

**ПЕРМСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

## **ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ**

**Материалы региональной  
научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых**

**Выпуск 17**



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# ФИЗИКА ДЛЯ ПЕРМСКОГО КРАЯ

*Материалы  
региональной научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых*

Выпуск 17



Пермь 2024

УДК 53(470.53)  
ББК 22.3(2Рос4Пер)  
Ф503

**Физика** для Пермского края [Электронный ресурс] : материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых / под общ. ред. Н. Н. Картавых ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2024. – Вып. 17. – 14,7 Мб ; 117 с. – Режим доступа: <http://www.psu.ru/files/docs/science/books/sborniki/fizika-v-permskom-krae-2024.pdf>. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4173-4 (вып. 17)  
ISBN 978-5-7944-1699-2

В данном сборнике представлены материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, проходившей на базе Пермского государственного национального исследовательского университета с 23 по 30 апреля 2024 г. Традиционно в конференции принимали участие не только представители вузов и научных учреждений Пермского края, но и работники наукоемких промышленных предприятий региона.

Тематика сборника охватывает широкий спектр актуальных исследований в области физической гидродинамики, физики твердого тела, перспективных материалов и технологий, физики мягких конденсированных сред, радиофизики и электроники, информационных технологий.

Издание предназначено для научных работников, аспирантов и студентов естественнонаучных специальностей вузов.

УДК 53(470.53)  
ББК 22.3(2Рос4Пер)

*Издается по решению ученого совета физико-математического института  
Пермского государственного национального исследовательского университета*

#### **Рецензенты**

Файзрахманова И. С. – к. ф.-м. н., доцент кафедры общей физики ПНИПУ;

Иванцов А. О. – к. ф.-м. н., научный сотрудник лаборатории вычислительной гидродинамики Института механики сплошных сред УрО РАН.

ISBN 978-5-7944-4173-4 (вып. 17)  
ISBN 978-5-7944-1699-2

© ПГНИУ, 2024

## **ОРГАНИЗАТОРЫ**

Физико-математический институт Пермского государственного национального исследовательского университета.

### **Председатель конференции**

Барулина М. А. – д. ф.-м. н., директор физико-математического института.

### **Члены оргкомитета**

Бабушкин И. А. – к. ф.-м. н., доцент, зав. кафедрой общей физики;

Волынцев А. Б. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой нанотехнологий и микро-системной техники;

Демин В. А. – д. ф.-м. н., профессор, зав. кафедрой теоретической физики;

Макаров Д. В. – к. ф.-м. н., доцент, доцент физико-математического института;

### **Ученый секретарь конференции**

Картавых Н. Н. – к. ф.-м. н., доцент кафедры физики фазовых переходов.



## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Корнилицын А. Р., Гордеева А. И.</i> Влияние термогравитационной конвекции на структуру и свойства протонно-обменных слоев, изготовленных на кристалле ниобата лития методом протонного обмена.....                | 6  |
| <i>Паньков А. С., Чеснокова М. А., Пономарев Р. С.</i> Волоконно-оптические датчики с оголенной сбоку сердцевинной: изготовление и результаты испытаний.....                                                          | 10 |
| <i>Рогозина А. Е., Хаснуллин Ф. Е., Пономарев Р. С.</i> Фокусировка оптического пучка в пятно диаметром менее длины волны.....                                                                                        | 14 |
| <i>Чеснокова М. А., Нурмухаметов Д. И., Пономарев Р. С.</i> Микроскопический датчик температуры на основе торцевого волоконно-оптического интерферометра Фабри-Перо.....                                              | 20 |
| <i>Копытова Е. А., Петров Д. А.</i> Магнитоориентационный отклик жидкого кристалла, допированного гётитовыми наностержнями.....                                                                                       | 24 |
| <i>Овчинников Т. А., Картавых Н. Н.</i> Линейная устойчивость электроконвективных течений слабопроводящей жидкости в невесомости.....                                                                                 | 29 |
| <i>Володин И. В.</i> Моделирование неустойчивости Розенцвейга методом решеточных уравнений Больцмана.....                                                                                                             | 35 |
| <i>Демин В. А., Демина Т. В., Зинурова В. Э.</i> Точное решение одного уравнения нелинейной диффузии применительно к массопереносу паров кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных материалов..... | 39 |
| <i>Демин В. А., Зинурова В. Э.</i> Влияние распределения температуры в реторте на перенос паров кремния в условиях высокотемпературного силицирования.....                                                            | 43 |
| <i>Демин В. А., Игошев С. А.</i> Обобщенная модель процесса переноса паров кремния в постороннем газе в условиях среднего вакуума.....                                                                                | 48 |
| <i>Егорова А. А., Самойлова А. Е.</i> Влияние анизотропии проницаемости на тепловую конвекцию в слое пористой среды над непроницаемым массивом.....                                                                   | 55 |
| <i>Корнилин Д. А., Пономарев Р. С., Демин В. А., Журавлев А. А.</i> Изготовление аксиконов методом фотополимерной печати.....                                                                                         | 61 |
| <i>Коуров М. Н., Самойлова А. Е.</i> Динамика цепочки магнитных частиц в одномерном периодическом потенциале.....                                                                                                     | 64 |
| <i>Петухов М. И., Усатов М. В.</i> Релаксационные процессы в ионном пограничном слое вблизи межфазной поверхности «кристалл ниобата лития – расплав бензойной кислоты».....                                           | 69 |

|                                                                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Галишевский В. А., Кучинский М. О., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Садовникова А. Д.</i> Динамика воздушного пузырька на твердой поверхности при воздействии УЗ.....      | 74  |
| <i>Кучинский М. О.</i> Исследование активности кавитационных событий внутри сонохимического реактора с использованием тепловых карт.....                                    | 78  |
| <i>Садовникова А. Д., Кучинский М. О., Рыбкин К. А., Любимова Т. П., Галишевский В. А.</i> Исследование влияния УЗ воздействия на воздушные пузырьки в растворах ПАВ.....   | 82  |
| <i>Белобородова М. М., Вольхин И. Л.</i> Импульсный источник питания лазерных диодов.....                                                                                   | 87  |
| <i>Власов А. Н., Ощепков А. Ю.</i> Компьютерное моделирование и экспериментальное исследование робастных и адаптивных алгоритмов управления.....                            | 93  |
| <i>Крыло А. Д., Маниуров А. В., Шаронов К. Д.</i> Разработка автоматического термостата для проверки температурой характеристики полупроводниковых химических сенсоров..... | 99  |
| <i>Попова Д. А., Маниуров А. В., Шаронов К. Д.</i> Разработка анализатора магнитных свойств стержневых ферромагнитных образцов на основе эффекта Виллари.....               | 105 |
| <i>Селетков Б. С., Вольхин И. Л.</i> Накопитель энергии системы электропитания по технологии Power-over-Fiber.....                                                          | 111 |

# **ВЛИЯНИЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА ПРОТОННО-ОБМЕННЫХ СЛОЕВ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ НА КРИСТАЛЛЕ НИОБАТА ЛИТИЯ МЕТОДОМ ПРОТОННОГО ОБМЕНА**

А. Р. Корнилицын, А. И. Гордеева

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В работе экспериментально проводится изучение микрофлюидных процессов, протекающих на поверхности кристалла ниобата лития при изготовлении планарных волноводов методом протонного обмена. Управление и интенсификация процесса осуществляется путем создания конвективного вихря, возникающего при наличии внешнего градиента температуры. Оценка качества и скорости протонного обмена проводится методом рентгеноструктурного анализа и модовой спектроскопией.

**Ключевые слова:** интегрально-оптический фазовый модулятор; протонный обмен; термогравитационная конвекция; ниобат лития; планарный волновод

## **THE EFFECT OF THERMOGRAVITATIONAL CONVECTION ON THE STRUCTURE AND PROPERTIES OF PROTON EXCHANGE LAYERS MADE ON LITHIUM NIOBATE CRYSTAL BY PROTON EXCHANGE METHOD**

A. R. Kornilicyn, A. I. Gordeeva

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The article is dedicated to the experimental study of microfluidic processes occurring on the lithium niobate crystal surface during the manufacture of planar and channel waveguides by the proton exchange method. The process is controlled and intensified through creating a convective vortex by imposing an external temperature gradient on the system. The quality and rate of proton exchange are evaluated by X-ray diffraction analysis and mode spectroscopy.

**Keywords:** integrated optical phase modulator; proton exchange; thermal convection; lithium niobate; planar waveguide

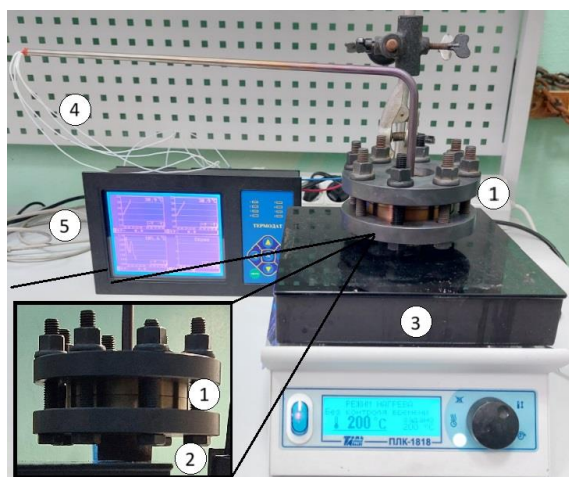
Интегрально-оптические фазовые модуляторы являются структурным элементом волоконно-оптических линий связи, по которым на сегодняшний день осуществляется основная передача данных. Одним из основных элементов при сборке оптических модуляторов является канальный волновод на подложке из кристалла ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ), который обладает уникальным сочетанием акустооптических, электрооптических, нелинейно-оптических, фотоупругих и фотоэлектрических свойств [1]. При выполнении условия полного внутреннего отражения на границе двух диэлектриков оптические волноводы становятся структурой, в которой ограниченного распространяется оптическая волна. Выделяют планарные и канальные волноводы. Планарные

волноводы обеспечивают двухмерное ограничение оптического излучения, канальные – трехмерное, и являются наиболее востребованными при создании высокоэффективных нелинейно-оптических устройств. Обширный набор методов создания волноводов в ниобате лития позволяет контролировать параметры получаемых волноводов. Самым распространенным методом изготовления волноводов является протонно-ионный обмен, при котором происходит замещение ионов лития на протоны. Как следствие на поверхности кристалла образуется протонно-обменный слой  $H_x Li_{1-x} NbO_3$ . Волноводы, созданные методом протонного обмена, обладают малыми потерями, высокой степенью оптической локализации и применимы для лазерного излучения с длиной волны, лежащей в полосе пропускания телекоммуникационных систем.

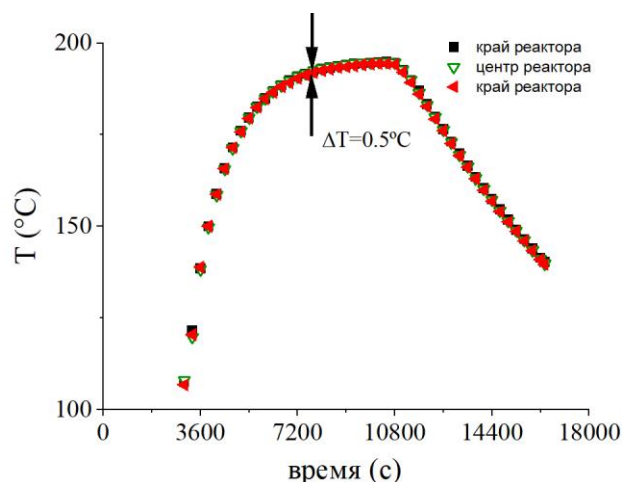
Стандартно процесс протонного обмена протекает в закрытом реакторе при однородном нагреве с фиксированной температурой в течении нескольких часов. При этом над поверхностью кристалла в бензойной кислоте образуется тонкий ионный пограничный слой, который замедляет ход протонирования. Протонный обмен внутри кристалла описан классической физико-математической моделью [2, 3]. Данных об исследовании процессов тепло- и массообмена, происходящих вблизи поверхности кристалла, на сегодняшний день найти не удалось. Также не удалось обнаружить данных о попытке создать вблизи поверхности кристалла оmyивающий поток, который бы позволил подконтрольно проводить процесс протонирования. Создание градиента температуры в расплаве бензойной кислоты поможет создать термогравитационное течение, которое будет препятствовать накоплению бензоата лития вблизи поверхности кристалла, и увеличит глубину проникновения протонов. Оmyивание поверхности кристалла потенциально ускорит процесс, а значит уменьшит время получения волноводов. Цель работы заключается в попытке организовать оmyивающее течение путём неоднородного нагрева дна реактора.

В эксперименте исследуемые кристаллы  $LiNbO_3$  Z и X срезы помещались в титановый реактор 1 (рисунок), после чего покрывались равномерным слоем дегидрированной бензойной кислоты. Заполненный реактор диаметром 66 мм и высотой 40 мм располагался на медном нагревательном элементе 2 диаметром 30 мм и высотой 20 мм. В ходе эксперимента с помощью плитки 3 плк-1818 элемент 2 нагревался до 270–290°C. Контроль температуры и оценка интенсивности термогравитационной конвекции в кислотной среде осуществлялась с помощью линейки из шести термопар равноудаленных друг от друга 4, заведенных в исследуемый объем через верхнюю чашу реактора. Показания термопар записывались в реальном времени на ПК с использованием регистрирующего устройства 5 термодат 19Е6. Различное положение термопар относительно центра реактора позволяло судить о наличии и интенсивности оmyивающего поверхность кристалла течения.

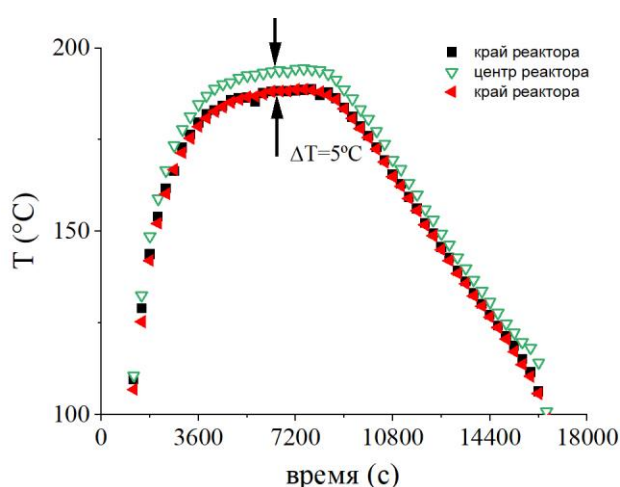
В работе проведена серия экспериментов, в которых было изготовлено три типа образцов. Первый – эталонный, получен в муфельной печи при однородном нагреве по стандартной программе: нагрев печи со скоростью 180°C в час, выдержка образца при 190°C 2 часа, естественное остывание



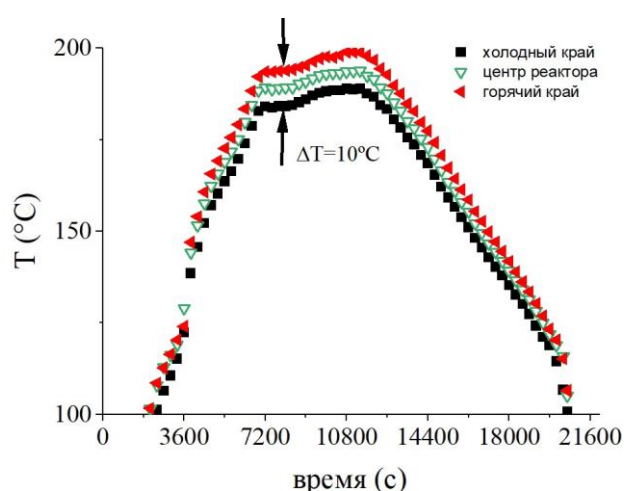
а)



б)



в)



г)

Рисунок. а) Фото экспериментальной установки: 1 – титановый реактор, 2 – нагревательный элемент, 3 – плитка плк-1818, 4 – термопары, 5 –термодат 19Е6 5. Показания термопар от времени, реактор расположен: б) в печи (равномерный прогрев); в) в центре плитки (тороидальный вихрь), г) на краю плитки (линейный градиент температуры)

образца в печи. Показания термопар, введенных в реактор и измеряющих температуру в процессе всего эксперимента, приведены на рис. 1б.

Из графика на рис. 1б видно, что температура бензойной кислоты достигала значения 190°C лишь через 2 часа после запуска программы. При этом разница показаний термопар не зависела от их положения внутри реактора и составляла  $< 0.5^\circ\text{C}$ .

Два других образца были изготовлены при различном положении реактора относительно нагревательной поверхности плитки плк-1818. В первом случае реактор находился в её центре. Графики зависимости  $T(t)$  приведены на рис. 1в. Эксперименты показали, что после часа непрерывного нагрева при температуре плитки 320°C в системе формируется термогравитационный вихрь тороидальной формы, о чем свидетельствуют показания термопар, детектирующих разность температур  $\Delta T$  в 5°C, расположенных в центре и на периферии реактора. Во

втором случае реактор находился на краю плитки. Зависимость  $T(t)$  представлена на рис. 1г. Из графика видно, что при таком ассиметричном положении реактора относительно нагревательной поверхности детектируется максимальная разность температур  $\Delta T \sim 10^\circ\text{C}$ . При этом в системе под действием линейного градиента температуры должен развиваться конвективный вихрь, центр которого совпадает с центром исследуемой области.

Для оценки интенсивности протонного обмена в работе проведено исследование фазового состава протонообменных волноводов методом рентгеноструктурного анализа (РСА) на рентгеновском двух кристалльном дифрактометре ДРОН-УМ1. Оптические характеристики волноводов исследованы с помощью модовой спектроскопии методом призмного ввода. Проведенные исследования показали, что в случае, когда реактор располагался в центре плитки, наблюдались минимальные отличия в характеристиках полученных волноводов от волноводов, изготовленных в муфельной печи. При исследовании волноводов, полученных при нагреве с профилем близким к линейному, в X срезе кристалла был обнаружен рост глубины проникновения протонно-обменного слоя. Последнее может свидетельствовать о положительном влиянии омывающего течения на рост коэффициента диффузии и в дальнейшем может быть использовано для сокращения времени технологического цикла при производстве как планарных, так и канальных волноводов.

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод о том, что при неоднородном нагреве реактора в системе беспороговым образом возбуждается термогравитационный вихрь, интенсивность которого зависит от положения исследуемого объекта относительно нагревательного элемента. Используемая линейка термпар, детектирующая разность температур, позволяет однозначно судить об интенсивности и форме генерируемого термогравитационного течения внутри реактора. Проведенный анализ результатов РСА и модовой спектроскопии свидетельствуют о положительном влиянии конвекции на скорость обмена ионов лития с протонами бензойной кислоты. Научная значимость и актуальность работы заключается в получении результатов, позволяющих расширить понимание механизмов, играющих большую роль в реакции протонного обмена, и предложить дополнительные возможности по её контролю и интенсификации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 24-29-20277).

### Список литературы

1. Volk T., Wöhlecke M. Lithium niobate: defects, photorefractive and ferroelectric switching. Berlin: Springer, Series in Materials Science, 2008. 250 p.
2. Vohra S. T., Mickelson A. R., Asher S. E. Diffusion characteristics and waveguiding properties of proton-exchanged and annealed LiNbO<sub>3</sub> channel waveguides // Journal of Applied Physics. 1989. Vol. 66 (11). P. 5161–5174.
3. Демин В. А., Петухов М. И., Пономарев Р. С., Топова А. В. О роли анизотропии и нелинейных диффузионных эффектов при формировании волноводов в кристалле ниобата лития // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. 2021. №. 1. С. 49–58.

# ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ДАТЧИКИ С ОГОЛЕННОЙ СБОКУ СЕРДЦЕВИНОЙ: ИЗГОТОВЛЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

А. С. Паньков, М. А. Чеснокова, Р. С. Пономарев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной работе приведено описание процесса изготовления волоконных оптических компонентов, используемых для решения задач в области сенсорики. Чувствительная область этих компонентов была сформирована путем механической шлифовки боковой поверхности оболочки оптического кварцевого волокна. Статья содержит данные, полученные в ходе испытаний изготовленных образцов.

**Ключевые слова:** волоконно-оптический сенсор; шлифовка боковой поверхности волокна; химическое травление

## SIDE POLISHED FIBER OPTICAL SENSORS: MANUFACTURE AND TEST RESULTS

A. S. Pankov, M. A. Chesnokova, R. S. Ponomarev

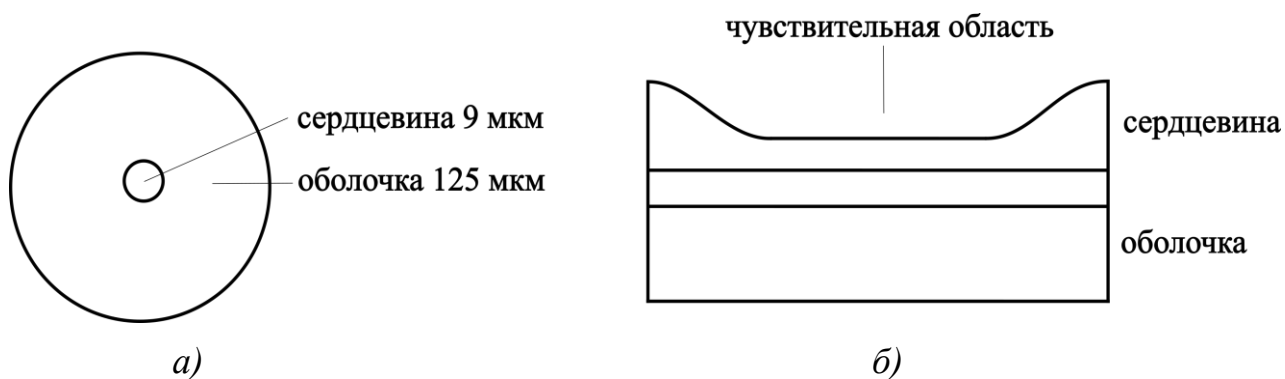
Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

This paper describes the fabrication process of fiber-optic components used to solve problems in the field of sensorics. The sensitive region of these components was formed by mechanical grinding of the side surface of the optical quartz fiber shell. The article contains data obtained during the tests of fabricated samples.

**Keywords:** fiber-optic sensor; side-polished fiber; chemical etching

Кварцевое оптическое волокно является одним из основных компонентов большинства оптоэлектронных приборов, используемых в различных областях фотоники. Широкое применение оптические волокна получили в телекоммуникациях для создания линий связи, способных передавать большие объёмы данных в виде светового оптического сигнала. Большинство современных датчиков различных физических величин изготавливаются на основе кварцевого волокна.

В данной статье будет рассматриваться применение одномодового оптического волокна (рис. 1а) для изготовления конструкций, которые находят свое применение в качестве сенсора, фиксирующего изменение окружающей среды. Также такие сенсоры используются как: датчик магнитного поля, датчик температуры, тензодатчик, датчик акустических волн, датчик уровня ультрафиолетового излучения, датчик влажности и др. [1]. Чувствительной областью упомянутых сенсорных датчиков является область боковой поверхности волокна, где отсутствует часть кварцевой оболочки (рис. 1б).



*Рис. 1. Одномодовое кварцевое оптическое волокно:  
а) вид в торец; б) вид сбоку (с удаленной частью кварцевой оболочки)*

Процесс изготовления волоконно-оптических компонентов включает в себя несколько этапов: зачистка участка оптического волокна от защитно-упрочняющего слоя (ЗУП); вклейка подготовленного участка оптического волокна с помощью ультрафиолетового эпоксидного клея в оснастку, изготовленную с помощью 3D-печати; удаление части боковой поверхности оболочки кварцевого волокна с помощью шлифовки [2–4].

**Зачистка оптического волокна.** Для зачистки участка волокна длиной порядка 6–7 мм от ЗУП использовалось лезвие. Материал ЗУП удалялся таким образом, чтобы слой клея, находящийся между ЗУП и оболочкой кварцевого волокна сохранял свою целостность. После удаления ЗУПа, очищенный участок волокна помещался в ацетон на 10 минут, в течение указанного времени происходит размягчение и удаление клеевого слоя. Остатки клея смывались с помощью изопропилового спирта.

**Вклейка оптического волокна в оснастку.** В качестве оснастки для фиксации зачищенного участка волокна использовалась конструкция, полученная с помощью 3D-печати. Модель конструкции была рассчитана и напечатана таким образом, что зачищенная область волокна выступала на 53–55 мкм над поверхностью верхней грани заготовки.

С помощью микропозиционеров волокно фиксировалось и подводилось к напечатанной конструкции. Оснастка для фиксации волокна была установлена и зафиксирована на неподвижном столике. Очищенная часть волокна подводилась и укладывалась в специальную канавку, таким образом, что волокно выступало равномерно вдоль верхней грани напечатанной модели. Весь процесс юстировки контролировался с помощью камеры технического зрения (рис. 2). Далее вся канавка заливалась ультрафиолетовым эпоксидным клеем и происходила полимеризация светодиодом с длиной волны 390 нм и мощностью излучения порядка 0.1 Вт на протяжении 40–60 секунд. После отверждения клея, образец сушился от 12 до 14 часов при комнатной температуре.

**Шлифовка боковой поверхности волокна.** Перед началом процесса шлифовки готовая конструкция в виде вклеенного волокна проверяется на наличие механических повреждений. В волокно вводится видимый красный



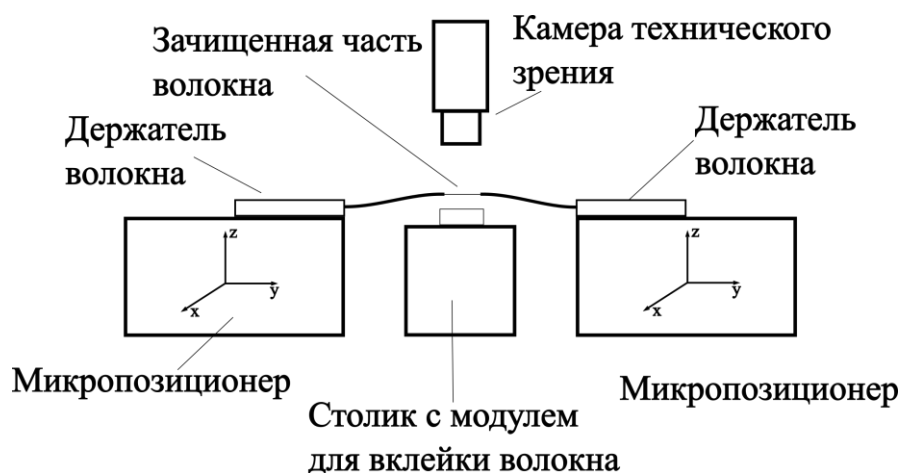


Рис. 2. Схема процесса юстировки и вклейки волокна в напечатанный модуль

лазер, позволяющий выявить возможные дефекты и места повреждения оптического волокна, которые могли появиться в результате зачистки и вклейки в оснастку. Далее концы волоконно-оптической конструкции подключаются к источнику оптического излучения с длиной волны 1550 нм и измерителю оптической мощности.

Процесс послойного снятия боковой поверхности оптического волокна осуществляется за счет возвратно-поступательных движений вертикального трехосного позиционера с абразивной пленкой вдоль конструкции с вклеенным оптическим волокном, расположенной на неподвижном столике (рис. 3). Для шлифовки использовались абразивные пленки с размерами зерен от 3 до 5 мкм. Процесс шлифовки боковой поверхности продолжался до тех пор, пока не возникают потери оптического сигнала, проходящего через оптическое волокно. Весь процесс контролируется с помощью микроскопа и камеры технического зрения.

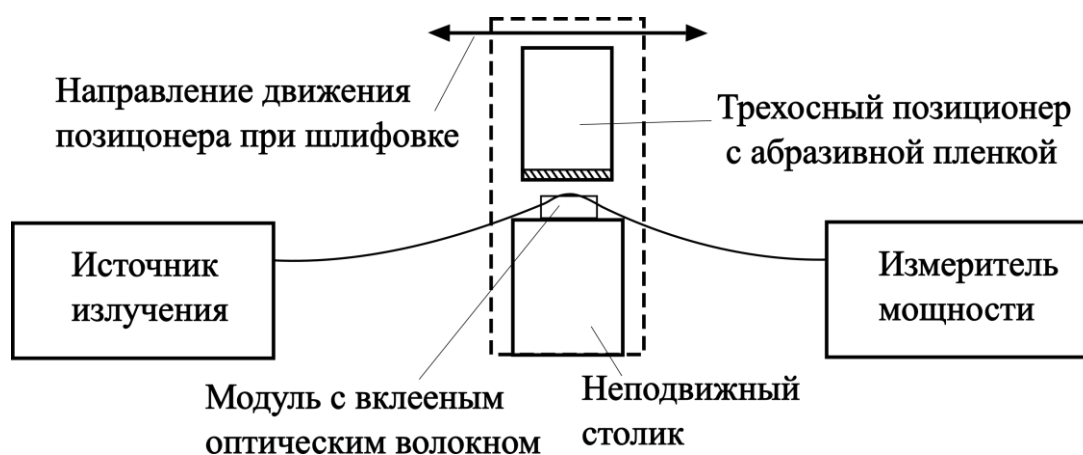


Рис. 3. Схема шлифовки боковой поверхности оптического волокна

Испытание образцов. В рамках эксперимента получилось 3 образца с боковой полировкой оптического волокна. У готовых волоконно-оптических конструкций измерялись потери оптического излучения, вносимые

чувствительной частью изделия. Следующим шагом было нанесение силиконового масла на поверхность чувствительной области и снятие показаний потери оптического сигнала, проходящий в этот момент по оптическому волокну. Результаты, проведенных испытаний приведены в таблице.

*Таблица. Потери, вносимые чувствительной областью*

|                   | Образец 1 | Образец 2 | Образец 3 |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|
| Без жидкости      | 5.6 дБ    | 3.8 дБ    | 1.9 дБ    |
| Силиконовое масло | 4.9 дБ    | 2.4 дБ    | 1.3 дБ    |

Из таблицы видно, что при нанесении силиконового масла потери оптического сигнала, вносимые областью без кварцевой оболочки уменьшаются. С помощью изготовленных конструкций появляется возможность фиксировать изменения окружающей среды. Численное изменение потерь оптического сигнала происходит за счет изменения показателя преломления среды, чем больше показатель преломления среды, тем меньше оптические потери, вносимые чувствительной областью.

По результатам этой работы в дальнейшем планируется провести эксперимент с другими жидкостями и разработать технологию прецизионной шлифовки для повышения повторяемости получаемых волоконно-оптических конструкций.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ №121101300016-2.

### **Список литературы**

1. *Zhuo L., Tang J., Zhu W., Zheng H., Guan H. et al.* Side polished fiber: A versatile platform for compact fiber devices and sensors // *Photonic Sensors*. 2023. Vol. 13 (1). 230120.
2. *Tseng S.-M., Chen C.-L.* Side-polished fibers // *Applied Optics*. 1992. Vol. 31 (18). P. 3438–3447.
3. *Mishakov G., Sokolov V.* Precision technique for side-polished fibers fabrication // *Seventh International Conference on Laser and Laser Information Technologies*. Vladimir, Suzdal, Russian Federation, 2002. P. 498–502.
4. *Ahmad H., Hassan H., Zulkifli A. Z., Thambiratnam K., Amiri I. S.* Characterization of arc-shaped side-polished fiber // *Optical and Quantum Electronic*. 2017. Vol. 49. 207.

# ФОКУСИРОВКА ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА В ПЯТНО ДИАМЕТРОМ МЕНЕЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ

А. Е. Рогозина, Ф. Е. Хаснуллин, Р. С. Пономарев  
Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В данной работе приведено описание способов решения проблемы узкой фокусировки оптического пучка в пятно диаметром менее длины волны. Статья содержит критический обзор литературы по данной теме.

**Ключевые слова:** металинзы; метаатомы; дифракционный предел; фемтосекундный лазер; рассеивающая среда; STED-микроскопия; суперосцилляция

## FOCUSING AN OPTICAL BEAM INTO A SPOT WITH A DIAMETER LESS THAN THE WAVELENGTH

A. E. Rogozina, F. E. Khasnullin, R. S. Ponomarev  
Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

This paper describes methods for solving the problem of narrow focusing of an optical beam into a spot with a diameter less than the wavelength. The article contains a critical review of the literature on this topic.

**Keywords:** metalenses; meta-atoms; diffraction limit; femtosecond laser; scattering medium; STED microscopy; super oscillation

Преодоление дифракционного предела, определяющего минимальный размер светового пятна, является одной из актуальных задач современной оптики и открывает новые возможности для высокоточной визуализации и манипуляции веществом на наноуровне. В последние годы интенсивно развиваются различные подходы для достижения субволновой фокусировки. В этой статье приводится обзор на некоторые методы.

### Дифракционный предел

Дифракционный предел – это физический предел разрешающей способности оптических систем. Характеризует распространение и взаимодействие электромагнитных волн с объектами.

Традиционная оптическая система обычно страдает от дифракционной природы света и не может создать пятно с размером меньше предела дифракции Аббе:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{2 \cdot NA}, \quad (1)$$

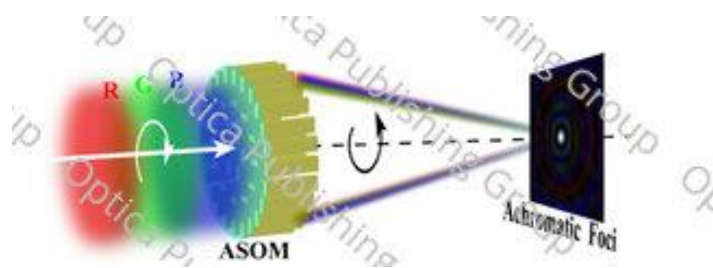
где  $\lambda$  – длина волны,  $NA$  – числовая апертура.

## Металинзы

Металинзы часто используются для точечной фокусировки. Они состоят из плоской субмиллиметровой подложки, например, стекла, на которую нанесен активный слой толщиной в микрон или субмикрон, содержащего метаатомы. Такие линзы позволяют проходящему сквозь них свету приобретать различные свойства, в том числе и преодолевать дифракционный предел. Путем регулировки формы, размера, положения и ориентации метаатомов можно контролировать основные свойства света (фазу, амплитуду, поляризацию).

Линзы с возможностью суперосцилляции тоже относятся к металинзам. Они могут создавать фокусы с произвольными формой и размером. Такие линзы могут иметь числовую апертуру до 1.52 и фокусировку до  $0.33 \lambda$  [1].

Большинство суперколебательных линз демонстрируют сильную зависимость от длин волн падающего света. Предлагаются ахроматические суперколебательные метаповерхности (ASOM) для одновременного управления оптическими полями на видимых длинах волн 473 нм, 532 нм и 632.8 нм и достижения фокусировки в том же осевом положении с разрешением за пределами дифракционного предела (рис. 1). Благодаря одновременной оптимизации для трех длин волн устраняется осевая хроматическая aberrация.



*Рис. 1. Схема метаповерхности для ахроматической субдифракционной фокусировки. ASOM – ахроматическая суперколебательная метаповерхность; R – красный свет; G – зеленый свет; B – синий свет [2]*

Используются метаповерхности, состоящие из вращающихся наноребер диоксида титана ( $\text{TiO}_2$ ). Диаметры ASOM составляют 20 мкм, а заданная плоскость расположена на расстоянии 10 мкм от поверхности наноплавника; общее число N равно 50, т.е. каждая дискретная единица составляет 200 нм.

Эксперимент показывает, что удастся достичь размеров пятен 0.706, 0.722 и 0.750 от дифракционного предела [2].

## Фемтосекундные лазеры

Один из способов преодоления дифракционного предела с помощью фемтосекундного лазера - фокусировка его излучения оптическим элементом из кварцевого стекла [3].

С учетом дисперсии материала линзы используется FDTD – метод для моделирования процесса фокусировки сверхкороткого импульса с расчетом

элемента и микросферы. Чтобы учесть дисперсию процесса задействуются две модели: классическая модель дисперсии Селлмейра и уточнённая модель дисперсии.

В исследовании проводится сравнение коэффициентов фокусировки и временного уширения световых импульсов полученных результатов моделирования.

Значение дифракционного предела эллиптического фокусного пятна с меньшим диаметром  $\text{FWHM} = 0.38\lambda$ , полученное моделированием FDTD-методом, с учетом дисперсии вещества, фокусировкой импульса фемтосекундного лазера (длительностью 1.24 фс и несущей длиной волны  $\lambda = 532$  нм), используя усеченный микроэллипсоид (рис. 2), меньший диаметр сечения, которого равняется 1.16 мкм, хотя с помощью расчетов геометрической оптики принимает значение  $\text{FWHM} \approx 0.46 \lambda$ .

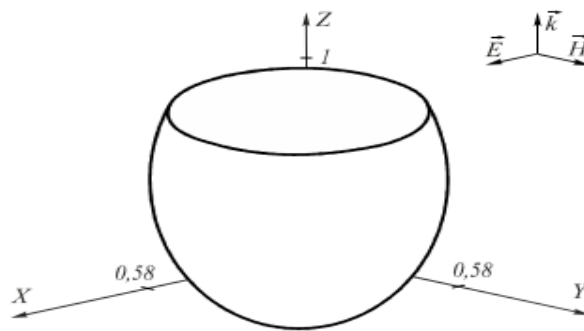


Рис. 2. Математически рассчитанный элемент, линза – усеченный микроэллипсоид [3]

Дифракционный предел преодолевается по следующим причинам: фокус формируется на границе двух сред, а не в одной среде, поверхностные волны вносят свой вклад в формирование фокуса, а также конструктивная интерференция сред приводит к уменьшению диаметра фокусируемого пятна.

### Рассеивающая среда

Повлиять на точность фокусировки можно и изменив среду распространения света. В оптической системе максимальный угол попадания в систему ( $\theta_{\text{MAX}}$ ) определяет дифракционный предел. Когда между объектом и системой появляется некая среда, свет рассеивается, угол  $\theta_{\text{MAX}}$  увеличивается, что позволяет преодолеть дифракционный предел.

Устанавливается закономерность, что чем ближе среда к объекту в рамках определенной области, тем выше разрешение [4].

В эксперименте используется лазер с непрерывной длиной волны 532 нм, излучение которого рассеивается вращающимся матовым стеклом (RGG), благодаря которому получается некогерентное освещение и через линзу L1 свет направляется на объект. Свет от объекта проходит через рассеивающую среду - визуально непрозрачный диффузор (Thorlabs DG10-220-A).

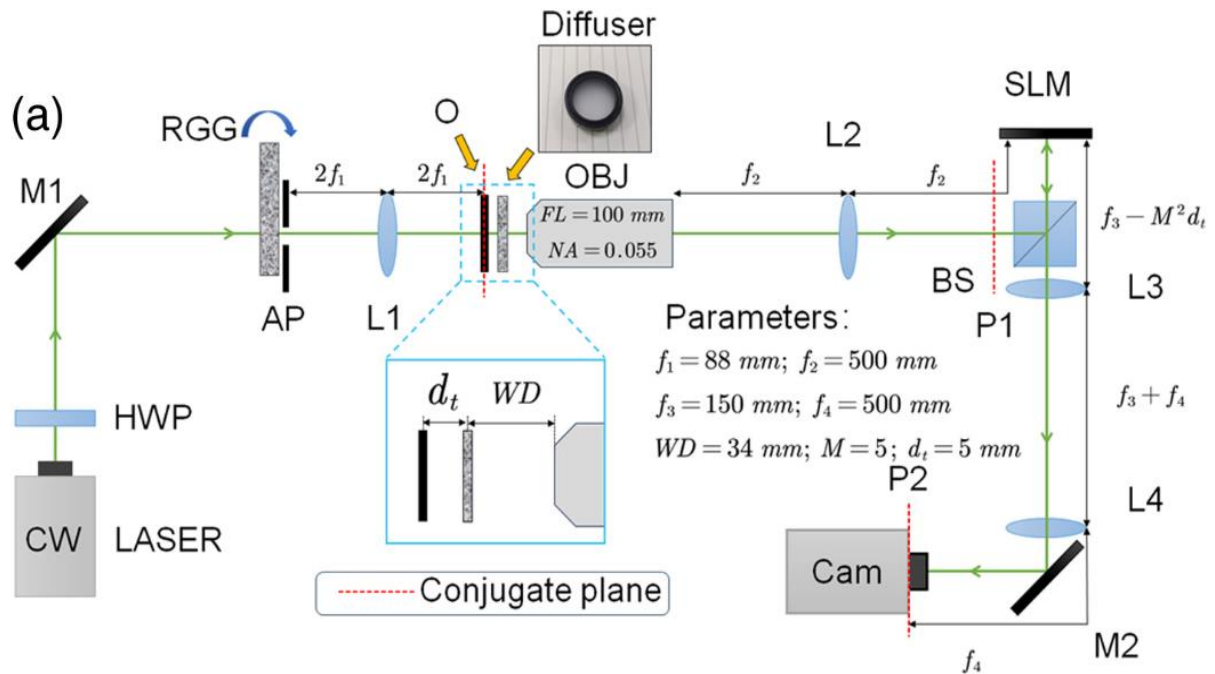


Рис. 3. Экспериментальная установка (а). Красные пунктирные линии представляют собой сопряженные плоскости объекта. L3 и L4 образуют 4- $f$  систему. M1 и M2 – зеркала, HWP – полуволновая пластина, AP – апертура, O – объект, OBJ – объектив, BS – светоделитель, Cam – ПЗС-камера, WD – рабочее расстояние, P1 и P2 – сопряженные плоскости объекта [4]

Объект находится на определённом расстоянии  $dt$  перед диффузором. Конъюгатная плоскость объекта (на которую система проецирует изображение) находится на расстоянии  $M^2 \cdot dt$  перед SLM.

Выходная поверхность диффузора увеличивается в 5 раз и проецируется на пространственный световой модулятор (SLM), который управляет фазой световых волн. Для этого используется микроскоп, который состоит из объектива с малой числовой апертурой ( $NA = 0.055$ ) и другой линзы L2 с фокусным расстоянием 500 мм.

Изображение этой плоскости (P1) проецируется с помощью 4-линзовой системы на камеру (CCD), которая фиксирует финальное изображение. CCD и SLM работают вместе, управляемые компьютером, для выполнения коррективки волнового фронта.

В результате эксперимента в зависимости от того, насколько близко объект находится к диффузору, получены результаты:

- при расстоянии  $dt = 9.5$  мм разрешение составляет 3.48 мкм, превышение дифракционного предела в 1.7 раз;
- при расстоянии  $dt = 7$  мм разрешение превышает дифракционный предел в 2.4 раза, удается различить линии с шириной 2.46 мкм;
- когда  $dt = 5$  мм, достигается разрешение, которое в 3.39 раза лучше дифракционного предела. Различаются линии 1.74 мкм.

## STED-микроскопия

Данный метод основан на подавлении излучения флуорофоров, расположенных вне центра возбуждения. Второй лазер с бóльшей длиной волны стимулирует переходы в веществе по краям фокусного пятна.

При реализации данного метода остро стоит вопрос компактности и мобильности систем. Пучок STED, генерируемый традиционным методом громоздких систем, не может поддерживаться в оптоволокне из-за его двойного лучепреломления.

Эта проблема решается с помощью специального трехслойного волокна [5]. Его внутренняя оболочка сопоставима с сердечниками телекоммуникационных волокон, а сердцевина составляет около одной трети его внутренней оболочки. Внутренняя оболочка может поддерживать направленные моды так же, как и его сердечник. Диаметр сердечника, внутренней оболочки и внешней оболочки составляют около 4 мкм, 13 мкм, 125 мкм соответственно, а их показатели преломления около 1.4595, 1.458 и 1.457 соответственно (рис. 4).

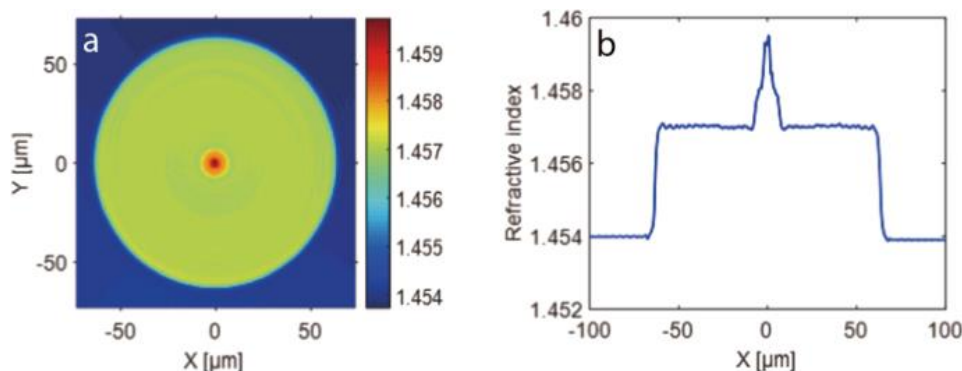


Рис. 4. Показатель преломления специального волокна (а).

Измеренное распределение показателя преломления по поперечному сечению волокна (б). Данные по диаметру (а) [5]

Используется лазер CW на длине волны 475 нм для генерации возбуждающего луча и другой лазер CW на длине волны 633 нм для генерации луча STED.

Падающий световой луч является гауссовым пучком на длине волны 633 нм; пучок концентричен и перпендикулярен входному концу волокна; диаметр пучка составляет 40 мкм.

## Список литературы

1. Барышникова К. В., Харинцев С. С., Белов П. А., Устименко Н. А., Третьяков С. А., Симовский К. Р. Металинзы для получения изображений с субволновым разрешением // Успехи физических наук. 2022. Вып. 192. С. 386–412.
2. Tang D., Chen L., Liu J. Visible achromatic super-oscillatory metasurfaces for sub-diffraction focusing // Optics Express. 2019. Vol. 27. P. 12308–12316.

3. *Козлова Е. С., Котляр В. В.* Временное сжатие фемтосекундного импульса в фокусе усечённого микроэллипсоида // Компьютерная оптика. 2014. Вып. 38 (3). С. 380–385.
4. *Sun S., Nie Z. W., Du L. K., Chang C., Liu W. T.* Overcoming the diffraction limit by exploiting unmeasured scattering media // Optica. 2024. Vol. 11 (3). P. 385–391.
5. *Luo H., Wang G., Yuan L.* A Special three-layer step-index fiber for building compact STED systems // Scientific reports. 2019. Vol. 9. 8455.



# **МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ДАТЧИК ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОСНОВЕ ТОРЦЕВОГО ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ-ПЕРО**

М. А. Чеснокова, Д. И. Нурмухаметов, Р. С. Пономарев  
Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Представлен метод изготовления волоконно-оптического датчика температуры на основе торцевого интерферометра Фабри-Перо. Основным материалом для формирования чувствительной части является УФ-отверждаемая смола, что значительно снижает его себестоимость. Анализ полученных спектров излучения при различных температурах показывает, что чувствительность датчика превышает аналогичные решения.

**Ключевые слова:** датчик температуры; оптическое волокно; интерферометр Фабри-Перо; полимерный мост

## **MICROSCOPIC TEMPERATURE SENSOR BASED AT THE END-FACE OPTICAL FIBER FABRY-PEROT INTERFEROMETER**

M. A. Chesnokova, D. I. Nurmukhametov, R. S. Ponomarev  
Perm State University, 15 Bukirev St., 614068, Perm

The paper presents a fabrication method of a fiber-optic temperature sensor based on a Fabry-Perot end-face interferometer. The main material for the formation of the sensitive part is UV-curable resin, which significantly reduces its cost. In addition, the analysis of the obtained emission spectra at different temperatures shows that the sensitivity of the sensor is much higher than that of analogs.

**Keywords:** temperature sensor; optical fiber; Fabry-Perot interferometer; polymer bridge

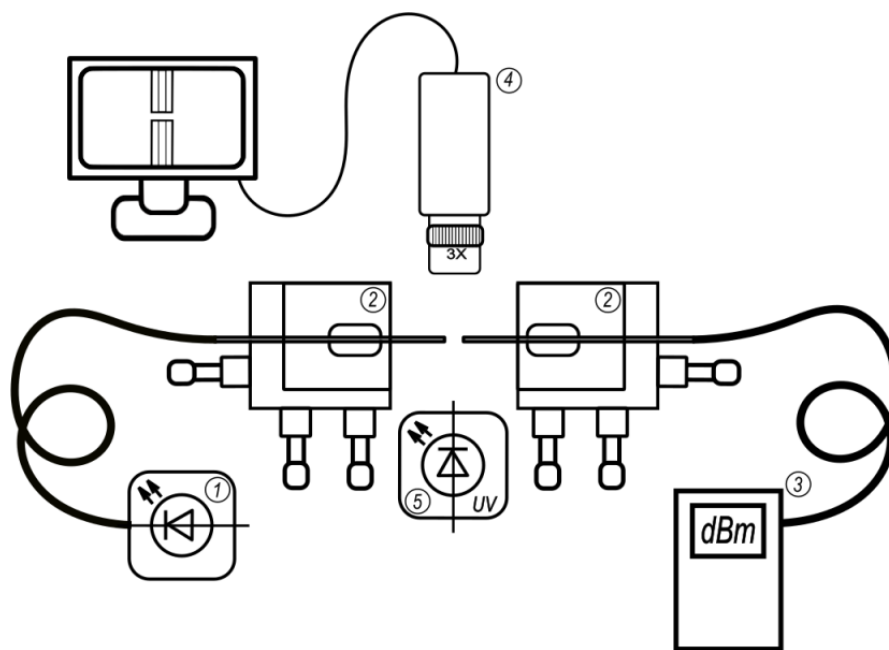
### **Введение**

В волоконно-оптической сенсорике особую популярность приобрели датчики на основе интерферометра Фабри-Перо ввиду простоты конструкции, компактности, высокой чувствительности и хорошей работоспособности при высоких температурах [1–3]. Поэтому использование подобного интерферометра в волоконно-оптических датчиках температуры очень перспективно, однако компоненты для формирования чувствительной части очень специфичны и имеют высокую стоимость. В данной работе мы предлагаем формировать интерферометр Фабри-Перо на торце оптического волокна из доступного фотополимерного материала, прозрачного в рабочем диапазоне применяемых длин волн.

### **Формирование чувствительной части**

В качестве материала для чувствительной части датчика температуры был использован фоточувствительный полимер, который прозрачен для видимого

света и ближнего ИК-диапазона. Процесс формирования датчика основан на технике формирования полимерного «моста» между торцов двух оптических волокон [4]. Подготовленные волокна укладываются в микропозиционеры напротив друг друга (рис. 1), под микроскопом и при помощи измерителя оптической мощности проводится точная юстировка оптических волокон, после чего на торец одного из волокон наносится капля из фотополимерного материала.



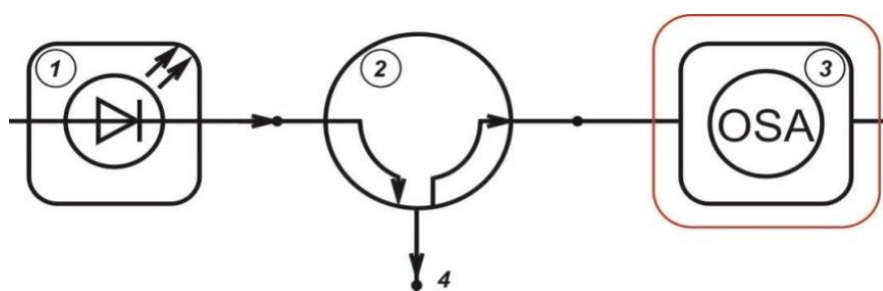
*Рис. 1. Общая схема формирования чувствительного элемента:  
1 – источник излучения (1550 нм), 2 – микропозиционеры с волокнами,  
3 – фотоприемник, 4 – микроскоп, подключенный к компьютеру,  
5 – источник УФ – излучения*

За счет смачиваемости торца оптического волокна и сил поверхностного натяжения формируется полимерный «мост» между торцами оптических волокон, после чего происходит процесс поэтапной полимеризации ультрафиолетовым источником FUWO (FUV-6L) и разведения волокон относительно друг друга вдоль продольной оси. Управление скоростью и дистанцией разведения, длительностью и мощностью излучения на каждом этапе позволяет контролировать длину, толщину и форму получаемой структуры. Скол полученного полимерного моста вблизи из одного из торцов обеспечивает формирование «столбика» с прямым торцом. Таким образом, две границы раздела сред: оптическое волокно – полимер и полимер – воздух в совокупности формируют интерферометр Фабри-Перо на торце волокна (рис. 2).

Для оценки работоспособности датчика была собрана установка (рис. 3) для получения спектра отражения, по которому можно было определить наличие интерференции.



*Рис. 2. Микрофотография датчика чувствительного элемента, сформированного из полимера основе оптического клея А545. Диаметр оптического волокна составляет 125 мкм*



*Рис. 3. Принципиальная схема измерения:  
1 – суперлюминесцентный волоконный источник, 2 – оптические циркулятор,  
3 – оптический анализатор спектра, 4 – чувствительный элемент*

### **Температурные испытания**

Датчик размещался внутри климатической камеры 60/150-80 КТХ, температура внутри климатической камеры линейно изменялась от 30 до 50°C с шагом в 5°C с выдержкой на каждой ступени в 5 минут при скорости нагрева 4°C/мин.

Согласно теоретической оценке конструкции оптоволоконных интерферометров Фабри - Перо [5], при изменении температуры форма спектра отражения сохраняется, а сам спектр смещается по длине волны. Полученные экспериментальные данные позволяют с высокой точностью определить смещение спектра отражения, а, следовательно, и действующую на чувствительный элемент температуру (рис. 4).

### **Заключение**

В результате исследования была разработана технология создания температурного датчика, чувствительный элемент которого представляет собой торцевой интерферометр Фабри-Перо из полимерной УФ-отверждаемой смолы, прозрачной для ближнего ИК-диапазона. Испытания показали, что с ростом температуры происходит сдвиг исходного спектра, который можно объяснить изменением длины интерферометра и показателя преломления полимера. Так же была определена чувствительность исследуемого датчика, которая

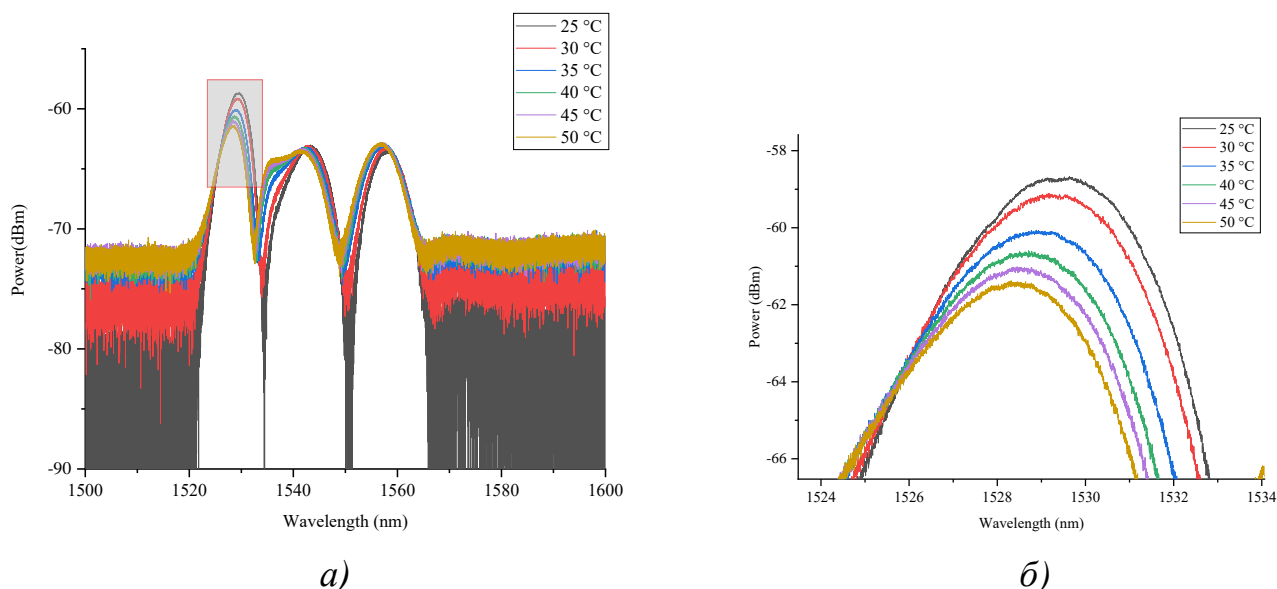


Рис. 4. а) Спектр отражения датчика температуры; б) фрагмент спектра

составляет  $\sim 44$  пм/°C и превышает чувствительность классических волоконно-оптических датчиков, составляющую порядка 10 пм/°C, чувствительный элемент которых базируется на кварцевом стекле. Поэтому использование такой волоконно-оптической структуры на торце волокна перспективно в медицине или биологии.

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования РФ №121101300016-2.

### Список литературы

1. Yang M., Peng J., Wang G., Dai J. Fiber optic sensors based on nano-films. In *Fiber Optic Sensors: Smart Sensors, Measurement and Instrumentation*. Springer International Publishing: Cham, 2017. Vol. 21. P. 1–30.
2. Chen Z., Xiong S., Gao S., Zhang H., Wan L., Huang X., Huang B., Feng Y., Liu W., Li Z. High-temperature sensor based on Fabry-Perot interferometer in microfiber tip // *Sensors*. 2018. Vol. 18 (1). 202.
3. Li J., Jia P., Fang G., Wang J., Qian J., Ren Q., Xiong J. Batch-producible all-silica fiber-optic Fabry-Perot pressure sensor for high-temperature applications up to 800°C // *Sensors and Actuators A: Physical*. 2022. Vol. 334. 113363.
4. Mohammed P. A., Wadsworth W. J. Long free standing polymer waveguides fabricated between single-mode optical fiber cores // *Journal of Lightwave Technology*. 2015. Vol. 33 (20). P. 4384–4389.
5. Hussein S. M. R. H., Sakhabutdinov A. Zh., Morozov O. G., Anfinogentov V. I., Tunakova J. A., Shagidullin A. R., Kuznetsov A. A., Lipatnikov K. A., Nasybullin A. R. Applicability limits of the end face fiber-optic gas concentration sensor, based on Fabry-Perot interferometer // *Karbala International Journal of Modern Science*. 2022. Vol. 8 (3). P. 339–355.

# МАГНИТООРИЕНТАЦИОННЫЙ ОТКЛИК ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА, ДОПИРОВАННОГО ГЁТИТОВЫМИ НАНОСТЕРЖНЯМИ

Е. А. Копытова, Д. А. Петров

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

На основе континуальной теории изучено влияние магнитного поля на ориентационную структуру суспензии гётитовых наностержней в нематическом жидком кристалле с отрицательной диамагнитной анизотропией. На примере безграничного образца показано, что магнитное поле индуцирует в жидкокристаллической суспензии ориентационные переходы типа Фредерикса, при которых пороговым образом меняется характер ориентационного сцепления молекул жидкого кристалла и примесных частиц.

**Ключевые слова:** жидкий кристалл; суспензия; ориентационные переходы; магнитное поле; гётит

## MAGNETO-ORIENTATIONAL RESPONSE OF LIQUID CRYSTAL DOPED WITH GOETHITE NANORODS

E. A. Kopytova, D. A. Petrov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

In the framework of continuum theory, the influence of a magnetic field on the orientational structure of suspension of goethite nanorods in a nematic liquid crystal with negative diamagnetic anisotropy is considered. It is shown that the magnetic field induces orientational Fréedericksz-like transitions in the unbounded sample of liquid-crystal suspension. During such transition, the character of the orientational coupling of liquid crystal molecules and impurity particles changes in a threshold manner.

**Keywords:** liquid crystal; suspension; orientational transitions; magnetic field; goethite

Исследование жидких кристаллов (ЖК) и композитов на их основе за последнее десятилетие стало актуальной темой в физике мягких конденсированных сред. Такие материалы удачно сочетают текучесть с анизотропией физических свойств, благодаря чему они нашли применение в различных технических приложениях: оптике, фотонике, телекоммуникационных устройствах, медицине и др [1]. Использование наноразмерных частиц в качестве допантов позволяет существенно изменить физические свойства ЖК-матриц, что открывает перспективы для создания новых технических устройств, которые используют в качестве рабочих сред ЖК. Гибридные материалы, состоящие из ЖК и различных примесных частиц обладают сложным магнитоориентационным откликом, который требует изучения и теоретического описания.

В настоящей работе исследуются индуцируемые магнитным полем ориентационные переходы в суспензии гётитовых наностержней в нематическом ЖК [2]. Отличительной особенностью таких частиц является то, что они обладают остаточным магнитным моментом наряду с отрицательной анизотропией диамагнитной восприимчивости. В слабых полях главные оси таких частиц ориентируются в направлении поля, а в достаточно сильных полях – ортогонально ему. Наличие конкурирующих ориентационных механизмов в ЖК-суспензиях гётитовых наночастиц приводит к интересному и неожиданному фазовому поведению, описанию которого и посвящена настоящая работа.

Будем рассматривать суспензию наностержней гётита на основе нематического ЖК с объёмными долями компонентов  $y_p$  и  $y_n = 1 - y_p$  соответственно. Считаем, что образец находится вдали от ориентирующих границ, тогда, согласно [3, 4] выражение для плотности свободной энергии  $F$  в рамках континуальной теории можно представить в следующем виде

$$F = F_m^n + F_m^p + F_{dip} + F_{coupl}, \quad (1)$$

$$F_m^n = -\frac{1}{2} y_n \mu_0 \chi_a^n (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})^2, \quad F_m^p = -\frac{1}{2} y_p \mu_0 \chi_a^p (\mathbf{H} \cdot \mathbf{m})^2,$$

$$F_{dip} = -\frac{\mu_0 \mu}{v_p} y_p (\mathbf{H} \cdot \mathbf{m}), \quad F_{coupl} = -\frac{W_p}{d} y_n y_p (\mathbf{n} \cdot \mathbf{m})^2.$$

Вклады  $F_m^n$  и  $F_m^p$  в (1) учитывают диамагнитные свойства ЖК-матрицы и примесных частиц соответственно, вклад  $F_{dip}$  учитывает энергию магнитных моментов частиц в магнитном поле, а слагаемое  $F_{coupl}$  позволяет учесть ориентационную связь директоров ЖК и частиц. Считаем, что анизотропии диамагнитной восприимчивости нематика  $\chi_a^n$  и гётитовых наностержней  $\chi_a^p$  являются отрицательными. В выражении (1) также введены обозначения:  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$  – директоры ЖК и гётитовых наностержней соответственно,  $v_p$  – объём частицы гётита,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума,  $\mu$  – величина магнитного момента частицы,  $W_p > 0$  – поверхностная плотность энергии сцепления молекул ЖК с поверхностью частиц;  $d$  – поперечный диаметр гётитового наностержня.

Направим магнитное поле вдоль оси  $x$  декартовой системы координат  $\mathbf{H} = (H, 0, 0)$ , тогда решения для директоров можно искать в следующем виде

$$\mathbf{n} = (\cos \Phi, \sin \Phi, 0), \quad \mathbf{m} = (\cos \Psi, \sin \Psi, 0), \quad (2)$$

где  $\Phi$  и  $\Psi$  – углы отклонения директоров ЖК и частиц от направления поля соответственно. Выбор системы координат схематически представлен на рис. 1.

Задачу удобно решать в безразмерном виде. Для этого определим параметры

$$H_0 = \frac{\mu}{v_p |\chi_a^p|}, \quad \gamma = \frac{y_n |\chi_a^n|}{y_p |\chi_a^p|}, \quad \sigma = \frac{W_p y_n |\chi_a^p| v_p^2}{d \mu_0 \mu^2} \quad (3)$$

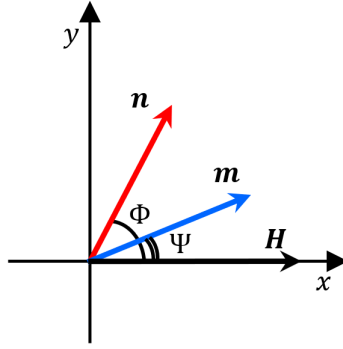


Рис. 1 Геометрия задачи

и безразмерное магнитное поле  $h = H/H_0$ . Величина  $H_0$  выбрана в качестве единицы напряженности магнитного поля. Параметр  $\Upsilon$  отвечает за то, какой из двух квадрупольных ориентационных механизмов преобладает в суспензии. При  $\Upsilon > 1$  преобладает механизм, связанный с ЖК-матрицей, а при  $\Upsilon < 1$  – с примесными частицами. Безразмерный параметр  $\sigma$  отвечает за интенсивность ориентационной связи директоров ЖК и гётитовых наночастиц.

После подстановки решений (2) в (1) безразмерная плотность свободной энергии  $\mathcal{F} = F/(\mu_0 \gamma_p |\chi_a^p| H_0^2)$  примет вид

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \Upsilon h^2 + \frac{1}{2} h^2 \cos^2 \Psi - h \cos \Psi - \sigma \cos^2(\Phi - \Psi). \quad (4)$$

Уравнения ориентационного равновесия суспензии могут быть получены из условия минимума плотности свободной энергии

$$\begin{aligned} \Upsilon h^2 \sin 2\Phi - 2\sigma \sin 2(\Phi - \Psi) &= 0, \\ h^2 \sin 2\Psi - 2h \sin \Psi + 2\sigma \sin 2(\Phi - \Psi) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Эта система уравнений допускает несколько тривиальных решений и одно нетривиальное решение, которые отвечают различным ориентационным фазам. Первое тривиальное решение отвечает планарной фазе (ПФ), в которой направления директоров ЖК и частиц совпадает с направлением магнитного поля ( $\Phi = 0, \Psi = 0$ ). Второе тривиальное решение отвечает гомеотропной фазе (ГФ), в которой директор ЖК направлен ортогонально полю, а директор частиц – параллельно ему ( $\Phi = \pi/2, \Psi = 0$ ). Нетривиальному решению отвечает угловая фаза (УФ), в которой угол между директорами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$  принимает значение от нуля до  $\pi/2$ . Схематически все три ориентационные фазы представлены на рис. 2.

Обсудим влияние магнитного поля на ориентационную структуру суспензии. В слабых полях магнитные моменты гётитовых наностержней стремятся ориентироваться в направлении поля, а силы ориентационного сцепления передают это упорядочение ЖК-матрице и тем самым суспензия будет находиться в ПФ (см. рис. 2а). С ростом поля эта фаза перестает быть устойчивой и из-за отрицательных диамагнитных анизотропий  $\chi_a^n$  и  $\chi_a^p$  директора ЖК и частиц будут стремиться ориентироваться ортогонально магнитному полю – произойдет переход типа Фредерикса в УФ (рис. 2б). При

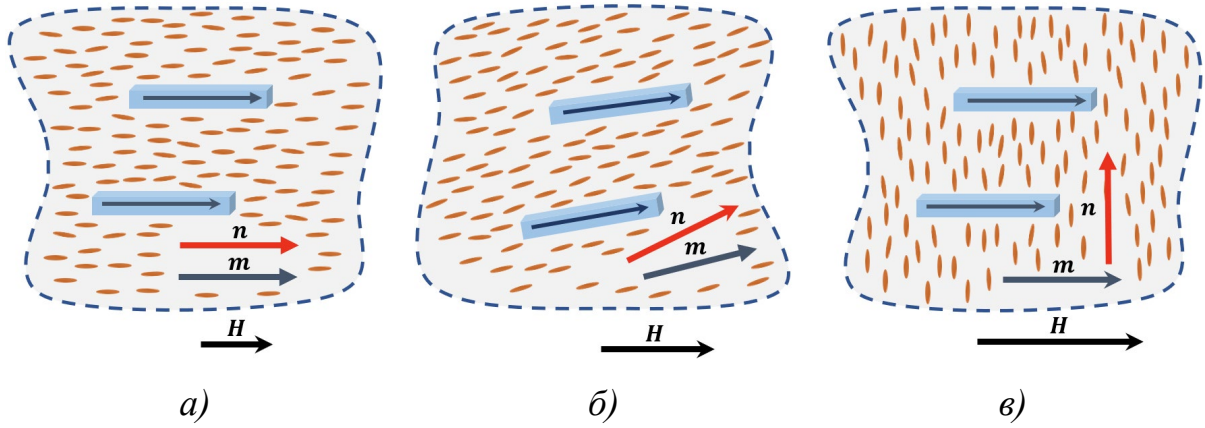


Рис. 2. Схематичное изображение суспензии в а) планарной (ПФ), б) угловой (УФ) и в) гомеотропной фазе (ГФ)

слабой ориентационной связи директоров ЖК и частиц (малые  $\sigma$ ) магнитное поле может расцепить директоры  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$ , тогда с ростом  $\mathbf{H}$  возможны еще два последовательных перехода УФ – ГФ и ГФ – УФ.

Определим пороговые поля  $h_c$  и  $h_r$  соответственно для переходов ПФ – УФ и УФ – ГФ. Следуя процедуре, описанной в [4], получим выражения

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{\gamma h_c^2 (h_c - 1)}{h_c (\gamma + 1) - 1}, \quad \sigma = \frac{1}{2} \frac{\gamma h_r^2 (1 - h_r)}{h_r (\gamma - 1) + 1}, \quad (6)$$

которые позволяют построить фазовую диаграмму суспензии (см. рис. 3).

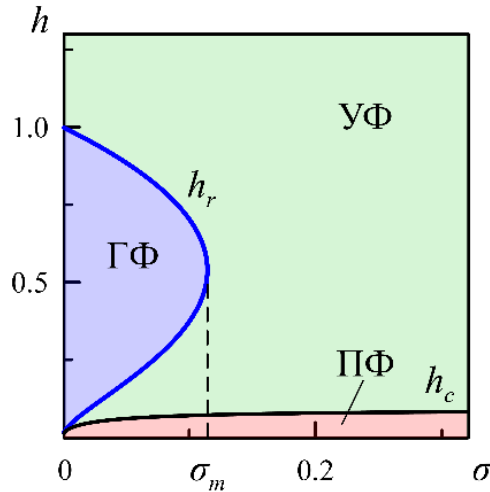


Рис. 3. Диаграмма ориентационных фаз суспензии на плоскости «магнитное поле – энергия сцепления» при  $\gamma = 10$

Как видно из рис. 3 существует критическое значение энергии сцепления

$$\sigma_m = \frac{\gamma (3\gamma - \sqrt{\gamma(\gamma + 8)}) (\gamma - 4 + \sqrt{\gamma(\gamma + 8)})^2}{32(\gamma - 1)^3 (\gamma + \sqrt{\gamma(\gamma + 8)})}, \quad (7)$$

выше которого перехода в ГФ с ростом магнитного поля не происходит и возможен лишь один переход типа Фредерикса ПФ – УФ. В случае  $\sigma < \sigma_m$



происходит целый каскад переходов ПФ – УФ – ГФ – УФ. Эти переходы сопровождаются пороговым изменением характера ориентационного сцепления молекул ЖК и гетитовых наностержней от планарного типа к гомеотропному.

### Список литературы

1. *De Gennes P. G., Prost J.* The Physics of Liquid Crystals. Clarendon Press, Oxford, 1993. 597 p.
2. *Burylov S., Petrov D., Lacková V. et al.* Ferromagnetic and antiferromagnetic liquid crystal suspensions: Experiment and theory // Journal of Molecular Liquids. 2021. Vol. 321. 114467.
3. *Zakhlevnykh A. N.* Threshold magnetic fields and Fréedericksz transition in a ferronematic // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2004. Vol. 269. P. 238–244.
4. *Petrov D. A.* Liquid-crystal composites of carbon nanotubes in a magnetic field: Bridging continuum theory and a molecular-statistical approach // Physical Review E. 2023. Vol. 107. 054701.

# ЛИНЕЙНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОКОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В НЕВЕСОМОСТИ

Т. А. Овчинников, Н. Н. Картавых

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В рамках маломодовой модели электроконвекции исследовано поведение слабопроводящей жидкости, подогреваемой снизу, в переменном гармоническом электрическом поле в условиях отсутствия гравитации. Обнаружены два типа отклика системы на внешнее воздействие: синхронные и квазипериодические колебания. Получены временные зависимости функции тока и их Фурье-спектры. Представлена структура течений в виде изолиний функции тока.

**Ключевые слова:** электроконвекция; слабопроводящая жидкость; гармоническое электрическое поле

## LINEAR INSTABILITY OF POORLY CONDUCTING LIQUID ELECTROCONVECTIVE FLOWS UNDER WEIGHTLESSNESS

T. A. Ovchinnikov, N. N. Kartavykh

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The behavior of a poorly conducting liquid is investigated using the electroconvection low-mode model. The liquid is heated from below in an alternating electric field under weightlessness. Two types of system response to external action are found: synchronous and quasi-periodic oscillations. Time dependences of the current function and their Fourier spectra are obtained. The flow structures are presented in the form of current function isolines.

**Keywords:** electroconvection; poorly conducting liquid; harmonic electric field

Электроконвекция представляет собой особый тип гидродинамических течений под воздействием электрического поля [1]. Управление движением жидкости с помощью электрических полей востребовано при создании различных устройств. В настоящей работе в линейном приближении исследовалась электроконвекция слабопроводящей жидкости в невесомости при учете только электрокондуктивного механизма неустойчивости [2]. В отличие от предыдущих исследований [3, 4], где принималось во внимание поле тяжести, в данной работе рассмотрен случай отсутствия гравитации.

Рассмотрим плоский горизонтальный слой неоднородно нагретой слабопроводящей несжимаемой вязкой жидкости, находящейся в невесомости и переменном электрическом поле, напряженность  $E(t)$  которого зависит от времени по гармоническому закону (рис. 1). Пластины конденсатора расположены в плоскостях  $z = 0, h$ , ( $h$  – толщина слоя) и нагреты до разной температуры  $T(0) = \theta$ ,  $T(h) = 0$ . Здесь  $T$  – температура, отчитываемая от некоторого среднего значения,  $\theta$  – характерная разность температур между границами слоя. Потенциал верхней границы примем  $\varphi(h) = 0$ , а потенциал на

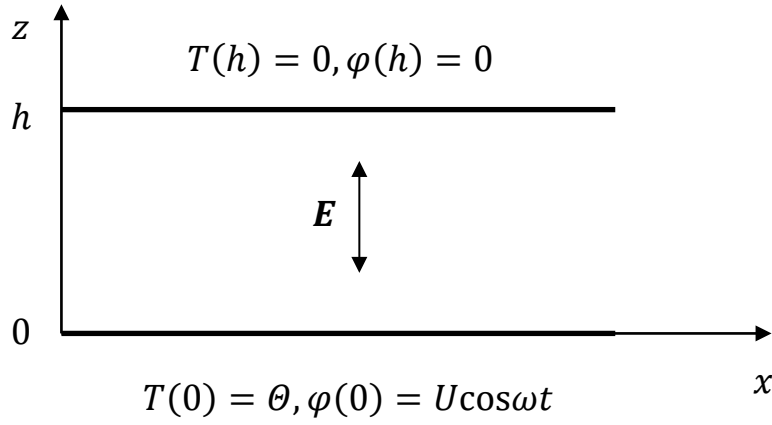


Рис. 1. Геометрия задачи

нижней границе гармонически изменяется со временем  $\varphi(0) = U \cos \omega t$ , где  $U$  – амплитуда напряжения,  $\omega$  и  $\nu$  – угловая и линейная частоты.

Эффективным подходом к описанию динамических систем является разложение полей системы по некоторому конечному набору базисных функций. Коэффициенты разложения (моды), зависящие от времени, находятся из системы алгебраических уравнений. Впервые такой подход предложен в [5], где фазовыми переменными являются амплитуды пространственных гармоник полей скорости и температуры. Для решения настоящей задачи использовалась маломодовая модель, включающая в себя амплитуды пространственных гармоник полей функции тока для скорости, температуры и плотности заряда [6]:

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= -Pr(X + eT \cos \omega t), \\
 \dot{Y} &= -Y + X, \\
 \dot{W} &= -dW + V, \\
 \dot{V} &= Pr(-dV + eS \cos \omega t / d), \\
 \dot{S} &= -gS - gY \cos \omega t, \\
 \dot{T} &= gT - gW \cos \omega t.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь

$$e = \frac{Ra_\sigma}{Ra_{\sigma 0}}, \quad Ra_{\sigma 0} = \frac{3\pi^4(1+k^2)^3}{8k^2}, \quad d = \frac{4+k^2}{1+k^2}, \quad g = \frac{Pr}{\pi^2(1+k^2)Pr_e},$$

$X, V$  – амплитуды пространственных гармоник функции тока;  $Y, W$  – амплитуды пространственных гармоник температуры,  $S, T$  – амплитуды пространственных гармоник плотности заряда,  $Pr$  – число Прандтля,  $Pr_e$  – электрическое число Прандтля,  $e$  – нормированное электрическое число Рэлея,  $Ra_\sigma$  – электрический аналог числа Рэлея,  $Ra_{\sigma 0}$ ,  $d$  – параметры системы,  $g$  – параметр, определяющий отношение времени релаксации тепловых возмущений и возмущений заряда,  $k$  – волновое число, характеризующее периодичность возмущений по горизонтали.

Динамическая линейаризованная система (1) является обобщением маломодовой модели Лоренца на случай электроконвекции слабопроводящей жидкости с электрокондуктивным механизмом зарядообразования в переменном электрическом поле в условии отсутствия гравитации.

Исследование динамики потоков в переменном электрическом поле проведено для таких слабопроводящих жидкостей, как конденсаторное и трансформаторное масло, а также кукурузное масло Мазола с характерными параметрами  $Pr = 400$ ,  $Pr_e = 30$  для случая нагрева снизу ( $\theta > 0$ ).

Нейтральная кривая на плоскости «волновое число  $k$  – безразмерный электрический параметр  $e$ » для периода внешнего электрического поля  $1/\nu = 6$  ( $\nu = 0.167$ ) изображена на рис. 2. Обнаружено два типа отклика системы: синхронные колебания (синяя линия на рис. 2) и квазипериодические возмущения (оранжевая линия на рис. 2).

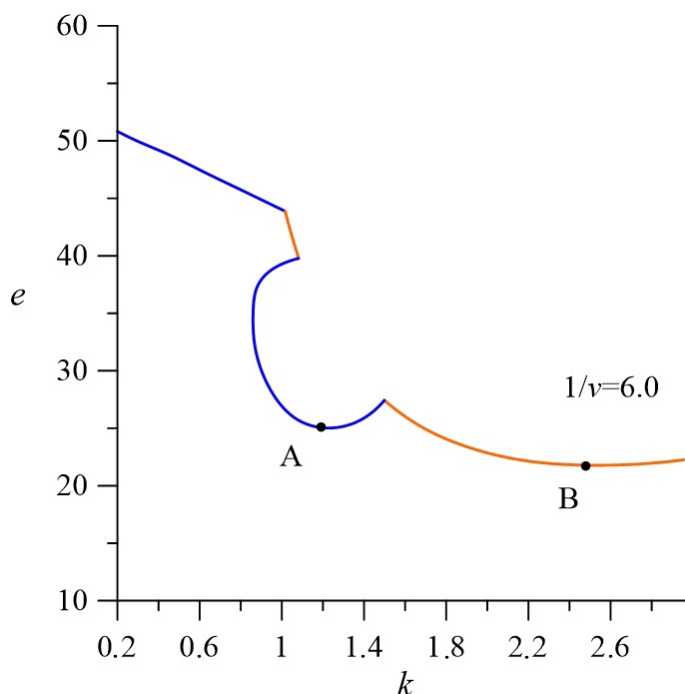
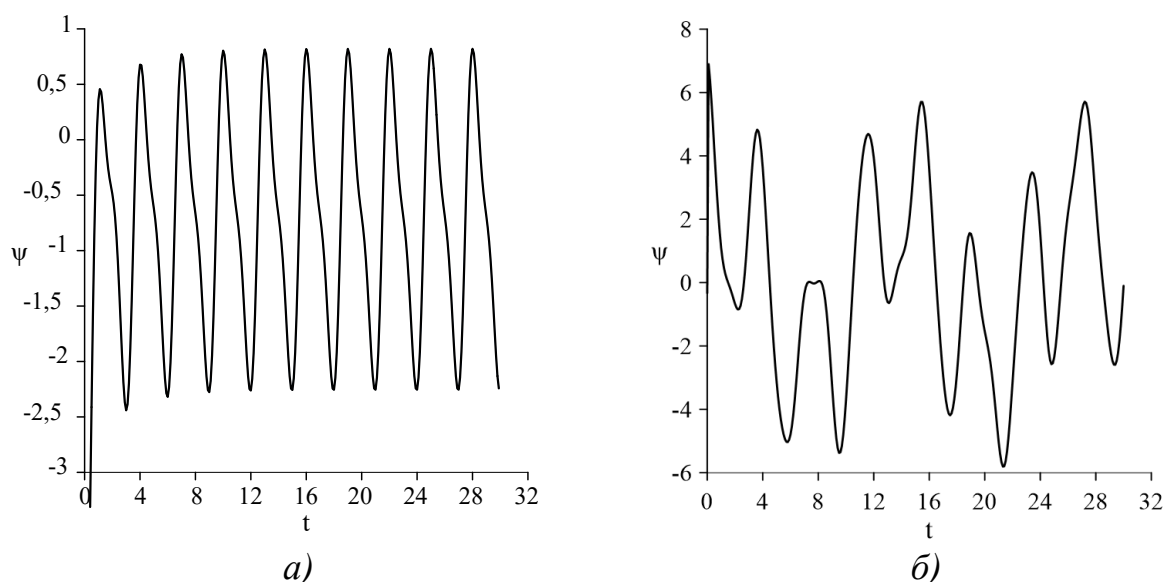
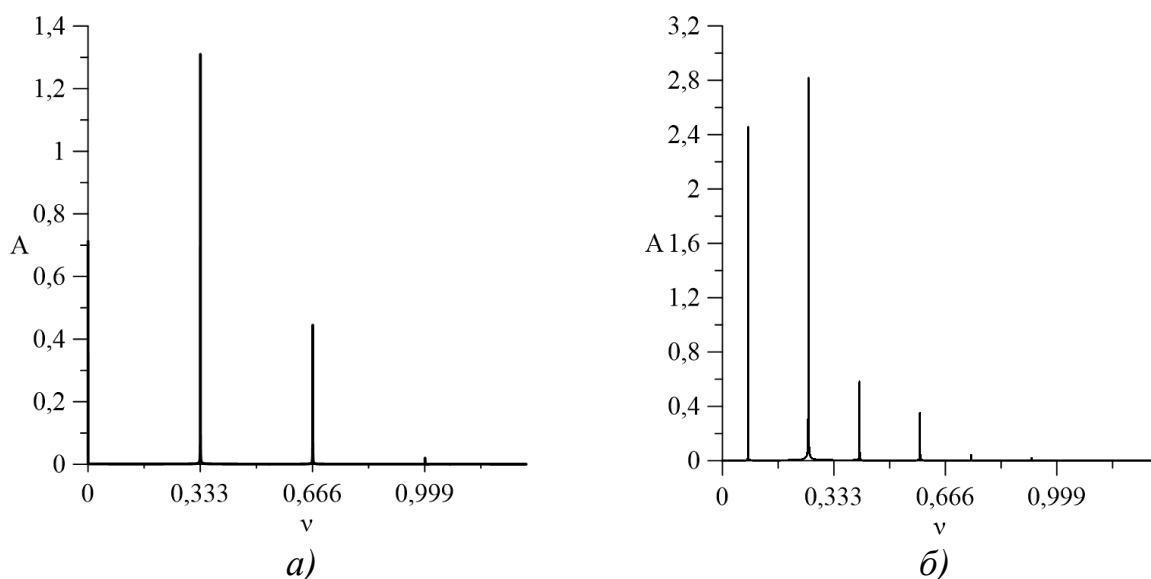


Рис. 2. Нейтральная кривая для периода внешнего электрического поля  $1/\nu = 1/6$  ( $\nu = 0.167$ ) на плоскости «волновое число  $k$  – безразмерный электрический параметр  $e$ ». Синяя линия отвечает синхронным колебаниям, оранжевая – квазипериодическим

Графики зависимости функции тока от времени (в точке с координатами  $x = 0.5$ ,  $z = 0.5$ ) представлены на рис. 3. При электрическом параметре  $e = 25.1$  и волновом числе  $k = 1.17$  (точка А на рис. 2) в системе реализуются синхронные колебания, а при параметрах  $e = 21.8$ ,  $k = 2.58$  (точка В на рис. 2) – квазипериодические возмущения. Фурье-спектр полученных временных зависимостей для синхронного отклика системы (рис. 4а) представляет собой набор, содержащий удвоенную внешнюю частоту  $\nu_{main} = 2\nu$  в качестве основной гармоник, а также ее четные комбинации.

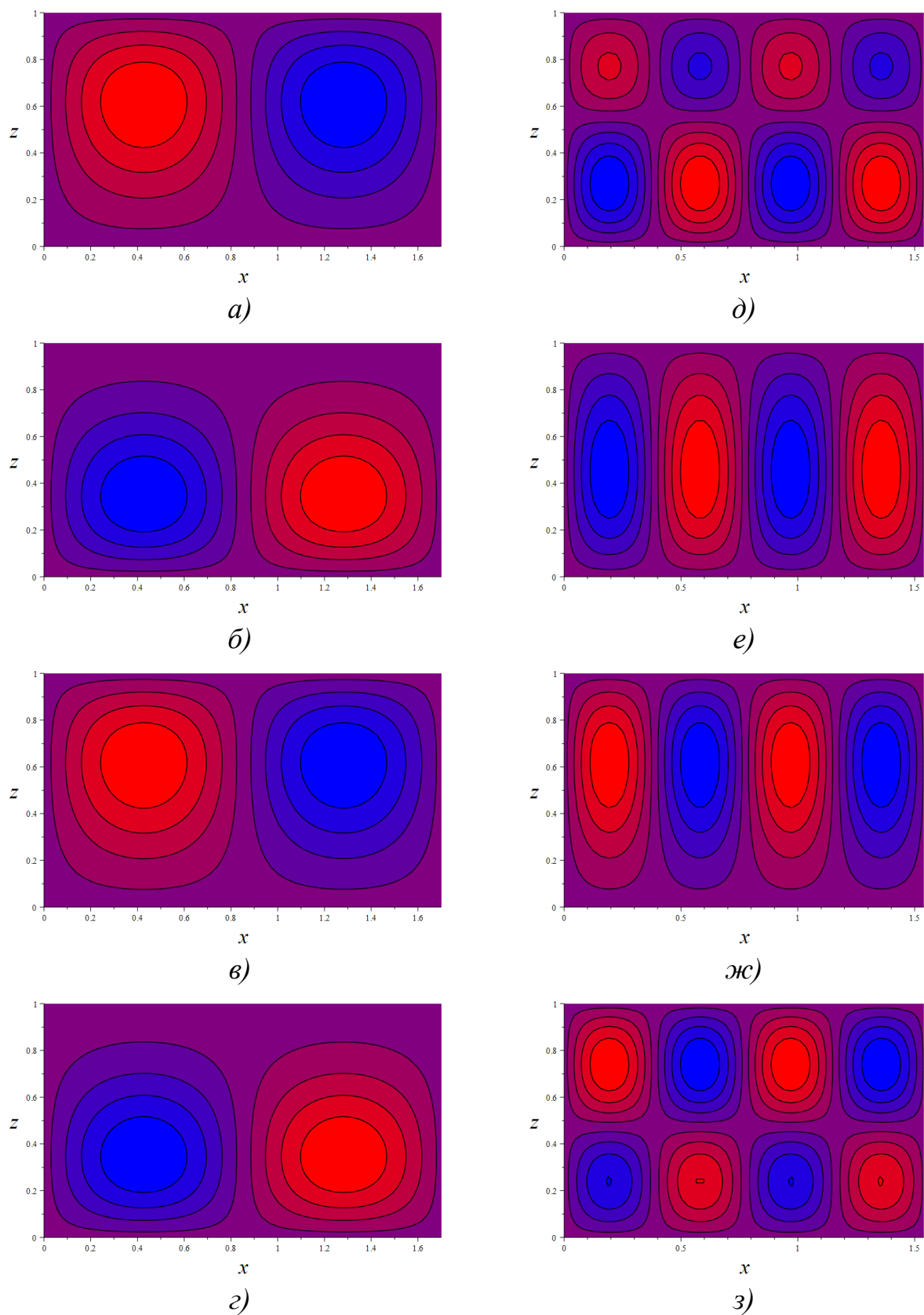


**Рис. 3.** График зависимости функции тока от времени  
(в точке с координатами  $x = 0.5$ ,  $z = 0.5$ ) при частоте  $\nu = 0.167$  ( $1/\nu = 6$ ):  
а) синхронный колебательный режим при  $e = 25.1$ ,  $k = 1.17$ ;  
б) квазипериодический колебательный режим при  $e = 21.8$ ,  $k = 2.58$



**Рис. 4.** Спектры Фурье отклика системы функции тока  
(в точке с координатами  $x = 0.5$ ,  $z = 0.5$ ) при частоте  $\nu = 0.167$  ( $1/\nu = 6$ ):  
а) синхронный колебательный режим при  $e = 25.1$ ,  $k = 1.17$ ;  
б) квазипериодический колебательный режим при  $e = 21.8$ ,  $k = 2.58$

В спектре возмущений для квазипериодического режима (рис. 4 б) наблюдаются несколько пиков. Первый пик слева имеет значение  $\nu_1 = 0.076$ , что в сумме со вторым пиком  $\nu_2 = 0.257$  дает удвоенную внешнюю частоту  $2\nu = \nu_1 + \nu_2$ . Все последующие частоты в спектре представляют собой линейную комбинацию первых двух частот:  $\nu_3 = 2\nu_1 + \nu_2 = 0.410$ ,  $\nu_4 = \nu_1 + 2\nu_2 = 0.590$ ,  $\nu_5 = 3\nu_1 + 2\nu_2 = 0.743$ ,  $\nu_6 = 2\nu_1 + 3\nu_2 = 0.915$ .



**Рис. 5.** Изолинии функции тока при  $\nu = 0.167$  ( $1/\nu = 6$ ) с шагом по времени  $1/(4\nu)$ : а–г) синхронный режим при  $e = 25.1$ ,  $k = 1.17$ ; д–з) квазипериодический режим при  $e = 21.8$ ,  $k = 2.58$

На рис. 5 приведены изолинии функции тока в различные моменты периода внешнего поля при обратной частоте  $1/\nu = 6$  ( $\nu = 0.167$ ) для двух типов колебаний: синхронных (точка А на рис. 2) и квазипериодических (точка В на рис. 2). Синим цветом обозначен вихрь с положительным направлением вращения (против часовой стрелки), красным цветом – с отрицательным направлением вращения (по часовой стрелке).

Для синхронного режима характерно конвективное течение, состоящее из двух вихрей. В начальный момент времени жидкость притягивается к верхней границе (рис. 5а). Через  $1/4$  периода внешнего поля центр конвективных валов смещается к нижней границе, и изменяется направление вращения конвективных валов (рис. 5б). В оставшуюся половину периода поведение жидкости повторяется (рис. 5в, г). Таким, образом, при синхронном отклике системы можно наблюдать изменения функции тока с частотой равной удвоенной частоте внешнего воздействия  $\nu_{main} = 2\nu$ , что соответствует рис. 3а и 4а.

Квазипериодический режим ( $e = 21.8$ ,  $k = 2.58$ , точка В на рис. 2) обладает более сложной структурой, имеет место четырехваликовая конвекция.

Таким образом, на границе устойчивости в электроконвективной системе при нагреве снизу в невесомости реализуются синхронные и квазипериодические колебательные режимы.

### Список литературы

1. *Остроумов Г. А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979. 320 с.
2. *Саранин В. А.* Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях. М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 332 с.
3. *Некрасов О. О., Картавых Н. Н.* Нелинейные колебания слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле в рамках маломодового приближения // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2024. Т. 165. Вып. 6. С. 848–856.
4. *Картавых Н. Н., Смородин Б. Л., Ильин В. А.* Параметрическая электроконвекция слабопроводящей жидкости в горизонтальном плоском конденсаторе // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2015. Т. 148. № 1(7). С. 178–189.
5. *Lorenz E. N.* Deterministic Nonperiodic Flow // Journal of the Atmospheric Science. 1963. Vol. 20. N. 2. P. 130–141.
6. *Ильин В. А., Смородин Б. Л.* Нелинейные режимы конвекции слабопроводящей жидкости // Письма в Журнал технической физики. 2007. Т. 33. № 8. С. 81–87.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РОЗЕНЦВЕЙГА МЕТОДОМ РЕШЕТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНА

И. В. Володин

Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе численно исследуется неустойчивость Розенцвейга методом решеточных уравнений Больцмана. Используется модификация алгоритма со многими временами релаксации. Для разрешения поверхности раздела используется метод фазового поля.

**Ключевые слова:** неустойчивость Розенцвейга; тонкая пленка; LBM; метод фазового поля

## ROZENZWEIG INSTABILITY SIMULATION BY LATTICE BOLTZMAN METHOD

I. V. Volodin

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this paper the Rosenzweig instability is investigated by the Lattice Boltzmann Method. A scheme with multi-relaxation time is used. The phase field method is used to resolve the interface.

**Keywords:** Rozenzweig instability; thin film; LBM; phase-field method

Рассматривается бесконечная в горизонтальном направлении тонкая пленка магнитной жидкости на немагнитной твердой подложке в постоянном магнитном поле с напряженностью  $\mathbf{H}(0, H_0)$  (рис. 1). Поверхность пленки – свободная, над ней находится невесомый газ, который не влияет на движение свободной границы. Внутри феррожидкости отсутствуют свободные электрические заряды, магнитные частицы распределены равномерно, а сама среда считается вязкой и несжимаемой. Изменением температуры пренебрегаем.

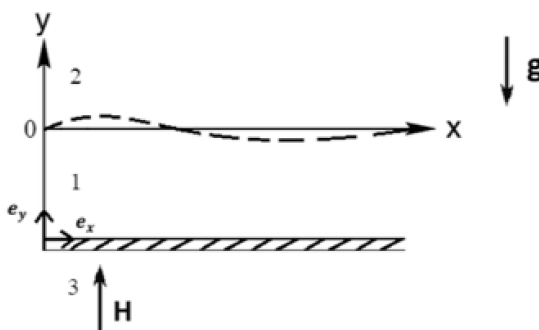


Рис. 1. Геометрия задачи



В такой системе, как известно, достаточно большая амплитуда магнитного поля вызывает спонтанную деформацию плоской поверхности раздела – возникает неустойчивость Розенцвейга [1].

Моделирование такой эволюционной задачи, основанной на решении уравнений Навье-Стокса и Максвелла совместно с уравнением Юнга-Лапласа, представляет большую сложность. Первые численные исследования неустойчивости Розенцвейга в полной постановке и их сравнение с экспериментами появились относительно недавно [2, 3].

В данной работе используется численный алгоритм, основанный на кинетическом уравнении Больцмана (Lattice Boltzmann Method – LBM). Подробное описание метода и обоснование его применения в классических и относительно простых сплошнородных системах можно найти в [4].

В рамках LBM существует несколько возможностей учета взаимодействия гравитационных, капиллярных и магнитных сил. В представленной работе используется метод решеточных уравнений Больцмана, основанный на методе фазового поля [5].

В основе идеи модифицированного алгоритма лежит использование трех наборов функции распределения. Под набором понимается функция распределения, для которой решается эволюционное уравнение и равновесная функция распределения. Первый набор функций распределения ( $f, f^{eq}$ ) отвечает за расчет скорости и давления. Второй набор ( $g, g^{eq}$ ) отвечает за эволюцию массовой плотности фазы в узле и величину сил поверхностного натяжения. Третий набор ( $h, h^{eq}$ ) позволяет найти распределение вектора напряженности магнитного поля.

Для рассмотрения разных скоростей диссипации энергии используется схема со многими временами релаксации (multi-relaxation time – MRT). Для каждого набора функций распределения вводится собственный вектор времен релаксации  $S^f, S^g, S^h$ , где верхний индекс означает принадлежность к соответствующему набору.

Уравнения эволюции для функций распределения имеют следующий вид:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - (M^{-1} S^f M)_{ik} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + \left[ M^{-1} \left( I - \frac{S^f}{2} \right) M \right]_{ik} F_k \Delta t, \quad (1)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - (M^{-1} S^g M)_{ik} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)], \quad (2)$$

$$h_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = h_i(\mathbf{x}, t) - (M^{-1} S^h M)_{ik} [h_i(\mathbf{x}, t) - h_i^{eq}(\mathbf{x}, t)], \quad (3)$$

где  $F_k$  – источниковое слагаемое, в которое входят объемные ( $\mathbf{f}_b$ ), магнитные ( $\mathbf{f}_m$ ) и силы поверхностного натяжения ( $\mathbf{f}_s$ ),  $M$  и  $M^{-1}$  – матрицы перехода.

Макроскопические поля скорости  $\mathbf{v}$  и давления  $p$  находятся по формулам:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\rho c_s^2} \sum_{i=1}^N \mathbf{c}_i f_i + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{f}_s + \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_b), \quad (4)$$

$$p(x, t) = \sum_{i=1}^N f_i + \frac{\Delta t}{2} c_s^2 \mathbf{v} \cdot (\nabla \rho). \quad (5)$$

Параметр порядка  $\varphi$ , через которые определяются поля плотности  $\rho$  и магнитной проницаемости  $\mu$ , есть первый момент функции  $g(x, t)$ , поэтому:

$$\varphi(x, t) = \sum_{i=1}^N g_i, \quad (6)$$

$$\rho(x, t) = \rho_1 + \varphi(\rho_2 - \rho_1), \quad (7)$$

$$\mu(x, t) = \mu_1 + \varphi(\mu_2 - \mu_1), \quad (8)$$

где нижними индексами обозначены среды 1 и 2.

Напряженность магнитного поля выражается через функцию распределения  $h$ :

$$\mathbf{H}(x, t) = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{c}_i h_i}{\tau_h c_s^2 \Delta t}. \quad (9)$$

Рассмотрим применение вышеизложенного метода к моделированию поставленной задачи. Задача решалась на сетке 400x80, на боковых границах поставлены периодические граничные условия, на нижних границах – условия прилипания. Начальному распределению соответствует плоская граница раздела, нулевое значение обеих компонент скорости во всех узлах. Значение вертикальной компоненты магнитного поля в безразмерных единицах  $H_0 = 6$ .

Мгновенные распределения поля плотности и модуля напряженности магнитного поля представлены на рис. 2–3.

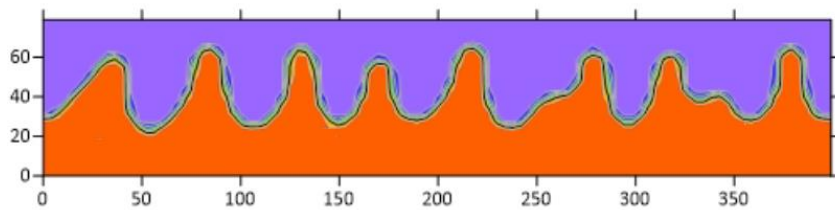


Рис. 2. Распределение поля плотности

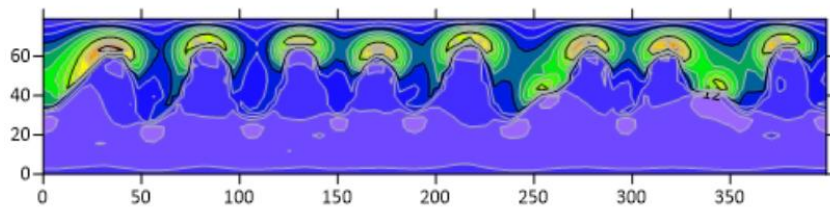


Рис. 3. Распределение модуля напряженности магнитного поля

Таким образом, при помощи модификации метода решеточных уравнений Больцмана методом фазового поля со многими временами релаксации была смоделирована неустойчивость Розенцвейга.

В дальнейшем планируется использовать данный численный алгоритм для динамической стабилизации профиля поверхности раздела при помощи наложения вертикального вибрационного воздействия.

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 124021600038-9.

### Список литературы

1. *Cowley M. D., Rosensweig R. E.* The interfacial stability of a ferromagnetic fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 1967. Vol. 30 (4). P. 671–688.
2. *Matthies G., Tobiska L.* Numerical simulation of normal-field instability in the static and dynamic case // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2005. Vol. 289. P. 346–349.
3. *Gollwitzer C., Matthies G., Richter R., Rehberg I., Tobiska L.* The surface topography of a magnetic fluid – a quantitative comparison between experiment and numerical simulation // *Journal of Fluid Mechanics*. 2007. Vol. 571. P. 455–474.
4. *Krüger T., Kusumaatmaja H., Kuzmin A., Shardt O., Silva G., Viggen E.* *The Lattice Boltzmann Method*. Springer, 2017. 718 p.
5. *Hu Y., Li D., Niu X.* Phase-field-based lattice Boltzmann model for multiphase ferrofluid flows // *Physical Review E*. 2018. Vol. 98. 033301.

# **ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИФФУЗИИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К МАССОПЕРЕНОСУ ПАРОВ КРЕМНИЯ В ХОДЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

В. А. Демин, Т. В. Демина, В. Э. Зинунова

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Представлено точное решение стационарного нелинейного уравнения диффузии, описывающее перенос паров кремния в условиях фильтрации через разреженный остаточный газ в ходе высокотемпературного силицирования пористых углеродных матриц. Ранее уже были получены точные решения этого уравнения в задачах с декартовой и цилиндрической симметрией. В настоящем исследовании найдено аналитическое решение задачи для системы со сферической симметрией. Показано, что граничные условия типа Дирихле на зеркале расплава и образце приводят к распределению паров кремния, согласно которому концентрация паров в реторте описывается логарифмическим законом.

**Ключевые слова:** силицирование; конвективно-диффузионный перенос; точное решение

## **ANALYTICAL SOLUTION OF ONE NONLINEAR DIFFUSION EQUATION WITH REFERENCE TO THE MASS TRANSFER OF SILICON VAPOUR DURING HIGH-TEMPERATURE SILICONIZING OF A CARBON MATERIAL**

V. A. Demin, T. V. Demina, V. E. Zinurova

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

An exact solution of the stationary nonlinear diffusion equation describing the transfer of silicon vapor under filtration conditions through a rarefied residual gas during high-temperature siliconizing of porous carbon matrices is presented. Previously, exact solutions of this equation were obtained in problems with Cartesian and cylindrical symmetry. In the present study, an analytical solution of the problem for a system with spherical symmetry is found. It is shown that the boundary conditions of the Dirichlet type on the melt surface and on the sample lead to a distribution of silicon vapor, according to which the vapour concentration in the retort is described by a logarithmic law.

**Keywords:** silicification; convective and diffusion transfer; analytical solution

### **Введение**

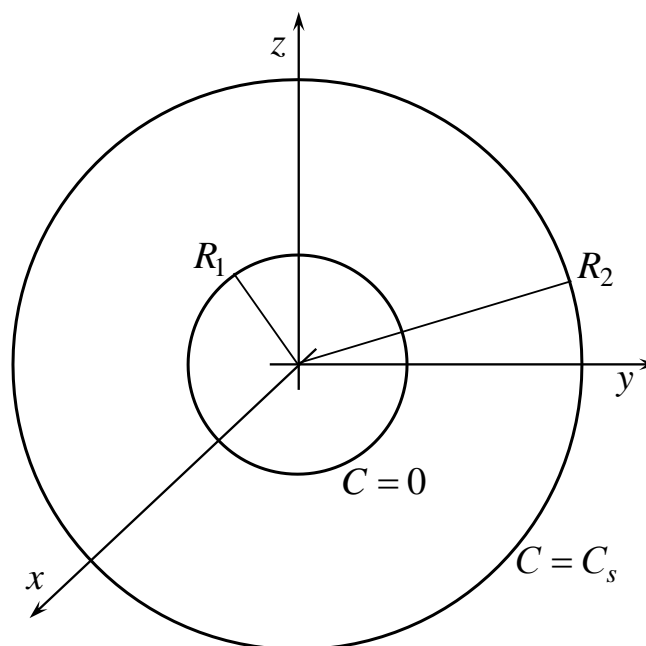
Ранее в работах [1, 2] было получено нелинейное дифференциальное уравнение диффузии, описывающее массоперенос кремния в условиях среднего вакуума от расплава к пористому углеродному образцу. Было показано, что данное уравнение нелинейной диффузии позволяет объяснить аномально сильный массоперенос кремния в реторте, в то время как классическое уравнение диффузии не позволяло это сделать. В этих же работах были получены точные

стационарные одномерные решения нового уравнения применительно к геометрии с плоской и цилиндрической симметрией.

Неожиданным оказалось то, что физическая система с цилиндрической симметрией в случае граничных условий типа Дирихле допускает точное решение в виде аналитической функции. Оказалось, что она имеет вид суперлогарифмической зависимости. В частности, это существенно отличает полученное распределение кремния в реторте от структуры цилиндрической акустической волны, физические характеристики которой описываются в терминах только специальных (бесселевых) функций.

### Постановка задачи

Максимально упрощенная физико-математическая модель рассматриваемого технологического процесса схематически представлена на рис. 1. Геометрия задачи представляет собой две концентрические сферические поверхности, одна из которых, радиусом  $R_1$ , представляет собой изделие, полностью поглощающее газообразный кремний, а вторая, имеющая радиус  $R_2$ , – это расплав, генерирующий пары кремния.



**Рис. 1.** Схематическая постановка задачи

Реальный процесс паровфазного силицирования протекает в условиях среднего вакуума при давлении несущего газа порядка 100 Па. Пусть роль несущего газа играет аргон. Процесс осуществляется при высокой температуре, превышающей точку плавления кремния ( $T > 1700$  К), что обеспечивает интенсивное испарение с поверхности расплава. Предполагается, что пары кремния генерируются на внешней поверхности сферической оболочки и полностью поглощаются изделием на внутренней границе. В модели за основу берется предположение, согласно которому кремний просачивается через более тяжелые атомы разреженного аргона от расплава к изделию, не

перераспределяя несущий газ. Пар участвует в фильтрационном движении к центру системы за счет градиента давления, формирующегося в результате интенсивного парообразования газообразного кремния на внешней границе.

При описании массопереноса газообразного кремния от зеркала расплава к изделию будем использовать нелинейное уравнение диффузии в частных производных, которое было впервые получено и опробовано в работе [1]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - D_c (\nabla C)^2 = D \Delta C. \quad (1)$$

Здесь  $C$  – массовая концентрации паров кремния,  $D$  – коэффициент диффузии [ $\text{м}^2/\text{с}$ ],  $D_c$  – размерный параметр конвективного транспорта [ $\text{м}^2/\text{с}$ ]:

$$D_c = \frac{\kappa R T \rho_k}{\eta \mu_k}. \quad (2)$$

В этот новый параметр (2) входят следующие величины:  $T$  – абсолютная температура,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\eta$  – динамическая вязкость разреженного газа, значение которой может быть определено с помощью известных формул молекулярно-кинетической теории. Также в формулу входят  $\rho_k$  – плотность паров кремния,  $\mu_k$  – молярная масса кремния,  $\kappa$  – проницаемость аргона как несущей среды. Помимо чисто диффузионного в уравнении (1) учитывается дополнительный конвективный механизм транспорта (член в уравнении, квадратичный градиенту концентрации).

Будем искать стационарное решение этого уравнения в сферических координатах с учетом центральной симметрии и с граничными условиями:

$$-\left(\frac{dC}{dr}\right)^2 = \frac{\psi}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC}{dr} \right); \quad (3)$$

$$r = R_1: C = 0, \quad r = R_2: C = C_n, \quad (4)$$

где введено обозначение  $\psi = D/D_c$ ,  $C_n$  – концентрация насыщенного пара на поверхности расплава. На внутренней сфере происходит полное поглощение, поэтому там концентрация равна нулю.

Интегрирование краевой задачи (3), (4) дает специфическое логарифмическое решение в виде

$$C(r) = \frac{1}{\psi} \ln \left( \frac{(ar + \psi) R_1}{r(a R_1 + \psi)} \right). \quad (5)$$

где константа  $a$  определяется соотношением:

$$a = \frac{\psi}{R_2 R_1} \left( \frac{R_1 - R_2 e^{C_n \psi}}{e^{C_n \psi} - 1} \right).$$

Видно, что в интервале от  $R_1$  до  $R_2$  решение, как и в случае плоской геометрии, представляет собой выпуклую функцию, которая описывает распределение концентрации, характеризующееся крайне высоким градиентом

концентрации паров при  $r = R_1$ , т.е. на входе в изделие. Оценки показывают, что этот градиент концентрации обеспечивает интенсивный массоперенос кремния, достаточный для насыщения пор углеродной матрицы за разумное время, которое хорошо согласуется с опытом. Эта зависимость сильно отличается по своей структуре от аналогичного решения, полученного ранее на основе чисто диффузионной модели [3]. Упрощенная модель [3] в прямоугольной системе координат приводила к линейной зависимости концентрации от координаты и давала на порядок меньшее значение массопотока, т.е. она оказалась несостоятельной в плане предсказания времени силицирования углеродных преформ.

### Заключение

Таким образом, предлагаемое в работе уравнение нелинейной диффузии имеет точные аналитические решения одномерных стационарных задач в декартовой, цилиндрической и сферической постановках в случае наложения простейших граничных условий типа Дирихле. Во всех трех случаях решения ведут себя качественно одинаково: кремний в условиях среднего вакуума стремится занять практически все пространство в реторте за исключением тонкого слоя вблизи поверхности образца. Иными словами, поднос кремния осуществляется чрезвычайно интенсивно, обеспечивая должным образом процесс силицирования изделия.

### Список литературы

1. Демин В. А., Демина Т. В., Марышев Б. С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 48–55.
2. Демин В. А., Демина Т. В. Точное решение задачи о распределении паров кремния в реторте в ходе высокотемпературного силицирования углеродных матриц // LIII Всероссийский симпозиум по механике и процессам управления: сборник научных трудов. Миасс, Российская Федерация, 2023. С. 21–24.
3. Кулик В. И., Кулик А. В., Рамм М. С., Демин С. Е. Разработка модели и численное исследование процессов получения композитов с SiC матрицей методом парофазного силицирования // IV Международная конференция «Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества»: сборник материалов конференции. Суздаль, Российская Федерация, 2012. С. 240–242.

# ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В РЕТОРТЕ НА ПЕРЕНОС ПАРОВ КРЕМНИЯ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ

В. А. Демин<sup>a</sup>, В. Э. Зинурова<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Рассматривается модифицированная физико-математическая модель высокотемпературного переноса паров кремния в разреженной несущей среде в условиях среднего вакуума от горизонтального зеркала расплава до поверхности поглощающего углеродного волокна искусственного происхождения. Решается задача о влиянии температурного фактора на массоперенос паров кремния в реторте.

**Ключевые слова:** углеродное волокно; пары кремния; диффузионный транспорт; средний вакуум

## THE INFLUENCE OF TEMPERATURE FIELD INHOMOGENEITY ON THE SILICON VAPOR TRANSFER IN A RETORT UNDER CONDITIONS OF HIGH-TEMPERATURE SILICONIZING

V. A. Demin<sup>a</sup>, V. E. Zinurova<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The modified physical and mathematical model of high-temperature transport of silicon vapor in a rare carrier gas under medium vacuum conditions from a horizontal melt mirror to the surface of an absorbing carbon fiber of artificial origin is considered. The problem of investigation of the temperature factor influence on the mass transfer of silicon vapor is solved.

**Keywords:** carbon fiber; silicon vapor; diffusive transport; moderate vacuum

### Введение

В работе рассматривается процесс переноса паров кремния в разреженной газообразной среде от плоского горизонтального зеркала расплава к поверхности изделия (рис. 1). В качестве несущей среды выступает инертный газ – аргон. Температуру правой границы реторты будем считать равной  $T_2$ . Пары кремния генерируются на зеркале расплава (2) и переносятся за счет диффузии через атомы несущего газа. Считается, что происходит полное поглощение кремния на левой границе при температуре  $T_1$ . Изделие (1) располагается в реторте вертикально и перпендикулярно зеркалу расплава.



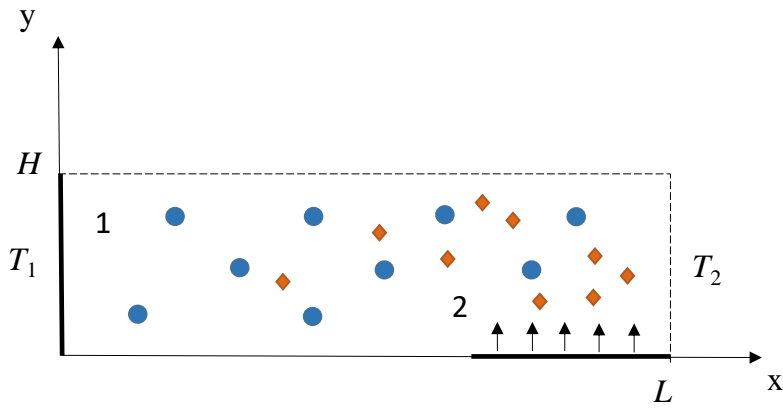


Рис. 1. Конфигурация задачи и система координат: кружки – атомы аргона, ромбики – атомы кремния; 1 – поверхность образца, 2 – зеркало расплава

Основное уравнение, описывающее данный процесс, имеет вид [1]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\kappa \rho_k R}{\eta \mu_k} \left( T(\nabla C)^2 + C \nabla T \cdot \nabla C \right) = D \Delta C.$$

Здесь  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $C$  – массовая концентрация кремния,  $T$  – поле температуры,  $D$  – коэффициент диффузии,  $\eta$  – динамическая вязкость несущего газа,  $\rho_k$ ,  $\mu_k$  – плотность в газовом состоянии и молярная масса кремния.

Вычислим насколько необходимо переохладить изделие, чтобы на нем шел процесс конденсации кремния. Границу между двумя фазами (паром и жидкостью) определяет уравнение Клапейрона – Клаузиуса [2, 3]:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_1 - v_2)}, \quad (1)$$

здесь  $q$  – удельная теплота фазового перехода,  $v_1$  и  $v_2$  – соответственно, объемы, занимаемые паром и жидкостью единичной массы.

Заметим, что  $v_1 \gg v_2$ , в результате уравнение (1) может быть упрощено до вида:

$$\frac{dT}{dP} = \frac{vT}{q},$$

индекс, соответствующий удельному объему пара  $v$ , в дальнейшем опустим.

Состояние газа описывается уравнением Менделеева – Клапейрона, из которого можно выразить удельный объем через давление и температуру пара:

$$\frac{Pv}{T} = \frac{R}{\mu}, \quad v = \frac{RT}{\eta P},$$

здесь  $P$  – давление газа [Па],  $T$  – температура [К],  $\mu$  – молярная масса [кг/Моль],  $v$  – объем приходящийся на единицу массы [м<sup>3</sup>/кг].

Кривая фазового перехода схематично представлена на рис. 2. Будем считать, что реальные условия для паров кремния в ходе силицирования

недалеки от состояния насыщения. Тем не менее, чтобы прийти в пересыщенное состояние необходимо понизить температуру изделия. Так как в действительности пар не является насыщенным, его давление равно  $\varphi P_1$ , где  $\varphi$  – степень относительного насыщения пара. При понижении температуры, давление пара автоматически тоже понижается до значения  $P_2$ . Объем и масса газа остаются прежними, поэтому имеем по факту изохорный процесс [4].

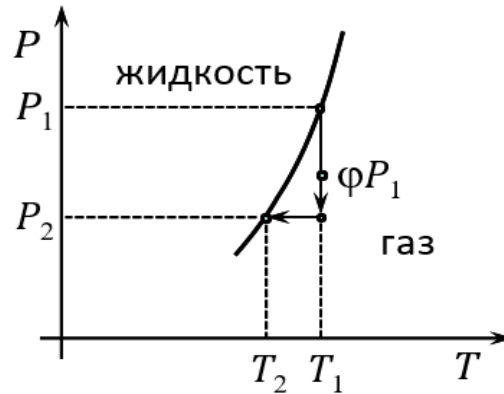


Рис. 2. Фазовые состояния на диаграмме  $P - T$

Для простоты рассуждений заменим производную в уравнении Клапейрона – Клаузиуса конечными разностями, исключив удельный объем с помощью уравнения Менделеева – Клепейрона:

$$\frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1} = \frac{\nu T_1}{q} : \quad \frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1} = \frac{T_1^2}{q\mu P_1}.$$

Учтем, что  $P_2 = \varphi P_1 T_2 / T_1$ , тогда

$$T_2 - T_1 = \frac{RT_1^2(\varphi - 1)}{\mu q - RT_1\varphi}. \quad (2)$$

Видно, что разность температур отрицательна, что указывает на необходимость понижения температуры изделия по сравнению с температурой газа. В дальнейшем будем предполагать, что распределение температуры в реторте зависит от координаты по линейному закону:

$$T = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1.$$

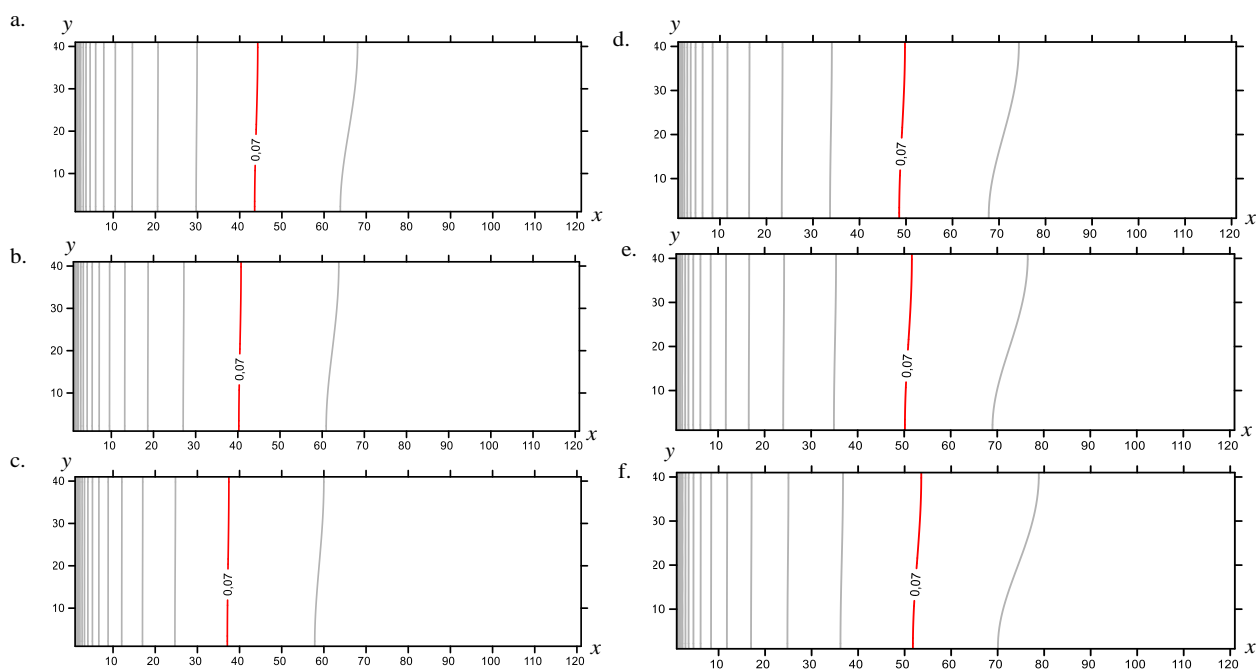
Зависимостью интенсивности испарения от температуры пренебрежём, т.е. разность температур влияет только на массоперенос.

### Результаты расчетов

Было произведено численное решение двумерной задачи с помощью метода конечных разностей. Поскольку температура плавления кремния составляет  $T_{пл} = 1688$  К, то температуры расплава  $T_2$  и образца  $T_1$  соответственно менялись в интервале  $1770 \div 2070$  К. Число узлов в сетке принималось  $N_x = 121$  и  $N_y = 41$ .

Ширина и длина расчетной области составили 0.4 м и 1.2 м соответственно. Компьютерный код был реализован на языке программирования FORTRAN-90.

Были построены изолинии концентрации кремния, которые свидетельствуют об укрупнении концентрационного фронта с течением времени (рис. 3). Правый столбик иллюстрирует вариант, когда температура изделия  $T_1$  превышала температуру расплава  $T_2$ , а левый столбик соответствует обратной ситуации, когда температура образца была  $T_1$  меньше. Разность температур составляла 100 К, 200 К и 300 К, соответственно.



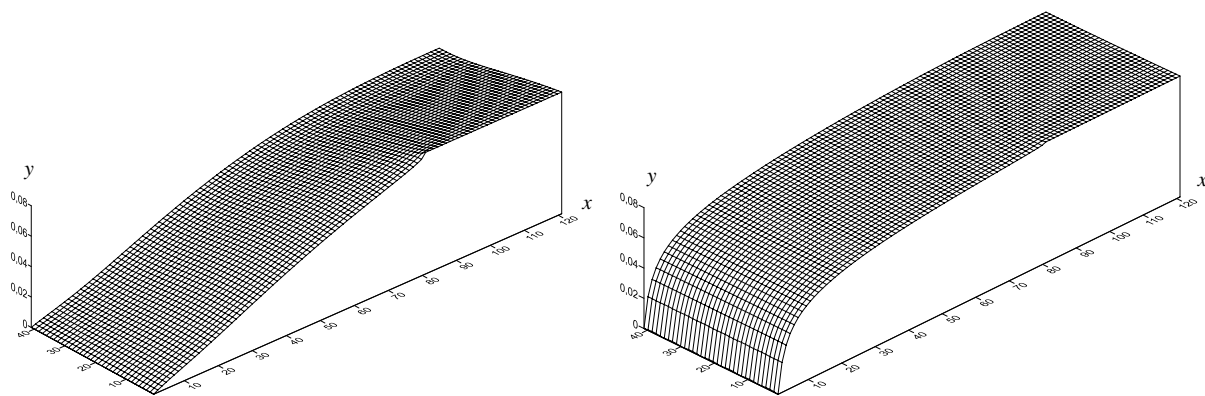
*Рис. 3. Семейство изолиний распределения концентрации паров кремния для двух случаев: справа изделие перегрето по отношению к зеркалу расплава, слева расплав горячее изделия при  $t=0,5$  с. Разность температур в стационарном состоянии составила: (a, d) – 100 К, (b, e) – 200 К, (c, f) – 300 К*

Проследив за изолинией красного цвета, можно сделать вывод, что для осуществления более интенсивного массопереноса от зеркала расплава к изделию необходимо понижение температуры изделия по сравнению с температурой газа, что согласуется с формулой (2).

Также были построены профили концентрации паров кремния в реторте в моменты времени  $t = 0,05$  с и  $t = 1$  с. Расчеты показывают, что установление распределения концентрации происходит также быстро, как в однородных по температуре условиях (рис. 4). Тем не менее, перегрев расплава по отношению к изделию приводит к небольшому усилению массопотока к образцу.

### Заключение

Выполнено теоретическое исследование влияния неоднородности температурного поля на перенос газообразного кремния от зеркала расплава к изделию при реализации технологического процесса высокотемпературного



*Рис. 4. Профиль концентрации в реторте, слева для времени  $t=0,05$  с, справа для времени  $t=1$  с*

силицирования в условиях среднего вакуума. Был рассмотрен процесс переноса паров кремния в разреженной газообразной среде от плоского горизонтального зеркала расплава к поверхности изделия. Произведено численное решение двумерной задачи, построены поля концентрации в реторте.

Расчеты для разных разностей температур показывают слабую зависимость от этого фактора. Таким образом двумерное численное моделирование подтвердило результаты одномерных расчетов, которые были выполнены ранее.

Работа выполнена в рамках бюджетной темы ИМСС УрО РАН № 124021600038-9.

### Список литературы

1. Демин В. А., Зинурова В. Э. Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 2. С. 51–58.
2. Майер Дж., Генперт-Майер М. Статистическая механика. М.: Мир, 1980. 544 с.
3. Ландау Л. Д. Курс теоретической физики Т. 5. Часть I. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. 584 с.
4. Меньшиков А. И. Теоретические модели конденсационных и адсорбционных процессов при пропитке пористых материалов: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 1.3.8. Томский политехнический университет, Томск, 2023. 139 с.

# ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ПАРОВ КРЕМНИЯ В ПОСТОРОННЕМ ГАЗЕ В УСЛОВИЯХ СРЕДНЕГО ВАКУУМА

В. А. Демин, С. А. Игошев

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Предлагается расширенная физико-математическая модель переноса газообразного кремния от зеркала расплава к пористому углеродному изделию в условиях высоких температур и среднего вакуума. В рамках данного подхода используется предположение о несжимаемости газовой смеси, что позволяет существенно упростить задачу и в то же время получить разумный результат, подтверждаемый в экспериментах. Используемая модель описывается уравнением Навье-Стокса и дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных для конвективно-диффузионного переноса концентрации паров кремния в атмосфере постороннего газа. В данной работе рассматривается нестационарный режим течения газовой смеси в прямоугольной полости в двумерной постановке. Для поставленной задачи получено численное решение системы дифференциальных уравнений, предсказывающее заполнение всего рабочего пространства печи газообразным кремнием за очень короткое время, что объясняет аномально большой поток паров кремния вглубь пористого углеродного материала, наблюдаемый в натурных экспериментах.

**Ключевые слова:** силицирование; конвективно-диффузионный перенос; нестационарное течение

## GENERIC MODEL OF THE SILICON VAPOR TRANSFER IN A CARRYING GAS AT CONDITIONS OF MEDIUM VACUUM

V. A. Demin, S. A. Igoshev

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

An extended physical and mathematical model of the transfer of gaseous silicon from a melt mirror to a porous carbon product at high temperatures and medium vacuum is proposed. Within the framework of this approach, the assumption of incompressibility of the gas mixture is used, which makes it possible to simplify significantly the task and, at the same time, to obtain a reasonable result confirmed in experiments. Exploitable model is described by the Navier-Stokes equation and a second-order partial differential equation for convective diffusion transfer of silicon vapor concentration in an argon atmosphere. In this paper, the unsteady flow regime of a gas mixture and the two-dimensional formulation of the problem in a Cartesian coordinate system are considered. For this task, a numerical solution of a system of differential equations has been obtained that predicts the filling of the entire working space of the furnace with gaseous silicon in a very short time, which explains the abnormally large flow of silicon vapor into the depths of a porous carbon material observed in field experiments.

**Keywords:** silicification; convective diffusion transfer; unsteady flow

## Введение

Развитие цивилизации требует качественной разработки все более новых и совершенных видов многофункциональных конструкционных материалов. В последние десятилетия все большее распространение получают углерод-углеродные композиционные материалы (УУКМ) благодаря комплексу уникальных физико-механических, теплофизических, радиационных и эрозионных свойств, что позволяет использовать их в авиационной промышленности, машиностроении, реакторостроении, металлургии и т.д.

Основным недостатком всех типов углеродных материалов, в том числе УУКМ, является низкая стойкость к окислению при температурах выше  $500^{\circ}\text{C}$ , что делает их малопригодными для применения в кислородсодержащей атмосфере при высоких температурах. Следовательно, такие материалы нуждаются в модификации с целью улучшения их работоспособности в агрессивных условиях [1]. Одним из основных способов модификации УУКМ является объемное парофазное силицирование, в результате которого полученный композиционный материал становится более устойчивым к коррозии, увеличивается его жаропрочность, повышается стойкость против износа. Создание адекватных физико-математических моделей процесса высокотемпературного силицирования пористых углеродных изделий является актуальной темой материаловедения. Теоретическое воспроизведение процесса позволит увеличить качество изделий, а также существенно удешевить производство.

## Описание модели

Упрощенная физико-математическая модель схематически представлена на рис. 1. Геометрия задачи представляет собой две параллельные плоскости высотой  $H$ , находящиеся на расстоянии  $L$  друг относительно друга.

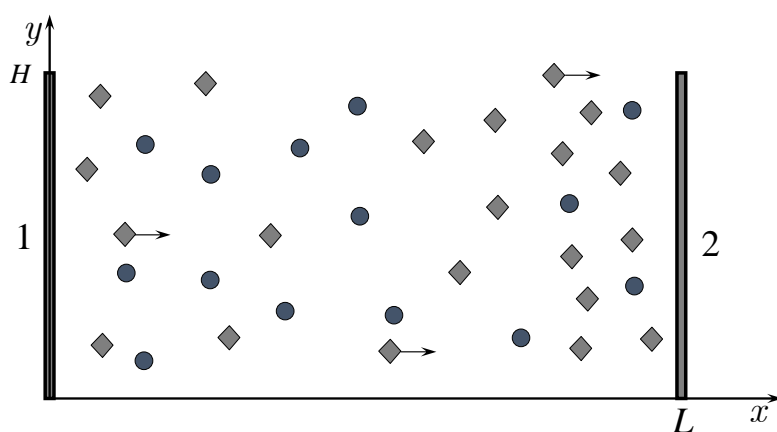


Рис. 1. Схематическая постановка задачи: 1 – поверхность расплава, 2 – изделие; кружки – атомы несущей среды (аргон), ромбики – кремний

Процесс парофазного силицирования протекает в условиях среднего вакуума при давлении несущего газа порядка 100 Па. Высокие температуры, превышающие точку плавления кремния ( $T \sim 2000 \text{ K}$ ), обеспечивают его

интенсивное испарение. Предполагается, что пары кремния генерируются на левой границе и полностью поглощаются изделием на правой границе [2].

В предлагаемой модели за основу берется условие несжимаемости газовой смеси. Изменение плотности в пространстве одной компоненты газа компенсируется другой, так что выполняется уравнение непрерывности. Полное давление газа складывается из парциальных давлений материнской среды – аргона, и примеси – газообразного кремния.

$$\rho_a + \rho_k = \rho, \quad P_a + P_k = P. \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  – плотность смеси; индексы  $a$  и  $k$  соответствуют кремнию и аргону,  $P$  – полное давление. Расширенная модель предполагает нестационарный случай и двумерное течение газа, схематически представленное на рис. 2. Среднемассовая скорость определяется следующим образом:

$$\vec{V} = \frac{\rho_a \vec{v}_a + \rho_k \vec{v}_k}{\rho_a + \rho_k}, \quad (2)$$

где  $v_a$ ,  $v_k$  – скорость аргона и кремния соответственно, причём  $\vec{V} = (u, w, 0)$ ,  $u = u(x, y, t)$ ,  $w = w(x, y, t)$ .

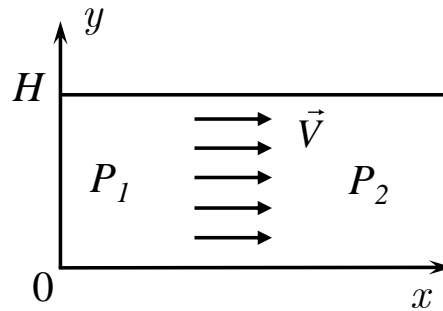


Рис. 2. Схема течения газа

На верхней и нижней границах расчётной области ставилось условие проскальзывания на горизонтальную компоненту скорости:  $\partial V_x / \partial y = 0$ . Скорость потока на левой границе задавалась постоянной и была оценена в работе [3]:

$$V_x = \rho_k v / 2(\rho_k + \rho_a), \quad (3)$$

где  $v = \sqrt{3kT / m_0}$  – среднеквадратичная скорость, с которой атомы кремния вылетают с поверхности расплава,  $m_0$  – масса одного атома кремния. Скорость атомов аргона на этих границах считалась равной нулю. Для  $x$ -компоненты скорости потока на правой границе принято значение равное нулю,  $V_x = 0$ . Для  $y$ -компоненты ставилось равенство нулю производной  $\partial V_y / \partial x = 0$ . Изменение скорости потока газовой смеси определяется из уравнения Навье-Стокса [4]

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{V}. \quad (4)$$

Здесь  $\nu$  – кинематическая вязкость газа. Спроектируем это выражение на координатные оси  $X, Y$ :

$$X: \quad \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta V_x, \quad (5)$$

$$Y: \quad \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta V_y. \quad (6)$$

Массовая концентрация кремния определяется следующим образом:

$$C = \rho_k / (\rho_a + \rho_k). \quad (7)$$

Уравнение, описывающие диффузионно-конвективный перенос паров кремния, имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V_x \frac{\partial C}{\partial x} + V_y \frac{\partial C}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right). \quad (8)$$

На верхней и нижней границе ставилось условие непроницаемости  $\partial C / \partial y = 0$ . Концентрация кремния на зеркале расплава задавалась постоянной и равной  $C_{max} = 0.07$ . На правой границе концентрация принималась равной нулю. Перепишем давление  $P$  в уравнении Навье-Стокса через концентрацию  $C$ :

$$C = \frac{\rho_k}{\rho_a + \rho_k} \approx \frac{\rho_k}{\rho} \rightarrow \rho_k = C\rho. \quad (9)$$

Используем выражение для общего давления газа:  $P = P_a + P_k$ . Из уравнения состояния, давления аргона и кремния равны:

$$P_a = \frac{\rho_a RT}{\mu_a}, \quad P_k = \frac{\rho_k RT}{\mu_k}, \quad (10)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – значение температуры в системе СИ,  $\mu_a, \mu_k$  – молярная масса аргона и кремния соответственно. Таким образом, общее давление равно

$$P = \frac{\rho_a RT}{\mu_a} + \frac{\rho_k RT}{\mu_k} = RT \left( \frac{\rho_a}{\mu_a} + \frac{\rho_k}{\mu_k} \right). \quad (11)$$

С учётом следующего соотношения  $\rho_a = \rho - \rho_k$ , имеем  $\rho_k = C\rho$ . Окончательно выражаем давление  $P$  через концентрацию  $C$ :

$$P = RT \left( \frac{\rho - C\rho}{\mu_a} + \frac{C\rho}{\mu_k} \right) = RT \left( \frac{\rho}{\mu_a} - C\rho \left( \frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \right). \quad (12)$$

Подставляем полученное выражение для давления в проекции уравнения Навье-Стокса, упрощаем и используем ранее введенные обозначения  $V_x = u$ ,  $V_y = w$ . В результате запишем итоговую систему уравнений:



$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial y} = RT \left( \frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial x} + v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial y} = RT \left( \frac{\mu_k - \mu_a}{\mu_a \mu_k} \right) \frac{\partial C}{\partial y} + v \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + w \frac{\partial C}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right). \quad (15)$$

Представленная система уравнений решалась численно при помощи явной конечно-разностной схемы, программная реализация выполнена на языке программирования C++. Для аппроксимации первой производной по пространству в направлении оси  $x$  и по времени использовалась схема с «разностями назад». Для аппроксимации первых производных по пространству в направлении оси  $y$  и всех вторых производных использовалась центральная разностная схема. Шаг по времени выбирался из соображений устойчивости расчетной процедуры. Задача решалась с использованием равномерной прямоугольной сетки, с разбиением пространства на узлы 80:45. Расстояние от зеркала расплава до изделия принималось равным  $L = 0.6$  м, высота образца в данной задаче имела значение  $H = 0.4$  м.

### Полученные результаты

По результатам работы программы были получены следующие данные: на рис. 3 показаны поля концентрации кремния (а) и аргона (б) при нулевой концентрации кремния на правой границе. Концентрация аргона определялась следующим образом:

$$C_a = \frac{\rho_a}{\rho_a + \rho_k} = \frac{\rho - \rho_k}{\rho_a + \rho_k} = \frac{\rho - C(\rho_a + \rho_k)}{\rho_a + \rho_k} = 1 - C. \quad (16)$$

Визуально полученные поля подтверждают, что газообразный кремний заполняет практически всё рабочее пространство печи, а также имеет место перераспределение атомов аргона.

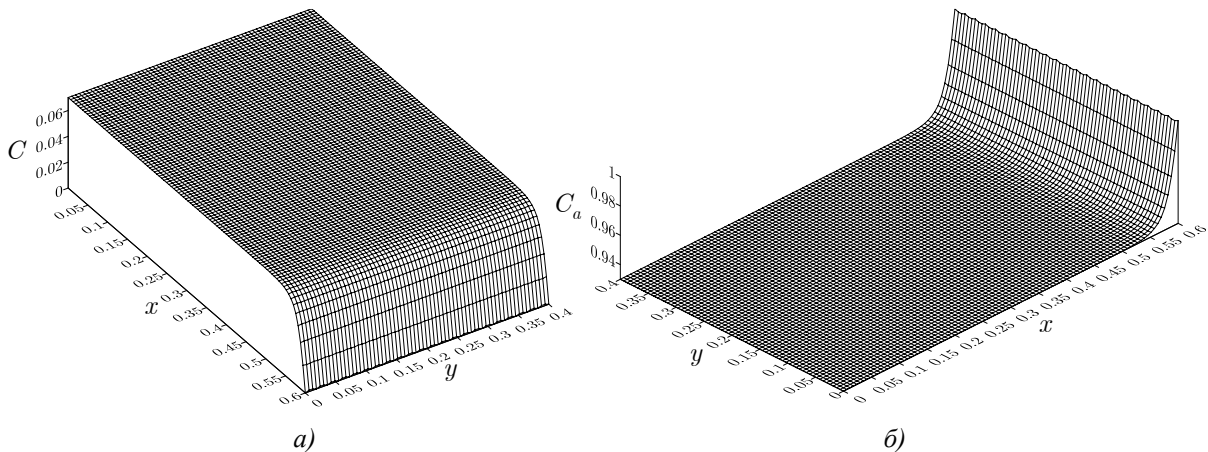
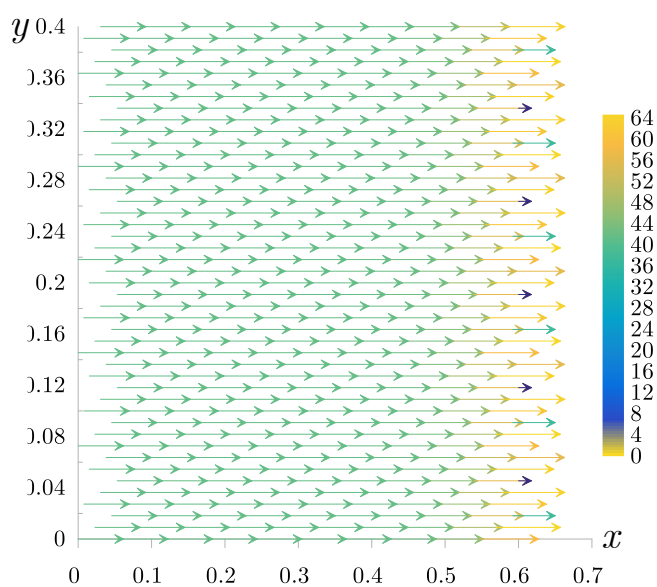


Рис. 3. Поле концентрации кремния (а) и аргона (б) при  $t = 1$  с

По результатам обработки численных данных было получено векторное поле среднемассовой скорости потока газовой смеси, представленное на рис. 4. Видно, что при приближении к правой границе скорость потока возрастает, однако на самой границе изделия скорость газа равняется нулю. Максимальная скорость потока достигает значения порядка 64 м/с. Поскольку скорость газовой смеси равна нулю на поверхности материала, то существующий массоперенос паров кремния вглубь изделия происходит только за счёт механизма диффузии.



*Рис. 4. Векторное поле среднемассовой скорости потока*

### Заключение

По итогам данной работы было получено численное решение системы дифференциальных уравнений, описывающее конвективно-диффузионный перенос концентрации паров кремния от зеркала расплава к изделию. Результаты численного моделирования количественно подтверждают, что газообразный кремний быстро заполняет всё рабочее пространство печи. При этом атомы материнской среды (аргона), изначально заполняющие всё пространство равномерно, под действием потока кремния перераспределяются, сдвигаясь в сторону изделия.

### Список литературы

1. Бардин Н. Г. Жаростойкие покрытия для углеродных и углерод-карбидокремниевых композиционных материалов: автореф. ... канд. техн. наук: 05.17.11. Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева, Москва, 2020. 18 с.
2. Демин В. А., Демина Т. В., Марышев Б. С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 48–55.

3. *Демин В. А., Зинурова В. Э.* Влияние неоднородности температурного поля на перенос паров кремния от зеркала расплава к изделию в ходе высокотемпературного силицирования // Вестник Пермского университета. Физика. 2023. № 2. С. 51–58.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. Физматлит, 2001. 736 с.

# ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ ПРОНИЦАЕМОСТИ НА ТЕПЛОВУЮ КОНВЕКЦИЮ В СЛОЕ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ НАД НЕПРОНИЦАЕНЫМ МАССИВОМ

А. А. Егорова<sup>a,b</sup>, А. Е. Самойлова<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной работе рассмотрен горизонтальный слой пористой среды конечной толщины, насыщенный жидкостью, и находящийся в поле вертикального градиента температуры (нагрев снизу). Верхняя граница пористого слоя свободная, а снизу слой граничит с полубесконечным непроницаемым массивом. Для исследования влияния анизотропии проницаемости на тепловую конвекцию коэффициент проницаемости представлен в виде двумерного тензора. Решается сопряженная задача: конвекция в пористом слое и теплоперенос в непроницаемом массиве снизу. В рамках линейного анализа устойчивости получены нейтральные кривые для различной анизотропии; изучено влияние параметра анизотропии на критические значения числа Рэлея–Дарси и волнового числа. Выяснено, что с повышением анизотропии порог возникновения конвекции понижается, а сама неустойчивость носит более длинноволновый характер.

**Ключевые слова:** тепловая конвекция; пористая среда; линейная устойчивость; анизотропия проницаемости

## THE EFFECT OF PERMEABILITY ANISOTROPY ON THERMAL CONVECTION IN POROUS MEDIA ABOVE THE IMPERMEABLE MASSIF

A. A. Egorova<sup>a,b</sup>, A. E. Samoilova<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

We consider infinite horizontal layer of the porous media saturated with water and placed above the impermeable solid massif. The system is under the vertical temperature gradient (heated from the bottom). The upper boundary of the porous media is open to the water body, and the temperature is fixed here. We provide the linear stability analysis within the conjugate problem of the convection in the porous layer and heat transfer in the impermeable massif. The analytical solution and the neutral stability curve are obtained. It is demonstrated, that the anisotropy of permeability decrease the critical Rayleigh-Darcy number and critical wavenumber.

**Keywords:** thermal convection; porous media; linear stability; anisotropy of permeability

В настоящей работе рассматривается конвекция в двухслойной системе, состоящей из слоя пористой среды, насыщенной несжимаемой жидкостью, и

непроницаемым твердым массивом. Сверху гидродинамическая система граничит со свободной жидкостью, но влияние окружающей жидкости не учитывается. На систему действует сила тяжести, а также постоянный градиент температуры.

На верхней свободной границе горизонтальная компонента градиента давления отсутствует. Температура на этой границе фиксирована, поскольку теплоперенос в пористой среде существенно менее эффективен, чем в водном теле. Распределение температуры внутри непроницаемого массива определяется из уравнения теплопроводности, а также из требования постоянства теплопотока при удалении от границы с насыщенной пористой средой. На границе между непроницаемым массивом и насыщенной жидкостью пористой среды выполняются условия непрерывности температуры и теплопотока. Предполагается, что задача однородна вдоль одной из горизонтальных осей.

Тепловая конвекция в изотропной пористой среде описывается стандартными уравнениями в приближении Дарси–Буссинеска [1] в безразмерном виде:

$$\nabla p + \mathbf{u} + \text{Rr} T \boldsymbol{\gamma} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \Delta T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial t} = \Delta T_m, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (4)$$

$$z = 0: \frac{\partial p}{\partial x} = 0, T = T_u, \quad (5)$$

$$z = 1: u_z = 0, T = T_m, \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial T_m}{\partial z} \right|_{z \rightarrow \infty} = 1. \quad (7)$$

Здесь  $p$ ,  $T$  – безразмерные давление и температура жидкости,  $\mathbf{u}$  – безразмерная скорость фильтрации,  $T_m$  – безразмерная температура непроницаемого массива,  $\boldsymbol{\gamma}$  – единичный вектор вертикальной оси (направлена против вектора ускорения свободного падения, т.е. вниз),  $\text{Rr}$  – безразмерное число Рэлея-Дарси. Отметим, что в определении числа Рэлея-Дарси здесь используется скалярный коэффициент проницаемости пористой среды  $K$ .

Для исследования влияния анизотропии на тепловую конвекцию, коэффициент проницаемости рассматривается в виде тензора второго ранга:

$$\overline{\overline{K}} = \begin{pmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_z \end{pmatrix},$$

где диагональные элементы  $K_x$  и  $K_z$  имеют смысл эффективной проницаемости вдоль горизонтального и вертикального направлений, соответственно. Такой вид проницаемости позволяет изучить конвекцию в системах, в которых проникновение жидкости вглубь слоя и вдоль слоя сильно отличается, но при этом можно не учитывать слоистость, а вводить осредненные характеристики проницаемости. Например, это характерно для геологических пород на дне морей и океанов, при характерной толщине породы от сотен метров.

В таком случае для уравнения (1) следует расписать проекции на оси  $Ox$  и  $Oz$ :

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon u_x = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + u_z + \text{Rp}T = 0, \quad (9)$$

где введен параметр анизотропии проницаемости  $\varepsilon = K_z / K_x$ . Теперь число Рэлея-Дарси определено через эффективную вертикальную проницаемость  $K_z$ . В дальнейшем мы ограничиваемся значениями  $\varepsilon$ , лежащими в интервале  $[0; 1]$ . Предельный случай  $\varepsilon = 0$  является вырожденным и соответствует сильной анизотропии (жидкость практически не может просачиваться в вертикальном направлении), а случай  $\varepsilon = 1$  – изотропной среде.

Задача (2)–(9) допускает решение, которое соответствует состоянию механического равновесия с линейным профилем температуры:

$$\bar{\mathbf{u}} = 0, \quad \bar{T} = T_u + z, \quad \frac{d\bar{p}}{dz} = -\text{Rp}\bar{T}, \quad \bar{T}_m = T_u + z. \quad (10)$$

Для дальнейшего анализа удобно ввести функцию тока:

$$u_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Линеаризованная задача (2)–(9) для малых возмущений в терминах функции тока имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \text{Rp} \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta T, \quad (12)$$

$$\Delta T_m = 0, \quad (13)$$

$$z = 0: \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad T = 0, \quad (14)$$

$$z = 1: \psi = 0, \quad T = T_m, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T_m}{\partial z}, \quad (15)$$

$$z \rightarrow \infty: \frac{\partial T_m}{\partial z} = 0. \quad (16)$$

Решение данной краевой задачи ищется в виде периодических возмущений вдоль оси  $Ox$ :

$$\psi = rf(z)\sin kx, \quad T = g(z)\cos kx, \quad T_m = e^{-k(z-1)}\cos kx,$$

где введено обозначение  $r = \sqrt{R_p}$ ,  $k$  – волновой вектор конвективных возмущений. Подстановка этого решения в (11)-(16) даёт краевую задачу для неизвестных функций  $f(z)$  и  $g(z)$ . Решение этой задачи получено аналитически:

$$f(z) = \frac{C_1}{kr} \left[ (\sigma^2 - k^2) \operatorname{ch}(\sigma z) + (\lambda^2 + k^2) \cos(\lambda z) \right] + \frac{C_2}{kr} \sigma (\sigma^2 - k^2) \left[ \frac{\operatorname{sh}(\sigma z)}{\sigma} - \frac{\sin(\lambda z)}{\lambda} \right], \quad (17)$$

$$g(z) = C_2 \sigma (\sigma^2 - k^2) \left[ \frac{\operatorname{sh}(\sigma z)}{\sigma (\sigma^2 - k^2)} + \frac{\sin(\lambda z)}{\lambda (\lambda^2 + k^2)} \right] + C_1 [\operatorname{ch}(\sigma z) - \cos(\lambda z)], \quad (18)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{-k^2(\varepsilon + 1) + \sqrt{(\varepsilon k^2 + k^2)^2 - 4\varepsilon k^2(r^2 - k^2)}}{2\varepsilon}},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{k^2(\varepsilon + 1) + \sqrt{(\varepsilon k^2 + k^2)^2 - 4\varepsilon k^2(k^2 - r^2)}}{2\varepsilon}},$$

а константы определяются следующим образом:

$$C_1 = -\frac{(\sigma^2 - k^2)(\lambda^2 + k^2)(\lambda \operatorname{sh} \sigma - \sigma \sin \lambda)}{(\sigma^2 + \lambda^2)(\sigma(\sigma^2 - k^2) \sin \lambda \operatorname{ch} \sigma + \lambda(\lambda^2 + k^2) \operatorname{sh} \sigma \cos \lambda)},$$

$$C_2 = \frac{\lambda(\lambda^2 + k^2)((\sigma^2 - k^2) \operatorname{ch} \sigma + (\lambda^2 + k^2) \cos \lambda)}{(\sigma^2 + \lambda^2)(\sigma(\sigma^2 - k^2) \sin \lambda \operatorname{ch} \sigma + \lambda(\lambda^2 + k^2) \operatorname{sh} \sigma \cos \lambda)}.$$

Вид нейтральной кривой определяется из следующего трансцендентного уравнения:

$$s_1 s_2 (\sigma^2 - \lambda^2) \operatorname{sh} \sigma \sin \lambda + \lambda \sigma (s_1^2 + s_2^2) \operatorname{ch} \sigma \cos \lambda + 2 \lambda \sigma s_1 s_2 + k (\sigma^2 + \lambda^2) (\sigma s_1 \operatorname{ch} \sigma \sin \lambda + \lambda s_2 \operatorname{sh} \sigma \cos \lambda) = 0. \quad (19)$$

Здесь  $s_1 = \sigma^2 - k^2$  и  $s_2 = \lambda^2 + k^2$ .

Уравнение (19) решается численно (методом секущих). Результат численного решения этого уравнения представлен на рисунке 1. Нейтральные кривые имеют характерный вид с одним минимумом, который соответствует критическим значениям числа Рэлея-Дарси и волнового числа. Видно, что нейтральная кривая смещается вниз и влево с уменьшением параметра анизотропии. Примечательно, что в предельном случае бесконечно большой анизотропии ( $\varepsilon = 0$ ) нейтральная кривая меняет вид: из характерного «мешка» кривая превращается в монотонную линию, пересекающую вертикальную ось. Это означает, что критические возмущения имеют  $k_c = 0$ , т.е. конвекция носит длинноволновый характер. Отметим также, что в изотропном пределе ( $\varepsilon = 1$ ) нейтральная кривая совпадает с полученными ранее результатами без учета анизотропии [2].

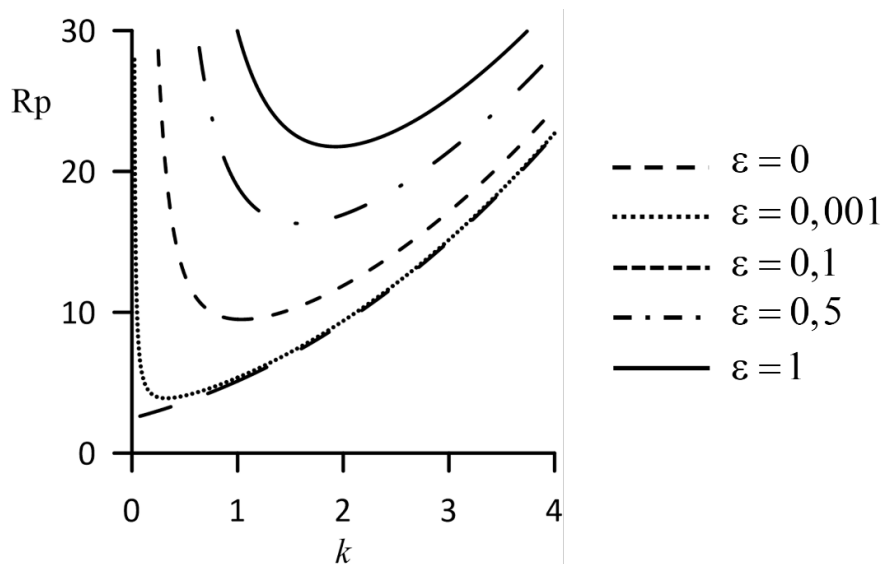
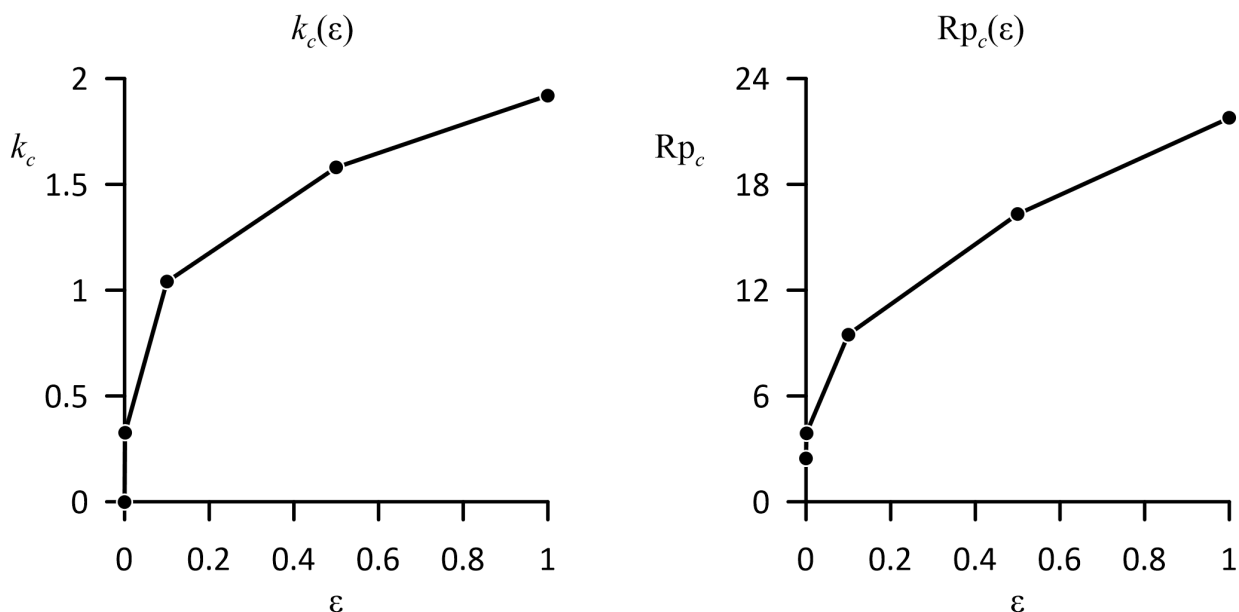


Рис. 1. Нейтральные кривые конвективной неустойчивости жидкости в слое пористой среды для различной анизотропии проницаемости

На рисунке 2 изображены итоговые зависимости критических значений  $Rp_c$  и  $k_c$  от параметра анизотропии  $\varepsilon$ . Из графиков видно, повышение анизотропии проницаемости (уменьшение параметра  $\varepsilon$ ) приводит к уменьшению критических значений числа Рэлея-Дарси и волнового числа.

В природе адекватным примером подобной гидродинамической системы являются донные отложения – верхние слои литосферы, расположенные под океаническим (морским) дном, в нескольких метрах от дна насыщенные морской водой. В этих системах навязанный постоянный теплоток – геотермический, т.е. практически неизменный в разных местах. Однако в разных частях дна океана может существенно меняться анизотропия отложений





*Рис. 2. Зависимости критических значений волнового числа и числа Рэлея–Дарси от параметра анизотропии*

вследствие естественных причин их формирования. Наши результаты показывают, что относительная проницаемость в глубину донных отложений и вдоль них существенно влияет на порог возникновения конвекции. Это значит, что при заданном перепаде температур в различных местах конвекция может и не возникать, если отложения почти изотропны. Или, наоборот, при сильной анизотропии может наблюдаться развитая конвекция, причем длинноволнового характера.

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 124021600038-9.

### Список литературы

1. *Nield D. A., Bejan A. Convection in porous media.* New York: Springer, 2013. 778 p.
2. *Самойлова А. Е., Егорова А. А. Тепловая конвекция в слое пористой среды между водным телом и непроницаемым массивом // Пермские гидродинамические научные чтения: материалы IX Всероссийской конференции.* Пермь, Российская Федерация, 2023. С. 367–370.

## ИЗГОТОВЛЕНИЕ АКСИКОНОВ МЕТОДОМ ФОТОПОЛИМЕРНОЙ ПЕЧАТИ

Д. А. Корнилин, Р. С. Пономарев, В. А. Демин, А. А. Журавлев  
Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Экспериментальное исследование посвящено изготовлению аксиконов методом фотополимерной печати. Полученные заготовки показывают возможность изготовления данных оптических элементов из фотополимерной смолы на LSD – принтере.

**Ключевые слова:** фотополимерная печать; линзованные оптические волокна; аксиконы

## MANUFACTURING AXICON BLANKS BY PHOTOPOLYMER PRINTING

D. A. Kornilin, R. S. Ponomarev, V. A. Demin, A. A. Zhuravlev  
Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The study is devoted to the production of axicons by photopolymer printing. The axicons blanks show the possibility of producing these optical elements from photopolymer resin on an LSD – printer.

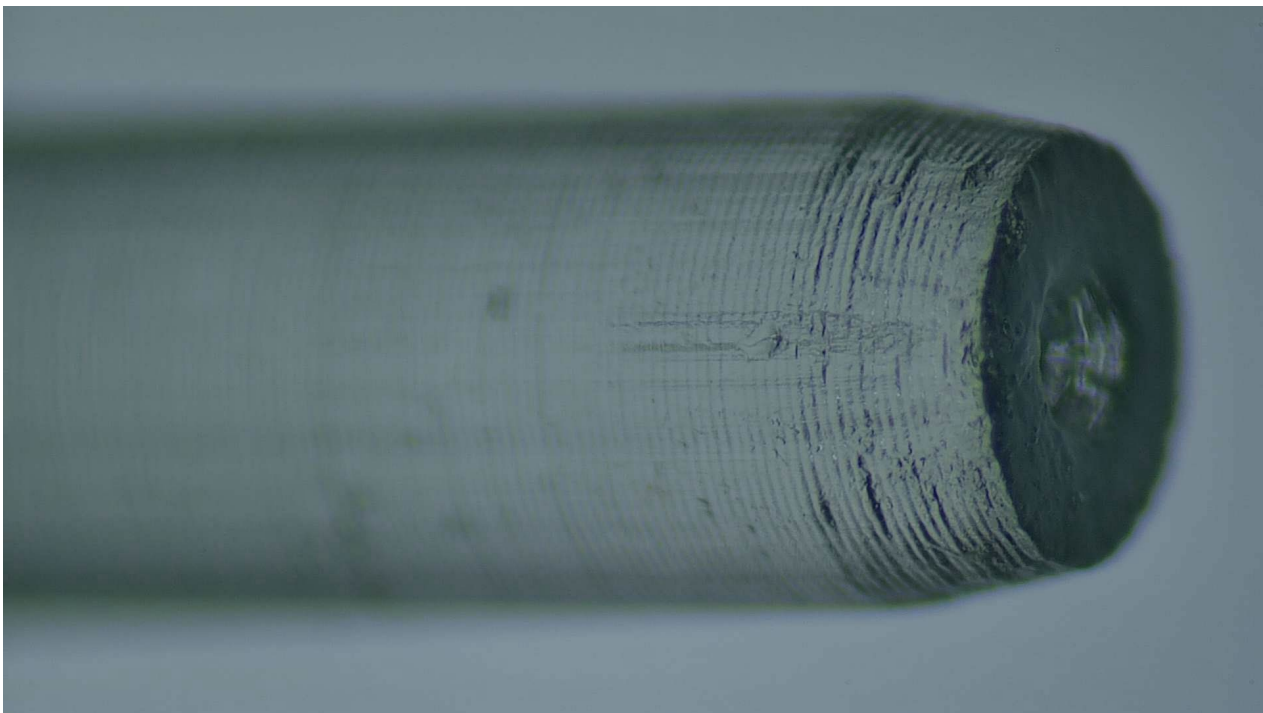
**Key words:** photopolymer printing, lensed optical fibers, axicons

Существует множество методов изготовления линзованных оптических волокон и аксиконов: оплавление, химического травление, механическая полировка, фотолитография, формирование линзы на торце волокна при помощи оптического клея [1–4]. Данные методы подходят для получения заготовок с простой геометрией, однако если дело касается более сложной топологии, могут возникнуть затруднения. Для изготовления заготовок со сложной геометрией могут использоваться технологии фотополимерной 3d – печати [5].

Данная работа посвящена разработке технологии по получению заготовок полимерных оптических волокон с аксиконами методом фотополимерной печати.

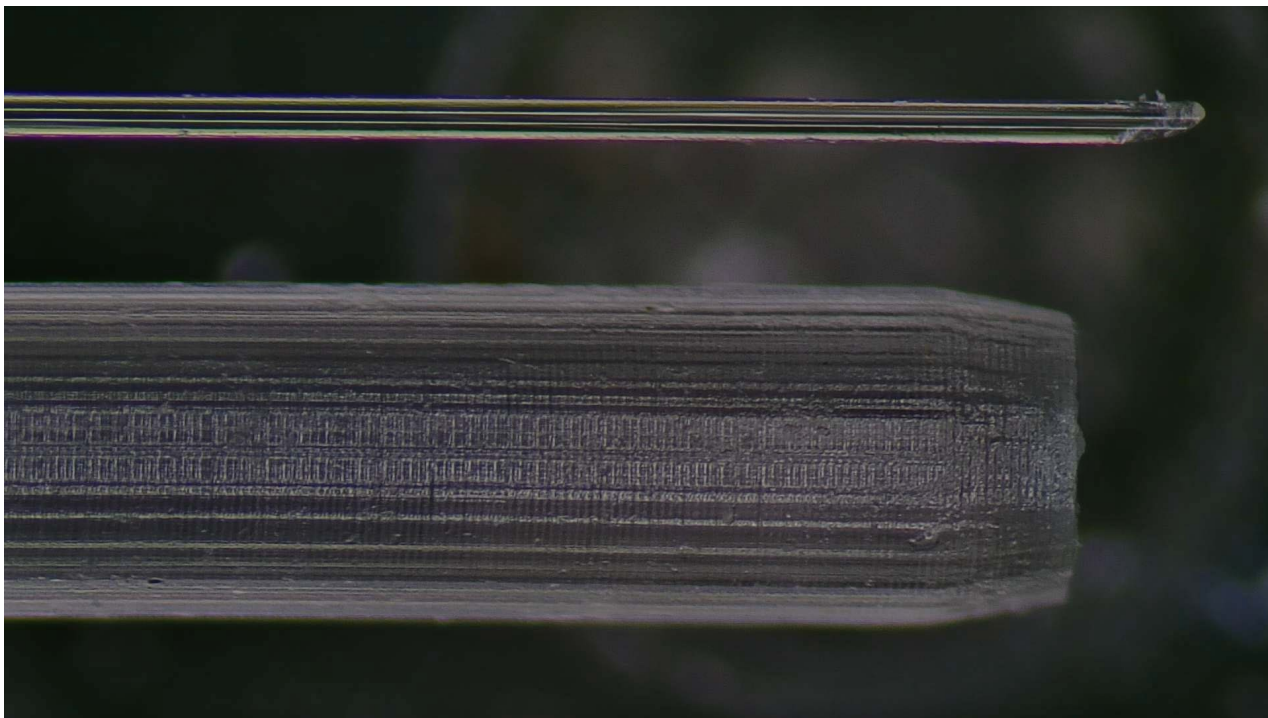
В качестве материала использовалась фотополимерная смола, прозрачная для видимого и ИК диапазона. Длина волны отверждения составляет 405 нм. Изготовление осуществлялось на фотополимерном lsd 3d – принтере с размером пикселя 19×24 мкм и минимальной толщиной слоя по оси z, составляющей 10 мкм. При настройках засветка слоя была выставлена 3.5 сек, а толщина слоя – 50 мкм.

Полученный в результате печати аксикон представляет из себя усеченный конус линзованного оптического волокна с вырезанной в нем ямкой в форме конуса меньшего диаметра (рис. 1).



*Рис. 1. Заготовка аксикона, изготовленная методом lsd – печати*

Что касается толщины заготовки, то из рис. 2 видно, что радиус аксикона примерно в 8 раз больше радиуса оболочки оптического волокна, а радиус основания внутреннего конуса аксикона в 3 раза меньше наружного радиуса оболочки напечатанного элемента.



*Рис. 2. Заготовка аксикона в сравнении с оболочкой одномодового оптического волокна*

Работа выполнена в рамках государственного задания «Разработка элементной базы фотонных систем для задач телекоммуникаций и сенсорных применений» № 124050300016-0.

### Список литературы

1. *Васильев М. Г., Васильев А. М., Голованов В. В., Изотов А. Д., Шелякин А. А.* Метод ступенчатого травления оптического волокна // Журнал неорганической химии. 2016. Т. 61. № 9. С. 1218–1220.
2. *Wu C. C., Tseng Y. D., Kuo S. M., Lin C. H.* Fabrication of aspherical lensed optical fibers with an electro-static pulling of SU-8 photoresist // Optics Express. 2011. Vol. 19 (23). P. 22993–22998.
3. *Плеханов А. И., Шелковников В. В.* Оптические волокна с концевыми фотополимерными микролинзами // Российские нанотехнологии. 2006. Т. 1. №. 1–2. С. 240–244.
4. *Eisenstein G., Vitello D.* Chemically etched conical microlenses for coupling single mode lasers into single mode fibers // Applied Optics. 1982. Vol. 21 (19). P. 3470–3474.
5. *Blachowicz T., Ehrmann G., Ehrmann A.* Optical elements from 3D printed polymers // e-Polymers. 2021. Vol. 21 (1). P. 549–565.

# ДИНАМИКА ЦЕПОЧКИ МАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОМЕРНОМ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

М. Н. Коуров<sup>a</sup>, А. Е. Самойлова<sup>a,b,c</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Национальный исследовательский Нижегородский государственный  
университет, 603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

<sup>c</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В данной изучается поведение одномерной цепочки парамагнитных коллоидных частиц, помещённых в периодический потенциальный ландшафт. Была построена модель, описывающая задемпфированную динамику таких частиц с учётом дальнего диполь-дипольного взаимодействия и короткодействующего отталкивания, связанного с конечностью размеров частиц и их непроницаемости друг в друга. Учтено также влияние внешней постоянной силы, которая наклоняет потенциальный ландшафт. Численное решение системы уравнений для 20 частиц подтвердило результаты известных экспериментов: обнаружено возникновение бегущего кинка в цепочке. При изменении амплитуды сил взаимодействия и внешней силы обнаружены другие режимы: бегущий кластер, дрейф цепочки, пиннинг.

**Ключевые слова:** кинк; периодический ландшафт; диполь-дипольное взаимодействие; цепочка коллоидных частиц

## DYNAMICS OF A CHAIN OF MAGNETIC PARTICLES IN A ONE-DIMENSIONAL PERIODIC POTENTIAL

M. N. Kourov<sup>a</sup>, A. E. Samoilova<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Nizhny Novgorod State University, 23 Gagarin Av., 603022, Nizhny Novgorod

<sup>c</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

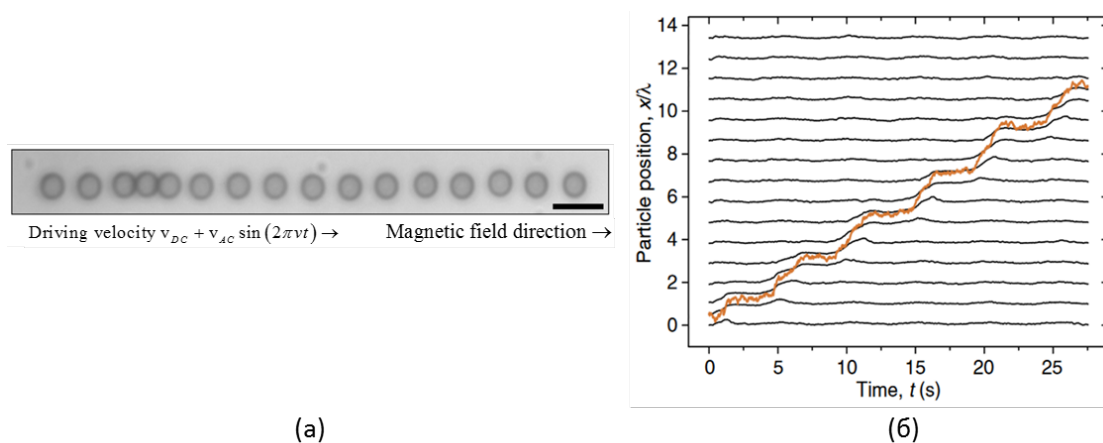
In this study, the behavior of a one-dimensional chain of the paramagnetic colloid particles in a periodic potential was investigated. We developed the model that describes the overdamped dynamics of such particles, taking into account the long-range dipole-dipole interaction of the particles, and the short-range repulsion associated with the finite size of the particles and their impenetrability, as well as an external constant force that tilts the potential landscape. The numerical solution of the governing equations provides the results that coincide with the known experimental observation of the kink – the soliton-like dislocation traveling along the chain.

**Keywords:** kink; periodic landscape; dipole-dipole interaction; chain of colloidal particles

Изучение динамики взаимодействующих частиц, находящихся в ограниченных (или ограничивающих) геометриях, является актуальной

задачей, которая возникает в различных областях науки и техники [1, 2]. Например, в медицинских приложениях, когда нужно доставить вещество или лекарственный препарат из одной точки в другую [1]. Существует ряд экспериментальных работ по изучению поведения коллоидных частиц в периодических ландшафтах. В такой ландшафт помещаются коллоидные частицы, каждая из которых стремится занять положение, соответствующее минимуму потенциала. В случае, если число частиц превосходит число минимумов, некоторым частицам не хватает свободного места и им приходится теснить соседей. Таким образом возникают дефекты, которые могут приходить в движение под действием внешней силы. В случае парамагнитных частиц во внешнем магнитном поле возникает дополнительное (диполь-дипольное) взаимодействие, которое также оказывает влияние на динамику дефектов.

На рис. 1 представлены результаты одного из экспериментов в квазиодномерном ландшафте [3]. Видно, что лишняя частица в поисках куда деваться занимает место соседней, выталкивая её с её места. Важно отметить, что на систему действует внешняя сила, направленная вдоль цепочки частиц, которая нарушает симметрию системы, поэтому частицы могут двигаться только в одну сторону. Таким образом, частицы друг за другом выталкивают соседнюю частицу из минимума, и мы можем наблюдать уплотнение в цепочке, которое движется вдоль неё. Структура такого вида называется в литературе кинк или солитон.



*Рис. 1. Результаты эксперимента с цепочкой коллоидных частиц в периодическом оптическом ландшафте [3]: положение частиц в разные моменты времени. (а) изображение с оптического микроскопа; (б) динамика 16 частиц от времени под действием периодического ландшафта и при действующих на них силах притяжения и отталкивания*

Опираясь на данные вышеупомянутого эксперимента, мы строим теоретическое описание динамики цепочки частиц, а также возникающего дефекта – бегущего кинка.

Уравнение, описывающее динамику коллоидных частиц, в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$\frac{dx_i}{dt} = f - \sin(2\pi x_i) + \sum_{j \neq i} (f_{ij}^{rep} + f_{ij}^{att}), \quad (1)$$

где  $f$  – безразмерное отношение внешней силы к амплитуде ландшафта, описываемого функцией синуса. Сила диполь-дипольного притяжения между  $i$ -той и  $j$ -той частицами описывается стандартной формулой:

$$f_{ij}^{att} = -C_1 \frac{x_i - x_j}{|x_i - x_j|^5}, \quad (2)$$

где  $C_1$  – безразмерный параметр, характеризующий данную силу. Для учета конечности размеров частиц и описания непроникновения их друг в друга мы используем так называемый WCA-потенциал [4]. Мы слегка модифицировали его вид, поменяв привычные степени 6-12 на более высокие 24-48 для лучшей численной реализации. Сила короткодействующего отталкивания тогда принимает вид:

$$f_{ij}^{rep} = 96C_2 \left[ 2 \left( \frac{d}{|x_i - x_j|} \right)^{48} - \left( \frac{d}{|x_i - x_j|} \right)^{24} \right] \frac{x_i - x_j}{|x_i - x_j|^2}, \quad (3)$$

где  $C_2$  – безразмерный параметр, характеризующий силу данного взаимодействия. Важно, что эта сила действует только между ближайшими частицами, на расстоянии  $r < r_0 = 2^{2/9} d$ , где  $d$  – диаметр частиц.

Уравнение (1) решалось численно, методом Эйлера. В начальный момент времени частицы располагаются на одной линии, на одинаковом расстоянии друг относительно друга, за исключением первых трёх частиц. Так что «лишняя» частица выбрасывается в цепочку однородно расположенных частиц. Все частицы имеют одинаковый диаметр  $d = 0.5$ .

Проводя расчеты при различных значениях параметров  $f$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ , мы обнаружили различные виды поведения цепочки частиц. Так при параметрах  $C_1 = 0.015$ ,  $C_2 = 0.25$ ,  $f = 0.5$  (которые соответствуют экспериментам из [3]) наблюдается бегущая структура, распространяющаяся вдоль цепочки, см. рис. 2а. По аналогии с другими авторами мы называем такую структуру бегущим кинком. Данная картина качественно воспроизводит поведение частиц в эксперименте, как показано на рис. 1б. Тем не менее, стоит подчеркнуть, что регулярный характер траекторий обусловлен отсутствием тепловых флуктуаций в численной модели, которые неизбежно присутствуют в эксперименте. С уменьшением внешней силы было обнаружено т.н. «залипание частицы» или пиннинг кинка. В случае залипания частицы, «лишняя» частица просто слипается со своими соседями и кинк не бежит, см. рис. 2б.

При дальнейшем увеличении параметра  $C_1$  было обнаружено поведение, которое похоже на кинк, но для группы частиц (т.н. кластеризация). В данном случае вместо движения одной частицы через систему, наблюдается движение целого кластера частиц, см. рис 2в.

Также при значении параметра  $f > 1$  наблюдается дрейф всей цепочки, см. рис. 2д.

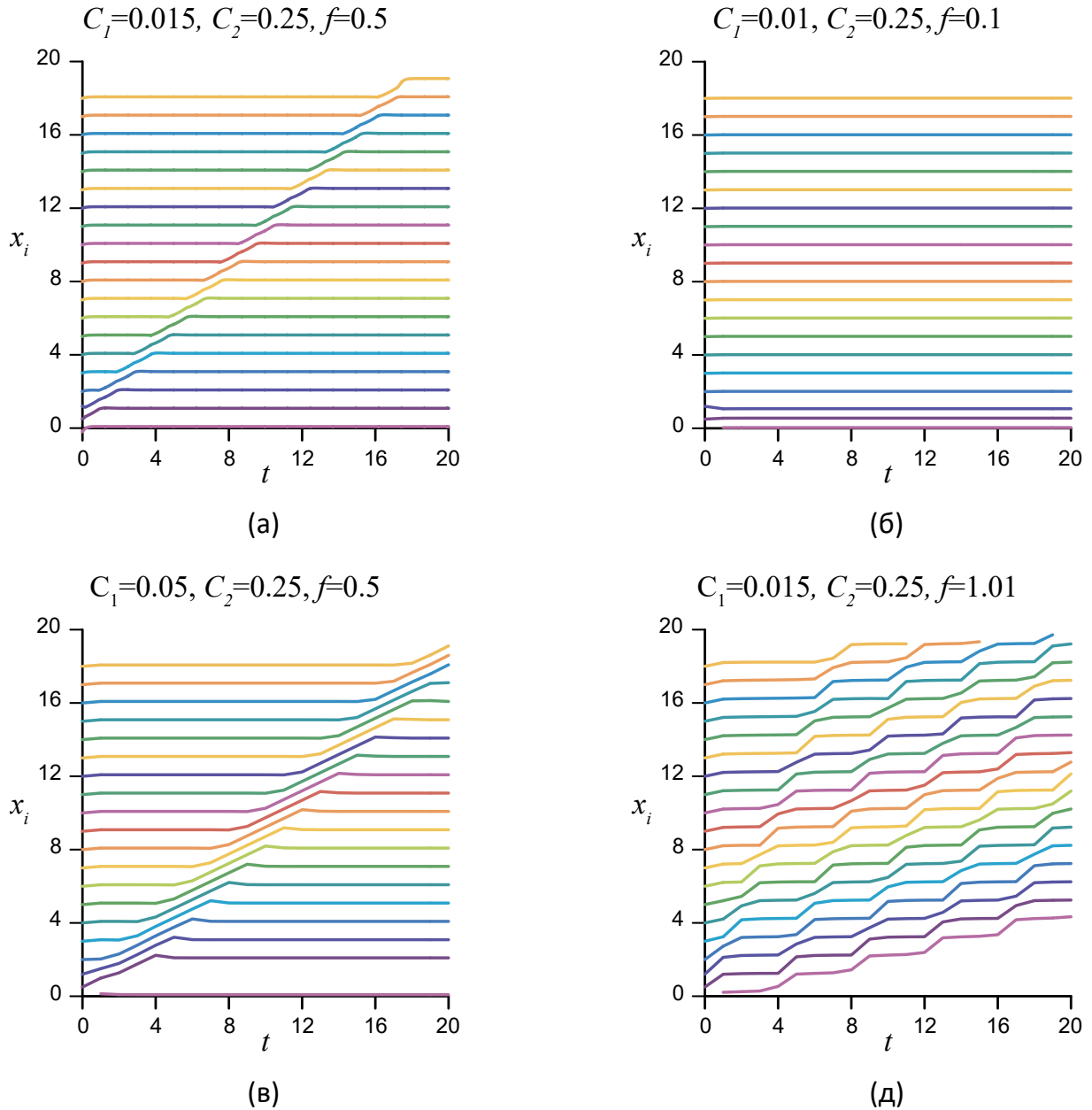


Рис. 2. Разные виды поведения кинка: (а) бегущий кинк; (б) пиннинг (отсутствие движения) кинка; (в) кластеризация; (д) дрейф

Влияние параметра  $C_2$ , отвечающего за короткодействующее отталкивание, оказалось практически несущественным по сравнению с величиной диполь-дипольного взаимодействия  $C_1$ . Действительно, в таком виде потенциал отталкивания фактически описывает частицы как твердые сферы, так что величина  $C_2$  в реальности может быть практически любой.

Динамика частиц была изучена в широком диапазоне значений параметров внешней постоянной силы  $f$  и величины силы диполь-дипольного взаимодействия  $C_1$ . В итоге построена карта режимов на плоскости  $C_1 - f$ , см. рис. 3.



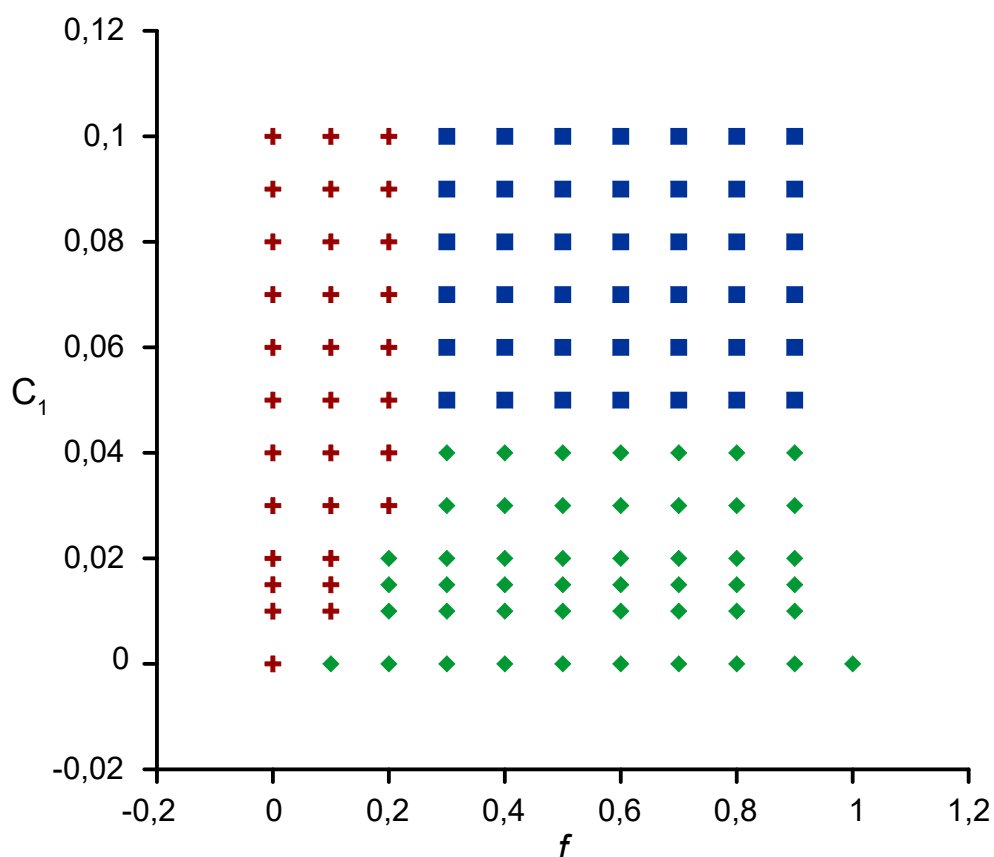


Рис. 3. Карта режимов (+ – пиннинг, ■ – кластеризация, ◆ – бегущий кинк)

Данная карта позволит в дальнейших исследованиях ориентироваться в пространстве параметров и продвинуться в построении теории, описывающей скорость и условия возникновения кинка.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Грант № 23-12-00180).

### Список литературы

1. Alapan Y., Bozuyuk U., Erkoc P., Karacakol A. C., Sitti M. Multifunctional surface microrollers for targeted cargo delivery in physiological blood flow // *Science Robotics*. 2020. Vol. 5 (42). eaba5726.
2. Xiao Z., Wie M., Wang W. A Review of micromotors in confinements: Pores, channels, grooves, steps, interfaces, chains, and swimming in the bulk. // *ACS Applied Materials & Interfaces*. 2019. Vol. 11 (7). P. 6667–6684.
3. Juniper M. P. N., Straube A. V., Aarts D. G. A. L., Dullens R. P. A. Colloidal particles driven across periodic optical-potential-energy landscapes // *Physical Review E*. 2016. Vol. 93. 012608.
4. Weeks J. D., Chandler D., Andersen H. C. Role of repulsive forces in determining the equilibrium structure of simple liquids // *The Journal of Chemical Physics*. 1971. Vol. 54 (12). P. 5237–5247.

# **РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИОННОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ВБЛИЗИ МЕЖФАЗНОЙ ПОВЕРХНОСТИ «КРИСТАЛЛ НИОБАТА ЛИТИЯ – РАСПЛАВ БЕНЗОЙНОЙ КИСЛОТЫ»**

М. И. Петухов, М. В. Усатов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Статья посвящена численному исследованию поведения продуктов реакции протонного обмена в расплаве бензойной кислоты при ее взаимодействии с кристаллом ниобата лития. В ходе протонирования в кислоту попадают положительные ионы лития и отрицательные бензоат-ионы. Показано, что вблизи межфазной поверхности бензоат-ионы формируют стационарный пограничный слой, поддерживаемый потоком ионов лития со стороны кристалла. В работе проводится моделирование ситуации, в которой в определенный момент времени перестают выполняться условия, способствующие протонному обмену, в результате чего наблюдается постепенное исчезновение пограничного слоя.

**Ключевые слова:** протонный обмен; пограничный слой; численное моделирование

## **RELAXATION PROCESSES IN THE IONIC BOUNDARY LAYER NEAR THE INTERPHASE «LITHIUM NIOBATE CRYSTAL – BENZOIC ACID MELT»**

M. I. Petukhov, M. V. Usatov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The article is devoted to a numerical study of the behavior of the proton exchange reaction products in a benzoic acid melt during its interaction with a lithium niobate crystal. During protonation, positive lithium ions and negative benzoate ions inject into acid. It is shown that near the interphase surface, benzoate ions form a stationary boundary layer supported by a flow of lithium ions from the crystal. The work simulates a situation in which at a certain point in time the conditions facilitating proton exchange cease to be met, resulting in a gradual disappearance of the boundary layer.

**Keywords:** proton exchange; boundary layer; numerical simulation

### **Введение**

В работе [1] была предложена физико-математическая модель, описывающая процессы, проходящие в бензойной кислоте на начальных этапах протонирования. Несмотря на малость исследуемой области, поведение бензоат-ионов, которые остались в кислоте после диссоциации ее молекул, и ионов лития, инжектируемых в кислоту после их замещения протонами в кристалле, оказалось возможным описать при использовании уравнений механики сплошных сред. Основными механизмами, определяющими поведение продуктов реакции, оказались диффузия, электромиграция и рекомбинация. В ходе решения задачи в стационарной постановке было показано, что бензоат-ионы образуют

пограничный слой, а ионы лития в свою очередь стремятся заполнить всю рассматриваемую область. Различие в профилях концентраций, связанное с разницей в кинетике ионов, приводит к тому, что в формирующемся пограничном слое присутствует электрическое поле.

Дальнейшие исследования динамики образования данного пограничного слоя [2] показали, что время его формирования составляет  $\sim 10^{-4}$  с. Также было обнаружено, что молекулы бензоата лития, аккумулирующиеся в бензойной кислоте в результате рекомбинации ионов, способны достичь заметных значений концентрации спустя 1–2 часа после начала обменного процесса. Данное обстоятельство является возможной причиной замедления реакции с течением времени, так как присутствие бензоата лития в кислоте снижает интенсивность протонного обмена.

Так или иначе, условия, сопутствующие протонному обмену, могут поддерживаться лишь до определенного момента времени. После прекращения обменного процесса в сформированном в кислоте пограничном слое должны протекать релаксационные процессы, которые будут изучены в данной статье.

### Постановка задачи

В работе рассматриваются процессы, протекаемые в бензойной кислоте, разогретой до температуры 500 К и находящейся в выемке, сформированной однородными стенками фотолитографической маски и поверхностью кристалла ниобата лития, через которую в кислоту проникают ионы лития (рис. 1). Размеры указанной области  $H = 10^{-6}$  м,  $L = 5H$ .



Рис. 1. Геометрия задачи. Система координат. 1 – расплав бензойной кислоты, 2 – кристалл ниобата лития, 3 – фотолитографическая маска

Процессы в расплаве бензойной кислоты описываются при помощи следующей системы уравнений в приближении механики сплошных сред:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + e(n_+ - n_-) \vec{E}, \quad \text{div} \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\text{div}(\varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}) = e(n_+ - n_-), \quad \vec{E} = -\nabla \varphi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) n_{\pm} = D_{\pm} \Delta n_{\pm} \mp k_{\pm} \nabla(n_{\pm} \vec{E}) - k_R n_+ n_-, \quad (3)$$

где  $\vec{v}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\varphi$ ,  $p$ ,  $n_{\pm}$  – поля скорости, напряженности электрического поля, электрического потенциала, давления, концентрации положительно заряженных и отрицательно заряженных ионов. Коэффициенты  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $g$ ,  $e$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon$  обозначают плотность и динамическую вязкость бензойной кислоты, ускорение свободного падения, заряд электрона, электрическую постоянную и диэлектрическую проницаемость. Последняя принимала модельное значение, равное 1. Параметры  $D_{\pm}$  задают значения коэффициентов диффузии соответствующих ионов,  $k_{\pm}$  и  $k_R$  – коэффициенты подвижности и рекомбинации ионов.

На границах расчетной области ставились следующие условия:

$$\begin{aligned} x=0, L: \quad \vec{v} &= 0, \quad \frac{\partial n_{\pm}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \\ y=0: \quad \vec{v} &= 0, \quad \frac{\partial n_{\pm}}{\partial y} = -\frac{J}{D_{\pm}}, \quad \varphi = 0, \\ y=H: \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} &= v_y = 0, \quad \frac{\partial n_{\pm}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $J$  – плотность потока ионов. В настоящей работе моделируются процессы, происходящие в кислоте после достижения рассматриваемой системой установления и последующего отключения потока ионов со стороны кристалла. Таким образом, граничные условия на поток ионов (5) претерпевали следующие изменения:

$$y=0, \quad t \geq t_0: \quad \frac{\partial n_{\pm}}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

Краевая задача (1) – (6) была решена в безразмерном виде. В качестве единиц измерения длины, скорости, времени, концентрации, электрического потенциала и давления были приняты следующие величины:  $H$ ,  $v/H$ ,  $H^2/v$ ,  $JH/D_+$ ,  $eJH^3/\varepsilon_0 D_+$ ,  $\rho v^2/H^2$ . Здесь  $v = \eta/\rho$  – кинематическая вязкость бензойной кислоты. В процессе численного моделирования использовался следующий набор размерных управляющих параметров:  $H = 2 \cdot 10^{-6}$  м,  $k_+ = 1.5 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с·В,  $k_- = 2 \cdot 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с·В,  $k_R = 1.5 \cdot 10^{-14}$  м<sup>3</sup>/с,  $D_+ = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с,  $D_- = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с,  $v = 5 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

### Результаты расчетов

На рис. 2 показаны зависимости значений концентраций ионов от времени в центре расчетной области. Видно, что к безразмерному моменту времени  $t_0 = 50$ , которое соответствует 0.4 мс, система достигает установления, характеризующееся равновесием между потоком новых ионов со стороны межфазной поверхности, их диффузией вглубь кислоты и дальнейшей рекомбинацией. В этот же момент времени происходит отключение потока ионов путем смены граничных условий на концентрацию с (5) на (6). Это приводит к резкому изменению профилей ионов обоих знаков. Так, в центре

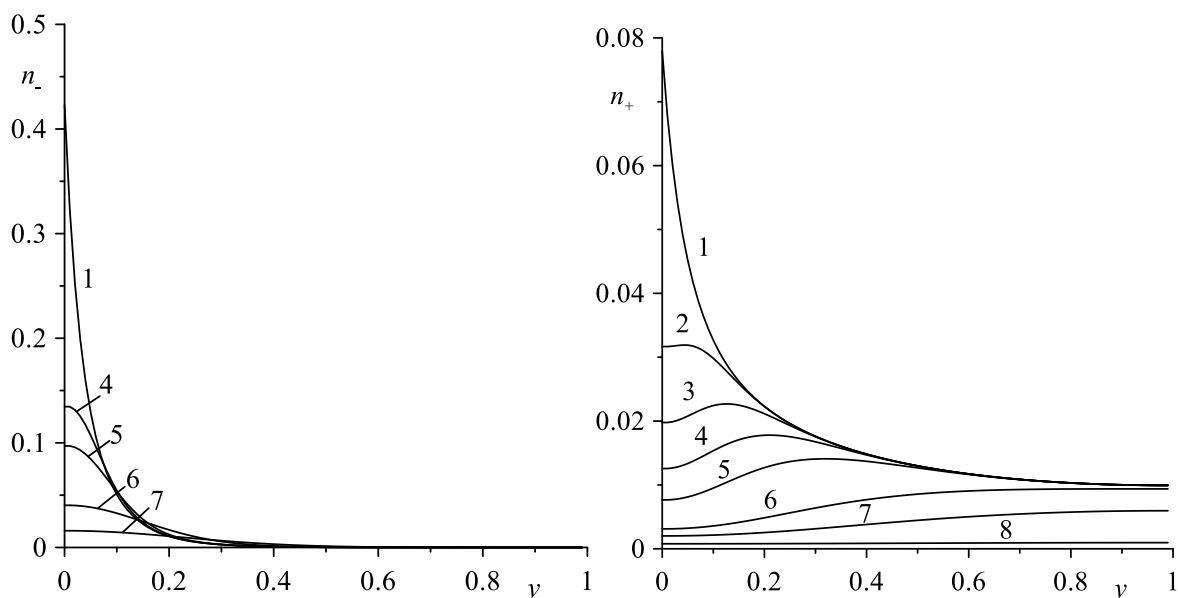


Рис. 2. Профили концентрации отрицательно (слева) положительно заряженных (справа) ионов в точке  $x = 0.5$ ,  $y = 2.5$  в разные моменты времени:  
 $1 - t = 50$ ,  $2 - t = 50.1$ ,  $3 - t = 50.25$ ,  $4 - t = 50.5$ ,  $5 - t = 51$ ,  
 $6 - t = 54$ ,  $7 - t = 61$ ,  $8 - t = 100$

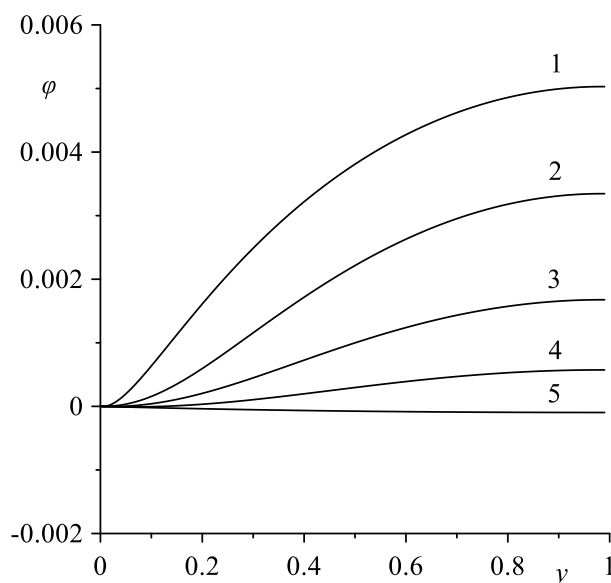


Рис. 3. Профили электрического потенциала в разные моменты времени:  
 $1 - t = 50$ ,  $2 - t = 54$ ,  $3 - t = 61$ ,  $4 - t = 74$ ,  $5 - t = 175$

области (рис. 2) концентрация отрицательно заряженных ионов начинает расти, в то время как концентрация положительно заряженных ионов уменьшается.

В ходе расчетов профили  $n_+$  и  $n_-$  становятся одинаковыми лишь по завершении рекомбинации всех ионов. Как следствие, неоднородное электрическое поле, возникающее в пограничном слое за счет уравнения электростатики (2), будет иметь место на протяжении всего релаксационного процесса. Эволюция профиля электрического потенциала с течением времени показана на рис 3. Видно, что за время рекомбинации профили концентрации

меняются настолько заметно, что напряженность электрического поля рассматриваемой системы меняет знак.

### **Заключение**

Полученные результаты позволяют сказать, что релаксационные процессы в пограничном слое, формирующемся вблизи протонируемой поверхности кристалла ниобата лития протекают за сравнительно короткое время. Если на образование данного слоя требуется  $\sim 0.3 \cdot 10^{-3}$  с, то его полное исчезновение после отключения потока ионов со стороны кристалла в кислоту занимает время  $\sim 1 \cdot 10^{-3}$  с.

За данное время изначально стационарные профили концентрации ионов и электрического поля испытывают сильные изменения, которые, тем не менее, не приводят к конвективному переносу. Другими словами, после отключения потока нарушается баланс между их диффузией и рекомбинацией. Именно эти механизмы и играют основные роли в ходе нелинейного процесса релаксации.

### **Список литературы**

1. *Demin V. A., Petukhov M. I., Ponomarev R. S.* An ionic boundary layer near the lithium niobate surface in the proton exchange process // *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2023. Vol. 59 (3). P. 321–328.
2. *Demin V. A., Petukhov M. I., Ponomarev R. S., Kuneva M.* Dynamics of the proton exchange process in benzoic acid interacting with lithium niobate crystals // *Langmuir*. 2023. Vol. 39 (31). P. 10855–10862.

# ДИНАМИКА ВОЗДУШНОГО ПУЗЫРЬКА НА ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УЗ

В. А. Галишевский<sup>a</sup>, М. О. Кучинский<sup>a,b</sup>, К. А. Рыбкин<sup>a,b</sup>,  
Т. П. Любимова<sup>a,b</sup>, А. Д. Садовникова<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

В представленной работе исследованы эффекты, возникающие при ультразвуковом воздействии на систему, состоящую из твердых поверхностей, жидкости и воздушных пузырьков. Эксперименты проводились с использованием пластин из кварца, акрила и тефлона, обладающих разной степенью смачиваемости. Было установлено, что при воздействии ультразвука на кварцевую пластину, воздушный пузырек размером 1-2 мм не прикрепляется к поверхности, сохраняя между собой и пластиной слой жидкости. Для акриловых и тефлоновых пластин были получены данные о зависимости контактного диаметра, угла смачивания и высоты пузырька от продолжительности ультразвукового воздействия.

**Ключевые слова:** ультразвук; контактный угол; смачиваемость

## THE DYNAMICS OF AN AIR BUBBLE ON A SOLID SURFACE IN THE PRESENCE OF ULTRASOUND

V. A. Galishevskiy<sup>a</sup>, M. O. Kuchinskiy<sup>a,b</sup>, K. A. Rybkin<sup>a,b</sup>,  
T. P. Lyubimova<sup>a,b</sup>, A. D. Sadovnikova<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

In this study, we investigate the effects of ultrasonic action on a system composed of solid surfaces, liquids, and air bubbles. The experiments were conducted using quartz, acrylic, and Teflon plates with different degrees of wettability. We found that when a 1-2 mm air bubble is exposed to ultrasound on a quartz plate, it does not attach to the surface, maintaining a layer of liquid between it and the plate. Data were also collected for acrylic and Teflon plates regarding the dependence of contact diameter, wetting angle, and bubble height on the duration of ultrasound exposure.

**Keywords:** ultrasound; contact angle; wettability

### Введение

Актуальность большого числа работ, посвященных взаимодействию пузырьков друг с другом и с твердыми поверхностями, связана с широким применением акустических (в том числе ультразвуковых) полей в технологических процессах. Например, при рассмотрении процесса флотации и параметров, влияющих на прикрепление воздушных пузырьков к твердым

частицам, стоит отметить такую характеристику поверхности как смачиваемость.

Смачиваемость в научной и технологической сферах считается важной характеристикой поверхности материала [1]. В многих промышленных процессах необходимо регулировать смачиваемость используемой поверхности, поэтому существует множество способов воздействия на ее численную характеристику – контактный угол.

Если пузырёк, который подвергается воздействию УЗ, находится вблизи твердой поверхности, то он может закрепиться на ней, в этом случае контактный угол будет зависеть как от характеристик пузырька, так и от степени шероховатости поверхности и ее структуры [2]. Контактный угол может также меняться при внешнем силовом воздействии: например, в [3] описаны явления гистерезиса при вибрации подложки с ультразвуковой (УЗ) частотой. В рассматриваемых системах УЗ воздействие безвозвратно уменьшает контактный угол, и для фиксированной частоты его уменьшение зависит от амплитуды ультразвука [4, 5].

Целью данного исследования является исследование динамики уединенного воздушного пузырька в дистиллированной воде вблизи и на твердых поверхностях различной степени смачиваемости, с возможным его закреплением и удержанием на твердой поверхности под действием УЗ.

### **Описание экспериментальной установки и методики обработки результатов измерений**

В экспериментах использовалась оргстеклянная кювета, имеющая форму параллелепипеда, с размерами 103×103×195 мм (рис. 1а). В центральной части кюветы строго горизонтально закреплялись исследуемые пластины (5) из материалов с различной степенью гидрофильности (кварцевое стекло, акрил, тефлон). В нижней части кюветы располагался 28 кГц источник УЗ (2). Эксперименты проводились в дистиллированной воде при нормальных условиях. Пузырек размером около 1 мм создавался при помощи калиброванного стеклянного капилляра и шприцевого насоса.

Для регистрации изменения краевого угла смачивания поверхности использовались SSD камера Basler acA1920-155um (4) и коллимированный источник контрового света Telecentric HP illuminator (3), оснащенный телецентрическими макрообъективами. С использованием высокоскоростной камеры Basler A504кs была проведена серия коротких экспериментов для изучения характеристик колебаний пузырька и для их сравнения с теоретическими данными. Полученные в экспериментах фотографии обрабатывались с помощью программы на Python, разработанного на основе тангенциального метода измерения краевого угла (рис. 1б). На первом этапе производилась бинаризация изображения, чтобы на изображении остался только контур пузырька на поверхности пластины, затем черному цвету присваивалось значение 0, белому – 1. Далее на картинке определялась линия пластинки (l) и максимальное отклонение от нее, соответствующее верхней точке пузырька (p3), после чего производился поиск крайней (p1) и



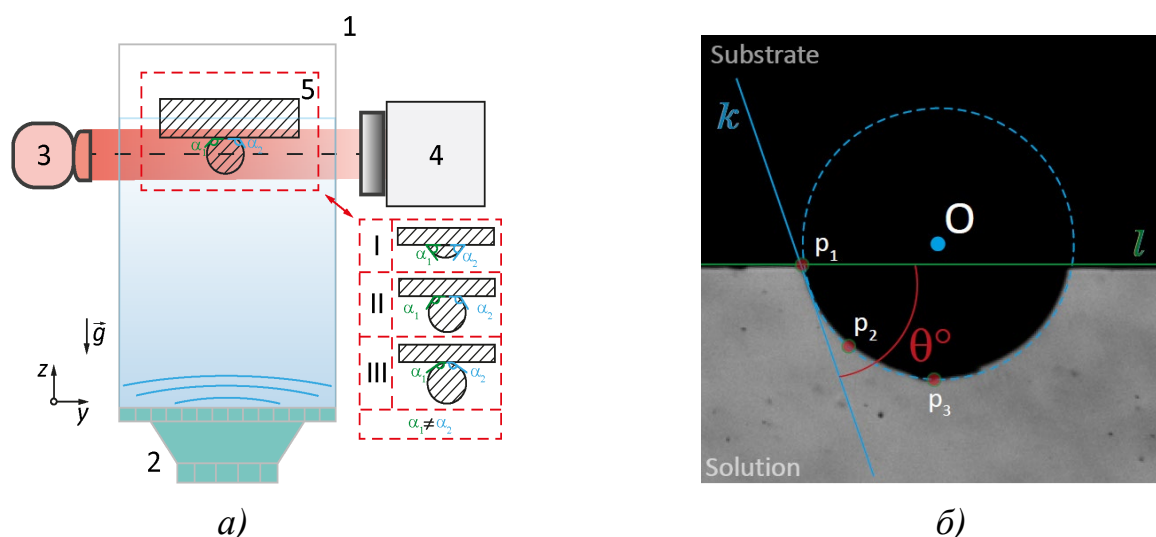


Рис. 1. а) Схема экспериментальной установки;  
б) изображение в процессе программной обработки

промежуточной ( $p_2$ ) точек на границе пузырька. Далее по трем точкам записывались уравнения окружности, касательной в крайней точке пузырька. Затем из уравнения прямой, идущей вдоль пластины, и уравнения касательной ( $k$ ) вычислялся краевой угол  $\theta$ ,  $^\circ$ .

### Результаты и обсуждение экспериментов

Показано, что в случае гидрофильной пластины из кварца пузырек не закрепляется на твердой поверхности, между ними остается тонкий слой жидкости. Ультразвуковое воздействие в таком случае приводит к возникновению неоднородного поля давления, которое заставляет пузырек перемещаться вдоль пластины в область низкого давления. После этого пузырек начинает осциллировать в вертикальном направлении, приближаясь и удаляясь от твердой пластины, это движение сопровождается колебаниями поверхности пузырька (рис. 2).

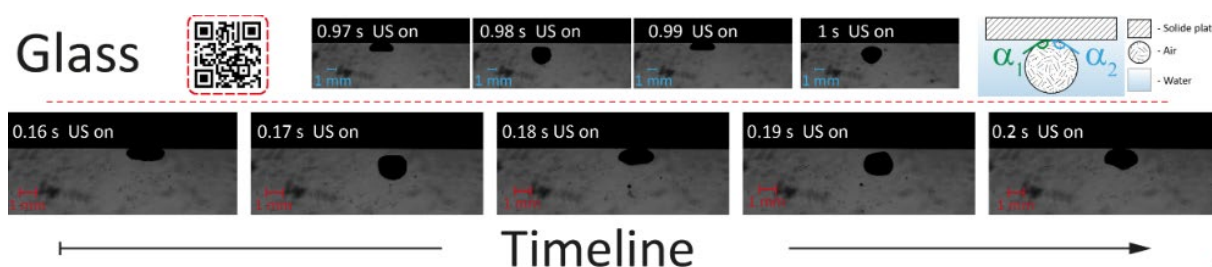
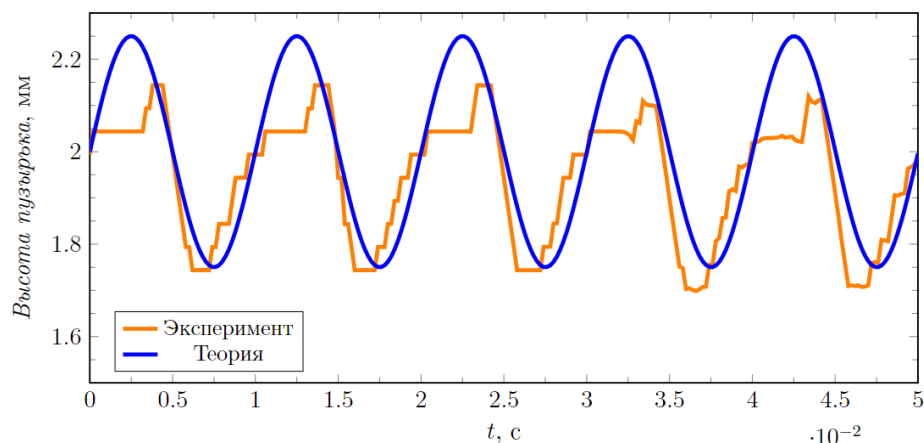


Рис. 2. Колебания пузырька на поверхности кварца под воздействием ультразвука с дальнейшим отрывом от пластины и деформацией поверхности пузырька в направлении распространения волны

Эксперименты для более гидрофобных поверхностей акрила и тефлона показали изменение мгновенных характеристик пузырька при воздействии ультразвука. С использованием высокоскоростной камеры в экспериментах зарегистрированы изменения контактного диаметра, высоты пузырька и

динамического угла контакта с течением времени. Найдено, что в течение коротких времен (около  $10^{-2}$  с) наблюдаются колебания всех этих характеристик вблизи некоторых средних значений с частотой, близкой к частоте второй моды собственных колебаний формы для сферического пузырька (рис. 3).



*Рис. 3. Колебания высоты пузырька на тефлоне под воздействием УЗ, сопоставление экспериментальных (оранжевая кривая) и теоретических (синяя кривая) данных*

Исследование выполнено при поддержке из средств гранта Российского научного фонда (грант № 24-11-00269).

### Список литературы

1. Wang T., Liang G., Li L., Zhou S., Shen S. Droplet wetting propagation on a hybrid-wettability surface // *Langmuir*. 2021. Vol. 37 (39). P. 11646-11656.
2. Brutin D., Zhu Z., Rahli O., Xie J., Liu Q., Tadrast L. Sessile drop in microgravity: creation, contact angle and interface // *Microgravity Science and Technology*. 2009. Vol. 21. P. 67–76.
3. Sarasua J. A., Rubio L. R., Aranzabe E., Vilela J. L. V. Energetic study of ultrasonic wettability enhancement // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2021. Vol. 79. 105768.
4. Liu Y. T., Li H. M., Gao M. Z., Ye S. Q., Zhao Y. et al. Experimental and molecular dynamics study into the surfactant effect upon coal wettability // *RSC Advances*. 2021. Vol. 11 (40). P. 24543–24555.
5. Day J. K. A study of bubble wetting on surfaces: Undergraduate Theses. Massachusetts Institute of Technology, 2010. 53 p.

# ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНОСТИ КАВИТАЦИОННЫХ СОБЫТИЙ ВНУТРИ СОНОХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕПЛОВЫХ КАРТ

М. О. Кучинский

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Для очистки поверхностей и проведения химического синтеза в различных областях промышленности используются ультразвуковые ванны и сонохимические реакторы. Варьируя геометрию полости, мощность ультразвуковых излучателей, химический состав жидкости и другие параметры, можно влиять на процессы эрозии, очистки поверхностей. В работах исследователей для определения зон активной кавитации, в которых происходит эрозия, применяются различные методы, в том числе – тест фольгой. В настоящей работе экспериментально исследуется влияние соли NaCl на процесс эрозии алюминиевой фольги при ультразвуковом воздействии. Полученные результаты могут быть использованы для технических приложений, использующих ультразвук.

**Ключевые слова:** ультразвук; кавитация; эрозия фольги

## INVESTIGATION OF THE ACTIVITY OF CAVITATION INSIDE A SONOCHEMICAL REACTOR USING HEAT MAPS

M. O. Kuchinskiy

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm  
Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

Ultrasonic baths and sonochemical reactors are used in various industries for cleaning surfaces and conducting chemical reactions. By varying the geometry of the ultrasonic cavity, the power of the emitters, and other parameters such as the chemical composition and presence of gas in the liquid, it is possible to control the processes of erosion, cleaning, and synthesis of chemical compounds on surfaces. In this paper, we experimentally investigate the effect of sodium chloride (NaCl) on the erosion process of aluminum foil under ultrasonic exposure. We focus on identifying the areas of active cavitation and measuring the rate of erosion in NaCl solutions. These findings can be applied to technical applications that utilize ultrasound for industrial processes.

**Keywords:** ultrasound; cavitation; foil erosion

### Введение

Для оптимизации процессов в сонохимических реакторах исследователям приходится искать способы предотвращения кавитации, так как появление кавитационных пузырьков вблизи поверхности материала зачастую оказывается нежелательным [1]. Зоны кавитационной активности определяются

различными способами, одним из которых является механический способ, основанный на эрозии поверхности. В качестве такой поверхности часто выступает алюминиевая фольга, позволяющая определить интенсивность кавитационных событий (foil test) [2]. Этим методом визуализируется процесс эрозии фольги по областям с наибольшим количеством повреждений и определяется распределение кавитационной активности внутри сонохимического реактора [3].

Наглядным способом представления данных для временной и пространственной динамики всевозможных процессов являются тепловые карты, поэтому их использование эффективно для развития метода foil test при визуализации активности кавитационных событий в лабораторных исследованиях.

Цель настоящей работы состоит в обработке методом тепловых карт данных, полученных с помощью модифицированного метода теста фольгой, для случая трехмерного картирования объема сонохимического реактора, заполненного раствором соли NaCl.

### Описание экспериментальной установки и методика обработки результатов измерений

Для проведения эксперимента была изготовлена лабораторная установка, включающая в себя кювету из акрилового стекла, фольгу, натянутую на пластиковую рамку и источник УЗ 28 кГц; в качестве рабочих жидкостей использовались водные растворы с различными концентрациями NaCl. Для регистрации областей разрушения фольги применялись цифровая камера и контрольный источник света; в результате получался соответствующий одному вертикальному сечению реактора набор фотографий, обрабатываемый с использованием алгоритма на Python (рис. 1а).

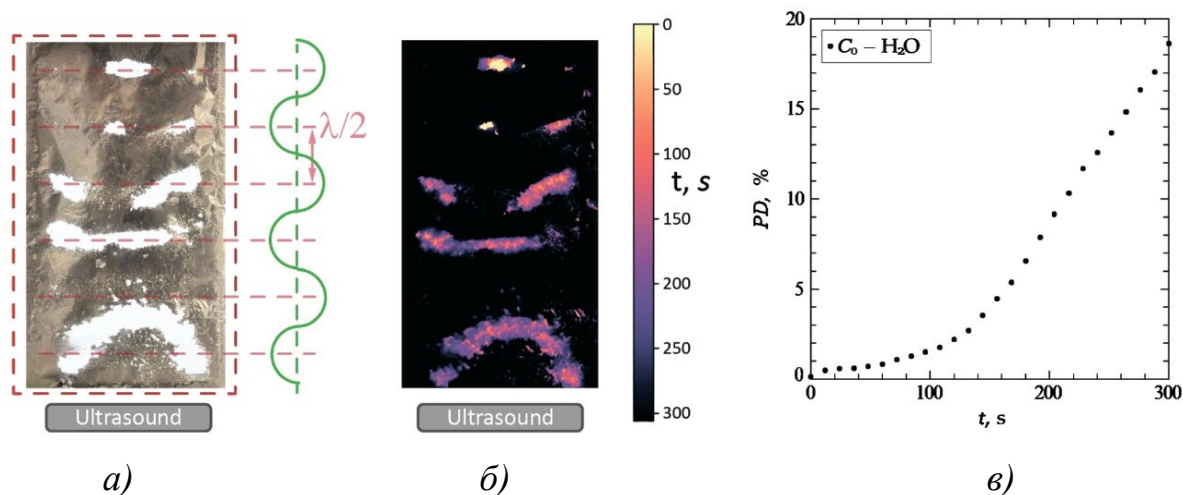


Рис. 1. Результаты одного эксперимента для  $H_2O$ :

- а) Фотография разрушенной поверхности фольги после  $t = 300$  с ультразвукового воздействия; б) Тепловая карта после  $t = 300$  с ультразвукового воздействия; в) Зависимость площади разрушенной поверхности фольги от времени

Программа загружает экспериментальные фотографии, а затем обрабатывает их, в результате таких манипуляций получаются черно-белые снимки с четкими границами разрушения фольги. Затем из каждой фотографии получается двумерный массив, отражающий интенсивность света в каждой точке. На следующем этапе обработки происходит присвоение цвета каждой точке, минимальному значению присваивается черный цвет, а максимальному желтый цвет. В результате обработки получается тепловая карта, цветовая схема которой показывает момент времени, когда произошло разрушение фольги (рис. 1б).

На основе первого кадра фиксировалась Initial line area в отсутствие УЗ воздействия. Далее при включении источника УЗ происходило постепенное разрушение фольги, вызванное коллапсом кавитационных пузырьков вблизи твердой поверхности. После этого для каждого из снимков определялась полная площадь эродированной поверхности (Damaged line area), и на основе обработки рассчитывалась относительная площадь разрушения фольги в данный момент времени (рис. 1в).

В результате разработан модифицированный метод визуализации кавитационной активности на основе foil test с использованием тепловых карт, позволяющий проследить за ее пространственным распределением и временной динамикой в сонохимическом реакторе.

### Результаты экспериментов и обсуждение

В результате проведенных с применением метода foil test экспериментальных исследований получены тепловые карты и зависимости площади разрушения от времени воздействия УЗ при различных концентрациях NaCl (0.0 – 5.5 моль/л). Выявлено, что с увеличением концентрации соли меняется структура зон активности кавитационных событий в объеме жидкости при УЗ воздействии.

В дистиллированной воде в рассмотренных условиях возникают 6 зон активной кавитации, в которых наиболее интенсивно происходит деградация

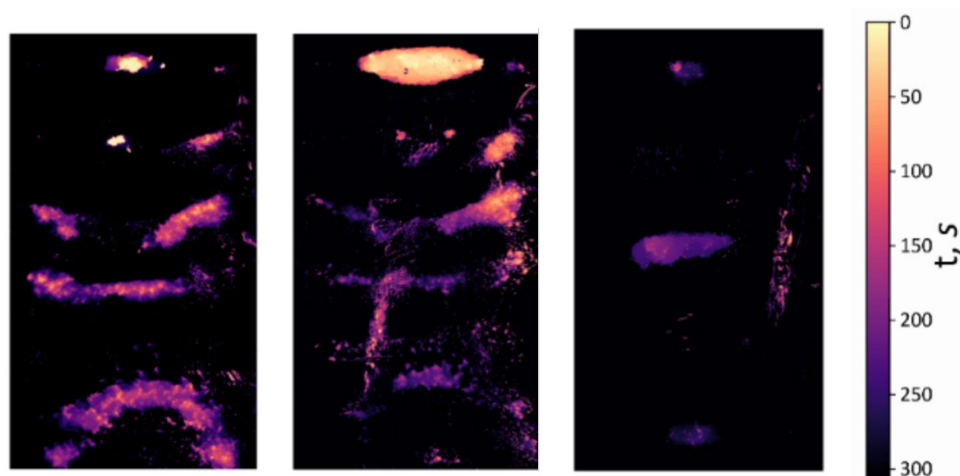


Рис. 2. Тепловые карты, иллюстрирующие зоны кавитационной активности в растворах соли (0 / 0.3 / 5.5) моль/л

поверхности алюминиевой фольги. В растворе с малой концентрацией соли (0.3 моль/л) количество зон и их расположение совпадают с полученными в дистиллированной воде. Возникает ярко выраженная зона вблизи границы раздела, образуемая за счет интерференции волн, которая наблюдается и при увеличении концентрации соли (рис. 2).

При достижении концентрации, близкой к насыщению (5.5 моль/л), эрозия фольги начинается после 200 с УЗ воздействия. При этом образуются 3 зоны кавитационной активности, симметричные относительно центра вертикального среза.

### Список литературы

1. *Liu L, Yu P.* Design and experiment-based optimization of high-flow hydraulic one-way valves // *Fluid Dynamics and Materials Processing*. 2020. Vol. 16 (2). P. 211–224.
2. *Yuan B., Jiang Y., Zhu L.* Study on the processing methods of aluminum foil measurement signals for ultrasonic cleaning parameters // *2011 Second International Conference on Digital Manufacturing & Automation*. Zhangjiajie, China, 2011. P. 1180–1183.
3. *Tangsopa W., Thongsri J.* Development of an industrial ultrasonic cleaning tank based on harmonic response analysis // *Ultrasonics*. 2019. Vol. 91. P. 68–76.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ВОЗДУШНЫЕ ПУЗЫРЬКИ В РАСТВОРАХ ПАВ

А. Д. Садовникова<sup>a,b</sup>, М. О. Кучинский<sup>a,b</sup>, К. А. Рыбкин<sup>a,b</sup>,  
Т. П. Любимова<sup>a,b</sup>, В. А. Галишевский<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН,  
614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1

Исследование посвящено анализу эффектов ультразвукового воздействия на формирование и движение воздушных пузырьков в растворах поверхностно-активных веществ (ПАВ) и хлорида натрия. Проведенные эксперименты с растворами NaCl и SDS разной концентрации показали, что можно регулировать размер и количество пузырьков, генерируемых с помощью мембраны. УЗ воздействие привело к уменьшению среднего размера пузырьков и их количественному увеличению. В момент отключения источника наблюдается разрушение образовавшихся кластеров: в объеме жидкости декластеризация происходит радиально, перпендикулярно направлению распространения ультразвуковой волны; центр образовавшегося кольца продолжает движение в направлении распространения волны.

**Ключевые слова:** ультразвук; кластеризация; воздушные пузырьки

## INVESTIGATION OF THE IMPACT OF ULTRASONIC EFFECTS ON AIR BUBBLES IN SURFACTANT SOLUTIONS

A. D. Sadovnikova<sup>a,b</sup>, M. O. Kuchinskiy<sup>a,b</sup>, K. A. Rybkin<sup>a,b</sup>,  
T. P. Lyubimova<sup>a,b</sup>, V. A. Galishevskiy<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS,  
1 Academician Korolev St., 614013, Perm

The work focuses on the analysis of the effects of ultrasonic exposure on the formation and movement of air bubbles in solutions containing surfactants and sodium chloride. Experiments using NaCl and SDS solutions with different concentrations have shown that the size and number of generated bubbles can be controlled. Ultrasonic treatment has led to a reduction in the average bubble size and an increase in their number. When the ultrasonic source is turned off, destruction of the generated clusters occurs: in the liquid volume, cluster destroys radially, perpendicular to the direction of ultrasonic wave propagation; the center of the resulting ring continues to move in the same direction as the wave.

**Keywords:** ultrasound; clustering; air bubbles

## Введение

Флотацию в самом общем виде можно определить как метод разделения взвешенных в жидкости твердых частиц (или выделения твердых частиц из жидкости) на основе различия их степени гидрофобности [1, 2]. Осуществляя

контроль над характеристиками системы (размеры и количество пузырьков, концентрация химических веществ в растворе, температура и др.), можно добиться оптимизации процессов, так как от данных параметров напрямую зависит вероятность закрепления гидрофобных частиц на поверхности пузырька [3, 4].

Еще одним способом интенсификации процесса флотации является использование внешнего механического воздействия, например, ультразвукового [5, 6]. Ввиду комплексного воздействия на флотационную систему, ультразвук может изменять физико-химические свойства жидкости и непосредственно влиять на эффективность разделения, поэтому в случае применения ультразвука важно оценить его воздействие для определения оптимальных параметров.

Изменение поведения включений (пузырьков газа, твердых частиц) в жидкости при акустическом воздействии связано с действием гидродинамических сил (сил акустического излучения), которые могут приводить к дрейфу и перераспределению пузырьков в объеме жидкости. В работе [7] отмечено, что первичные силы заставляют частицы мигрировать в акустическом поле или собираться в определенных областях, например, в пучностях давления (или узлах) стоячих звуковых волн, тогда как вторичные силы заставляют их притягивать или отталкивать друг друга, а иногда образовывать устойчивые кластеры.

Существует ряд гипотез, объясняющих такое поведение, одна из них – образование кавитационных микропузырьков в жидкости, которые участвуют в закреплении относительно крупных пузырьков на поверхности твердых частиц [5].

Цель настоящей работы состоит в экспериментальном исследовании влияния УЗ и химических веществ на процесс генерации пузырьков и в изучении эффектов, возникающих в такой системе при импульсном УЗ.

### **Описание экспериментальной установки и методика обработки результатов измерений**

Экспериментальная установка включала в себя кювету сложной геометрической формы, которая была изготовлена из акрила толщиной 3 мм (рис. 1а). Для генерации пузырьков применялись асимметрично смачиваемая мембрана, водяной насос, воздушный компрессор. Насос создавал сдвиговый поток жидкости, срывающий воздушные пузырьки с поверхности мембраны, таким образом происходила их генерация в правой части кюветы, после этого пузырьки попадали под действие УЗ (28 кГц) в центральной части и снова вместе с жидкостью – в магистраль насоса. Пузырьки регистрировались с помощью двух камер: SSD камеры Basler acA1920-155um и высокоскоростной камеры Basler A504kc. С использованием высокоскоростной камеры Basler A504kc была проведена серия коротких экспериментов для более детального изучения эффектов, происходящих с пузырьками под действием УЗ в растворах sodium dodecyl sulfate (SDS) и NaCl. На основе данных, полученных в ходе экспериментов, производилась компьютерная обработка изображений (рис. 1б),



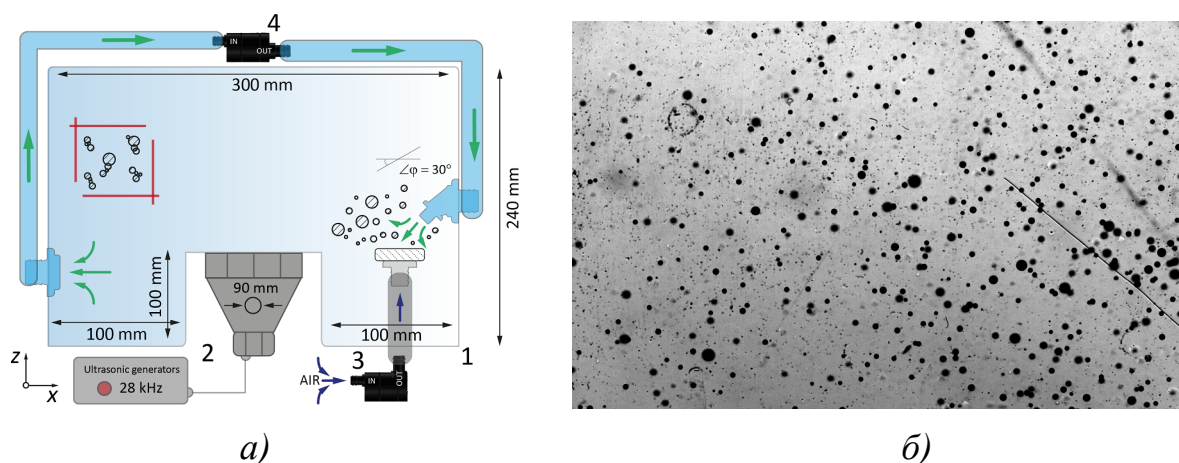


Рис. 1. а) Экспериментальная установка; б) регистрируемое камерой изображение, подвергающееся программной обработке

по результатам которой строились гистограммы распределения пузырьков по размеру (рис. 2а.).

### Результаты экспериментов и обсуждение

Для изучения размеров и количества генерируемых пузырьков вначале были проведены эксперименты при различных концентрациях SDS без использования УЗ. На гистограммах, построенных в результате программной обработки данных, зарегистрированных с помощью SSD камеры, видно, что при увеличении концентрации от 0 до 3.5 ммоль/л наблюдается уменьшение среднего диаметра пузырьков при одновременном увеличении их количества (рис. 2а).

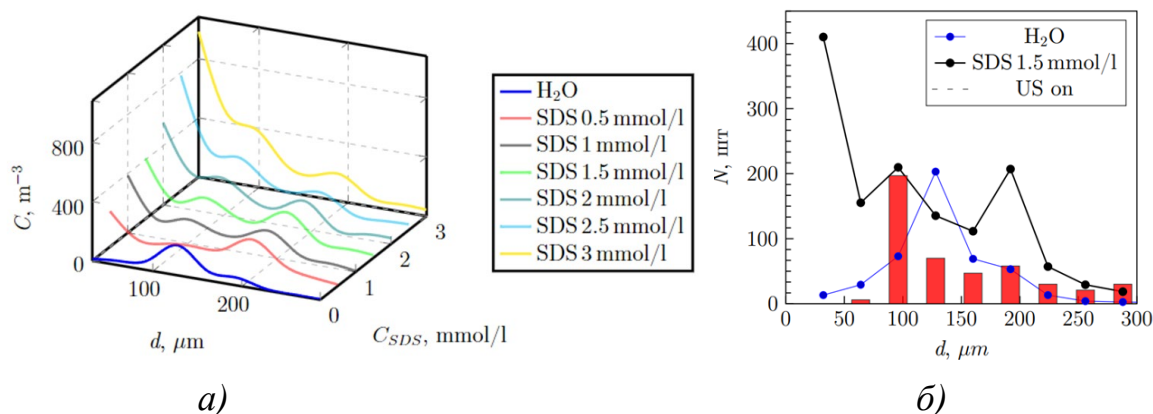
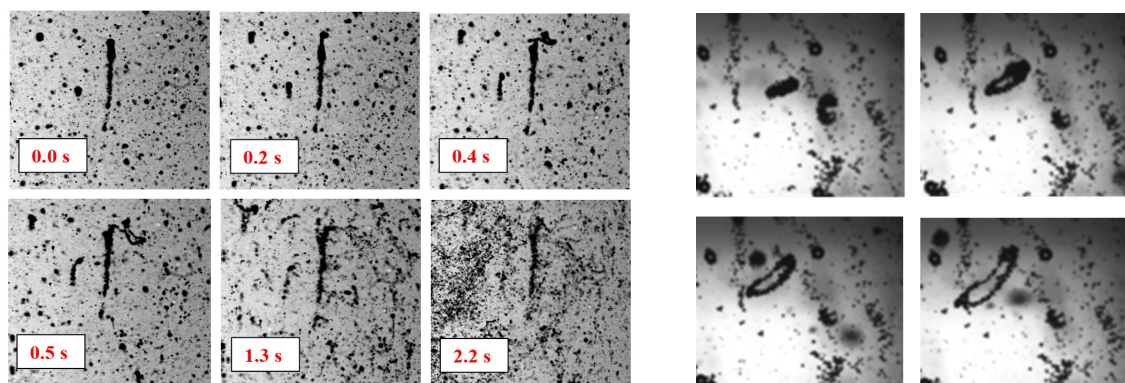


Рис. 2. а) Распределение воздушных пузырьков в растворе по диаметру при различных концентрациях SDS [8]; б) распределение воздушных пузырьков по диаметру при концентрации SDS 1.5 ммоль/л и включенном источнике УЗ

Затем была проведена серия экспериментов в растворе с фиксированной концентрацией SDS (1.5 ммоль/л) с использованием УЗ источника частотой 28 кГц (рис. 2б). Эксперименты показали, что после включения УЗ пузырьки объединяются, оседают на стенках кюветы и совершают поступательное движение в направлении распространения УЗ волны. В момент отключения

источника ультразвука происходит разрушение сформировавшихся структур (рис. 3а) с образованием большого количества микропузырьков. Если произвести повторное включение источника ультразвука, пузырьки заново группируются и движутся вверх под действием подъемной силы.

В результате эксперимента с использованием высокоскоростной камеры было выявлено, что под действием ультразвука пузырьки в растворе образуют кластеры, которые удерживаются действием сил Бьеркнеса. В момент отключения источника происходит радиальное разрушение образовавшихся агломератов перпендикулярно направлению распространения УЗ волны (рис. 3б).



*Рис. 3. Разрушение образовавшихся под действием УЗ кластеров при концентрации SDS 1.5 ммоль/л в момент отключения источника:  
а) на стенке кюветы; б) в объеме жидкости*

### Выводы

Проведены эксперименты при импульсном воздействии ультразвука с различными концентрациями SDS и NaCl. Исследования позволили изучить процесс дрейфа пузырьков и агломератов в растворах ПАВ, выявить зависимость диаметра и количества воздушных пузырьков от концентрации ПАВ, от времени и режима УЗ воздействия.

В дальнейшем предполагается проведение экспериментов при импульсном воздействии УЗ с различными концентрациями SDS и NaCl, а также регистрация зон кавитационной активности и распределения акустического давления в рассматриваемой установке с использованием метода foil test.

Исследование выполнено при поддержке из средств гранта Российского научного фонда (грант № 24-11-00269).

### Список литературы

1. Zhang W., Yuan Q., Jia S., Li Z., Yin X. Multi-objective optimization of forth flotation process: an application in gold ore // Sustainability. 2021. Vol. 13 (15). 8314.
2. Amaral I. B. C., Cavalcante L. C. D., Fabris J. D., Prat B. V., Reis A. B. Use of mining tailings or their sedimentation and flotation fractions in a mixture with soil to produce structural ceramics // Sustainability. 2021. Vol. 13 (2). 911.

3. *Wang D, Liu Q.* Hydrodynamics of froth flotation and its effects on fine and ultrafine mineral particle flotation: A literature review // *Minerals Engineering*. 2021. Vol. 173. 107220.
4. *Nazari S., Hassanzadeh A., He Y., Khoshdast H., Kowalczyk P. B.* Recent developments in generation, detection and application of nanobubbles in flotation // *Minerals*. 2022. Vol. 12 (4). 462.
5. *Chen Y., Truong V. N. T., Bu X., Xie G.* A review of effects and applications of ultrasound in mineral flotation // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2020. Vol. 60. 104739.
6. *Khoo K. S., Chew K. W., Yew G. Y., Manickam S., Ooi C. W., Show P. L.* Integrated ultrasound-assisted liquid biphasic flotation for efficient extraction of astaxanthin from *Haematococcus pluvialis* // *Ultrasonics Sonochemistry*. 2020. Vol. 67. 105052.
7. *Bjerknes V.* Die Kraftfelder. F. Vieweg, 1909. 173 p.
8. *Rybkin K., Kuchinskiy M., Lyubimova T., Kozlov M., Fattalov O., Fattakhova I., Sinitsyna V.* Method of generation, measurement of the size and number of microbubbles in NaCl and SDS solutions of different concentrations // *Journal of Physics: Conference Series*. 2022. Vol. 2317 (1). 012007.

# ИМПУЛЬСНЫЙ ИСТОЧНИК ПИТАНИЯ ЛАЗЕРНЫХ ДИОДОВ

М. М. Белобородова<sup>а</sup>, И. Л. Вольхин<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>б</sup>ПАО Пермская научно-производственная приборостроительная компания  
614990, Пермь, ул. 25 Октября, 106

Изготовлен импульсный источник питания лазерного диодного модуля LDM11-975-70-CW. Проведённые испытания показали работоспособность устройства. В режиме стабилизации тока пределы изменения его силы составляют от 0.5 до 2.0 А, что удовлетворяет техническим требованиям. Использование фильтра Баттерворта четвёртого порядка позволило снизить уровень импульсных помех на выходе стабилизатора.

**Ключевые слова:** лазер; импульсный преобразователь; фильтр

## PULSE POWER SUPPLY FOR LASER DIODES

M. M. Beloborodova<sup>a</sup>, I. L. Volkhin<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>PAO Perm Scientific Production Instrument Company  
106 25 Oktyabrya Str., 614990, Perm

The pulsed power supply for the LDM11-975-70-CW laser diode module has been manufactured. The tests carried out showed the operability of the device. In the current stabilization mode, the limits for changing its strength are from 0.5 to 2.0 A, which satisfies the technical requirements. The use of a fourth-order Butterworth filter made it possible to reduce the level of impulse noise at the output of the stabilizer.

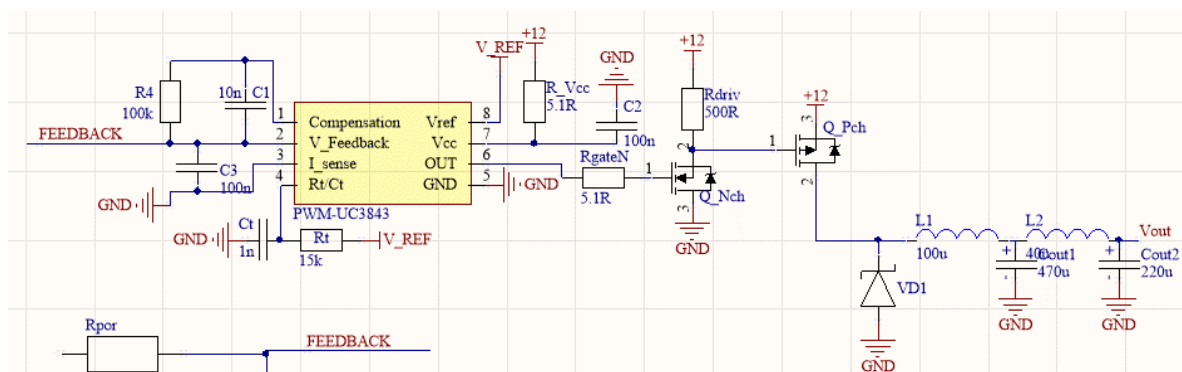
**Keywords:** laser; pulse converter; filter

В лаборатории искусственного интеллекта НОЦ ПАО ПНППК для разработки системы энергоснабжения с передачей энергии по оптическому волокну в качестве источника оптической мощности используется лазерный диодный модуль LDM11-975-70-CW. Для питания модуля используется источник питания GPD-74303S. Он позволяет регулировать силу тока до 3.0 А с шагом 1.0 мА и напряжения до 30 В, с шагом 1 мВ [1]. При этом масса прибора составляет 7 кг, а габаритные размеры – 260×130×120 мм, при ориентировочной стоимости – 105575 руб. В условиях промышленной эксплуатации точность установки силы тока и диапазон регулировки напряжения является избыточной, при этом масса-габаритные параметры не удовлетворяют требованиям заказчика. По техническому заданию заказчика источником питания является бортовая сеть с напряжением 12 В. Колебания напряжения в сети находятся в пределах от 11 до 14 В. Поэтому была поставлена задача для указанного напряжения питания изготовить источник

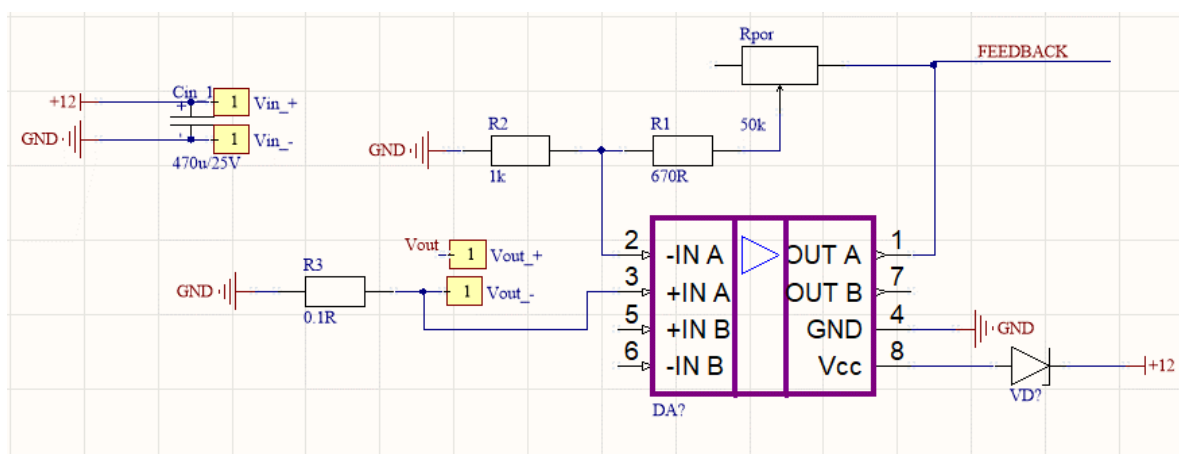
питания, обеспечивающий необходимую для питания лазерного диода силу тока от 0.5 до 2.0 А с минимальными размером и массой.

В результате анализа источников информации [2–4] установлено, что импульсный преобразователь напряжения является наиболее оптимальным вариантом источника питания удовлетворяющим требованиям заказчика.

Электрическая схема импульсного преобразователя представлена на рис. 1а. Он состоит из ШИМ-контроллера PWM-UC3843, питание которого происходит от внешнего источника постоянного тока напряжением 12 В. Плюс напряжения источника питания подается через входные клеммы рис. 1б (для сглаживания низкочастотных пульсаций зашунтированные конденсатором  $V_{in}$  470 мкФ 25 В) поступает на резистор  $R_{Vcc}$  и далее на контакт «7»  $V_{cc}$  ШИМ контроллера. Для сглаживания высокочастотных пульсаций с него же  $C2$  100 нФ. на землю подключен конденсатор. От контакта «6» идут два полевых транзистора: маломощный принимает слабый сигнал, усиливает его и подает на базу другого, мощного транзистора. Без резистора перед  $n$ -канальным транзистором ток базы будет практически отсутствовать при разнице напряжений эмиттера-базы меньшей порогового значения и, если значение будет пройдено (около 0.5–1 В), ток будет слишком большим. Следом



а)



б)

в)

Рис. 1. Электрическая схема импульсного преобразователя:

а) преобразователь напряжения; б) входные клеммы;

в) неинвертирующий операционный усилитель



за р-канальным транзистором находится диод Шоттки, который защищает транзисторы от прохождения сквозных токов [2]. Далее идут два LC-фильтра 4 порядка. Также для усиления сигнала используется неинвертирующий операционный усилитель (рис. 1в). К нему подключен потенциометр, благодаря которому происходит изменение коэффициента усиления и силы тока на выходе стабилизатора.

Разработанная схема импульсного стабилизатора была изготовлена на печатной плате и испытана в различных режимах работы. Была выбрана нагрузка в размере 15.5 Ом, установлено значения напряжения 12 В и силы тока 0.5 А.

При изготовлении импульсного источника тока необходимо установить оптимальные режимы его работы. Для этого вначале была изготовлена упрощенная схема стабилизатора напряжения. Она отличалась от схемы, приведенной на рис. 1, отсутствием неинвертирующего операционного усилителя. Резистор  $R_{\text{пр}} (R3)$  в схеме был установлен между выходом первого фильтра Баттерворта и общим проводом. Сигнал обратной связи с движка резистора поступал на ножку «2» ШИМ-контроллера.

Были получены осциллограммы выходных напряжений импульсного стабилизатора, одна из которых для выходного напряжения 6 В представлена на осциллограмме рис. 2. На ней наблюдаются пульсации постоянного напряжения. Зависимость размаха пульсаций от величины выходного напряжения при напряжении питания 12 В представлена на рис. 3. Её анализ показывает, что величина размаха пульсаций увеличивается с увеличением выходного напряжения. Причем в интервале выходных напряжений 3–9 В рост размаха пульсаций выходного напряжения растет пропорционально увеличению выходного напряжения. При выходном напряжении 10.8 В размах

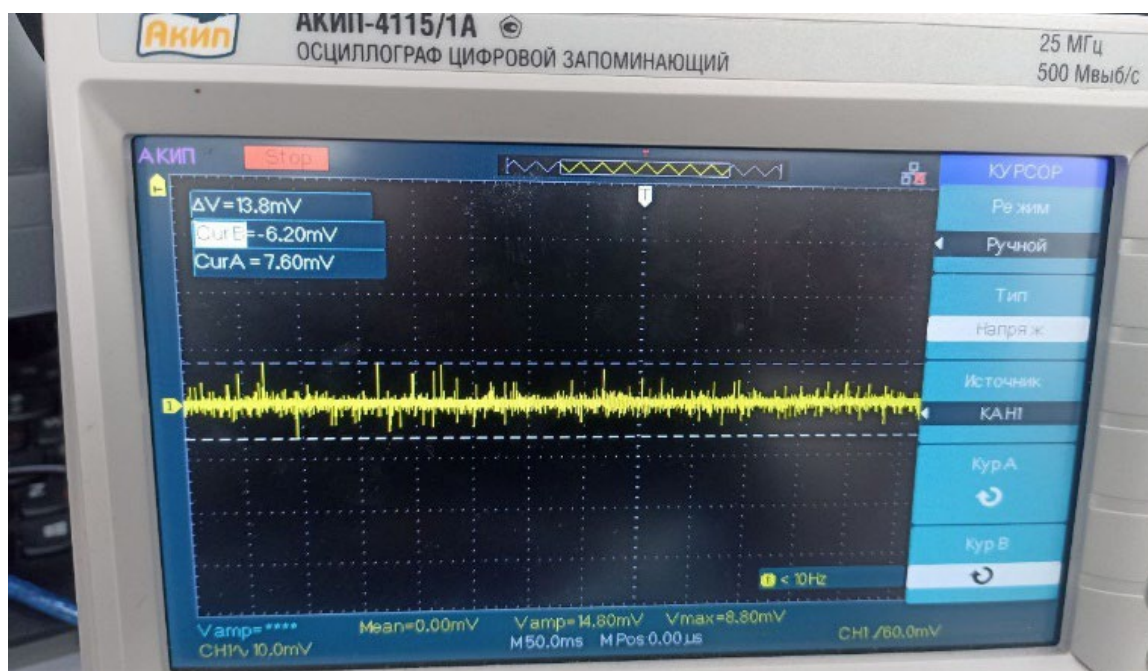
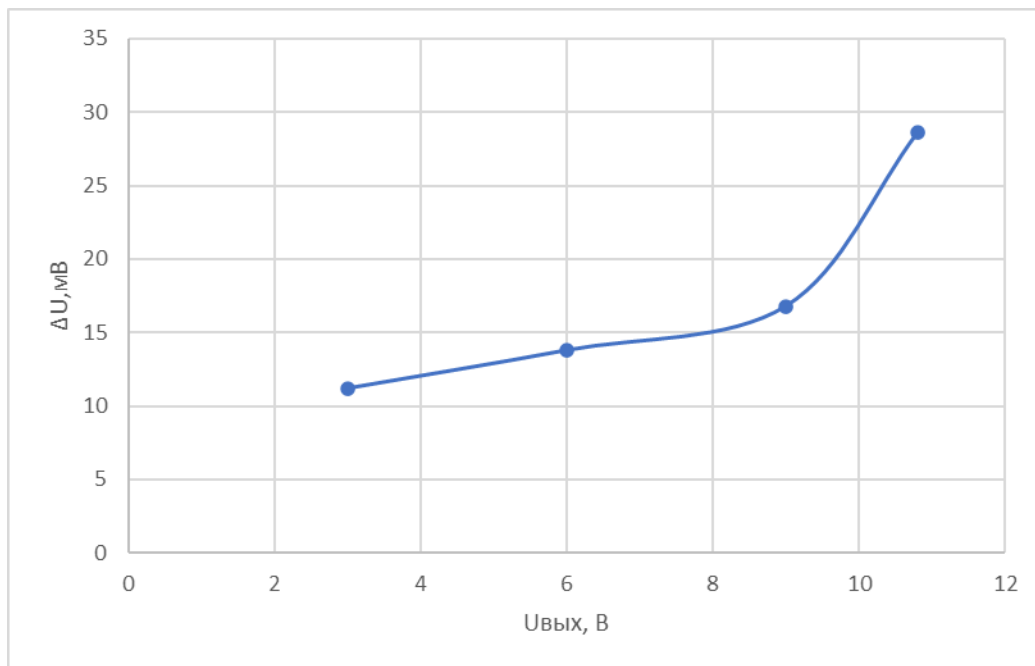


Рис. 2. Фотография с экрана осциллографа напряжения на выходе импульсного стабилизатора 6 В при входном напряжении 12 В



*Рис. 3. Зависимость размаха пульсаций от выходного напряжения*

пульсаций непропорционально резко возрастает. Это свидетельствует о выходе на предельный уровень стабилизированного выходного напряжения. При дальнейшем повышении выходного напряжения стабилизатор теряет работоспособность. Таким образом, по результатам испытаний установлено, что предел изменения выходного напряжения составляет от 0.5 до 11 В.

Затем от стабилизатора напряжения перешли к стабилизатору тока. При этом схема была дополнена неинвертирующим усилителем (рис. 1в). Сигнал обратной связи пропорциональный силе тока протекающей по нагрузке импульсного стабилизатора тока снимался с резистора R3 номиналом 0.1 Ом. Далее сигнал усиливался неинвертирующим усилителем и поступал на вход «2» ШИМ-контроллера. Величина силы тока регулируется резистором Rpot, установленным в цепи обратной связи неинвертирующего усилителя. При изменении его сопротивления будет меняться сила тока на выходе и коэффициент усиления неинветрирующего усилителя. При этом предел регулировки силы тока нагрузки составляет от 0.5 до 2.0 А.

Во время эксперимента между входной дорожкой и стабилитроном был добавлен балластный резистор номиналом 200 Ом для гашения избыточного напряжения. Исходя из расчетов, балластном резисторе будет падение напряжения примерно 7 В, а оставшиеся 5 В пойдут на стабилитрон.

Для расчета коэффициента полезного действия импульсного стабилизатора тока проведены дополнительные исследования при разных сопротивлениях нагрузки. При сопротивлении 19 Ом оно составило 89%, а при 30 Ом – 77%. Из справочной литературы [3] известно, что большая часть импульсных стабилизаторов имеет КПД более 90% в рабочем состоянии. Полученные при исследовании изготовленного стабилизатора величины близки к ним. Отмеченные расхождения лежат в пределах точности измерения приборов.

На рисунке 4 представлена осциллограмма напряжения обратной связи, измеренная на выходе 1 неинвертирующего операционного усилителя (рис. 1б) при значении сопротивления нагрузки 30 Ом, подключенной к клеммам «Vout» и силе тока 474 мА. Полученная форма импульсов близка к пилообразной, что соответствует теоретическим положениям. Таким образом, показана корректная работа схемы обратной связи.



Рис. 4. Сигнал на обратной связи при значении тока 474 мА

На рис. 5 представлена осциллограмма сигнала на выходе ШИМ-контроллера без фильтра. На ней видны импульсные пульсации с размахом  $\Delta U = 26,9$  мВ. После фильтра Баттерворта 4 порядка амплитуда пульсаций уменьшилась до 4 мВ (рис. 6).

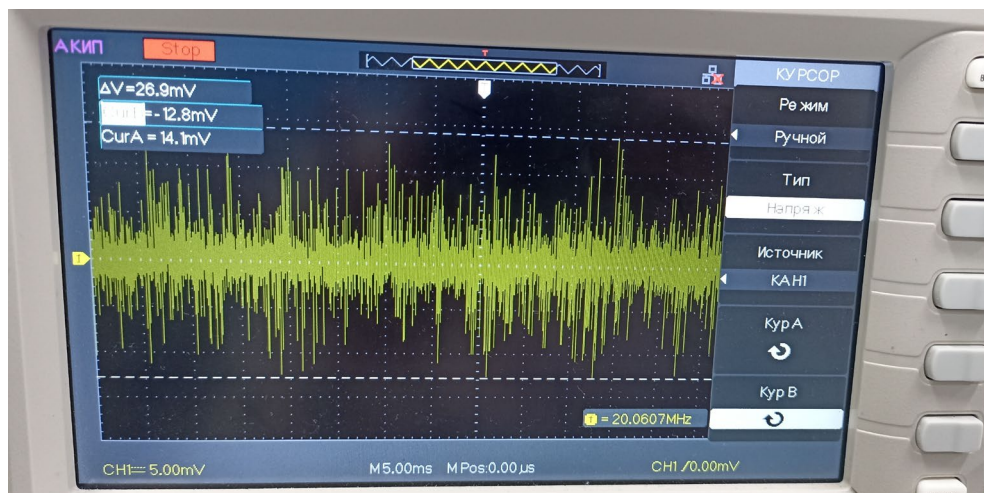


Рис. 5. Сигнал на выходе импульсного преобразователя до фильтра

Таким образом в результате выполнения работы был создан компактный импульсный стабилизатор тока для питания модуля лазерного диода LDM11-975-70-CW удовлетворяющий техническому заданию.





Рис. 6. Сигнал на выходе импульсного преобразователя после фильтра Баттерворта 4 порядка

### Список литературы

1. Источники питания постоянного тока GPD-72303A GPD-73303A GPD-74303A. Руководство по эксплуатации. [Электронный ресурс]. URL: <https://portal.tpu.ru/SHARED/y/YAROSLAVTSEV/academic/Tab/Istochnik%20pitaniya%20GPS%2074303%D0%90.pdf> (дата обращения: 26.08.2024).
2. Михеенко А. Е. Импульсные DC-DC преобразователи. [Электронный ресурс]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/impulsnye-dc-dc-preobrazovateli/viewer> (дата обращения: 26.08.2024).
3. Семёнов Б. Ю. Силовая электроника от простого к сложному. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.elec.ru/library/nauchnaya-i-tehnicheskaya-literatura/semenov-silovaya-elektronika/> (дата обращения: 26.08.2024).
4. Мэк Р. Импульсные источники питания. Теоретические основы проектирования и руководство по практическому применению. М.: ДМК Пресс, Newnes, Додэка-XXI, 2019. 272 с.

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РОБАСТНЫХ И АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ

А. Н. Власов, А. Ю. Ощепков

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Проведено полунатурное моделирование алгоритмов управления с помощью лабораторного комплекса NI HVAC Trainer. Рассмотрены рекуррентный ПИД-регулятор, градиентный метод, быстрый идентификационный алгоритм. Исследована чувствительность последнего к шумам в измерениях.

**Ключевые слова:** модельно-ориентированное проектирование; полунатурное моделирование; ПИД-регулятор; градиентный метод; быстрый идентификационный алгоритм

## COMPUTER SIMULATION AND EXPERIMENTAL STUDY OF ROBUST AND ADAPTIVE CONTROL ALGORITHMS

A. N. Vlasov, A. Yu. Oshchepkov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

A semi-natural simulation of control algorithms was carried out using the NI HVAC Trainer laboratory complex. A recurrent PID controller, a gradient method, and a fast identification algorithm are considered. The sensitivity of the latter to noise in measurements has been studied.

**Keywords:** model-based design; semi-natural modeling; PID controller; gradient method; fast identification algorithm

Современные цифровые устройства, обеспечивающие работу промышленных установок и робототехнических устройств, требуют использования быстрых и точных алгоритмов управления. Эти алгоритмы можно разделить на робастные – достигающие цели управления при изменяющихся условиях, не меняя своих параметров, и адаптивные, подстраивающие свои параметры или структуру для достижения цели управления. Традиционные методы разработки таких алгоритмов, которые могут быть достаточно сложными, на языках C/C++ иногда оказываются плохо применимы. В этом случае целесообразно использовать методологию модельно-ориентированного проектирования (МОП). Подход МОП заключается в следующем: модель системы, включая алгоритм управления, строится сначала на языке более высокого уровня, исследуется и тестируется. Затем на ее основе генерируется код на C/C++, который компилируется и собирается в прошивку для готового устройства. Для этого используются такие программные инструменты, как Matlab [1], SimInTech [2], SciLab, [3], Engee [4].

Этап построения моделей и их исследования путем компьютерного моделирования был рассмотрен в [5]. Следующим этапом может стать

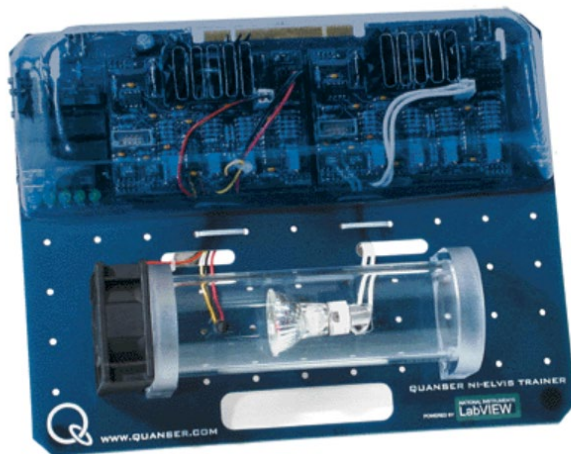


Рис. 1. Аппаратный комплекс Quanser NI HVAC Trainer

полунатурное моделирование, позволяющее упростить проведение испытаний. В качестве стенда полунатурного моделирования был использован программно-аппаратный комплекс Quanser NI HVAC Trainer [6] (рис. 1) и NI ELVIS II, ПО Matlab и Simulink.

В качестве исследуемых алгоритмов были выбраны рекуррентный ПИД-регулятор [7] и градиентный метод [8], являющиеся робастными, и быстрый идентификационный метод 1-го порядка [9] являющийся адаптивным.

Рекуррентный ПИД-регулятор аналогичен традиционному ПИД-регулятору с разницей в способе расчета: стандартная форма заменяется рекуррентным выражением

$$u_{k+1} = u_k + K_P(e_{k+1} - e_k) + K_I e_{k+1} + K_D(e_{k+1} - e_k - (e_k - e_{k-1})),$$

где  $e_k$  – ошибка на  $k$ -ом шаге регулирования,  $u_k$  – управляющее воздействие на  $k$ -ом шаге,  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  – пропорциональный, интегральный и дифференциальный коэффициенты.

Градиентный метод по своему действию аналогичен интегральному регулятору:

$$u_{k+1} = u_k - \Gamma_k \cdot e_{k+1},$$

$$\Gamma = \begin{cases} \Gamma, & e_{k+1}^2 > \Delta \\ 0, & e_{k+1}^2 \leq \Delta \end{cases},$$

однако имеет нелинейность, заключающуюся в занулении интегральной составляющей при достижении порогового значения  $\Delta$  целевой функции.  $\Gamma$  – настраиваемый коэффициент.

Закон управления быстрого идентификационного алгоритма выражается как:

$$u_k = -\frac{1}{B}(Ax_k + F),$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $F$  – коэффициенты модели системы

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + F,$$

которые требуется идентифицировать. Значения  $x_k$  и  $u_k$  на последних  $n \geq 3$  шагах запоминаются и из полученной системы уравнений вычисляются искомые коэффициенты. Зная их, возможно при достаточной мощности достигнуть цели регулирования за один шаг. При первых  $n$  шагах используется любой робастный алгоритм, например, ПИД-регулятор. При проектировании регулятора необходимо выбрать оптимальное значение периода дискретизации. Он должен быть меньше характерного времени объекта регулирования, но достаточно большим, чтобы при переходном процессе на соседних шагах значения векторов  $(x_k, y_k)$  и  $(x_{k+1}, y_{k+1})$  отличались.

Общая схема для исследования алгоритмов в Simulink представлена на рис. 2. Отношение единицы времени симуляции к реальному времени в экспериментах было задано равным 0.09, уставка составляла 28°C. Для работы с установкой HVAC Trainer использовалась библиотека Data Acquisition Toolbox [10]. Схема установки изображена на рис. 3.

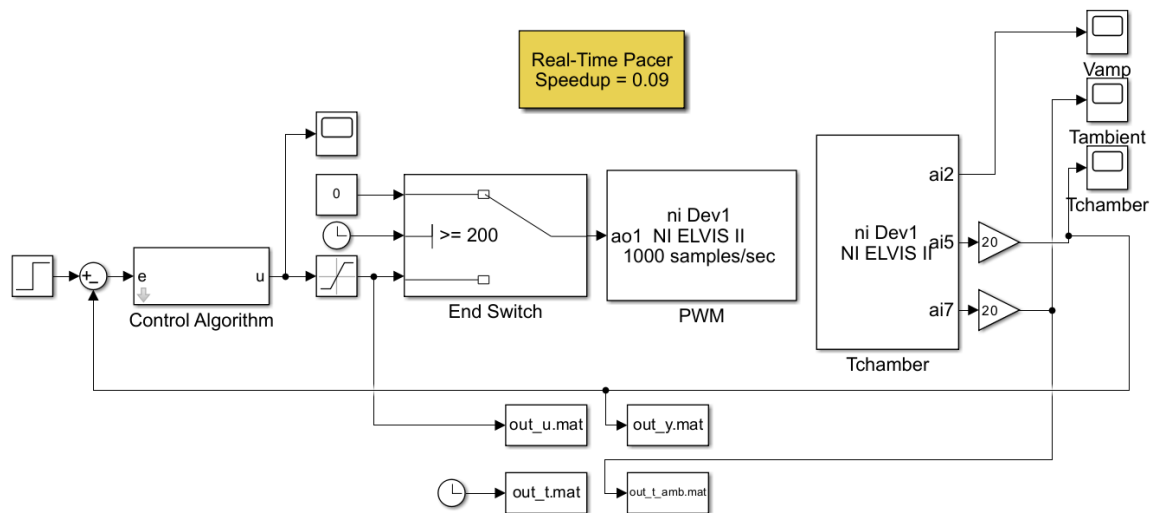


Рис. 2. Общая схема для полунатурного моделирования алгоритмов

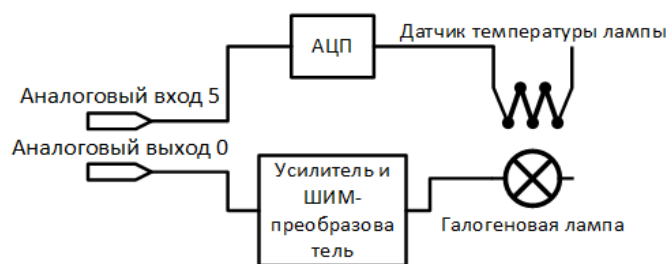
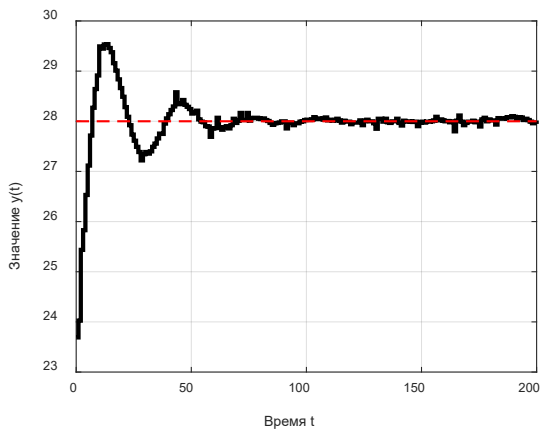


Рис. 3. Схема установки

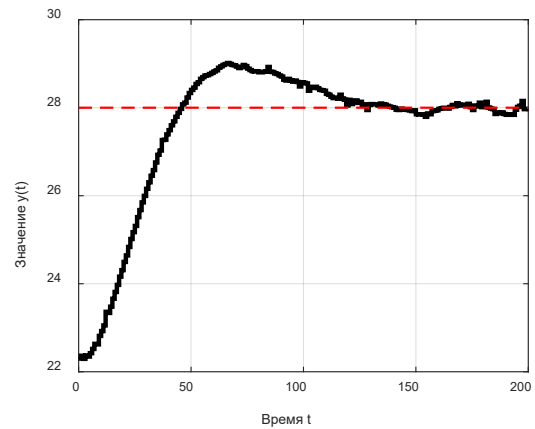
Установка позволяет управлять температурой воздуха в камере с галогеновой лампой. Управление происходит путем подачи напряжения на аналоговый выход 5 лабораторного комплекса NI ELVIS. Аналоговый сигнал преобразуется в ШИМ-сигнал, усиливается и подается на лампу. Измерение происходит с помощью терморезистора, сигнал с которого преобразуется АЦП установки и может быть считан с аналогового входа 0 в виде значения

напряжения, линейно зависящего от температуры. Также возможно измерить температуру воздуха вне камеры через аналоговый вход 7 и выходное напряжение усилителя через аналоговый вход 2. Управление выходами и измерение входов с компьютера происходит по порту USB.

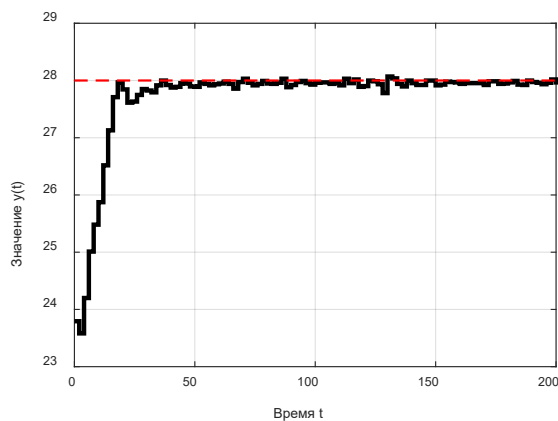
Результаты моделирования рекуррентного ПИД-регулятора представлены на рис. 4а. Коэффициенты заданы следующим образом:  $K_P = 0.35$ ,  $K_I = 0.04$ ,  $K_D = 0.22$ . Результаты моделирования регулятора с градиентным методом представлены на рис. 4б. Коэффициент  $\Gamma = 0.003$ ,  $\Delta = 0.1$ .



а)



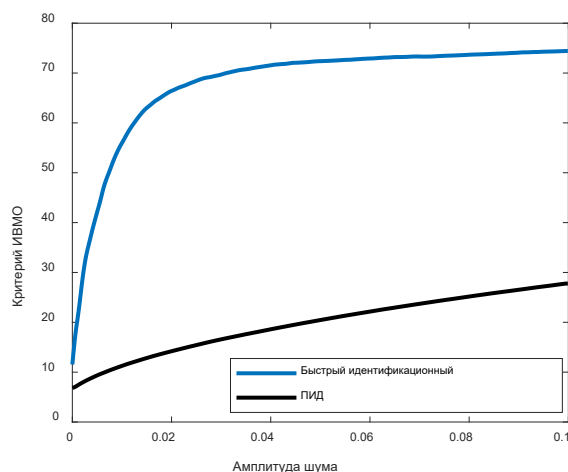
б)



в)

*Рис. 4. Результаты моделирования алгоритмов:  
а) рекуррентный ПИД-регулятор; б) градиентный метод;  
в) быстрый идентификационный алгоритм*

Результаты моделирования быстрого идентификационного алгоритма представлены на рис. 4в. Количество шагов  $n = 3$ . По результатам исследования можно сделать вывод, что быстрый идентификационный алгоритм имеет явные преимущества перед рассмотренными робастными методами в виде короткой переходной характеристики, отсутствия перерегулирования и отсутствия необходимости подбора коэффициентов. Из его недостатков можно отметить относительно высокую чувствительность к шуму. Посредством компьютерного



*Рис. 5. Зависимость чувствительности от шума для ПИД-регулятора и быстрого идентификационного алгоритма*

моделирования была построена экспериментальная зависимость критерия интеграла взвешенного модуля ошибки (ИВМО) от величины шума во входном сигнале (рис. 5). Видно, что в сравнении с ПИД-регулятором качество регулирования быстрого алгоритма сильнее зависит от шумов. Для снижения чувствительности можно использовать фильтрацию сигнала или увеличить количество шагов алгоритма.

Созданные компьютерные модели позволяют провести генерацию кода для микроконтроллера, который в дальнейшем можно использовать для реализации алгоритма управления на встраиваемом устройстве. Сфера применений алгоритмов при этом не ограничивается регулированием температуры: возможные применения включают управление расходом жидкости, двигателями постоянного тока, беспилотными летательными аппаратами.

### Список литературы

1. MATLAB [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (дата обращения: 10.06.2024).
2. SimInTech [Электронный ресурс]. URL: <https://simintech.ru/> (дата обращения: 10.06.2024).
3. Scilab [Электронный ресурс]. URL: <https://www.scilab.org/> (дата обращения: 10.06.2024).
4. Engee – официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <https://start.engee.com/> (дата обращения: 10.06.2024).
5. Ощепков А. Ю., Власов А. Н. Компьютерное моделирование робастных и адаптивных алгоритмов в технологии модельно-ориентированного проектирования // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2024. Вып. 1 (64). С. 43–52.

6. QNET User Manual [Электронный ресурс]. URL: <https://nitech.nstu.ru/upload/lib/QNET%20User%20Manual.pdf> (дата обращения 10.06.2024).
7. *Ощепков А. Ю.* Математическое и компьютерное моделирование современных систем автоматического управления: учебное пособие для вузов. СПб.: Лань, 2024. 252 с.
8. *Фрадков А. Л.* Кибернетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003. 208 с.
9. *Ощепков А. Ю.* Системы автоматического управления: теория, применение, моделирование в MATLAB: учебное пособие для студентов физического факультета. СПб.: Издательство «Лань», 2021. 208 с.
10. Data Acquisition Toolbox Documentation [Электронный ресурс]. URL: <https://www.mathworks.com/help/daq/> (дата обращения 10.06.2024).

# **РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЧЕСКОГО ТЕРМОСТАТА ДЛЯ ПРОВЕРКИ ТЕМПЕРАТУРОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ХИМИЧЕСКИХ СЕНСОРОВ**

А. Д. Крыло, А. В. Манцуоров, К. Д. Шаронов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

В статье представлена разработка системы автоматического термостата для проверки температурных характеристик полупроводниковых химических сенсоров. Описывается процесс создания устройства, способного поддерживать заданные температурные условия для тестирования сенсоров с использованием микроконтроллера STM32 для управления термокамерой при помощи ПИД-регулятора. Основное внимание уделено обеспечению точности измерений и автоматизации процесса калибровки. Представленная система позволяет проводить проверку сенсоров на соответствие паспортным данным и осуществлять их температурную калибровку для обеспечения корректной работы.

**Ключевые слова:** автоматический термостат; химические сенсоры; температурная характеристика; ПИД-регулятор

## **DEVELOPMENT OF AN AUTOMATIC THERMOSTAT FOR TESTING THE TEMPERATURE CHARACTERISTICS OF SEMICONDUCTOR CHEMICAL SENSORS**

A. D. Krylo, A. V. Mantsurov, K. D. Sharonov

Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The article presents the development of an automatic thermostat system for testing the temperature characteristics of semiconductor chemical sensors. The process of creating a device capable of maintaining specified temperature conditions for testing sensors is described, utilizing the STM32 microcontroller to control the thermal chamber using a PID controller. The focus is on ensuring measurement accuracy and automating the calibration process. The proposed system allows for checking the sensors' compliance with technical specifications and performing temperature calibration to ensure proper functioning.

**Keywords:** automatic thermostat; chemical sensors; temperature characteristics; PID-controller

Химические сенсоры – это устройства, предназначенные для обнаружения и анализа химических веществ и явлений, что делает их незаменимыми в различных сферах деятельности. Они широко применяются на объектах повышенной важности, таких как предприятия, лаборатории и компании, занимающиеся добычей природных ресурсов.

В связи с этим, крайне важно, чтобы сенсоры функционировали в строгом соответствии с их заявленными характеристиками. Одним из ключевых факторов корректной работы полупроводниковых газовых сенсоров является температурная калибровка необходимая при сильной зависимости свойств



чувствительного элемента от температуры окружающей среды. Для обеспечения повышенной точности сенсоров необходимо их индивидуальная калибровка, так как номинальная калибровочная характеристика партии сенсоров может оказаться довольно грубой.

Поверка таких датчиков проводится с использованием специальных термостатов, где проверяется их паспортная калибровочная функция. Однако существующие термостатические системы часто имеют высокую стоимость и большие габариты, что затрудняет их использование для широкого спектра задач.

Таким образом, для проверки и калибровки полупроводниковых газовых сенсоров разработан компактный автоматический термостат, поддерживающий необходимый диапазон температур для проверки химических сенсоров.

Целью данной работы является разработка и испытание устройства, позволяющего оценить корректность работы химических сенсоров на основе их температурной характеристики, а также выполнить калибровку сенсоров для дальнейшего использования. Ниже приведена функциональная схема автоматического термостата (рис. 1.).

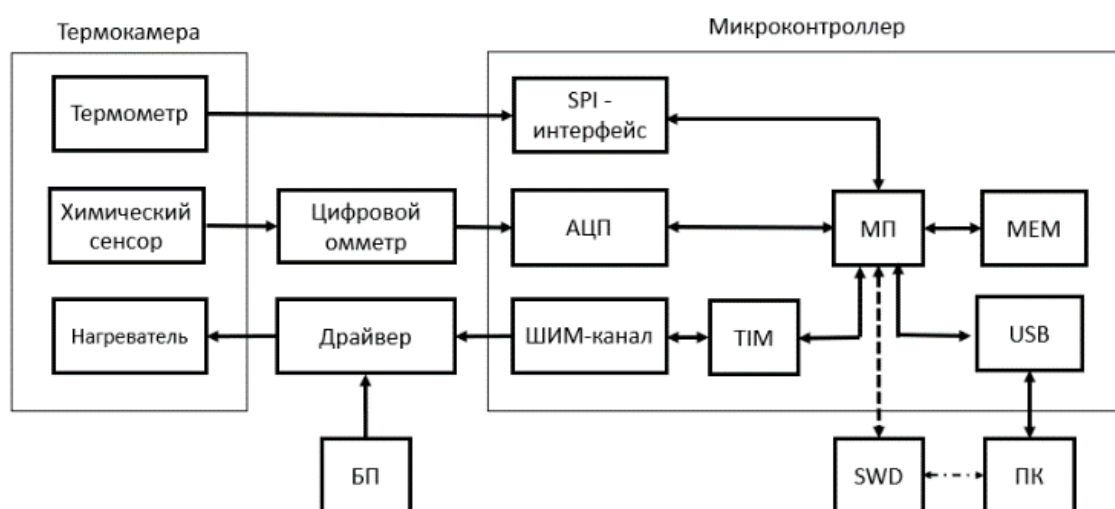
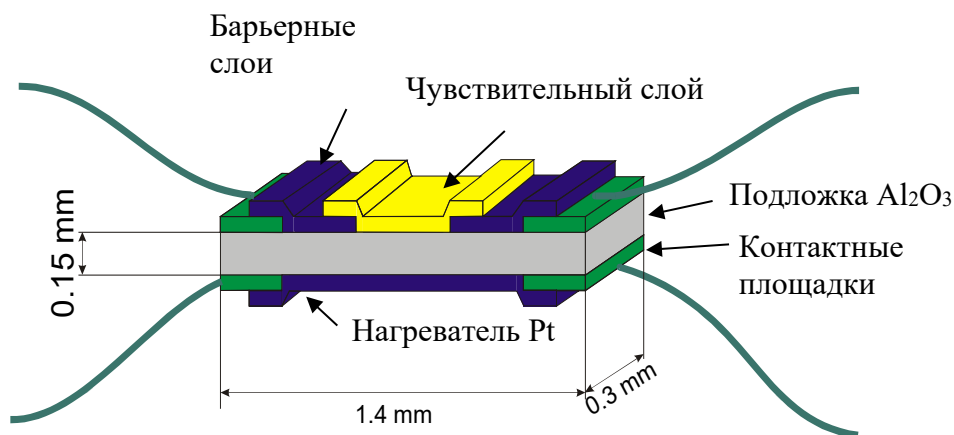


Рис. 1. Функциональная схема термостата

Система термостата включает в себя термокамеру и электронный блок управления. В термокамере размещены датчик температуры, полупроводниковый химический сенсор и резистивный нагревательный элемент. Микроконтроллер STM32, цифровой омметр и драйвер HW-532 обеспечивают управление нагревом и передачу данных на персональный компьютер через интерфейс USB.

Полупроводниковый газовый сенсор играет ключевую роль в процессе измерения состава атмосферы. Он состоит из диэлектрической подложки, нагревательного элемента и газочувствительного слоя, изготовленного на основе оксидов полупроводников. Принцип работы сенсора основан на изменении его сопротивления при взаимодействии с газами в окружающей среде [1]. Этот

процесс происходит через хемосорбцию – молекулы газа взаимодействуют с поверхностью полупроводника, изменяя его электрические свойства, что позволяет эффективно детектировать концентрацию различных газов. Элементы соединены по стандартной схеме «сэндвич», как показано на рис. 2.



*Рис. 2. Структура полупроводникового газового сенсора*

Для передачи мощности от источника питания к нагревательному элементу термокамеры используется драйвер HW-532. Драйвер преобразует слаботочковый широтно-импульсный (ШИМ) сигнал микроконтроллера в мощный управляющий сигнал нагревательного элемента. Такой подход обеспечивает плавное и точное регулирование температуры в термокамере, что критически важно для калибровки сенсоров, чувствительных к изменениям температуры.

В схему также включен омметр на основе операционного усилителя МСР602 для измерения сопротивления нагревательной подложки полупроводникового сенсора. Измеренное значение сопротивления передается на компьютер для дальнейшего анализа.

Температурный режим в системе поддерживается с использованием ПИД-регулятора. ПИД-регулятор позволяет автоматически корректировать температуру в термокамере, используя обратную связь от термопары, подключенной к модулю МАХ6675 для точных измерений. ПИД-регулятор сравнивает текущую температуру с заданным значением и на основе этого регулирует мощность, подаваемую на нагревательный элемент, минимизируя отклонения и обеспечивая стабильные условия для измерений.

Принципиальная схема (рис. 3) интегрирует все эти компоненты для создания системы, которая автоматически регулирует температуру и собирает данные о сопротивлении полупроводникового сенсора.

Программное обеспечение (ПО) для микроконтроллера STM32 разработано на языке С с использованием библиотеки SPL. Основной задачей ПО является поддержание необходимого температурного режима с помощью ПИД-регулятора и управление процессом измерения сопротивления сенсоров. Программа также обрабатывает данные с термопары через интерфейс SPI и регулирует ШИМ-сигнал для нагревательного элемента, что позволяет поддерживать стабильную температуру. Ниже приведена блок-схема программы микроконтроллера (рис. 4).

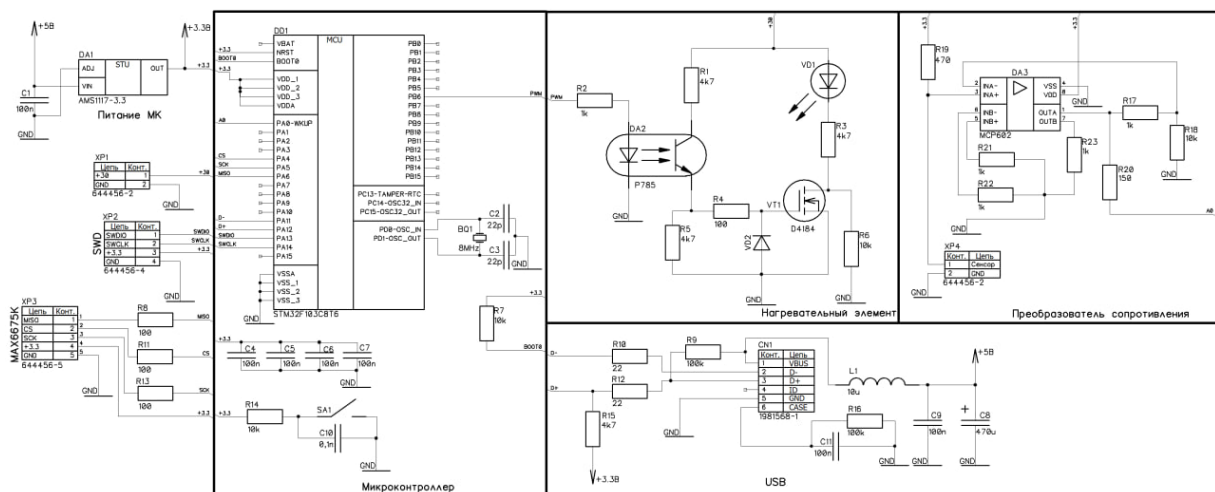


Рис. 3. Функциональная схема

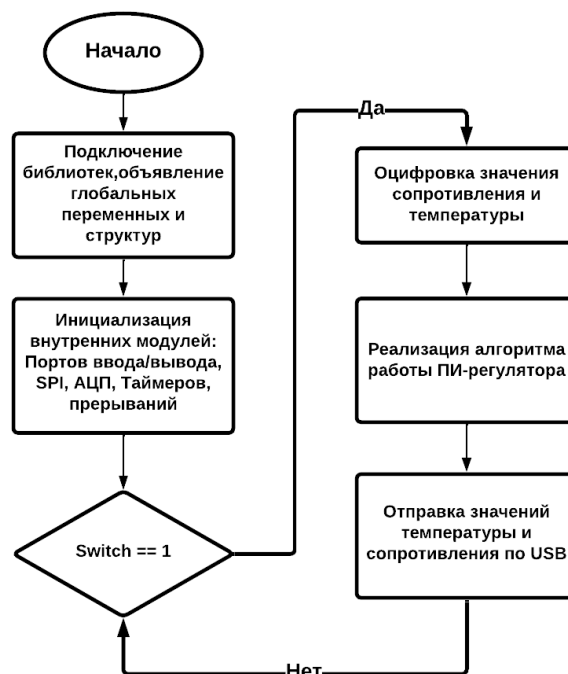


Рис. 4. Блок-схема ПО микроконтроллера

Вначале объявляются конфигурационные структуры и глобальные переменные, а также инициализируются функции и внутренние модули. Далее программа переходит в режим ожидания команды пользователя на запуск программы.

Программное обеспечение для персонального компьютера было разработано на языке C# в среде Visual Studio. Оно предоставляет пользователю возможность задавать температуру стабилизации, контролировать изменения сопротивления сенсоров в режиме реального времени и сохранять данные для дальнейшего анализа. ПО визуализирует изменение температурное изменение сопротивления сенсоров в виде графиков, что облегчает интерпретацию результатов для калибровки и проверки сенсоров. Ниже представлен интерфейс приложения (рис. 5).

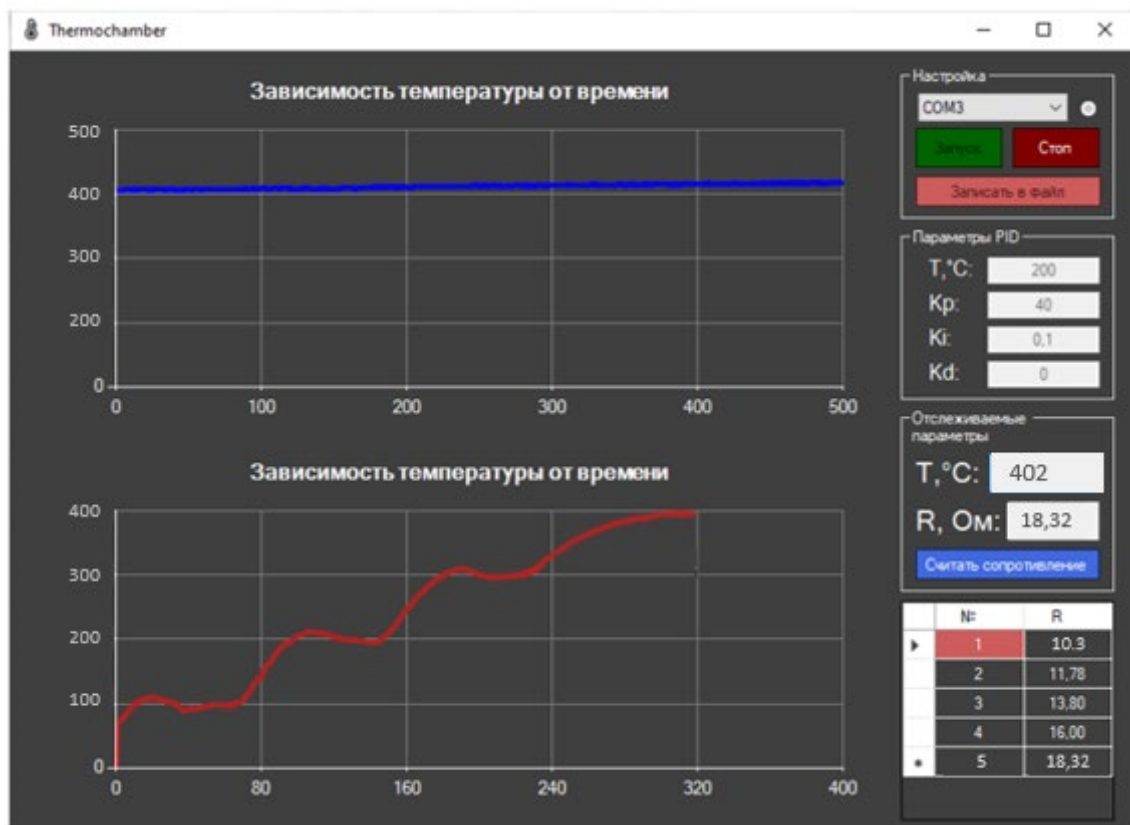


Рис. 5. Интерфейс программы для управления автоматическим термостатом

Поверка химического сенсора включала проведение калибровки, при которой измерялись значения сопротивления нагревательного элемента сенсора при разных температурах стабилизации. Процесс проводился с использованием термостата, где сенсор нагревался поэтапно, и при каждой стабилизации температуры фиксировалось его сопротивление сенсора.

Результаты поверки двух сенсоров приведены ниже в таблицах и графиках. Для сенсора №1 зависимость температуры от сопротивления соответствовала паспортным данным, и процент отклонения не превышал 1.131% (табл. 1), что подтверждает корректность температурной зависимости (1), приведенной в документации [2]:

$$T = 13.9088 \left( \frac{R}{R_{20}} \right)^2 + 308.5203 \left( \frac{R}{R_{20}} \right) - 301.4441. \quad (1)$$

В случае сенсора №2 наблюдались отклонения до 18.16% (табл. 2), что указывает на некорректность заводской калибровки.

Для сенсора вычислена новая температурная зависимость

$$T = 38.418 \left( \frac{R}{R_{20}} \right)^2 + 264.65 \left( \frac{R}{R_{20}} \right) - 287.33. \quad (2)$$

Новая зависимость уменьшила максимальное отклонение до 0.71%, что свидетельствует о ее применимости для дальнейшей калибровки.

*Табл. 1. Параметры нагревательного элемента химического сенсора №1*

| Температура стабилизации, °С | Сопротивление, Ом | Температура расчетная, °С | Процент отклонения, % |
|------------------------------|-------------------|---------------------------|-----------------------|
| 30                           | 9.5               | 29.12438                  | 0.918                 |
| 60                           | 10.2              | 59.9784                   | 0.036                 |
| 100                          | 11.2              | 99.34214                  | 0.657                 |
| 200                          | 13.9              | 202.2638                  | 1.131                 |
| 300                          | 16.4              | 299.7451                  | 0.084                 |
| 400                          | 18.9              | 399.326                   | 0.168                 |
| Максимальное значение:       |                   |                           | 1.131                 |

*Табл. 2. Параметры нагревательного элемента химического сенсора №2*

| Температура стабилизации, °С | Сопротивление, Ом | Температура расчетная, °С | Процент отклонения, % |
|------------------------------|-------------------|---------------------------|-----------------------|
| 30                           | 9.5               | 36.12438                  | 2.918                 |
| 60                           | 10.2              | 65.57911                  | 18.597                |
| 100                          | 11.32             | 110.4876                  | 10.487                |
| 200                          | 13.8              | 198.4082                  | 0.795                 |
| 300                          | 16                | 284.007                   | 5.330                 |
| 400                          | 18.32             | 376.0362                  | 5.990                 |
| Максимальное значение:       |                   |                           | 18.597                |

Разработанный автоматический термостат продемонстрировал высокую эффективность в проверке и калибровке полупроводниковых химических сенсоров. Поверка сенсоров подтвердила необходимость индивидуальной калибровки. Применение новой калибровочной кривой позволило существенно снизить отклонения, что делает систему полезным инструментом для точной калибровки сенсоров.

### Список литературы

1. Мясников И. А., Сухарев В. Я., Куприянов Л. Ю., Завьялов С. А. Полупроводниковые сенсоры в физико-химических исследованиях. М.: Наука, 1991. 327 с.
2. ТУ 4215-002-73819788-07. Датчики (сенсоры) газочувствительные. Тип СГ-21ХХ-А1. Технические условия. Дата введения 01.09.2007. 20 с.

# РАЗРАБОТКА АНАЛИЗАТОРА МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ СТЕРЖНЕВЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБРАЗЦОВ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ВИЛЛАРИ

Д. А. Попова, А. В. Манцуоров, К. Д. Шаронов  
Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

Работа посвящена созданию анализатора магнитных свойств ферромагнитных стержневых элементов, подверженных продольной деформации. Под действием внешней механической силы в ферромагнетике изменяется конфигурация доменов, в результате чего некоторые магнитные характеристики также изменяются. Изменение магнитной проницаемости под действием внешней силы называют магнитоупругим эффектом (эффектом Виллари) и характеризуют магнитоупругим коэффициентом. Если величина этого коэффициента довольно значительная, то вследствие эффекта Виллари различными индукционными методами может быть измерена сила воздействия на ферромагнитный образец. В таком случае, если материал с высоким значением магнитоупругого коэффициента используется при строительстве различных сооружений (например, вантовых мостов), то для мониторинга его механического состояния может быть использован электромагнитный тензодатчик, обладающий рядом преимуществ по сравнению с классическими резистивными тензодатчиками.

**Ключевые слова:** анализатора магнитных свойств; ферромагнетик; эффект Виллари; магнитоупругий коэффициент

## DEVELOPMENT OF AN ANALYZER OF MAGNETIC PROPERTIES OF ROD-LIKE FERROMAGNETIC SAMPLES BASED ON THE VILLARI EFFECT

D. A. Popova, A. V. Mantsurov, K. D. Sharonov  
Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

The work is devoted to the creation of an analyzer of magnetic properties of ferromagnetic rod-like elements to longitudinal deformation. Under the action of an external mechanical force, the configuration of domains in a ferromagnet changes, as a result of which some magnetic characteristics also change. The change in magnetic permeability under the action of an external force is called the magnetoelastic effect (Villari effect) and is characterized by a magnetoelastic coefficient. If the value of this coefficient is quite significant, then due to the Villari effect, various induction methods can measure the force of action on a ferromagnetic sample. In this case, if a material with a high value of the magnetoelastic coefficient is used in the construction of various structures (for example, cable-stayed bridges), then an electromagnetic strain gauge can be used to monitor its mechanical state, which has a number of advantages over classic resistive strain gauges.

**Keywords:** magnetic properties analyzer; ferromagnet; Villari effect; magnetoelastic coefficient

Некоторые магнитные свойства ферромагнетиков, в частности, магнитная проницаемость  $\mu$  и намагниченность  $M$ , могут изменяться под действием

внешнего магнитного поля. Данное воздействие связано с изменением структуры материала, которая также может изменяться вследствие деформаций. Явление влияния механических деформаций на магнитные свойства ферромагнетиков носит название эффекта Виллари. Эффект назван в честь итальянского физика Эмилио Виллари, который открыл данное явление в 1865 году. Явление именуется также магнитоупругим эффектом [1].

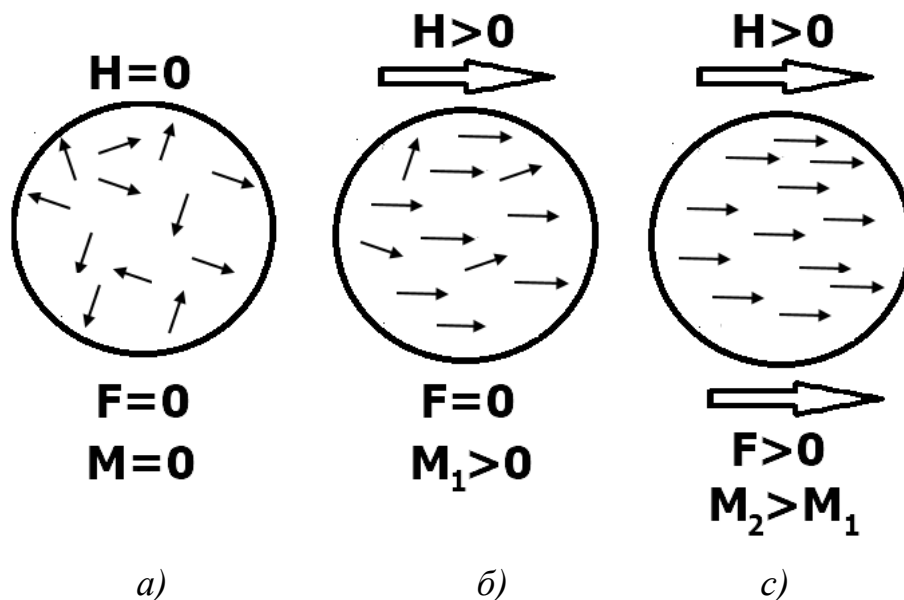


Рис. 1. Поведение ферромагнитных доменов:

а) в отсутствие внешней силы и поля; б) в отсутствие внешней силы, но с полем; в) в присутствие внешней силы и поля

На рис. 1 показано поведение ферромагнитных доменов при различном силовом и полевом воздействии. В отсутствие внешней силы и магнитного поля (рис. 1а) ферромагнетик изотропен, то есть намагниченность образца  $M$  равна нулю. При включении внешнего магнитного поля  $H$  система намагничивается, о чем говорит частичное упорядочение векторов намагниченности отдельных доменов (рис. 1б). Еще большее упорядочение магнитных моментов происходит при приложении к образцу внешней силы  $F$  (рис. 1в) [2].

Данный эффект используется при создании магнитоупругих датчиков, способных измерять силы и давления, механические напряжения и деформации у различных ферромагнитных объектов. Однако не любой ферромагнитный материал подходит для изготовления магнитоупругих датчиков, так как у некоторых из них эффект Виллари проявляется относительно слабо. За интенсивность этого эффекта отвечает магнитоупругий коэффициент:

$$\eta = \frac{\Delta\mu}{\Delta\sigma}, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – внутреннее напряжение, а  $\mu$  – магнитная проницаемость образца.

Этот коэффициент бывает, как положительный, так и отрицательный, а также обладает различной величиной у разных ферромагнетиков. Материалы



обладающие большим магнитоупругим коэффициентом могут использоваться для создания магнитоупругих датчиков.

Одной из сфер применения магнитоупругих датчиков является мониторинг вантовых мостов. Ванты представляют собой стальные тросы (стренды), поддерживающие дорожное полотно. При этом стренды находятся под постоянным механическим воздействием растяжения, в результате чего происходит изменение их магнитной структуры.

В данной работе для исследования магнитных свойств ферромагнитного материала используется метод «ударного импульса». Он заключается в измерении индуктивности катушки, охватывающей исследуемый образец. Параллельно измерительной катушке подключен конденсатор, образующий с ней колебательный контур. При подаче короткого импульса тока в контуре возникает затухающий переходной процесс, характеристики которого зависят от свойств исследуемого ферромагнитного образца. Анализ возникающего затухающего переходного процесса позволит вычислить параметры колебательного контура, а также величины, характеризующие ферромагнитный образец.

Рассмотрим математическую модель колебательного контура с магнитопроводом, находящегося под действием импульсного воздействия.

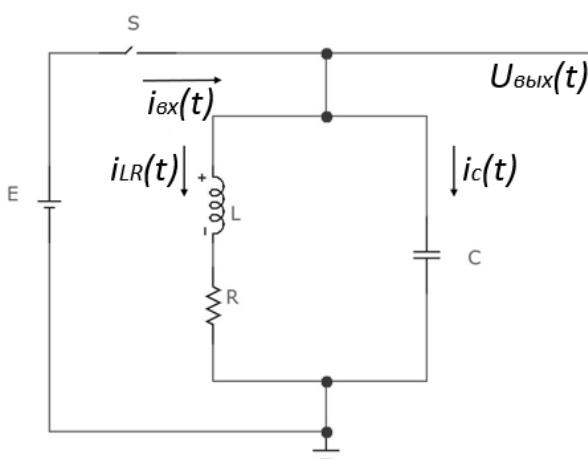


Рис. 2. Принципиальная схема, реализующая метод «ударного импульса»

Для модели можно составить принципиальную схему (рис. 2), состоящую из источника питания  $E$ , ключа  $S$ , катушки индуктивности  $L$ , конденсатора  $C$  и резистора  $R$ .

Анализ схемы позволяет получить передаточную характеристику системы

$$W_I(p) = \frac{\left(p + \frac{R}{L}\right)}{C \left(p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}\right)}, \quad (2)$$

где  $p$  – комплексная частота. Образ выходного напряжения  $U_{\text{вых}}(p)$  может быть вычислен из соотношения



$$U_{\text{вых}}(p) = W_I(p) I_{\text{вх}}(p). \quad (3)$$

В выражении (3)  $I_{\text{вх}}(p)$  – образ входного тока  $i_{\text{вх}}(t)$ , представляющий короткий импульс. В расчетах короткий импульс тока может быть представлен  $\delta$ -функцией. В таком случае  $I_{\text{вх}}(p) = 1$ , а  $U_{\text{вых}}(p) = W_I(p)$ .

Выполнив обратное преобразование Лапласа для  $U_{\text{вых}}(p)$  получим выражения для отклика системы на короткий входной импульс тока:

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{e^{-\frac{R}{2L}t}}{2C\sqrt{D}} \left[ \left( -\frac{R}{L} + \sqrt{D} \right) e^{\frac{\sqrt{D}}{2}t} - \left( -\frac{R}{L} - \sqrt{D} \right) e^{\frac{\sqrt{D}}{2}t} \right]. \quad (4)$$

В выражении (4) параметр  $D$ :

$$D = \frac{1}{L^2} (R^2 - 4\rho^2), \quad (5)$$

где

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

– характеристическое сопротивление колебательного контура.

Из выражения (5) видно, что параметр  $D$  может быть, как положительным, так и отрицательным, в зависимости от соотношения активного и характеристического сопротивлений колебательного контура. Для положительного параметра  $D$  выражение (4) описывает апериодический затухающий переходной процесс (затухание без колебаний). Если же параметр  $D$  отрицательный, то выражение (4) преобразуется к виду (6):

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{R}{LC} e^{-\frac{R}{2L}t} \left[ 2\omega_k \sin(\omega_k t) + \frac{L}{R} \cos(\omega_k t) \right], \quad (6)$$

где

$$\omega_k = \frac{\sqrt{4\rho^2 - R^2}}{2L}$$

– частота колебаний в системе.

Форма отклика зависит от соотношения активного и характеристического сопротивлений колебательного контура (рис. 3). При исследовании свойств ферромагнитного материала предполагается использовать режим, при котором возникают затухающие периодические колебания (рис. 3б). Однако при сопоставлении результата аналитического расчета с данными, полученными в ходе эксперимента, то обнаруживается, что модель довольно неточно описывает реальное колебание. Возникает расхождение и по частоте колебаний, и по скорости затухания.

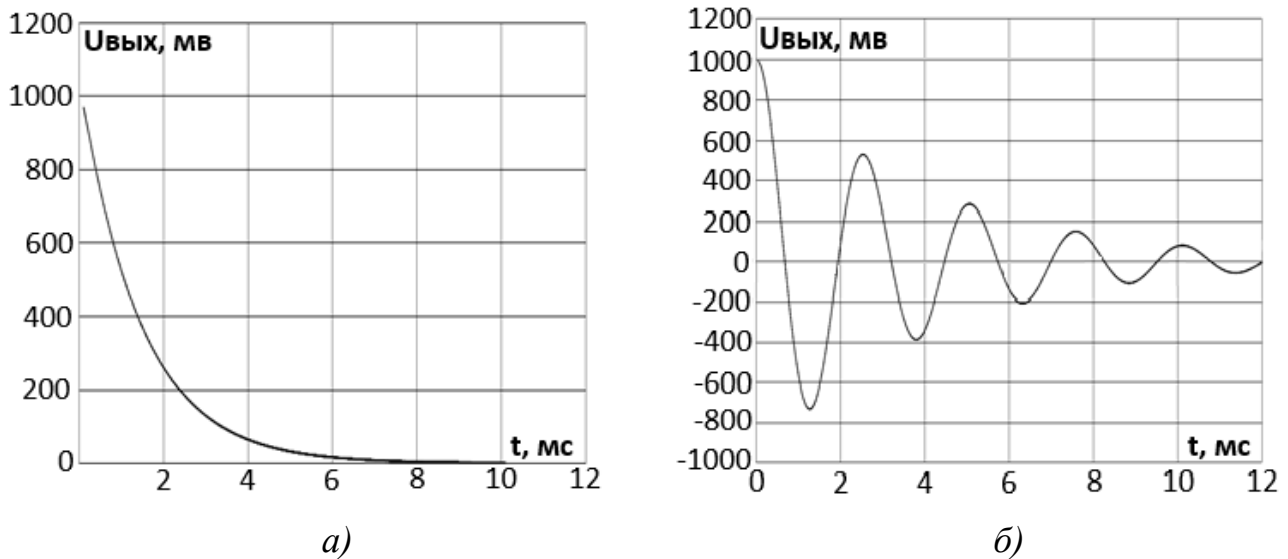


Рис. 3. Отклик колебательного контура на  $\delta$ -импульс:  
 а) затухающий переходной процесс без колебаний;  
 б) затухающий переходной процесс с колебаниями

Для решения проблемы необходимо уточнить модель, учитывая потери, возникающие в магнитопроводе – ферромагнитном сердечнике. При достаточно небольшой частоте колебаний из разных видов энергетических потерь можно учитывать только потери на перемагничивание образца. В таком случае уточнение модели заключается в модификации активного сопротивления  $R$ :

$$R = r + \alpha \omega_k^*, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, определяющий интенсивность энергетических потерь на процесс перемагничивания ферромагнитного образца [3].

В результате подстановки форма уравнения (6) преобразуется к виду (8):

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{(r + \alpha \omega_k^*)}{LC} e^{-\frac{(r + \alpha \omega_k^*)}{2L}t} \left[ 2\omega_k^* \sin(\omega_k^* t) + \frac{L}{(r + \alpha \omega_k^*)} \cos(\omega_k^* t) \right], \quad (8)$$

где

$$\omega_k^* = \left( \frac{2\alpha r}{4L^2 + \alpha^2} \right) \cdot \left( -1 + \sqrt{1 - \left( 1 - \left( 2\frac{\rho}{r} \right)^2 \right) \cdot \left( 1 + \left( 2\frac{L}{\alpha} \right)^2 \right)} \right). \quad (9)$$

Выражение для частоты колебаний (9) позволяет получить уравнение для индуктивности:

$$L = \frac{\frac{1}{C(\omega_k^*)^2} + \sqrt{\frac{1}{C^2(\omega_k^*)^4} - \frac{r^2}{(\omega_k^*)^2} - \frac{r\alpha}{\omega_k^*} - \alpha}}{2}. \quad (10)$$

Выражение (8) с большей точностью описывает реальный переходной процесс (рис. 4).

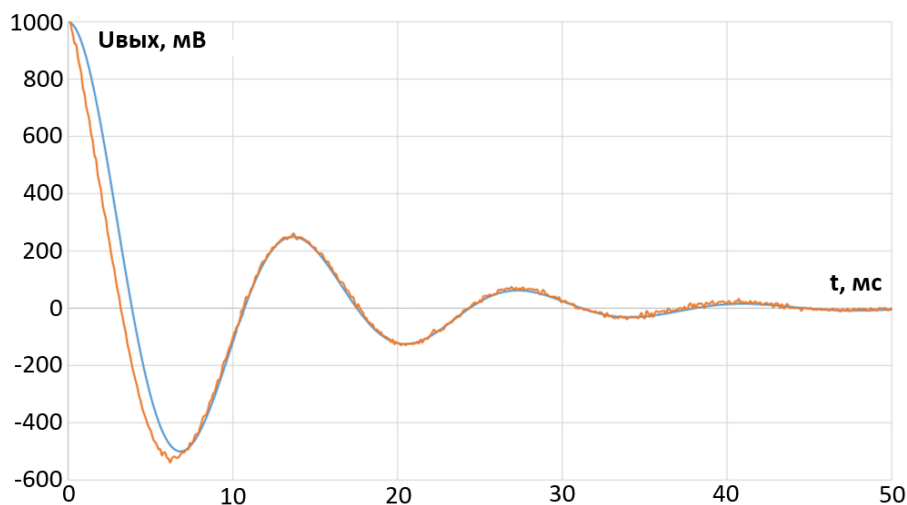


Рис. 4. Отклик колебательного контура на  $\delta$ -импульс:  
оранжевая кривая – результат эксперимента; синяя кривая – аналитическая

Для работы с установкой на языке С# разработано приложение, запускающее процесс измерения и отображающее переходной процесс (рис. 5).

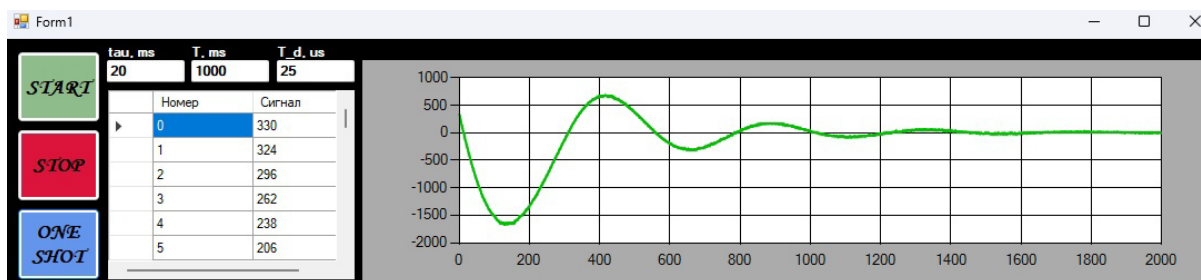


Рис. 5. Разработанное приложение для запуска процесса измерения  
и визуализации переходного процесса

В ходе проведения испытаний удалось обнаружить зависимость амплитуды и периода колебаний от натяжения ферромагнитного образца, что говорит о наличии эффекта Виллари. Также определен магнитоупругий коэффициент:  $3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2 / \text{Н}$ . Такая величина магнитоупругого коэффициента характерна для магнитотвердых материалов с эффектом Виллари средней интенсивности.

### Список литературы

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Электричество. Т. 3. М.: Наука, 1977. 704 с.
2. Вонсовский С. В. Магнетизм. М.: Наука, 1971. 1032 с.
3. Вонсовский С. В., Шур Я. С. Ферромагнетизм. Ленинград: Гостехиздат, 1948. 816 с.

# НАКОПИТЕЛЬ ЭНЕРГИИ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ПО ТЕХНОЛОГИИ POWER-OVER-FIBER

Б. С. Селетков<sup>a</sup>, И. Л. Вольхин<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
614068, Пермь, ул. Букирева, 15

<sup>b</sup>ПАО Пермская научно-производственная приборостроительная компания,  
614990, Пермь, ул. 25 Октября, 106

Разработан накопитель энергии системы электроснабжения по технологии передачи энергии по оптическому волокну. Он состоит из двух литий ионных аккумуляторов и электрической схемы защиты заряда и разряда. С использованием прототипа системы проведены испытания работы аккумуляторов в режимах заряда и разряда. Полученные результаты подтверждают работоспособность электрической схемы. Предполагается использовать разработанную схему в составе системы передачи энергии по оптическому волокну в качестве резервного накопителя энергии.

**Ключевые слова:** энергия; оптическое волокно; аккумулятор

## ENERGY STORAGE SYSTEMS FOR POWER SUPPLY SYSTEMS WITH POWER-OVER-FIBER TECHNOLOGY

B. S. Seletkov<sup>a</sup>, I. L. Volkhin<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Perm State University, 15 Bukireva St., 614068, Perm

<sup>b</sup>PAO Perm Scientific Production Instrument Company,  
106 25 Oktyabrya Str., 614990, Perm

An energy storage device for a power supply system using optical fiber energy transmission technology has been developed. It consists of two lithium-ion batteries and an electric circuit for protecting charge and discharge. Using a prototype of the system, tests of the batteries in charge and discharge modes have been conducted. The results obtained confirm the operability of the electric circuit. It is proposed to use the developed circuit as a backup energy storage device in an optical fiber energy transmission system.

**Keywords:** energy; optical fiber; battery

Технология электроснабжения, использующая передачу энергии по оптическому волокну Power-over-Fiber (PoF), основана на принципе двойного преобразования энергии [1]. Вначале электрическая энергия преобразуется с помощью лазера преобразуется в энергию когерентного излучения оптического диапазона, затем переносится с помощью оптического волокна и с помощью фотоэлектрического преобразователя вновь преобразуется в электрическую энергию. Как и все системы вторичного электропитания система PoF имеет свои преимущества и недостатки по сравнению с классической системой электроснабжения по металлическим проводам. Преимуществами являются: отсутствие проводников, использование диэлектрического световода малого диаметра и удельной массы, что обеспечивает прокладку линии в

ограниченных пространствах, например, внутри газовых труб, естественную интеграцию в композитные материалы. При этом существенным недостатком является низкий коэффициент полезного действия, связанный с потерями при каждом преобразовании энергии и при передаче по оптическому кабелю. Указанные преимущества и недостатки определяют нишевый характер использования системы PoF для прокладки линий электроснабжения в химически агрессивных, взрыво и пожароопасных средах, а также интеграции в корпуса летательных аппаратов и ракет. Отдельные перспективы использования указанной системы появляются с широким распространением зеленой энергетики, связанной с использованием солнечных батарей и ветрогенераторов. Для повышения коэффициента полезного действия системы PoF при работе с изменяющейся со временем нагрузкой необходимо либо в широких пределах (до нескольких порядков) быстро изменять мощность лазерного генератора, либо после фотоэлектрического преобразователя установить систему накопления электрической энергии. В современных системах, работающих с импульсной нагрузкой рационально использовать оба метода. Настоящая работа направлена на исследование системы накопления (буферизации) энергии.

В настоящее время наиболее распространены три вида накопителей электрической энергии эффективно работающих с системой PoF. Это электрические конденсаторы, эффективно сглаживающие пульсации напряжения при работе с импульсной нагрузкой, к сожалению, за счёт наличия утечек конденсаторы не могут длительное время хранить электрическую энергию, вторым недостатком является малая удельная плотность запасаемой энергии и соответственно малая ёмкость. Современные суперконденсаторы могут накапливать и дольше до нескольких недель сохранять электрическую энергию, но они рассчитаны на работу в режиме кратковременного импульса. Это важно при пусках электродвигателей, но не подходит для постоянного электропитания. И наконец химические аккумуляторы способные сохранять электрический заряд в течение длительного времени (месяцы и годы). В зависимости от свойств нагрузки выбирают ту или иную систему накопления или создают систему буферизации электрической энергии на основе их комбинации.

На рис. 1 приведены сравнительные характеристики выпускаемых промышленностью аккумуляторов; никель-солевых, щелочных, свинцово-кислотных, литиевых и литий-ионных (Li-ion) [2]. Анализ показывает, что по удельным характеристикам они лидируют среди массово выпускаемых. Li-ion аккумуляторы имеют высокую удельную энергию до 190 Вт·ч/кг, и работают при напряжении разряда от 3.4 до 4.0 В или выше в зависимости от материалов электродов.

Конструктивные особенности Li-ion аккумуляторов требуют соблюдения условий их эксплуатации на режимах заряда и разряда. При саморазряде аккумулятора в результате длительного хранения необходимо провести начальный заряд низким током для восстановления электрохимических свойств активных материалов электродов до рабочих уровней напряжения, что

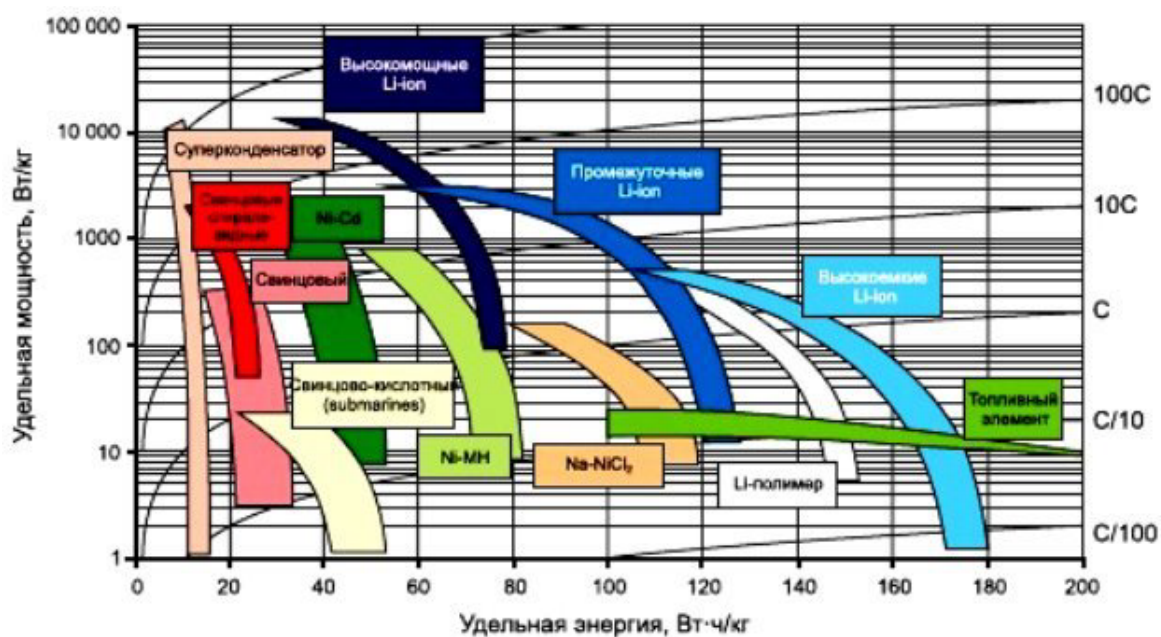


Рис. 1. Удельные характеристики различных типов аккумуляторов

позволяет затем перейти к основному заряду. Такой подход продлевает срок службы аккумулятора, предотвращая его выход за пределы нормального рабочего диапазона напряжений.

Далее заряд производится стандартным (номинальным) током, который определяется как доля от полной емкости батареи ( $C_n$ ). Существует два режима заряда: нормальный силой тока  $0.2\text{--}0.5 C_n$  позволяющий за время от 5-ти до 2-х часов зарядить аккумулятор полностью и ускоренный током  $0.5\text{--}1 C_n$ , сокращающий время заряда, но позволяющий зарядить его частично примерно до 70% от номинальной ёмкости.  $C_n$ .

Дальнейший заряд осуществляется при постоянном напряжении, и уменьшающейся силе тока. Процесс считается завершённым, когда ток заряда опускается ниже  $0.1\text{--}0.05 C_n$ . Продолжительность этой фазы заряда зависит от общего срока службы аккумулятора и количества циклов зарядки/разрядки.

Для поддержания литий-ионных аккумуляторов в состоянии оперативной готовности в зарядных устройствах, используются короткие периоды дополнительной зарядки для компенсации естественного саморазряда батареи. Зарядное устройство активируется, когда напряжение снижается до 4.00 В на каждую батарею и отключается, достигнув 4.20 В на батарею.

При разряде аккумулятора рекомендуется не превышать номинальный разрядный ток (в пределах  $0.1\text{--}0.2 C_n$ ) и использовать систему защиты от разряда, отключающую его от нагрузки при достижении минимально допустимого напряжения на электродах.

Обзор возможных схемотехнических решений приведён [3]. С учётом указанных требований собрана схема защиты аккумуляторов при заряде и разряде приведённая на рис. 2.

Для балансирования аккумуляторов в батарее, состоящей из последовательно включённых двух аккумуляторов марки 18650 производства

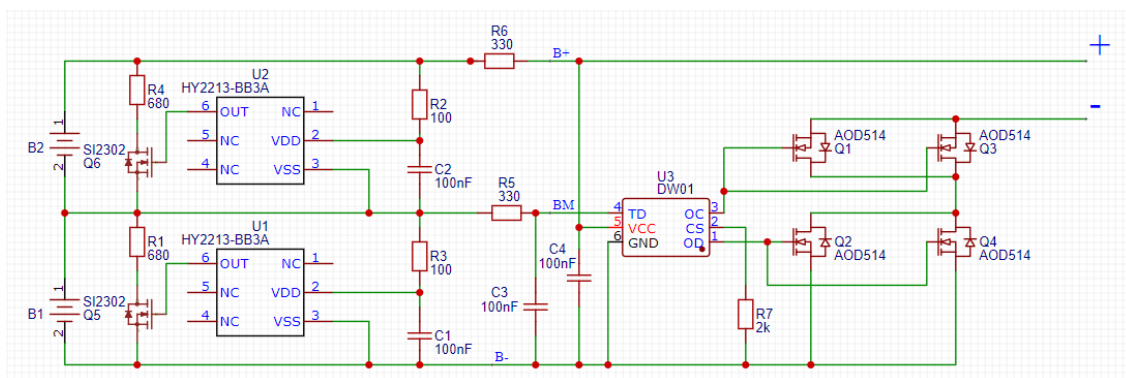


Рис. 2. Схема защиты аккумуляторов

фирмы Sony, используются резистивная схема, состоящая из двух балансировочных резисторов R4 и R1. Микросхемы U1 и U2 марки HY2213-BB3A с внешними транзисторами Q6 и Q5 и управляют процессом балансировки заряда аккумуляторов. Если в любом из циклов заряда напряжение на одном из аккумуляторов батареи превышает напряжение на другом на величину порядка 0.05 В, и это состояние сохраняется дольше 20 секунд, то схема отключает перезаряженный аккумулятор и продолжает заряжать оставшийся аккумулятор. При выравнивании напряжений схема переходит в номинальный режим одновременного заряда обоих аккумуляторов.

Для защиты одновременной аккумуляторов от перезаряда и разряда, использована микросхема DW01. Особенностью выбранной микросхемы является то, что она состоит из набора компараторов и источников опорного напряжения для управления внешними транзисторными ключами Q1–Q4. Элементы схемы R5, C3 выполняют функции фильтрации входного питания микросхемы. Резистор R7 необходим для защиты от перенапряжения входа измерения тока «CS» при подключении зарядного устройства к клеммам «+», «-». Транзисторы Q1 и Q2 отвечают за отключение зарядного тока, а Q3 и Q4 – за разряд аккумулятора. Параллельное включение транзисторов увеличивает ток заряда.



Рис. 3. Фотография рабочего места тестирования аккумуляторов

Проведена апробация схемы защиты аккумуляторов на собранном рабочем месте, фотография которого приведена на рис. 3. Получен график вольт-амперной характеристики разряда двух последовательно включенных аккумуляторов (рис. 4). Из рисунка видно, что по мере разряда аккумуляторов величина силы тока и напряжение плавно уменьшаются. При достижении минимально допустимого напряжения на каждом из аккумуляторов равном 2.95, срабатывает система защиты от разряда и вся батарея выключается.

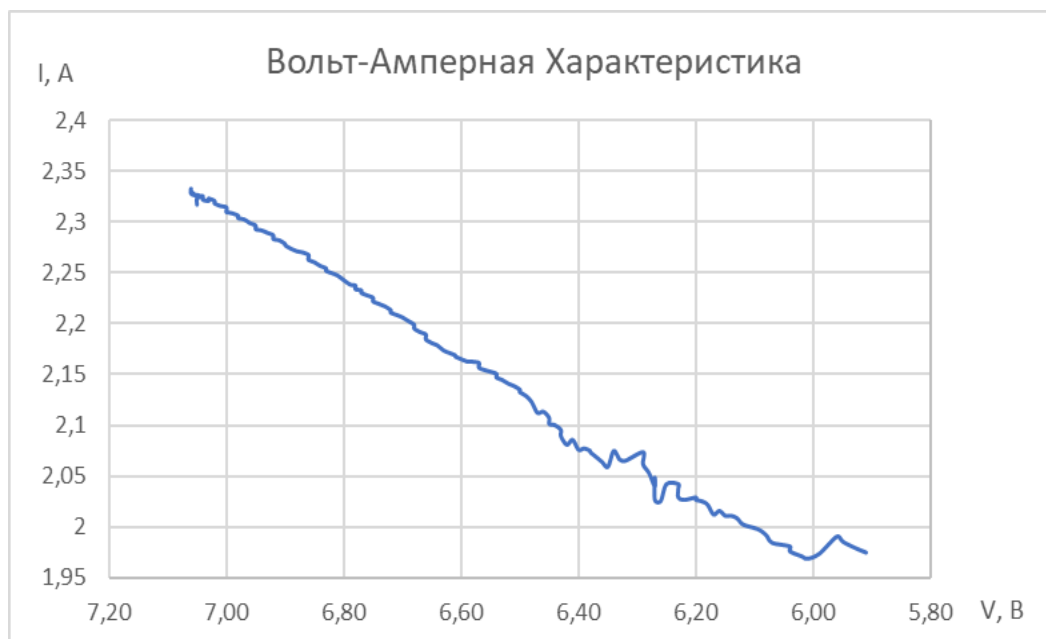


Рис. 4. График вольт-амперной характеристики аккумуляторов

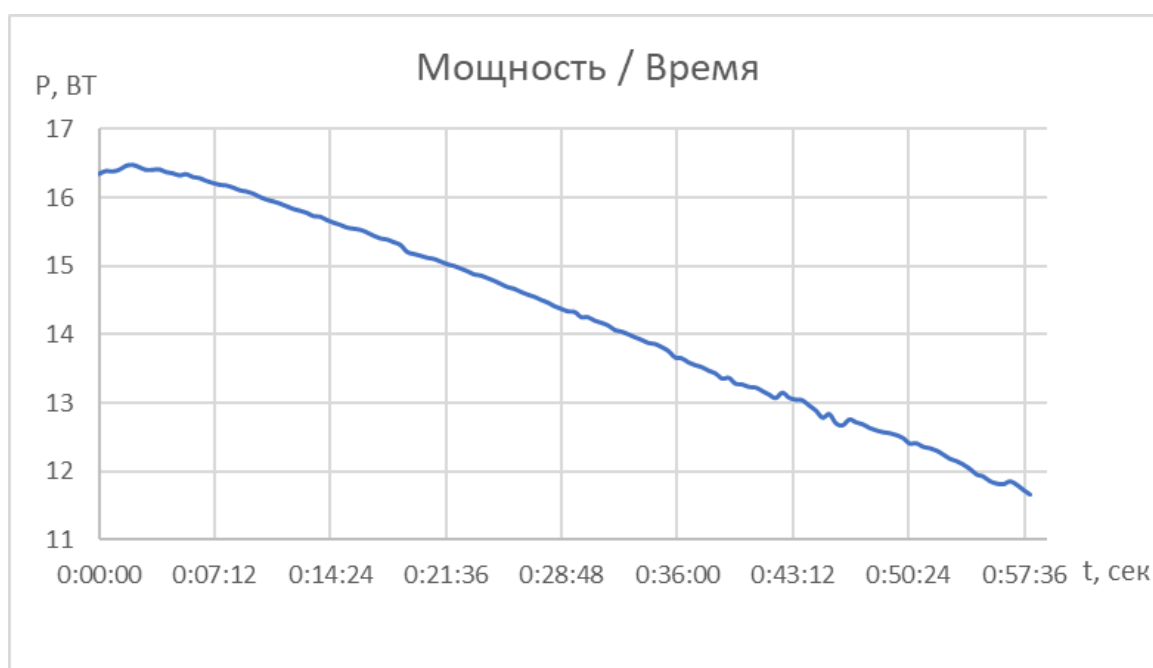


Рис. 5. График отдаваемой мощности от времени разряда



На рис. 5 представлен график зависимости электрической мощности, отдаваемой батареей аккумуляторов в нагрузку, от времени разряда. В течение первых семи минут отдаваемая мощность остаётся постоянной, а затем плавно снижается. Через 57 минут 36 секунд эксперимент прекращается ввиду включения системы защиты разряда аккумуляторов.

В результате выполнения работы разработан прототип системы накопления электрической энергии для обеспечения непрерывной работоспособности системы электроснабжения с передачей энергии по оптическому волокну при работе на переменную нагрузку. Система рассчитана на работу с оптическими мощностями порядка 70 Вт и коэффициентом полезного действия фотоэлектрического преобразователя порядка 20-25%. Дополнительно следует улучшить систему управления накопления и потребления энергии путём введения системы обратной связи, управляющей источником лазерного излучения системы Power-over-Fiber, в зависимости от величины, накопленной аккумуляторами энергии, и текущего ее потребления нагрузками.

### Список литературы

1. *Garkushin A. A., Krishtop V. V., Storozhev S. A., Volkhin I. L., Kustov D. A., Kadochikov I. V.* Intelligent Power Supply System with Power Transmission via Optical Fiber // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2024. Vol. 88 (6). P. 986–990.
2. *Садовников А. В., Макаrchук В. В.* Литий-ионные аккумуляторы // Молодой ученый. 2016. № 23 (127). С. 84–89.
3. Обзор схемотехнических решений BMS для литиевых батарей. [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/users/OldFashionedEngineer/> (дата обращения: 24.08.2024).

*Научное издание*

## **Физика для Пермского края**

Материалы региональной научно-практической конференции  
студентов, аспирантов и молодых ученых

Выпуск 17

Издается в авторской редакции

Компьютерная верстка:  
*Н. Н. Картавых*

---

Объем данных 14,7 Мб  
Подписано к использованию 12.11.2024

---

Размещено в открытом доступе  
на сайте [www.psu.ru](http://www.psu.ru)  
в разделе НАУКА / Электронные публикации  
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности  
Пермского государственного  
национального исследовательского университета.  
614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15