УДК 519.2:658.5

М.С.Тихов, И.С.Доброхотов
(Горьковский университет)

ЭКОНОМИЧЕСКИ ОБОСНОВАННЫЕ ПЛАНЫ ПРИЕМОЧНОГО И ПРЕДУПРЕДИТЕЛЬНОГО КОНТРОЛЯ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ХОДЕ ПРОИЗВОДСТВА

В задачах управления качеством вопрос об оптимальности значений управляющих параметров решается на основе оценки вероятности выхода годной продукции. При заданной технологии оптимальные значения параметров - это те значения $(u_1, \ldots, u_n)$, которые обеспечивают максимум вероятности $P(u_1, \ldots, u_n)$. Опыт и интуитивные соображения часто ставят не задачу нахождения оптимальных $u^0 = (u_1^0, \ldots, u_n^0)$, а ε - оптимальных $u^\varepsilon = (u_1^\varepsilon, \ldots, u_n^\varepsilon)$, т.е. таких, для которых

$$P(u^\varepsilon) > \max_u P(u) - \varepsilon \quad , \text{где } \varepsilon > 0 .$$

При этом ε выбирается из инженерно-эвристических соображений. В реальных условиях оптимальные значения - это те значения, которые минимизируют средние потери изготовителя. Для решения последней задачи, которая рассматривается ниже, необходимо строить экономическую модель. Но в экономике большую роль играют часто не экономические факторы, что сильно мешает развитию математической теории.

В отношении экономической модели оказалось возможным использовать интересные результаты, полученные В.Н.Андреевым [5].

Вопросам построения экономически обоснованных планов приемочного контроля посвящены многочисленные работы [15]-[18]. Мы рассматриваем задачу при "близких" гипотезах.

Вопрос перехода от задачи нахождения оптимальных параметров к ε - оптимальным частично рассматривался в работе [13].

1. В статье рассматривается задача выбора оптимальных в смысле минимума полных средних потерь параметров математической модели приемочного и предупредительного контроля [1].

2. Выборочный контроль качества готовой продукции обычно преследует цель выявить момент, когда доля брака p в партии превысит заданные нормы, что влечет за собой браковку партии и указывает на разладку технологического процесса (в дальнейшем такой контроль мы будем называть приемочным). Предупредительный контроль выявляет момент, непосредственно предшествующий разладке, когда доля брака в партии остается еще допустимой, но требуется вмешательство в процесс, с тем чтобы отладить его и не допустить браковку партии. Доля p оценивается по результатам испытания n образцов (выборка объема n). Естественно предполагать, что $n < N$, где N - заданное ограничение на число испытаний. По заданной выборке контроль строится на базе некоторого математического правила (теста), которое представляет собой решение задачи из области проверки гипотез [2], [3].
Приемочный контроль приводит к задаче различения двух гипотез о доле p, тогда как предупредительный контроль связан с различением трех гипотез. В зависимости от характера применяемого теста объем n может выбираться заранее или выявляться в ходе наблюдений по мере накопления информации о p (последовательная методика).

Проверка гипотезы по итогам выборочных наблюдений сопряжена с возможными ошибками двух видов.
I - гипотеза отвергается, но в действительности она верна;
II - гипотеза принимается, но в действительности она неверна.

Количественные меры этих возможностей (вероятности) мы обозначим в дальнейшем α и β. В случае приемочного контроля проверяемая гипотеза может заключаться в том, что p не превосходит допустимого уровня (партия годная). Тогда α - это вероятность забраковать годную партию, а β - вероятность принять партию с недопустимо высоким процентом брака. Числа α и β представляют собой те исходные (входные) параметры, в рамках которых строится математическая модель. Они должны задаваться не из математических соображений, а на базе инженерно-экономических данных о процессе. Здесь предлагается общая методика расчета названных параметров на базе следующей модели.

Пусть [4], [5], [6], [7]

T - средние потери при браковке годной партии;

W - средние потери при браковке партии, в которой доля дефектных изделий превышает заданный уровень;

c - стоимость контроля одного образца;

h - средние издержки от поиска и исправления причин разладки, когда она отсутствует ("ложная тревога");

d - средние издержки от наладки в момент, близкий к разладке;

e - средние издержки от поиска и исправления причин разладки, когда партия бракуется, а предыдущее состояние не зафиксировано. Потери T и W различны, так как если действительно возникла причина разладки, то разница возникает за счет большого процента дефектных изделий.

Потери T и W можно оценить, если проанализировать возможные варианты последствий браковки изделий. Оценка потерь вследствие брака [5] включает помимо затрат на его исправление или изготовление окончательно забракованной продукции еще и потери из-за вызываемых им перебоев в ходе производства.

К потерям h, d, e будем относить потери только от простоя оборудования, куда входит также стоимость материалов, испорченных при наладке оборудования.

Стоимость контроля одного образца можно оценить по схеме, предложенной авторами [8].

3. В случае приемочного контроля общая модель средних издержек (в стационарном режиме работы) имеет следующий вид:

$$R(\alpha,\beta) = \alpha T + (1-\beta)W + cn(\alpha,\beta) \qquad (I)$$

при заранее заданном числе наблюдений n (оно зависит от α и β) и

$$r(\alpha,\beta) = \alpha T + (1-\beta)W + ct(\alpha,\beta) \qquad (2)$$

при последовательной методике контроля (t - среднее число наблюдений, также зависящее от α и β).

Критерием выбора α и β является минимизация функций $R(\alpha,\beta)$ и $r(\alpha,\beta)$, т.е. α и β находятся как решение уравнений

$$\min_{x,y} R(x,y) = R(\alpha,\beta), \qquad (3)$$

$$\min_{x,y} r(x,y) = r(\alpha,\beta) \qquad (4)$$

при ограничениях $0 < x < 1$, $0 < y < \beta_0$ и $x + y < 1$.

Обратимся вначале к задаче минимизации R. Рассмотрим случай, когда контроль реализуется математически как тест для различения гипотез попарно, основанный на отношении правдоподобия $\varkappa$. Это естественное допущение для случая стандартных инженерных ситуаций, приводящих в некотором смысле к регулярным математическим моделям.

Тогда, как показал А.А.Петров [9], при сближении гипотез

$$n(\alpha,\beta) \to \frac{1}{(a_1 - a_0)^2}\left[z(\alpha)\sigma_0 + z(\beta)\sigma_1\right]^2 = \nu(\alpha,\beta),$$

где $z(q)$ $(q=\alpha,\beta)$ является корнем уравнения

$$1 - q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z(q)} e^{-t^2/2} dt, \qquad (5)$$

a_0, a_1 и σ_0, σ_1 - математические ожидания и дисперсии величины $\varkappa$ соответственно при проверяемой и альтернативной гипотезе.

Проанализируем поведение $R(\alpha,\beta)$, когда вместо $n(\alpha,\beta)$ взято $\nu(\alpha,\beta)$. Для этого продифференцируем R по α и β.

Имеем

$$\frac{\partial R}{\partial \beta} = -W + c\,\frac{2\sigma_1\left[z(\alpha)\sigma_0 + z(\beta)\sigma_1\right] z'(\beta)}{(a_1 - a_0)^2} < 0, \qquad (6)$$

поскольку из уравнения (5)

$$z'(\beta) = -\sqrt{2\pi}\, e^{z^2(\beta)/2} < 0.$$

Следовательно, $R(\alpha,\beta)$ убывает по β на $0 < \beta < 1$ при фиксированном α и $R(\alpha,\beta) \geqslant R(\alpha,\beta_0)$, $0 < \beta \leqslant \beta_0$.

Если теперь взять производные по α первого и второго порядка, то будем иметь соотношения:

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha} = T - c\,\frac{2\sigma_0\left[z(\alpha)\sigma_0 + z(\beta)\sigma_1\right]}{(a_1 - a_0)^2}\sqrt{2\pi}\, e^{z^2(\alpha)/2}, \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \alpha^2} = \frac{4\pi\sigma_1 e^{z^2(\beta)}}{(a_1 - a_0)}\left[\sigma_1 z(\beta) z(\alpha) + \sigma_0 z^2(\alpha) + \sigma_0\right]. \qquad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) нетрудно получить, что функция $R(\alpha,\beta)$ убывает по α, когда

$$\frac{T}{C}\frac{(a_1-a_0)^2}{2\sigma_1\sqrt{2\pi}}e^{-z^2(\alpha)/2} > z(\alpha)\sigma_0 + z(\beta)\sigma_1,$$

возрастает при выполнении противоположного неравенства. В точке α_0, в которой достигается равенство, функция $R(\alpha_0,\beta_0)$ минимальна, так как $\frac{\partial^2 R(\alpha_0,\beta_0)}{\partial\alpha_0^2} < 0$. При этом должно выполняться неравенство $\alpha_0+\beta_0 < 1$. В противном случае $(\alpha_0+\beta_0 \geqslant 1)$, если в соответствии с вспомогательным случайным экспериментом принимать годную партию с вероятностью $1-\alpha_0$ и бракованную партию с вероятностью α_0, то для такого правила длительность наблюдения равна нулю и вероятности ошибок удовлетворяют заданным ограничениям.

Суммируя вышесказанное, получим, что минимум функции $R(\alpha,\beta)$ обеспечивают значения (α_0,β_0), где α_0 определяется как решение уравнения

$$\frac{T}{C}\frac{(a_1-a_0)^2}{2\sigma_1\sqrt{2\pi}}e^{-z^2(\alpha)/2} = z(\alpha)\sigma_0 + z(\beta_0)\sigma_1. \qquad (9)$$

Эти значения α_0,β_0 обеспечивают требуемый минимум функции R асимптотически, при сближении гипотез. В том случае, когда контроль строится на базе измерения некоторой характеристики качества, имеющей нормальное распределение, последний вывод имеет уже не асимптотический, а точный характер.

При попытке точного решения рассмотренной выше задачи для распределений, отличных от нормальных, трудности значительно возрастают. Чтобы показать их, рассмотрим задачу нахождения необходимого числа наблюдений для различения сближающихся гипотез [10].

Пусть годная партия соответствует гипотезе H_0: плотность распределения измеряемой случайной величины X имеет вид $p(x)=p_0(x)$, а бракованная – H_1: $p(x)=p_1(x,\theta)$. Мы налагаем естественное в задаче контроля условие, чтобы при $\theta\to 0$ $p_1(x,\theta)\to p_0(x)$, т.е. чтобы гипотезы были сближающимися.

Пусть $x_1,\dots,x_n$ – повторная выборка из распределения с плотностью $p(x)$

$$S_{in}=\frac{1}{\sigma_i\sqrt{n}}\sum_{j=1}^{n}\left[\ln p_1(x_j,\theta)-\ln p_0(x_j)-a_i\right] \quad (i=0,1),$$

a_i, σ_i определены выше.
Если обозначить через H_i^n распределение нормированной суммы S_{in}, то необходимое число наблюдений есть наименьшее (целое положительное) решение n неравенства

$$n \geqslant \frac{(z_{0n}\sigma_0 - z_{1n}\sigma_1)^2}{(a_1 - a_0)^2}, \tag{10}$$

где z_{0n} - квантиль уровня $1-\alpha$ распределения H_0^n, а z_{1n} - квантиль уровня β распределения H_1^n. Когда H_i^n сходится к нормальному закону, тогда $z_{0n} \sim z(1-\alpha)$, а $z_{1n} \sim z(\beta)$, как это сделано выше.

Используя неравенство Чебышева, можно получить верхнюю границу необходимого числа наблюдений

$$n^*_{\alpha,\beta} \leqslant k = \left(\frac{\sigma_1/\sqrt{\beta} + \sigma_0/\sqrt{\alpha}}{a_1 - a_0} \right)^2. \tag{11}$$

Действительно,

$$H_1^n(y) = p_1\left\{\sum_{j=1}^{n} \ln \frac{p_1(x_j,\theta)}{p_0(x_j)} \leqslant y\right\} \leqslant \beta,$$

$$H_0^n(y) = p_0\left\{\sum_{j=1}^{n} \ln \frac{p_1(x_j,\theta)}{p_0(x_j)} \leqslant y\right\} \geqslant 1-\alpha.$$

Отсюда

$$p_1\left\{\sum_{j=1}^{n} \ln \frac{p_1(x_j,\theta)}{p_0(x_j)} - na_1 \leqslant y - na_1\right\} \leqslant$$

$$\leqslant p_1\left\{\left|na_1 - \sum_{j=1}^{n} \ln \frac{p_1(x_j,\theta)}{p_0(x_j)}\right| \geqslant na_1 - y\right\} \leqslant \frac{n\sigma_1^2}{(na_1 - y)^2},$$

$$p_0\left\{\sum_{j=1}^{n} \ln \frac{p_1(x_j,\theta)}{p_0(x_j)} - na_0 \leqslant y - na_0\right\} \geqslant$$

$$\geqslant p_0\left\{\left|\sum_{j=1}^{n} \ln \frac{p_1(x_j,\theta)}{p_0(x_j)} - na_0\right| \leqslant y - na_0\right\} \geqslant 1 - \frac{n\sigma_0^2}{(y - na_0)^2}.$$

Поэтому из равенств

$$\frac{k\sigma_1^2}{(ka_1-y)^2}=\beta \quad \text{и} \quad \frac{k\sigma_0^2}{(y-ka_0)^2}=\alpha$$

получим соотношение (II).

Оказывается [IO] , что асимптотически точная оценка необходимого числа наблюдений

$$k=\left[\frac{z_0(1-\alpha)\sigma_0-z_1(\beta)\sigma_1}{a_1-a_0}\right]^2$$

асимптотически (при сближении гипотез) эквивалентна $n^*_{\alpha,\beta}$, где z_{0n} и z_{1n} заменены квантилями z_0 и z_1 определенным образом выбираемых безгранично делимых распределений.

Рассмотрим теперь плотность распределения величины вида

$$p(x)=\frac{1}{\lambda}e^{-\frac{x}{\lambda}},\ x>0\ ,\ \lambda>0\ .$$

Тогда

$$S_{in}=\frac{\sqrt{n}}{\sigma_i}\left[\ln\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\bar{x}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_0}\right)-a_i\right],$$

где $$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_j\ ,$$

$$a_0=\ln\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\lambda_1}\ ,\ a_1=\ln\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\lambda_0}\ ,$$

$$\sigma_0=\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\lambda_1}\ ,\quad \sigma_1=\frac{\lambda_1-\lambda_0}{\lambda_0}\ .$$

Следовательно,

$$S_{0n}=\frac{\sqrt{n}}{\lambda_0}(\bar{x}-\lambda_0),\quad S_{1n}=\frac{\sqrt{n}}{\lambda_1}(\bar{x}-\lambda_1)\ , \tag{I2}$$

$$n^*_{\alpha,\beta}\leq\left(\frac{\lambda_0/\sqrt{\alpha}-\lambda_1/\sqrt{\beta}}{\lambda_1-\lambda_0}\right)^2\ ,$$

$$n \geqslant (z_{1-\alpha,n}\lambda_0 - z_{\beta,n}\lambda_1)^2(\lambda_1-\lambda_0)^{-2},$$

где $$z_{1-\alpha,n}=\Gamma(n,(1-\alpha)\lambda_0/n)/\Gamma(n),\ z_{\beta,n}=\Gamma(n,\beta\lambda_1/n)/\Gamma(n), \qquad (13)$$

$$\Gamma(n,x)=\int_x^\infty v^{n-1}e^{-v}dv\ ,\quad \Gamma(n)=\Gamma(n,0).$$

Трудность теперь возникает из-за того, что n входит в правую и левую части соотношения (13).

З а м е ч а н и е I. Если нахождение экономически обоснованных α и β основывать на $\nu(\alpha,\beta)=(\sigma_1/\sqrt{\beta}+\sigma_0/\sqrt{\alpha})^2(a_1-a_0)^{-2}$, то вместо уравнения (9) будем иметь

$$T(a_1-a_0)=\alpha^{-2}(\sigma_1\sqrt{\alpha/\beta_0}+\sigma_0\ ), \qquad (14)$$
$$\frac{\partial^2 R}{\partial\alpha^2}>0.$$

З а м е ч а н и е 2. Если потребитель, обнаруживая бракованные изделия, возвращает их поставщику для замены на годные, то риск равен

$$R(\alpha,\beta)=\alpha T+(1-\beta)W+\beta V+cn(\alpha,\beta),\ (W\leq V),$$

где V - средние потери от рекламаций.

В этом случае для нахождения оптимальных α и β необходимо решать систему $\{R'_\alpha=0\ ,\ R'_\beta=0$.

З а м е ч а н и е 3. В предыдущем исследовании мы предполагали, что T и W не зависят от α и β . Это будет при $T=N\tau$, $W=Nw$, где N - объем партии, фиксирован. При $T=[N-n(\alpha,\beta)]\tau$, $W=[N-n(\alpha,\beta)]w$ уравнения для определения оптимальных α и β изменяются в соответствии со сделанным значением. То же самое замечание справедливо и для следующего пункта 4.

4. Перейдем к случаю минимизации $r(\alpha,\beta)$. Здесь, используя результаты С.А.Айвазяна [II], можно получить в случае сближения гипотез при нормальном ходе производства

$$t(\alpha,\beta)\to\rho^{-1}[(1-\beta)\ln(1-\beta)\alpha^{-1}+\beta\ln\beta(1-\alpha)^{-1}],$$

где ρ – "расстояние" между гипотезами.
Например, в случае биномиального распределения

$$\rho = \theta_0 \ln \frac{\theta_0}{\theta_1} + (1-\theta_0) \ln \frac{1-\theta_0}{1-\theta_1},$$

где θ_0, θ_1 – значения параметров распределения, соответствующие годной и бракованной партиям.

Повторяя рассуждения предыдущего пункта, получим

$$\frac{\partial r}{\partial \alpha} = T - \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha(1-\alpha)} \cdot \frac{c}{\rho},$$

$$\frac{\partial r}{\partial \beta} = -W + \frac{c}{\rho} \ln \frac{\alpha\beta}{(1-\beta)(1-\alpha)} < 0,$$

поскольку $\ln \frac{\alpha\beta}{(1-\beta)(1-\alpha)} < 0$, если $\alpha + \beta < 1$.

Кроме того,

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \alpha^2} = \frac{(1-\alpha)^2 - \beta(1-2\alpha)}{\alpha^2(1-\alpha)^2} > 0$$

при $0 < \beta < 1$, $0 < \alpha < 1$.

Таким образом, для определения α_0 будем иметь квадратное уравнение

$$\alpha^2 \Lambda - \alpha(\Lambda + 1) + (1 - \beta_0) = 0,$$

где

$$\Lambda = \frac{T\rho}{c}.$$

Анализируя решения этого уравнения, получим, что в качестве корня нужно взять значение

$$\alpha_0 = \frac{\Lambda + 1 - \sqrt{(\Lambda+1)^2 - 4\Lambda(1-\beta_0)}}{2\Lambda}. \qquad (15)$$

З а м е ч а н и е. Если отношение $\ln \frac{\theta_1}{\theta_0} / \ln \frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}$ рационально, то имеются точные формулы для среднего размера выборки, но они столь громоздки, что предпочтительнее пользоваться приближенной формулой (15), т.е. асимптотика предпочтительнее точного решения, как и в

случае фиксированного объема.

5. Для предупредительного контроля ход рассуждений в целом повторяется, но теперь уже относительно задачи минимизации по α и β функций

$$R^{(пр)}=\gamma h+(1-\lambda)d+e\lambda+\alpha(1-\lambda+\gamma)T+W\lambda(1-\beta)+cn \quad (16)$$

при заданном числе наблюдений n и

$$r^{(пр)}=\gamma h+(1-\lambda)d+e\lambda+\alpha(1-\lambda+\gamma)T+W\lambda(1-\beta)+ct \quad (17)$$

при последовательной методике (здесь γ - вероятность остановиться для наладки, когда разладка отсутствует, λ - вероятность принять решение по результатам контроля, когда присутствует разладка).

Формулы (16) и (17) получаются следующим образом.

Рассмотрим три гипотезы:

H_0 - партия годная, процесс отлажен;

H_1 - партия годная, процесс близок к разладке;

H_2 - партия бракованная.

Пусть δ_i (i = 0, 1, 2) обозначает решение принять гипотезу H_i, тогда вероятность принять решение δ_i в то время, как верна гипотеза H_j, равна $\alpha_{ij}=p\{\delta_i/H_j\}$, а соответствующие потери $L_{ij}=L\{\delta_i/H_j\}$.

Далее имеем

$$R^{(пр)}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=0}^{2}\alpha_{ij}L_{ij}+cn \quad (18)$$

При заданном числе наблюдений n, и

$$r^{(пр)}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=0}^{2}\alpha_{ij}L_{ij}+ct \quad (19)$$

При последовательной методике.

Заметим, что

$$L_{12}=e,\ L_{11}=d,\ L_{10}=h,$$

$$L_{22}=W+e,\ L_{21}=T+d,\ L_{20}=T+h,$$

а ошибки α_{ij} выражаются следующим образом:

$$\alpha_{10}=(1-\alpha)\gamma,\ \alpha_{11}=(1-\alpha)(1-\gamma),\ \alpha_{12}=\beta\lambda(1-\lambda),$$

$$\alpha_{20}=\alpha\gamma,\ \alpha_{21}=\alpha(1-\lambda),\ \alpha_{22}=(1-\beta)(1-\lambda)\lambda.$$

В том случае, когда $h<W,\ h\leq d,\ \lambda\geq\gamma$ (например, для рассматривавшейся нами линии сборки), будем иметь

$$R-R^{(пр)}>T(\lambda-\gamma)\alpha+W(1-\beta)(1-\lambda)+ \tag{20}$$

$$+h(\alpha-\gamma+\lambda-1)+e(1-\beta+\lambda)>0,$$

т.е. $R>R^{(пр)}$.

Поскольку $\lambda<1$, то вероятность ошибочной приемки бракованной партии будет равна

$$\alpha_{12}+\alpha_{02}=\beta\lambda(1-\lambda)+\beta\lambda^2(1-\lambda)+\ldots+\beta\lambda^m(1-\lambda)<$$

$$<\beta\lambda<\beta,$$

в связи с чем неравенство (20) еще более усилится.

Точно так же показывается, что $r>r^{(пр)}$.

З а м е ч а н и е. В соотношения (I), (2) и (I6), (I7) надо ввести потери от внешнего брака [3] $V(\beta)$, где $V(\beta)$ – неубывающая функция β. Однако функция $V(\beta)$ зависит от β таким образом, что эквивалентно можно считать $0<\beta\leq\beta_0<1$ не вводя в соотношения (I), (2) и (I6), (I7) функции $V(\beta)$. При наличии $V(\beta)$ потери в предупредительном контроле могут только уменьшиться.

Таким образом, в случае, когда издержки на отладку меньше, чем при браковке, экономически выгоднее использовать предупредительный контроль.

6. Случай проверки простых гипотез, рассмотренный выше, представляет собой частный случай задачи минимизации усредненного по априорному распределению на параметрическом пространстве риска.

Реальная ситуация более соответствует проверке сложных гипотез. В этом случае, используя априорные сведения о параметре, представляется возможным свести общий случай к рассмотренному, исследуя байесовские риски или "наименее благоприятное распределение".

7. Заключение. В том случае, когда решение о годности партии изделий принимается по результатам выборочного (разрушающего) контроля и он основан на статистических тестах (критериях), то исходные параметры математической модели контроля можно выбрать таким образом, что потери изготовителя будут минимальны. Это позволяет, не изменяя технологии, снизить себестоимость продукции при нормальном ходе производства за счет выбора параметров математической модели выборочного контроля; для приемочного контроля эти параметры можно находить как решение уравнений: (9) или (I4) - для случая однократной выборки и (I5) для последовательной методики

Литература

I. Лутченков А.М., Тихов М.С., Антонов С.Н., Ефремов В.В., Калинин Ю.И., Кочешков Н.М. Экономически обоснованные планы приемочного и предупредительного контроля для сборочного процесса. - Математическое обеспечение АСУП (тезисы II Всесоюзн. семинара), ЦЭМИ АН СССР - НИИ ПМК, М.-Горький, I975, I30-I32.

2. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М., Наука, I963.

3. Славинский З.М., Лутченков А.М., Доброхотов И.С., Тихов М.С. Принципы прогнозирования брака на линиях сборки. - Математическое обеспечение АСУП (тезисы I Всесоюзн. семинара), ЦЭМИ АН СССР - НИИ ПМК, М.-Горький, I973, I30-I33.

4. Справочник экономиста промышленного предприятия. М., Экономика, I974.

5. Андреев В.Н. Модель формирования и оценки потерь вследствие брака. - Электронная техника, сер. 8, I973, вып. 4(I4), 22-27.

6. Chiu W.K., Wetherill G.B. A Simplified Scheme for the Economic Design of X-charts.- F. Qual. Technol., 1974, N2, 6, 63-69.

7. Runggaldier W., Facur G, Romanin. An Approach to Identification and Optimisation in Quality Control.- Lect. Notes Comput. Sci., 1973, 3, 83-91.

8. Доброхотов И.С., Тихов М.С. Отчет по теме: Разработка алгоритмов функционирования АСУ сборочным объектом (деп.), тема № 740146I9, инв. № отчета Б 308084-85.

9. Линник Ю.В. Статистические задачи с мешающими параметрами. М., Наука, 1966.

10. Хмаладзе Е.В. Оценка необходимого числа наблюдений для различения простых сближающихся гипотез. - Теория вероятн. и ее примен. , 1975, т. XX, вып. I, 115-125.

11. Айвазян С.А. Сравнение оптимальных свойств критериев Неймана-Пирсона и Вальда. - Теория вероятн. и ее примен., 1969, т. IУ, вып. I, 86-93.

12. Barnett V. Economic Chain of Sample Size for Sampling Inspection Plans.- Appl. Statist., 1974, 23, N2, 149-157.

13. Ефремов В.В., Казуров Б.И., Лутченков А.М., Тихов М.С. Выбор параметров математической модели приемочного контроля для сборочных линий. - Электронная техника, сер. 7 (Технология, организация производства и оборудование), 1976, вып. 3(73), 78-83.

14. Ширяев А.Н. Статистический последовательный анализ. М., Наука, 1976.

15. Методика по разработке стандартов на статистический приемочный контроль качества продукции по альтернативному признаку с учетом экономических показателей. Изд-во стандартов, 1972, I-232.

16. Сираждинов С.Х. К вопросу рационального выбора плана статистического приемочного контроля.-Труды Ташк.-ун-та, 1961, вып. 189, 79-88.

17. Беляев Ю.К. Система экономичных планов приемочного контроля качества продукции по альтернативному признаку. - В сб. Статистические методы обеспечения качества и их стандартизация. Материалы ХУ конф. ЕОКК, У сессия. Изд-во стандартов, 1972, 43-48.

18. Эйдельнант М.И., Бектаев К.Б. Экономическая эффективность приемочного статистического контроля. Тр. Ин-та матем. и механики им. В.И.Романовского АН Уз ССР, 1957. вып. 20, 101-126.