY

A. I. Shmyrova^a, D. I. Nurmukhametov^a, A. R. Kornilitsyn^a, R. S. Ponomarev^a, Yu. A. Konin^b, A. S. Lutsenko^b, V. P. Pervadchuk^c

^aPerm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^bPerm Scientific and Industrial Instrument-Making Company, 106, 25 October st., Perm, 614007,

^cPerm National Research Polytechnic University, 29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

The experimental studies of the effect of hydrodynamic processes occurring in a fiber-optic sensor based on an open micro-cavity in contact with a liquid on the measurement results are presented. It is shown that the nature of the filling of the cavity and the studied parameters linearly depend by the power and wavelength of the radiation transmitted through the fiber, as well as the viscosity, surface tension and density of the liquid.

Keywords: fiber diffuser; optical breakdown; surface tension; gas bubble

Интерференционные волоконно-оптические датчики широко используются в различных отраслях промышленности, медицине, в полевых условиях для измерения температуры, показателя преломления, деформации, давления, вибрации, ускорения, напряженности магнитных и электрических полей.

Такие датчики эффективны, просты в изготовлении обладают низкой себестоимостью [1, 2]. Широкое распространение получили датчики на основе полых микрорезонаторов [3-17]. Микрорезонаторы изготавливаются с использованием волокна-диффузора с периодически разрушенной сердцевиной, которая формируется в результате оптического пробоя волокна [18, 19]. Под воздействием электрической дуги в процессе сваривания одномодового оптического волокна с диффузором ближайшие к сварке пузырьки всплывают, образуя каверну объемом порядка 10^6 мкм³. Для формирования внешнего волоконно-оптического интерферометра Фабри-Перо торец волокна с полостью скалывается и повторно сваривается с одномодовым волокном [8, 12] или герметизируется эластичной диафрагмой [3, 15]. Изменение размера полости приводит к сдвигу модуляции спектрального сигнала, который в свою очередь позволяет рассчитать различные физические величины, например, такие как гидростатическое давление. Существуют датчики на основе открытых микрополостей, сколотый торец которых напрямую контактирует с исследуемой жидкостью [9-11, 14]. В литературе представлены исследования, проведенные с водой и водными растворами. Заявляется, что датчики также можно использовать и при исследовании жидких сред с меньшим поверхностным натяжением, малой вязкостью и высокой текучестью такие как органические среды, нефтепродукты и т.д. Однако прямых экспериментальных исследований на данную тему найти не удалось. Наличие подвижной межфазной границы в датчике открытого типа повышает его чувствительность, но в таком случае растет вклад капиллярных сил, которые могут оказать большое влияние на систему в задачах микромасштаба.

В настоящей работе были проведены исследования влияния гидродинамических процессов, протекающих в оптоволоконном датчике на основе открытой микрополости при контакте его с водой и изопропиловым спиртом взятых при температуре 23 ± 0.5 °C. Эксперименты проводились в ячейке Хелле-Шоу (30x50x3 мм) под визуальным контролем видеокамеры. Оптический циркулятор позволял одновременно подавать сигнал через исследуемое волокно и снимать спектр отражения с помощью спектрометра EXFO OSA20. В работе использовались два лазерных диода: первый – $\lambda = 1550$ нм с фиксированной мощностью излучения 3.3 мВт, второй – $\lambda = 980$ нм с варьируемой мощностью от 0 до 216 мВт.

На рис. 1а–г приведены фото открытой микрополости и спектры отражения, полученные на различных временах контакта диффузора, погруженного на 10 мм в изопропиловый спирт. Из снимков видно, что со временем спирт затекает внутрь каверны, а пузырёк газа уменьшается в размере, растворяясь в жидкой фазе. Изменение геометрии межфазной границы вызывает вариацию интерференционного сигнала во времени (рис. 1д), что может приводить к ошибочной интерпретации результатов измерения характеристик исследуемых сред.

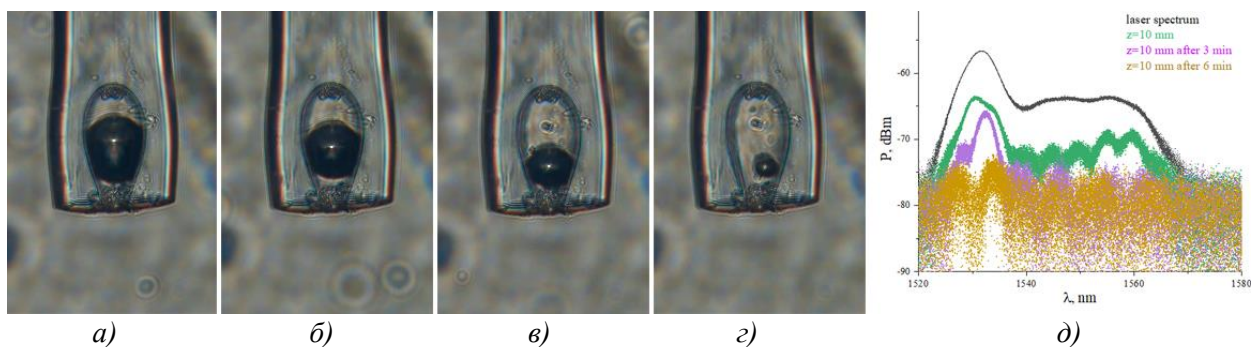


Рис. 1. а-г) Форма газового включения в изопропиловом спирте ($P=0$ мВт):
 t , мин: а) 7, б) 11, в) 17, г) 20.

д) Спектр отражения для различных временных интервалов контакта
 диффузора с изопропиловым спиртом

Подключение волокна к источнику лазерного излучения, не только ускоряло процесс заполнения микрополости, но и приводило к тому, что при некоторых параметрах эксперимента, разогреваясь, газ покидал внутренний объем полости, увеличиваясь в объеме (рис. 2). Динамика данного процесса зависела от мощности излучения, длины волны пропускаемого света и от физико-химических свойств жидкой фазы: поверхностного натяжения, вязкости, плотности.

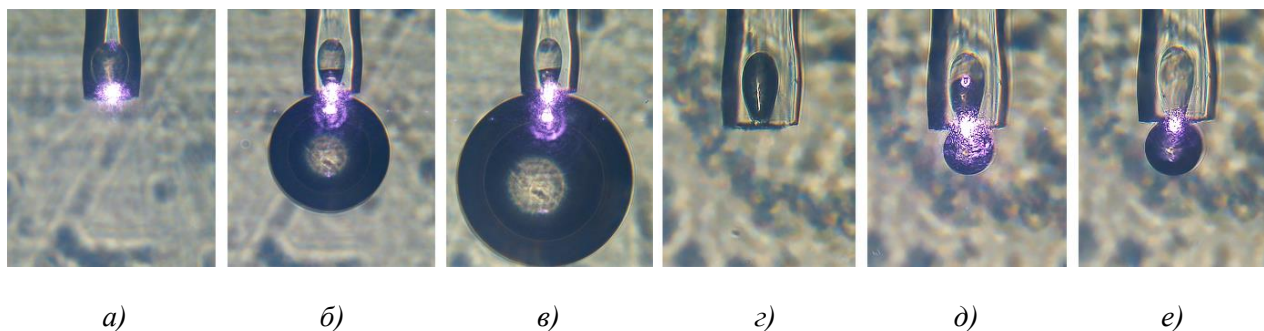


Рис. 2. Форма газового включения при воздействии излучением $P=216$ мВт,
 $\lambda=980$ нм, а-в) в воде t , мин: а) 0, б) 15, в) 35 и
 г-е) в изопропиловом спирте t , с: г) 0, д) 7, е) 10

В работе показано, что данный эффект носит пороговый характер. С уменьшением мощности источника при фиксированной длине волны при некотором значении газ начинал растворяться внутри диффузора, не покидая его пределы, а время полного заполнения полости жидкостью росло (рис. 3а). Аналогичная ситуация наблюдалась, когда в экспериментах варьировалась длина волны лазерного излучения (рис. 3б). Последнее можно объяснить зависимостью коэффициента поглощения жидкости от длины волны излучения. Пик поглощения в инфракрасной части спектра приходится на $\lambda = 1450$ нм у воды и $\lambda = 1393$ изопропилового спирта соответственно.

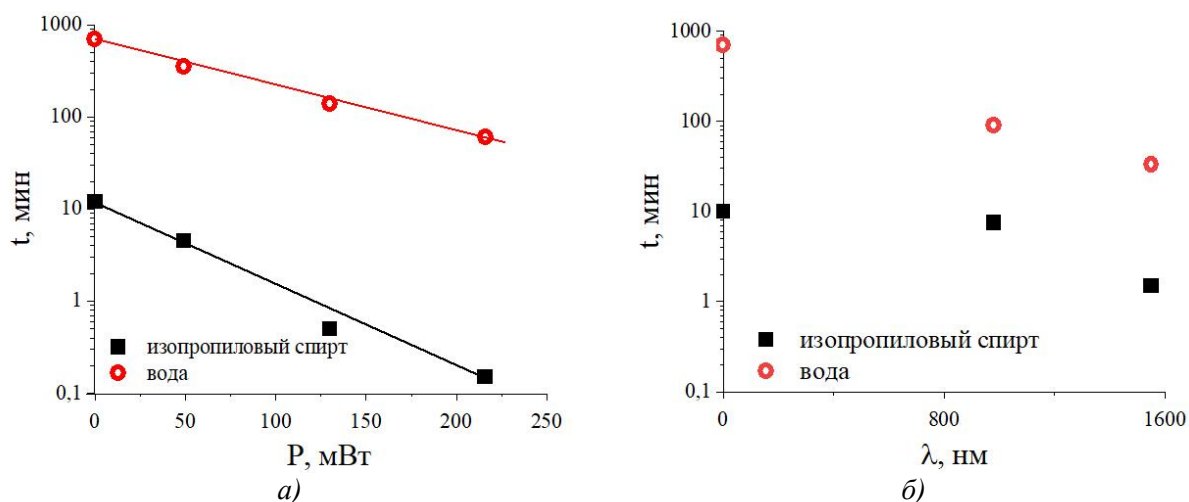


Рис. 3. Времена полного заполнения микрополости диффузора в воде и изопропиловом спирте в зависимости от: а) мощности ($\lambda = 1550$ нм) и б) длины волны ($P = 3.3$ мВт) излучения

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод о том, что вариация поверхностного натяжения оказывает существенное влияние на форму и положение газового включения, образующегося внутри открытой микрополости при погружении волокна в жидкие среды. Экспериментально продемонстрирована возможность управления динамикой заполнения полости жидкостью при пропускании инфракрасного излучения через исследуемое волокно. Данные эффекты ранее не были учтены, а значит требуют более пристального внимания при проектировании оптоволоконных датчиков на основе открытых микрополостей, в том числе датчиков гидростатического давления.

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (тема № 121101300016-2).

Список литературы

1. *Islam M. R. et al.* Chronology of Fabry-Perot interferometer fiber-optic sensors and their applications: a review // *Sensors*, 2014. Vol. 14. №. 4. С. 7451–7488.
2. *Ferreira M. S. et al.* Towards the control of highly sensitive Fabry-Pérot strain sensor based on hollow-core ring photonic crystal fiber // *Optics express*, 2012. Vol. 20. №. 20. P. 21946–21952.
3. *Alberto N. et al.* Relative humidity sensing using micro-cavities produced by the catastrophic fuse effect // *Optical and Quantum Electronics*. 2016, Vol. 48. P. 1–8.
4. *Pereira K. et al.* FBG-based temperature sensors for liquid identification and liquid level estimation via random forest // *Sensors*, 2021. Vol. 21. №. 13. P. 4568.

5. *Konin Y. A. et al.* Investigation of the properties of an all-fiber temperature sensor created using the melting effect // *Instruments and Experimental Techniques*, 2020. Vol. 63. P. 511–515.
6. *Samavati A. et al.* Magnetic field detection using a highly sensitive FBG probe // *Physica Scripta*, 2020. Vol. 95. №. 3. P. 035509.
7. *Alberto N. et al.* Optical fiber magnetic field sensors based on magnetic fluid: A review // *Sensor*, 2018. Vol. 18. №. 12. P. 4325.
8. *Paixao T. et al.* Fiber optic load cells with enhanced sensitivity by optical Vernier effect // *Sensors*, 2021. Vol. 21. №. 22. P. 7737.
9. *Domingues M.F., et al.* Hydrostatic pressure sensor based on micro-cavities developed by the catastrophic fuse effect // *24th International Conference on Optical Fibre Sensors*, 2015. Vol. 9634. P. 96345M.
10. *Domingues M. F. et al.* Liquid Hydrostatic Pressure Optical Sensor Based on Micro-Cavity Produced by the Catastrophic Fuse Effect // *IEEE Sensors Journal*, 2015. Vol. 15. №. 10. P. 5654–5658.
11. *Domingues M. F. et al.* Cost effective refractive index sensor based on optical fiber micro cavities produced by the catastrophic fuse effect // *Measurement*, 2016. Vol. 77. C. 265–268.
12. *Antunes P. F. C. et al.* Optical fiber microcavity strain sensors produced by the catastrophic fuse effect // *IEEE Photonics Technology Letters*, 2013. Vol. 26. №. 1. P. 78–81.
13. *Alberto N. et al.* Graphene oxide filled optical fiber micro-cavity based temperature sensor // *2019 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC) IEEE*, 2019. C. 1–3.
14. *Martins J. et al.* Low-cost and high-performance optical fiber-based sensor for liquid level monitoring // *IEEE Sensors Journal*, 2019. Vol. 19. №. 13. P. 4882–4888.
15. *Wang W., Li F.* Large-range liquid level sensor based on an optical fibre extrinsic Fabry–Perot interferometer // *Optics and lasers in Engineering*, 2014. Vol. 52. C. 201–205.
16. *Novais S., Ferreira M. S., Pinto J. L.* Lateral load sensing with an optical fiber inline microcavity // *IEEE Photonics Technology Letters*, 2017. Vol. 29. №. 17. P. 1502–1505.
17. *Ma J. et al.* Fiber-tip micro-cavity for temperature and transverse load sensing // *Optics express*, 2011. Vol. 19. №. 13. P. 12418–12426.
18. *Kashyap R., Blow K. J.* Observation of catastrophic self-propelled self-focusing in optical fibres // *Electronics Letters*, 1988. Vol. 24. P. 47–49.
19. *Kashyap R., Sayles A. H., Cornwell G. F.* Heat-flow modeling and visualization of catastrophic self-propagating damage in single-mode optical fibers at low powers // *Laser-Induced Damage in Optical Materials: 1996. – SPIE*, 1997. Vol. 2966. P. 586–591.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОВЕРХНОСТНОГО ЧИСЛА РЭЛЕЯ

А. И. Шмырова^а, А. В. Шмыров^б

^аПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^бИнститут механики сплошных сред Уральского отделения РАН
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В работе приведены первые результаты экспериментального исследования зависимости поверхностного числа Рэлея от размерных параметров. В задаче рассматривается механическое равновесие плёнки поверхностно-активного вещества, покрывающей участок жидкости, находящейся под действием сдвигового течения однородного вдоль поперечной потоку координате.

Ключевые слова: поверхностное число Рэлея; поверхностно-активные вещества; поверхностное натяжение

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE SURFACE RAYLEIGH NUMBER

A. I. Shmyrova^a, A. V. Shmyrov^b

^aPerm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^aInstitute of Continues Media Mechanics of the Ural Branch of RAS,
1, Ak. Koroleva st., 614013, Perm

The first results of an experimental study of the dependence of the surface Rayleigh number on dimensional parameters are presented. The problem considers the mechanical equilibrium of a surfactant covering a liquid surface is under the influence of shear flow homogeneous along the transverse flow coordinate.

Keywords: surface Rayleigh number; surfactants; surface tension

Многофазные среды являются популярным объектом научных исследований и находят широкое применение в различных технологических процессах. Несмотря на это, их использование затруднено тем, что при наличии межфазной поверхности и молекул поверхностно-активного вещества (ПАВ) под действием адсорбционно-десорбционных процессов на границе раздела формируется мономолекулярная плёнка, в которой конвективные течения различной природы могут порождать вторичные движения в виде многовихревых структур [1-4]. В работе [5] на основе экспериментальных данных был предложен безразмерный параметр

$$Ra_s = \left(\frac{\eta \rho U_0^3}{L} \right)^{1/2} \frac{L^3}{\nu \eta_s}$$

содержащий η – вязкость, ρ – плотность и U_0 – скорость потока объемной фазы, а также ν и η_s – кинематическую и сдвиговую поверхностную вязкость слоя ПАВ, а также L – поперечный потоку размер пленки сурфактанта. Данный параметр, названный поверхностным числом Релея, по мнению авторов, позволит описать поведение системы. Также в работе [5] была дана оценка критического значения Ra_s , при достижении которого возможна потеря механического равновесия с формированием вихревых структур.

Проведение более детального экспериментального исследования с варьированием параметров задачи позволит подтвердить или опровергнуть правильность выбора безразмерного параметра и, как следствие, приведет к более глубокому пониманию физического механизма неустойчивости, возникающей в пленке ПАВ.

Эксперименты были проведены на установке, схема которой приведена на рис. 1. Конструкция кюветы позволяет варьировать ширину зоны, занятой слоем ПАВ, в диапазоне от 0.5 до 6 см. Азимутально-однородное сдвиговое течение, подтекающее под слой ПАВ, генерируется путем прокачки центробежным насосом высокоочищенной воды через патрубков, расположенный в дне кюветы радиусом $R_1=24$ см. Обтекая стенки полости, жидкость поднимается вверх до заградительного барьера радиусом $R_2=15$ см. Упираясь в стенки барьера, восходящий поток, меняя направление, двигается к центру ячейки вдоль её радиуса, создавая тем самым сдвиговое течение под слоем сурфактанта, который нанесен на кольцевую зону между барьером и центральным диском переменным радиусом $R_3=9\div 14$ см. Использование насоса позволяет варьировать скорость потока жидкости под застойной зоной в диапазоне от 0.1 до 10 см/с. Сток жидкости осуществляется через сообщающийся с центробежным насосом шланг, соосный патрубке подачи. Для визуализации течения используются частицы размером 5–55 мкм. Трековые снимки фиксируются видеокамерой, закрепленной над кюветой. Перед нанесением ПАВ поверхность жидкости дополнительно очищается аспиратором и доочищается холодной плазмой. После очистки на границу раздела с помощью дозирующей пипетки наносится известное количество сурфактанта. Использование различных ПАВ позволяет варьировать поверхностную сдвиговую вязкость в диапазоне от 0.0001 до 0.1 гр/с.

Проведение экспериментального исследования, подтвердившего правильность выбора безразмерного параметра в задаче о натекании жидкости на плёнку сурфактанта, откроет путь для предсказания развития исследуемой неустойчивости в различных технологических конфигурациях многофазных систем и даст дополнительный инструмент воздействия на межфазный теплообмен.

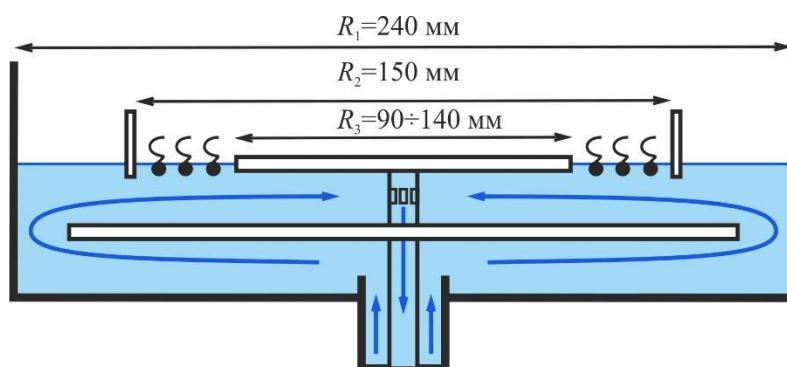


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Список литературы

1. *Mizev A., Shmyrova A.* Effect of an insoluble surfactant film on the stability of the concentration-driven Marangoni flow // J. Fluid Dynamics, 2014. Vol. 49. №. 1. P. 26–36.
2. *Roché M., et.al.* Marangoni flow of soluble amphiphiles // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 112. P. 208302.
3. *Shmyrova A., Shmyrov A.* Instability of a homogeneous flow from a lumped source in the presence of special boundary conditions on a free surface // EPJ Web of Conferences, 2019. Vol. 213. P. 02074.
4. *Шмырова А. И., Шмыров А. В.* Механизмы формирования вихревых структур на границе раздела жидкость-газ в присутствии адсорбционного слоя. // Вестник Пермского университета. Физика, 2020. № 3. С 31–38.
5. *Mizev A., Shmyrov A., Shmyrova A.* On the shear-driven surfactant layer instability // Journal of Fluid Mechanics, 2022. Vol. 939. P. A24.

СПИРАЛЬНЫЕ МОДЫ КОНВЕКЦИИ В НАКЛОННОМ СЛОЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ, ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОМ ГРАДИЕНТЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

И. С. Шубенков^{a,b}, Т. П. Любимова^{a,b}

^aПермский государственный национальный исследовательский университет,
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

^bИнститут механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе численно исследуются возникновение и развитие спиральных мод конвекции в наклонном пористом слое, насыщенном жидкостью, при вертикальном градиенте температуры. Эта проблема важна для геологических приложений. В работе численно методом конечных разностей исследуются трёхмерные нелинейные режимы конвекции, возникающие после потери устойчивости состояния равновесия. Расчёты подтвердили, что структура поля скорости соответствует предсказанной в [1]. В частности, подтверждено наличие ненулевой компоненты скорости вдоль оси z . Реализуемое в нелинейных расчётах количество вихрей также соответствует линейной теории для данной геометрии полости. Значения критического числа Рэлея, полученные в нелинейных расчётах, хорошо согласуются с предсказанными линейной теорией.

Ключевые слова: тепловая конвекция; наклонный слой; пористая среда; вертикальный градиент температуры

SPIRAL MODES OF CONVECTION IN AN INCLINED FLUID-SATURATED POROUS LAYER SUBJECTED TO VERTICAL TEMPERATURE GRADIENT

I. S. Shubenkov^{a,b}, T. P. Lyubimova^{a,b}

^aPerm State University, 15, Bukireva st., 614068, Perm

^bInstitute of Continuous Media Mechanics UB RAS,
1, Academician Korolev st., 614013, Perm

In this paper, we study the onset and development of spiral convection modes in an inclined porous layer saturated with liquid under a vertical temperature gradient. This problem is important for geological applications. In this work, three-dimensional nonlinear convection regimes that arise after the loss of stability of the heat-conductive regime are studied numerically using the finite difference method. Nonlinear calculations confirmed that the structure of the velocity field corresponds to that predicted in [1]. In particular, the presence of a nonzero velocity component along the z -axis is confirmed. The number of convective rolls realized in nonlinear calculations also corresponds to the linear theory for a given cavity geometry. The critical Rayleigh number values obtained by nonlinear calculations are in a good agreement with the Rayleigh number values predicted by linear theory.

Keywords: thermal convection; inclined layer; porous media; vertical temperature gradient

1. Введение

Задача о тепловой конвекции в наклонном пористом слое, насыщенном жидкостью, широко исследовалась для случая, когда границы слоя поддерживаются при постоянных разных температурах и механическое равновесие невозможно. При любом сколь угодно малом числе Релея существует стационарное конвективное движение. Для бесконечного наклонного слоя основное течение является плоскопараллельным [2-4].

В [1,5] исследована тепловая конвекция в насыщенном жидкостью наклонном пористом слое для случая, когда в слое создается строго вертикальный постоянный градиент температуры. В [1] изучена устойчивость к трёхмерным возмущениям. Установлено, что при любом угле наклона слоя трехмерные возмущения более опасны, чем двумерные, а наиболее опасные возмущения имеют форму продольных валов. При угле наклона слоя $\alpha < 45^\circ$ волновое число критических возмущений равно нулю, а при $\alpha > 45^\circ$ – отлично от нуля.

В настоящей работе численно исследуются возникновение и развитие спиральных мод конвекции в наклонном пористом слое, насыщенном жидкостью, при вертикальном градиенте температуры. Эта задача может быть решена в рамках двумерного подхода.

2. Постановка задачи

Рассмотрим тепловую конвекцию в бесконечно длинном слое пористой среды, насыщенном жидкостью и наклоненном под углом α к вертикали. Слой находится в поле силы тяжести. Границы слоя твердые и идеально теплопроводные. Распределение температуры на границах соответствует строго постоянному вертикальному градиенту температуры в слое.

Для описания тепловой конвекции в насыщенном жидкостью пористом слое будем использовать модель Дарси-Буссинеска [6]. Запишем уравнения в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} -\nabla p - \vec{v} + C T \vec{\gamma} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + C \vec{v} \nabla T &= \Delta T, \quad \text{div } \vec{v} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $C^2 \equiv g \beta A h^2 K / (\nu \chi) = \text{Ra}$, Ra – число Рэлея.

Величины h , $h^2(\rho c_p)_s / \kappa_s$, $(g \beta A K \chi \nu^{-1})^{1/2}$, $A h$, $(g \beta A h^2 K^{-1} \chi \nu \rho_l^2)^{1/2}$, где $\chi = \kappa_s / (\rho c_p)_l$, принимаются как масштабы длины, времени, скорости, температуры и давления. Здесь \vec{v} – скорость конвективной фильтрации в пористой среде, T – отклонение температуры от принятой за отсчет средней постоянной температуры, p – отклонение давления от гидростатического давления, соответствующего средней постоянной температуре, K – коэффициент проницаемости среды, κ_s – эффективная теплопроводность пористой среды, насыщенной жидкостью, $\vec{\gamma}$ – единичный вектор, направленный

вертикально вверх. Остальные обозначения являются общепринятыми. Параметры, обозначенные нижним индексом « l », относятся к жидкости, а нижний индекс « s » относится к пористой среде.

3. Нелинейные режимы

Рассмотрим нелинейные режимы конвекции в области, представляющей собой ячейку бесконечно протяженного слоя. Перепишем задачу (1), выделяя в температуре часть, соответствующую однородному вертикальному градиенту температуры $T = T_0 + \tilde{T}$ и используя уравнения равновесия:

$$-\nabla p - \tilde{\mathbf{v}} + C T \tilde{\boldsymbol{\gamma}} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + C \mathbf{v} \nabla \tilde{T} - C \mathbf{v} \boldsymbol{\gamma} = \Delta \tilde{T}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (4)$$

Применяя к уравнению (2) операцию $\operatorname{rot}_z \operatorname{rot}$, получаем:

$$\Delta v_z = C \cos \alpha \Delta \tilde{T}, \quad (5)$$

а применяя к уравнению (2) операцию rot_z , получаем:

$$\Delta \Psi = -C \sin \alpha \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y}, \quad v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (6)$$

С учётом (6) уравнение теплопроводности (3) переписывается в виде:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + C \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right) - C \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} (-\sin \alpha) + v_z \cos \alpha \right) = \Delta \tilde{T}. \quad (7)$$

Таким образом, задача (2)-(4) приобретает вид:

$$\Delta \Psi = -C \sin \alpha \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y}, \quad \Delta v_z = C \cos \alpha \Delta \tilde{T}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + C \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right) - C \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} (-\sin \alpha) + v_z \cos \alpha \right) = \Delta \tilde{T}. \quad (9)$$

Для случая спиральных возмущений ($\alpha = 0$) можно найти v_z в явном виде:

$$v_z = C \cos \alpha \left(T - \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \langle T \rangle_y dx \right). \quad (10)$$

Граничные условия имеют вид:

$$x = \pm 1: \quad \Psi = 0, \quad \tilde{T} = 0,$$

а также условия периодичности на боковых границах.

4. Численные результаты

Задача решалась методом конечных разностей с использованием явной схемы второго порядка точности по пространственным переменным. Использовалась равномерная сетка с квадратными ячейками и пространственным шагом 1/30. Рассматривалась область с соотношением сторон 6x1.

На Рис. 1 представлена зависимость критического числа Рэлея от угла наклона слоя, полученная в нелинейных расчётах, и сравнение этих результатов с линейной теорией. Численные расчеты, выполненные для различных углов наклона слоя α при малых надкритичностях дали значения критического числа Рэлея, близкие к результатам, полученным из линейной теории устойчивости [1].

Вблизи порога устойчивости зависимости интегральных характеристик течения $\text{Max}|\Psi|$ и $\text{Max}|v_z|$ от числа Рэлея хорошо описываются корневым законом, т.е. имеет место мягкое возбуждение конвекции.

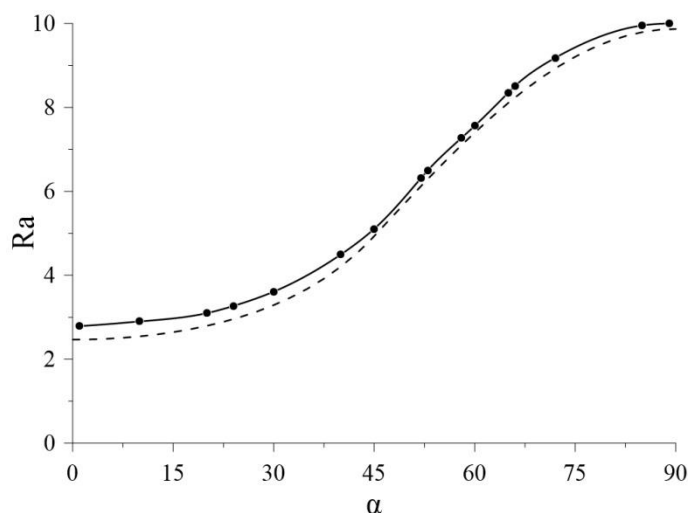


Рис. 1. Зависимость критического числа Рэлея от угла наклона слоя (штриховая кривая – линейная теория для бесконечно протяжённой полости, сплошная кривая – данные нелинейных расчётов)

При использовании периодических условий на боковых стенках возможна реализация только конвективных режимов с целым числом длин волн, т.е. четным числом вихрей. Как показали расчеты, при углах наклона, меньших 53° , реализуется двухвихревое движение (оно соответствует максимально возможной для периодических граничных условий длине волны), при $\alpha = 53^\circ$ происходит переход к 4-вихревому режиму, при $\alpha = 66^\circ$ переход к 6-вихревому движению. Угол $\alpha = 90^\circ$ соответствует горизонтальному слою. Реализующееся в нелинейных расчётах количество вихрей соответствует линейной теории для данной геометрии полости.

На Рис. 2 представлены поля функции тока Ψ и компоненты скорости v_z (в проекции xu) для различных углов наклона слоя при малых надкритичностях. Как видно, вдоль оси z имеется ненулевая скорость потока жидкости. Структура поля скорости также соответствует предсказанной в [1].

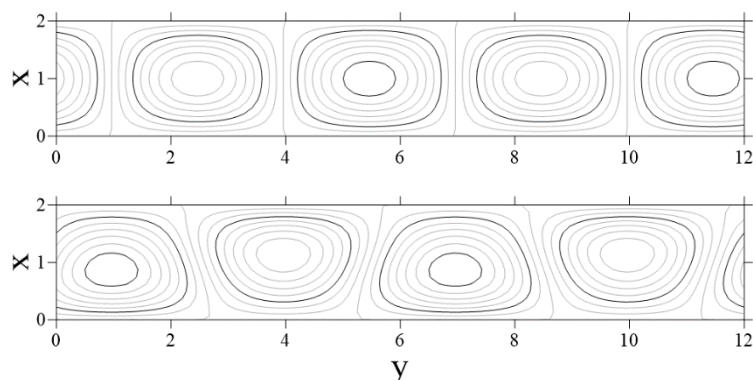


Рис. 2. Поля Ψ и v_z для $\alpha = 60^\circ$, $Ra = 7.84$ (проекция xu)

5. Заключение

- 1) Критическое число Рэлея, полученное в результате линейных расчётов, с хорошей точностью совпадает с числом Рэлея, предсказанным линейной теорией.
- 2) В результате нелинейных расчётов установлено, что имеет место мягкое возбуждение конвекции.
- 3) Реализующееся в нелинейных расчётах количество вихрей соответствует линейной теории для данной геометрии полости.
- 4) Нелинейные расчёты подтвердили, что структура поля скорости соответствует предсказанной в [1]. В частности, подтверждено наличие ненулевой компоненты скорости вдоль оси z .

Список литературы

1. T. P. Lyubimova, I. D. Muratov, and I.S. Shubenkov, «Onset and nonlinear regimes of convection in an inclined porous layer subject to a vertical temperature gradient,» *Physics of Fluids* 34, 094114 (2022).
2. D. A. S. Rees, and A. P. Bassom, «The onset of Darcy-Benard convection in an inclined layer heated from below,» *Acta Mechanica* 144, 103-118 (2000).
4. A. Barletta, and L. Storesletten, «Thermoconvective instabilities in an inclined porous channel heated from below,» *Int. J. Heat Mass Transfer* 54 2724–2733 (2011).
5. D. A. S. Rees, and A. Barletta, «Linear instability of the isoflux Darcy–Bénard problem in an inclined porous layer,» *Transp. Porous. Media.* 87, 665–678 (2011).
6. A. K. Kolesnikov, and D. V. Lyubimov, «On the convective instability of a liquid in an inclined layer of a porous medium,» *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics* 14, 400-404 (1973).
7. F. H. Busse, «The stability of finite amplitude convection and its relation to an extremum principle,» *J. Fluid Mech.* 30,625 (1967).

НАХОЖДЕНИЕ ДЛИНЫ ЗОНЫ ЛОКАЛЬНОЙ АБСОЛЮТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СВОБОДНОЙ СТРУИ

Н. М. Экстер^a, Л. Р. Гареев^b, Ю. С. Зайко^b

^aМеханико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоснова,
119991, Москва, Ленинские горы, 1

^bНИИ механики МГУ имени М.В. Ломоснова,
119192, Москва, Мичуринский проспект, 1

Ищется длина участка локальной абсолютной неустойчивости затопленной струи в зависимости от начального профиля скорости, определяемого двумя параметрами, один из которых отвечает за положение точки перегиба на профиле скорости, второй – за ширину струи. Анализ неустойчивости проводится в невязком приближении.

Ключевые слова: абсолютная неустойчивость; свободная струя; затопленная струя

FINDING OF THE LENGTH OF THE FREE JET LOCAL ABSOLUTE INSTABILITY SECTION

N. M. Ekster^a, L. R. Gareev^a, J. S. Zayko^b

^aFaculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University,
1 Leninskie gori, 119991, Moscow

^bInstitute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University,
1 Michurinskii ave., 119192, Moscow

We find the length of local absolute instability section of the submerged jet as a function of two parameters, which determine the initial velocity profile of the jet. The first parameter describes the inflection point location at the profile, and the second parameter is related to the jet width. Instability is analyzed within the inviscid theory.

Keywords: absolute instability; free jet; submerged jet

Затопленной называется струя, вытекающая в пространство, заполненное средой в том же агрегатном состоянии, что и сама струя. Такие струи при обычных условиях (то есть при истечении из конфузоров и труб без специальных детурбулизующих мероприятий) переходят в турбулентное состояние на расстоянии одного-двух диаметров от своего начала [1,2]. Создание струй, турбулизующихся как можно ближе от выхода из формирующего устройства, важно для ускорения смешения и массообмена в различных технических устройствах (например, форсунках камер сгорания, химических реакторах) [3,4]. В случае абсолютной неустойчивости струи в эксперименте турбулизация может произойти сразу на выходе из формирующего устройства. (Неустойчивость называется абсолютной, если локализованное возмущение неограниченно

растет со временем в точке пространства, где возникло, и конвективной, если оно сносится вниз по потоку со временем.) В работе [5] было показано, что существование достаточно протяженного вниз по потоку участка локальной абсолютной неустойчивости приводит к глобальной неустойчивости течения. Следовательно, можно ожидать, что создание начального абсолютно неустойчивого профиля скорости струи, который достаточно медленно размывается вниз по потоку, и абсолютная неустойчивость для которого локально сохраняется на достаточном удалении вниз по потоку (на расстоянии ~ 1 диаметра), позволит получить в эксперименте абсолютно неустойчивую затопленную струю. Отметим, что в работах [6–8] было теоретически показано, что для некоторых «неклассических» профилей скорости возможна абсолютная неустойчивость затопленных изотермических струй без противотечения на границе. Экспериментально же были получены абсолютно неустойчивые горячие струи [9] и струи плазмы [10].

В представляемой работе ищется длина участка локальной абсолютной неустойчивости затопленной струи с целью управления струей и поиска геометрии формирующего устройства, создающего такую струю. Начальный профиль скорости струи определяется двумя параметрами ξ, ζ [11]. Параметр ξ описывает положение точки перегиба на профиле скорости, а параметр ζ – ширину формирующего устройства.

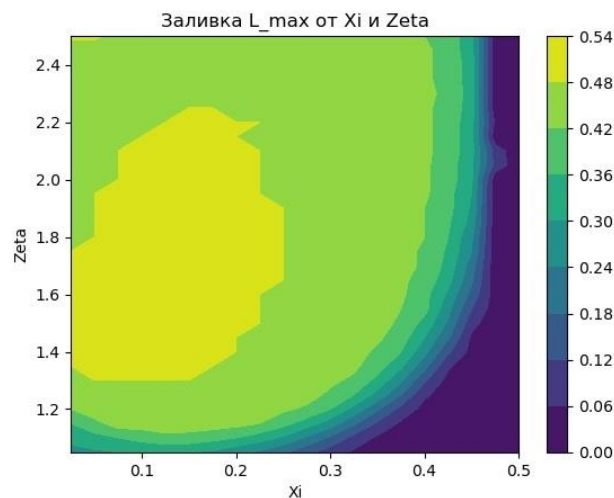


Рис. 1. Заливка плоскости параметров ξ, ζ , отвечающих за форму начального профиля скорости струи, длиной участка локальной абсолютной неустойчивости такой струи

Создана программа на языке Python, которая для данного профиля рассчитывает зависимость $\alpha(\omega)$ (α – комплексное число, ω – частота) и определяет наличие и положение седловой точки на плоскости ($Re \alpha, Im \alpha$). Далее профиль автоматически задается в качестве входного граничного условия в расчете стационарного ламинарного течения струи, проводится расчет,

считывается профиль на некотором удалении от начала струи, делается проверка, является ли этот профиль абсолютно неустойчивым. Если да, то с шагом 0.01 м проверяются профили вниз по потоку до тех пор, когда встречается конвективно неустойчивый профиль. (Отметим, что возможность проводить именно стационарный ламинарный расчет для выбранного типа профилей скорости струи детально объясняется в работах [12,13].) Таким образом определяется длина участка локальной абсолютной неустойчивости струи с данным начальным профилем скорости. Были найдены длины участков локальной абсолютной неустойчивости для струй с шестьюстами различными начальными профилями скорости (определяемыми параметрами ξ , ζ). На рис. 1 показана заливка плоскости параметров (ξ , ζ) длиной участка локальной абсолютной неустойчивости.

Поиск геометрии устройства, обеспечивающей струю с профилем скорости, для которого длина участка локальной абсолютной неустойчивости максимальна, является предметом дальнейших исследований.

Работа поддержана грантом МК-4090.2022.4.

Список литературы

1. Грек Г. Р., Козлов В. В., Литвиненко Ю. А. Устойчивость дозвуковых струйных течений и горение: Учеб. пособие // Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2013.
2. Козлов В. В., Грек Г. Р., Лефдаль Л. Л., Чернорай В. Г., Литвиненко М. В. Роль продольных локализованных структур в процессе перехода к турбулентности в пограничных слоях и струях // ПМТФ. 2002. Т. 43(2). С. 62–76.
3. Chorny A., Zhdanov V. Turbulent mixing and fast chemical reaction in the confined jet flow at large Schmidt number // Chem. Engng Sci. 2012. Vol. 68. P. 541–554.
4. Sazhin S. Droplets and Sprays. L.: Springer-Verlag, 2014.
5. Le Dizes S., Huerre P., Chomaz J.M., Monkewitz P.A. Linear global modes in spatially developing media // Philos. Trans. R. Soc. London A. 1996. Vol. 354 (1705). P. 169–212.
6. Vedeneev V. V., Zayko J. S. On absolute stability of free jets // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. Vol. 1129. 012037.
7. Lesshafft L., Marquet O. Optimal velocity and density profiles for the onset of absolute instability in jets // J. Fluid Mech. 2010. Vol. 662. P. 398–408.
8. Balestra G., Gloor M., Kleiser L. Absolute and convective instabilities of heated coaxial jet flow // Phys. Fluids. 2015. Vol. 27. 054101.
9. Monkewitz P. A., Bechert D.W., Barsikow B., Lehmann B. Self-excited oscillations and mixing in a heated round jet // J. Fluid Mech. 1990. Vol. 213. P. 611–639.
10. Demange S., Chazot O., Pinna F. Local analysis of absolute instability in plasma jets // J. Fluid Mech. 2020. Vol. 903. A51.
11. Vedeneev V., Nikitin N. Absolute instability of plane incompressible jets // J. Fluid Mech. 2023. Vol. 962.

12. *Zayko J., Teplovodskii S., Chicherina A., Vedeneev V., Reshmin A.* Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers // *Phys. Fluids*. 2018. Vol. 30. 043603.
13. *Gareev L. R., Zayko J. S., Chicherina A. D., Trifonov V. V., Reshmin A. I., Vedeneev V. V.* Experimental validation of inviscid linear stability theory applied to axisymmetric jet // *J. Fluid Mech.* 2022. Vol. 934. A3.

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ СУЩЕСТВОВАНИЯ МНОЖЕСТВЕННЫХ РЕЖИМОВ ВИБРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Т. А. Якимов^a, А. Н. Шарифулин^a, Т. П. Любимова^b

^a Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29

^b Институт механики сплошных сред УрО РАН,
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследована вибрационная конвекция в невесомости в круговом цилиндре с гармоническим распределением температуры на твердой границе, соответствующим заданному градиенту температуры (равновесный градиент температуры) в твердом массиве, окружающем жидкость. Значения числа Прандтля полагались равными 0.7, 7 и 14, что соответствует воздуху, воде и трансформаторному маслу соответственно. На основе численного решения полных уравнений тепловой вибрационной конвекции, построены бифуркационные диаграммы и кривые, отражающие влияние плавного изменения направления вибраций относительно заданного в массиве градиента температуры на структуру осредненного течения и гистерезисные переходы между режимами. Найдено, что при небольших надкритичностях в области углов, близких к перпендикулярному относительно равновесного градиента температуры, гистерезисные переходы осуществляются между одноваловыми стационарными осредненными течениями. С увеличением надкритичности картина существенно усложняется – при переходе от одного одновалового течения к другому возникают промежуточные стационарные двухваловые течения.

Ключевые слова: вибрационная конвекция; цилиндрическая полость; гистерезис

NUMERICAL DETERMINATION OF THE BOUNDARIES OF THE EXISTENCE OF MULTIPLE MODES OF VIBRATIONAL CONVECTION IN A CYLINDRICAL CAVITY

T. A. Yakimov^a, A. N. Sharifulin^a, T. P. Lyubimova^b

^a Perm National Research Polytechnical University,
29, Komsomolsky ave., 614990, Perm

^b Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy
of Science, 1, Academician Korolev st., 614013, Perm

Vibrational convection under weightlessness in a circular cylinder with a harmonic temperature distribution on the solid boundary corresponding to a prescribed temperature gradient (equilibrium temperature gradient) in the solid mass surrounding the liquid is considered. The Prandtl number values are assumed to be 0.7, 7 and 14, which corresponds to air, water and transformer oil, respectively. Based

on the numerical solution of the complete equations of thermal vibration convection, bifurcation diagrams and curves were constructed, reflecting the influence of a smooth change in the direction of vibrations relative to the temperature gradient specified in the array on the structures of the average flow and hysteresis transitions between them. It is found that at small supercriticalities in the region of angles close to the perpendicular relative to the equilibrium temperature gradient, hysteresis transitions occur between single-roll stationary averaged flows. With increasing supercriticality, the picture becomes significantly more complicated – during the transition from one single-roll flow to another, intermediate stationary two-rolls flows arise.

Keywords: vibration convection; cylindrical cavity; hysteresis

1. Введение

Изучение вибрационной конвекции в цилиндрической полости актуально в связи с технологическими экспериментами как в земных условиях, так и в условиях орбитальных станций [1]. Теоретическое изучение вибрационной конвекции в круговом цилиндре начато в [2-4]. В этих работах, с основным содержанием и результатами которых можно ознакомиться в монографии [5], рассмотрена вибрационная конвекция в невесомости в круговом цилиндре с гармоническим распределением температуры на твердой границе, соответствующим заданному градиенту температуры (равновесный градиент температуры) в твердом массиве, окружающем жидкость. Значение числа Прандтля в этих расчетах полагалось равным 1.

Жидкостей и газов с таким значением числа Прандтля не существует, поэтому в настоящей работе значения числа Прандтля полагались равными 0.7, 7 и 14, что соответствует воздуху, воде и трансформаторному маслу соответственно. Цель настоящей работы, – на основе численного решения полных уравнений тепловой вибрационной конвекции построить бифуркационные диаграммы и кривые, отражающие влияние плавного изменения направления вибраций в невесомости относительно заданного в массиве градиента температуры на структуру осредненного течения и гистерезисные переходы между режимами.

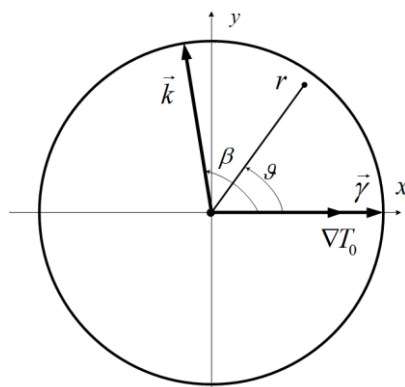


Рис. 1. Геометрия задачи о вибрационной тепловой конвекции в круговом цилиндре

2. Постановка задачи

Рассмотрим жидкость заполняющую полость в форме бесконечного цилиндра радиуса R , представленного на рис. 1. Пость окружена массивом, температуропроводность которого много больше температуропроводности χ жидкости ее заполняющей. Коэффициент теплового расширения жидкости β , кинематическая вязкость ν постоянны. Здесь $\vec{\gamma}$ – единичный вектор, связанный с постоянным градиентом температуры ∇T_0 заданным в окружающем массиве и устанавливающимся в полости в отсутствие движения жидкости, соотношением $\nabla T_0 = \vec{\gamma} \Theta / R$. От этого равновесного направления нагрева, заданного единичным вектором $\vec{\gamma}$, отсчитываются все угловые координаты. Вводятся декартова (x, y, z) и цилиндрическая системы координат (r, ϑ, z) , связанные между собой соотношениями: $x = r \cos \vartheta$, $y = r \sin \vartheta$, $z = z$.

Массив с полостью совершает гармонические колебания с амплитудой a и частотой ω вдоль единичного вектора \vec{k} . Будем считать, что частота колебаний ω достаточно велика, и для рассмотрения поведения жидкости использовать уравнения вибрационной конвекции [5], хорошо обоснованные, как теоретически, так и экспериментально. Скорость, температура и давление в системе координат, связанной с полостью, представляются в виде сумм двух слагаемых $\vec{v} + \vec{\eta}$, $T + \zeta$ и $p + \delta$, где \vec{v}, T и p – осредненные величины, медленно меняющиеся во времени, а $\vec{\eta}, \zeta$ и δ – пульсационные величины, осциллирующие с частотой ω . Скорость \vec{v} , давление p и температура T определяются уравнениями непрерывности, Навье-Стокса и баланса тепла. Выберем в качестве единиц измерения длины, температуры, функции тока и времени – R , Θ , коэффициент кинематической вязкости ν и R^2 / ν . Будем искать плоские решения задачи, поэтому вместо осреднённой скорости введем функцию тока ψ и завихренность φ , определённые в цилиндрической системе координат (r, ϑ, z) следующими соотношениями:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta}, \quad v_\vartheta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \varphi = (\text{rot} \vec{v})_z, \quad \vec{\varphi} = (0, \varphi, 0), \quad \vec{\psi} = (0, \psi, 0).$$

Уравнения тепловой конвекции в безразмерной форме запишутся в виде [2-3]:

$$\begin{aligned}
\vec{v}\nabla\varphi &= \Delta\varphi + \text{Gr}_v(\vec{\nabla}(\vec{W} \cdot \vec{k}) \times \vec{\nabla}T)_z, \\
\vec{v}\nabla T &= \frac{1}{\text{Pr}}\Delta T, \\
\nabla \cdot \vec{W} &= 0, \\
\Delta F &= (\vec{k} \times \vec{\nabla}T)_z, \\
\Delta\psi + \varphi &= 0, \Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \vartheta^2}.
\end{aligned}
\tag{1}$$

В систему (1) входят вибрационное число Грасгофа Gr_v и число Прандтля Pr :

$$\text{Gr}_v = \frac{1}{2} \left(\frac{a\beta\omega\Theta d}{\nu\chi} \right)^2, \text{Pr} = \frac{\nu}{\chi},$$

все величины безразмерные, Δ – оператор Лапласа. \vec{W} – соленоидальная часть векторного поля $T\vec{k}$, имеющая смысл амплитуды пульсационной составляющей скорости, для нее введена функция тока F :

$$W_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta}, \quad W_\theta = -\frac{\partial F}{\partial r}.$$

На твердой поверхности цилиндра должны выполняться граничные условия [2,3]:

$$r=1: \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = F = 0, T = \cos \vartheta. \tag{2}$$

Решение задачи (1)-(2) получалось методом сеток. Использовались итерационный метод решения стационарных уравнений с 64 узлами по радиусу и 256 – по угловой координате.

3. Результаты расчётов

На рис. 2 и 3 представлены бифуркационные диаграммы $\psi_s(\beta)$, т.е. зависимости параметра состояния ψ_s от угла β , для числа Прандтля 0.7, соответствующего воздуху и двух фиксированных надкритических значениях вибрационного числа Грасгофа: $\text{Gr}_v = 5000$ и $\text{Gr}_v = 10000$, соответственно. В качестве параметра состояния ψ_s принята сумма максимального значения функции тока ψ_{\max} и минимального ψ_{\min} , т.е. $\psi_s = \psi_{\max} + \psi_{\min}$.

Как было показано в [6], в случае, когда направление вибраций (единичный вектор \vec{k}) и направление равновесного подогрева (единичный вектор $\vec{\gamma}$) взаимно перпендикулярны, в полости возможно состояние осредненного механического равновесия, когда жидкость совершает только пульсационное движение, а осредненное течение отсутствует. Это состояние

теряет устойчивость при превышении вибрационным числом Грасгофа критического значения, равного $Gr_v^c = 1.45 \cdot 10^3$ и в полости возникает осредненное одновихревое течение, которое при $Gr_v = 5000$ имеет вид, представленный на вкладках 4 и 3 рисунка 2. Эти течения отличаются лишь направлением циркуляции. В случае, когда векторы равновесного градиента температуры коллинеарны, т.е. при $\beta = 0$ и $\beta = \pi$, состояние осредненного механического равновесия устойчиво при любых сколь угодно больших значениях вибрационного числа Грасгофа. Анализ, проведенный в [2,4], показал, что для осредненного течения в области докритических значений вибрационного числа Грасгофа в области углов $0 \leq \beta \leq \pi/2$ ($\pi/2 \leq \beta \leq \pi$) введенный параметр состояния ψ_s положителен (отрицателен), а структура осредненного течения одновихревая. Для надкритических значений вибрационного числа Грасгофа $Gr_v > Gr_v^c$ эти области перекрываются. Это ведет к тому, что в процессе плавного изменения β от 0 до π при изменении угла от значения $\beta = 96^\circ$ к $\beta = 97^\circ$ происходит скачкообразный переход от положительно определенного состояния (вкладка 5) к отрицательно определенному состоянию, представленному на вкладке 7. Дальнейшее увеличение β до значения $\beta = \pi$ приводит к затуханию осредненного движения до нуля. Обратное изменение угла β от π до нуля приводит к тому, что обратный скачкообразный переход от отрицательно определенного состояния к положительно определенному происходит при изменении угла от значения $\beta = 84^\circ$ к $\beta = 83^\circ$. Таким образом в интервале углов $83^\circ < \beta < 97^\circ$ наблюдается множественность стационарных состояний и выбор одного из двух состояний определяется предысторией изменения угла β . Как следует из расчетов, представленных на рис.2, если пределы циклического изменения угла β полностью включают (не включают) указанный интервал, переход между стационарными состояниями осуществляется гистерезисным (плавным) образом.

Представленная на рис. 2 бифуркационная диаграмма является ожидаемой и соответствует бифуркациям, порождаемым сборкой Уитни, хорошо исследованным в теории динамических систем. Увеличение вибрационного числа Грасгофа в два раза, т.е. до $Gr = 10000$, разрушает эту привычную картину (см. рис. 3).

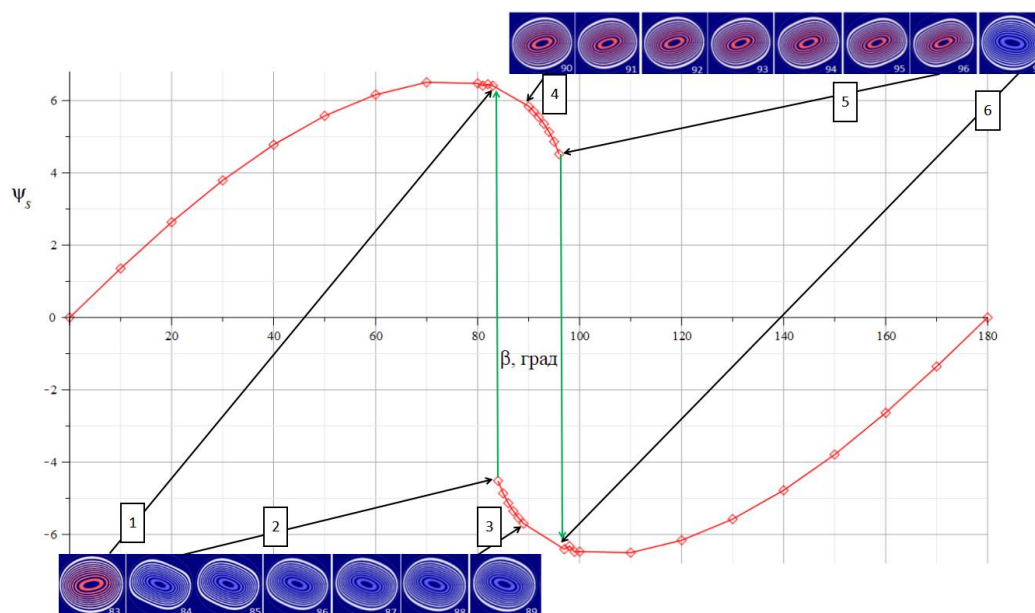


Рис. 2. Зависимость параметра состояния ψ_s от угла β между направлением равновесного градиента температуры $\vec{\gamma}$ и направлением вибраций \vec{k} для значения вибрационного числа Грасгофа $Gr = 5000$

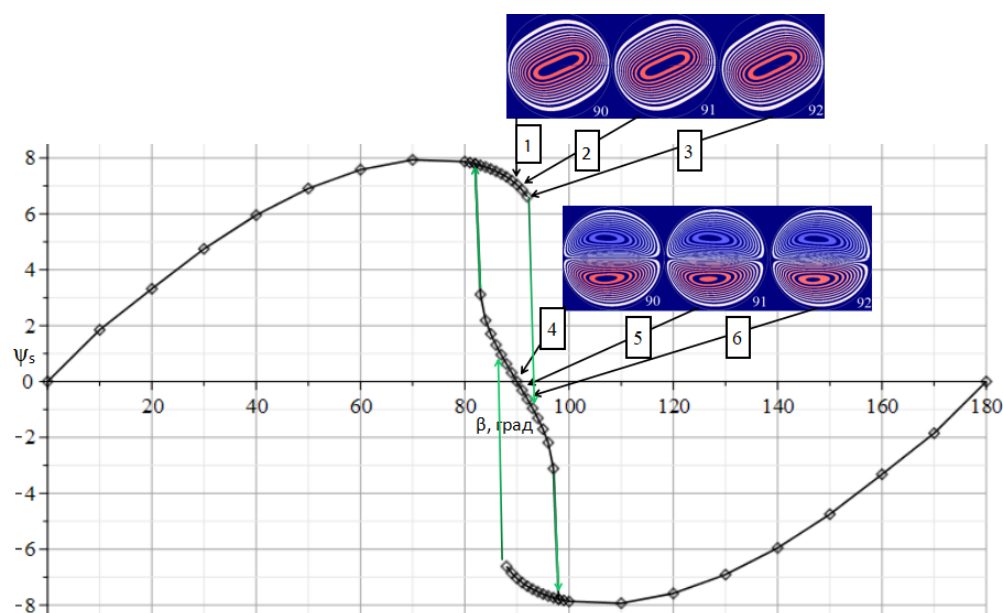


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма переходного процесса для значения вибрационного числа Грасгофа $Gr = 10000$ при плавном изменении угла β от нуля до π и обратно до нуля

4. Заключение

Исследовано влияние плавного циклического изменения угла между направлением равновесного нагрева и вибраций. Показано, что увеличение вибрационного числа Грасгофа может существенно усложнять картину гистерезисных переходов между стационарными состояниями.

Список литературы

1. Зюзгин А. В. Гидромеханика реальной невесомости: учебное пособие / А. В. Зюзгин. – Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2023. – 88 с. – ISBN 978-5-7944-3978-6. – EDN CFYOTS.
2. Шарифулин А. Н. Вибрационная конвекция в цилиндрической полости в невесомости при произвольных ориентациях направления подогрева В кн. Конвективные течения. – Пермь: Пермск.пед. ин-т. – 1981.– С. 22– 29.
3. Sharifulin A. N. Supercritical vibration-induced thermal convection in a cylindrical cavity. J. Paper Fluid Mech. Soviet Res., 1986. vol. 15, N2. 28–23.
4. Gershuni G. Z., Zhukhovitsky E. M., Sharifulin A. N. Vibrational thermal convection in cylindrical cavity. Num. Methods Contin. Mech., 1983, vol. 14, N 4, pp. 21–31.
5. Gershuni G. Z., Luybimov D. V. Thermal vibrational convection. John Wiley & Sons. England. 1998, 358 p.
6. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. О конвективной неустойчивости жидкости в вибрационном поле в невесомости // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1981. – №. 4. – С. 12-19.

Научное издание

ПЕРМСКИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ

Сборник статей по материалам
IX Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров
Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова

Издается в авторской редакции
Компьютерная верстка: *Т. В. Демина*

Объем данных 20 Мб
Подписано к использованию 15.12.2023

Размещено в открытом доступе
на сайте www.psu.ru
в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности
Пермского государственного
национального исследовательского университета.
614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15