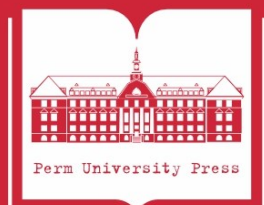


ПЕРМСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

А. И. Желнин

ЛОГИКА: МОДАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ



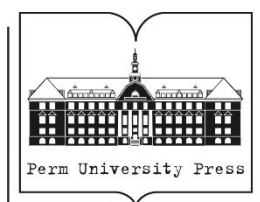
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
ПЕРМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А. И. Желнин

ЛОГИКА: МОДАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

*Допущено методическим советом
Пермского государственного национального исследовательского университета
в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлению подготовки бакалавров «Философия»*



Пермь 2026

УДК 164.3(075.8)

ББК 87.41я73

Ж50

Ж50

Желнин А. И.

Логика: модальные системы [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. И. Желнин ; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2026. – 1,25 Мб ; 115 с. – Режим доступа: <http://psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/ZHelnin-Logika-modalnye-sistemy.pdf>. – Заглавие с экрана.

ISBN 978-5-7944-4336-3

Модальные логические системы являются расширениями классической логики. В пособии анализируется общая сущность модальности как логического феномена, раскрывается специфика основных типов модальностей (алетическая, эпистемическая, деонтическая, аксиологическая, темпоральная). Вводится и объясняется соответствующий символический аппарат, исследуются законы и равносильности различных модальных систем. Дается введение в семантику модальной логики и в модальную логику предикатов.

Пособие предназначено для студентов бакалавриата по направлению «Философия».

УДК 164.3(075.8)

ББК 87.41я73

*Издается по решению ученого совета философско-социологического факультета
Пермского государственного национального исследовательского университета*

Рецензенты: канд. филос. наук, доцент, доцент кафедры истории и философии Пермского государственного медицинского университета им. академика Е. А. Вагнера **Т. П. Саитова**;

кафедра философии и права Пермского национального исследовательского политехнического университета (зав. кафедрой – д-р филос. наук **А. Ю. Внутских**)

© ПГНИУ, 2026

© Желнин А. И., 2026

ISBN 978-5-7944-4336-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Исторический очерк логических исследований модальностей.....	8
Алетическая модальная логика.....	26
Основные законы и равносильности алетической модальности.....	32
Логические отношения в алетической модальности.....	36
Модальные системы Льюиса.....	39
Эпистемическая модальная логика.....	45
Деонтическая модальная логика.....	52
Аксиологическая модальная логика.....	60
Темпоральная модальная логика.....	69
Логика линейного времени (LTL).....	71
Логика ветвящегося времени (CTL).....	76
Аксиоматика темпоральной логики.....	79
Введение в семантику модальной логики.....	85
Введение в модальную логику предикатов.....	96
Заключение.....	108
Библиографический список.....	112

«Современная классическая логика не отказалась
от рассмотрения проблемы модальностей,
но в ее рамках эта проблема воспринимается,
можно сказать, как вынужденное несчастье»

Р. Фейс, «Модальная логика»

Введение

Классическая логика высказываний и логика предикатов первого порядка заслуженно считаются центральными теориями современной логики как науки и, соответственно, образовательной дисциплины, изучается ли она философами, математиками, юристами, лингвистами или студентами IT-направлений. Они являются строгими дедуктивными теориями, которые в полной мере демонстрируют возможности логики в сфере формализации рассуждений и проверки корректности вывода. Однако еще со времен Античности начало приходить понимание, что *дедукция*, взятая сама по себе, недостаточна для отражения богатства реальных человеческих рассуждений. Аристотелем была показана важность таких процессов, как *индукция*, в его терминологии «наведение» (от др.-гр. ἐλαγωγή), т. е. восхождение от отдельных фактов к общим выводам, и *аналогия*, в его терминологии «парадигма» (от др.-гр. παράδειγμα «образец»), т. е. перенос свойств и отношений с одного предмета на другой через их уподобление, а Ч.С. Пирс дополнил этот перечень учением об *абдукции* как процессе эвристического поиска, отбора и выдвижения наиболее правдоподобных гипотез. Вместе с тем для современной логики дедукция продолжает оставаться центральным объектом внимания и изучения, будучи *prima inter pares* (лат. «первой среди равных»).

Однако также еще со времен Античности возникло ощущение, что существуют некоторые дополнительные параметры, в соответствии с которыми варьируются условия истинности и ложности даже самых строгих и кажущихся инвариантными дедуктивных построений. Более того, существуют степени самих истины и лжи (или как минимум их восприятия и оценки человеком). Данная

идея наличия дополнительных вводных закрепились в логике как науке в понятии *модальности*, которое произошло от слова «модус» (лат. *modus*), означающего «мера», «образ», «способ», «вид». Все эти переводы так или иначе несут в себе идею вариативности, а также идею градации. Дадим определение: **модальная логика** – это раздел логики, который исследует высказывания и строящиеся из них логические конструкции, когда истинность и ложность этих высказываний зависит от некоторых дополнительных параметров. Последние отражаются в наличии того или иного **модального оператора**. Именно его присутствием модальное суждение отличается от фактического (ассерторического) суждения. Примерами модального оператора (а точнее его языкового выражения) являются такие слова, как возможно, необходимо, случайно, доказано, опровергнуто, обязательно, запрещено, разрешено и т. д.

Модальная логика по определению не может быть константой и не стремится к этому; напротив, она пытается отразить различные аспекты и ракурсы наших естественных рассуждений, подчас далекие от строгой нормативности. Как результат, сама модальная логика не является монолитом – она существует в качестве существенно неунифицируемого многообразия. *Есть смысл говорить о модальных системах или видах (типах) модальности только во множественном числе.* Назовем и раскроем сущность основных модальностей:

1) **Алетическая модальность** – модальность, в которой истинность и ложность зависят от бытийных (онтологических) параметров и условий.

2) **Эпистемическая модальность** – модальность, в которой истинность и ложность зависят от познавательных (гносеологических) аспектов, уровня осведомленности субъекта(ов).

3) **Деонтическая модальность** – модальность, в которой истинность и ложность зависят от степени социальной приемлемости, учета действия того или иного регулятора поведения человека в обществе.

4) **Аксиологическая модальность** – модальность, в которой истинность и ложность зависят от ценностных установок субъекта(ов).

5) **Темпоральная модальность** – модальность, в которой истинность и ложность зависят от временного контекста.

Модальная логика является самобытным и относительно автономным разделом логики, не демонстрирующим явную сводимость к более базовым конструкциям. К. Поппер писал на этот счет: «Меньше всего я заинтересован в установлении того факта (если это факт, в чем я сомневаюсь), что модальный термин можно определить через немодальные термины»¹. Модальности являются объектом ряда наук, среди которых логика, лингвистика, философия, риторика, информатика и т. д. Многие фундаментальные обще- и конкретнаучные проблемы сформулированы с помощью модальных понятий. Ярчайшим примером является дискуссия о статусе такого события, как возникновение жизни на Земле (является ли оно необходимым или случайным, уникальным или распространенным в масштабах всей Вселенной и т. д.)². В современных философских дискуссиях также активно задействуются модальные контексты необходимости, возможности и контингентности (случайности)³.

Назначение данного пособия состоит в знакомстве студента с логическими системами модальностей, закономерностями и областями их применения. В условиях указанного плюрализма отдельной задачей является отражение инвариантной сущности модальности. Освоение общих принципов модальной логики позволит студенту эффективно ориентироваться в их фактическом многообразии, расширять и дополнять существующие системы или даже строить собственные. Модальные системы явно демонстрируют смену парадигмы в логике на конструктивистскую, когда логические теории не столько отражают реальность, сколько проектируются с теми или иными целями (например, для последующего использования в системах искусственного интеллекта (ИИ)): «Идея применения аппарата модальных логик в задачах представления знаний для интеллектуальных систем различного назначения начинает завоевывать все

¹ Поппер К. Логика научного исследования. М.: Республика, 2005. С. 396.

² См.: Моно Ж. Необходимость и случайность. М.: АСТ, 2022. 256 с.

³ См.: Мейясу К. После конечности: Эссе о необходимости контингентности. М.: Кабинетный ученый, 2017. 196 с.

более прочные позиции»⁴. Несмотря на такую прикладную направленность, студент, обучающийся по направлению «Философия», должен овладеть способностью самостоятельной работы с модальными конструкциями на уровне фундаментальной абстракции, в каком-то смысле увидев их самоценную значимость и эссенциальную глубину.

⁴ Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. С. 256.

Исторический очерк логических исследований модальностей

Зачатки учения о модальностях возникли в эпоху Античности, прежде всего в Древней Греции. Так, идея онтологической градации наблюдается уже в самом начале Древнегреческой философии и связана с попытками обнаружения *первоначала мира* (др.-гр. ἀρχή), которое одно считалось вечным и необходимым; вещи же трактовались как временные порождения и проявления этого начала, как «возникающие», так в итоге и «возвращающиеся» обратно в него (Анаксимандр). Первым всеобщую необходимость и закономерность попытался отразить Гераклит, введя в философский обиход понятие *логоса* (др.-греч. λόγος). На градацию же в знании и степени его правдоподобности указывали Парменид и Демокрит, деля его на *знание по истине* («светлое знание») и *знание по мнению* («темное знание»). Гераклит в рамках своей стихийной диалектики продемонстрировал относительность и изменчивость в оценках одни и тех же вещей: «Одно и то же в нас живое и мертвое, бодрствующее и спящее, молодое и старое. Ведь это, изменившись, есть то, и обратно – то, изменившись, есть это»; «Морская вода и чистейшая и грязнейшая одновременно. Рыбам она питье и спасение, а людям – и отрава». Его знаменитая идея подвижности всех вещей, выраженная в фразе *τα πάντα ῥεῖ* (др.-греч. «все течет»), по видимости является наиболее ранней репрезентацией рассуждений, учитывающих временной фактор.

Более прицельно и прежде всего в социальной и моральной плоскостях оценки начали анализироваться софистами, Сократом и его последователями. У софистов мы находим общую *релятивистскую установку* («Человек есть мера всех вещей» Протагора), которая имела последствия, заключающиеся в размывании понятий истины и лжи. В гносеологической плоскости это подчас приводило к агностицизму. Так, Протагор говорил о существовании богов: «О богах я не могу знать, есть ли они, нет ли их, потому что слишком многое препятствует такому знанию, – и вопрос темен, и людская жизнь коротка»⁵. Многие известные софизмы явно или имплицитно включают в себя модальные аспекты. **Пример софизма, связанного с оценкой:** «Недуг есть зло для больных,

⁵ Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. СПб.: Азбука, 2020. С. 446.

но благо для докторов». **Пример софизма, связанного со знанием:** «Знаешь ли ты, кто стоит перед тобой под покрывалом? Нет? А ведь это твой отец; значит, ты не знаешь собственного отца». **Пример софизма, связанного с временем и изменением:** «Занявший сегодня ничего не будет должен завтра, так как это будет совершенно иной человек». «Сидящий встал. Кто встал, тот стоит. Следовательно, сидящий стоит». Софизмы породили потребность в более критическом взгляде на рассуждения, в т. ч. в учете их модальных контекстов.

Проблема знания, будучи центральной для греков, стимулировала развитие аппарата гносеологически ориентированных рассуждений. Так, софисты полагали, что любая истина зависит от субъекта, и поэтому существует только мир мнений. Сократ обнаружил глубокое диалектическое единство знания и незнания, что отразилось в его фразе: «Я знаю только то, что я ничего не знаю, но другие не знают и этого». С другой стороны, познание (в т. ч. самопознание) он возвел в ранг добродетели, так что истина приобрела ценностные (этические и даже эстетические) ракурсы. Единство добра и красоты было отражено в понятии «калокагатия» (др.-гр. καλοκαγαθία). Многие Сократические школы (киники, киренаики) были ориентированы на изучение морально-ценностных установок.

Позднегреческие философские школы все чаще стали решать проблемы истины и доказательства в негативном ключе, обосновывая *скептицизм*. Диоген Лаэртский пишет об основателе скептицизма Пирроне: «Он ничего не называл ни прекрасным, ни безобразным, ни справедливым, ни несправедливым и вообще полагал, что истинно ничто не существует... – ибо ничто не есть в большей степени одно, чем другое... если вещи противоречат друг другу, а слова равносильны, то из этого следует неведение истины»⁶. Данный пример ясно дает понять связь знаниевого и оценочного компонентов. Вместе с тем и скептицизм, и агностицизм (если, конечно, речь не идет о радикальном «воздержании от всякого суждения») как позиции также вполне артикулируемы в особых гносеологических модусах рассуждения.

⁶ Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. СПб.: Азбука, 2020. С. 450, 456.

Однако систематически вопрос о логической природе модальностей был четко поставлен Аристотелем⁷. Как отмечается, его внимание к ним было отчасти инспирировано борьбой с софистами: «История модальных предложений в логике хорошо иллюстрирует те недоразумения, которые возникают при невнимании к ясным традиционным определениям. Взгляд на модальность у Аристотеля прост и вытекает из необходимости бороться с теми уловками в спорах, которые практиковались в его время»⁸. Вместе с тем учение Аристотеля о модальностях, прежде всего о таких понятиях, как *необходимость* и *возможность*, а также производных от них (*не-необходимость*, *невозможность*), все же в основной мере опирается на его онтологию (метафизику). На это указывает А.О. Маковельский: «Логическая противоположность возможности и необходимости у Аристотеля имеет свою онтологическую основу в том, что, как учит его метафизика, существует противоположность между миром изменчивых вещей природы, в котором нет места для строгой необходимости и который представляет собой область возможного (вероятного), и умопостигаемыми вечными сущностями, познание которых выражается в необходимых истинах»⁹.

Логику Аристотель пытался обосновать как автономную дисциплину, универсальный «органон» мышления и речи. Однако в случае модальности явно проступает то, что характер модального суждения зависит от специфики его предмета. У Аристотеля градация степеней высказываний о сущем во многом инспирирована градацией самого сущего. Так, он разделяет его на сущее «само по себе», которое существует *необходимо*, и «привходящее» сущее, которое бытийствует случайно¹⁰. Так, именно *случайность* он склонен рассматривать как оппозицию необходимости: «Второе же – я имею в виду случайное – не необходимо, а неопределенно; и причины его лишены всякой последовательности, и число их неопределенно... Стечение обстоятельств бывает тогда, когда, что-то из этого произошло случайно... Стечение обстоятельств – это случайная причина... Причины, по которым могло произойти то, что произошло

⁷ Маковельский А.О. История логики. М.: Кучково поле, 2004. 480 с. С. 162.

⁸ Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. Минск: Харвест, 2002. С. 78.

⁹ Маковельский А.О. Указ. соч. С. 153.

¹⁰ Аристотель. Сочинения. Т. 1. М.: Мысль, 1976. С. 286–287.

по стечению обстоятельств, неопределенны»¹¹. Констатируем, что Аристотель не склонен ставить знак равенства между случайным и беспричинным: в стечении обстоятельств действует причина или даже их комплекс, но они остаются неизвестными или трудно определимыми.

Другое центральное модальное понятие, *возможность*, также имеет у Аристотеля онтологические основания и спектр смыслов. Так, она тесно связана с понятиями материи и формы и с их соотношением. Вслед за Платоном он отводит материи статус возможности, потенциала стать чем-то определенным, а форме – качества, самой сущности вещи, как это иллюстрируется известными примерами «медного шара» или «прекрасной статуи». Вместе с тем взгляд на то, что в том или ином случае есть материя, а что есть форма, может варьироваться: медь, будучи материей для шара, есть форма по отношению к тем элементам (по Аристотелю, стихиям), из которых она состоит.

Другой важной онтологической категорией, в ракурсе которой понимается возможность, является движение: «Реальная возможность в философии Аристотеля понимается прежде всего как возможность движения и изменения. Возможное есть все то, что может приводить в движение или изменить что-либо, или само приводиться чем-либо другим в движение»¹². Движение есть осуществление возможности, перманентный переход из него в действительность. В этом смысле модальный анализ позволяет более глубоко взглянуть на природу движения, открыв путь для разрешения Зеноновских апорий («Стрела», «Ахиллес и черепаха», «Дихотомия» и т. д.).

Собственно логический анализ модальностей у Аристотеля мы находим в корпусе его логических трактатов. В них Аристотель как бы переключает внимание с самих вещей на речь о них, на высказывания, что-либо утверждающие или отрицающие. В рамках логического анализа всплывает важный хронологический аспект: однозначно мы можем выносить суждения о прошлом и о настоящем, т. е. об уже «ставшем». Для таких высказываний действует закон исключенного третьего (сам являющийся необходимым

¹¹ Аристотель. Сочинения. Т. 1. М.: Мысль, 1976. С. 287–288.

¹² Маковельский А.О. Указ. соч. С. 154.

в логическом смысле принципом), который утрачивает свою силу относительно суждений о единичных будущих событиях: «Итак, относительно того, что есть и что стало, утверждение или отрицание необходимо должно быть истинным или ложным... Однако не так обстоит дело с единичным и с тем, что будет... Завтра морское сражение необходимо будет или не будет, но это не значит, что завтра морское сражение необходимо будет или что оно необходимо не произойдет»¹³. Аристотель вплотную подходит к концепции детерминизма и ставит под сомнение ее состоятельность относительно больших областей будущего.

Обобщая, многие исследователи склонны полагать, что термин «возможность» логически используется Аристотелем в различных смыслах. А.О. Маковельский ¹⁴ выделяет следующие два смысла: 1) отсутствие необходимости, «бывающее по большей части» (но не всегда); 2) отрицание необходимости, «не-необходимое» в смысле случайности. Близкую трактовку дают В.А. Бочаров и В.И. Маркин: «Возможность первого типа сродни современной трактовке этой модальности: “возможно присуще”, по Аристотелю, означает, что допущение о присущности свойства предметам не приводит к противоречию, т. е. равносильно “не необходимо не присуще”. Другой тип возможности поясняется Стагиритом так: это то, что может быть, а может и не быть присуще; иными словами, эта возможность схода с модальностью “случайно” в ее современном понимании»¹⁵. Сам Аристотель пишет: «Под “быть возможным” и “возможным” я разумею то, что не необходимо, но если принять, что оно присуще, то из этого не следует ничего невозможного»¹⁶. Другими словами, возможное не есть необходимое, но его существование логически и онтологически не запрещено, «хотя бывает и такое, что никогда не есть действительность, а есть только возможность»¹⁷.

Наконец, не стоит упускать из виду, что Аристотель вписывает учение о модальности в свою силлогистику, претендующую у него на статус общей

¹³ Аристотель. Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 99, 102.

¹⁴ Маковельский А.О. Указ. соч. С. 154.

¹⁵ Бочаров В.А., Маркин В.И. Введение в логику: учебник. М.: ИНФРА-М, 2008. С. 306.

¹⁶ Аристотель. Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 142.

¹⁷ Аристотель. Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 113.

теории умозаключения. Помимо силлогизмов, построенных из обычных категорических (ассерторических) суждений, он выделяет также *модальные силлогизмы*. Они отличаются от обычных характером логической связки между субъектом и предикатом: «Так как быть присущим, необходимо присущим, возможно присущим – не одно и то же (ибо многое присуще, однако не необходимо, другое же не присуще ни необходимо, ни просто, но оно может быть присуще), то ясно, что в каждом из этих случаев силлогизм будет разным и что термины не находятся в одинаковом отношении друг к другу»¹⁸. Первостепенным для него оказывается вопрос о характере вывода из модальных посылок. Если у него, например, возможен был аподиктический (необходимый) вывод из аподиктической и ассерторической посылок, то его последователи стали придерживаться нисходящей градации «необходимость – фактичность – возможность», полагая, что *вывод должен быть по характеру таким же, как и самая слабая по характеру посылка*¹⁹. Так, если обе посылки необходимы, то и вывод необходим; если одна посылка необходима, а другая ассерторическая, то вывод будет ассерторическим. Также возникло требование, что если одна посылка – суждение возможности, то вторая должна быть суждением необходимости. Из двух же суждений возможности вывода не следует.

Примеры:

Все квадраты с необходимостью имеют грани

Ни один круг с необходимостью не имеет граней

Ни один круг с необходимостью не есть квадрат

Все люди по необходимости смертны

Сократ есть человек

Сократ смертен

¹⁸ Аристотель. Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 135.

¹⁹ Фейс Р. Модальная логика. М.: Наука, 1974. С. 18.

Металлы с необходимостью электропроводны

Данное вещество возможно есть металл

Данное вещество возможно электропроводно

Вместе с тем современные исследователи Аристотеля, вслед за Я. Лукасевичем, склонны полагать, что некоторые «смешанные» модальные силлогизмы (например, с большей ассерторической и меньшей аподиктической посылками) способны давать корректный аподиктический вывод, нарушая правило, артикулированное последователями Аристотеля²⁰.

Как было сказано, Аристотель в целом придерживался понимания модальности как характеристики связи субъекта и предиката, «силы», с которой второй присущ или не присущ первому. В дальнейшем Средневековыми схоластами такая позиция была квалифицирована как *de re* (лат. «о вещи») интерпретация модальности²¹. Ученик Аристотеля Теофраст стал применять модальности к самым простым суждениям, что явилось прототипом модальности *de dicto* (лат. «о сказанном»). Также если Аристотель жестко противопоставлял необходимость и возможность как отрицания друг друга, не считал первую второй, то Теофраст сблизил данные понятия, по сути считав все необходимое также и возможным. По его мнению, иначе возник бы нонсенс, что нечто как необходимое обязано существовать, но, будучи отрицанием возможности, существовать никак не способно. Это сближение открыло путь для взаимной дефиниции категорий друг через друга, а именно «Необходимо Р» понималось как «Неверно, что возможно не-Р», и наоборот, «Возможно Р» – как «Неверно, что необходимо не-Р». Также есть мнение, что «Теофраст внес изменения в Аристотелевское учение о модальности суждений, придав модальности значение субъективной уверенности»²², т. е. от онтологического их смысла он, по сути, мигрировал в сторону гносеологического (необходимое – это несомненное, очевидное, а возможное – вероятное, сомнительное).

²⁰ Маркин В.И. Дихотомия *de re*–*de dicto* и аподиктическая силлогистика // Логические исследования. 2018. Т. 24, № 2. С. 111–112.

²¹ Там же. С. 108–115.

²² Маковельский А.О. Указ. соч. С. 165.

Далее можно выделить модальную концепцию Диодора Крона, позднего представителя Мегарской школы. Новизна его подхода заключалась в том, что он более явно связал понятия необходимости и возможности с *фактором времени*, поэтому его часто считают предвозвестником *темпоральной логики*. Возможное для него – это то, что истинно в настоящем или обязательно станет истинным в будущем: «Диодор доказывал свой тезис, что возможно только то, что или существует действительно или будет действительным»²³. Необходимое – это то, что истинно всегда (и в прошлом, и в настоящем, и в будущем). Вместе с тем полагание всего уже свершившегося необходимыми, а также трактовка возможного как неизбежно происходящего, привели Диодора Крона к крайнему детерминизму: в отличие от Аристотеля, он полагал, что будущие события жестко предопределены прошлым и настоящим. Однако статус прошлых событий также может широко варьироваться вплоть до чистых случайностей и совпадений, но все они в силу необратимости времени могут быть квалифицированы как неотменимые. Нестыковки в учении Диодора демонстрируют, что аллетическая и временная модальности все же различны по своей сущности и часто не совпадают.

В Средние века первостепенное развитие продолжила получать алетическая модальность как центральная для фундаментальных теологических и философских проблем. Более того, она была объектом изучения Аристотеля, чей авторитет с течением времени стал неоспорим. Многие его понятия приобрели латинский субституты: так, сущее, составляющее неотъемлемую сущность вещи и поэтому необходимую для ее бытия, получило наименование *субстанция*, а «привходящее», существующее случайным образом сущее, – *акциденция*. Основной проблемой Средневековой модальной логики стало различие интерпретаций *de dicto* (когда модальность применяется к высказыванию в целом) и *de re* (когда модальность применяется к логической связи субъекта и предиката): «В средневековой логике было произведено четкое различие двух типов модальностей – модальностей *de dicto* (о речи, о сказанном) и *de re* (о

²³ Маковельский А.О. Указ. соч. С. 60.

вещи). Модальности *de dicto* квалифицируют ситуацию в целом, образуя из менее сложного высказывания более сложное. Модальности *de re* квалифицируют связь признака с предметом и представляют собой особого типа предикующие связки»²⁴. Для подчеркивания разницы в контексте «местоположения» в суждении *de dicto* модальность также часто называется внешней, а *de re* – внутренней²⁵. Приведем классический **пример**: 1). «Необходимо, что сидящий является сидящим» (*de dicto*); 2). «Сидящий является необходимо сидящим» (*de re*). Очевидно, что *de re* модальность оказывается сильнее, т. к. первый случай представляет собой модификацию закона тождества и ничего не говорит про характер принадлежности предиката субъекту. Поэтому первое высказывание в примере истинно, а второе необязательно истинно (а по большей части ложно). Можно попробовать привести подобный пример несовпадения смыслов относительно суждений возможности: 1). «Возможно, что данная планета обитаема» (*de dicto*); 2). «Данная планета является возможно обитаемой» (*de re*). Первое утверждение более абстрактно и де-факто применимо к любой планете в принципе (если нет никаких оснований того, что она с необходимостью необитаема); второе же имплицитно предполагает, что у нас есть некоторые основания (пусть и далеко не исчерпывающие), которые позволяют рассматривать данную планету как с некоторой вероятностью обитаемой, как «кандидата» в таковые (например, наличие воды и особой атмосферы, сходная с Землей удаленность от ближайшей звезды и т. д.). В.В. Целищев указывает на то, что для таких философов, как П. Абеляр и Ф. Аквинский, различение *de dicto* и *de re* играло важную роль в контексте решения проблем свободы воли, всеведения бога, приписывания ему атрибутов и т. д.²⁶. Осознание различия между ограниченным разумом человека и безграничным разумом бога, между потенциальным и актуальным видами интеллекта также стимулировало анализ гносеологических параметров суждений.

²⁴ Маркин В.И. Указ. соч. С. 109.

²⁵ Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. Соч. С. 303.

²⁶ Целищев В.В. Понятие объекта в модальной логике. М.: КРАСАНД, 2018. С. 36–37.

Интересный поворот в понимании модальностей осуществили А. Арно и П. Николь в «Логике Пор-Рояля». Они пытались трансформировать логику, сблизив ее с грамматикой. Поэтому модальные высказывания рассматриваются ими как прежде всего лингвистические конструкции, а именно особые составные предложения, в которых выделяются определенный термин и придаточная часть: «Среди предложений, составной характер которых обусловлен глаголом, а не субъектом или атрибутом, философы выделяют те, которые они называют модальными, так как утверждение или отрицание в них видоизменяется четырьмя модусами: возможное, случающееся, невозможное, необходимое»²⁷. Вместе с тем смысловой акцент может варьироваться и падать как на ассерторическую (фактуальную) часть высказывания, так и на модальную (когда стремятся подчеркнуть, что это всего лишь чье-то мнение и т. п.). Основной модальностью для них остается алетическая, однако де-факто они приводят примеры и эпистемической: «я утверждаю, что...», «я убежден, что...», «я предполагаю, что...» и т. д. Эти два типа модальности вообще долгое время четко не разделялись, мыслясь как две стороны одного целого: необходимость коррелировала с абсолютным, достоверным знанием, а возможность – с знанием относительным, предположительным.

В эпоху Нового времени в исследовании модальностей произошла концептуальная революция. Она связана с деятельностью великого немецкого философа, логика и математика Г.В. Лейбница (1646–1716), а именно с введением им в философский обиход понятия *возможный мир*. Важно отметить, что данный концепт изначально возник как онтологический конструкт и только затем перекочевал в логику. Общеизвестно высказывание Лейбница, что «мы живем в наилучшем из возможных миров». Понимание этого достигается для него интеллектуально, разумом, а не одной только верой: «Разум доставляет нам знание об этом посредством непогрешимых доводов, и, следовательно, все возражения, выведенные из хода вещей, где мы замечаем различного рода несовершенства, основываются лишь на ложной вероятности. Потому что если

²⁷ Арно А., Николь П. Логика, Или искусство мыслить. М.: Наука, 1991. С. 130.

бы мы были способны понять всеобщую гармонию, то увидели бы, что то, что мы пытаемся подвергнуть порицанию, связано с планом, наиболее достойным избрания; словом, мы *увидели бы, а не веровали бы только*, что созданное Богом есть наилучшее»²⁸. Основание этого – всемогущество и всеблагость бога, выражающиеся в системе предустановленной гармонии. Бог обзирает все возможные миры и выбирает наиболее оптимальный для целого (но отнюдь не для его частей). Такой выбор необходим, т. к. диктуется природой и свободной волей Бога. Вместе с тем сам Лейбниц, акцентируя божественной всемогущести, обнаруживает и ограничение даже для него, а именно противоречие: «Я не полагаю границ могуществу Бога, так как я признаю, что оно простирается *ad maximum*, *ad omnia* в отношении ко всему тому, что не содержит в себе противоречия; я не полагаю границ и благости Божией, так как она направляется к наилучшему, *ad optimum*»²⁹. Здесь Лейбниц осторожно повторяет сентенцию схоластов, что даже бог не может нарушить законы логики, прежде всего закон противоречия. Противоречивый мир априори невозможен, он не может быть определенно и согласованно помыслим разумом. Вместе с тем противоречие понимается Лейбницем в строгом математическом ключе, так что для него логически вполне допустима ситуация, когда бы «на деревьях росли животные»³⁰.

В гносеологическом аспекте концепция возможных миров была инспирирована делением Лейбницем знаний на *истины разума* и *истины факта*. Истины разума (прежде всего законы математики и логики), в отличие от истин факта, необходимы и действуют во всех возможных мирах: «Блестящая идея Лейбница, что логические и математические истины являются истинами во всех возможных мирах, нашла широкое и плодотворное применение в логической семантике. Содержательный смысл этой идеи состоит в том, что указанные истины не зависят от конкретных фактических состояний мира, от конкретного положения дел»³¹. Истины факта, т. е. эмпирически зафиксированное знание, могут широко варьироваться от мира к миру, где-то будучи истинными, а где-то –

²⁸ Лейбниц Г.В. Сочинения. Т. 4. М.: Мысль, 1989. С. 103.

²⁹ Там же. С. 288.

³⁰ Там же. С. 40.

³¹ Сидоренко Е.А. Логика. Парадоксы. Возможные миры. М.: Эдиториал УРСС, 2002. С. 252.

ложными. Лейбниц также артикулирует наличие разных типов необходимости и возможности, выделяя *логическую (метафизическую)* и *фактическую (физическую)* их разновидности. Логическая необходимость воплощается в законах логики и математики, которые инвариантны для всего универсума возможных миров и по сути являются критериями отсека от них «невозможных миров». Физическая необходимость воплощается в фундаментальных законах науки (прежде всего механики и физики), которые могут изменяться от мира к миру, но в пределах одного мира инвариантны.

Следующим крупным философом, внесшим вклад в теорию модальностей, был И. Кант. Так, в своем учении о категориях он дает знаменитую таблицу, разводя основополагающие понятия рассудка по четырем рубрикам («количество», «качество», «отношение» и «модальность»). Только категории модальности все имеют у него строго двойственный характер, являя собой связь тезиса и антитезиса: 1) возможность – невозможность, 2) существование – несуществование, 3) необходимость – случайность³². Суждения возможности он именует *проблематическими*, суждения существования – *ассерторическими*, суждения необходимости – *аподиктическими*. Специфику модальности Кант усматривает в том, что, ничего не прибавляя к содержанию суждения, она «касается только значения связки по отношению к мышлению вообще»³³.

Вместе с тем модальные мотивы появляются еще в самом начале Кантовской критической философии. Они связаны с его делением суждений на априорные, апостериорные, аналитические и синтетические. *Априорные суждения* – те суждения, которые не зависят ни от какого опыта. Соответствуя лейбницевским истинам разума, они считаются Кантом аподиктическими. Эта характеристика во многом получена их отличием от *апостериорного знания*, т. е. эмпирического, т. к. опыт может варьироваться и изменяться, не гарантируя строгой необходимости: «Хотя из опыта мы знаем, что объект обладает теми или иными свойствами, но мы не знаем при этом, что он не может быть иным. Поэтому, во-первых, если имеется положение, которое мыслится с его

³² Кант И. Критика чистого разума. М.: ЭКСМО, 2015. С. 111.

³³ Там же. С. 107.

необходимостью, то это априорное суждение; если к тому же это положение выведено исключительно из таких, которые сами, в свою очередь, необходимы, то оно безусловно априорное суждение»³⁴. Ту же сентенцию Кант дает относительно всеобщности: опыт никогда не может быть ее гарантом, поэтому подлинно всеобщее истинное суждение получено априори из самого разума.

Меж тем понятия *a priori* и *a posteriori* имели широкое хождение и до Канта. В этом контексте более оригинальным является деление им суждений на *аналитические* и *синтетические*: «Или предикат В принадлежит субъекту А как нечто содержащееся (в скрытом виде) в этом понятии А, или же В целиком находится вне понятия А, хотя и связано с ним. В первом случае я называю суждение аналитическим, а во втором – синтетическим»³⁵. **Примеры аналитических суждений:** «Все тела протяженны», «Все холостяки не женаты». Поскольку предикат есть неотъемлемая часть субъекта, аналитические суждения де-факто оказываются аподиктическими. Все же суждения опыта Кант считает синтетическими, сопровождающимися приращением нового знания. **Примеры синтетических суждений:** «Все тела имеют массу», «Снег бел». Его классификация нашла выражение в его знаменитом вопросе «Как возможны синтетические суждения априори?». В последующей же традицией возник спор о самой адекватности такого строго деления (У. Куайн). Не вдаваясь в подробности, в пример можно привести пример Фреге «Утренняя звезда есть вечерняя звезда». Это суждение апостериорное и синтетическое, но после открытия того, что они есть одна и та же планета, а именно Венера, оно де-факто стало аналитическим, так что теперь оно есть скрытая тавтология, выражающая тождество разных имен одного и того же объекта. Было показано существование особых апостериорных и при этом необходимых истин наподобие «Вода есть H₂O» (С. Крипке).

Совершенно особый взгляд на алетические модальности мы находим у Г.Ф.В. Гегеля. У него они существенно онтологизируются, представая этапы развивающегося бытия, субстанцией которого является абсолютная логическая идея. Возможность Гегель трактует как «бытие-в-себе», т. е. как еще

³⁴ Кант И. Указ. соч. С. 42–43.

³⁵ Там же. С. 47.

не развернутую форму бытия. Он связывает ее с действительностью как парной категорией, говоря, что «возможность есть рефлексированная в себя действительность», и то, «что действительно, то возможно»³⁶. Вместе с тем он различает формальную и реальную возможность. *Формальная возможность* – это чисто логическая возможность, являющаяся таковой только потому, что она не запрещена законами логики, прежде всего не содержит противоречия: «В смысле этой формальной возможности возможно все, что не противоречит себе; царство возможности есть поэтому безграничное многообразие»³⁷. Гегель третирует формальное высказывание о возможности чего-то как «плоское» и «пустое», т. е. бессодержательное, лишенное определенных оснований.

Возможность, будучи бытием-в-себе, несет в себе «зачаток» содержания. Вместе с тем возможность высвечивает, что наряду с определенным содержанием (А) возможно также и его отрицание (не-А). Поэтому возможность есть «снимающее себя противоречие»³⁸. С помощью своей диалектики Гегель показывает, что сама возможность как потенциальная форма бытия содержит в себе одновременно и свое инобытие. Это дает категорию случайности, которую Гегель определяет так: «Случайное – это нечто действительное, определенное в то же время лишь как возможное, иное которого или противоположность которого также есть»³⁹. Случайное диалектически имеет основание и не имеет его, т. к. могло быть другим (или же не быть вовсе). Наконец, сложным спекулятивным путем он восходит к понятию необходимости, которое также являет собой ипостась самого бытия: «Необходимое есть нечто действительное... необходимое есть, и это сущее само есть необходимое»⁴⁰. Необходимость в итоге оказывается синтезом возможности и действительности; она являет собой тождество действительности с самой собой в на первый взгляд отличном от нее (в возможности).

³⁶ Гегель Г.Ф.В. Наука логики. М.: АСТ, 2018. С. 579.

³⁷ Там же. С. 579.

³⁸ Там же. С. 580.

³⁹ Там же. С. 581.

⁴⁰ Там же. С. 582–583.

Спекулятивный характер Гегелевской системы не позволил применить его учение (в т. ч. о модальных понятиях) в общепринятой логике, понятой как строгая наука о мышлении, а не о самом бытии⁴¹. Более того, не стоит забывать, что основным принципом системы Гегеля является взаимопревращение и, в конечном счете, тождество противоположностей. В модальном аспекте это приводит его к подобным сентенциям: «Возможность есть в самой себе также противоречие, иначе говоря, она невозможность»⁴²; «Реальная необходимость в себе есть на самом деле также случайность»⁴³. Смещение качественно различных понятий, нарушение относительно них закона непротиворечия не способствовало выстраиванию стройной модальной теории, которая могла быть далее формализована и применена в символическом анализе.

В XIX веке возникает *символическая логика*, реализующая мечту Лейбница об *универсальном языке* (лат. «characteristica universalis») и построенном на его основе логическом рассуждении как формализованном процессе *рационального вычисления* (лат. «calculus ratiocinator»). Пионерами в ее становлении стали Дж. Буль, создавший символическую логику классов, и позднее Г. Фреге и Ч.С. Пирс, заложившие основы символических логических систем пропозиционального и первогопорядкового видов. Несмотря на то, что явно данные системы не эксплуатировали модальности, есть мнение, что имплицитно сам характер высказываний подразумевался как модальный: «В исчислении высказываний, принадлежавшей создававшейся в XIX веке логической алгебре, высказывания естественнее было бы понимать как модальные высказывания»⁴⁴. Действительно, по крайней мере основные законы и равносильности символической логики могут трактоваться как необходимые по своему статусу.

Однако эксплицитная логическая теория модальностей общепризнанно началась с исследований К.И. Льюиса (1883–1964), найдя выражение в его монографиях «Очерк символической логики» («A survey of symbolic logic», 1918 г.) и «Символическая логика» («Symbolic logic», 1932 г., совместно с

⁴¹ См.: Лукасевич Я. О принципе противоречия у Аристотеля. М.–СПб.: ЦГИ, 2012. С. 53–56.

⁴² Гегель Г.Ф.В. Указ. соч. С. 581.

⁴³ Там же. С. 587.

⁴⁴ Фейс Р. Указ. соч. С. 19.

Г. Лангфордом). Главной подоплекой создания Льюисом первых модальных систем стала его критика обычной (т. н. материальной) импликации, допускающей парадоксы, что «из лжи следует всё что угодно» и что «истина следует из чего угодно»: «Льюис в 1912 г. указал на несоответствие материальной импликации отношению логического следования и высказал идею замены материальной импликации так называемой строгой импликацией»⁴⁵. Последняя подразумевала необходимый характер связи антецедента (условия) и консеквента (следствия). Льюис создал модальные логические системы (S1-S5). Они строились аксиоматически, и каждая последующая была своеобразным расширением предыдущей, так что в итоге они разнятся по своим выразительным возможностям. Эти системы до сих пор активно используются. Де-факто Льюис изучал только алетические модальности с операторами «необходимо» и «возможно». Он дал им классические символьные обозначения: оператор необходимости стал обозначаться $\Box$ (именуется «квадрат» или «бокс»), оператор возможности стал обозначаться $\Diamond$ (именуется «ромб» или «даймонд»).

Модальные системы являлись порождением перестройки логики, ее перехода на неклассический этап своего развития. В.И. Шалак связывает его становление с приближением логики к реальным (а не идеально строгим, например, математическим) рассуждениям, попыткой моделировать их, в т. ч. с помощью все более сложного аппарата: «За пределами приложений логики к задачам математики осталось много нерешенных проблем. Они вышли на поверхность, когда во второй половине XX в. начала широко распространяться вычислительная техника и вдруг обнаружилось, что логика в ее современном виде плохо пригодна для компьютерного моделирование многих интеллектуальных операций. Сильный импульс развития получили неклассические логики, которые пытались приспособить для решения новых задач»⁴⁶. Помимо *алетических* стали развиваться *эпистемические*, т. е. отражающие параметры познания (Г.Х. фон Вригт, Я. Хинтиikka, Ф. Фитч,

⁴⁵ Ивлев И.В. Логика. М.: Проспект, 2016. С. 96.

⁴⁶ Шалак В.И. Очерки по основаниям логики. М.: ИФ РАН, 2017. С. 9.

Р. Ауман), *деонтические*, т. е. отражающие социальные нормы (Э. Малли, Г.Х. фон Вригт, А. Росс, А.А. Ивин), *темпоральные*, т. е. отражающие временные аспекты (Х. Рейхенбах, А. Прайор, А. Пнуэлли), *аксиологические*, т. е. отражающие ценностные аспекты (А.А. Ивин) модальные системы.

Другим ключевым прорывом стало создание *семантики модальной логики*. Исследования, начатые еще Р. Карнапом⁴⁷, нашли полное завершение в трудах С. Крипке, который разработал так называемую *семантику возможных миров*: «Семантики Крипке стали ныне одним из наиболее распространенных орудий в современной неклассической логике, в философии и в когнитивной науке. Модели представляется как множество возможных миров. Эти миры связаны некоторыми отношениями и некоторые логические связки заставляют переходить от данного мира к другим связанным с ним мирам»⁴⁸. Семантика Крипке общепризнанно раскрыла инвариантные принципы семантического описания модальных систем. Это было особенно актуально в ситуации их нарастающего разнообразия и полиморфности: «Собственно семантика возможных миров получила развитие, признание и стала попросту необходимой, когда с ее помощью удалось построить адекватные семантики многочисленных к тому времени модальных логических исчислений, для которых до этого не было найдено подходящих содержательно и интуитивно оправданных семантик»⁴⁹.

Современные модальные системы продолжают бурно развиваться, причем лидирующие позиции приобретают эпистемическая логика (ввиду значимости их приложений в искусственном интеллекте, теории игр, моделировании коллективного поведения и сложных социальных систем), деонтическая логика (ввиду все более актуальной проблемы нормативного регулирования ИИ, особенно в его взаимодействии с человеком, а также процессов цифровизации права), темпоральная логика (ввиду не только активного применения в верификации программ, но и постнеклассического перехода науки к анализу

⁴⁷ Карнап Р. Значение и необходимость. Исследование по семантике и модальной логике. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. 376 с.

⁴⁸ Непейвода Н.Н. Прикладная логика. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2017. С. 452.

⁴⁹ Сидоренко Е.А. Указ. соч. С. 258–259.

сложных самоорганизующихся систем, потребности расширения потенциала человека в деле предсказания, прогнозирования и планирования их развития).

Упражнение 1. Ответьте на следующие вопросы по теме:

1. Каков был взгляд Аристотеля на сущность необходимости, возможности и случайности, а также на их соотношение?
2. В чем состоят новизна и ограниченность подхода Диодиора Крона к осмыслению модальных понятий?
3. В чем различие «истин разума» и «истин факта» по Г.В. Лейбницу?
4. Какова диалектика необходимости, возможности и случайности у Г.Ф.В. Гегеля и почему она не смогла стать концептуальной основой для символической модальной логики?
5. Какой проблемой было стимулировано создание первых символических модальных систем К.И. Льюисом? В чем он видел ее решение?

Упражнение 2. Определите вид модальности суждения (может быть несколько):

1. Опровергнута гипотеза спонтанного самозарождения живого из неживого.
2. Запрещено распространять заведомо ложную или недостоверную информацию.
3. Доказано, что возможен синтез новых сверхтяжелых химических элементов.
4. Хорошо, что разрешено не свидетельствовать против себя.
5. Возможно, что когда-то в будущем произойдет новое массовое вымирание.
6. Опровергнуто, что наша Вселенная существовала в прошлом вечно.
7. Совершеннолетний гражданин всегда имеет право на участие в выборах.
8. Мне безразлично, будет ли завтра дождь или нет.
9. Обязательно освобождение от уголовной ответственности, когда подтверждено, что преступник является психически невменяемым.
10. Законы общества иногда изменяются, но необходимо, чтобы законы природы оставались неизменны, и это хорошо.

Алетическая модальная логика

Алетическая модальность является исторически первой, и это не случайно. Она является первичной и в плане своей логической значимости, т. к. исследует вариации самих истинности и ложности высказываний и выводов. На это указывает само название модальности, восходящее к понятию $\alpha\lambda\eta\theta\epsilon\iota\alpha$ (др.-греч. «истина»). Создатель современной логики Г. Фреге подчеркивал центральное значение истины для логики. Будучи предметом и целью всех наук, истина изучается логикой уникальным образом, а именно будучи взятой сама по себе: «Хотя все науки имеют своей целью истину, логика занимается ею совершенно особым образом.... подход логики состоит в том, чтобы познавать законы бытия истинного, бытия истины... Пожалуй мы не ошибемся, если скажем, что логические законы – это не что иное, как раскрытие содержания слова “истинно”»⁵⁰. Для отражения параметров истинности и ложности в алетической логике используется два основных модальных оператора – «необходимо» и «возможно» (а в пределе один, т. к. второй выразим через него), а также ряд производных от них (например, оператор «случайно»).

Алетическая модальность имеет две основных ипостаси. Это напрямую связано с различием (начиная в явном виде с Г. Лейбница) фактических истин («истин факта») и чисто логических истин («истин разума»). Соответственно, выделяется *фактическая алетическая модальность* (иногда ее еще называют *онтологическая* или *физическая модальность*) и *логическая алетическая модальность*, а основные модальные операторы раздваиваются на фактические и логические. Каково соотношение между ними? **Логическая необходимость** – это необходимость, олицетворяющая законы логики и их прямые следствия: «Понятие логической необходимости, по-видимому, обыкновенно понимается в том смысле, что оно применяется к суждению p , если и только если истинность p основывается на чисто логических основаниях и не зависит от случайности фактов; другими словами, если бы допущение не- p привело бы к логическому

⁵⁰ Фреге Г. Логика и логическая семантика. М.: ЛИБРОКОМ, 2020. С. 326, 288.

противоречию независимо от фактов»⁵¹. Другими словами, оно истинно «именно в силу своей логической формы»⁵². **Фактическая (физическая) необходимость** – это необходимость, воплощающая объективные законы природы и общества и их прямые следствия: «Физическая необходимость выражается в высказывании, представляющем собой закон конкретной науки (физики, биологии, социологии и т. п.). Если высказывание следует из физического закона, то ситуация, которую оно представляет, также является всегда необходимой»⁵³. **Фактическая (физическая) возможность** – то, что согласуется с законами природы и общества и в то же время не противоречит законам логики. **Логическая возможность** – то, что допускается своей логической формой, т. е. те высказывания, «что не противоречат закону логики, т. е. не являются отрицанием какого-либо логически необходимого или эквивалентного таковому»⁵⁴. Меж тем, они вполне способны не согласовываться с онтологическими законами нашего мира. *Примеры логической необходимости:* «Роза есть роза», «Что будет, то будет», «Квадрат есть равносторонний прямоугольник» (Видно, что это прежде всего различные вариации явных или скрытых логических тавтологий). *Примеры фактической необходимости:* «Все люди смертны», «Тела, обладающие массой, вступают в гравитационное взаимодействие», «Металлы электропроводны», «По мере увеличения количества потребляемого экономического блага его предельная полезность имеет тенденцию к сокращению».

Видно, что истинность этих высказываний детерминирована объективными законами природы и общества. Иногда высказывание сложно отнести к одному из данных видов. Например, утверждение «Целое необходимо больше, чем сумма своих частей» рационалисты типа Декарта и Лейбница гипостазировали в качестве вечной логической истины, однако в то же время оно имеет явные эмпирические основания, которые обнаруживают специфику именно нашего мира.

Примеры фактической возможности: «Возможен искусственный синтез новых химических элементов», «Вероятно дальнейшее повышение средней

⁵¹ Карнап Р. Указ. соч. С. 257.

⁵² Войшвилло Е.К., М.Г. Дегтярев. Логика. М.: Владос-пресс, 2001. С. 316.

⁵³ Там же. С. 315.

⁵⁴ Там же. С. 317.

температуры Земли», «Квантовые компьютеры в будущем способны полностью вытеснить цифровые» (Видно, что такая возможность отражает имеющиеся тенденции и не противоречит имеющимся объективным законам). **Примеры логической возможности:** «Возможно создать двигатель с КПД 100 % (вечный двигатель второго рода), «Люди могут обрести бессмертие» (видно, что эти высказывания подчас противоречат онтологическим, но принципиально допускаются логическими законами, т. к. не содержат в себе противоречия).

Третий, производный оператор здесь – это *случайность*. Случайность чаще понимается как некоторый факт, который не является необходимым. Это значит, что ни он, ни его отрицание однозначно не детерминированы. В.А. Светлов определяет случайность как «возможность, несовместимую с необходимостью», предлагая следующую формулу: $\Diamond \varphi \wedge \Diamond \neg \varphi$ ⁵⁵. Также можно разделить случайность на логическую и фактическую.

Высказывания **логической случайности** определяются Е.К. Войшвилло и М.Г. Дегтяревым так: «Логически случайные – такие, которые не являются логически необходимыми и не являются отрицаниями логически необходимых высказываний»⁵⁶. Соответственно, **фактически случайное высказывание** – высказывание, когда оно само и его отрицание может быть как истинным, так и ложным, т. к. строго не детерминировано законами природы и общества. **Примеры логической случайности.** Как ни странно, многие высказывания, выражающие фактическую необходимость, имеют статус логической случайности (т. е. однозначно не детерминированы законами логики): «Все люди смертны», «Металлы электропроводны», «Солнце восходит на востоке». **Примеры фактической случайности.** Это де-факто все события, которые имеют вероятность от 0 до 1, но не включая их. То есть это свершившиеся или происходящие в настоящем факты, которые не имеют с точки зрения теории вероятности статуса достоверного события (что соответствует необходимости) или невозможного события: «Сегодня малооблачная погода» (метеорологические законы стохастичны, поэтому это не является однозначно детерминированным),

⁵⁵ Светлов В.А. Современная логика. СПб.: Питер, 2006. С. 345.

⁵⁶ Войшвилло Е.К., Дегтярев М.Г. Указ. соч. С. 317.

«На этом участке ДНК произошла мутация» (даже если мутация чем-то вызвана, то нельзя предопределить, где именно произойдет мутация; более того, многие мутации происходят спонтанно), «Я поскользнулся по пути на работу».

Если же исходить из понимания случайности как одновременной возможности события и его отрицания, то случайность расширяется и на будущее. Логическая случайность – это та, где и факт, и его отрицание разрешены законами логики, строго не детерминируясь ими (*Пример*: «Время возможно останется необратимым, а возможно станет обратимым»), а фактическая – та, где факт и его отрицание одинаково согласуются с законами природы и истории (*Пример*: «Завтра будет морское сражение»).

Можно выделить и такую производную конструкцию, как невозможность, также подразделив ее на фактическую и логическую. *Примеры фактической невозможности*: «Невозможно создать двигатель с КПД 100 %», «Невозможно, чтобы общество в своем развитии из первобытно-общинного строя сразу перешло на стадию капитализма». Видно, что все эти высказывания так или иначе фиксируют нечто противоречащее фундаментальным законам природной и человеческой реальности. *Примеры логической невозможности*: «Невозможно создать двигатель с КПД, превосходящим 100 %», «Нельзя написать художественное произведение чем-то третьим, кроме прозы или поэзии». Из примеров видно, что высказывания фиксируют нечто, что запрещается по крайней мере одним из фундаментальных законов логики. Часто полагается, что речь идет преимущественно о законе непротиворечия, но примеры показывают, что запреты налагаются и со стороны других, например, закона исключенного третьего. Некоторые высказывания проблематично однозначно отнести к одному из типов. *Пример*: «Из ничего не может возникнуть нечто». Данное высказывание как минимум относится к фактической невозможности (т. к. противоречит закону сохранения материи), но имплицитно содержит в себе и логическую невозможность (т. к. может быть расценено как нарушение закона непротиворечия, когда ничто и нечто понимаются как контрадикторные понятия). Поэтому и Декарт, и Лейбниц относили это высказывание к логическим истинам.

Как же соотносятся все эти модальности между собой? Можно выделить несколько основных принципов:

1). *Логическая необходимость сильнее фактической необходимости*, поэтому круг отражаемых ею событий уже. Считается, что они должны согласовываться и с логическими, и с онтологическими законами, в то время как фактическая необходимость должна согласовываться только с онтологическими. Соответственно, круг событий, отражающих фактическую необходимость, шире.

2). *Фактическая возможность сильнее логической возможности*, поэтому круг отражаемых ею событий уже. Считается, что они не должны противоречить ни логическим, ни онтологическим законам, в то время как события логической возможности не должны противоречить только чисто логическим законам. Соответственно, круг логических возможностей гораздо шире и часто признается неисчислимым, поистине бесконечным.

3). Если трактовать случайное как не-необходимое (т. е. как отрицание необходимости), то *круг событий логической случайности шире, чем круг событий фактической случайности*. Повторимся, что фактически необходимое вполне может быть случайным с логической точки зрения.

4). Наконец, *круг фактически невозможных событий парадоксально оказывается шире, чем круг логически невозможных событий*, т. к. он включает в себя в том числе логически возможные события (например, существование вечного двигателя, философского камня или единорога).

Модальные операторы «необходимо», «возможно», «случайно» являются *абсолютными*. В целом спорным является вопрос, имеют ли место *относительные* (или их еще называют сравнительными) алетические модальности, которые возникают в ходе измерения, сравнения и степенной градации. Обычно мы не говорим, что, например, «Данное нечто более необходимо, чем нечто иное» или «Событие А является менее случайным, чем событие В». Вместе с тем возможность можно интерпретировать в данной манере, но в этом случае мы де-факто переходим к понятию *вероятности* как количественной меры возможности наступления или ненаступления события,

которое уводит нас от логики к математике. Так что чисто логически возможность также трактуется в дихотомическом ключе: некоторое событие или является возможным (в логическом либо онтологическом ключе), или же нет.

Упражнение 1. Определите вид следующих алетических модальных суждений:

1. А. Флеминг открыл пенициллин, случайно поместив в одну чашку Петри бактерии и плесневые грибы.
2. Не способно существовать здание с квадратно-круглым куполом.
3. Возможно, существует вселенная, в которой время движется из будущего в прошлое, а причины и следствия поменяны местами.
4. Квадрат числа должен быть числом положительным.
5. Можно создать камень, превращающий неблагородные металлы в благородные.
6. Так получилось, что я опоздал на работу.
7. Человечество может перейти к преимущественному использованию альтернативных источников энергии.
8. Все идет, как идет.
9. Тела с противоположными электрическими зарядами по необходимости притягиваются.
10. Фтор как наиболее электроотрицательный химический элемент не способен вступать в реакцию в качестве восстановителя.

Упражнение 2. В соответствии с описанными в разделе принципами соотношения логических и фактических модальностей постройте общую схему, показав на кругах Эйлера соотношение логической необходимости, фактической необходимости, логической возможности, фактической возможности, логической случайности, фактической случайности, логической невозможности и фактической невозможности.

Основные законы и равносильности алетической модальности

Иногда чтобы различить логические и фактические алетические операторы, прибегают к их разному символическому обозначению. Так, например, логическую необходимость могут обозначать через L (либо, как Р. Карнап, через N), логическую возможность – через M , случайность – через C ⁵⁷. Однако все же преобладает унифицированное обозначение, а именно геометрические символы: повторимся, необходимость обозначается *квадратом* $\Box$ (англ. box), возможность обозначается *ромбом* $\Diamond$ (англ. diamond), а производный оператор (случайность) – перевернутым (иногда обычным) треугольником ∇ . По своей логической сущности *модальные операторы близки к кванторам*, т. к. тоже имеют область действия (область «связывания»). **Примеры:** в формуле $\Box(p \wedge q)$ оператор необходимости связывает всю конъюнкцию, а в формуле $\Diamond p \wedge q$ оператор возможности связывает только первый конъюнкт. Универсальным обозначением границ областей связывания являются скобки. Также одни модальные операторы могут находиться в области действия других. **Пример:** $\Diamond \Box p$; «Возможно, что необходимо, чтобы живое состояло из углерода».

За исключением модальных операторов алфавит алетической модальности соответствует алфавиту соответствующей системы классической логики (логики высказываний или логики предикатов).

Рассмотрим символические *определения (дефиниции) двух основных алетических операторов:*

- 1) Def1: $\Box p \equiv \neg \Diamond \neg p$. То есть необходимо, что p истинно тождественно тому, что возможность его отрицания ложна (или, другими словами, отрицание p невозможно). **Пример:** «Необходимо, что металл является электропроводным. Следовательно, невозможно, чтобы металл не был электропроводным».
- 2) Def2: $\Diamond p \equiv \neg \Box \neg p$. То есть возможно, что p тождественно тому, что ложно, что его отрицание является необходимым (или, другими словами, не-необходимо, что p ложно). **Пример:** «Возможно, что существуют

⁵⁷ Гетманова А.А. Логика. М.: ОМЕГА, 2006. С. 86.

внеземные цивилизации. Значит неверно, что является необходимым то, что внеземные цивилизации не существует».

Понятие же случайности чаще трактуется как не-необходимость какого-то утверждения. Так, Р. Карнап определяет случайность как утверждение того, что ни истинность самого суждения, ни истинность его отрицания не являются необходимыми⁵⁸: Def3.1: $\forall p \equiv \neg \Box p \wedge \neg \Box \neg p$, т. е. $\Diamond \neg p \wedge \Diamond p$.

Иногда же случайность понимается как истинное суждение о событии, которое уже де-факто произошло, но при этом оно также не является необходимым: Def3.2: $\forall p \equiv p \wedge \neg \Box \neg p$, т. е. $p \wedge \Diamond \neg p$.

Чаще всего оператор случайности вообще не используется.

Также можно выделить варианты основных законов логики с использованием модальностей. Закон тождества гласит, что необходимо, чтобы суждение было тождественно самому себе:

$$\Box (p \rightarrow p) \quad (1.1).$$

Модальные его версии гласят, что если суждение необходимо (возможно), то оно остается необходимым (возможным): $\Box p \rightarrow \Box p$; 2. $\Diamond p \rightarrow \Diamond p$.

Закон непротиворечия также записывается с помощью аподиктического оператора и гласит, что противоречие с необходимостью является ложным:

$$\Box \neg (p \wedge \neg p) \quad (2.1).$$

Однако де-факто это только модальное усиление закона непротиворечия классической логики. Собственно модальная версия закона гласит, что невозможно, что суждение необходимо и в то же время не является таковым:

$$\neg \Diamond (\Box p \wedge \neg \Box p) \equiv \Box \neg (\Box p \wedge \neg \Box p) \quad (2.2.).$$

Однако то же касается и оператора возможности: $\Box \neg (\Diamond p \wedge \neg \Diamond p)$.

Необходимо неверно, что суждение возможно и одновременно не является таковым. Наконец, под алетическим законом непротиворечия можно понимать констатацию ложности одновременной аподиктической истинности контрарных суждений:

$$\neg \Diamond (\Box p \wedge \Box \neg p) \equiv \Box \neg (\Box p \wedge \Box \neg p) \quad (2.3).$$

⁵⁸ Карнап Р. Указ. соч. С. 259.

Соответственно, p и $\neg p$ не могут быть одновременно необходимыми (но вполне могут быть одновременно возможными).

Закон исключенного третьего также может иметь несколько интерпретаций: Во-первых, это может быть аподиктическое усиление закона классической логики, который говорит о том, что любое утверждение либо истинно, либо ложно, т. е. констатирует двузначный характер классической логики (принцип бивалентности):

$$\Box (p \vee \neg p) \text{ (3.1).}$$

Во-вторых, это чисто модальная версия закона, связанная с фиксацией полноты альтернатив: $\Box (\Diamond p \vee \Diamond \neg p)$, близкое по смыслу к *tertium non datur*, но применительно к сфере возможного. Она следует путем упрощения из 2.3.

В-третьих, это формула, получающаяся из 2.2 путем внесения отрицания в скобки (применения закона де Моргана): $\Box (\Box p \vee \Diamond \neg p)$. Она тоже по-своему утверждает принципиальные альтернативы: или необходимо, что p или в противном случае возможно, что $\neg p$. Она (как и многие формулы до) является выражением одной из логических (а именно контрадикторных) связей внутри системы модальных отношений, которую мы рассмотрим ниже. Констатируем, что даже в одной алетической модальности каждый основной закон логики может получить несколько альтернативных интерпретаций: «внешняя» аподиктическая модальность используется для констатации инвариантности законов, присутствие же «внутренних» модальностей свидетельствует об уже чисто модальных по содержанию их версиях.

Упражнение. Переформулируйте в соответствии с основными модальными равносильностями следующие высказывания (выразив каждый модальный оператор через двойственный или более базовый), постройте соответствующие формулы:

1. Случайно то, что погода сегодня испортилась.
1. Необходимо, что тела без зарядов не участвуют в электромагнитном взаимодействии.
2. То, что эта фирма обанкротилась, не есть чистая случайность.

3. Возможно, что Вселенная не будет расширяться вечно.
4. Невозможно точно измерить координату и импульс элементарной частицы.
5. Невозможно, чтобы млекопитающие не были теплокровными.
6. Возможно, что необходимо наличие наименьших частиц вещества.
7. Необходимо, что невозможно, чтобы лошади летали.
8. Необходимо, что возможно наличие погрешности в выборке.
9. Случайно то, что эта встреча стала возможной.

Логические отношения в алетической модальности

Основные логические отношения в модальной логике остаются теми же, что и в классической. Но сама система отношений усложняется ввиду наличия большего количества вариаций суждений. Так, *квадрат логических отношений между ассерторическими высказываниями классической логики трансформируется в шестиугольник (гексаэдр) логических отношений между модальными и немодальными суждениями*. В вершинах расположены вариации одного и того же суждения (скажем, А), т. е. сравнимыми суждениями, как и в классической логике, являются те, в которых субъект и предикат остаются теми же, не меняются. Они различаются только наличием того или иного модального оператора (либо отсутствием модального оператора в принципе), а также наличием или отсутствием знака отрицания (см. рис. 1):

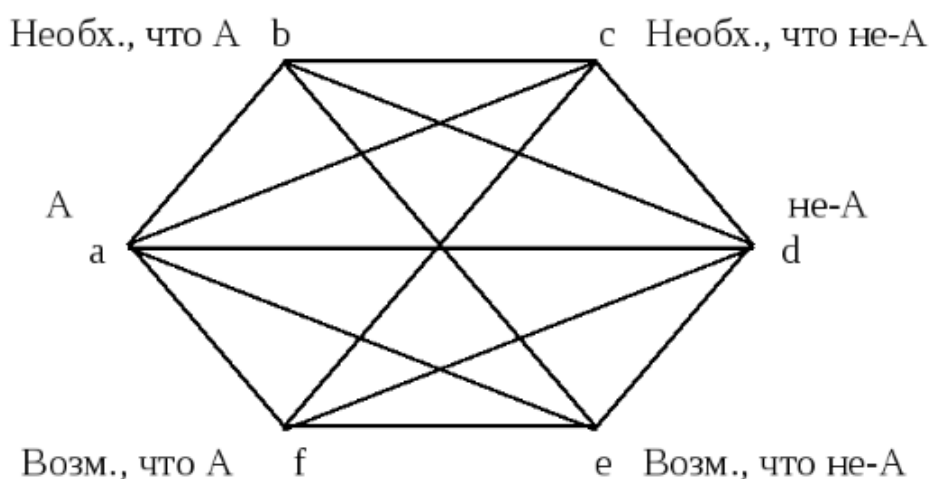


Рис. 1. Шестиугольник отношений в алетической модальности

Обозначив вершины латинскими буквами, соотнесем грани данного гексаэдра и отрезки внутри него с тем или иным логическим отношением:

- **b-c:** *контрарность (противоположность)*, т. е. отношение несовместимости по истинности, но совместимости по ложности (действительно, А и не-А оба могут не быть необходимыми, но принципиально не могут быть одновременно необходимыми);

- **b-d:** *контрарность (противоположность)*;

- **c-a:** *контрарность (противоположность)*;

- **b-e:** *контрадикторность (противоречие)*, т. е. отношение полной логической несовместимости ни по истинности, ни по ложности. Действительно, то, что необходимо, что А истинно равносильно тому, что возможно, что не-А ложно, и наоборот;

- **c-f:** *контрадикторность (противоречие)*. Аналогично предыдущему;

- **a-d:** *контрадикторность (противоречие)*. Эта пара соответствует контрадикторности в классической логике, когда каждый из ассерторических членов противоречия является отрицанием другого;

- **a-e:** *субконтрарность (частичное совпадение)*, т. е. отношение логической совместимости по истинности и несовместимости по ложности. Действительно, истинность А как факта и истинность возможности не-А вполне могут быть одновременно истинными. Но истинность факта А приводит к тому, что А возможно. Утверждения «Возможно, что А» и «Возможно, что не-А» принципиально не могут быть одновременно ложными, т. к. они формально исчерпывают универсум возможностей. То, что одно из них обязано быть истинным, гарантируется действием модальной версии закона исключенного третьего (вспомним пример Аристотеля: «Завтра будет морское сражение или неверно, что завтра будет морское сражение. Третьего не дано»).

- **d-f:** *субконтрарность (частичное совпадение)*;

- **f-e:** *субконтрарность (частичное совпадение)*;

- **b-a:** *подчинение (субординация)*. Если необходимо, что А истинно, то и А истинно; если необходимо, что А ложно, то А фактически может быть как истинным, так и ложным; если А фактически истинно, то необходимо, что А может быть как истинным, так и ложным; наконец, если А фактически ложно, то и необходимо, что А тоже ложно;

- **a-f:** *подчинение (субординация)*. Если А фактически истинно, что возможно, что А тоже истинно; если А фактически ложно, то возможно, что А может быть как истинным, так и ложным; если возможно, что А истинно, то А фактически может быть как истинным, так и ложным; наконец, если возможно, что А ложно, то А тоже ложно;

Аналогично с правыми боковыми гранями:

- **c-d:** *подчинение (субординация)*;
- **d-e:** *подчинение (субординация)*.

Заметим, что не проведены отношения, соединяющие аподиктические и проблематические суждения. В другой версии между ними тоже отношение субординации (если необходимо, что А истинно, то и возможно, что А тоже истинно). Иначе говоря, все необходимое является возможным. Это позиция Теофраста. Однако она не является в настоящее время доминирующей, т. к. необходимость чрезмерно ослабляется и теряет свою идентичность. Необходимость по определению – это то, что истинно всегда, то, чего не может не быть. Говоря про нее, что она возможна, мы имплицитно допускаем, что ее может не быть, что приводит к противоречию.

Упражнение. Установите логическое отношение между модальными высказываниями, обоснуйте, почему оно таково (в т. ч. путем упрощения и через анализ соответствующих формул):

1. «Возможны внеземные цивилизации» и «Неверно, что есть внеземные цивилизации».
2. «Необходимо, что тела протяженны» и «Тела могут не быть протяженными».
3. «Необходимо, что вселенная бесконечна» и «Необходимо, что вселенная не является бесконечной».
4. «Возможно, что время обратимо» и «Возможно, что время необратимо».
5. «Неверно, что является необходимым отсутствие абсолютной пустоты» и «Возможно наличие абсолютной пустоты».
6. «Бактерии многоклеточны» и «Возможно, что бактерии многоклеточны».
7. «Солнце всходит на востоке» и «Возможно, что Солнце всходит на востоке».
8. «Необходимо, что металлы электропроводны» и «Возможно, металлы не электропроводны».
9. «Необходимо, что азот не горюч» и «Невозможно то, что азот горюч».
10. «Необходимо, что млекопитающие позвоночны» и «Возможно, что млекопитающие позвоночны».

Модальные системы Льюиса

Первые символические модальные системы построил американский логик и философ К.И. Льюис. Они получили название S1-S5 (от англ. system). Изначально Льюис хотел решить проблему парадоксов обычной (т. н. материальной) импликации («из лжи следует все что угодно», «истина следует из чего угодно»), предложив понятие *строгой импликации*. Символически она записывалась Льюисом как $\rightarrow$. Смысл формулы $p \rightarrow q$ выражается формулой $\Box (p \rightarrow q)$ или, что более точно, $\neg \Diamond (p \wedge \neg q)$. Другими словами, невозможно, чтобы условие (антецедент) было истинным вместе с тем, чтобы следствие (консеквент) было ложным. Понятие строгой импликации не прижилось в логике, отчасти потому, что само подвержено парадоксам наподобие следующих⁵⁹ (во много аналогичных парадоксам материальной импликации):

$\neg \Diamond \neg p \rightarrow (q \rightarrow p)$ (необходимо истинное утверждение следует хоть из чего);

$\neg \Diamond p \rightarrow (q \rightarrow p)$ (из невозможного утверждения следует все что угодно).

Для их устранения В. Аккерман предложил понятие *релевантной импликации*, т. е. такой импликации, где условие и следствие должны быть связаны содержательно, по смыслу (что максимальной ее сближает с передачей каузальных связей). Сейчас строгая импликация имеет сейчас скорее историческое значение. Однако именно ее понятие стимулировало создание указанных систем. Наибольший (в частности, философский) интерес представляют системы S4 и S5. Все данные системы построены строго аксиоматически и ввиду вводного характера пособия мы ограничимся приведением алфавита, аксиом и правил вывода данных систем.

Система S1

Алфавит:

1. Нелогические знаки: $p, q, r, s \dots$ – пропозициональные переменные.

2. Логические знаки: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \rightarrow, \Diamond, \Box$ – пропозициональные связки и модальные операторы.

3. Технические знаки: $(,)$ – скобки.

⁵⁹ Гетманова А.А. Указ. соч. С. 390.

Определения (дефиниции):

1. Def1: $p \vee q \equiv \neg (\neg p \wedge \neg q)$ – определение слабой дизъюнкции.
2. Def2: $p \supset q \equiv \neg \Diamond (p \wedge \neg q)$ – определение строгой импликации.
3. Def3: $p = q \equiv (p \supset q) \wedge (q \supset p)$ – определение строгой эквиваленции.
4. Def4: $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ – определение материальной импликации.
5. Def5: $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ – определение материальной эквиваленции.

Аксиомы:

A0. Все аксиомы классического исчисления высказываний.

A1. $p \wedge q \supset p$

A2. $p \wedge q \supset q \wedge p$

A3. $(p \wedge q) \wedge r \supset p \wedge (q \wedge r)$

A4. $p \supset p \wedge p$

A5. $((p \supset q) \wedge (q \supset r)) \supset (p \supset r)$

A6. $((p \supset q) \wedge p) \supset q$

Правила вывода:

1. Правило замены строго эквивалентным.
2. Правило подстановки вместо пропозициональных переменных.
3. Правило введения конъюнкции: $A, B \vdash A \wedge B$.
4. Правило modus ponens со строгой импликацией: $A \supset B, A \vdash B$.

Выражение $\Diamond A$ понимается так, что A самосовместимо (непротиворечиво).

Соответственно $\neg \Diamond A$ понимается, что A несамосовместимо (противоречиво).

Система S2

В.А. Бочаров и В.И. Маркин отмечают, что «Льюис обратил внимание на то, что базисная теория строгой импликации может быть расширена за счет присоединения новых аксиом, выражающих различные логические свойства модальности “возможно”»⁶⁰. Так, S2 получается из S1 путем добавления к ее перечню аксиом следующей аксиомы:

⁶⁰ Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. соч. С. 311.

$\Diamond (A \wedge B) \rightarrow \Diamond A$ (если возможно утверждение конъюнкции двух положений, то возможно утверждение возможности каждого из этих положений по отдельности).

Правила вывода те же, что и в S1.

Система S3

Получается из S1 системы путем добавления следующих *аксиом*:

Либо аксиомы⁶¹: $(p \rightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q)$

Либо аксиом⁶²:

$\neg \Diamond p \rightarrow \neg p$

$(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg \Diamond q \rightarrow \neg \Diamond p)$

Либо аксиомы⁶³:

$\Diamond (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg \Diamond q \rightarrow \neg \Diamond p)$

Правила вывода те же.

Повторимся: максимальное влияние до сих пор имеют системы S4 и S5. Они относятся к так называемым нормальным модальным системам. Однако простейшей (минимальной) такой нормальной системой является система K, названная в честь Сола Крипке.

Система K

К аксиомам классического исчисления высказываний добавляется *аксиома*: $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$ (дистрибутивность оператора необходимости относительно импликации). Данная аксиома выражает *свойство нормальности*, которое и дало название нормальным модальным теориям.

Также добавляется *правило Гёделя*:

Если $\vdash A$, то $\vdash \Box A$ (если выводимо (доказуемо) положение A, то и выводимо (доказуемо), что оно необходимо). По сути это правило введения («навешивания») оператора необходимости.

⁶¹ Фейс Р. Указ. соч. С. 99

⁶² Ивлев Ю.В. Указ. соч. С. 98.

⁶³ Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. соч. С. 311.

Система Т

Получается путем добавления к системе К аксиомы:

$\Box A \rightarrow A$ (закон исключения оператора необходимости).

Данная аксиома семантически гарантирует рефлексивность отношения достижимости (подробно рассматриваемого в разделе семантики модальной логики). Другими словами, p истинно во всех возможных мирах, достижимых из этого мира, в т. ч. и в самом этом мире, т. к. он достижим из себя самого.

Система S4

Получается путем добавления к аксиомам Т аксиомы:

$\Box\Box A \rightarrow \Box A$.

Либо (чаще) «зеркальной» аксиомы:

$\Box A \rightarrow \Box\Box A$ ⁶⁴.

Таким образом, S4 позволяет связывать модальными операторами другие модальные операторы. «Возможно» оказывается выводимо из того, что «возможно, что возможно» (т. е. возможность возможности высказывания ведет к возможности этого высказывания). Необходимость положения позволяет «навешивать» на него новые операторы необходимости: «необходимо, что необходимо» и т. д. (т. е. само утверждение о необходимости некоторого положения оказывается необходимым). Семантически же последняя аксиома гарантирует, что если нечто необходимо во всех возможных мирах, доступных из исходного, то оно необходимо и во всех возможных мирах, доступных из них (транзитивность отношения достижимости).

Система S5

Получается из системы Т путем добавления аксиомы⁶⁵:

$\neg\Box A \rightarrow \neg\Box\neg\Box A$.

Либо из системы S1 путем добавления системы⁶⁶:

$\Diamond A \rightarrow \Box\Diamond A$ (т. е. если некоторое положение возможно, то утверждение его возможности необходимо).

⁶⁴ Крипке С. Семантическое рассмотрение модальной логики // Семантика модальных и интенциональных логик / отв. ред. Смирнов В.А. М.: Прогресс, 1981. С. 28.

⁶⁵ Ивлев Ю.В. Указ. соч. С. 99.

⁶⁶ Фейс Р. Указ. соч. С. 137; Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. соч. С. 311.

Чаще всего полный список ее аксиом записывается как следующий:

0. Аксиомы логики высказываний

1. $\Box (A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$ – аксиома К.

2. $\Box A \rightarrow A$ – аксиома Т.

И либо:

3. $A \rightarrow \Box \Diamond A$ – аксиома В.

4. $\Box A \rightarrow \Box \Box A$ – аксиома транзитивности из S4.

Либо:

5. $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$.

А также правило необходимости (правило Гёделя):

$$\frac{\vdash A}{\vdash \Box A}$$

Повторимся, именно S4 и S5 приобрели наибольшую популярность и наиболее широкую сферу применения ввиду своей выразительности, способности моделировать разнообразные сложные связи и отношения между различными положениями дел («возможными мирами»). В настоящее время их применение не ограничивается алетической модальностью, а распространяется на эпистемические модальности знания, мнения и убежденности, темпоральные и топологические модальности.

В любом случае, в довольно содержательной алетической системе будут действовать выводы, которые были известны еще Средневековым логикам⁶⁷:

1. **Если что-либо необходимо, то оно существует (т. е. фактически истинно)** (лат. *Ab oportere ad esse valet consequentia*): $\Box A \rightarrow A$.

2. **Если что-либо существует (т. е. фактически истинно), то оно возможно** (лат. *Ab esse ad posse valet consequentia*): $A \rightarrow \Diamond A$.

3. **Если что-либо невозможно, то оно не существует (т. е. не является фактически истинным)** (лат. *Ab non posse ad non esse valet consequentia*):

$\neg \Diamond A \rightarrow \neg A$.

⁶⁷ Ивин А.А. Модальные теории Яна Лукасевича. М.: ИФ РАН, 2001. С. 10.

Заметим, что третье утверждение является выводом из второго по закону контрапозиции. Из возможности чего-либо тоже следует нечто, а именно, что его отсутствие не является необходимым: $\Diamond A \rightarrow \neg \Box \neg A$.

Как уже указывалось в приведенном историческом очерке, содержательно дискуссионным является вывод, позволяющий связывать необходимость и возможность: $\Box A \rightarrow \Diamond A$.

Эта позиция – позиция Теофраста. Так, данная формула кажется сокращенным выводом по транзитивности из первых двух. Однако эта формула не является корректной в общем случае в семантике возможных миров: возможна ситуация, когда из мира недоступен ни один возможный мир, но тогда $\Box A$ останется истинным, т. к. общее условие продолжит выполняться по законам математики и для пустого множества, а вот $\Diamond A$ будет ложным, т. к. будет неверным, что существует хотя бы один возможный мир (опять же ввиду пустоты множества). По табличному правилу импликации, истинный антецедент и ложный консеквент дают ложное значение всей импликации. Поэтому минимальным значением для истинности формулы $\Box A \rightarrow \Diamond A$ будет не-пустота множества доступных возможных миров и, как предельный случай, рефлексивность, гарантирующая, что по крайней мере настоящий мир является доступным возможным миром для себя самого.

Господствующий вариант семантики алетической модальности (а именно семантика возможных миров) будет рассмотрена в конце пособия, т. к. ее аппарат де-факто задействуется в рамках всех основных типов модальностей.

Задание. Объясните, чем было инспирировано создание алетических модальных систем? Как они устроены и чем различаются между собой? Какие из них называются нормальными и почему?

Эпистемическая модальная логика

Эпистемическая (от др.-греч. ἐπιστήμη «знание») логика связана с алетической наиболее тесно, как наиболее тесно связана с онтологией гносеология. Действительно, понимание истины (древнегреческое название которой дало наименование алетической модальности) и ее параметров напрямую зависит от познавательных процессов, инициируемых субъектом, от уровня и характера его осведомленности. Видимо, поэтому долгое время алетическая и эпистемическая логика не разделялись – первая по умолчанию включала в себя и вторую. Явно становление эпистемической модальности произошло только в XX в., основным первопроходцем в этой области выступил Я. Хинтиikka, а также в разной степени А. Прайор, Дж. Маккарти, Р. Чизолм, ее семантику развивают М. Гаттингер, В.В., С.Н. Артемов, М.Н. Бежанишвили и др. Эпистемическая логика, в отличие от алетической, является субъектоориентированной: в центре ее внимания располагается агент или группа агентов. Полиморфизм модусов освоения ими действительности отражается в многомерности самой эпистемической логики, в которой помимо логики знания выделяется логика мнения/веры/убежденности: «В широком смысле эпистемическая логика является разделом модальной логики, изучающим модальности знания и мнения (веры) идеализированного агента... Но в узком понимании эпистемическая логика исследует лишь знание агента, а доксатическая – его мнение (веру)»⁶⁸. Очевидно, что по целому ряду причин логика знания имеет более высокую ценность, однако интерес к логике мнения и веры активно возрастает ввиду расширения проблемного поля эпистемологии, осознания «неидеальности» познающих агентов (концепция «ограниченной рациональности»), их ангажированности теми или иными установками и убеждениями. Как логика знания, так и доксатическая (от др.-греч. δόξα «мнение») логика находят свое применение во все более полном, приближенном к реальности формальном отображении сложного поведения одного агента или их групп, в особенности направленного на получение и распространение

⁶⁸ Бежанишвили М.Н. Логика модальностей знания и мнения. М.: КомКнига, 2007. С. 17.

(дистрибуцию) знания, осуществление выбора и принятие решений в контексте последнего (особенно в ситуации неполного знания/информации и, следовательно, неопределенности). Более конкретно, эпистемическая логика находит свое приложение в моделировании социально-экономических процессов, в теории игр и переговоров, в построении более продвинутых систем искусственного интеллекта (в т. ч. числе его коллективных, распределенных форм).

Система К

Рассмотрим систему К (от англ. knowledge «знание») как некоторую базовую пропозициональную эпистемическую систему и некоторые ее расширения. На самом деле в ее основу кладется идея алетической модальности, однако модальные операторы переинтерпретируются в гносеологическом духе, при этом возможно и сочетание эпистемических и алетических модальностей для формализации высказываний: «Агент знает, что суждение А истинно с необходимостью», «Агент убежден, что суждение А не может быть истинным». Более того, например, У. Куайн полагал, что «необходимость» и «возможность» имеют смысл в основном как эпистемологические (и не только) человеческие диспозиции: «‘Необходимо’ – это пояснение второго порядка в том смысле, что предложение, к которому оно относится, считается истинным всеми, кто имеет к нему отношение, по крайней мере, на протяжении доказательства... ‘Возможно’ отмечает, что предложение, к которому оно относится, выражает мнения или рабочие допущения участвующих сторон, не исключающие ложности... сфера возможности гораздо обширней, чем сфера необходимости. Это область всех наших планов и предположений, всех наших надежд и опасений»⁶⁹.

Традиционно базовой системой для эпистемической логики является S5 Льюиса.

Пусть имеет место модальный оператор К, который ассоциирован с сильным алетическим оператором $\Box$, и в данном контексте означает «известно»

⁶⁹ Куайн У.В.О. Преследуя истину. М.: Канон+, 2014. С. 124.

в смысле «проверено», «верифицировано», в наиболее сильном варианте – «доказано». Принадлежность знания агенту будем обозначать индексом: K_a .

Аксиомы:

0. Аксиомы логики высказываний.

1. $K_a p \rightarrow p$. Аксиома рефлексивности: если p известно (доказано/проверено), то p истинно. В этом смысле знание понимается как подтвержденное верное убеждение, так что знание p является гарантией его истинности.

2. $K_a(p \rightarrow q) \rightarrow (K_a p \rightarrow K_a q)$. Аксиома дистрибутивности знания относительно импликации: если известно, что p имплицирует q , то, если известно p , то известно и q . Вариация аксиомы нормальности (аксиомы K).

3. $K_a p \rightarrow K_a K_a p$. Аксиома позитивной интроспекции: если p известно, то и известно, что p известно. Иначе: если агент знает нечто, то он и знает, что он знает это нечто.

4. $\neg K_a p \rightarrow K_a \neg K_a p$. Аксиома негативной интроспекции. Самая спорная и наименее интуитивно понятная аксиома, которая гласит следующее: если p неизвестно, то известно, что оно неизвестно. Иначе: если агент не знает нечто, то он знает, что он этого не знает (т. е. отдает себе отчет в своем незнании). Вместе с тем аксиома «апофатически» подчеркивает явный, артикулируемый характер знания.

Из аксиом следуют некоторые интересные теоремы, например, из первой аксиомы по контрапозиции получаем: $\neg p \rightarrow \neg K_a p$.

Если p ложно, то неверно, что p доказано (неправомерно утверждать p). То же самое касается обобщенного случая: $\neg K \perp$ («Неверно утверждать ложь», «Ложь не имеет доказательства»).

Также имеются эпистемические аналоги законов логики. Закон тождества гласит, что если p доказано, то оно остается таковым: $K p \rightarrow K p$. Эпистемический закон непротиворечия гласит: $\neg (K p \wedge \neg p)$. Т. е. неверно, что доказано p и вместе с тем справедливо его отрицание (второй конъюнкт отрицания также может быть представлен и как $\neg (K p \wedge \neg K p)$), соответственно, A не способно

одновременно быть доказанным и не доказанным, а агент не способен его одновременно знать и не знать. Вместе с тем возникают проблемы с эпистемическим аналогом закона исключенного третьего: $Ka p \vee Ka \neg p$. Именно в гносеологическом аспекте закон исключенного третьего стал объектом критики интуиционистской логики: т. к. возможны ситуации, когда еще не доказано ни то, что p истинно, ни то, что оно ложно (другими словами, эпистемический статус остается неопределенным). Поэтому сейчас широко распространены интуитивистские расширения эпистемической модальности, которые не включают закон исключенного третьего в числе общезначимых законов. Доказательство понимается интуитивистами в конструктивистском ключе, оно должно быть построено (поэтому интуитивисты отказываются от косвенного доказательства (доказательства от противного) как от неприемлемого «трюка»). Вместе с тем правильным будет следующее утверждение: $Ka p \vee \neg Ka p$, т. е. утверждение p или доказано или еще не доказано (агент знает об истинности p или еще не знает). Также верным будет положение $Ka(p \vee \neg p)$, которое передает осознание агентом наличия двух исходов (положение либо истинно, либо ложно), подчеркивающих принцип бивалентности в эпистемическом ключе. Но оно имеет место только для обычной, двузначной логики.

Эпистемическая логика несвободна от парадоксов. Например, принятие правила Гёделя (если $\vdash p$, то $\vdash Ka p$, т. е. если выводимо (доказуемо) положение A , то выводимо знание о нем) приводит к идее, что все доказуемые положения уже должны быть известны. Данный парадокс именуется *парадоксом всеведения*. Также к парадоксу приводит и более слабое правило: $\vdash p \rightarrow q$, то $\vdash Ka p \rightarrow Ka q$, т. е. если доказано, что положение (или даже теория) имеет следствия, то, зная это положение (например, теорию), агент знает и все его следствия. Я. Хинтиikka резонно писал по поводу данного парадокса: «Евклид не знал всего, что можно знать в элементарной геометрии, и Максвелл не знал всего, что мог знать об электромагнетизме»⁷⁰. Такое «автоматическое» знание следствий кажется скорее справедливым для точных дедуктивных областей, где следствия есть

⁷⁰ Хинтиikka Я. Логико-эпистемологические исследования. М.: Прогресс. 1980. С. 230.

модифицированные исходные тавтологии. Однако даже в них следствия не даны в «готовом» виде, их нужно эксплицировать. Не зря Л. Витгенштейн отмечал: «Доказательство логического суждения состоит в следующем: мы порождаем эти суждения из прочих логических суждений, последовательно применяя конкретные действия, всегда порождающие новые тавтологии из первоначальных... Доказательство в логике – лишь механический процесс, призванный распознавать тавтологии в сложных случаях»⁷¹. Тем более это неприменимо к сфере эмпирической науки (например, естественной или социальной), т. к. она не действует строго нормативно, и подтверждаемые опытным путем следствия основных положений теории способствуют явному приращению знания, не содержась в них априори. Решение парадокса всезнания в целом сопряжено с различными способами ослабления требований аксиоматики: отказом от требования полноты знания даже для идеализированного агента, отличием последнего от реальных агентов, которые всегда рассуждают в ситуации лимитированной информации, использованием слабых моделей знания, предполагающих его градуальное деление, дифференциацию между знанием и убеждением.

Наконец, отдельную ветвь эпистемической логики представляет система, описывающая веру и убеждения людей. Ввиду фундаментального отличия веры от знания система В (от англ. belief «вера») разительно отличается от системы К. Так, в ней не действуют целый ряд равносильностей. Например, неверно следующее утверждение: $ВА \rightarrow A$ (т. е. вера в истинность А не гарантирует его действительной истинности).

В то же самое время для идеального агента работает правило Геделя: если $\vdash A$, то $\vdash ВА$ (если А доказано, то агент верит (обязан верить) в истинность А). В реальных условиях это же конечно не имеет места: люди часто продолжают не верить в доказанные наукой факты.

Действует также правило вывода: если $\vdash (p \rightarrow q)$, то $\vdash (Вр \rightarrow Вq)$. Однако и этот вариант порождает парадокс логического всеведения: если агент верит

⁷¹ Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М.: АСТ, 2020. С. 113–114.

в некоторое утверждение, то он якобы верит во все следствия, вытекающие из него, однако вполне может быть о них не осведомлен.

Скорее, более правильной была бы следующая аксиома: $V(p \rightarrow q) \rightarrow (Vp \rightarrow Vq)$ (т. е. вариант правила дистрибутивности оператора веры относительно импликации). Следовательно, если агент верит, что p имплицирует q , и если он верит, что p , то он верит, что и q . **Пример:** Если человек верит, что существование бога ведет к бессмертию души, то если человек верит в существование бога, то он верит в бессмертие души. Вместе с тем эта аксиома и здесь порождает парадокс всеведения: если агент верит в некоторое утверждение, то он якобы верит во все следствия, вытекающие из него, однако вполне может быть о них не осведомлен.

Для идеального агента также действует аналог непротиворечия, т. е. идеальный агент не может верить в противоречие или в явную ложь:

$\neg V(p \wedge \neg p)$; $\neg V\perp$. Из этого вытекает следствие: $Vp \rightarrow \neg V \neg p$. Если агент верит, что положение истинно, то он не верит, что это же положение ложно.

Однако для неидеальных агентов вместе с тем вполне допустимы противоречивые убеждения. **Пример:** Вера в бога приводит к парадоксу всемогущества, который заключается в том, что, например, мы верим, что бог может создать камень, который не сможет поднять, и одновременно в то, что бог может поднять абсолютно любой камень.

Также выделяются следующие аксиомы, сходные с аксиомами логики знания: $Vp \rightarrow BVp$ (аксиома «сильной веры» или позитивной интроспекции: если агент верит в положение p , то он убежден в истинности своей веры в это положение). А также аксиома негативной интроспекции: $\neg Vp \rightarrow V \neg Vp$. Если человек не верит в некоторое утверждение, то он убежден в истинности своего неверия в него. Заметим, что в случае с верой негативная интроспекция не кажется столь парадоксальной, как в случае со знанием.

По всей видимости логика веры, как и логика знания, не предполагает строгого действия закона исключенного третьего, тяготея к интуиционизму. С одной стороны, формула $V(p \vee \neg p)$ передает уверенность в наличии двух

исходов. С другой стороны, формула $Bp \vee B \neg p$ уже не адекватна, т. к. в качестве ложной дихотомии отбрасывает третий вариант, утверждая, что агент либо верит в истинность положения, либо верит в ложность этого же положения. Но третий вариант заключается в том, что агент убежден, что статус положения остается для него неопределенным. **Пример:** Помимо верующих, убежденных в существовании бога, и атеистов, отрицающих его существования, имеются агностики, которые считают, что вопрос о существовании бога по тем или иным причинам не решаем, так что они не верят ни в одно из утверждений. Если же возникает такая трехзначность (истинность, ложность, неопределенность), то и первая указанная формула теряет свою нормативность. По всей видимости, вера/убеждение даже в большей степени демонстрирует степенную градацию, чем знания, т. к. сильно детерминированы субъективными предпочтениями.

Операторы знания K и веры B вполне допускают свое совмещение (а также совмещение с алетическими операторами необходимости и возможности), поэтому имеют место гибридные логики, которые расширяют потенциал формализации. Повторимся: особое внимание в эпистемической логике сейчас уделяется отражению процессов распространения и обмена знаниями/убеждениями внутри группы агентов или между такими группами.

Упражнение. Формализуйте средствами эпистемической логики:

1. «Если я это знаю, но это не так, то я на самом деле этого не знаю».
2. «Верно, что если я это знаю, то я в это верю, но неверно, что если я в это верю, то я это знаю».
3. «Он не знает ни то, что это истинно, ни того, что это ложно» (рекомендуется вспомнить неосновные пропозициональные связки и записать с одной из них).
4. «Она этого не знает либо просто не отдает себе отчета в том, что это знает».
5. Аформизм Сократа «Я знаю только то, что я ничего не знаю». Вначале подумайте, какая аксиома максимально близка ему по смыслу. Какой пропозициональной формулой можно передать данное высказывание? Как можно было бы усилить адекватность передачи смысла средствами логики предикатов?

Деонтическая модальная логика

В еще большей степени логика сопрягается с исследованием человеческого измерения в деонтической модальной логике (от др.-греч. δέον «должное»). Данная модальность стремится формализовать так называемые нормативные высказывания и рассуждения, т. е. те, которые выражают нормы и правила поведения, равно как и запреты. Двумя основными регуляторами современной социальной жизнедеятельности являются мораль и право, и аппарат деонтической модальности в равной степени применим и к юридическим, и к этическим принципам. Основатель модальной деонтической логики Г.Х. фон Вригт отмечает, что понятия норма или правило могут трактоваться в различных смыслах: «Важно проводить различие между нормами, регулирующими (предписывающими, разрешающими или запрещающими) поведение, и правилами, определяющими различные общественные порядки и институты. И те, и другие называются “нормами” или “правилами”... Нормы первого вида говорят, *что* должны быть или могут быть совершены определенные действия. Нормы второго вида говорят, *как* совершать определенные действия»⁷². Деонтическая логика сосредотачивается на нормах в первом смысле (предписания, разрешения, запреты). В лингвистическом плане многообразие регуляции поведения отображается в наличии целого ряда модальных глаголов (должен, может, обязан, следует) и наречий (разрешено, запрещено, обязательно, даже необходимо (в смысле последнего)). Среди предшественников и создателей деонтической логики фон Вригт указывает Г. Лейбница, И. Бентама, Э. Малли, А. Гёфлера. В отечественной традиции логику норм развивал А.А. Ивин.

По аналогии с алетическими модальными операторами Вригт предлагает три модальных оператора (сильный положительный, сильный отрицательный и слабый):

О – *обязательно* (от англ. obligation). Аналогично необходимости.

F – *запрещено* (от англ. forbiddance). Аналогично невозможности.

⁷² Вригт Г.Х. фон. Логико-философские исследования. М.: Прогресс, 1986. С. 179–180.

P – разрешено/позволено (от англ. permission). Аналогично возможности.

Вместе с тем Е.К. Войшвилло и М.Г. Дегтярев предлагают считать слабым деонтическим оператором «безразлично», представляющее деонтическим аналогом алетического «случайно»⁷³. В этом контексте «разрешено» оказывается уже четвертым оператором, являющимся своеобразным «объединением» сильного положительного и нейтрального (т. е. безразличного)⁷⁴.

Стоит понимать, что в отличие от алетической и эпистемической логики деонтическая имеет более-менее строго очерченный универсум высказываний, которые допускают применение к ним ее операторов. Повторимся, что это высказывания, фиксирующие те или иные нормы и правила социальной жизни людей. Соответственно, есть много пропозиций, которые семантически не могут быть связаны никаким деонтическим оператором. *Примеры:* Мы никогда не скажем «Разрешено, что $2 + 2 = 4$ » или «Запрещено, чтобы одинаковые заряды притягивались». Эти слова, конечно, иногда могут быть использованы, но по сути они будут выражать не нормы, а объективные (природные или математические) закономерности, к которым применимы алетические операторы. Однако в конечном счете сама способность утверждать и отрицать что-то об объективной реальности тоже может стать предметом нормативного регулирования (позволения или непозволения).

Одновременно именно в отношении нормативности возникает дискуссия об адекватности приписывания высказываниям о должном (т. е. высказываниям с тем или иным деонтическим оператором) истинностного характера (ввиду их прескриптивного, а не дескриптивного характера), а также обоснования этих высказываний высказываниями фактическими, общепризнанно имеющими истинностное значение. Говоря более коротко, это проблема зазора между фактическим положением дел, выражаемым связкой «есть», и нормативно предписанным положением дел, выражающимся связкой «должен». Данная проблема обобщенно определяется как «гильотина Юма»: «Принцип Юма, сформулированный в “Трактате о человеческой природе”, традиционно

⁷³ Войшвилло К.В., Дегтярев М.Г. Логика. С. 314.

⁷⁴ Гетманова А.А. Указ. соч. С. 85–86.

понимается в том смысле, что из дескриптивных (описательных) суждений не могут логически выводиться прескриптивные (предписывающие)... С этой точки зрения мировоззрение, лежащее в основе морали, может быть истинным или ложным (верифицируемым), а сама мораль – не может, ибо ее нормы не верифицируемы»⁷⁵. Не погружаясь в теоретическую этику, укажем только на то, что современная философия смягчает «пропасть» между сущим и должным, и деонтическая логика по сути есть один из «мостов», позволяющих более или менее эффективно (по крайней мере в своей формальной плоскости) описывать нормы и соотношения между ними. Однако нужно учитывать, что деонтическая логика – это именно логика, а не этика: она имеет своим предметом не сами нормы, а утверждения о них.

Сформулируем *основные равносильности*, которые передают соотношение деонтических операторов. Их взаимовыразимости де-факто носят характер определений:

1. Def1: $Ox \equiv F \neg x$

Обязательно, что x равносильно тому, что запрещено не- x . **Пример:** «Свидетель обязан говорить в суде правду» равносильно тому, что «Свидетелю запрещено не говорить в суде правду (т. е. лгать или что-то утаивать)».

2. Def2: $Fx \equiv O \neg x$

Пример: «Человеку запрещено распространять заведомо ложную информацию» равносильно тому, что «Человек обязан не распространять заведомо ложную информацию».

3. Def3: $Px \equiv \neg Ox \wedge \neg Fx$

Слабый оператор позволения, по-видимому, аналогичен возможности и выражает как отсутствие нормативной необходимости совершения чего-то, так и отсутствие нормативной необходимости несовершения этого. Вместе с тем это семантически упрощает его смысл, сближая его с деонтически безразличным. Так, фон Вригт задается вопросом корректности определения позволения как просто того, что не запрещено: «Не является ли позволение чем-то “сверх и более”

⁷⁵ Лоскутов Ю.В. Моральная истина и “довод к человеку” // Философия и общество. 2023. № 1(106). С. 91.

простого отсутствия запрещения? Этот вопрос фактически является классической проблемой философии и теории права. Имеют или нет позволения (права) независимый статус в отношении запрещений (обязанностей)? Я думаю, правильно сказать, что мнения продолжают *сильно* расходиться по этому вопросу»⁷⁶. Поэтому другой способ – это избрать оператор позволения исходным и определить сильные операторы через него:

4. Def1.2: $Ox \equiv \neg P \neg x$

Пример: «Гражданин в общем случае обязан платить налоги. Следовательно, гражданину в общем случае не разрешено не платить налоги».

5. Def2.2: $Fx \equiv \neg Px$

Пример: «Запрещено присваивать чужое имущество» равносильно тому, что «Не позволено присваивать чужое имущество». Вместе с тем данные дефиниции также в некоторой степени «ослабляют» значение обязательства и запрета как «сильных» норм.

Из данных дефиниций и аналогии с алетической модальностью следуют некоторые дистрибутивные равносильности:

- $O(p \wedge q) \leftrightarrow Op \wedge Oq$ (если обязательно p и q , то по отдельности обязательно p и обязательно q). Вместе с тем справедливость импликации слева направо ставится под сомнение⁷⁷.
- $P(p \vee q) \leftrightarrow Pp \vee Pq$ (если разрешено p или q , то по крайней мере разрешено p или разрешено q).
- $F(p \vee q) \leftrightarrow Fp \wedge Fq$ (если запрещено p или q , то запрещены и p , и q).

Изменение знака в последней равносильности показывает «силу» оператора запрета и мотивировано его аналогией с невозможностью. Появляющееся отрицание перед скобками вносится в них по классическому закону де Моргана.

Теперь перечислим аксиомы и правила вывода классической системы деонтической логики:

0. Аксиомы классического исчисления высказываний.

⁷⁶ Вригт Г.Х. фон. Указ. соч. С. 179–180.

⁷⁷ Там же. С. 251.

1. $P(p \vee q) \leftrightarrow Pp \vee Pq$.
2. $Pp \vee P\neg p$ – принцип позволения в терминологии фон Фригта.

Правила вывода:

1. Правило подстановки.
2. Правило *modus ponens*.

3. Правило замены строго эквивалентным, позволяющее в аксиомы исчисления высказываний подставлять деонтические аналоги подформул.

Также фон Фригт формулирует закон Бенстама: $Op \rightarrow \neg Fp$ (если нечто обязательно, то оно не является запрещенным). Он получается путем модификации 2-ой аксиомы. В более простой (минимальной) системе деонтической логики это эквивалентно закону $\neg (Op \wedge O\neg p)$, который выводится из второй аксиомы путем вынесения отрицания по закону де Моргана.

В целом закон $\neg (Op \wedge O\neg p)$ является деонтическим аналогом закона запрета противоречия, а закон $Pp \vee P\neg p$ есть деонтический аналог закона исключенного третьего. Выводимость этих формул, по мнению фон Фригта, сближает классическую деонтическую логику с нормальными модальными системами. Однако он специально указывает, что в ней невыводимы свойственные нормальным модальностям формулы типа:

1. $p \rightarrow Pp$
2. $Op \rightarrow p$

Невыводимость этих формул фиксирует принципиальное отличие между сферой нормативности и сферой фактического положения дел. Обязательства, запреты и разрешения являются предписывающими определенные паттерны поведения субъектам, но не описывающими их реального, фактического поведения. Из того, что человек что-то делает, не следует, что это разрешено (юридически или морально). Также из того, что нечто принято в качестве юридического или морального предписания, не следует, что люди выполняют его в реальной жизни. Повторимся, данная фундаментальная проблема невозможности однозначного сообщения и перехода между миром фактов и миром норм, между дескриптивным и прескриптивным имеет давнюю историю и называется проблемой («гильотиной») Юма⁷⁸.

⁷⁸ Максимов Л.В. «Гильотина Юма»: pro et contra // Этическая мысль. 2012. № 12. С. 124–142.

Вместе с тем другие закономерности, формально выводимые в деонтической логике, в случае своего семантического прочтения теряют убедительность. Так, известен парадокс Росса, представляющий собой деонтический аналог введения дизъюнкции: $Op \rightarrow O(p \vee q)$. А. Росс предложил следующий пример: «Если письмо должно быть отправлено, что оно должно быть отправлено или должно быть сожжено»⁷⁹. Очевидно, что добавление через «или» другого действия фундаментально искажает исходное обязательство.

Фон Вригт в данном контексте полагал, что деонтические операторы «связывают» не целостные высказывания, а действия (точнее, их типы), поэтому пытался выразить логику норм через логику действий. Базовой схемой последней является «Агент в случае о делает р». Так, он предлагает решение парадокса Росса путем введения оператора действия (В), добавляя в свою систему равносильность $ОВр \rightarrow ОВ(р \vee q)$ и исключая равносильность $ОВр \rightarrow О(Вр \vee Вq)$. Первая говорит, что из обязательства совершить р логически следует обязательство совершить дизъюнкцию $р \vee q$. Вторая же (в случае ее исключения, т. е. отрицания) говорит, что из обязательства совершить р в общем не следует обязательство совершить р или обязательство совершить q. Однако первая формула также не свободна от парадоксальности. Если письмо сожжено, то оно не отправлено (альтернативы взаимоисключимы), и формула может быть трансформирована в следующую: $ОВр \rightarrow ОВ(р \vee \neg r)$. Абсурдно считать, что из обязательства совершить действие вытекает обязательство совершить его или не совершить.

В свою очередь отечественный мыслитель А.А. Ивин демонстрировал тенденцию к рассмотрению деонтической модальности как ветви логики оценок (т. е. модальности аксиологической, которая раскрывается ниже). Он дает определение обязательства как того, нарушение (т. е. отрицание) чего необходимо ведет к ухудшению (например, санкции наподобие тюремного заключения)⁸⁰:

Def: $Op \equiv \Box (\neg p \rightarrow S)$, где S – ухудшение (санкция).

⁷⁹ Ивин А.А. Импликации и модальности. М.: ИФ РАН, 2004. С. 60.

⁸⁰ Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. М.: Проспект, 2025. С. 202.

Сам же Ивин дополняет эту дефиницию ценностным измерением, определяя обязательство через аксиологический оператор «хорошо» (G), выражающий позитивную оценку⁸¹:

Def: $Op \equiv Gr \wedge G(\neg p \rightarrow S)$, где G – оператор «хорошо».

Деонтическая же система трактуется им как расширение теории релевантной импликации, где доказуемы следующие утверждения:

1. $Op \rightarrow \neg O \neg p$.
2. $O(p \rightarrow q) \rightarrow (Op \rightarrow Oq)$.

Первая формула говорит о том, что если p обязательно, то его отрицание никогда не является обязательным (обратная же импликация была бы неверной, т. к. может быть случай, когда ни не-р, ни само р не являются обязательными). Вторая же формула по своему строению есть одна из базовых формул нормальных модальных логик (дистрибутивность сильного оператора относительно импликации) и имеет свой алетический аналог с оператором необходимости. Действительно, кажется продуктивным выстраивание деонтической системы как кондициональной, т. к. исполнение или нарушение норм неизбежно приводит к тем или иным действиям. Это более отчетливо демонстрируется юридической нормативностью, имеющей принудительную силу, однако де-факто и многие этические системы склонны оценивать именно действия и их последствия, инициируемые теми или иными моральными взглядами (консеквенциализм).

Таким образом, деонтическая модальность характеризуется большим плюрализмом, т. к. она пытается формализовать высказывания, выражающие не безличные закономерности, а нормы, которые в большей или меньшей степени фундированы субъективно, т. к. устанавливаются, исполняются и нарушаются живыми человеческими индивидами. Стоит поставить вопрос: способна ли одна инвариантная деонтическая логика формально отразить различные, например, правовые системы, или для этого необходимы различные деонтические системы?

Очевидно, прогресс деонтической модальности сопряжен не только с ее приложениями в области юриспруденции, способными придать системе права

⁸¹ Там же. С. 203.

более строгий характер, но и с новыми областями, в которых требуется серьезная формально-логическая поддержка реализации моральной и правовой регуляции. Речь идет прежде всего об этике ИИ: цифровая рациональность искусственных интеллектуальных агентов, которые приобретают все бóльшую автономность, должна быть последовательно ограничена правилами их взаимодействия с человеком, неспособностью применить свои возможности во вред последнему. Ввиду отсутствия у ИИ сознательности нет другого способа, кроме как «вложить» в них конвенционально приемлемую систему регуляторов и ограничителей в виде надлежащей системы алгоритмов. С другой стороны, выбор такой системы зависит от мировоззренческих ориентиров и прагматических целей самих заказчиков и разработчиков ИИ систем, т. к. данная проблема касается не столько логической формы, сколько этического содержания, а также контроля за этим процессами со стороны общества и государства. Комплексность данной интеракции чревата появлением в дополнение к традиционным противоречиям между моральным и правовым регулированием противоречий между ними и алгоритмическо-вычислительным измерением как инвариантом работы ИИ в целом⁸².

Упражнение. Запишите с помощью деонтической логики следующие утверждения:

1. «Не навреди».
2. «Гражданин не обязан доказывать собственную невиновность».
3. «Что не запрещено, то разрешено».
4. Вспомните позитивное и негативное золотое правило нравственности и попробуйте их формализовать деонтическими пропозициональными средствами.
5. «Поступай только так, чтобы человек всегда был целью твоих действий и никогда не был лишь средством» (адаптация категорического императива Канта).

⁸² D'Acquisto G. On conflicts between ethical and logical principles in artificial intelligence // AI & SOCIETY. 2020. Vol. 35, № 4. С. 895–900.

Аксиологическая модальная логика

Следующей, уже упоминавшейся разновидностью модальной логики является аксиологическая логика. Аксиология (от др.-греч. ἀξία «ценность» и λόγος «слово, учение») – это раздел философии, изучающий ценности. Аксиологическая логика стремится отразить структуру ценностных высказываний, выявить логические отношения и закономерности между ними, не претендуя на раскрытие сущности самого понятия «ценность». Аксиологическая логика является самой молодой модальной системой. Одним из ключевых ее родоначальников не только в отечественной, но и в мировой мысли является А.А. Ивин. В данный момент формальная аксиология в своих прикладных аспектах активно разрабатывается В.О. Лобовиковым.

Особенностью аксиологической модальности является четко артикулируемое различие между абсолютным и относительным типами оценок при высокой значимости обеих⁸³.

Абсолютные модальные операторы фиксируют оценку безотносительно чего-либо другого. Их три (сильный положительный, сильный отрицательный и слабый):

G – «хорошо», «добро», «положительная ценность»;

H – «плохо», «зло», «отрицательная ценность»;

I – «ценностно нейтральное», «безразличное».

Заметим, что деонтическая логика не апеллирует к категориям добра и зла, она касается только областей обязательного, разрешенного и недопустимого. Только косвенно, если речь идет именно о моральном контексте, реализация обязательства/долга может трактоваться как добро⁸⁴ (а скорее, как его частный случай), а реализация запрещенного – как вариация понимания зла.

Помимо этого, А.А. Ивин предлагает добавить еще один оператор, чтобы различить безразличное в слабом и в сильном виде: в слабом виде безразличное, входя в сферу оценивания, считается ни хорошим, ни плохим, а посредственным

⁸³ Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. С. 20, 120.

⁸⁴ Отождествление добра со следованием долгу характерно только для определенного спектра нормативных этических концепций, часто обозначаемого понятием «деонтиология».

(оператор I). Безразличное же в сильном смысле «для данного субъекта является все то, что лежит вне аксиологической области, т. е. вне класса тех вещей, которые ему известны и ценностью которых он интересуется»⁸⁵. Другими словами, это все, что находится за пределами аксиологического универсума. Однако это полное ценностное безразличие может быть формально отождествлено с ценностной посредственностью, так что полный набор альтернативных аксиологических оценок (подобие закона исключенного третьего) будет содержать три дизъюнкта: $Gp \vee Hp \vee Ip$ (любое нечто обладает либо положительной, либо отрицательной, либо нулевой ценностью. Последнее же в том числе может быть обусловлено тем, что оно находится за пределами ценностного «горизонта»).

Важно отметить, что, подобно эпистемической логике знания и убеждения, речь всегда идет не об оценке «вообще», а об оценке конкретного субъекта (агента) или их группы, поэтому более правильная запись будет выглядеть так: Gap ; Hap и т. д. Однако условимся, что все последующие построения касаются одного агента, так что индекс будем опускать.

Взаимовыразимость операторов абсолютных оценок проблематична, поскольку, формально будучи корректной и похожей на определения предыдущих модальностей, именно для ценностных категорий подобный способ кажется семантически недостаточным. Самый примитивный способ – констатировать, что добро – это не зло и не безразличность (и аналогично с двумя другими операторами). Другой, более содержательный способ – определить ценностный оператор, связывающий утверждение некоторого факта через ситуацию его отрицания: $Gp \equiv H \neg p$

Пример: «Хорошо, что человек здоров. Значит плохо, что человек не является здоровым».

Работает и обратное соотношение: $Hp \equiv G \neg p$

Пример: «Плохо, когда человек болен. Следовательно, хорошо, когда неверно, что человек болен».

⁸⁵ Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. С. 142.

Ценностно нейтральное является ни хорошим, ни плохим, что тождественно по первым двум равносильностям тому, что и его отрицание/отсутствие не является ни хорошим, ни плохим:

$$Ip \equiv \neg Gr \wedge \neg Hp \equiv \neg H\neg p \wedge \neg G\neg p.$$

Пример: «Ценностно нейтрально, что у этого человека зеленый цвет глаз. Значит, ни хорошо, ни плохо, что у этого человека зеленый цвет глаз».

А.А. Ивин отмечает, что «взаимная определимость “добра” и “зла” не может быть признана в случае многих их употреблений»⁸⁶. Дабы восполнить этот дефицит, помимо абсолютных вводятся *относительные аксиологические операторы*. Они имеют место при сравнении, градации ценности вещей, действий и т. д., т. е. фиксации ценностных отношений. Они выражаются такими понятиями, как «лучше», «хуже», «равнозначно». Их особенностью является бинарный характер, т. к. они отражают связь между двум ценностными альтернативами. Так, предлагаются два основных сравнительных оператора: Р – предпочтительность и Е – отсутствие предпочтения, равнозначность. **Примеры:** aPb ⁸⁷ (а предпочитается b); aEb (а и b равно предпочтительны). При необходимости второй оператор выразим через первый. Вполне справедливо, что $aEb \equiv \neg aPb \wedge \neg bPa$ (т. е. ни одна из альтернатив не предпочитается другой).

П. Саппс и Б. Ханссон предложили рассматривать базовым ценностное отношение «по меньшей мере так же хорошо» (R), определяя через него указанные операторы:

$$\text{Def: } aPb \equiv \neg (bRa);$$

$$\text{Def: } aEb \equiv aRb \wedge bRa.$$

Вернемся к тому, что как раз через сравнительные операторы могут получить свои удовлетворительные дефиниции операторы абсолютных оценок:

$$\text{Def: } Ga \equiv \neg((\neg a)Ra) \text{ или } aP\neg a. \text{ Соответственно, } a \text{ является ценностно положительным, когда неверно, что его отсутствие (по крайней мере) так же хорошо, как и его наличие.}$$

⁸⁶ Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. С. 129.

⁸⁷ Заметим, что модальный оператор ставится уже между пропозициями, и их порядок, как и во всяком релятивном высказывании, важен: на первом месте стоит то, что предпочитается, на втором – то, чему предпочитается первое.

Def: $Ha \equiv \neg (aR \neg a)$ или $(\neg a)Pa$, т. е. а является ценностно отрицательным, когда неверно, что есть наличие (по крайней мере) так же хорошо, как его отсутствие.

Def: $Ia \equiv aR \neg a \wedge (\neg a)Ra$.

Оператор а является ценностно нейтральным, когда его присутствие (по крайней мере) так же хорошо, как и его отсутствие, и наоборот.

Вместе с тем С. Халден предложил бинарный аксиологический оператор В (от англ. better «лучше»), который интуитивно более понятен и позволяет упростить запись:

Def: $Ga \equiv aB(\neg a)$;

Def: $Ha \equiv (\neg a)Ba$;

Def: $Ia \equiv \neg (aB \neg a) \wedge \neg ((\neg a)Ba)$.

Теперь зададим аксиомы и правила вывода довольно простой **логики абсолютных оценок** (в ней используется только два оператора – G и H):

A0. Аксиомы классического исчисления высказываний.

A1. $Gp \rightarrow \neg G \neg p$.

Утверждается, что если нечто хорошо, то его противоположность не является хорошей. **Пример:** «Хорошо, что человек счастлив. Значит не является хорошим то, что человек несчастлив».

A2. $G(p \wedge q) \rightarrow Gp \wedge Gq$.

Утверждается, что если хороши две вещи вместе, то они хороши по отдельности. **Пример:** «Хорошо, что лето и каникулы. Следовательно, хорошо, что лето, и хорошо, что каникулы».

A3. $H p \rightarrow \neg H \neg p$.

По аналогии с первой аксиомой утверждается, что если нечто является плохим, то неверно, что плохим является его противоположность. **Пример:** «Плохо прогуливать занятия. Следовательно, неверно, что плохо не прогуливать занятия».

A4. $H(p \wedge q) \rightarrow H p \wedge H q$.

По аналогии со второй аксиомой утверждается, что если плохо сочетание двух вещей, то эти вещи плохи по отдельности. **Пример:** «Плохо, когда человек

бедный и больной. Значит, плохо, когда человек бедный, и плохо, когда человек больной».

A5. $Gp \rightarrow \neg Hp$.

Утверждается, что если нечто является хорошим, то оно не является плохим. По сути это вариант закона аксиологического непротиворечия, который утверждает, что одно и то же не может одновременно оцениваться как хорошее и как плохое: $\neg (Gp \wedge Hp)$. Однако заметим, что важным ограничением является то, что речь идет об оценке одного и того же агента, потому что для разных агентов одно и то же вполне может иметь противоположные ценностные характеристики. Поэтому более корректная запись будет следующей⁸⁸: $\neg (Gap \wedge Hap)$.

Правила вывода:

1. Правило *modus ponens*.

2. Правило подстановки.

3. Правило экстенциональности (если a и b , а также тождественное последнему c – теоремы аксиологической системы, то формула d , полученная из a путем замены одного или более вхождений b вхождениями c , также является теоремой).

С другой стороны, А.А. Ивин предлагает еще более простую систему абсолютных оценок, названных им минимальной:

A0. Аксиомы исчисления высказываний.

A1. $G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$.

A2. $H(p \rightarrow q) \rightarrow (Hp \rightarrow Hq)$.

A3. $Gp \rightarrow \neg Hq$.

Правила вывода те же.

Интересно, что ее аксиомы построены вокруг дистрибутивности операторов добра и зла относительно импликации (что придает ей схожесть с минимальными нормальными системами алетической логики). В свою очередь данная минимальная система может быть расширена за счет введения ряда

⁸⁸ Поскольку по умолчанию выражается система оценок одного субъекта, индекс a мы в большинстве случаев опускаем. Однако индексы необходимы, когда отражаются ценностные системы двух и более субъектов.

аксиом, характеризующих поведение оператора ценностной нейтральности (безразличности):

$$A4. I(p \rightarrow q) \rightarrow (Ip \rightarrow Iq).$$

$$A5. Gp \rightarrow \neg Iq.$$

$$A6. Hp \rightarrow \neg Iq.$$

Интересны некоторые теоремы, связанные с безразличностью, т. к. они идут вразрез с общепринятыми правилами введения и исключения связок. Например: $I(p \vee q) \rightarrow Ip$ (если безразлична дизъюнкция элементов, то безразличен любой из ее дизъюнктов по отдельности).

Однако более мощными и приближенными к реальности являются аксиологические системы, действующие, помимо абсолютных, и относительные (сравнительные) операторы. Обобщенно они могут быть названы *логикой предпочтений*. Логика предпочтений важна, т. к. способна отражать процессы ценностного сравнения и выбора, принятие соответствующих решений и связанные с ними дилеммы.

Для построения логики предпочтений необходимы уже упомянутые релятивные операторы, выражающие аксиологические отношения:

1. Оператор предпочтения: P .

xPy означает « x предпочитается y ». Данный оператор несимметричен ($\neg xPx$, т. е. неверно, что x предпочитается себе самому), некоммутативен (нельзя переставлять операнды местами), но транзитивен (если первое предпочитается второму, а второе предпочитается третьему, то первое предпочитается третьему):

$$(xPy \wedge yPz) \rightarrow xPz$$

2. Оператор равноценности: E .

xEy означает « x равноценно y ». Данный оператор, напротив, симметричен (xEx , т. е. x равноценен себе самому), коммутативен (допускается перестановка операндов без искажения смысла), и также, по аналогии с оператором P , транзитивен: $(xEy \wedge yEz) \rightarrow xEz$.

Полный набор альтернатив ценностного отношения двух различных операндов таков: $xRy \vee yRx \vee xEy$ (или первое предпочитается второму, или второе предпочитается первому, или он равноценны).

Вместе с тем оба эти оператора могут быть выражены через уже упомянутый оператор «по крайней мере так же хорошо, как и» (R), т. к. он семантически содержит оба варианта (наподобие нестрого неравенства, которое содержит вариант строго неравенства и вариант равенства или наподобие слабой дизъюнкции, содержащей вариант конъюнкции и вариант исключаящего или).

Приведем в пример список аксиом одной из версий логики предпочтений:

A0. Список аксиом классического исчисления высказываний.

A1. $(pRq \wedge qRr) \rightarrow pRr$ (оператор «по крайней мере так же хорошо» транзитивен).

A2. $pRq \vee qRp$ (аналог исключенного третьего. В свернутом виде несет три случая: p лучше q , q лучше p , p и q равноценны).

A3. $(pRq \wedge pRr) \rightarrow pR(q \vee r)$.

A4. $pRr \wedge qRr \rightarrow (p \vee q)Rr$.

Заметим, что по своему смыслу оператор R в A3 и A4 позволяет ввести только дизъюнцию, но отнюдь не конъюнцию.

Также принимаются два определения других аксиологических операторов:

Def1: $pPq \equiv pRq \wedge \neg qRp$.

Def2: $pEq \equiv pRq \wedge qRp$.

Одной из центральных проблем логики предпочтения является вопрос о транзитивности предпочтений и соответственно их выбора. Казус в том, что, несмотря на формальное требование транзитивности к оператору P ($xPy, yPz \vdash xPz$), часто в реальных процессах ценностного выбора это правило не соблюдается. То есть для субъекта может оказаться, что x ценнее y , y ценнее z , но при этом парадоксально z ценнее x . Ярким примером является парадокс Кондорсе, который показывает возможность нетранзитивности предпочтений в политической сфере (в частности, количества голосов за кандидатов на выборах):

Еще более нетранзитивность характерна для субъективных предпочтений («вкусов»), выборе при покупке товаров, выборе при трудоустройстве и т. д. Все это еще раз демонстрирует, что логика – нормативная наука. Не зря Г. Фреге в факте наличия неэмпирических оснований сближал логику с этикой, что особенно актуально в контексте вопроса о логике ценностей: «Логика имеет близкое родство с этикой... Хотя все наши действия и стремления причинно обусловлены и могут быть объяснены психологически, все же не все они заслуживают названия добрых, благих»⁸⁹. Логика описывает, как должно мыслить и рассуждать (в т. ч. в морально-ценностной сфере), а не реальные процессы мышления и рассуждения, которые всегда ангажированы внерациональными факторами (эмоциями, характером и темпераментом, традициями и обычаями, привычками и стереотипами и т. д.). А.А. Ивин пишет по этому поводу: «Вполне возможна ситуация, когда x предпочитается y , $y - z$ и вместе с тем z предпочитается x . В отказе называть такую последовательность предпочтений рациональной и состоит установление (нормирование) формальных условий рациональности»⁹⁰. Однако в контексте последних исследований в сферах когнитивной психологии и поведенческой экономики (Д. Канеман, А. Тверски, Г. Саймон) все больше подвергается сомнению то, что сама человеческая рациональность имеет строго однозначный, «механистический» характер.

Аксиологическая логика, будучи наиболее молодой из ветвей модальной логики, наиболее ярко демонстрирует недостаточность применения классической логики к субъективным пластам человеческого бытия. Многие законы просто перестают работать при описании этой области. Так, вполне возможно наличие ценностных систем, несвободных от противоречий и парадоксов. Другой проблемой является недостаточная развитость самой аксиологии. Отмечается, что она характеризуется «кризисом перепроизводства» в смысле плюралистического избытка концептуальных подходов к природе ценности и

⁸⁹ Фреге Г. Указ. соч. С. 288.

⁹⁰ Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. С. 129.

методологий ее рассмотрения, что закономерно приводит к расширению объема данного понятия с соответствующим обеднением и размыванием ее содержания⁹¹.

Поэтому для дальнейшего своего развития логика ценностей должна находиться в диалоге с аксиологией, а та должна стремиться построить целостный подход к ценности. Аксиологическая логика действительно способна стать одним из ведущих направлений модальной логики, в определенной мере интегрировав в себя деонтическую модальность (либо построив с ней гибридную форму, также как и с эпистемической логикой, особенно с доксатической). Активное развитие аксиологической модальности опровергает установку «раннего» Витгенштейна, который полагал, что ценностные (в частности этические и эстетические суждения) бессмысленны, потому что «в мире все случается, как случается; в нем не существует ценности – а если бы она и была, то не имела бы ценности»⁹². Возможность людей выражать и обсуждать ценности свидетельствует о «не-трансцендентном» характере последних, что делает их законным предметом науки.

Упражнение. Формализуйте на языке аксиологической логики следующие высказывания:

1. «Незнание – зло, а знание – благо».
2. «В этой ситуации действие в любом случае лучше бездействия».
3. «Лучше молчать, если не знаешь, что сказать».
4. «Хорошо, когда человек на работе зарабатывает деньги и в то же время самореализуется, но при этом само зарабатывание денег – ценностно нейтрально».
5. «Хорошо, что это хорошо закончилось».

⁹¹ Маслянка Ю.В., Сухинина А.В. Методологический плюрализм и тенденции развития современной аксиологии // Новые идеи в философии. 2021. № 8(29). С. 64–71.

⁹² Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. С. 125.

Темпоральная модальная логика

Перейдем к модальности, которая по целому ряду причин стоит «особняком». Это обусловлено глубиной и важностью феномена, утверждения о котором она формализует (время, ход его течения и сопутствующие ему изменения), а также тесной связью с общефилософскими вопросами (необратимость времени, неотменяемость прошлого, проблема детерминизма и свободы воли, его континуальная versus дискретная природа и т. д.). Ввиду данной онтологической нагруженности темпоральная логика максимально близка алетической модальности, что демонстрировали еще античные авторы (Аристотель, Диодиор Крон, Хрисипп Солейский). Однако становление логики времени как строгой формальной теории произошло только в XX в. Фундамент для этого заложили такие логики и философы, как Г. фон Вригт, Я. Лукасевич, Дж. МакТаггарт, Х. Райхенбах, Дж. Н. Финдли. Многие из них исходили из грамматической подоплеки темпорального характера человеческих утверждений, соотносящихся как с наличием определенных слов-маркеров («всегда», «иногда», «никогда» и т. д.), так и с изменением частей речи (глаголов, причастий) по временам. Известен кейс, который демонстрирует потребность учета временного аспекта при логическом анализе, а именно *некоммутативность конъюнкции*. Обычная логика исходит из того, что конъюнкция допускает перестановку своих элементов без всякой потери смысла. Однако известны такие примеры, как «Мэри вышла замуж и родила ребенка», «Джон умер, и его похоронили», «Сверкнула молния, и грянул гром». Перестановка конъюнктов в подобных случаях нарушает смысл, т. к. конъюнкция косвенно несет смысл временной последовательности (а иногда и каузальной связи), которую можно эксплицировать словами «затем», «потом» (в случае причинности – «поэтому», «вследствие»).

Первая строгая символическая темпоральная система была разработана А. Прайором в 1954 г. и предназначалась для реконструкции взглядов Дидодора Крона на природу возможности и необходимости. Новаторство последнего заключалось в том, что он подошел к определению данных феноменов именно

через временной параметр: возможное – это то, что является истинным сейчас или станет (должно стать) истинным когда-нибудь в будущем, необходимое – то, что истинно в настоящем и всегда в будущем, невозможное – то, что не является истинным в настоящем и никогда не будет являться истинным в будущем. Как уже отмечалось, признание Диодором всех прошедших событий необходимыми и сближение им необходимости и возможности привело его к фатализму, т. е. к идее, что все возможное раньше или позднее осуществится. После работ Прайора дальнейшая разработка формальных моделей логики времени и ее конкретных практических приложений связана с именем А. Пнуэлли. Он разработал так называемые логики LTL и CTL, которые мы в общих чертах и рассмотрим.

Логика линейного времени (LTL)

Данная логика является расширением исчисления высказываний за счет введения ряда темпоральных операторов. Также данная логика является наиболее простой моделью времени, которая исходит из ряда предпосылок:

1) время понимается дискретно, как последовательность четко различимых моментов (это большое упрощение);

2) рассуждениям о будущем отдается приоритет относительно рассуждениям о прошлом (ввиду асимметричной направленности времени и практических приложений временной логики в прогнозировании и планировании);

3) время рассматривается линейно, т. е. события происходят безальтернативно в рамках одной большой последовательности (это также большое упрощение).

Важно указать, что по договоренности шкала будущего начинается с настоящего момента включительно. Таким образом, обозначение p означает, что пропозиция истинна в настоящем, а $\neg p$ – что пропозиция ложна в настоящем.

В дополнение к языку логики высказываний вводятся следующие операторы.

Унарные темпоральные операторы, связывающие во временном аспекте одну пропозицию:

1. X – «в следующий момент» (от англ. next «следующий»). **Пример:** «В следующий момент произойдет отключение энергии».

Запись: Xp .

Является оператором сдвига по временной шкале. Может повторяться, служа «счетчиком» дискретных моментов (отсчет начинается с момента в настоящем): $XXXX...Xnp$ (через n моментов p станет истинным).

2. F – «иногда/когда-нибудь в будущем/в определенный(е) момент(ы) будущего/в конце концов» (от англ. Future «будущее»). **Пример:** «Когда-нибудь в будущем я посету Аргентину». Истинно, если я один или несколько раз

действительно посещу Аргентину, и ложно, если я ни одного раза за свою жизнь не посещу Аргентину.

Запись: Fp .

Оператор F по своему смыслу тождественен большой (в пределе бесконечной) слабой дизъюнкции, в которой дизъюнктами выступают утверждения одного и того же о разных моментах будущего. Де-факто является вариацией алетического оператора возможности, примененного к моментам времени. Оператор F может быть определен рекурсивно (т. е. сам через себя) следующим образом: Def: $Fp \equiv p \vee XFp$ (p истинно в настоящем или будет когда-то истинным, начиная со следующего момента времени). Это позволительно, т. к., повторимся, ось будущего по договоренности включает в себя момент настоящего.

3. G – «всегда в будущем/во все моменты будущего» (от англ. global «глобальный»). **Пример:** «Всегда будет истинно, что человек смертен». Истинно, если человек в будущем всегда будет оставаться смертным существом, и ложно, если в определенный момент будущего он достигнет бессмертия.

Запись: Gp .

Оператор G по своему смыслу тождественен большой (в пределе бесконечной) конъюнкции, в которой конъюнктами выступают утверждения одного и того же обо всех моментах будущего. Де-факто является вариацией алетического оператора необходимости, примененного к моментам времени.

Данный оператор также определяется рекурсивно:

Def: $Gp \equiv p \wedge XGp$ (p всегда истинно, если оно истинно в настоящем и всегда истинно, начиная со следующего момента времени).

Равносильности унарных операторов времени:

В общем и целом, равносильности совпадают с алетическими, если уподобить G необходимости, а F – возможности:

$$1. Gp \equiv \neg F \neg p.$$

P всегда будет являться истинным если и только если неверно, что когда-нибудь оно станет ложным. **Пример:** «Человеческая цивилизация будет существовать всегда, если и только если неверно, что когда-то она существовать не будет».

$$2. Fp \equiv \neg G \neg p.$$

P когда-то станет истинным если и только если неверно, что оно всегда будет ложным. **Пример:** «Солнце когда-нибудь потухнет тогда и только тогда, когда неверно, что оно никогда не потухнет».

Бинарные темпоральные операторы, связывающие во временном отношении две пропозиции:

- U – «пока/до тех пор как» (от англ. until). **Пример:** «Урок идет до тех пор, пока не прозвонит звонок на перемену».

Смысл в том, что остается истинным в будущем, пока не становится истинным q, причем q должно стать истинным в какой-то момент будущего. Ввиду последнего условия считается сильным оператором, т. к. второй операнд станет истинным с необходимостью, пусть в неопределенный момент будущего.

Запись: pUq

- W – «слабое пока» (от англ. weak until).

Отличие от «сильной» версии Until в том, что событие, лимитирующее первое событие, может никогда не стать истинным.

Пример: «Вселенная будет расширяться, пока не остановится, или же Вселенная будет расширяться вечно».

Запись: pWq .

- R – «освобождает» (от англ. release «освобождать»).

Бинарный оператор времени, двойственный оператору Until. Второе выражение остается истинным, пока продолжает выполняться первое, и становится ложным, только когда первое перестает выполняться. Другими словами, второе продолжает быть истинным до первого момента, пока первое станет ложным.

Пример: «Пока код неизвестен, счет продолжает быть в безопасности. Следовательно, когда код перестанет быть известным, счет перестанет быть в безопасности».

Запись: pRq .

Равносильности бинарных операторов:

Поскольку операторы U и R являются двойственными, то они соотносятся по правилу де Моргана:

1. $p \cup q \equiv \neg (\neg p \cap \neg q)$. **Пример:** «Программа доступна до тех пор, пока идет обслуживание. Следовательно, неверно, что возможна ситуация, когда программа не доступна до завершения обслуживания».

2. Аналогично: $p \cap q \equiv \neg (\neg p \cup \neg q)$. **Пример:** «Человек продолжает платить страховые взносы, пока остается работником. Следовательно, неверно, что возможна ситуация, когда человек, будучи работником, не платит страховые взносы, причем до тех пор, пока не перестанет быть работником».

Также через оператор U может быть выражен оператор F : $Fp \equiv \text{True} \cup p$ (константа истины сохраняется, пока не реализуется p).

Вполне возможны сочетания двух и более темпоральных операторов между собой: FGp – в некоторый момент будущего p станет истинным и с тех пор всегда будет оставаться истинным. **Пример:** «Когда-нибудь человек умрет и будет оставаться мертвым навсегда».

GFp – всегда в будущем неопределенно часто p будет становиться истинным. **Пример:** «Всегда реже или чаще на Земле будут происходить стихийные бедствия».

Несмотря на то что логика времени, как уже было сказано, направлена преимущественно в будущее, для расширения ее возможностей можно задать также операторы, маркирующие утверждения о прошлом. Их два:

1. P – «когда-то было/иногда было» (от англ. *past* «прошрое»). Зеркальный оператор по отношению к F .

Запись: Pp .

Пример: «В определенный период прошлого Россия была монархией».

2. H – «всегда в прошлом/во все моменты прошлого» (от англ. *historically* «исторически»). Зеркальный оператор по отношению к G .

Запись: Hp .

Пример: «Всегда в прошлом действовал закон сохранения энергии».

3. S – «с тех пор как» (от англ. since). Бинарный оператор, зеркальный по отношению к until. Означает, что когда-то в прошлом стало истинным некоторое утверждение и с тех пор (вплоть до настоящего) истинно другое утверждение.

Запись: pSq .

Пример: «С тех пор как атомы водорода появились в ходе процесса первичной рекомбинации, они являются самыми распространенными во Вселенной».

Приведем более сложные примеры формализации временных высказываний:

- Мы не друзья (p), пока ты не извинишься (q): $(\neg p)Wq$ (используется слабое пока, т. к. возможна ситуация, что он никогда не извинится).

- Всегда верно, что я буду работать (p) пока не выйду на пенсию (q), или пока не уволюсь (r), или пока не уволят меня (s): $G(pUq \vee pUr \vee pUs)$.

- Лифт рано или поздно посетит этаж, от которого поступил вызов, но который еще не обслужен, причем никогда не пройдет мимо необслуженного этажа. Переформулируем: всегда верно, что если поступил вызов от этажа (p) и он не обслужен (q), то в определенный момент будущего лифт обязательно посетит этот этаж (r) и при этом неверно, что лифт пройдет мимо этажа (s) до того, как его обслужит: $G((p \wedge \neg q) \rightarrow (Fr \wedge \neg sUq))$.

- Операция зачисления денег на карту (p) означает, что рано или поздно они будут сняты (q) или потрачены онлайн (r), но ни операция снятия, ни операция онлайн покупки не может произойти раньше активации пинкода карты (s): $G((p \rightarrow F(q \vee r)) \wedge \neg qUs \wedge \neg rUs)$.

- Если я видел ее в прошлом (p), то всегда узнаю ее (q) через мгновение после того, когда встречу (r): $Pp \rightarrow G(r \rightarrow Xq)$.

Логика ветвящегося времени (CTL)

LTL имеет достаточно явные ограничения. Самое сильное из них коренится как раз в линейности, т. е. в рассмотрении времени как одной-единственной, безальтернативной последовательности событий. Если строго придерживаться этой парадигмы, то мы возвращаемся к проблеме Диодора Крона о предопределенности будущего, идее того, что все в нем однозначно обусловлено. Вместе с тем хотелось бы отразить реальную вариативность будущего, наличие в нем альтернатив, что напрямую обусловлено тем, что далеко не все события и явления в нем имеют необходимый, неизбежный характер (напомним, эту проблему артикулировал Аристотель на примере морского сражения как единичного события, которое может произойти, но может и не произойти). Наступление/ненаступление одних событий приводит к наступлению/ненаступлению других, и время (а точнее, альтернативные временные последовательности) мультиплицируется, своего рода ветвится. Поэтому более сложная темпоральная логика была названа *ветвящейся* (букв. логика дерева вычислений – от англ. computational tree logic). Общепринятой аббревиатурой для нее является CTL.

CTL является расширением LTL в том смысле, что в ней сохраняются все темпоральные операторы линейного времени и равносильности между ними. Главным дополнением является введение так называемых *кванторов пути*, которые и позволяют формализовать вариативность и нелинейность времени:

A – квантор пути «для всех» (от англ. all «все»);

E – квантор пути «для некоторого» (от англ. exist «существует»).

Даже по их обозначению видна схожесть со стандартными кванторами логики первого порядка ($\forall$ – квантор всеобщности и $\exists$ – квантор существования), они также по сути близки по смыслу алетическим операторам необходимости и возможности соответственно. Отличие в том, что они квантифицируют («связывают») различные альтернативы временной последовательности, чье число может варьироваться. Ввиду этой особенности при формализации квантор

пути всегда должен стоять в самом начале «префикса» (приставочной части формулы), впереди всех темпоральных или иных модальных операторов.

Равносильности кванторов пути (аналогичны равносильностям кванторов логики предикатов):

1. $A_p \equiv \neg E \neg p$ (на всех путях p истинно тождественно тому, что не существует пути, на котором p ложно).

2. $E_p \equiv \neg A \neg p$ (на некотором пути p истинно тождественно тому, что неверно, что на всех путях p ложно)/

Приведем примеры *различных сочетаний кванторов пути и темпоральных операторов*:

1. $E F p$ – на некотором временном пути p рано или поздно станет истинным/

Пример: «Существует альтернатива, в которой когда-нибудь я стану известным писателем».

2. $A F p$ – на всех временных путях p рано или поздно станет истинным.

Пример: «Во всех временных траекториях верно, что человек в конце концов умрет».

3. $E G p$ – на некотором временном пути p всегда будет истинным. **Пример:** «Существует альтернатива, при которой Вселенная всегда будет расширяться».

4. $A G p$ – на всех временных путях p всегда будет истинным. **Пример:** «Во всех случаях материя продолжит быть субстанцией мира».

5. $E(p U q)$ – на некотором временном пути p будет истинным, пока не станет истинным q . **Пример:** «Существует альтернатива, в соответствии с которой человечество будет существовать до наступления ядерной войны».

6. $A(p U q)$ – на всех временных путях p будет истинным, пока не станет истинным q . **Пример:** «Во всех случаях Солнечная система так или иначе продолжит существовать до тех пор, пока не погаснет Солнце».

Таким образом, ветвление обеспечивает формальное отражение вариативности будущего хода событий, по сути соединяя темпоральную логику с концептами возможности и необходимости. Как и в алетической логике, возможность отражает заложенный в настоящем потенциал, который может как

реализоваться, так и не реализоваться, и касается прежде всего единичных событий и стохастических (вероятностных) процессов. Необходимость же и во временном аспекте продолжает отражать наиболее общие и существенные стороны реальности, наиболее фундаментальные законы природы и общества, которые носят инвариантный характер и относительно которых твердо установлено, что они будут продолжать действовать неограниченно долго.

Аксиоматика темпоральной логики

Особый интерес вызывает вопрос об оптимальном наборе аксиом, позволяющем эффективно доказывать утверждения о времени. Приведем здесь список аксиом системы, которую Ю.В. Ивлев именует *минимальной логикой времени*⁹³. Минимальное означает то, что оно, взятое отдельно, не достаточно для отражения всего богатства временных связей и отношений, но может служить неким инвариантным фундаментом для дальнейших расширений, в зависимости от того, какой концепции времени мы придерживаемся.

В нем используются только унарные операторы, причем как будущего, так и прошлого, т. к. рассуждения о прошлом также широко используются и важны во многих областях (в том числе и в философском дискурсе):

G – «всегда будет»; H – «всегда было»; F – «будет»; P – «было».

Список аксиом имеет базовую и вариативную части.

Базовая часть:

A0. Список аксиом классического исчисления высказываний.

A1. $G(A \rightarrow B) \rightarrow (GA \rightarrow GB)$ – аксиома дистрибутивности оператора G относительно импликации.

A2. $H(A \rightarrow B) \rightarrow (HA \rightarrow HB)$ – аксиома дистрибутивности оператора H относительно импликации.

Поскольку операторы G и H есть своего рода операторы необходимости во временной плоскости, две первые аксиомы родственны аксиоме $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$ нормальных алетических логик.

A3. $A \rightarrow GPA$ – аксиома «говорит» о том, что если A истинно в настоящем, то верно, что всегда в будущем истинно, что когда-то в прошлом A было истинно.

A4. $A \rightarrow HFA$ – аксиома «говорит» о том, что если A истинно в настоящем, то верно, что всегда в прошлом было истинно, что когда-то в будущем A будет истинно.

⁹³ Ивлев Ю.В. Указ. соч. С. 105–107.

Другими словами, эти две аксиомы показывают, что настоящее есть «точка», которая одновременно включена и в ось прошлого, и в ось будущего как конец и начало соответственно

Def1. $PA \equiv \neg H \neg A$ (когда-то в прошлом A было истинно только тогда, когда неверно, что всегда в прошлом A было ложно).

Def2. $FA \equiv \neg G \neg A$ (когда-то в будущем A будет истинно только тогда, когда неверно, что всегда в будущем A будет ложно).

Правила вывода:

П1. $A \vdash GA$ (если A доказано, то A всегда будет истинным).

П2. $A \vdash HA$ (если A доказано, то A всегда было истинным).

Эти правила аналогичны правилу Гёделя в нормальным алетических логиках:

Если $\vdash A$, то $\vdash \Box A$.

На этом базовая часть аксиоматики минимальной временной логики закончена.

Вариативная часть, как уже было сказано, зависит от того, из какой семантической концепции времени мы исходим (является ли время конечным или бесконечным, строго линейным или включающим в себя циклы и т. д.). Этот выбор уже не чисто логический, а мировоззренческий и философский.

1 вариант. Время *транзитивно*. Данное свойство означает, что существует порядок последовательности событий, который фундаментально ненарушаем. В хронологическом аспекте это означает, что если второе событие следует за первым, а третье следует за вторым, то третье следует и за первым). Для лучшего понимания это свойство можно задать через логику предикатов:

$\forall t \forall t'' \forall t''' (((t'' > t') \wedge (t''' > t'')) \rightarrow (t''' > t'))$, где t – моменты времени.

Добавляются две аксиомы:

A5. $GA \rightarrow GGA$ (если верно, что A всегда будет истинным, то и для всех моментов будущего верно, что A будет истинным).

A6. $HA \rightarrow HHA$ (если верно, что A всегда было истинным, то и для всех моментов прошлого верно, что A было истинным).

2 вариант. Время *транзитивно* и *конечно* в прошлом и будущем.

К предыдущим добавляются две аксиомы:

A7. $FA \rightarrow F \neg FA$ (если A когда-то в будущем станет истинным, то также верно, что когда-то в будущем будет верно, что в более далеком будущем A будет ложным).

A8. $PA \rightarrow P \neg PA$ (если A когда-то в прошлом было истинным, то также верно, что когда-то в прошлом было верно, что в более далеком прошлом A было ложным).

3 вариант. Время *транзитивно* и *бесконечно* в прошлом и будущем.

Добавляются две другие аксиомы:

A9. $GA \rightarrow FA$ (если A всегда будет истинным, то A будет становится истинным время от времени без ограничений по времени).

A10. $HA \rightarrow PA$ (если A всегда было истинным, то A становилось истинным время от времени без ограничений по времени).

4 вариант. Время *транзитивно* и *циклично*:

A11. $A \rightarrow PA$ (если A истинно в настоящем, то A уже было когда-то истинно).

A12. $A \rightarrow FA$ (если A истинно в настоящем, то A будет когда-то истинно).

5 вариант. Время *транзитивно* и *плотно*. Свойство плотности означает, что между двумя любыми моментами времени (в т. ч. сколь угодно близкими) найдется момент времени, отличный от них. Это свойство сдвигает модель времени от дискретной к континуальной. Для лучшего понимания это свойство (как, впрочем, и предыдущие) можно задать через логику предикатов:

$\forall t' \forall t'' ((t' < t'') \rightarrow \exists t''' ((t' < t''') \wedge (t''' < t'')))$, где t – моменты времени.

В этом случае к аксиомам, выражающим транзитивность, добавляются в каком-то смысле «обратные» аксиомы, которые позволяют редуцировать повторяющиеся глобальные операторы времени:

A13. $GGA \rightarrow GA$ (если для всех моментов будущего верно, что A будет истинным, то A будет истинным всегда).

A14. $\text{HHA} \rightarrow \text{HA}$ (если для всех моментов прошлого верно, что A было истинным, то A всегда было истинным).

В.А. Бочаров и В.И. Маркин предлагают некоторый набор аксиом, различные комбинации которых могут положить основу для различных репрезентаций свойств временного ряда:

1. Антирефлексивность: $\forall t \neg (t < t)$. Ни один момент времени не предшествует самому себе.

2. Асимметричность: $\forall t \forall t' ((t < t') \rightarrow \neg (t' < t))$. Если первый момент предшествует второму, то неверно, что второй предшествует первому.

3. Уже упомянутая выше транзитивность.

4. Бесконечность в прошлое: $\forall t \exists t' (t' < t)$. Для каждого момента найдется момент, предшествующий ему.

5. Бесконечность в будущее: $\forall t \exists t' (t' > t)$. Для каждого момента найдется момент, следующий за ним.

6. Плотность: $\forall t \forall t' ((t < t') \rightarrow \exists t'' ((t < t'') \wedge (t'' < t'))$. Для каждых двух моментов, следующих один за другим, найдется момент, следующий за первым и предшествующий второму. Так, данная аксиома возможностями классической логики предикатов моделирует непрерывность времени. И ряд других перечисленных авторами свойств⁹⁴.

Предложение различных формальных систем в зависимости от приписываемых времени свойств еще раз напоминает о принципиальном плюрализме современной логики в целом и модальной логики в частности. Несмотря на то, что есть общепринятое понятие нормальных модальных систем, это не мешает логикам строить новые системы, отличающиеся от стандартных (т. н. «девиантные»), но позволяющие расширить возможности формализма или отражающие новый оригинальный аспект исследуемой предметной области. Повторимся, время до сих пор остается загадочной субстанцией даже с физической точки зрения (вплоть до того, что некоторые продолжают отрицать его объективность или реальность вообще). Гораздо в большей степени

⁹⁴ См.: Бочаров В.А., Маркин В. И. Указ. соч. С. 332.

дискуссии о природе времени характерны для философии. Поэтому неудивительно, что темпоральная логика терпима к вариативности и открыта для изменений и расширений. Последние во многом зависят от области ее приложения. На данный момент одной из лидирующих сфер ее применения является верификация работы программ и сложных автоматических устройств, т. е. проверка их свойств и корректности моделирования их поведения. Также еще раз отметим большой потенциал в ее конвергенции с другими модальностями, построении соответствующих гибридных систем. Алетическая логика, несмотря на свою изначальную (с Античности) концептуальную близость с темпоральной, остается только «первой среди равных». Временное измерение пронизывает все области реальности и человеческой жизни: свою хронологию имеют и познание, и вера/убеждение, и нормы, и ценности, т. ч. по сути все модальности могут обогатиться, повысить свою выразительность через привлечение темпоральных структур.

Упражнение. Формализуйте средствами пропозициональной темпоральной логики (линейной или ветвящейся)⁹⁵:

1. «Собака кажется агрессивной, но через мгновение она успокоится».
2. «Если запрос послан, то когда-нибудь в будущем он будет обработан».
3. «Если я видел ее когда-то раньше, то я всегда узнаю ее при встрече».
4. «Всё что было, то и будет» (Екклесиаст).
5. «Всегда будет, что нечто было, тогда и только тогда, когда оно или сейчас есть, или уже было».
6. «Никогда не получится так, что этот человек пройдет мимо нуждающегося, пока ему не оказана помощь».
7. «Когда-нибудь N станет моим другом, но к тому времени он уже или побывает чиновником, или все еще будет им».

⁹⁵ Некоторые примеры взяты из статьи: Карпов Ю.Г. Темпоральные логики для спецификации свойств программных и аппаратных систем // Компьютерные инструменты в образовании. 2009. № 2. С. 45–56. Там же можно найти элементы теории темпоральной логики, в т. ч. те, которые не обсуждались (например, логику времени Х. Рейхенбаха).

8. «При всех перспективах человек когда-нибудь умрет, следовательно, не существует перспективы, при которой человек был бы бессмертным».

9. «При одном варианте я буду студентом пока не закончу вуз, при другом же варианте я буду студентом, пока меня не отчислят, но при всех вариантах будет неверно, что я буду студентом всегда».

10. «При всех вариантах развития событий всегда верно наличие трех альтернатив: либо вселенная будет расширяться вечно, либо одна будет расширяться, пока не станет стационарной, либо она будет расширяться, пока не начнет сжиматься».

Введение в семантику модальной логики

Вплоть до настоящего момента мы раскрывали язык различных типов логических модальностей, их алфавит, те аксиомы, законы, равносильности, по которым соотносятся их знаковые сущности, а также правила, по которым из одних таких сущностей можно выводить другие. Раздел логической семиотики, посвященный собственно логическому языку как языку формально-символьному, именуется *синтактикой*, цель которой «задать способ точного формулирования предложений, высказываний языка»⁹⁶. Говоря более строгим языком, речь идет о принципах порождения формул из конечного множества исходных знаков. Раздел, посвященный аксиомам и правилам получения вывода, именуется *дедуктикой*. Он позволяет уже последовательно преобразовывать формулы («исчислять»), переходя от посылок к выводу. Ю.А. Шиханович обобщенно артикулирует цель дедуктики как «уточнение понятия доказательства»⁹⁷. Однако существуют еще два важных раздела любой логической (и, шире, знаковой) системы. Это семантика и прагматика. *Семантика* – это раздел, предметом которого является значение логических (и, шире, знаковых) элементов и структур, а также правила их установления и строгого выражения: «Цель семантики – задать способ точной оценки смысла, истинностных значений высказываний языка. Семантика задается интерпретацией (истолкованием) формул языка»⁹⁸. Инвариантом логической семантики является наличие *области интерпретации* (также часто именуемой *универсумом рассуждения*), которая «как раз и содержит объекты, о которых ведется рассуждение и каждому из которых сопоставляется определенный смысл. Символ, соотнесенный с каким-либо объектом избранного универсума, получает тем самым значение»⁹⁹. *Прагматика* же – это раздел, изучающий способы и области применения логической (шире, знаковой) системы, модификации ее синтаксиса и семантики в зависимости от конкретного способа их теоретического или практического приложения.

⁹⁶ Шиханович Ю.А. Логические и математические исчисления. М.: Научный мир, 2011. С. 11.

⁹⁷ Там же. С. 12.

⁹⁸ Там же. С. 17.

⁹⁹ Зеленкин В.Х. Логика предикатов: учебно-методическое пособие. Пермь: ПГНИУ, 2015. С. 19.

В данном разделе мы рассмотрим семантику модальной логики. Ввиду глубины и комплексности темы мы представим только ее общие основы, взятые в целом, необходимые для ее базового понимания и ориентирования в ней. Несмотря на то, что общие принципы модальной семантики можно рассматривать без всякой привязки к конкретному типу модальности, все же традиционно она излагается на примере алетической модальности как наиболее фундаментальной. Мы будем следовать этому принципу. Для более лучшего ее понимания рекомендуется вспомнить (или впервые ознакомиться) с семантикой классической логики, которую можно в достаточно развернутом виде найти в следующих пособиях¹⁰⁰.

Ключевой особенностью логической семантики является то, что она должна «говорить» о значениях логических формул и операций, но при этом употребляя строгий формальный язык. Ряд фундаментальных «ограничительных» теорем логики (прежде всего теоремы Гёделя о неполноте, теорема Тарского о невыразимости истины) показали, что любой логический язык не способен «сообщать» о собственной смысловой нагруженности (не является «самоприменимым»), в т. ч. не способен устанавливать собственную непротиворечивость, доказывать своими средствами истинность многих собственных утверждений, а также в принципе формально отражать понятие истины как таковое. Поэтому для отражения его свойств и семантической нагруженности его формул должен быть использован иной язык, который, по сути, уже выступает как *метаязык* по отношению к нему. Несмотря на то, что он также должен иметь строгий и однозначный характер, в таком языке вполне могут быть использованы фрагменты естественного языка как базового для человека инструмента по выражению смыслов.

Современной логической семантике, как и современной логике в целом, не чужда плюральность, наличие альтернативных подходов и концепций. Однако начиная с примерно начально 1960-ч гг. XX в. общепризнанной является *семантика возможных миров*, разработанная Солом Крипке (1940–2022 гг.) и

¹⁰⁰ Зеленкин В.Х. Логика высказываний: учебно-методическое пособие. Пермь: ПГНИУ, 2012. 108 с.;
Зеленкин В.Х. Логика предикатов: учебно-методическое пособие. Пермь: ПГНИУ, 2015. 100 с.

называемая поэтому *семантикой Крипке* (также еще *реляционной семантикой*). Несмотря на все новаторство его подхода, его идеи во многом наследуют логико-философским концепциям Г.В. Лейбница и Р. Карнапа, а изначально восходят еще к схоластической традиции (прежде всего Д. Скотту). Помимо Крипке как центральной фигуры семантику возможных миров в разных аспектах развивали С. Кангер, Р. Монтегю, Б. Джонсон, Я. Хинтика, К. Мередит, И. Томас, А. Прайор и др.

Для того, чтобы понять основной посыл данной семантики, нужно вспомнить, что семантика в целом занимается прояснением значения логических знаков и их систем. Другими словами, она эксплицирует те сущности, которые данные знаки отражают. Данные сущности, строго говоря, не чисто логические, они как бы трансцендентны по отношению к знакам логического исчисления как системы синтаксиса, однако и не оторваны от них, т. к. являются их денотатами, реальными прототипами. Однако логика сталкивается с требованием рассуждать о таких сущностях также на некотором языке. Повторимся, что им не может быть сам логический язык, о котором идет речь, т. к. он не «заточен» под отражение внелогической реальности. Должен быть задан особый *метаязык*. Для этого необходимо определиться, какого рода сущности составляют значения для данного языка. Говоря абстрактно, это всегда некий универсум, представленный прежде всего множеством объектов, а также свойствами этих объектов и отношениями между ними. В семантике модальной логики такими особыми объектами оказываются миры, которые соотносятся друг с другом некоторым образом: «Модели представляется как множество возможных миров. Эти миры связаны некоторыми отношениями и некоторые логические связки заставляют переходить от данного мира к другим связанным с ним мирам»¹⁰¹.

Данная идея первоначально была высказана Лейбницем, который писал о множестве отнюдь не актуальных (подобно Демокриту или Джордано Бруно), а возможных миров, реализация которых требует своего достаточного основания (в случае Лейбница – воли всемогущего и всеблагого бога). Также стоит

¹⁰¹ Непейвода Н.Н. Указ. соч. С. 458.

предостеречь от трактовки мира как именно мира в его полном физическом смысле (хотя к такой интерпретации возможных миров тяготеет Д. Льюис со своей концепцией *модального реализма*, а также в некоторой степени *многомировая интерпретация квантовой механики* Х. Эверетт). Мир скорее следует понимать как *определенное положение дел* или *целостную ситуацию*, как *определенную совокупность обстоятельств*. Метафорически Крипке выразил это так, что возможные миры полагаются, а не открываются «мощными подзорными трубами». В некотором смысле такое понимание мира в логике заложил еще Л. Витгенштейн, используя для этого понятие картины: «Логические картины могут изображать мир. Картина отображает реальность, представляя возможность существования или не-существования позиций... Картина содержит возможность ситуации, которую она отображает»¹⁰². Логический возможный мир по своей сути – это не само множество объектов, а множество утверждений о них, которые могут варьировать в своей истинности и ложности: «Логика имеет дело не с событиями, но исключительно с высказываниями о них. Поэтому для логики “возможный мир” – это множество предложений, описывающее все факты онтологически возможного мира. Множество это состоит, может быть, из очень большого, но конечного числа актуально сформулированных атомарных предложений и их отрицаний»¹⁰³. Таким образом, и здесь имеет место центральная идея логического редукционизма, заключающаяся в том, что логическое значение сложных высказываний является функцией от логического значения входящих в него простых, элементарных (атомарных) высказываний, отображающих некий элементарный факт и обозначаемых различными литералами. Поэтому для логической модели в первую очередь важна глобальная диспозиция данных логических атомов по истинности/ложности. Для более глубокого знакомства с историко-философскими, онтологическими и гносеологическими аспектами идеи возможных миров можно обратиться к работе «Возможные миры. Семантика, онтология, метафизика»¹⁰⁴.

¹⁰² Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. С. 19.

¹⁰³ Сидоренко Е.А. Указ. соч. С. 254.

¹⁰⁴ Возможные миры. Семантика, онтология, метафизика / отв. ред. Е.Г. Драгалина-Черная. М.: Канон+, 2011. 432 с.

Перейдем к абрису семантики возможных миров. Вначале констатируем наличие произвольного (могущего быть как конечным, так и бесконечным) множества возможных миров $\{w_0, w_1, w_2 \dots w_n\}$. Исходя из принципа «что действительно, то возможно», мы можем зафиксировать некий «привилегированный» действительный мир (скажем, w_0), также входящий в это множество. Однако такая фиксация будет односторонним упрощением без отображения того факта, что действительный мир постоянно изменяется (а значит, меняются логические значения простых и сложных высказываний о нем), т. е. де-факто действительность осуществляет перманентный транзит из реализации одного возможного мира к реализации другого. Поэтому первоочередное значение имеет отношение, позволяющее отображать возможность перехода от одних миров к другим. Данное отношение было названо Крипке отношением *достижимости* (англ. reachibility). Оно соединяет два мира (т. е. является *бинарным*) и обозначается R , так что в простейшем случае запись будет: wRw' . Это не отменяет того факта, что любой мир может быть связан через это отношение с большим количеством отличных друг от друга миров. Также вполне можно говорить о *доступности* (англ. accessibility) некоторого мира из исходного.

Фундаментальной в данной семантике является т. н. *шкала Крипке* (F), представляющая по сути пару $\langle W, R \rangle$, где W – упомянутое непустое множество возможных миров (вне конкретной ситуации произвольное по своему количеству, могущее быть как конечным, так и бесконечным), а R – указанное отношение достижимости, причем $R \subseteq W \times W$. $W \times W$ есть Декартово произведение множества миров само на себя. Декартово множество есть множество всех возможных упорядоченных пар элементов, где первый элемент берется из первого множества, а второй – из второго. Таким образом, декартово произведение множества на себя есть множество всех возможных упорядоченных «двоек» его элементов (иногда говорят «стрелок»). Отношение нестрого включения ($\subseteq$) означает, что отношение R представляет собой подмножество (либо все множество, если каждый мир достижим из каждого) из множества

таких упорядоченных пар возможных миров, устанавливая, из каких и в какие миры существуют «пути», какие миры являются «доступными» из каждого мира, принадлежащего универсуму. В самом широком случае на отношение R не накладывается никаких ограничений. Когда количество миров и отношений между ними относительно невелико, полезно изобразить модель в виде *графа*, где *миры можно маркировать кругами* (наподобие кругов Эйлера), а *отношения достижимости между ними – стрелками* наподобие векторов.

Еще раз повторимся, что предельная абстрактность понятия мира как просто совокупного описания положения дел позволяет применять семантику Крипке в различных модальностях: в алетическом они маркируют различные вариации потенциального бытия; в эпистемическом – различные вариации знания, незнания, убежденности, веры и прочих познавательных диспозиций субъекта или группы субъектов; в деонтическом и аксиологическом – различные вариации нормативных и ценностных систем; в темпоральной логике – различные возможные версии будущего, вариации фактов и событий в них. Помимо алетической именно темпоральная логика дает наиболее интуитивно понятное приложение семантики Крипке, где «мир» выступает как временной «момент». Отношение достижимости также может трактоваться по-разному в зависимости от вида модальности, однако оно всегда несет на себе печать возможного следования, отражая динамику того или иного рода. Опять же, R имеет наиболее интуитивно понятную репрезентацию в темпоральной логике, когда она по сути выражает хронологический переход (или принципиальную разрешенность такого перехода) из одних моментов времени в другие, а также в алетической, где она отражает принципиальную разрешенность транзита некоторых возможностей из потенциального в актуальное состояние.

Для комплексного отображения истинности и ложности пропозиций в мирах вводится такая структура, как *модель Крипке* (M), которая представляет собой пару $\langle F, v \rangle$ (или «тройку» $\langle W, R, v \rangle$), где F – шкала Крипке, а v – функция оценки. Функция оценки выделяет подмножество из множества

возможных миров, где определенное высказывание (скажем, p) является истинным: $v(p) \subseteq W$.

Часто в модельной структуре отдельно фиксируется актуальный мир как исходный, и модель разрастается до кортежа $\langle W, w_0, R, v \rangle$ ¹⁰⁵.

Простейшим образом (для атомарных формул) возможны две ситуации:

1. $M, w, v \models p$. Т. е. в рамках данной модели в конкретном мире w при приписывании v высказывание p истинно. Это равносильно тому, что данный мир принадлежит множеству миров, в котором имеет место факт p : $M, w, v \models p \Leftrightarrow w \in v(p)$.

Запись также возможна следующая: $v(w, p) = 1$ (или True).

2. $M, w, v \models \neg p$. В рамках данной модели в конкретном мире w при приписывании v высказывание не- p истинно (а, следовательно, само p ложно). Это возможно только тогда, когда данный мир не принадлежит подмножеству возможных миров, в котором имеет место факт p :

$M, w, v \models \neg p \Leftrightarrow w \notin v(p)$.

Запись также возможна следующая: $v(w, p) = 0$ (или False).

Также теперь можно отразить важнейшее свойство достижимости, которое используется во многих модальных логиках и заключается в том, что переменная, которая истинна в исходном мире, сохраняет свое значение в достижимых из него (т. н. свойство *монотонности оценки*):

$\forall p \forall w \in W \forall w' \in W, wRw': w \in v(p) \Rightarrow w' \in v(p)$.

Соответственно, для любой переменной и любых двух миров из множества возможных миров, таких, что второй мир достижим из первого мира верно, что из того, что первый мир входит в множество миров, в которых имеется факт p , следует, что и в достижимом из него мире также имеется факт p . В монотонных модальных логиках это гарантируется правилом Гёделя: $\models p \Rightarrow \models \Box p$ («если логически следует истинность p , то логически следует и то, что истинность p является необходимой»). Вместе с тем многие модальные системы являются *немонотонными*, например, логика знания (т. к. в нем есть движение от

¹⁰⁵ Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. соч. С. 319.

непознанного к познанному, пересмотр корректности знаний, ситуации их «устаревания» и опровержения) и убеждений (ввиду их «невечности», пересмотра), логика и норм и оценок (опять же, ввиду их «невечности» и пересмотра), темпоральная логика (ввиду сущностной связи времени с изменчивостью, временных границ истинности/ложности большого количества высказываний, которые еще Лейбниц именовал поэтому «истинами факта»).

Для сложных пропозиций функция приписывания расширяется до функции означивания, учитывая смысл входящих в них логических связок (для фиксации их значения используются металогические союзы):

- $M, w, v \models p \wedge q \Leftrightarrow M, w, v \models p \text{ и } M, w, v \models q.$
- $M, w, v \models p \vee q \Leftrightarrow M, w, v \models p \text{ или } M, w, v \models q.$
- $M, w, v \models p \rightarrow q \Leftrightarrow M, w, v \models \neg p \text{ или } M, w, v \models q).$

Наконец, зададим функцию оценки для модальных формул, а именно содержащих операторы «необходимо», «возможно», а также их отрицания («не необходимо» и «невозможно»):

$$M, w, v \models \Box p \Leftrightarrow \forall w' \in W (wRw' \rightarrow M, w', v \models p).$$

Высказывание является необходимым в мире w , если и только если оно остается справедливым во всех возможных мирах, доступных из этого мира, включая сам w (если отношение достижимости рефлексивно).

В свою очередь, высказывание возможно в мире w , если и только если существует хотя бы один возможный мир, достижимый из мира w , в котором данное высказывание имеет место:

$$M, w, v \models \Diamond p \Leftrightarrow \exists w' \in W (wRw' \wedge M, w', v \models p).$$

Напротив, высказывание не является необходимым в мире w , если и только если существует по крайней мере один возможный мир, достижимый из w , в котором оно не остается справедливым:

$$M, w, v \models \neg \Box p \Leftrightarrow \exists w' \in W (wRw' \wedge M, w', v \models \neg p).$$

Наконец, высказывание является невозможным в мире w , если не существует ни одного возможного мира, достижимого из мира w , в котором высказывание имело бы место:

$$M, w, v \models \neg \Diamond p \Leftrightarrow \neg \exists w' \in W (wRw' \wedge M, w', v \models p).$$

Центральным вопросом любой логической семантики является вопрос об истине (ее критерии) и общезначимости (является ли формула законом логики), а также о наличии/отсутствии логического следования. В семантике Крипке формула **p** **истинна** в модели **M**, если данная формула истинна в каждом возможном мире этой модели при любом приписывании переменных:

$$M \models p \Leftrightarrow M, w \models p \text{ для всех } w \in W.$$

В семантике Крипке формула **общезначима** на шкале Крипке $\langle W, R \rangle$, если она истинна во всех ее моделях:

$$\forall M. \forall w \in W. \forall v: M, w, v \models p.$$

Наконец, формула (скажем, **A**) **логически следует** из множества формул **Г**, «если и только если во всех модельных структурах, где истинна каждая формула из **Г**, формула **A** также является истинной»¹⁰⁶:

Это модальная версия классического определения логического следования, которое требует общезначимости следующей формулы:

$$(G_1 \wedge G_2 \wedge G_3 \dots \wedge G_n) \rightarrow A, \text{ где } G_1 \dots G_n \text{ — множество формул } G.$$

Повторимся, что важной основой многообразия семантик для модальных логик является возможность варьирования свойств отношения достижимости на шкалах Крипке. Перечислим эти свойства и кратко раскроем их суть:

1. Рефлексивность: свойство, гарантирующее, что возможный мир достижим из себя самого: $\forall w: wRw$.

В аксиоматике она выражается формулой $\Box p \rightarrow p$.

2. Транзитивность: свойство, гарантирующее, что если второй мир достижим из первого, а третий из второго, то и третий достижим из первого:

$$\forall w_1 \forall w_2 \forall w_3: (w_1 R w_2 \wedge w_2 R w_3) \rightarrow w_1 R w_3.$$

В аксиоматике он выражается формулой $\Box p \rightarrow \Box \Box p$.

3. Плотность: свойство, утверждающее, что если из мира 1 достижим мир 2, то «между ними» существует мир 3, так, что мир 3 достижим из мира 1 и мир 2 достижим из мира 3:

¹⁰⁶ Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. соч. С. 320.

$$\forall w_1 \forall w_2 \exists w_3: (w_1 R w_2) \rightarrow (w_1 R w_3 \wedge w_3 R w_2).$$

Формула, выражающая это свойство: $\Box \Box p \rightarrow \Box p$.

4. Сериальность: свойство, утверждающее, что для каждого мира найдется мир, достижимый из него, т. ч. никакой мир не является «тупиковым»:

$$\forall w_1 \exists w_2 (w_1 R w_2).$$

Формула, выражающая данное свойство: $\Box p \rightarrow \Diamond p$.

5. Единственность: свойство, утверждающее, что из данного мира достижим один единственный мир:

$$\forall w_1 \forall w_2 \forall w_3: (w_1 R w_2 \wedge w_1 R w_3) \rightarrow (w_2 = w_3).$$

Формула такова: $\Diamond p \rightarrow \Box p$.

6. Евклидовость: свойство утверждает, что если из 1 мира достижим 2 и 3 миры, то и 3 мир достижим из 2-го. Очевидно, что название отсылает к Евклидовой геометрии, по аналогии с которым можно уподобить миры точкам, а отношение достижимости – линиям.

$$\forall w_1 \forall w_2 \forall w_3: (w_1 R w_2 \wedge w_1 R w_3) \rightarrow (w_2 R w_3).$$

Формула такова: $\neg \Box p \rightarrow \Box \neg \Box p$ (либо $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$).

7. Симметричность: Свойство, гарантирующее, что для всех миров верно, что если мир 2 достижим из 1-ого, то и мир 1 достижим из 2-ого:

$$\forall w_1 \forall w_2: (w_1 R w_2) \rightarrow (w_2 R w_1).$$

Формула такова: $p \rightarrow \Box \Diamond p$.

Помимо этих основных выделяется еще целый ряд свойств, которые совокупно показывают выразительные возможности семантики Крипке для различных модальностей. Таким образом, принятие тех или иных аксиом позволяет варьировать отношение достижимости, «приспосабливая» его под конкретную предметную область и описываемое положение дел в ней. Повторимся, семантика Крипке является самой распространенной и универсальной семантикой для модальных логик. Это, однако, не означает, что она свободна от несовершенства и ограниченности, поэтому разрабатываются и альтернативы для семантики возможных миров.

Упражнение. Формализуйте следующие высказывания и изобразите графическую модель, которая бы семантически передавала данную формулу:

1. «В большинстве моделей роста глобального населения оно увеличивается пока не стабилизируется, но существует сценарий и того, что оно начнет сокращаться».
2. «Необходимо, что если тело движется, то оно несет энергию» (вспомните табличные значения импликации).
3. «Возможно, все останется прежним, возможно, все без исключения изменится радикальным образом, а возможно, что-то изменится, а что-то сохранится».
4. «Всегда и везде нельзя сказать, что какая-либо страна безусловно обязана соблюдать конкретный международный договор».
5. Пока я этого не знаю, но в любом случае я это узнаю, но затем возможно, что буду знать, пока не забуду, или же буду знать всегда».

Введение в модальную логику предикатов

До этого нами рассматривались различные версии пропозициональной модальной логики. Пропозициональная логика есть *логика нулевого порядка*, в которой отсутствуют кванторы, поэтому она не позволяет отражать внутреннюю структуру суждения, а рассматривает их как функции истинности (простые суждения – как исходные бинарные «атомы», а сложные – как состоящие из простых и истинностное значение которых зависит от композиции истинностных значений простых в соответствии с характером их сопряжения через те или иные логические связки). Однако логика высказываний имеет свое закономерное расширение, а именно *логику предикатов* (прежде всего *логику первого порядка*), которая расширяет выразительные возможности логической системы. Соответственно, и модальная пропозициональная логика имеет подобное расширение, а именно модальную логику предикатов. Абрисно очертим ее суть, основные черты, законы и возникающие в ее контексте философские проблемы.

Алфавит модальной логики предикатов:

1. Нелогические (содержательные) символы:

1.1. *Индивидуные постоянные*: $a, b, c, \dots$ Обозначают единичные сущности (индивиды), а точнее соответствующие им единичные понятия. **Пример:** Аристотель.

1.2. *Предметные переменные*: $x, y, z, \dots$ Обозначают общие сущности, а точнее соответствующие общие понятия (универсалии). Значение переменной может варьировать. **Пример:** философ.

1.3. *Предметные функторы*: $f(c), g(x, y), \dots$ Обозначают функциональную характеристику предметов или их множеств. Имеет своим аргументом постоянную или переменную соответственно, что обозначает ее носителя. Скажем в $f(c)$ f – это сам функтор, а c – аргумент, представленный постоянной. **Пример:** ученик Сократа. Аргументов может быть несколько, скажем $g(x, y)$. **Пример:** расстояние от реки до города. На месте аргумента может стоять и другой функтор, скажем $f(f(c))$. **Пример:** ученик ученика Сократа.

1.4. *Предикаторы*: $P(x)$, $G(a,b)$... Функции, которые отображают постоянные или переменные на значение истинности. Менее формально, это логическое сказуемое (от лат. *praedicatum* «высказанное»), т. е. в широком смысле признак, который мы приписываем или отрицаем у объектов или их множеств. **Пример**: быть мудрым.

2. Логические символы:

2.1. *Пропозициональные связки*: $\wedge$, $\vee$, $\underline{\vee}$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\neg$ и т. д., которые в пределе редуцируются до одного из функционально полных базисов, например, $\{\wedge, \neg\}$, $\{\vee, \neg\}$ или $\{\rightarrow, \neg\}$.

2.2. *Кванторы*. Структуры, которые «связывают» предикаты, уточняя, утверждаются ли они обо всех элементах определенного множества объектов или только о некоторых. Как и в классической логике предикатов, имеются два квантора, а именно *квантор всеобщности* ($\forall$) и *квантор существования* ($\exists$). Формула представляет собой высказывание (предложение), когда все ее предметные переменные (в случае их наличия) связаны кванторами или редуцированы до постоянных: $\forall xP(x)$, $\forall x\exists yQ(x,y)$, $P(a)$, $\exists xR(x, a)$ и т. д.

Как известно, можно обойтись одним квантором, выразив второй через него по принципу де Моргана: $\exists xP(x) \equiv \neg \forall \neg P(x)$; $\forall xP(x) \equiv \neg \exists \neg P(x)$. Это справедливо, т. к. квантор всеобщности есть сокращение для конъюнкции высказываний об объектах некоего множества, а экзистенциальный квантор – сокращение для слабой дизъюнкции таких высказываний.

2.3. *Модальные операторы*: $\diamond$ и $\square$. Их значение варьируется в зависимости от типа модальности. Также можно обойтись одним оператором, выразив второй через него: $\square p \equiv \neg \diamond \neg p$; $\diamond p \equiv \neg \square \neg p$. Это справедливо, т. к. квадрат («бокс») есть сокращенное обозначение того, что утверждение истинно во всех мирах модели Крипке, а ромб («даймонд») – что по крайней мере в одном из них. Подобие модальных операторов кванторам становится явным.

3. Технические символы:

3.1. Левая скобка, правая скобка, запятая.

Несмотря на то, что логика предикатов была создана только в конце XIX в., многие ее закономерности были открыты намного раньше. Очень условно можно сказать, что первой теорией, которая имплицитно содержала аллюзию на будущую модальную логику первого порядка, была силлогистика Аристотеля, а точнее ее модальное расширение. Вместе с тем модальная силлогистика ввиду отсутствия базы для строгой формализации была несвободна от целого ряда неточностей. В схоластической традиции, повторимся, было артикулировано важное различие двух способов атрибуции модальности, а именно *de dicto* модальность (еще называемая внешней) и *de re* модальность (еще называемая внутренней): «В модальности *de dicto* необходимость приписывается предложению суждению, в модальности *de re* необходимость относится к предикации вещи некоторого свойства. Утверждая *de dicto* модальность, мы говорим, что определенное суждение обязано быть истинным. Утверждая *de re* модальность, мы говорим, что определенный объект обязан иметь определенное свойство»¹⁰⁷.

В формальном плане речь идет о различной последовательности квантора и модального оператора в формуле, отражающей различие в областях их действия (связывания): *de dicto*, например, будет соответствовать запись $\Box \exists x P(x)$, а *de re* – $\exists x \Box P(x)$.

Часто небезосновательно утверждается, что модальность *de dicto* является более первичной в логическом плане, т. к. действует на целостные суждения, и *de re* во многом может быть понята и переинтерпретирована через нее. Приведем **пример**: Возьмем общее аподиктическое суждение *de re* «Все люди с необходимостью смертны». Построим формулу: $\forall x (H(x) \rightarrow \Box M(x))$. Вторая часть подкванторной формулы сама есть формула и трактуется в стиле *de dicto*: «Для всех объектов верно, что если он является человеком, то необходимо, что данный объект является смертным». Иногда (и довольно часто) в обыденном языке *de dicto* и *de re* могут некритически смешиваться друг с другом.

¹⁰⁷ Целищев В.В. Понятие объекта в модальной логике. С. 33–34.

Однако это все же две различные трактовки, которые полностью не сводятся одна к другой. Вспомним *пример* Фомы Аквинского: «Необходимо истинно, что сидящий является сидящим» (de dicto) и «Истинно, что сидящий является с необходимостью сидящим» (de re). Первое будет всегда истинным (в качестве аподиктической модификации закона тождества), в то время как утверждение о необходимом характере связи сидящего со свойством «быть сидящим» в подавляющем большинстве случаев будет ложным (хотя бы по факту того, что он может принципиально свое положение и стать «стоящим», «идущим» и т. д.). Также из того, что необходимо, что всякое сущее является сущим, не следует то, что всякое сущее есть необходимо сущее.

Приведем другой известный *пример* из Куайна: «Так, ‘nec¹⁰⁸ (7 < число планет)’ истинно de re, поскольку nec (7 < 9), но ложно de dicto»¹⁰⁹. Зададим формулы для данных вариаций: $\Box(N(p(s)) > 7)$ и $(N(p(s)) \Box > 7)$, где N – предикатор быть числом, p(s) – функтор планета, в аргументе которого «Солнечная система» (имплицитно подразумеваются именно ее планеты). De dicto интерпретация действительно ложна, т. к. ее необходимость не фундируется грамматической структурой высказывания. Говоря в призме семантики Крипке, ни один закон логики или другой фундаментальный закон не дает гарантии истинности этого во всех возможных положениях дел. Однако вывод de re оказывается также ложна, но уже ввиду нарушения закона подстановки тождественного, работающего в классической предикатной логике¹¹⁰. Действительно, если число планет – 9, а 9 необходимо больше 7, то вроде следует число планет с необходимостью больше 7. Здесь имеется некая подмена термина, т. к. в первой посылке речь про число как количественную характеристику физических объектов, а во второй – про само число как абстрактную сущность, что не есть одно и то же. И, наконец, как потом было скорректировано официальной наукой, количество планет не 9, а 8. Это, конечно, не нарушает установленного неравенства, но показывает несостоятельность модального силлогизма, т. к. никаких принципиальных

¹⁰⁸ от англ. Necessity («необходимость»).

¹⁰⁹ Куайн У.В.О. Преследуя истину. С. 122.

¹¹⁰ Целищев В.В. Философские проблемы семантики возможных миров. М.: КРАСАНД, 2017. С.13.

гарантий, что такой пересмотр не будет произведен еще раз, возможно в сторону уменьшения, что нарушит неравенство и эксплицирует некорректность вывода (неверно, что $7 > 7$). Более того, невозможным оказывается и применение закона экзистенциального обобщения («навешивания» квантора существования): «Связь между названием и квантификацией составляет суть операции экзистенциального обобщения. Но данный закон также нарушается в модальных контекстах. Используя тот же пример, из $N(9 > 7)$ получаем $(\exists x)N(x > 7)$, но, согласно (2), $9 =$ число планет. Мы не знаем, какой объект в данном случае указывается. Это говорит о том, что в случае квантификации мы вновь сталкиваемся с референтной непрозрачностью»¹¹¹.

По Куайну, *de re* аподиктическая модальность покоится на определенной философской позиции, которая исходит из возможности четкого разграничения необходимых и случайных (акцидентальных) признаков предмета и которую он сам именует Аристотелевским эссенциализмом. Сам он скептичен по отношению к такой позиции, приводя пример: «О математиках можно осмысленно сказать, что они необходимо рациональны, но не необходимо двуноги; а велосипедисты – необходимо двуноги, но не необходимо рациональны. Но что тогда сказать об индивиде, который числит среди своих занятий как математику, так и езду на велосипеде? Является ли этот конкретный индивид необходимо рациональным и случайно двуногим или наоборот? Лишь постольку, поскольку мы говорим об объектах референционально, без особого пристрастия к подспутному группированию математиков в противоположность велосипедистам или наоборот, в оценке каких-либо его атрибутов как необходимых, а других – как случайных нет подобия смысла»¹¹². Резюмируя, для Куайна необходимость – это дублирующее название аналитичности: «Общая идея строгих модальностей основана на предполагаемом понятии *аналитичности* следующим образом: высказывание формы ‘Необходимо, что ...’ истинно, если и только если компонентное высказывание, которое подчинено слову ‘необходимо’, является аналитическим, а высказывание формы ‘Возможно, что ...’ ложно, если и только

¹¹¹ Хлебалин А.В. Эссенциализм и антиэссенциализм в модальной логике // Философия науки. 2003. № 2(17). С. 37.

¹¹² Куайн У.В.О. Слово и объект. М.: Логос, праксис, 2000. С. 150.

если аналитическим является отрицание компонентного высказывания, которое подчинено слову ‘возможно’»¹¹³. *Пример:* Мы можем утверждать, что «Все люди с необходимостью животные», т. к. понятие «животное» интенционально включено в понятие «человек», поэтому мы не можем мыслить второе, не мысля первое. Когда мы задаемся вопросом о сущности предметов и о том, какие свойства служат ее проявлениями, мы в целом выходим за рамки одной логики, вскрывая ее онтологическую подоплеку.

Семантика возможных миров привнесла новое понимание *de re* интерпретации. Бескванторная формула типа $\Box P(a)$ утверждает, что единичный объект *a* с необходимостью обладает свойством *P*. Но т. к. формула бескванторная, ее интерпретация не будет существенно отличаться от пропозициональной формулы типа $\Box p$, а именно если она будет истинна в исходном мире, то формула $P(a)$ будет истинной во всех возможных мирах, достижимых из него:

$$M, w, v \models \Box P(a) \Leftrightarrow \forall w' \in W (wRw' \rightarrow M, w', v \models P(a)).$$

Однако появляется и новое, а именно модальный объект (индивид), в данном случае маркируемый постоянной *a*. На этом простейшем примере видно, что приходится работать именно с объектами в различных модальных контекстах. Основная трудность этого процесса формулируется следующим образом: «Квантификация модальных контекстов возможна лишь в том случае, если семантические рассмотрения включают методы индивидуации объектов сквозь возможные миры. Условием квантификации является осмысленный разговор об одном и том же индивиде как члене различных возможных миров... Квантификация имеет смысл, только если можно проследить один и тот же индивид сквозь возможные миры, т. е. если можно провести мировую линию некоторого индивида через возможные миры»¹¹⁴. Известен скепсис Куайна по поводу речи о возможных индивидах, который он саркастически выразил в примере из своей небольшой работы «О том, что есть»: «Трущобы возможного –

¹¹³ Куайн У.В.О. Референция и модальность // Куайн У.В.О. С точки зрения логики: 9 логико-философских очерков. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. С. 9–10.

¹¹⁴ Целищев В.В. Понятие объекта в модальной логике. С. 49–50.

это благодатная почва для любых элементов. Пусть, к примеру, в дверях застрял толстый человек, пусть здесь же застрял и лысый. Это один и тот же возможный человек или их двое? Как мы решим? Сколько людей может оказаться в этом дверном проеме? Худых больше, чем толстых. А сколько одинаковых? Или одинаковость делает их одним? Возможно ли, чтобы две вещи были одинаковыми? Или же, как говорят, две вещи не *совпадают*? Или же в конечном счете понятие тождества просто не применимо к неактуализированным возможностям? Но какой смысл можно найти в разговоре о сущностях, относительно которых нельзя осмысленно говорить об их самотождественности и об их отличии от других вещей? С такими элементами просто нельзя ничего сделать»¹¹⁵. Поэтому он призывает ограничить действие модальностей целостными высказываниями (*de dicto*), отказавшись как от разговора о необходимых качествах индивидов (ввиду подозрительности эссенциализма), так и, тем более, от разговоров о возможных индивидах. Однако без этого невозможна модальная теория квантификации, закономерным противником которой он и был.

Если же говорить о попытках позитивного решения проблемы помещения индивидов в модальные контексты и прослеживания их траекторий через возможные миры в частности, то можно выделить несколько основных подходов, не претендуя на исчерпывающий перечень. Первый, самый радикальный и спорный, вариант предложен в модальном реализме Д. Льюиса и определяется как *теория двойников*. Суть его такова, что все возможные миры одинаково актуально существуют, они замкнуты (т. е. недоступны друг для друга), соответственно, межмирового тождества нет, двойник объекта не существует в одном мире с ним, речь между ними может идти только об отношении сходства (подобия)¹¹⁶. В качестве критики позиции Льюиса С. Крипке предложил концепцию *жестких десигнаторов*. Под жесткими десигнаторами он понимает имена собственные, которые сохраняют свое значение: например, Аристотель

¹¹⁵ Куайн У.В.О. О том, что есть // С точки зрения логики: 9 логико-философских очерков. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. С. 9–10.

¹¹⁶ Веретенников А.А. Философия модальности: аналитическая философия и логика // История философии. 2008. № 13. С. 26–48.

или Бэнджамин Франклин. Крипке прямо заявляет, что жесткий десигнатор – это термин, который обозначает один и тот же объект во всех возможных мирах. Они постулируют трансмировое тождество объекта, но не как результат специальной операции отождествления, а как изначальной данности: «Центральный пункт теории жесткой десигнации Крипке состоит в том, что тождество не является результатом отождествления как специальной эпистемической процедуры. Иначе говоря, тождество не возникает в результате сравнения объектов – объекта x_1 из действительного мира и объекта x_2 из некоего возможного мира»¹¹⁷. Как выражается сам Крипке, тождество является «внутренним» отношением. Отсюда обозначает это следующей формулой: $\forall x \forall y (x \equiv y \rightarrow \Box(x \equiv y))$. Для любых двух предметов верно, что если они тождественны, то они необходимо тождественны (т. е. будут оставаться тождественными во всех возможных мирах, где они существуют). Поэтому жесткие десигнаторы, именующие один и тот же объект (например, «Туллий» и «Цицерон» или «Фосфор» и «Геспер»), будут обозначать один и тот же предмет во всех возможных мирах. В противовес жестким десигнаторам так называемые дескрипции являются нежесткими десигнаторами: «последний величайший философ древности», «изобретатель бифокальных очков», «самый высокий человек», «победительница конкурса красоты» и т. д. Их значение может варьировать от мира к миру.

Другой путь – путь, который идет от Я. Хинтикки, а именно задание некоторой *индивидуирующей функции*, когда «индивидуирующая функция указывает один и тот же индивид в различных мирах в некотором допустимом смысле тождества индивидов»¹¹⁸. Для распознавания объекта в возможных мирах достаточно иметь набор свойств, который позволяет идентифицировать его эффективно и специфически (т. е. не только выделяя его, но и отделяя его от сходных объектов). Функция I сопоставляет объекту a и возможному миру w элемент домена объектов этого возможного мира так, чтобы обеспечить непрерывность и уникальность этого объекта.

¹¹⁷ Борисов Е.В. Почему десигнация не может быть слишком жесткой // Именование, необходимость и современная философия / отв. ред. В.В. Горбатов. СПб.: Алетейя, 2011. С. 12.

¹¹⁸ Целищев В.В. Понятие объекта в модальной логике. С. 49.

$I(a, w) = 0aw$, причем $0aw \in Dw$, где a – сингулярный термин (имя), w – возможный мир, Dw – домен возможного мира, т. е. множество его объектов. $0aw$ – идентифицированный с a объект. Эссенциализма не возникает, если мы подходим и к возможным мирам, и к требуемому набору свойств не онтологически, а эпистемологически: «Переход к эпистемологическим возможным мирам означает, что для идентификации индивида нужен не некоторый набор свойств, раз и навсегда закрепленных за ним, т. е. его сущность, а набор свойств достаточный для распознавания этого индивида в различных вариантах событий. Основное условие, предъявляемое набору свойств, состоит в том, чтобы они характеризовали индивид однозначно, т. е. гарантировали его единичность»¹¹⁹. Отчасти это наследует идее Лейбница о тождестве неразличимых.

Наконец, рассмотрим важнейшие аксиомы модальной логики предикатов, позволяющие связать кванторные и модальные контексты, прежде всего знаменитые **формулы (или точнее, схемы) Баркан**, предложенные одним из создателей кванторной модальной логики Рут Баркан-Маркус.

Классическая формула Баркан: $\forall x \Box A(x) \rightarrow \Box \forall x A(x)$.

Если для всех x верно, что они необходимо обладают A , то во всех возможных мирах, доступных из актуального, все x обладают A . **Пример:** Если все люди с необходимостью смертны, то во всех достижимых возможных мирах все люди смертны.

Импликация вправо корректна, т. к. мы движемся от внутренней необходимости свойства для каждого объекта к факту обладания этим свойством всеми объектами в каждом возможном мире («от локального к глобальному»). Обратная импликация в общем случае неверна. Например, вполне может быть такая ситуация, что во всех возможных мирах все индивиды обладают A (и часть $\Box \forall x A(x)$ истинна), но в исходном актуальном мире имеют место другие индивиды, все или как минимум некоторые из которых A не обладают (тогда $\forall x \Box A(x)$ окажется ложным). Но если добавить специальное условие,

¹¹⁹ Целищев В.В. Философские проблемы семантики возможных миров. С. 27.

называющееся условием **постоянства доменов** (т. е. гарантию того, что множество объектов фиксировано и не изменяется при переходе от одного возможного мира к другому), тогда заключение справа налево тоже станет корректным и формула приобретет следующий вид: $\forall x \Box A(x) \leftrightarrow \Box \forall x A(x)$.

Классическая формула Баркан имеет свой **эквивалент** с двойственным модальным оператором и квантором: $\Diamond \exists x A(x) \rightarrow \exists x \Diamond A(x)$.

Примечательно, что она движется в обратном направлении, от возможного мира к индивиду: если существует возможный мир, где некоторый x обладает A , то существует действительный индивид, который потенциально обладает A . Она вызывает больше вопросов, т. к. от возможности существования индивида с некоторым свойством осуществляется переход к актуальному существованию индивида с возможностью обладания данным свойством. Я. Хинтиikka допускает по этому поводу следующую ремарку: «Ясно, что возможность существовать не всегда приводит к актуальному существованию: регулирование рождаемости не является логически невозможным»¹²⁰.

Пример: Если в некотором возможном мире некоторый индивид реализовал свой творческий потенциал, то существует некоторый индивид, потенциально способный реализовать свой творческий потенциал.

Обратная импликация справа налево в общем случае неверна, т. к. наличие объекта с некоторой возможностью (скажем, стать великим ученым) недостаточно для того, чтобы сделать вывод о том, что хотя бы в одном из доступных возможных миров данная потенция реализуется (например, он может умереть в ранней молодости и перестать существовать во всех возможных мирах). Однако опять же при условии **постоянства доменов** (т. е. требования инвариантного множества индивидов, их сохранения во всех возможных мирах) обратная импликация также справедлива, и тогда формула приобретает вид: $\Diamond \exists x A(x) \leftrightarrow \exists x \Diamond A(x)$

¹²⁰ Хинтиikka Я. Модальность и квантификация // Семантика модальных и интенциональных логик / отв. ред. В.А. Смирнов. М.: Прогресс, 1981. С. 71.

На примере формулы Баркан видно, что параметры истинности и ложности модальных формул с кванторами в значительной мере зависят от характеристик доменной области и ее поведении в рамках движения сквозь возможные миры.

Так, в самом простом случае домен остается *постоянным*, в более сложных может *монотонно возрастать или убывать*, в еще более сложных быть *переменным*, когда одни объекты исчезают, а другие возникают.

Дадим семантические определения для постоянного, убывающего и возрастающего домена.

Постоянный домен: $\forall w_1, w_2 \in W. (w_1 R w_2) \Rightarrow D(w_2) = D(w_1)$.

Убывающий домен: $\forall w_1, w_2 \in W. (w_1 R w_2) \Rightarrow D(w_2) \subseteq D(w_1)$.

Растущий домен: $\forall w_1, w_2 \in W. (w_1 R w_2) \Rightarrow D(w_1) \subseteq D(w_2)$.

Постоянный домен можно рассматривать при описании возможного поведения систем со стационарным набором объектов, от физических (например, Солнечная система или атомы газа в определенном сосуде) до социальных (обособленные группы типа научных коллективов, религиозных объединений).

Растущие сценарии полезно применять при моделировании накопления научных знаний, в целом процессов накопления информации (т. к. уже имеющуюся информацию нельзя уничтожить), прогресс в развитии коммуникативной связанности индивидов, функционирование открытых групп с привлечением новых адептов и т. д.

Наконец, переменные домены с элементами и роста, и убывания позволяют наиболее точно моделировать комплексные процессы, например, изменение численности населения (в пределах как стран, так и Земли), сложные биологические процессы, нелинейные процессы в научном познании (когда некоторые теории опровергаются, но появляются новые гипотезы, часть из которых подтверждается) и системах общественной регуляции (изменения в законодательстве или в морали, когда старые нормы устаревают/отменяются и заменяются новыми, что может сопровождаться как ростом числа норм или законов, так и их компактизацией). В целом, речь идет про попытки так или

иначе дискурсивно отразить всеобщий темпоральный процесс, в котором одни объекты раньше или позже разрушаются и исчезают, а новые – возникают.

Упражнение. Формализуйте средствами модальной логики предикатов, применяя операторы разных модальностей:

1. «Все четные числа с необходимостью делятся на два без остатка, но неверно, что все четные числа с необходимостью являются составными, т. к. двойка – число простое, а не составное».
2. «Мы не можем вырвать ни одной страницы из нашей жизни». (Ж.-П. Сартр)
3. «Для всякого гражданина верно, что незнание им закона не позволяет ему его не соблюдать».
4. «Для всякой страны верно, что даже если в ней разрешена эвтаназия, то никакой врач этой страны не обязан проводить ее, если она противоречит его убеждениям».
5. «Некоторые люди могут достичь свою цель, некоторые люди могут ее не достичь, но существуют и те люди, для которых достижение цели невозможно».

Заключение

В настоящем учебном пособии был дан абрисный взгляд на логическое учение о модальностях. Оно ни в коем случае не претендует на полноту и исчерпывающий характер. Современная модальная логика есть очень разветвленный феномен, и мы изложили по сути только ее основы. Ввиду этого пособие можно считать вводным по своему характеру. Углубление материала возможно двумя путями, а именно более полное освоение формального аппарата модальных теорий и более глубокое погружение в философский анализ модальных понятий и контекстов. Однако, как показала вся история модальной логики, данный путь двуедин, так что более фундаментальные философские вопросы относительно модальностей ставятся и решаются посредством разработки более совершенного и одновременно гибкого символического аппарата.

Модальная логика действительно является одним из самых «философских» разделов современной логики, т. к. позволяет расширять сферу охватываемой онтологии (рассуждать не только об актуальном, но и о потенциальном, о прошлом и будущем, а не только о настоящем), а также конкретизировать характер высказываний о ее различных «регионах» (разграничивать необходимое и контингентное, выделять различные виды необходимости, возможности и случайности). Очевидно, что плодотворный симбиоз модальной логики с теорией вероятности позволит привнести строгие количественные аспекты, позволяющие градуально ранжировать те же возможности по степеням (например, отделять вполне реальные возможности от маловероятных абстрактных или даже чисто формальных возможностей, единственным основанием которой является логическая непротиворечивость и самосогласованность, но которая не имеет никаких конкретных условий для своей реализации).

Наконец, модальная логика обогащает видение не только объективной, но и субъективной реальности. Недаром В.А. Бочаров и В.И. Маркин предлагают в числе прочих классификацию модальностей, делящую их на личностные и безличностные. Личностные они характеризуют следующим образом: «Среди

модальностей можно выделить те, в которых модальная квалификация дается с позиций некоторой личности (субъекта). Личностные модальности являются разновидностями широкого класса языковых выражений, называемых пропозициональными установками. Эти выражения представляют собой знаки особого рода отношений – отношения между неким субъектом и ситуацией. Характер подобных отношений может быть самым разным: личностные эпистемические модальности выражают познавательные отношения. Термины “видит”, “слышит”, “чувствует” выражают познавательные отношения; термины “хочет”, “желает”, “стремиться” – намерения цели и т. д.»¹²¹. Более того, начиная с работ Д. Льюиса, Дж. Перри, Р. Чизома, активно разрабатывается модальность *de se* (лат. «о себе»)¹²². Это не просто констатация тех или иных диспозиций субъекта; она стремится описать знания и утверждения, связанные с самим субъектом. Де-факто речь идет о формальной теории высказываний, манифестирующих знания, верования, убеждения и т. д. субъекта о самом себе, что часто обобщается в понятии рефлексии. Высказывания *de se* так или иначе фиксируют самоидентификацию говорящего относительно себя, т. е. своей личности, своего существования, восприятия внешнего мира и собственных внутренних состояний своего сознания. Принципиальная ориентация на личную рефлексивную точку зрения выражается в наличии высказывании указания на первое лицо (Я). Вполне вероятно, что самым известным высказыванием *de se* является знаменитое Декартовское «Я мыслю, следовательно, я существую». Для учета подобных высказываний с перспективы некоторого сознательного наблюдателя Д. Льюис и Дж. Перри разработали концепцию *центрированных возможных миров*. Формально такой мир представлен тройкой $\langle W, i, t \rangle$, где W – возможный мир, i – субъект говорения, t – момент времени, фиксирующий высказывание. Таким образом, утверждение не мыслится как «ничейные», а атрибутируются тому или иному субъекту и, более того, справедливы в определенный момент или интервал времени. **Пример:** «Я сейчас голоден». Это высказывание истинно для определенного индивида в определенное время, но

¹²¹ Бочаров В.А., Маркин В.И. Указ. соч. С. 306.

¹²² Lewis D. Attitudes de dicto and de se // The philosophical review. 1979. Vol. 88, № 4. P. 513–543.

может быть вполне ложно для этого же индивида в другое время или же для другого индивида в это же время. Модальность *de se* наиболее востребована в философии сознания, теории личностного знания и рефлексии (самоидентификации).

Укажем также на поразительный потенциал в сочетании модальных логик между собой, построении соответствующих гибридных формальных теорий, описывающих одновременно различные модальные контексты. Такой синтез не случаен, т. к. виды модальности возникли в основном как результат выделения и концентрации на каком-то одном аспекте речи и, соответственно, абстрагирования от всех остальных. Но в реальности одно высказывание вполне может совмещать различные аспекты, одновременно принадлежа к различным модальностям. Так, история философии демонстрирует плотную связку алетической и темпоральной модальности: необходимость в хронологическом свете предстает как то, что истинно постоянно и всегда, *sub specie aeternitatis* (лат. «с точки зрения вечности»), в то время как возможность – это то, что становится истинным переменным, лишь иногда (либо никогда, если она не реализуется). Очевидно, что по самой своей природе возможность в основном отсылает нас в будущее, а не в прошлое. С модусом будущего органично сочетаются модальности, которые отражают различные интенции субъекта (намерения, цели, прогнозирование и планирование). Эта идея восходит к идее Августина Аврелия об ассоциации метального образа будущего в душе с ожиданием и надеждой.

Наконец, модальности открыты не только к «внутреннему» сочетанию между собой, но и к «внешнему» соединению с теориями из других разделов логики. Мы убедились в этом на примере классической первопорядковой логики, однако сейчас активно реализуется данный потенциал модальностей в направлении неклассических логик (интуиционистской, паранепротиворечивой, многозначной, нечеткой и т. д.). Органично способны сочетаться между собой алетические и эпистемические модальности, с одной стороны, и многозначная логика – с другой, поскольку последняя способна отразить ранжирование степеней вероятности возможностей или степеней правдоподобия знания.

Потенциал их синтеза был выявлен еще Я. Лукасевичем, одним из основателей многозначной логики¹²³.

Таким образом, теория модальностей является законным разделом современной логики. Ее развитость и разветвленность ставит под сомнение цитату Р. Фейса, намеренно вынесенную в качестве эпиграфа данного пособия. Конечно, имеются проблемы учения о модальностях, как сугубо «внутренние» для него, так и связанные с его онтологическими основаниями (например, «референциальная непрозрачность» модальных контекстов, артикулированная У. Куйаном). Однако теория модальностей в целом продемонстрировала свою способность к преодолению разнородных проблем и к общему развитию как в синтаксическом и семантическом, так и в настоящее время все больше и в прагматическом ключе, что демонстрируется растущим числом сфер ее приложения как в науке, так и в иных сферах человеческой деятельности (технике и технологиях, программировании, моделировании комплексных систем и процессов, искусственном интеллекте и машинном обучении).

¹²³ Ивин А.А. Модальные теории Яна Лукасевича. М.: ИФ РАН, 2001. 176 с.

Библиографический список

1. Аристотель. Сочинения. Т. 1. М.: Мысль, 1976. 550 с.
2. Аристотель. Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1978. 687 с.
3. Арно А., Николь П. Логика, Или искусство мыслить. М.: Наука, 1991. 413 с.
4. Бежанишвили М.Н. Логика модальностей знания и мнения. М.: КомКнига, 2007. 288 с.
5. Борисов Е.В. Почему десигнация не может быть слишком жесткой // Именование, необходимость и современная философия / отв. ред. В.В. Горбатов. СПб., Алетейя, 2011. С. 11–24.
6. Бочаров В.А., Маркин В.И. Введение в логику: учебник. М.: ИНФРА-М, 2008. 560 с.
7. Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 704 с.
8. Веретенников А.А. Философия модальности: аналитическая философия и логика // История философии. 2008. № 13. С. 26–48.
9. Витгенштейн Л. Логико-философский трактат. М.: АСТ, 2020. 160 с.
10. Возможные миры. Семантика, онтология. Метафизика / отв. ред. Е.Г. Драгалина-Черная. М.: Канон+, 2011. 432 с.
11. Войшвилло К.В., Дегтярев М.Г. Логика. М.: Владос-пресс, 2001. 528 с.
12. Вригт Г.Х. фон. Логико-философские исследования. М.: Прогресс, 1986. 600 с.
13. Гегель Г.Ф.В. Наука логики. М.: АСТ, 2018. 912 с.
14. Гетманова А.А. Логика. М.: ОМЕГА, 2006. 416 с.
15. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. СПб.: Азбука, 2020. 608 с.
16. Зеленкин В.Х. Логика высказываний: учебно-методическое пособие. Пермь: ПГНИУ, 2012. 108 с.
17. Зеленкин В.Х. Логика предикатов: учебно-методическое пособие. Пермь: ПГНИУ, 2015. 100 с.
18. Ивин А.А. Импликации и модальности. М.: ИФ РАН, 2004. 126 с.

19. Ивин А.А. Логика оценок и норм. Философские, методологические и прикладные аспекты. М.: Проспект, 2025. 320 с.
20. Ивин А.А. Модальные теории Яна Лукасевича. М.: ИФ РАН, 2001. 176 с.
21. Ивлев И.В. Логика. М.: Проспект, 2016. 304 с.
22. Кант И. Критика чистого разума. М.: ЭКСМО, 2015. 736 с.
23. Карнап Р. Значение и необходимость. Исследование по семантике и модальной логике. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. 376 с.
24. Карпов Ю.Г. Темпоральные логики для спецификации свойств программных и аппаратных систем // Компьютерные инструменты в образовании. 2009. № 2. С. 45–56.
25. Крипке С. Семантическое рассмотрение модальной логики // Семантика модальных и интенциональных логик / отв. ред. В.А. Смирнов. М.: Прогресс, 1981. С. 27–41.
26. Куайн У.В.О. О том, что есть // С точки зрения логики: 9 логико-философских очерков. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. С. 7–24.
27. Куайн У.В.О. Преследуя истину. М.: Канон+, 2014. 176 с.
28. Куайн У.В.О. Референция и модальность // С точки зрения логики: 9 логико-философских очерков. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003. С. 132–151.
29. Куайн У.В.О. Слово и объект. М.: Логос, праксис, 2000. 386 с.
30. Лейбниц Г.В. Сочинения. Т. 4. М.: Мысль, 1989. 554 с.
31. Лоскутов Ю.В. Моральная истина и «довод к человеку» // Философия и общество. 2023. № 1(106). С. 89–100.
32. Лукасевич Я. О принципе противоречия у Аристотеля. М.–СПб.: ЦГИ, 2012. 256 с.
33. Маковельский А.О. История логики. М.: Кучково поле, 2004. 480 с.
34. Максимов Л.В. “Гильотина Юма”: pro et contra // Этическая мысль. 2012. № 12. С. 124–142.
35. Маркин В. И. Дихотомия de re – de dicto и аподиктическая силлогистика // Логические исследования. 2018. Т. 24, № 2. С. 108–115.
36. Маслянка Ю.В., Сухина А.В. Методологический плюрализм и тенденции развития современной аксиологии // Новые идеи в философии. 2021. № 8(29). С. 64–71.

37. Мейясу К. После конечности: Эссе о необходимости контингентности. М.: Кабинетный ученый, 2017. 196 с.
38. Минто В. Дедуктивная и индуктивная логика. Минск: Харвест, 2002. 352 с.
39. Моно Ж. Необходимость и случайность. М.: АСТ, 2022. 256 с.
40. Непейвода Н.Н. Прикладная логика. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2017. 521 с.
41. Поппер К. Логика научного исследования. М.: Республика, 2005. 447 с.
42. Светлов В.А. Современная логика. СПб.: Питер, 2006. 400 с.
43. Сидоренко Е.А. Логика. Парадоксы. Возможные миры. М.: Эдиториал УРСС, 2002. 312 с.
44. Фейс Р. Модальная логика. М.: Наука, 1974. 520 с.
45. Фреге Г. Логика и логическая семантика. М.: ЛИБРОКОМ, 2020. 512 с.
46. Хинтиikka Я. Логико-эпистемологические исследования. М.: Прогресс, 1980. 447 с.
47. Хинтиikka Я. Модальность и квантификация // Семантика модальных и интенциональных логик / отв. ред. В.А. Смирнов. М.: Прогресс, 1981. С. 60–76.
48. Хлебалин А.В. Эссенциализм и антиэссенциализм в модальной логике // Философия науки. 2003. № 2(17). С. 34–46.
49. Целищев В.В. Понятие объекта в модальной логике. М.: КРАСАНД, 2018. 176 с.
50. Целищев В.В. Философские проблемы семантики возможных миров. М.: КРАСАНД, 2017. 200 с.
51. Шалак В.И. Очерки по основаниям логики. М.: ИФ РАН, 2017. 135 с.
52. Шиханович Ю.А. Логические и математические исчисления. М.: Научный мир, 2011. 256 с.
53. D'Acquisto G. On conflicts between ethical and logical principles in artificial intelligence // AI & SOCIETY. 2020. Vol. 35, № 4. P. 895–900.
54. Lewis D. Attitudes de dicto and de se // The philosophical review. 1979. Vol. 88. № 4. P. 513–543.

Учебное издание

Желнин Антон Игоревич

Логика: модальные системы

Учебное пособие

Редактор *А. С. Беляева*

Корректор *С. А. Семицветова*

Компьютерная верстка: *А. И. Желнин*

Объем данных 1,25 Мб

Подписано к использованию 02.06.2026

Размещено в открытом доступе

на сайте psu.ru

в разделе НАУКА / Электронные публикации
и в электронной мультимедийной библиотеке ELiS

Управление издательской деятельности

Пермского государственного

национального исследовательского университета

614068, г. Пермь, ул. Букирева, 15

Тел.: (342) 239-65-47